DOI: 10.15170/TM.2023.24.K3.8
Tudásmenedzsment 24. évf. 3. Különszám 46-54 (2023)

Bodó László

AZ ÁTLAG NEM ELÉG!

Visszaemlékezés arról, hogy miképp lett a szerző oktató a JPTE Közművelődési tanszékén, majd a FEEFI-n és a FEEK-en, továbbá a Babeş-Bolyai Tudományegyetemen, s arról, hogy a tanár is tanul, például bevezetődik a statisztika alapjaiba. S hogy mindezt Koltai Dénesnek köszönheti.

1957. március 6-án ismertem meg Koltai Dénest a pécsi pályaudvaron, akkor még nem sejtettem, hogy majd dékánom lesz, sőt barátom. Fotó őrzi, hogy anyáink aggodalommal búcsúztatnak, mert két hónapig nem fognak látni bennünket; a csehszlovák pedagógus szakszervezet látott vendégül magyar pedagógusgyerekeket, hogy kiheverjük 1956 traumáit. Ő jobban emlékezett az útra, mert én mint falusi gyerek, megilletődötten ültem egy pécsi mellett, igaz én két évvel öregebb, már hatodikos voltam, viszont ő meg még alsós. Aztán évtizedekig csak tudtunk egymásról, s közelebb akkor kerültünk egymáshoz, amikor ő az utolsó pécsi párttitkár lett, én meg a végrehajtó bizottság tagja.

A megyei laptól való elválásom után, túl az első infarktusán, felhívott Dénes, hogy modernkori „vörös segély" keretében jöjjek óraadónak, az akkor talán még népművelődésinek nevezett tanszékére. Évre rá státuszt is teremtett, s mivel már tudtam, hogy hol kell bekapcsolni a 286-os processzorral rendelkező számítógépet, részt vehettem a különféle tanszéki dokumentumok elkészítésében, így a művelődésszervező és személyügyi szervező képzés anyagainak kialakításában. Új szavak értelmét tanulhattam, úgy mint: andragógia, meg curriculum. Így lettem tanúja, s szerény részese egy szép folyamatnak.

Hogy miképp lett a közművelődési tanszékből országos képzési helyekkel rendelkező Felnőttképzési és Emberi Erőforrás Fejlesztési Intézet, majd 2005-re Kar, azt sokan és sokféleképpen megírták már, például az általa alapított Tudásmenedzsment folyóiratban, melynek szerkesztésével engem bízott meg, hogy a valamikori ötfős tanszék egyre gyarapodó oktatói gárdájának publikációs fórumot teremtsen. Az egyre szélesedő oktatási tevékenység, a párezresre gyarapodó hallgatóság igényelte a jegyzeteket, a jó másfélszáz, általa írattatott könyv közül jónéhányat tipografizáltam, ahogy némely kolléga PhD-dolgozatát is, s ezekből sokat tanultam.

Közben bővült oktatási tevékenységem is. Az úgy volt, hogy egy konferencián feladatul kaptam a kolozsvári kollégák gardírozását. Így ismertem meg Szamosközi Istvánt, a Babeş-Bolyai Tudományegyetem Pszichológia és Neveléstudományok Karának professzorát. Amikor szóba került, hogy műszaki egyetemre jártam egykoron, rábeszélt, hogy menjek oktatni statisztikát a pszichológus hallgatóknak: „a t-próbát, meg a khí-négyzet próbát, azt tudniuk kell és kevés matematika" – mondta, úgyhogy elővéve emlékezetemből, ami matekból megmaradt, meg kikölcsönözve a statisztikáról szóló könyveket, beleástam magam a statisztika alapjaiba bevezetés jelleggel. Az első években az ott távoktatásnak nevezett levelezős hallgatókat igyekeztem meggyőzni, majd hosszú évekig a nappalisokat is oktathattam. Aztán, amikor a közgáz kari statisztika-vendégoktatónk meghalt, Pécsett is tanítottam pár évig a Bevezetés a statisztikába tárgyat, s egy jegyzetet is összeállítottam (Bodó, 2004).

Ezt is Koltai Dénesnek köszönhettem. Emlékezetéül legyen akkor egy kis statisztika.

Amikor az átlag keveset mond

A köznyelvben is gyakran jelenik meg az átlag, mint adatokat jellemző statisztikai mutató, s hivatalos dokumentumokban is szerepelhet, például a tanulmányi bizonyítványokban, indexekben. Hogy mennyit mond az átlagos tanulmányi eredmény, azt jól mutatja két diák eredménye. Adott időszakban öt tantárgy adatai az egyik diák esetében rendre 3,3,3,3,3; míg a másiknál 1,2,3,4,5 – mindkettőjük átlaga 3, közepes. Az egyik megbízhatóan közepes, a másik egy tárgy esetében kutyaütő, a másikéban meg kiváló.

A Központi Statisztikai Hivatal rendszeresen jelenteti meg (más adatok mellett), hogy miképpen alakulnak az átlagfizetések, ezekből a sajtó is hírt ad. A KSH 2023. április 26-án tett közzé gyorstájékoztatója a februári keresetekről: „*2023 februárjában a teljes munkaidőben alkalmazásban állók bruttó átlagkeresete 531 200, a kedvezmények figyelembevételével számolt nettó átlagkereset 366 400 forint volt.*” (KSH, 2023a) A sajtó és a közbeszéd meg is marad ezeknél az adatoknál, a közösségi oldalakon pedig élénk vita kíséri. A százezres közfoglalkoztatottak százezres bére áll szemben pár száz fő pár száz milliós jövedelmével. Az átlagérték tehát sokat mutat, s még többet eltakar; egybe-mossa a megbízható nem túl eszest és a valamiből tehetségest; azt, akinek (József Attila nyomán) a munkabér, a munkaerő ára cincog zsebében azzal, akinek „*munkaviszonyból származó bérjövedelme évi 1 milliárd 757,4 millió Ft volt.*” (HRporta, n.d.)

Az átlag mellett tehát szükséges más statisztikai adat is, hogy a részletekre is fény derüljön.

A KSH gyorsjelentésében ilyen statisztika a medián: „a bruttó mediánkereset 423 400 forint…, nettó kereset mediánértéke 295 600 forint”. (KSH, 2023a)

Ha egy számhalmazt sorba rendezünk (például növekvő sorba), a medián lesz a középső érték, azaz ami előtt ugyanannyi érték áll, mint utána.

A nettó átlagkereset 366 400 Ft, mediánértéke 295 600 Ft, azaz jóval kevesebb.

A harmadik középérték a módusz: a leggyakrabban előforduló érték. Minden számszerűsített sokaságnak van mediánja, de nem mindegyiknek van módusza. Az első diák jegyeinek mediánja, egyben módusza egyaránt 3, de a második jegyeinek nincs módusza, hiszen mindegyik jegyből egy van, de szintén 3 a mediánja; az áll középen. Romániában 10 fokozatú az érdemjegyek skálája. Két egyaránt 6-os átlagú diák példája mutatja a különbségeket:

Egyik diák: 2, 2, 3, 5, 5, **7**, *8, 8, 8, 8,* 10 **Medián: 7**; *Módusz:* 8

Másik diák: 2, 3, 4, *5, 5,* ***5****, 5*, 8, 9, 10, 10 **Medián 5**; *Módusz:* 5

A medián és a módusz tudja árnyalni a képet az átlag mellett, ők hárman a középértékek.

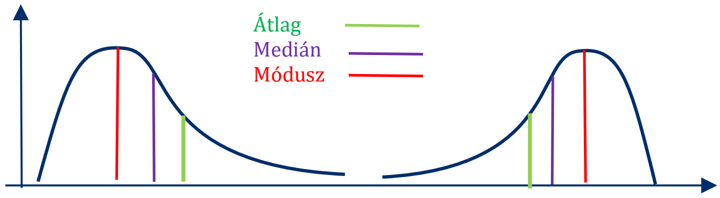
A három érték arról is tájékoztat, hogy milyen jellegű az eloszlás.

Szimmetria esetén a három érték azonos: Átl=Me=Mo

Jobbra ferdült gyakorisági eloszlás: Átl>Me>Mo

Balra ferdült gyakorisági eloszlás: Átl<Me<Mo

1. ábra: Az átlag, a módusz és a medián



Forrás: Saját szerkesztés

Ez a három érték ma már pl. az Excel-programmal könnyen megállapítható, s erre azért van szükség, mert bizonyos statisztikai próbák csak akkor adnak jó következtetésre lehetőséget, ha az eloszlás, amiből a mintát véletlenszerűen kiválasztottuk normál eloszlású, azaz szimmetrikus. Ha tehát az átlag, a medián és a módusz (közel) azonos, akkor például elvégezhető a t-próbás hipotézis-vizsgálat, egyébként nem.

Nem találtam az interneten adatot a keresetek eloszlásának móduszára, azaz, hogy melyik bér(rész)tartományból van a legtöbb. De a decilisek képet adnak erről. Például: a jövedelmi tized (decilis): a felvétel népességét az egy főre jutó évi nettó jövedelem alapján sorba rendezi, és az így rendezett személyeket tíz egyenlő részre osztja. A teljes sokaság egy tizede alkot egy decilist. Példa:

1. táblázat: Egy főre jutó bruttó munkajövedelem decilisek szerint [forint/fő/év]

Megnevezés	2010	2015	2017	2018	2019	2020
1. tized	127 203	160 483	187 630	232 197	263 284	690 052
2. tized	319 125	437 449	505 391	571 089	634 053	865 863
3. tized	442 376	657 494	760 572	889 081	983 030	1 099 604
4. tized	523 274	740 121	865 202	984 119	1 117 640	1 060 183
5. tized	584 879	795 137	958 077	1 059 347	1 203 120	1 238 635
6. tized	614 564	876 902	1 040 202	1 194 997	1 297 298	1 445 614
7. tized	699 744	967 258	1 169 215	1 273 364	1 425 846	1 436 168
8. tized	863 401	1 141 659	1 372 593	1 589 890	1 771 279	1 850 409
9. tized	1 111 602	1 472 693	1 760 550	1 972 624	2 207 905	2 568 180
10. tized	2 259 794	2 691 300	3 226 165	3 603 572	4 041 128	4 212 500

Forrás: KSH, n.d.

A szórás még jobb

Míg tehát a három középérték tájékoztat az adatok eloszlásáról, nem adnak pontos statisztikát arról, hogy mennyire különböznek egymástól az adatok. Erre alkalmas az átlagos abszolút eltérés, illetve a szórás.

Az átlagos eltérés az adatpontoknak átlaguktól való átlagos abszolút eltérését számítja ki.

$\delta = \frac{\sum|\overline{x}-x_i|}{n}$ ahol $\overline{x}$ a sokasági átlag, x_i a sokaság egy eleme i=1-től i=n-ig; n pedig a sokaság darabszáma.

$\delta = \frac{|3-1|+|3-2|+|3-3|+|3-4|+|3-5|}{5} = \frac{2+1+0+1+2}{5} = \frac{6}{5}$=1,2[1]

A statisztikusok azonban jobban „szeretik" a szórást, ami az átlagtól való eltérések négyzetes átlaga:

$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(\overline{x}-x_i)^2}{n}}$.[2]

Tehát diákjaink esetében:

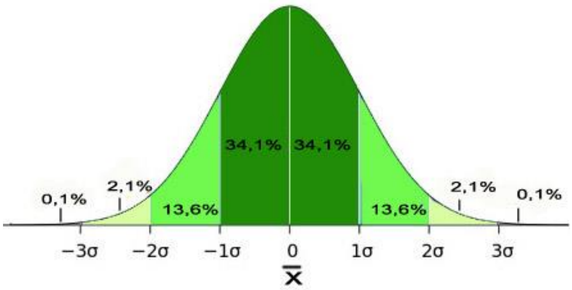
$$\sigma = \sqrt{\frac{(3-1)^2+(3-2)^2+(3-3)^2+(3-4)^2+(3-5)^2}{5}} = 1{,}41$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(3-3)^2+(3-3)^2+(3-3)^2+(3-3)^2+(3-3)^2}{5}} = 0$$

Mint kis példánk mutatja, szórásérték abban az esetben is van, ha nincs átlagos eltérése vagy szórása az értékeknek (a közepes tanulónál), míg a másiknál négyzetátlagosan 1,41 értékkel térnek el az egyes jegyek az átlagtól. (A nulla szignifikáns számjegy, nem azt mondja, hogy nincs semmi, hanem azt, hogy 0 (zérus) van.) A szórás mindig nagyobb érték, mint az átlagos eltérés, de ennél lényegesebb különbség is van köztük.

A szórást azért kedveli a statisztikus, mert Gauss-nak köszönhetően tudjuk, hogy a róla elnevezett görbét két paraméter határoz meg, ez a kettő pedig az átlag és a szórás. Ez a görbe, melynek neve sűrűségfüggvény, a normál eloszlás.

2. ábra: A normál eloszlás és a szórás összefüggése



Forrás: Saját szerkesztés

[1] Emlékeztetőül: a két függőleges vonalú zárójel azt jelenti, hogy a benne lévő különbségnek az abszolút értékét kell venni, tehát ha az negatív lenne, akkor is pozitívként kell figyelembe venni. Különben az átlagos eltérés nulla lenne.

[2] Akik még emlékeznek a középiskolás matekra, azok persze tudják, hogy matematikailag úgy lenne helyes a képlet, hogyha a gyökjel előtt a pluszminusz, ± jel áll. A statisztikában értelemszerűen csak a pozitív gyökön vesszük figyelembe, ezért hagyjuk el.

Normál eloszlású adatokat nézve az átlaghoz viszonyított ±1 szórás részben helyeződik el az adatok 68,27%-a, a két szigmán belüli 95,45%-a, a három szigmán belül pedig a 99,73%-a. Ez akkor is igaz, ha kisebb a szórás (karcsúbb a görbe), s akkor is, ha nagy a szórás (laposabb a görbe)

A mintavételes statisztika – dióhéjban

Mintavételes statisztikára akkor kényszerül a kutató, ha pénz, paripa, fegyver híjával nem tudja a teljes sokaságot felmérni. Ekkor meghatározott szabályok szerint mintát vesz a sokaságból. A legfontosabb szabály, hogy a mintavételnek véletlenszerűnek kell lennie (másképpen a sokaság minden elemének azonos valószínűséggel kell kiválasztódnia.[3]

2022-ben országos népszámlálás volt (KSH, 2023b), s gyakorlatilag a teljes lakosságról gyűjtött adatokat. A tízévenkénti országos népszámlálás közben mikrocenzust tartanak. A magyarországi mikrocenzusok a népesség és a lakásállomány 2%-ára terjedtek ki, azaz mintavétel alapján következtetnek a társadalomban történt változásokra.

A közvéleménykutató intézetek havonta mérik fel pl. a pártok népszerűségét, ezt jellemzően egy-kétezer fős minták alapján mérik. Minden mintavételes kutatást meghatározott hibaszázalék, rendszerint 5% jellemzi. Az öt százalék azt jelenti, hogy száz lehetséges minta közül 95 közel azonos értéket ad, s 5 minta eredménye térne el jelentősen (szignifikánsan) a többitől.

Az átlag és a szórás még jobb

A Szerencsejáték Zrt. honlapjáról letölthetők az eddigi sorsolások eredményei (Szerencsejáték Zrt., n.d.-a). Az átlag, a szórás összefüggéseit szeretném megvilágítani az ötös lottó példáján. Az első sorsolási adatsor 1957 10. hetéből való, az utolsó, ami szerepel a táblázatban az idei május 21-i. Összesen 3458 sorsolás adatai szerepelnek az Excel-táblázatban, a képen csak az idei értékekkel. (Az A-H oszlop a sorsolás adatait tartalmazza, az I-K oszlopban már az adott hét öt számának számított statisztikája, az átlag, a szórás, s e kettő hányadosa szerepel.)

[3] A mintavételi módszerekről bővebben: Kehl, 2023

2. táblázat: A heti lottószámok és azok statisztikái

	A	B	D	E	F	G	H	I	J	K
1	év	hét	első	második	harmadik	negyedik	ötödik	hetiátlag	hetiszórás	átl/szór
3438	2023	1	20	58	72	80	90	64	24,36	2,63
3439	2023	2	16	25	32	72	85	46	27,33	1,68
3440	2023	3	11	36	39	68	84	47,6	25,65	1,86
3441	2023	4	20	51	54	59	86	54	21,04	2,57
3442	2023	5	8	15	20	32	34	21,8	9,93	2,20
3443	2023	6	10	32	40	70	82	46,8	26,06	1,80
3444	2023	7	28	37	53	68	84	54	20,31	2,66
3445	2023	8	2	43	72	74	82	54,6	29,43	1,86
3446	2023	9	2	4	44	48	73	34,2	27,35	1,25
3447	2023	10	25	40	48	68	82	52,6	20,21	2,60
3448	2023	11	27	50	65	67	83	58,4	18,86	3,10
3449	2023	12	13	24	34	45	59	35	16,01	2,19
3450	2023	13	6	9	35	79	85	42,8	33,61	1,27
3451	2023	14	19	38	53	58	71	47,8	17,86	2,68
3452	2023	15	15	27	54	62	76	46,8	22,53	2,08
3453	2023	16	10	17	25	30	83	33	25,92	1,27
3454	2023	17	7	13	28	47	58	30,6	19,46	1,57
3455	2023	18	7	11	15	55	74	32,4	27,01	1,20
3456	2023	19	35	39	80	88	90	66,4	24,27	2,74
3457	2023	20	1	20	42	43	62	33,6	21,04	1,60
3458	2023	21	15	26	29	50	70	38	19,61	1,94

Forrás: Szerencsejáték Zrt., n.d.-a alapján saját számítás és szerkesztés

A sokaság száma 90, s mert mindegyikből egy van, ezért egyenletes eloszlású (nincs módusza)[4]. Az 1–90 sokaság átlaga 45,5. Természetesen ugyanennyi a medián is. (Páros számú sokaság esetén a medián a két középen lévő érték, azaz

A sorsolás tökéletesen megfelel a mintavétel alapszabályának: teljesen véletlenszerű a kiválasztás, legyen az gép vagy kézi. A *Valami Amerika* című magyar filmben az egyik hős az 1, 2, 3, 4, 5 számok megjátszásával ért el telitalálatot; matematikailag ugyanakkor a valószínűsége ennek is, mint bármelyik más számötösnek, pl. a legnagyobb átlagú 86, 87, *88*, 89, 90-nek. De ilyen még nem volt, sőt olyan sem, hogy öt egymást követő számot húztak volna ki. Nemsokára látni fogjuk, hogy nem egészen véletlen. Emlékezve a második diákunk jegyeinek 1,41-es szórására, az egymáshoz legközelebbi, azaz legkisebb szórású számok 2009 11. hetében ezek voltak: 26, 31,33,36, 37 számok 3,93 szórással (A legnagyobb szórású pedig 39,35 volt 1988 4. hetében 2, 3, 72, 85, 89 számokkal.) Az eddigi sorsolások között nincs két egyforma, azaz egyszer sem húzták ki ugyanazon számokat.

A számok nem emlékeznek! – ezért tehát hiábavaló nézni, hogy pl. egy-egy számot hányszor húztak ki, s az alapján kitalálni a jövő heti számokat; amit kihúztak a múlt héten, azt kisorsolhatják ezen is (idén pl. a 2-es és a 7-est is kihúzták két egymás utáni héten). 90 számból ötöt 43 949 268 féleképpen választhatunk ki, akkor, ha visszatevés és ismétlés nélküli a sorsolás (azaz nem számít, hogy milyen sorrendben történt a kiválasztás. Ha azt is ki kellene találni, akkor 5 273 912 160 szelvényt kellene kitölteni!) Az eddig 3457 sorsolás a lehetségesnek mindössze 0,00787%-a.

Van tehát 3457 átlag és szórás értékünk. Érdemes ezeket is átlagolni. A legkisebb átlagérték 9,8, a legnagyobb 77,2, a terjedelme tehát 77,2-9,8= 67,4. A heti átlagok átlaga

[4] Ha elképzelünk egy képzeletbeli falut, aminek pont 90 lakosa van, s mindegyik más életkorú: van egy, kettő, három … kilencven éves, akkor már mértékegysége is lehet a számoknak: év; ha különböző súlyzóink vannak, akkor az 1 kg-ostól a 90 kg-osig terjed a sokaságunk stb.

45,18, szórása pedig 11,31. A 45,18-as érték elég közel van a sokasági 45,5-höz. S minél több sorsolási értékünk lenne, annál közelebb kerülne a mintaátlagok átlaga a sokasági átlaghoz, már százezres elemszánál is ezredpontossággal közelítené meg.

A normál eloszlás a „normális”

Az Excel „gyakoriság”-függvényével kigyűjthető, hogy meghatározott intervallumon belül hány érték szerepel. Ezeket a gyakoriságokat diagramban is ábrázolhatjuk.

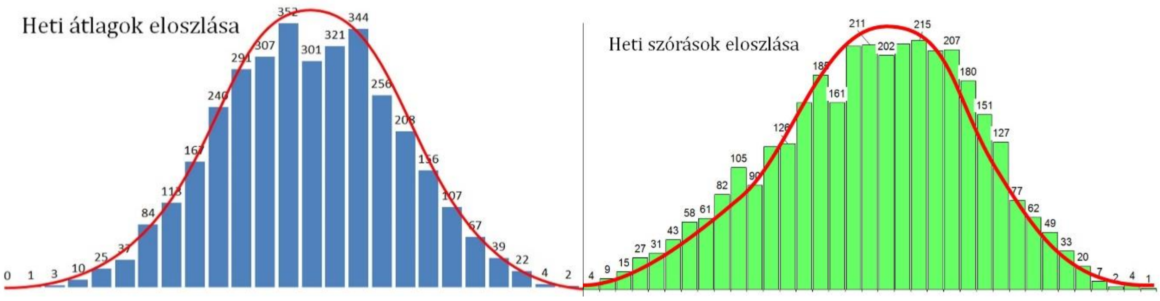
Ha egy N_p véges sokaságból (melynek átlaga μ, szórása pedig σ) kiválasztjuk az összes lehetséges N elemű visszatevés nélküli mintát (értelemszerűen $N_p > N$), akkor a mintabeli átlagok eloszlásának átlaga megegyezik a sokaság átlagával:

$$\mu_{\bar{x}} = \mu$$

Ez a központi határeloszlás tétele! A tétel azt is kimondja, hogy az eredetileg nem normális eloszlású sokaságból (populációból) vett minták átlagai (közel) normális eloszlást követnek. Ez azt is jelenti, hogyha valamely paramétert sok, egymástól független hatás együttesen alakít ki, akkor ez az érték normális eloszlású lesz, függetlenül attól, hogy a hatások milyen eloszlásúak voltak önmagukban.

E két ábránk a heti átlagok és szórások eloszlását mutatja. (Az átlagoknál 3, a szórásénál 1 volt a szakaszok intervallum-értéke.)

3. ábra: Az eddigi sorsolások átlag- és szóráseloszlása



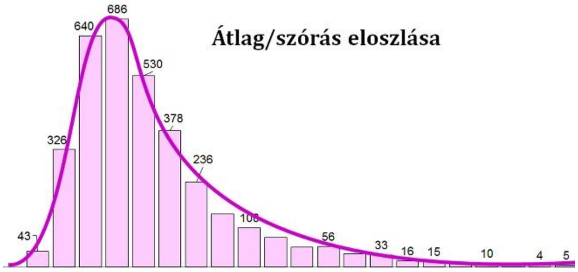
Forrás: Saját szerkesztés. Az átlagok esetében 5, 8, 11…86, 89;
a szórásoknál 5,8, 6,8 ,7,8…38,8, 39,8 intervallumhatárokkal

A heti átlagok módusza 47,6, mediánja 45,2, átlaga pedig 45,18 –; a szórások módusza 22,67, mediánja 22,97, átlaga pedig 22,51, ugyan mindkettő enyhén aszimmetrikus, de a normál eloszlási jellege vitathatatlan. Az enyhe aszimmetriát az is okozhatja, hogy az átlagok legnagyobb értéke, 77,2, tehát a 88-as maximumhoz képest jóval kisebb. De ne feledjük, az eddig 3457 számsor a lehetségesnek mindössze 0,00787%-a! Tehát joggal rajzoltam rájuk egyfajta „burkológörbét”, ami a normál eloszlás görbéje, még ha kis torzulással is. Hogy valóban normál eloszlású, azt igazolja pl. az átlagok esetében, hogy a sokasági 45,5 átlagérték köré egyszer, kétszer, háromszor felmérve a szórások átlagát, a 11,3-at, tized pontossággal teljesül a Gauss-görbe szabálya (zárójelben az elméleti százalékok): az átlagkörüli 1-1 szórási intervallumban helyeződik el az átlagok 66,56%-a (68,27%), kétszeres intervallumban 95,95%-a (95,45), a háromszorosban a 99,97%-a (99,73).

Hogy az átlagok és szórások eloszlása szimmetrikus az nem csoda, hiszen a „sokaság” is szimmetrikus. Könnyen belátható, ha a sokaság normál eloszlású, akkor ezek a statisztikák is normál eloszlásúak, lesznek. Tapasztalatok szerint még a kissé ferde eloszlású sokaságból származó mintákra is jellemző lesz.

Az emberek testsúlya, magassága, sőt még az intelligencia-kvóciense is normál eloszlású.

4. ábra: Az átlag és a szórás hányadosának eloszlás



Forrás: Saját szerkesztés 0,7, 1,3…6,7, 7 intervallumhatárokkal

Csak érdekességként e harmadik ábra a táblázat K oszlopának, azaz az átlag és a szórás hányadosának eloszlását mutatja. Ez bizony annyira aszimmetrikus, hogy egyszerű statisztikai eszközökkel nem „pofozható” normál eloszlásúvá, önálló neve is van: khi-négyzet eloszlás (χ^2).

Akkor tehát hogy lottózunk

Ha támogatni kívánja a sportot, a kultúrát, vagy éppen a fogyatékossággal élőket, akkor töltsön ki szelvényeket, hiszen a bevételek egy részét erre fordítja a SzJ. Zrt (Szerencsjáték Zrt, n.d.-b).

Ha nyerni is szeretne, akkor persze figyelheti, melyik számot, húzták ki gyakran, s azokat játssza meg, mondván, akkor megint ők jöhetnek. Vagy ikszelheti a ritkán szereplőket, hisz be kell hozniuk lemaradásukat.

Némiképpen javíthatja esélyeit, ha ez eddigiek alapján olyan számötösöket játszik meg, melyek átlaga van „lemaradva”, például a 29-31, meg a 43-45 közöttiek közül, figyelembe véve a szórást (az a 161-es oszlop pl. feltöltődésre vár), azaz bízzon a nagy számok törvényében![5]

De legfőképpen a jó szerencséjében!

Konklúzió

Ha a kedves olvasó évközi írásbeliben, esszében, TDK-dolgozatban, diplomamunkában, PhD-aspirantúrában számszerű adatokkal dolgozik, ne elégedjen meg csak az átlagok közzétételével, tegye melléjük azokat a gyönyörűséges statisztikákat, a móduszt, a mediánt, de legfőképpen a szórást!

[5] S, ha e módszerrel nyert, gondoljon a cikk írójára.

Felhasznált források:

Bodó, L. (2004). *Bevezetés a mintavételes statisztikába*. PTE TTK FEEFI.

HRporta (n.d.). *1,9 milliárd a legmagasabb magyar fizetés.* https://www.hrportal.hu/hr/1-9-milliard-a-leg-magasabb-magyar-fizetes-20161018.html Letöltés dátuma: 2023. április 30.

Kehl, D. (2023). *Valószínűségszámítás és statisztika*. https://valstat.ktk.pte.hu/

KSH (2023a. április 26.). *GYORSTÁJÉKOZTATÓ. Keresetek, 2023. február.* https://www.ksh.hu/gyorstajekoztatok/ker/ker2302.html

KSH (2023b. szeptember 26.) *Népszámlálás 2022: ismertette a végleges adatokat a KSH*. https://nepszamlalas2022.ksh.hu/

KSH (n.d.). *14.8.1.3. Egy főre jutó bruttó munkajövedelem jövedelmi tizedek (decilisek) szerint [forint/fő/év].* https://www.ksh.hu/stadat_files/jov/hu/jov0003.html Letöltés dátuma: 2023. április 30.

Szerencsejáték Zrt. (n.d.-a). *Korábbi nyerőszámok*. https://bet.szerencsejatek.hu/jatekok/otoslotto/szamstatisztika Letöltés dátuma: 2023. május 1.

Szerencsjáték Zrt. (n.d.-b). *TÁRSADALMI ÉRTÉKTEREMTÉS*. https://rolunk.szerencsejatek.hu/hu/tarsadalmi-ertekteremtes Letöltés dátuma: 2023. május 1.