

N-SZEMÉLYES OLIGOPOL JÁTÉK KÖRNYEZETSZENNYEZŐ JÁTÉKOSOKKAL II.¹

SZIDAROVSKY FERENC – MATSUMOTO AKIO – MOLNÁR MÁRK

Chuo University, Tokyo – ELTE GTK

Környezetszennyező játékosokból álló oligopol játékot vizsgálunk, amikor a szennyezés egy részét a játékosok saját maguk ártalmatlanítják. A termék-mennyiségeken kívül a közömbösítési ráta is a játékosok stratégiai változója, amelyhez szükséges technológia biztosításának a költsége is szerepel a játékosok profitfüggvényében. Alkalmos feltételek mellett az egyértelmű egyensúly-pont létezését bizonyítjuk be, valamint meghatározására egy monoton egyváltozós egyenletet oldunk meg. Gradiens dinamikát feltételezve az egyensúly-pont aszimptotikusan stabilis. A dolgozat a Szidarovszky et al. (2024) tanulmány folytatása.

1 Bevezetés

Az oligopol játékok területe az egyik leggyakrabban kutatott gazdaságmodellezési kérdés, ahol a játékosok termelővállalatok. A kutatások Cournot (1838) munkájával kezdődtek, majd a téma hatalmas fejlődésen ment keresztül. A statikus egyensúlypont vizsgálatán kívül számos érdekes piaci modellváltozatot vezettek be a szakterületen, ezekről Okuguchi és Szidarovszky (1999) ad egy (nem teljes) képet. Az utóbbi évtizedekben környezetvédelmi kérdéseket is bevontak a kutatásba. Különösen érdekes a Segerson (1988) által kidolgozott elmélet, amely arra a gyakori esetre vonatkozik, amikor a kormány képtelen a vállalatok egyéni szennyező kibocsátásait meghatározni, így egy egységes büntetési (jutalmazási) rendszert alkalmaz.

A problémát, annak aktualitása és komplexitása miatt az elmúlt időszakban számos publikációban vizsgálták kutatók. Katsoulacos és Xepapadeas (1995) egy Cournot-típusú iparágban vizsgálta az optimális adó összefüggését a piaci szerkezettel, a belépők számának korlátozása, illetve feloldása esetén. A szerzőpáros eredményei szerint szabad belépés mellett a társadalmi jólétet maximalizáló adókulcs racionálisan meghaladhatja a marginális környezeti kárt („túlinternalizáció”), hogy ellensúlyozza a belépésből származó, piaci részesedést kisajátító externáliát. Rögzített számú vállalat mellett a klasszikus második legjobb megoldás logikája érvényesül a tökéletlen versenyben. A tanulmány elemzi, miként alakítja át a stratégiai interakció és a belépés szabadsága a Pigou-féle kibocsátási adók szintjét. Conrad (1993) művében vizsgálja, hogy nemzetközi kontextusban a kormányok a környezetvédelmi

¹Beérkezett 2024. október 31. DOI: <https://doi.org/10.15170/SZIGMA.56.1300>. E-mail: molnar.mark@gtk.elte.hu.

adókat (vagy ártalomcsökkentési támogatásokat) nemcsak a szennyezés árazására, hanem a hazai vállalatok profitjának növelésére is használhatják. Dolgozata szerint a kormányzati szakpolitika következtében az emissziós adók torzítottan magasak vagy alacsonyak lehetnek a tényleges környezeti károkhoz képest, a külkereskedelmi stratégiai megfontolásoktól függően. A modell magyarázatot ad arra, miért jelennek meg gyakran a kibocsátási adók mellett támogatások is, amelyek enyhítik a versenyképességi hátrányokat. Az elemzés jól megalapozza a „piszkos” iparágak határokon átnyúló szabályozási játékeinak vizsgálatát (Molnár et al., 1995). Sartzetakis (1997) dolgozatában megmutatja, hogy még ha a kibocsátási engedélyek piaca tökéletesen versenyző is, a termékpiaci oligopólium hatására a termelési arányok torzulhatnak a vállalatok között, így a kvótakereskedelem nem feltétlenül eredményez optimális jóléti megoldást. Az adott kibocsátási plafon mellett a csökkentés továbbra is költséghatékonyan valósul meg, de a piaci erő jelenléte megváltoztatja a kibocsátást és a jólétet. A cikk feltérképezi, mikor jobb a kvótakereskedelem a szabványoknál vagy adóknál, és mikor nem. A munka fontos hivatkozási alap a kibocsátási engedélyek és a stratégiai termelési döntések összefüggésében (ld. pl. Molnár et al., 2002a). Fowlie (2009) olyan oligopolisztikus iparágakat vizsgált, ahol csak a létesítmények egy része szabályozott, és azt találta, hogy a piaci részesedés eltolódhat a szabályozatlan (gyakran szennyezőbb) termelők felé, ami szivárgást okozhat, és akár növelheti is az összkibocsátást. Az árampiacra épített modellben a szerző számszerűsíti, hogy az eszközválasztás és a szabályozás szigorúsága miként befolyásolja a „szivárgást” és a jólétet. A tanulmány megmutatja, hogyan vezethet kontra-produktív eredményekhez a részleges lefedettség vagy a rosszul megtervezett büntetések rendszere koncentrált piacok esetében. Benckroun (1998) egy dinamikus oligopóliumban vizsgálta, hogy szennyezési externáliák mellett létezik-e időben állandó kibocsátási adó, amely decentralizálja a társadalmilag optimális termelési (és szennyezési) pályát, függetlenül a vállalatok stratégiai viselkedésétől. Az eredmény konstruktív, a szerző benchmarkot kínál az emissziós büntetések beállításához, amely hosszú távon is optimális jóléti ösztönző. A tanulmány kiemeli, hogy az állandó büntetések akkor is működhetnek, ha nincs tiszta verseny, és a piaci helyzet időben változó. Montero (2009) megmutatja, hogy a vállalatok piaci erő birtokában képesek lehetnek a kvótaárak manipulálására, és nettó vevői vagy eladói pozíciójuk a szennyezési jogok piacán attól függ, hogy milyen az outputpiaci pozíciójuk, mi a környezetvédelmi preferenciájuk. Az ilyen magatartás alááshatja a kvótakereskedelem hatékonyságát, ezt a szabályozás feladata (pl. aukciós szabályok, pozíciókorlátok formájában) korlátozni. A cikk az elméleti megközelítést empirikus elemzéssel egészíti ki (az amerikai SO_2 -kibocsátás piac példáján keresztül), és rámutat, mikor a legnagyobb a piaci erő jelentősége. Amir (2018) Montero keretrendszerére építve összehasonlítja a kibocsátási szabványokat és az emissziós adókat Cournot-típusú oligopóliumban, lineáris keresleti függvényt és kvadratikus ártalomcsökkentési költségeket feltételezve, eredményeiben rámutat a vállalati eszközállomány és a $K+F$ ösztönzők, illetve az iparági kibocsátás közötti összefüggésekre. Egyértelmű feltételeket

fogalmaz meg arra, mikor teljesít jobban a teljesítményalapú szabvány (az intenzitás túllépésének büntetése), és mikor az egyszerű kibocsátási adó. A tanulmány nagyon hasznos gyakorlati útmutatást is kínál a szabályozási eszközök megválasztásához (Molnár et al., 2002b)

A környezetgazdaságtanban alkalmazott szabályozóeszközök alapvető funkciója, hogy a gazdasági szereplők döntéseiben érvényre juttassák a környezeti externáliák társadalmi költségeit. Az árjellegű eszközök, mindenekelőtt a környezetvédelmi adók és díjak, a szennyezés pénzügyi terhének növelésével ösztönzik a kibocsátás csökkentését, illetve a tisztább technológiák alkalmazását. A piaci alapú eszközök, például a kibocsátási engedélyek kereskedelmi rendszerei, egy összesített kibocsátási plafon rögzítésével biztosítják a környezetpolitikai cél teljesülését, miközben a csökkentés költségét a vállalatok közötti hatékony elosztást biztosítva minimalizálják (Molnár, 1997). Ezzel szemben az adminisztratív eszközök, így a technológiai előírások és emissziós szabványok, közvetlenül szabják meg a kibocsátás megengedett mértékét vagy a felhasználható technológia típusát, gyakran kisebb rugalmasság mellett. Végül a pozitív ösztönzők, mint a beruházási támogatások vagy adókedvezmények a környezetbarát beruházások és innováció előmozdítását célozzák. A szabályozási eszközök optimális megválasztása és kombinációja a környezeti hatékonyság, a gazdasági költségek minimalizálása és az intézményi megvalósíthatóság közötti kompromisszum eredménye. A fentiekről kiváló áttekintést ad Kocsis (2002).

A vállalatok környezeti teljesítménye a szakirodalomban (lásd pl. Harangozó, 2008) rendszerint azon képességük mércéjeként jelenik meg, hogy működésük során miként képesek a környezeti terhelés mérséklésére és a fenntarthatósági követelmények teljesítésére. Szűkebb értelemben a környezeti teljesítmény a vállalat kibocsátásainak, erőforrás-felhasználásának és hulladéktermelésének alakulását, valamint ezek javítására tett intézkedéseket foglalja magában. Tágabb kontextusban ide tartozik a környezetvédelmi jogszabályoknak való megfelelés, a környezetbarát technológiák és folyamatok bevezetése, továbbá a környezeti szempontok integrálása a vállalat stratégiájába és beszállítói láncába. A modern vállalatértékelésben a környezeti teljesítmény egyre inkább az ESG-mutatók részévé válik, és a befektetői döntéshozatalban, valamint a társadalmi megítélésben is meghatározó szerepet játszik (Harangozó et al., 2019).

A jelen dolgozat előzményének tekinthető dolgozatban (Szidarovszky et al., 2024) a vállalatok profitfüggvényei a bevételek és termelési költségeken kívül tartalmazzák a büntetés (jutalmazás) mértékeit és az egyéni közömbösítési költségeket. A közömbösítési rátát, vagyis a környezeti teljesítmény egy fontos mutatóját adottságként kezelték. Így minden játékos egydimenziós stratégiával, a termelt termékmennyiséggel rendelkezett.

A játékosok célja a nyereség maximalizálása volt úgy, hogy optimális termelési stratégiát választva, a szennyezéskibocsátásra vonatkozó büntetés és/vagy jutalmazás figyelembevételével döntenek a közömbösítési rátáról is.

Ebben a dolgozatban (az első résztől eltérően) a közömbösítési rátát is a játékosok stratégiájaként kezeljük, így minden játékos kétdimenziós stra-

tégiával rendelkezik. A Szidarovszky et al. (2024) dolgozatban használt Selten–Szidarovszky-féle technika (Selten (1970), Szidarovszky (1970)) itt is hasznosnak bizonyul, kimutatjuk, hogy a válaszfüggvények esetében az optimális termékmennyiség és a közömbösítési ráta között egyértelmű kapcsolat található, így valójában csak a termékmennyiségekre vonatkozó döntésre lehet visszavezetni az egyensúlypont létezésének, egyértelműségének igazolását és meghatározásának módszerét, vagyis az jóval egyszerűbben meghatározható.

Az egyensúlypont meghatározása nagyon fontos lépés, hiszen lehetővé teszi a gazdaságpolitika, illetve környezetvédelem számára adott szabályozási környezetben a várhatóan bekövetkező (gazdaságilag hatékony) szennyezési szint meghatározását, vagy egy kívánatos szennyezési szinthez az azt célzó optimális (vagyis legkisebb költséggel járó) környezetvédelmi szabályozás kialakítását.

2 A matematikai modell

Egy N -személyes oligopol játékot vizsgálunk lineáris ár- és költségfüggvényekkel, ahol a játékosok a termelés során szennyezést is kibocsátanak, amelynek egy részét saját maguk közömbösítik. A játékosok stratégiája két elemből áll: egyrészt az előállított termékmennyiség, másrészt pedig a szennyezés közömbösítési rátája.

A matematikai modellben a következő függvények és paraméterek szerepelnek. A k -ik játékos által előállított termékmennyiség x_k , amellyel $e_k x_k$ szennyeződést is kibocsát, ahol e_k a termelés fajlagos szennyezési (emissziós) tényezője. Ennek $\alpha_k e_k x_k$ részét saját maga közömbösíti, így $(1 - \alpha_k) e_k x_k$ mennyiség kerül ki a környezetbe. A teljes termékmennyiség $S = \sum_{k=1}^N x_k$, a teljes szennyezéskibocsátás pedig $\bar{S} = \sum_{k=1}^N (1 - \alpha_k) e_k x_k$. A kormány megjelöl egy E elfogadható együttes szennyezéskibocsátást, ha a játékosok ennél többet engednek ki a környezetbe, akkor azonos büntetést kapnak, ha pedig kevesebbet, akkor azonos jutalmat. Ezek mértéke

$$\varepsilon \left(\sum_{k=1}^N (1 - \alpha_k) e_k x_k - E \right),$$

ahol $\varepsilon > 0$ a kormány által meghatározott tényező. Egységnyi szennyezés közömbösítése a k -ik játékosnál γ_k költséget jelent. Az α_k technológiai tényező biztosítása egységnyi időre vonatkoztatva $A_k \alpha_k^2 + B_k$ költséget jelent, ahol $A_k > 0$.

A környezetgazdaságtanban gyakori és gyakran ésszerű feltételezés, hogy a kibocsátáscsökkentési költségek kvadratikusan nőnek. A kvadratikusság a költségfüggvény jól tükrözi a növekvő határköltséget, amely a kibocsátáscsökkentés egyik legfontosabb empirikus jellemzője. A kezdeti csökkentés olcsóbb: a vállalatok kis költséggel tudnak javítani (pl. hatékonyságnöveléssel). A további csökkentések egyre drágábbak: a könnyen elérhető lehetőségek után már komolyabb technológiai vagy üzemi változásokra van szükség.

Ha

$$p(S) = A - BS, \quad (A, B > 0)$$

az előállított termék egységára, és

$$C_k(x_k) = a_k x_k + b_k, \quad (a_k, b_k > 0)$$

a k -ik játékos költségfüggvénye, akkor a k -ik játékos kifizetőfüggvénye:

$$\begin{aligned} \varphi_k = x_k(A - BS) - (a_k x_k + b_k) - \varepsilon \left(\sum_{l=1}^n (1 - \alpha_l) e_l x_l - E \right) - \\ - \gamma_k \alpha_k e_k x_k - (A_k \alpha_k^2 + B_k). \end{aligned} \quad (1)$$

Az első tag a bevétel, a második a termelési költség, a harmadik az esetleges büntetés (juttalom) mértéke, a negyedik tag a szennyeződés tisztítási költsége. Az utolsó tag pedig a tisztítási technológia biztosításának a költsége. A k -ik játékos kifizetőfüggvénye kétváltozós a játékos szempontjából, vagyis rögzített paraméterértékek és a többi játékos stratégiái mellett x_k és α_k függvénye.

Minthogy $x_k \rightarrow \infty$ esetén $\varphi_k \rightarrow -\infty$, és $0 \leq \alpha_k \leq 1$, a φ_k függvény mint x_k és α_k függvénye rendelkezik véges maximummal, ami φ_k szigorú konkávitása miatt egyértelmű.

3 Az egyensúlypont meghatározása

Az egyensúlypont ebben a helyzetben azért érdekes és fontos, mert azt az egyensúlyi magatartásvektort mutatja, amelyik a szakpolitikai célok teljesülését stabilan és hatékonyan biztosítja.

Könnyen látható, hogy

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial x_k} = (A - BS) - Bx_k - a_k - \varepsilon(1 - \alpha_k)e_k - \gamma_k \alpha_k e_k, \quad (2)$$

és

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial \alpha_k} = \varepsilon e_k x_k - \gamma_k e_k x_k - 2A_k \alpha_k, \quad (3)$$

így a másodrendű parciális deriváltak

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi_k}{\partial x_k^2} &= -2B, \\ \frac{\partial^2 \varphi_k}{\partial \alpha_k \partial x_k} &= (\varepsilon - \gamma_k)e_k, \\ \frac{\partial^2 \varphi_k}{\partial \alpha_k^2} &= -2A_k, \end{aligned}$$

tehát φ_k Hesse-mátrixa:

$$H_k = \begin{pmatrix} -2B & (\varepsilon - \gamma_k)e_k \\ (\varepsilon - \gamma_k)e_k & -2A_k \end{pmatrix},$$

ahol $-2B < 0$, és

$$\det(H_k) = 4A_k B - (\varepsilon - \gamma_k)^2 e_k^2.$$

A kétváltozós φ_k függvény szigorúan konkáv, ha

$$(F1) \quad (\varepsilon - \gamma_k)^2 e_k^2 < 4A_k B.$$

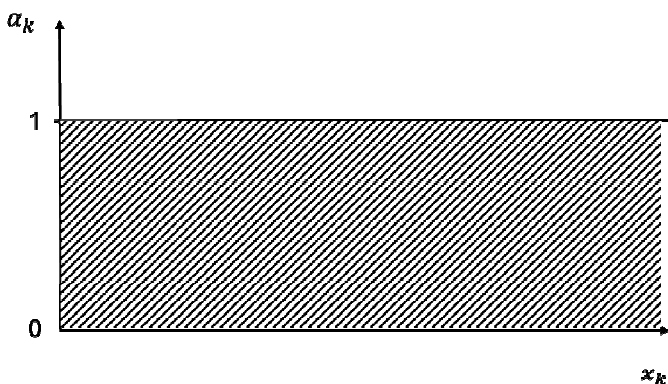
Ez a feltétel biztosítja az egyensúlypont egyértelműségét. A bal oldalon a kormány jutalmazási, illetve büntetési együttthatójának és a fajlagos emissziós költségnek a különbségének és a fajlagos emissziós tényező szorzata található, ennek kell kisebbnek lennie az emissziócsökkentési költségfüggvény paramétere és a keresleti függvény meredeksége szorzatának négyszeresénél, ami egy technológiai-piaci jellemző.

Azt is vegyük figyelembe, hogy racionálisan gondolkodó kormány akkora büntetést szab ki, hogy a játékosoknak megérje a szennyeződést közömbösíteni:

$$(F2) \quad \varepsilon > \gamma_k \quad \text{minden játékos esetén.}$$

A fenti két feltétel érdekes interpretációra ad lehetőséget, hiszen amennyiben a vállalatok ártalmatlanítási rátája javul (növekszik), úgy a stabil és egyértelmű egyensúlyhoz elég kisebb büntetési tételt alkalmaznia a döntéshozónak.

A lehetséges stratégiahalmazt a k -ik játékos esetére az 1. ábra mutatja.



1. ábra. Lehetséges stratégiahalmaz

(i) Tegyük fel, hogy $x_k = 0$. Ekkor

$$\varphi_k = -b_k + \varepsilon E - \varepsilon \sum_{l \neq k} (1 - \alpha_l) e_l x_l - A_k \alpha_k^2 - B_k, \quad (4)$$

amely $\alpha_k = 0$ esetben maximális. Az $\alpha_k = x_k = 0$ esetben

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial \alpha_k} = 0,$$

valamint

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial x_k} = A - BS - a_k - \varepsilon e_k \leq 0,$$

amely akkor állhat csak fenn, ha

$$S \geq \frac{A - a_k - \varepsilon e_k}{B} = S_1. \quad (5)$$

(ii) Tegyük fel, hogy $x_k > 0$, ekkor

$$\left. \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_k} \right|_{x_k=0} \geq 0,$$

azaz

$$S < \frac{A - a_k - \varepsilon_k e_k + (\varepsilon - \gamma_k) \alpha_k e_k}{B}, \quad (6)$$

ahol a jobb oldal nagyobb, mint S_1 . Vegyük észre, hogy $\alpha_k = 0$ esetén

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial \alpha_k} = (\varepsilon - \gamma_k) e_k x_k > 0.$$

Így az optimum esetén $\alpha_k > 0$. Az $\alpha_k = 1$ esetben

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial \alpha_k} = (\varepsilon - \gamma_k) e_k x_k - 2A_k. \quad (7)$$

Ebből is látszik, hogy

$$x_k \geq \frac{2A_k}{(\varepsilon - \gamma_k) e_k} \quad (8)$$

esetén az optimális α_k érték $\alpha_k^* = 1$. Ekkor ugyanis

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial x_k} = A - BS - Bx_k - a_k - \gamma_k e_k,$$

és a stacionárius pontban

$$x_k = \frac{A - a_k - \gamma_k e_k}{B} - S, \quad (9)$$

amelyet (8)-cal egybevetve azt kapjuk, hogy

$$S \leq \frac{A - a_k - \gamma_k e_k}{B} - \frac{2A_k}{(\varepsilon - \gamma_k) e_k} = S_2, \quad (10)$$

ekkor (9) pozitív értéke is biztosított.

Amennyiben $0 < \alpha_k < 1$, akkor (3) alapján

$$x_k = \frac{2A_k \alpha_k}{(\varepsilon - \gamma_k) e_k} \quad (11)$$

és

$$\alpha_k = \frac{(\varepsilon - \gamma_k)e_k x_k}{2A_k}. \quad (12)$$

Ekkor (2) következtében

$$\begin{aligned} & A - BS - Bx_k - a_k - \varepsilon(1 - \alpha_k)e_k - \gamma_k \alpha_k e_k = \\ & = A - BS - Bx_k - a_k - \varepsilon e_k + \frac{(\varepsilon - \gamma_k)^2 e_k^2 x_k}{2A_k} = 0, \end{aligned}$$

amelyből

$$x_k = \frac{A - BS - a_k - \varepsilon e_k}{B - \frac{(\varepsilon - \gamma_k)^2 e_k^2}{2A_k}}. \quad (13)$$

A továbbiak leegyszerűsítésére szigorítsunk az (F1) feltételen:

$$(F3) \quad (\varepsilon - \gamma_k)^2 e_k^2 < 2A_k B.$$

Az (F3) feltétel hiányában a (13) nevezőjében nulla is lehet, és az egyensúly nem meghatározható ebben az esetben, valamint negatív értéket is felvehet, ami az x_k definíciója miatt nem értelmes. Ekkor a nevező nagyobb, mint $B - \frac{2A_k B}{2A_k} = 0$.

Az x_k nemnegativitása akkor teljesül, ha $S \leq S_1$. Vegyük észre, hogy $\alpha_k = 1$ mellett most $\frac{\partial \varphi_k}{\partial \alpha_k} \leq 0$, így a (7) és (13) relációkat kombinálva azt kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} A - BS - a_k - \varepsilon e_k & \leq \left(B - \frac{(\varepsilon - \gamma_k)^2 e_k^2}{2A_k} \right) \frac{2A_k}{(\varepsilon - \gamma_k)e_k} = \\ & = \frac{2A_k B}{(\varepsilon - \gamma_k)e_k} - (\varepsilon - \gamma_k)e_k. \end{aligned}$$

Így

$$S \geq \frac{1}{B} \left(A - a_k - \varepsilon e_k - \frac{2A_k B}{(\varepsilon - \gamma_k)e_k} + (\varepsilon - \gamma_k)e_k \right) = S_2. \quad (14)$$

Kimutatjuk ezután, hogy $S_2 < S_1$, hiszen az (F3) feltétel alapján

$$S_1 - S_2 = \frac{2A_k}{(\varepsilon - \gamma_k)e_k} - \frac{(\varepsilon - \gamma_k)e_k}{B} = \frac{2A_k B - (\varepsilon - \gamma_k)^2 e_k^2}{B(\varepsilon - \gamma_k)e_k} > 0$$

A fentiek alapján x_k mint S függvénye a következőképpen írható le. Ha $S \geq S_1$, akkor $x_k(S) = 0$, $\alpha_k(S) = 0$. Ha $S \leq S_2$, akkor

$$x_k(S) = \frac{A - a_k - \gamma_k e_k}{B} - S \quad \text{és} \quad \alpha_k(S) = 1,$$

és amennyiben $S_2 \leq S \leq S_1$, akkor

$$x_k(S) = \frac{A - BS - a_k - \varepsilon e_k}{B - \frac{(\varepsilon - \gamma_k)^2 e_k^2}{2A_k}},$$

és $\alpha_k(S)$ értékét (12) szolgáltatja.

Nyilvánvaló, hogy $x_k(S)$ nemnövekvő $S > 0$ esetén és folytonos. Tekintsük végül a

$$H(S) = \sum_{k=1}^N x_k(S) - S = 0 \quad (15)$$

egyenletet. Vegyük észre, hogy $H(0) \geq 0$, valamint $x_k(S)$ felülről korlátos, így $\lim_{S \rightarrow \infty} H(S) = -\infty$. Minthogy $H(S)$ szigorúan csökkenő, a (15) egyenletnek pontosan egy S^* megoldása van.

1. tétel. Jelölje S^* a (15) egyenlet megoldását.

(a) $S^* > S_1$ esetén $x_k = \alpha_k = 0$;

(b) $S_2 \leq S^* \leq S_1$ esetén x_k értékét (13), α_k értékét pedig (12) adja;

(c) $S^* < S_2$ esetén x_k értéke (9) szerint adódik, és $\alpha_k = 1$.

4 Stabilitásvizsgálat

Gradiens dinamikát feltételezve az

$$\dot{x}_k(t) = K_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_k}, \quad \dot{\alpha}_k(t) = L_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial \alpha_k} \quad (k = 1, 2, \dots, N) \quad (16)$$

differenciálegyenlet-rendszert vizsgáljuk, ahol K_k és L_k pozitív konstansok. Vegyük észre, hogy az

$$f_k = K_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_k} \quad \text{és} \quad g_k(t) = L_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial \alpha_k}$$

jelölésekkel

$$\frac{\partial f_k}{\partial x_k} = -2BK_k, \quad \frac{\partial f_k}{\partial \alpha_k} = (\varepsilon - \gamma_k)e_k K_k$$

$$\frac{\partial f_k}{\partial x_l} = -BK_k, \quad \frac{\partial f_k}{\partial \alpha_l} = 0 \quad (l \neq k),$$

valamint

$$\frac{\partial g_k}{\partial x_k} = (\varepsilon - \gamma_k)e_k L_k, \quad \frac{\partial g_k}{\partial \alpha_k} = -2A_k L_k$$

$$\frac{\partial g_k}{\partial x_l} = \frac{\partial g_k}{\partial \alpha_l} = 0 \quad (l \neq k).$$

A (16) rendszer Jacobi-mátrixának leírásához vezessük be a következőket:

$$\mathbf{M} = \text{diag}(K_1, L_1, K_2, L_2, \dots, K_N, L_N),$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \overline{\mathbf{H}}_1 & & & \\ & \overline{\mathbf{H}}_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \overline{\mathbf{H}}_N \end{pmatrix},$$

ahol

$$\overline{\mathbf{H}}_k = \begin{pmatrix} -B & (\varepsilon - \gamma_k)e_k \\ (\varepsilon - \gamma_k)e_k & -2A_k \end{pmatrix},$$

valamint $\mathbf{B} = (b_{ij})$, ahol

$$b_{ij} = \begin{cases} -B, & \text{ha } i \text{ és } j \text{ páratlan,} \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}$$

A (16) rendszer Jacobi-mátrixa

$$\mathbf{J} = \mathbf{M}(\mathbf{B} + \mathbf{D}).$$

Valamennyi $\overline{\mathbf{H}}_k$ mátrix negatív definit, mert $-B < 0$ és (F3) alapján

$$\det(\overline{\mathbf{H}}_k) = 2A_k B - (\varepsilon - \gamma_k)^2 e_k^2 > 0.$$

A $\mathbf{z} = (x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_N, y_N)$ jelöléssel a $\mathbf{B}$ mátrix kvadratikus alakja

$$\mathbf{z}^T \mathbf{B} \mathbf{z} = -B \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2 \leq 0.$$

Ezek alapján a $\mathbf{D}$ mátrix negatív definit és $\mathbf{B}$ negatív szemidefinit, így $\mathbf{D} + \mathbf{B}$ negatív definit. Minthogy $\mathbf{M}$ pozitív definit, Szidarovszky és Bahill (1998) 4.9. tétele szerint $\mathbf{J}$ összes sajátértékének a valós része negatív. Ezért kimondhatjuk az alábbi tételt:

2. Tétel. *Az (F2), (F3) feltételek mellett a (16) rendszer egyensúlypontja aszimptotikusan stabilis.*

5 Összegzés

A dolgozatban az előzményként szolgáló kutatáshoz képest megvizsgáltuk azt az esetet, amikor a játékosok stratégiája többdimenziós, a termelés mellett tartalmazza az ártalomcsökkentés mértékét is, amely a szereplők autonóm döntése. A Selten–Szidarovszky eljárás segítségével a piaci egyensúly meghatározása lehetővé vált kizárólag a termelési döntési változó alapján, így jelentősen egyszerűsítve a probléma megoldását. Az egyensúly meghatározása után vizsgáltuk a stabilitást, és megmutattuk azt, hogy az legalább aszimptotikusan teljesül.

Az egyensúlypont meghatározása nagyon fontos lépés, hiszen lehetővé teszi a gazdaságpolitikai, illetve a környezetvédelem számára adott szabályozási környezetben a várhatóan bekövetkező (gazdaságilag hatékony) szennyezési szint meghatározását, vagy egy kívánatos szennyezési szinthez az azt célzó optimális (legkisebb költséggel járó) környezetvédelmi szabályozás kialakítását. Az aszimptotikus stabilitás pedig biztosítja, hogy ezt a szennyezési szintet a piac hosszabb időtávon megközelíti, és ennek környezetében marad.

Irodalom

1. Amir, R. (2018). On the environmental regulation of oligopoly markets. *Journal of Public Economic Theory*, 20(4), 565–575.
2. Benckekroun, H. (1998). Efficiency inducing taxation for polluting oligopolists. *Journal of Public Economics*, 70(3), 325–342.
3. Conrad, K. (1993). Taxes and subsidies for pollution-intensive industries as trade policy. *Journal of Environmental Economics and Management*, 25(2), 121–135.
4. Cournot, A. (1838). *Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses*, Hachette Paris (English Translation (1961) *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*, Kelley, New York).
5. Fowlie, M. (2009). Incomplete environmental regulation, imperfect competition and emissions leakage. *American Economic Journal: Economic Policy*, 1(2), 72–112.
6. Harangozó, G. (2008). Mitől zöld egy vállalat – avagy mit is jelent a jó környezeti teljesítmény? *Vezetéstudomány*, 39(1), 27–36.
7. Harangozó, G., Csutora, M., Tátrai, T., Vörösmarty, Gy. (2019). A zöld ellátásilánc-menedzsment fejlődése – múlt, jelen és jövő, *Vezetéstudomány*, 50(12), 122–135.
8. Katsoulacos, Y., Xepapadeas, A. (1995). Environmental policy under oligopoly with endogenous market structure. *Scandinavian Journal of Economics*, 97(3), 411–420.
9. Kocsis, T. (2002). Állam vagy piac a környezetvédelemben? A környezet-szennyezés-szabályozási mátrix. *Közgazdasági Szemle*, 49(10), 889–892.
10. Molnár, S., Takács, T. (1995). Energy-economic modelling in Hungary, *Időjárás*, 99(3-4), 419–428.
11. Molnár, S. (1997). Assessment of Mitigation Measures and Programs In Hungary, *Applied Energy*, 56(3-4), 325–339.
12. Molnár, S., Takács, T. (2002a). A climate change action plan for Hungary, *International Journal of Sustainable Development*, 5(1-2), 183–194.
13. Molnár, S., Tajthy, T., Takács, T. (2002b). Renewable energy and sustainable development in Hungary, *International Journal of Sustainable Development*, 5(1-2), 204–223.
14. Montero, J. P., (2009). Market power in pollution permit markets. *Energy Journal*, 30(2), Special Issue, 115–142.
15. Okuguchi, K., Szidarovszky F. (1999). *The Theory of Oligopoly with Multi-Product Firms* (2. kiadás). Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York.
16. Sartzetakis, E. S. (1997). Tradable emission permits regulations in oligopolistic markets. *Resource and Energy Economics*, 19(4), 369–385.
17. Segerson, K. (1988). Uncertainty and incentives for nonpoint pollution control. *Journal of Environmental Economics and Management*, 15, 87–98.
18. Selten, R. (1970). *Preispolitik der Mehrproduktunternehmung in der Statistischen Theorie*. Springer-Verlag, Berlin.
19. Szidarovszky F., Matsumoto, A., Molnár S. (2024). N-személyes oligopol játék környezetszennyező játékosokkal, *Sigma*, 55(2-3), 313–320.
20. Szidarovszky F. (1970). *On the Oligopol Game*. Dept. of Math., K. Marx Univ. of Economics, Budapest, Hungary.

21. Szidarovszky F., Bahill, A. T. (1998). *Linear Systems Theory* (2. kiadás), CRC Press, Boca Raton/London.

N-PERSON OLIGOPOLY WITH POLLUTING FIRMS II.

A special oligopoly game is examined which consists of polluting firms. In addition to the produced amounts the individual abatement rates are also decision variables of the firms. In addition to earlier studies the cost of the abatement technology is also included in the payoff functions. Under realistic conditions the existence of a unique equilibrium is proved and a single variable monotonic equation is derived for its computation. Assuming gradient adjustments it is also shown that the equilibrium is asymptotically stable.