

A MAGYAR BANKKÖZI PIACI HÁLÓZAT SZERKEZETI SÉRÜLÉKENYSÉGÉNEK VIZSGÁLATA SZIMULÁCIÓS ESZKÖZTÁRRAL¹

SZINI RÓBERT

Budapesti Corvinus Egyetem

A rendszerkockázat mint a pénzügyi stabilitás egyik kulcsfogalma a huszadik század utolsó két évtizedében került a közgazdasági vizsgálatok előterébe, és csak ezt követően tisztázódott a rendszerkockázat általános fogalma. Tekintettel a pénzügyi rendszerek stabilitásának fontosságára, illetve az azokat alkotó piaci szereplők rendszerkockázati érzékenységére, egyre inkább előtérbe kerültek azon elemzések, melyek egy adott sokk pénzügyi rendszerre gyakorolt hatását, illetve annak tovaterjedését próbálták megragadni. Tanulmányunkban egy többrétegű hálózatot alkalmazó ágens alapú szimulációs modellt mutatunk be, illetve alakítunk át annak érdekében, hogy magyar adatokon számszerűsítve mérjük a hazai rendszerkockázatot, valamint azonosítsuk a rendszerszinten jelentős piaci szereplőket, továbbá bemutassuk azon hálózati szerkezeti jellemzőket, melyek gyengítik a rendszer sokkellenálló képességét. A kapott eredmények szerint a modellben nagyon kicsi annak a valószínűsége, hogy egy adott hitelintézet csődjé legalább egy másik hitelintézet csődjét okozza, és ezen eseményeket jellemzően egy speciális körülmény vagy hálózati szerkezet indukálja, melyekben koncentráltabban valósul meg a rövid és hosszú bankközi kihelyezés.

Kulcsszavak: rendszerkockázat, hálózatelmélet, ágens alapú szimuláció.
JEL kódok: C15, C63, G21, G33

1 Bevezetés

A rendszerkockázat mint a pénzügyi stabilitás egyik kulcsfogalma a huszadik század utolsó két évtizedében került a közgazdasági vizsgálatok előterébe, és csak ezt követően tisztázódott a rendszerkockázat általános fogalma. Habár számos sokszínű definíció létezik a rendszerkockázatot illetően, valamennyi közös vonása, hogy a pénzügyi rendszerek törékenységére és instabilitására utalnak. Bartholomew – Whalen [1995] szerint annak a valószínűségét jelenti a rendszerkockázat, hogy a pénzügyi rendszerbe vetett bizalom megrendül, míg Schwartz [1995] szerint a pénzügyi krízishelyzetet a fizetési és elszámolási rendszerek nem megfelelő működése jelenti. Kaufman [1999] szerint akkor beszélhetünk rendszerkockázatról, ha annak a valószínűségét vizsgáljuk, hogy egy adott rendszeren belüli intézmények láncolatában folyamatos veszteség-halmozódással jár egy adott esemény bekövetkezése. Boss et al. [2003]

¹Beérkezett 2020. november 30. E-mail: robert.szini@gmail.com.

alapján pedig a rendszerkockázat nem más, mint a pénzügyi közvetítő rendszer zavarát okozó inszolvenca tovaterjedése. A számos rendszerkockázati definíciót De Bandt – Hartmann [2000] próbálja meg összefoglalóan elemezni, és a szerzőpáros szerint szűken vett értelemben akkor beszélhetünk rendszerkockázatról, ha egy adott esemény az idő előrehaladtával, az események sorozata révén egy vagy számos intézményre vagy piacra kedvezőtlenül hat. Széles értelemben az eddigieken túl akkor is rendszerkockázatról beszélhetünk, ha számos intézményre és piacra egy adott esemény szimultán hat egy kiterjedt sokk következtében.

A szakirodalom a rendszerkockázatokat jellemzően két csoportra bontja. A pénzügyi közvetítőknél a gazdasági ciklusokkal jellemzően együtt mozgó, de az optimális szinttől valamilyen irányban eltérő kockázati hajlandóságát ciklikus rendszerszintű kockázatoknak nevezik. Továbbá a pénzügyi szereplők közötti hálózatok szerkezetéből, valamint a hálózatot alkotó szereplők kockázatoságából fakadó válságerősítő hatásokat nevezi a szakirodalom strukturális rendszerkockázatoknak. A bankszektoron belüli fertőzés a rendszerkockázat egy részterületének tekinthető, ennek megfelelően a fertőzéssel kapcsolatos szakirodalom szorosan összefügg a rendszerkockázat szakirodalmával. Fertőzés alatt jellemzően azt a jelenséget érti a szakirodalom, amikor egy kezdeti, a gazdaság szűk szféráját érintő sokk hatására legalább egy másik intézmény is csődöt jelent. Tekintettel a pénzügyi stabilitás fontosságára és a bankok rendszerkockázati érzékenységére, fontos annak feltérképezése, hogy a bankrendszert érő sokkok hogyan terjednek tovább egyik bankról a másikra. A bankok egymással szoros kapcsolatban vannak a körkörös hitelszerződéseken, a derivatív ügyleteken, a mérlegen kívüli kitettségeken, valamint a fizetési és elszámolási rendszereken keresztül, melyek a fertőzés meghatározó közvetítő közegét képezik. A magas szintű összefonódás miatt pedig fennáll annak a kockázata, hogy néhány kiemelt szereplő csődje a teljes bankszektorra is magával ránthatja. A dominóhatás súlyossága és valószínűsége számos intézményi tényezőtől függ, mint például a bankközi piac koncentráltága, a hálózatának struktúrája, a fizetési és elszámolási rendszerek architektúrája, a bankok limitrendszerének hatékonysága, a kockázatcsökkentő technikák elterjedtsége, valamint a piac fegyelmező ereje.

A 2008-2009-es pénzügyi válságot megelőzően a rendszerkockázati elemzések leginkább a pénzügyi hálózatok alapvető jellemzőinek meghatározására irányultak, melyeket lényegében stabilnak tekintettek, illetve azt vizsgálták, hogy amennyiben egy esetleges külső sokk éri a rendszert, úgy mi történik a hálózat struktúrájával (De Masi et al. [2006], Soramäki et al. [2006], Bech-Atalay [2008]). A pénzügyi válságot követően ugyanakkor bebizonyosodott, hogy a vizsgált pénzügyi hálózatok topológiája akár jelentős mértékben is megváltozhat a rendszert érő külső sokk hatására, továbbá a pénzügyi piacok likviditása és a hálózati jellemzők közötti szoros kapcsolatra is fény derült (Berlinger et al. [2011], Craig-von Peter [2014], Simaan et al. [2020]). Az előzőek fényében a későbbiekben a likviditási sokkok lefutásának és a hálózatok időbeli változási dinamikájának vizsgálata meghatározó kutatási területté vált a pénzügyi hálózatok vizsgálata során.

A fentieket figyelembe véve az utóbbi időkben egyre több kutatás tűzte ki célul egy bankok által alkotott rendszer stressztűrő képességének felmérését, illetve egy adott piaci sokk hatásának a rendszerre, illetve a hálózatot alkotó szereplőkre gyakorolt hatásának vizsgálatát. Ezen célok eléréséhez ugyanakkor a „hagyományos” hálózatelméleti eszközökön túl más típusú modellek és eszközök alkalmazása vált szükségessé. Az ágens alapú szimulációs modellezési technikát leginkább makromodellekben alkalmazza a szakirodalom, ugyanakkor egyre inkább alkalmazzák azt több, egymással erősen összekapcsolt szereplő alkotta rendszerek vizsgálatára és elemzésére is, mint például a hitelintézetek által alkotott bankközi piac.

Jelen cikk vizsgálata és elemzési keretrendszere egy, az Európai Központi Bank által publikált (Montagna-Kok [2016]), a rendszerkockázati szempontból meghatározó piaci szereplők, illetve a kérdéses szereplők alkotta bankközi hálózatok sérülékeny struktúráinak azonosítására alkalmas modelljének magyar adatokon történő számszerűsítéséhez kapcsolódik. A modell újszerűsége abban rejlik, hogy a vizsgált piaci szereplőket többretegű hálózatokon keresztül vizsgálja tekintettel arra, hogy a valóságban a pénzintézetek egymással több módon, több piacon keresztül is kapcsolódhatnak egymáshoz. Továbbá a modell ágens alapú szimulációs technikára is épít, azaz egy, a rendszert érő sokk esetén előre definiált szabályok és algoritmusok mentén a vizsgált piaci szereplők több perióduson keresztül döntéseket hoznak a rövid lejáratú bankközi kihelyezéseik megújítása, illetve az értékpapírportfóliójukban található értékpapírok értékesítése kapcsán annak érdekében, hogy a kötelezettségeiknek eleget tegyenek, illetve teljesítsék a szabályozói követelményeket. A következőkben bemutatjuk, hogy milyen adatforrások segítségével építettük fel a modellben szerepeltetett bankok és bankcsoportok mérlegeinek eszköz- és forrásoldali elemeit, továbbá részletesen kiemeljük, hogy a modell egyes elemei kapcsán az eredeti, Montagna-Kok [2016] modelltől milyen formában térünk el, illetve bővítettük annak elemzési keretét. A kitűzött céloknak megfelelően továbbá ismertetjük a modell segítségével azonosított, rendszer szinten jelentős intézményeket, valamint bemutatjuk azon feltételeket, melyek fennállása potenciálisan sérülékennyé teszi a piaci szereplők alkotta hálózatok struktúráját a rendszert érő sokkokkal szemben.

2 A rendszerkockázat vizsgálata ágensalapú modellek segítségével

A rendszerkockázattal kapcsolatos szakirodalom túlnyomó többsége a pénzügyi rendszer szereplői alkotta bankközi piac hálózatelméleti eszközökkel való vizsgálatán, elemzésén alapul. Ezen elemzések középpontjában olyan hálózatok állnak, melyekben a piaci szereplőket a hálózat csúcsai reprezentálják, a csúcsok közötti élek pedig valamilyen pénzügyi kapcsolatot mutatnak, melyek leginkább a bankközi piaci ügyleteken alapulnak. Azaz a rendelkezésre álló adatok felhasználásával egy-egy adott időpontban előállítható egy hálózat (gráf), amely a piaci szereplők kapcsolatait reprezentálja, és a segítségével

vizsgálható, hogy időben hogyan is változnak az egyes piaci szereplők közötti kapcsolatok, valamint hogyan alakulnak a neves hálózatelméleti mutatószámok. Ugyanakkor ezen hálózatelméleti eszközök leginkább historikus adatok vizsgálatára alkalmasak, így amennyiben egy adott rendszer stressztűrő képességének felmérése, illetve egy adott piaci sokk hatásának a rendszerre, illetve a hálózatot alkotó szereplőkre gyakorolt hatásának vizsgálata a cél, úgy más típusú eszközök alkalmazása válik szükségessé. A fenti célok eléréséhez egy alkalmas eszköz az ágensalapú modellezés lehet, mely módszertant az utóbbi években pénzügyi hálózatok sérülékenységének vizsgálatára egyre gyakrabban alkalmaznak a kutatók.

Az ágens alapú szimulációs modellezési technikát leginkább makromodellekben alkalmazza a szakirodalom, melyekben jellemzően a gazdaság egészét vizsgálják. A makromodellekben jellemzően a reprezentatív szereplők helyett heterogén ágensek jelennek meg (háztartások, vállalatok, bankok stb.), melyek tetszőleges dimenzió mentén különbözhetnek² egymástól. A modell szereplői továbbá tetszőleges szabályok mentén dönthetnek arról, hogy pl. mennyit fogyasszanak vagy termeljenek. Ezen szabályok a modellben egyszerű formula-ként vagy akár algoritmusokként is megjelenhetnek. Továbbá egy ágensalapú makromodellekben periódusok követik egymást, ugyanakkor az események egy perióduson belül nem szimultán, hanem egy sorrendiséget követve történnek. Ez azért lényeges, mert az egyes szereplők kapcsán befolyásolhatjuk a modellezés során, hogy milyen információ³ birtokában hozzák meg a döntéseiket a kérdéses szereplők. Példaként lehet említeni a modern közgazdaságtan főáramához tartozó standard DSGE⁴-modellt is, mint makroökonómiai modellt, mely racionális, autonóm viselkedési szabályok szerint működő szereplőket és piaci egyensúlyt feltételez, továbbá a szereplők racionális viselkedését, illetve az egyes piacok egyensúlyát egyenletek segítségével írja le.

A szakirodalom az ágens alapú szimulációs módszertant a makromodellezés mellett egymással erősen összekapcsolt szereplők alkotta rendszerek vizsgálatára és elemzésére is alkalmazza, mint például a hitelintézetek által alkotott bankközi piac. Habár a bankközi piacok vizsgálata a már említett hálózatelméleti eszközökkel is lehetséges, melyek számos kiforrott módszert nyújtanak a hálózatot alkotó szereplők közül a központi szereplők azonosítására, az ágens alapú modellek a hálózatelméleti eszköztárhoz képest számos új aspektus vizsgálatát teszik lehetővé. Tekintettel arra, hogy a szimulációra építő ágensalapú modellek többperiódusosak, és ezen periódusokon belül az egyes szereplők viselkedését előre definiált viselkedési szabályok határozzák meg, alapvetően különböznek a pénzügyi rendszer több időpontbeli hálózatelméleti reprezentációinak vizsgálatától, melyek mindegyike csak egy-egy adott időpontban képes megragadni a szereplők (gráfok csúcsai) közötti kapcsolatokat.

A már említett, ágens alapú modellezési technikát alkalmazta Grasselli-

²Pl. a fogyasztók eltérhetnek egymástól a jövedelmüket tekintve, vagy a bankok tőke-ellátottságuk tekintetében.

³Pl. a vállalatok nem feltétlenül tudják előre, hogy mennyi terméket tudnak eladni.

⁴dinamikus sztochasztikus általános egyensúlyi

Ismail [2013], és az eredményeik alapján a modellben bankközi piac nélkül sokkal gyakoribb jelenség a banksőd és az oligopol helyzet kialakulása, mint amennyiben a piaci szereplők egymással szoros kapcsolatban lennének a bankközi piacon keresztül. További érdekes kutatási eredmény fűződik Gamba et al. [2014] cikkéhez, melyben a szerzők szintén ágens alapú szimulációs módszertant alkalmaznak. A szerzők célja az egyes szabályozó eszközök és stratégiák vizsgálata volt egy hipotetikus „bankrendszer” vonatkozásában, mely során mind a tőkekövetelmény szigorításával kapcsolatos, mind a likviditási követelményeket befolyásoló szabályozások hatása is vizsgálatra került. Eredményeik szerint a banki hitelezés és profitabilitás, valamint a tőkekövetelmény között egy fordított U alakú kapcsolat tapasztalható. Ez azt jelenti, hogy létezik minden bankra (egyedileg) egy olyan optimális tőkekövetelmény szint, mely kellő biztonságot ad, és amellet maximális hitelezési aktivitást, valamint profitot nyújt. Az ennél magasabb tőkekövetelmény-szint ebből következően káros, visszaveti a bank profitabilitását és a hitelezés mértékét is. Teljesen ellentétes következtetésre jutnak a szerzők a likviditási követelményeket illetően: mivel a likviditási követelmények a bankok lejáratí transzformációját módosítják, így az erősebb korlátozás minden esetben visszafogja a bank hitelezését és profitabilitását.

A szakirodalom a hálózatok ágens alapú szimulációs modellekkel történő vizsgálata során megkülönbözteti az egy- és többrétegű rendszereket. A hálózatot alkotó szereplők egymással többféle módon kerülhetnek kapcsolatba, azaz pl. egy-egy eltérő struktúrájú hálózatot alkotnak a hitelintézetek a bankközi piacon történő egymás közötti hitelezés, illetve betételhelyezés kapcsán, továbbá eltérő hálózattal írható le a hitelintézetek az egymás közötti értékpapírpiaci tranzakcióik alapján, melyek mind egy-egy hálózatképzési szempontot (réteget) jelentenek. A szakirodalom túlnyomó többsége ugyanakkor jellemzően olyan ágens alapú modelleket alkalmaz, melyekben a vizsgált szereplők egymással egyetlen dimenzióban kerülnek kapcsolatba, azaz egyetlen hálózat mentén vizsgálják a szereplők közötti kapcsolatokat. Ezen ágens alapú modellekre a szakirodalom jellemzően úgy hivatkozik, mint amelyekben egyrétegű hálózatot⁵ vizsgálnak.

A rendszerkockázati modellezés fókuszba kerülésével, illetve a piaci sokkok lefutásának modellezésének, illetve a fertőzési kockázat feltérképezésének céljával születtek meg az úgynevezett többrétegű hálózatokat⁶ vizsgáló ágens alapú modellek. Többrétegű hálózatok alatt olyan hálózatok alkotja rendszert értünk, melyben az egyes rétegekben ugyanazon csúcsok (piaci szereplők) alkotják a hálózatot, ugyanakkor az egyes csúcsok közötti kapcsolatot reprezentáló élek már nem feltétlenül ugyanazon csúcsok között találhatóak, így ugyanazon csúcsnak a különböző rétegekben más és más szomszédos csúcsai lehetnek. Az egyes rétegek hálózatai közötti kapcsolatot pedig matematikai összefüggések teremtik meg, melyeken keresztül a több hálózatból álló rendszer segítségével részletesebb vizsgálatok végezhetőek az egyrétegű hálózatokhoz képest a rendszer stabilitását illetően. Ezáltal modellezhetővé és vizsgál-

⁵single-layer network

⁶multi-layered network

hatóvá válik az egyes rétegeket érő sokkok más rétegekben lévő hálózatokra gyakorolt hatása az egyes hálózatokat összekötő összefüggéseken keresztüli fertőzés mentén.

A többrétegű hálózati modellezés alkalmazása pénzügyi hálózatok esetén kifejezetten újszerűnek számít, annak ellenére, hogy a valóságban a pénzintézetek egymással több módon, több piacon keresztül is kapcsolódhatnak egymáshoz. Az általunk áttekintett szakirodalmak közül többrétegű hálózatokat ágens alapú szimulációs modellezés során kizárólag Montagna-Kok [2016] alkalmazott. Az ezen tanulmányban közölt modell képezi jelen cikk tárgyát, melyet megfelelő átalakításokkal, magyar hitelintézetek valós adatain szám-
szerűsítettünk.

3 A modellben alkalmazott többrétegű hálózat rétegei és azok funkciói

Montagna-Kok [2016] modelljében a hálózatokat alkotó szereplők mindegyike egy-egy bank, melyek hálózatban betöltött szerepét, illetve viselkedését alapjaiban határozza meg a saját mérlegének szerkezete. Az alkalmazott modell célja a bankok összekapcsoltságának egy többdimenziós térben való vizsgálata, így a szerzők a szakirodalomban szokásos egyrétegű hálózat helyett egy többrétegű hálózatot alkalmaztak modelljükben. Legyen adott N bank, ekkor az általuk alkotott többrétegű hálózatokat a $\theta = (V, X, L)$ kifejezéssel írhatjuk le, ahol V az egyes rétegek hálózatait alkotó csúcsok halmazát, L az egyes rétegek indexeinek halmazát, míg $X = (X^1, X^2, \dots, X^L)$ egy L mátrixból álló halmazt jelöl, ahol $X^t \in \mathbb{R}^{N \times N}$, $t = 1, \dots, L$ mátrixok halmazát jelöli. A továbbiakban $X^t \in \mathbb{R}^{N \times N}$, $t = 1, \dots, L$ jelölje a többrétegű hálózat t -edik rétegében a bankok közötti kapcsolatot leíró szomszédsági mátrixot, mely esetén $X_{ij}^t = 0$, amennyiben a t -edik rétegben i és j csúcsok között nincs él, illetve $X_{ij}^t = 1$, amennyiben a két csúcs között található él, bármely $i, j = 1, \dots, N$, valamint $t = 1, \dots, L$ esetén. A hálózatok éleihez tartozó súlyok mátrixait az egyes rétegek szerepének bemutatása után definiálom.

A Montagna-Kok [2016] által alkalmazott modellben a bankközi piaci szereplők összesen három réteg mentén állnak egymással kapcsolatban, azaz $L = 3$. Természetesen mindhárom rétegben a hálózatok csúcsait ugyanazon bankok halmaza adja, ugyanakkor a köztük levő kapcsolatot reprezentáló élek már nem feltétlenül ugyanazon csúcsok között futnak. A modellben alkalmazott rétegek a következő kockázatokat⁷ hivatottak megragadni:

1. rövid lejáratú bilaterális bankközi kitettségekhez köthető likviditási kockázat

⁷A felsorolt három rétegen kívül számos más réteggel is bővíthető a modell, mint például a hitelek mögött álló fedezetek rétegével, amellyel annak a kockázatát lehetne megragadni, hogy ugyanaz a fedezet két vagy több bank által kibocsátott hitel mögött is állhat, mely értékének csökkenése minden érintett bankot egyszerre érinthet negatívan. A modell több réteggel való bővítésének akadálya leginkább a nyilvánosan elérhető adatok hiányához köthető.

2. hosszú lejáratú bilaterális bankközi kitettségekhez köthető partnerkockázat, valamint finanszírozási kockázat
3. a bankok mérlegében tartott értékpapírokhoz kötődő piaci kockázat.

A modellben a likviditási kockázatot az első réteg ragadja meg, melyben a hálózat i -edik csúcsából j -edik csúcsába vezető él egy rövid lejáratú fedezetlen bankközi kihelyezést jelent i bank által j bank részére, továbbá az él súlya megegyezik a hitel volumenével. Ennek megfelelően likviditási kockázatot j bank fut azáltal, ha i bank nem újítja meg a rövid lejáratú kihelyezést. Az első réteghez hasonlóan a második réteget alkotó hálózat i -edik csúcsából j -edik csúcsába vezető él egy hosszú lejáratú fedezetlen bankközi kihelyezést jelent i bank által j bank részére. Ekkor a j -edik bank csődje ebben a rétegben veszteséget okoz a j bankot hitelező bankoknak (jelen esetben az i -edik banknak), tekintettel arra, hogy csőd esetén teljesen vagy részben a j -edik bank nem képes eleget tenni a kötelezettségeinek. Az i -edik bank által a j -edik bank csődje miatt elszenvedett veszteség pedig az i -edik bank szavatoló tőkéjét fogja csökkenteni a modellben. A harmadik réteg a bankok értékpapírportfóliójához kapcsolódó hálózatot ragadja meg az egyes értékpapírportfóliókban tartott hasonló pénzügyi eszközökön keresztül. Azaz amennyiben két bank ugyanazokba a mark-to-market⁸ módon értékelt pénzügyi eszközökbe fektet be, úgy az a mérlegeik eszközoldalának erős korrelációját vonhatja maga után. Ha az egyik bank nagy volumenben kényszerértékesíti a mindkét bank által tartott pénzügyi eszközöket egy esetleges piaci sokk hatására, úgy az a másik bank számára is veszteséget okozhat a pénzügyi eszköz piaci árának jelentős csökkenésén keresztül. Ezáltal tehát a harmadik réteg a bankok mérlegének eszközoldali összekapcsoltságát, illetve kölcsönös függőségét hivatott megragadni. A modell harmadik rétegét alkotó hálózat i -edik és j -edik csúcsa között akkor fut él, ha az i és j bankok mérlegeiben van hasonló mark-to-market módon értékelt pénzügyi eszköz, továbbá az él súlyát a bankok értékpapírportfóliói átfedésének mértéke adja. Fontos megjegyezni, hogy a sokkok terjedése az első és második rétegben közvetlenül, direkt módon valósul meg, addig a harmadik rétegben a terjedés⁹ közvetett. Itt szeretném megjegyezni, hogy a harmadik réteget tekintve a Montagna-Kok [2016] által fejlesztett modell jelentősen épít a Bluhm-Krahen [2011] által bemutatott modellre, melyben a bankközi piaci szereplők szintén kapcsolatban vannak egymással a mérlegükben tartott értékpapírokon keresztül.

A fentiek alapján a továbbiakban jelölje X^1 a rövid lejáratú, míg X^2 a hosszú lejáratú bilaterális bankközi kitettségek alkotta hálózat szomszédsági mátrixait, míg X^3 azt a szomszédsági mátrixot, amely megmutatja, hogy a

⁸Egy nyitott pozíció aktuális piaci áron történő értékelése, vagyis a feltételes eredmény kiszámítása, amennyiben a pozíció az adott pillanatban zárásra kerülne.

⁹Megjegyezzük, hogy a fentiek alapján a modellben a fertőzés meghatározó közvetítő közegei a bankközi piac és az átfedő értékpapírportfóliók. Ugyanakkor a valóságban több olyan más közvetítő közeg is létezik, melyeket a modell nem kezel. Ilyen közeget alkothatnak a bankok egymás felé fennálló mérlegen kívüli kitettségei, továbbá a derivatív ügyleteken, valamint a fizetési és elszámolási rendszereken keresztüli összekapcsoltság (de Souza et al. [2016]).

modellben szereplő bankok között van-e kapcsolat a mérlegükben tartott hasonló értékpapírokon keresztül. Az előzőekben említetteknek megfelelően a három réteghez tartozó hálózatok mindegyike irányított és súlyozott. A továbbiakban jelölje $X^{1,w}$ és $X^{2,w}$ a rövid és hosszú lejáratú bilaterális bankközi kitettségek alkotta hálózatok éleihez tartozó súlyok mátrixait. Azaz pl. $X_{ij}^{2,w}$ az i -edik bank rövid lejáratú kihelyezésének volumenét mutatja j -edik bank felé. Továbbá jelölje $X^{3,w}$ az átfedő értékpapírportfóliók szerinti hálózat éleihez tartozó súlyok mátrixát, ahol $X_{ij}^{3,w}$ azt mutatja meg, hogy az i és j bankok értékpapírportfóliói milyen mértékben átfedettek. Az egyes piaci szereplők értékpapírportfóliói átfedésének mértékét meghatározó összefüggést (25) a cikk 3.3. fejezetében, a rövid és hosszú lejáratú kihelyezések allokációjával kapcsolatos összefüggésekkel együtt mutatom be.

A Montagna-Kok [2016] által fejlesztett modell magyar adatokon történő számszerűsítése során a bemutatott rétegeket, illetve azok modellben betöltött szerepét módosítás nélkül vettük át a szerzőpáros cikkéből. A modell új rétegekkel¹⁰ való bővítésének lehetőségét megvizsgáltuk, ugyanakkor a szerzőpárhoz hasonlóan arra a következtetésre jutottunk, hogy kizárólag nyilvánosan elérhető adatok alkalmazása mellett erre nincs lehetőség. A következőkben azt mutatjuk be, hogy az egyes rétegeket alkotó hálózatok csúcseinak, azaz a bankoknak hogyan épül fel a mérlege, illetve összevetjük a Montagna-Kok [2016] rendelkezésére álló mérlegadatokat és azok forrását a magyar adatokkal.

3.1 A modellben szereplő bankok mérlegének felépítése

Az előzőekkel összhangban legyen adott N hitelintézet, melyek egymással szoros kapcsolatban vannak a bankközi piacon keresztül. Továbbá tegyük fel, hogy az N hitelintézet az értékpapírpiacra M különböző értékpapírt vásárolhat kereskedési és befektetési céllal. A modellben szereplő hitelintézetek mérlegének eszköz oldala a következő elemekből tevődik össze: rövid és hosszú lejáratú bankközi kihelyezések (jelölje a továbbiakban l^s és l^l), készpénz és készpénznek minősülő eszközök (c), értékpapírok (s) és egyéb eszközök (o).

Ekkor az i -edik hitelintézet mérlegének eszközoldala a következőképp írható fel ($i = 1, \dots, N$):

$$a_i = l_i^s + l_i^l + c_i + s_i + o_i, \quad (1)$$

ahol a_i az i -edik bank eszközeinek értéke (mérlegfőösszege). Hasonlóképp egy adott bank mérlegének forrás oldala a modellben a következő elemekből tevődik össze: rövid és hosszú lejáratú bankközi források (b^s és b^l), saját tőke (e), betétek (d) és egyéb források (r).

Ekkor az i -edik hitelintézet mérlegének forrás oldala a következőképp írható fel ($i = 1, \dots, N$):

$$a_i = e_i + b_i^s + b_i^l + d_i + r_i. \quad (2)$$

¹⁰fedezetek, illetve származtatott ügyletek szerinti rétegek

A (2) összefüggés bal oldalán azért szerepel a_i , mert a mérleg eszköz és forrás oldalának meg kell egyeznie. Jelölje a továbbiakban $k_{ij} (\geq 0)$, $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, M$ az i -edik hitelintézet mérlegében tartott j -edik értékpapír mennyiségét, valamint jelölje p_j a j -edik értékpapír piaci árát. Ekkor az i -edik hitelintézet értékpapír-portfóliójának piaci értéke a következőképp határozható meg:

$$s_i = \sum_{j=1}^M k_{ij} p_j. \quad (3)$$

A p_j paraméter a modellben endogén módon kerül meghatározásra, melynek módszertanát a későbbiekben mutatjuk be. Ahogy a való életben, úgy a modellben is feltesszük, hogy a bankok tőke megfelelési mutatójának egy, a szabályozó által meghatározott küszöbérték felett kell lennie. Az Európai Parlament és a Tanács a hitelintézetekre és befektetési vállalkozásokra vonatkozó prudenciális követelményekről és a 648/2012/EUR rendelet módosításáról szóló 575/2013/EU rendelet (továbbiakban CRR¹¹) 92. cikkének (2) c) pontja alapján a teljes tőke megfelelési mutatót a hitelintézet szavatoló tőkéjének és a teljes kockázattal súlyozott kitétség értékének hányadosaként kell számítani. Jelölje az i -edik bank tőke megfelelési mutatóját γ_i , melyet Montagna-Kok [2016] a következőképp számszerűsít a modellen belül ($i = 1, \dots, N$):

$$\gamma_i = \frac{e_i}{w_i^{ib} (l_i^s + l_i^l) + \sum_{j=1}^M w_j^s k_{ij} p_j + w_i^o o_i}, \quad (4)$$

ahol az egyenlőség jobb oldalán az i -edik hitelintézet saját tőkéjének és a kockázattal súlyozott kitétség értékének hányadosa áll. A fenti összefüggésben w_i^{ib} a bankközi kihelyezésekhez, w_j^s a j -edik értékpapírhoz, míg w_i^o az egyéb eszközökhöz tartozó kockázati súlyt jelöli¹². Jelölje a továbbiakban $\bar{\gamma}$ a szabályozó által elvárt minimális teljes tőke megfelelési mutató szintjét, így a fentiek értelmében $\forall i = 1, \dots, N$ -re teljesülnie kell a következő egyenlőtlenségnek:

$$\gamma_i \geq \bar{\gamma} \quad (5)$$

A hitelintézeteknek a modellben, a valós elvárásokkal összhangban, a tőke megfelelésükre tett elvárás mellett egy, a szabályozó által meghatározott likviditási követelményt is teljesíteniük kell. A likviditási követelmény a tőke megfelelési elváráshoz hasonlóan egyenlőtlenség formájában jelenik meg a modellben, azaz $\forall i = 1, \dots, N$ -re:

$$c_i \geq \beta(d_i + b_i^s). \quad (6)$$

A (6) összefüggés szemléletesen azt jelenti, hogy a vizsgált hitelintézeteknek a mérlegükben legalább annyi készpénzt és készpénznek minősülő eszközt

¹¹Capital Requirements Regulation

¹²Megjegyezzük, hogy a készpénzhez és a készpénznek minősülő eszközökhöz a bázeli szabályozás alapján 0%-os kockázati súly tartozik, ezért a (4) összefüggésben a kockázattal súlyozott kitétség érték számszerűsítése során ez a mérlegtétel nem jelenik meg.

kell tartani, mint amennyi az általa gyűjtött betétek és a rövid futamidejű bankközi kötelezettségek összegének β -szorosa. A modellben β az úgynevezett likviditási paraméter szerepét tölti be, azaz minél magasabb az értéke, annál szigorúbb likviditási követelménynek kell megfelelnie a hitelintézeteknek, mivel rövid forrásaik egyre nagyobb hányadát kell a lehető leglikvidebb eszközökben tartaniuk.

Montagna-Kok [2016] modelljében összesen 50, a tevékenységét az EU-ban végző bank szerepelt, melyek mérlegadatait a bankok éves beszámolóiból, valamint a Bureau van Dijk által a rendelkezésükre bocsátott Bankscope adatbázisából nyerték, mely utóbbi szintén mérleg- és eredménykimutatásokból lett felépítve. A szerzők által alkalmazott mérlegadatok vonatkozási ideje 2011. év vége. Fontos megemlíteni, hogy minden vizsgált bank esetén a három hónapon belüli lejáratú bankközi kihelyezéseket és forrásokat vették rövid lejáratúnak, illetve a három hónapon túli lejáratúakat hosszúnak a modellezésük során. Továbbá tekintettel arra, hogy a bankok által kereskedési és befektetési céllal tartott értékpapír állománya kapcsán csak azok öszsvolumene állt rendelkezésre, valamint az öszsvolumenhez tartozó teljes kockázattal súlyozott kitettség, így azokhoz csak átlagos kockázati súlyt tudtak számolni. Azaz a (4) összefüggésben $w_j^s = w^s$, $j = 1, \dots, M$ értékpapíronként különböző súlyok helyett egyetlen átlagos súlyt használtak.

A következőkben bemutatjuk, hogy a fenti összefüggésekben szereplő paramétereket a magyar hitelintézetek vonatkozásában milyen forrásból nyertük. A modell számszerűsítéséhez szükséges adatok elsődleges forrása az MNB által közzétett, nyilvánosan elérhető Aranykönyv volt. Az MNB 2003-tól minden év december 31-ére vonatkozóan publikálja az általa felügyelt hitelintézetek egyedi, valamint konszolidált adatait, melyek forrása a felügyelt intézmények által elektronikus úton beküldött, év végére vonatkozó felügyeleti adatszolgáltatás. Az adatgyűjtésem során a legfrissebb, 2019. december 31-i adatokat tartalmazó Aranykönyvet használtuk fel. Az Aranykönyv alapján 40 részvénytársasági formában működő hitelintézetet tart nyilván az MNB, melyek közül az elemzés kapcsán nem relevánsakat kizártuk¹³. A nem releváns intézmények kiszűrését követően a továbbiakban 31 felügyelt intézmény képezi az elemzés tárgyát. A 31 hitelintézetből több hitelintézet egy adott bankcsoport tagja. Tekintettel arra, hogy az MNB a hitelintézeti bankcsoportok felügyeletét konszolidált alapon látja el, azaz a különböző tőkemegfelelési és likviditási szabályoknak alapvetően konszolidált, bankcsoporti szinten kell megfelelni, így a 31 részvénytársasági formában működő hitelintézetből az egy bankcsoportoz tartozó hitelintézeteket öszzevontan, a prudenciális konszolidációs körnek megfelelően kezeltük a továbbiakban. Ennek megfelelően az elemzésünk tárgyát 13 hitelintézeti bankcsoport, illetve 6 részvénytársasági formában működő hitelintézet képezi.

¹³Az Agrár-Vállalkozási Hitelgarancia Alapítvány, a Garantiqa Hitelgarancia Zrt., a KELER Központi Értéktár Zrt., a Magyar Export-Import Bank Zrt. és az MFB Magyar Fejlesztési Bank Zrt. speciális funkciót töltenek be a magyar bankszektorban, míg a Porsche Bank Hungária Zrt. pénzügyi vállalkozássá alakult, továbbá az NHB Növekedési és Hitel Bank Zrt. végelszámolás alatt állt. Az előzőeken túl a lakástakarékpénztárak kerültek még kiszűrésre.

Az Aranykönyvből a következő adatokat gyűjtöttük ki: eszközök összesen (a), kötelezettségek és saját tőke összesen (a), készpénz, számlakövetelések központi bankokkal szemben és egyéb látra szóló betétek (c), értékpapírok összesen (s), betétek (d), saját tőke (e). A modell számszerűsítéséhez szükséges egyéb adatokat (bankközi kihelyezések és források futamidő szerint megbontva, tőkemegfelelési mutató, szavatoló tőke és kockázattal súlyozott eszközérték) a felügyelt hitelintézetek saját weboldalán nyilvánosan elérhető 2019. évi éves beszámolóinak mérleg és eredménykimutatásaiból, illetve az úgynevezett harmadik pilléres, a kockázatkezeléssel és tőkemegfeleléssel kapcsolatos nyilvánosságra hozatali követelményeket tartalmazó dokumentumokból gyűjtöttük ki. Megjegyezzük, hogy mind a 19 piaci szereplő esetén a kérdéses dokumentum elérhető volt a megadott időpontra, illetve a bankközi kihelyezések és források futamidő szerinti megbontása kivételével a három megjelölt mutatószám rendelkezésre állt a publikált dokumentumokban, így hiányzó adatok kezelésére nem volt szükség.

A teljes bankközi kihelyezést az éves beszámolóokban megtalálható mérleg eszköz oldalán a hitelintézetekkel szembeni követelések sorról, míg a teljes bankközi forrást a mérleg forrás oldalán a hitelintézetekkel szembeni kötelezettségek sorról nyertük. A bankközi kihelyezések és források futamidő szerinti megbontását a bankok túlnyomó többsége az éves beszámoló kiegészítő mellékletében közölte. Továbbá adatgyűjtésünk során a teljes bankközi kihelyezés és forrás összegén kívül – ahol az rendelkezésre állt – a kapcsolt vállalkozásokkal¹⁴ és az MNB-vel szembeni bankközi követeléseket, illetve a kapcsolt vállalkozások és az MNB által nyújtott bankközi forrásokat is kigyűjtöttük. A kapcsolt vállalkozásokkal kötött bankközi ügyletek volumenének kigyűjtése azt a célt szolgálja, hogy a külföldi tulajdonú leánybankok esetén a teljes bankközi kihelyezést és forrást megtisztíthassuk az anyabankkal vagy az anyabank más leányvállalatával kötött ügyletektől. Az MNB-vel szembeni kötelezettségeket és követeléseket szintén a hitelintézetekkel szembeni összes követelés és kötelezettség tisztítására alkalmaztuk annak érdekében, hogy a modellben felhasznált volumenek a lehető leginkább tükrözzék a valós piaci szereplők között megvalósuló ügyleteket. Jelölje a továbbiakban l_i^{MNB} az i -edik vizsgált hitelintézet MNB felé fennálló bankközi kihelyezését, míg b_i^{MNB} az MNB által az i -edik vizsgált hitelintézetnek nyújtott forrás volumenét, továbbá jelölje l_i^{kv} az i -edik vizsgált hitelintézet kapcsolt vállalkozások felé fennálló bankközi kihelyezését és b_i^{kv} a kapcsolt vállalkozások által az i -edik vizsgált hitelintézetnek nyújtott forrás volumenét. Ekkor az i -edik hitelintézet vonatkozásában a kapcsolt vállalkozások és az MNB által nyújtott forrásoktól, valamint a feljük való kihelyezésektől tisztított bankközi kihelyezés (l_i^t) és forrás (b_i^t) a következőképp kapható meg:

$$l_i^t = l_i - l_i^{kv} - l_i^{MNB}, \quad (7)$$

¹⁴A konszolidált pénzügyi kimutatásokban kapcsolt vállalkozásként azok a felek kerülnek bemutatásra, amelyek közvetlenül vagy közvetetten ellenőrzik az adott társaságot, vagy annak ellenőrzése alatt állnak, továbbá ha az adott társasággal együtt (ideértve az anya-, a leány- és a testvérvállalatokat) közös ellenőrzés alatt állnak, vagy azok felett közös ellenőrzést gyakorolnak.

$$b_i^t = b_i - b_i^{kv} - b_i^{MNB}. \quad (8)$$

Az általunk vizsgált 19 piaci szereplőből 11 külföldi tulajdonú, így a kapcsolt vállalkozásokkal szembeni követeléseket (l_i^{kv}) és kötelezettségeket (b_i^{kv}) ezen hitelintézetek esetében gyűjtöttük ki, míg a 8 hazai tulajdonú piaci szereplő esetében a két értéket egységesen 0-nak vettük. Adatpótlásra nem volt szükség, a kérdéses adatok rendelkezésre álltak az éves beszámolóokban.

A (7) és (8) összefüggések segítségével már előállítható minden vizsgált hitelintézet esetén a kapcsolt vállalkozások és az MNB felé fennálló bankközi követelésektől és kötelezettségektől megtisztított bankközi követelés (l_i^t) és kötelezettség (b_i^t) állománya¹⁵. A modellben ugyanakkor nem a teljes bankközi követelés és kötelezettség jelenik meg, hanem azok futamidő szerint megbontott volumene, azaz az így kapott l_i^t és b_i^t ($i = 1, \dots, N$) tisztított volumeneket rövid (s) és hosszú (l) lejáratú bankközi követelésekre és kötelezettségekre kell bontani, képletesen:

$$l_i^t = l_i^{t,s} + l_i^{t,l}, \quad (9)$$

$$b_i^t = b_i^{t,s} + b_i^{t,l}. \quad (10)$$

Montagna-Kok [2016] modelljében rövid futamidejű bankközi kihelyezések és források alatt a három hónapnál rövidebb futamidejű kihelyezéseket és forrásokat értette, míg a hosszabb kihelyezésként és forrásként a három hónapon túli kihelyezéseket és forrásokat azonosította. Az általunk vizsgált 19 piaci szereplőből összesen 3 kisebb hitelintézet esetén nem állt rendelkezésre futamidő szerinti megbontás, míg 9 esetében rendelkezésre állt a 3 hónapon belüli és túli megbontás mind a forrás, mind a kihelyezés oldalon, ugyanakkor 7 hitelintézet esetén az éves beszámoló kiegészítő melléklete kizárólag éven belüli és túli megbontást közölt. A bankközi piac, mint arra már többen is rámutattak (Lublóy [2004], Berlinger et al. [2011]), a bankok likviditásmenedzsmentjének egyik fontos eszköze, ezért ezen a piacon lényegében a rövid lejáratú bankközi kihelyezések dominálnak, mely értelmében az egyes piaci szereplők leginkább rövid forrást szerezhetnek. Ennek megfelelően a 3 hónapon belüli és túli bontást tekintettük modellezési szempontból megfelelőnek, valamint az említett 9 piac szereplő teljes bankközi kihelyezésének rövid és hosszú lejáraton vett átlagos megoszlását vettük a továbbiakban alapul és vetítettük ki az összes vizsgált szereplőre. A 9 szereplő adataiból nyert arányszámok szerint átlagosan a teljes bankközi kihelyezés 79.72%-a rövid lejáratú, míg 20.28%-a hosszú, így a tisztított bankközi kihelyezések és források formálisan a következőképp határozhatóak meg $\forall i = 1, \dots, N$ -re:

$$l_i^{t,s} = 0.7972l_i^t \quad \text{és} \quad l_i^{t,l} = (1 - 0.7972)l_i^t, \quad (11)$$

¹⁵A tisztítás után arra lehet számítani, hogy az általunk vizsgált szereplők tisztított bankközi követeléseinek és kötelezettségeinek összege egymáshoz viszonylag közel esnek, mivel az így kapott összegek lényegében az egymás felé való kihelyezések volumenét tükrözik. Az általunk kapott teljes bankközi követelés 1.83%-kal magasabb a teljes bankközi kötelezettség összegénél, mely jónak mondható, tekintettel az esetleges adatpótlásokra, valamint arra, hogy a speciális funkciót betöltő hitelintézetek felé fennálló követeléseket és kötelezettségeket nem állt módunkban kiszűrni.

$$b_i^{t,s} = 0.7972b_i^t \quad \text{és} \quad b_i^{t,l} = (1 - 0.7972)b_i^t. \quad (12)$$

Azaz a modellben a tisztított bankközi kihelyezés és forrás minden vizsgált piaci szereplő esetén egyedi, ugyanakkor a kihelyezések és források megoszlása rövid és hosszú lejáraton ugyanaz lesz minden hitelintézet esetén, mivel nyilvánosan egyetlen hitelintézet esetén sem elérhető a valós megoszlás az MNB és a kapcsolt vállalkozások nélkül. Az előzőek értelmében a Montagna-Kok [2016] cikkében közölt, a hitelintézetek mérlegének eszköz és forrás oldalát leíró (1) és (2) összefüggései bővítendőek az MNB, illetve a kapcsolt vállalkozások felé fennálló követelésekkel, illetve kötelezettségekkel, ugyanakkor ennek egyértelműsége miatt külön formálisan jelen cikkben azokat nem közöljük. A fenti módosítások értelmében az általunk számszerűsített modellben változik a piaci szereplők tőkemegfelelési mutatójának (4) számítása is $\forall i = 1, \dots, N$ -re:

$$\gamma_i = \frac{sc_i}{w_i^{ib,s}l_i^{t,s} + w_i^{ib,l}l_i^{t,l} + w_i^{ib,MNB}l_i^{MNB} + w_i^{ib,kv}l_i^{kv} + \sum_{j=1}^M w_j^s k_{ij} p_j + w_i^o o_i}, \quad (13)$$

ahol sc_i az i -edik hitelintézet szavatoló tőkéje, $w_i^{ib,s}$ és $w_i^{ib,l}$ a rövid és hosszú lejáratú bankközi kihelyezések kockázati súlyai, míg $w_i^{ib,kv}$ és $w_i^{ib,MNB}$ a kapcsolt vállalkozásokkal és az MNB-vel szembeni követelések kockázati súlyai. Az említett kockázati súlyok értékeit a már hivatkozott CRR rögzíti, továbbá a (4) és a (13) összefüggések között az is különbség, hogy Montagna-Kok [2016] a számlálóban a saját tőkét vette figyelembe, míg jelen cikkben szavatoló tőke került felhasználásra. Míg a saját tőke egy számviteli fogalom, mely a saját forrást hivatott mutatni egy adott hitelintézet esetén, addig a szavatoló tőke egy olyan vagyonelemet jelent, mely a hitelintézetet érő nem várt veszteségeket hivatott fedezni, valamint egy esetleges csőd vagy felszámolás esetén a hitelezők és befektetők kifizetésére fordítható. A szavatoló tőke alkalmazásának megfelelőségét az előzőek és a CRR 92. cikk (2) c) pontja támasztja alá.

Az értékpapírokhoz rendelő kockázati súlyok (w_j^s) meghatározásához újabb adatgyűjtést végeztünk az általunk vizsgált 19 hitelintézet vonatkozásában. A hitelintézetek éves beszámolójának kiegészítő mellékletében megtalálható az adott hitelintézet mérlegében kereskedési és befektetési céllal tartott értékpapírfajták volumene. Ezen kiegészítő mellékleteket áttekintve egyértelműen látható, hogy a vizsgált piaci szereplők túlnyomórészt állampapírt tartanak mérlegükben és minden más értékpapírfajta volumenben eltörpül az állampapír mellett¹⁶. Montagna-Kok [2016] adathiányra hivatkozva úgy határozta meg a modelljében az értékpapírokhoz tartozó kockázati súlyt, hogy egyetlen általános értékpapír típust feltételezett, amit tarthatnak a hitelintézetek mérlegükben és ehhez egyetlen átlagos kockázati súlyt rendelt. Az általunk vizsgált piaci szereplők mérlegében a rendkívül magas állampapír

¹⁶A kereskedési és befektetési céllal tartott értékpapírok között az állampapírok jellemzően 90% vagy afölötti volument képviseltek a mérlegben tartott összes értékpapír volumenéhez képest.

állomány miatt Montagna-Kok [2016]-hoz hasonlóan az általunk számszerűsített modellben is egyetlen általános értékpapírhoz határoztunk meg kockázati súlyt. Ennek megfelelően a TOP5 piaci szereplő kapcsán gyűjtöttük a kiegészítő mellékletekből a mérlegükben kereskedési és befektetési céllal tartott értékpapír típusokat és volumenüket, majd azokhoz a CRR szerinti kockázati súlyokat rendelve számoltunk egy értékpapírportfólió szintű átlagos kockázati súlyt az 5 szereplőre, majd ezen 5 átlagos kockázati súly átlagaként határoztuk meg a modellben az egyetlen értékpapírhoz tartozó kockázati súlyt. A kapott érték $w^s = w_j^s = 6.82\%$ ($j = 1, \dots, M$ és $M = 1$). A súly rendkívül alacsony voltát az indokolja, hogy a TOP5 piaci szereplő esetén az állampapírok volumenének átlagos aránya a teljes értékpapír volumenhez képest 88% volt, mely 0%-os kockázati súllyal került figyelembevételre. Az (5) összefüggés számszerűsítésénél $\bar{\gamma} = 8\%$ került alkalmazásra, összhangban a CRR elvárásával.

A bankközi források megbontása MNB-vel, kapcsolt vállalkozásokkal és egyéb bankközi piaci szereplőkkel szembeni kötelezettségekre a modellben a bankok által teljesítendő likviditási követelményt megfogalmazó szabályt (6) is módosítja. A modell számszerűsítése során a (6) összefüggésben b_i^s helyett $b_i^{t,s}$ -t alkalmazunk, azaz csak a tisztított, rövid lejáratú bankközi kötelezettségeket vesszük figyelembe, mivel mind az anyabank, mind az MNB által nyújtott források jellemzően hosszabb lejáratúak, így figyelembe vételük nem indokolt. Továbbá a (6) összefüggésben a β paraméter esetén 2%-ot alkalmaztunk, összhangban Montagna-Kok [2016] cikkével, mely esetén minden vizsgált piaci szereplő pénzeszközei fedezték a likviditási követelményüket a szimulációk megkezdése előtt.

3.2 A modell dinamikája

A többretegű hálózatok szerkezetének definiálását, valamint a hálózatokat alkotó bankok mérlegeinek eszköz és forrás oldali tételeinek meghatározását követően az így kapott rendszert a modellben egy sokk éri. A rendszert érő sokk hatására pedig a modell szereplői a modell dinamikájának megfelelő válaszlépéseket tesznek. Montagna-Kok [2016] a rendszert érő sokk után több perióduson keresztül vizsgálják a bankok által adott válaszlépéseket, és minden egyes vizsgált perióduson belül ugyanazon események sorozata valósulhat meg. Az említett periódusokban a következő események történhetnek meg:

1. A t -edik periódus elején, amennyiben egy adott i bank által hitelezett j bank csődöt jelentett a $(t - 1)$ -edik periódusban, úgy amennyiben j bank nem képes eleget tenni a kötelezettségeinek, az i bank a t -edik periódus elején a veszteséget leírja, azaz a szavatoló tőkéje csökken a j -edik bank felé fennálló kitettséggel. Ennek megfelelően csökken a (13) szerinti tőkemegfelelési mutatója.
2. Amennyiben az i bank tőkemegfelelése a szabályozói minimum érték alá esik a partnerének csődje miatt elszenvedett veszteség következtében,

úgy először eldönti, hogy a rövid lejáratú bankközi kihelyezései hány százalékát nem újítja meg.

3. Ha az i bank rövid lejáratú bankközi kihelyezéseinek egy részét nem újítja meg, és még így sem képes teljesíteni a tőke megfelelés elvárt szintjét vagy a likviditási követelményt, vagy nem képes minden kötelezettségének eleget tenni, úgy értékpapír portfóliójának egy részét értékesíti.
4. Ha az adott i bank rövid lejáratú bankközi kihelyezései megújításának elmaradása és akár a teljes értékpapír portfóliójának értékesítése sem elég ahhoz, hogy kötelezettségeinek eleget tegyen, vagy nem tud megfelelni a két szabályozói elvárásnak, úgy csődöt jelent.
5. A t -edik periódusból $t + 1$ -edik periódusba lépve pedig ismétlődnek az 1-4. pontokban felsorolt lépések mindaddig, míg újabb bank csődjére nem kerül sor.

A fenti felsorolás második pontja kapcsán egy adott i bank először arról dönt, hogy a rövid lejáratú bankközi kihelyezéseinek hány százalékát nem újítja meg. A modellben az indokolja, hogy először a bankközi kihelyezések megújításáról döntenek a bankok, majd csak azt követően az értékpapírok eladásáról, hogy a bankközi kihelyezéseket nem megújítani olcsóbb, mint értékesíteni az értékpapírjaikat, tekintettel arra, hogy a nagy volumenű értékesítés miatt csökkenhet az adott értékpapír piaci ára. Ennek megfelelően pedig a mérlegében tartott fennmaradó értékpapír állomány értéke is csökken. Az előzőeknek megfelelően egy adott i ($i = 1, \dots, N$) bank esetén a likviditási követelmény teljesítéséhez az alábbi módon számítható, hogy legalább mekkora volument kell rövid lejáratú bankközi kihelyezéseiből felhalmozni megújítás helyett:

$$y_i^{liq} = \min(l_i^{t,s}, \max(0, \beta(d_i + b_i^{t,s}) - c_i)). \quad (14)$$

Azaz amennyiben egy adott bank a likviditási követelményét teljesíti, úgy $y_i^{liq} = 0$, egyéb esetben $y_i^{liq} \in (0, l_i^{t,s}]$. Az, hogy egy adott i bank mennyi rövid lejáratú bankközi kihelyezést nem fog megújítani annak érdekében, hogy teljesítse a minimális tőke megfelelési mutató kritériumot, hasonlóan számítható:

$$y_i^{cap} = \min\left(l_i^{t,s} - y_i^{liq}, \max\left(0, \frac{\bar{\gamma}(w_i^{ib,l}(l_i^{t,l} + l_i^{kv}) + \sum_{j=1}^M w_j^s k_{ij} p_j + w_i^o o_i) + \bar{\gamma} w_i^{ib,s}(l_i^{t,s} - y_i^{liq}) - sc_i)}{\bar{\gamma} w_i^{ib,s}}\right)\right). \quad (15)$$

Azaz amennyiben a fenti összefüggés hányadosának számlálójában az érték negatív, úgy a szavatoló tőke fedezi a tőkekövetelményt, és így $y_i^{cap} = 0$. Amennyiben a szavatoló tőke nem fedezi a tőkekövetelményt, úgy a fennmaradó nem fedezett tőkekövetelmény alapján megkapható a nem megújítandó rövid lejáratú bankközi kihelyezés volumene, felhasználva, hogy a tőkekövetelmény megegyezik a kitétségek kockázati súllyal vett szorzatának 8%-ával.

Ekkor $y_i^{cap} \in (0, l_i^{t,s} - y_i^{liq}]$. Ennek megfelelően az adott i banknak $y_i = y_i^{liq} + y_i^{cap}$ volumenű rövid lejáratú bankközi kihelyezést nem kellene megújítania ahhoz, hogy mindkét követelményt teljesítse. Tekintettel arra, hogy a modellben a bankok szimultán döntenek a rövid lejáratú bankközi kihelyezéseik megújításáról, valamint a modellben a teljes rövid lejáratú bankközi kihelyezések százalékában határozzák meg, hogy mekkora volument nem újítanak meg, így a következő egyenletet kell megoldanunk:

$$f \cdot l^{t,s} = \min(y + \max(f^T X^{2,w} - c^{buf}, 0), l^{t,s}), \quad (16)$$

ahol $f = (f_1, f_2, \dots, f_N)$, $f_i \in [0, 1] \forall i = 1, \dots, N$ egy vektor, melynek i -edik eleme megmutatja, hogy az i -edik bank rövid lejáratú bankközi kihelyezéseinek hány százalékát nem újítja meg. Ennek megfelelően $l^{t,s} = (l_1^{t,s}, l_2^{t,s}, \dots, l_N^{t,s})$ is egy vektor, melynek i -edik eleme az i -edik bank teljes rövid lejáratú bankközi kihelyezését jelöli. Továbbá $c^{buf} = (c_1^{buf}, c_2^{buf}, \dots, c_N^{buf})$ egy vektor, melynek i -edik eleme megegyezik az i -edik bank likviditási követelmények teljesítéséhez szükséges készpénzállományát és készpénznek minősülő eszközeit meghaladó résszel, azaz $\forall i = 1, \dots, N$ -re $c_i^{buf} = \max(c_i - \beta(d_i + b_i^{t,s}), 0)$.

Amennyiben a (16) megoldásával megkaptuk, hogy egy adott periódusban a modellben szereplő bankok saját rövid lejáratú bankközi kihelyezéseik hány százalékát nem újítják meg, úgy meghatározható, hogy mely bankok nem képesek a likviditási és tőkeegyelelési követelményeik vagy kötelezettségeik teljesítésére a bankközi kihelyezéseik megújításának elmaradása ellenére sem. Ezen bankok az adott periódusban dönthetnek úgy, hogy értékesítik az értékpapír-portfóliójukban található értékpapírok egy részét, mely által egyrészt csökken a kockázattal súlyozott eszközértékük, másrészt az értékesítésből befolyó összeg javítja a likviditásukat. Jelölje $Z \in \mathbb{R}^{N \times M}$ azt a mátrixot, mely esetén $Z_{ij} \geq 0$ megmutatja, hogy az i -edik banknak a j -edik értékpapírból mennyit kell értékesítenie szükségleteinek kielégítése céljából. A Z mátrix meghatározásához a következő egyenletrendszer kell megoldani:

$$v = \min(\omega, \Pi^T v + c + Zp), \quad (17)$$

ahol a fenti összefüggésben Π egy mátrix, melynek Π_{ij} eleme megmutatja, hogy az i -edik banknak mekkora a relatív kötelezettsége j bankkal szemben az összes bankkal szembeni kötelezettségéhez képest, míg az ω vektor a modellben szereplő bankok összes kötelezettségét mutatja, mely a nem megújított rövid lejáratú bankközi kihelyezések miatt áll fenn. A p vektor pedig az értékpapírok piaci árának vektora, mely kapcsán a (3) összefüggés ismertetése során említésre került, hogy az a modellben endogén módon adott. A kérdéses pénzügyi eszközök árfolyamainak alakulása a következő összefüggéssel írható le:

$$p_j = p_j^0 \cdot \exp\left(\frac{-\alpha_j \sum_{i=1}^N k_{ij}^{s_j}}{\sum_{i=1}^N k_{ij}}\right), \quad (18)$$

ahol a $k_{ij}^{s_j}$ az i -edik bank által a j -edik pénzügyi eszközből a piacon értékesített mennyiséget jelöli, míg az $\alpha_j > 0$ konstans az adott pénzügyi eszköz piacának

mélységét jelöli. A modellben az α_j a piac azon képességének mérőszáma, mely megmutatja, hogy mennyi értékpapír értékesíthető anélkül, hogy az adott j -edik értékpapír piaci ára ne változzon. Az értékpapírok kezdeti árát Montagna-Kok [2016] egységnyinek vette modelljében, azaz $p_j^0 = 1$, $\forall j = 1, \dots, M$. Számításaink során, hasonlóan az említett szerzőkhöz, az értékpapírok kezdeti piaci árát egységnyinek vettük. Visszatérve a (17) összefüggéshez, az abban szereplő v az úgynevezett klíring vektor¹⁷ (Eisenberg-Noe [2001] alapján). A v vektor i -edik eleme azt fogja megmutatni, hogy az i -edik bank az összes kötelezettségéből a t -edik periódus végére, a rövid lejáratú bankközi kihelyezései megújításának elmaradása és értékpapírjainak értékesítése után mennyit teljesít. Ha egy adott bank valamely kötelezettségét nem képes teljes mértékben teljesíteni, vagy az összes kötelezettségének teljesítése után a likviditási vagy tőke megfelelési szabályoknak nem felel meg, úgy csődöt jelent, és a csődje után a $t + 1$ -edik periódusban partnerei leírják a veszteségüket a szavatoló tőkéjükből.

A (17) összefüggésben a Z mátrix három komponens összegeként áll elő, ahol az egyes komponenseket a likviditási és tőke megfelelési követelményeknek való megfelelés, valamint a partnereik felé fennálló kötelezettségeik teljesítése határozza meg. Tegyük fel, hogy csak egyetlen értékpapírt tarthatnak a modellben szereplő bankok a mérlegükben. Ebben az esetben a Z mátrix vektor formában adható meg, továbbá hasonlóan a k mátrix is vektorként jelenik meg. A bankok partnereik felé fennálló kötelezettségeik teljesítése miatt értékesítendő értékpapírjaik száma a következő összefüggés segítségével kapható meg:

$$Z^{ib} = \min\left(\max\left(0, \frac{\omega - c - \Pi^T v}{p}\right), k\right). \quad (19)$$

Hasonlóan, bankok által értékesítendő értékpapírjaik számát likviditási követelményük teljesítése érdekében a következő módon kaphatjuk meg:

$$Z^{liq} = \min\left(\frac{\max\left(0, \beta(d + b^{t,s} - \omega) - c\right)}{p}, k\right). \quad (20)$$

A (20) összefüggés kapcsán megjegyezzük, hogy a Montagna-Kok [2016] cikkében közölt összefüggéshez képest eltérünk. Amennyiben egy adott bank minden kötelezettségének eleget tesz, úgy csökkenni fog a rövid lejáratú bankközi forrása is $b^{t,s} - \omega$ mértékben. A kisebb bankközi forrás pedig kisebb likviditási követelménnyel jár. Montagna-Kok [2016] cikkükben a rövid lejáratú bankközi forrás csökkenését nem vette figyelembe¹⁸, melyet korrigáltunk. Továbbá, amennyiben a bankok nem teljesítik a tőke megfelelési követelményüket, úgy értékpapírok eladásával csökkenthetik a kockázattal súlyozott kitettségértéküket. Ennek megfelelően az értékesítendő értékpapírok száma a következőképp adható meg:

$$Z^{cap} = k - \max\left(0, \frac{sc/\bar{\gamma} - (w^{ib,l}l^{t,l} + w^{ib,kv}l^{kv} + w^o o)}{w^{sp}}\right). \quad (21)$$

¹⁷clearing vector

¹⁸Azaz a (20) összefüggésben nem került levonásra ω .

A (21) összefüggés kapcsán a Montagna-Kok [2016] által alkalmazott összefüggéstől jelentős mértékben eltértünk, mivel az eredeti összefüggésben nem lett megfelelően kezelve az eladott értékpapírok utáni tőkekövetelmény csökkenés¹⁹. A bankok által értékesítendő értékpapírok az összes fenti szempontot figyelembe véve a következőképp határozhatóak meg:

$$Z = \min(k, \max(Z^{ib} + Z^{liq}, Z^{cap})). \quad (22)$$

A fenti összefüggések arra az esetre vonatkoznak, amikor egyetlen értékpapír lehet a bankok mérlegében. Több értékpapír esetére úgy általánosíthatóak a fentiek, hogy a bankok először az értékpapír-portfóliójukból az első típusú értékpapírt értékesítik, majd amennyiben az összes első típusú értékpapír értékesítése nem bizonyul elégségesnek, úgy a második típusú értékpapírt kezdik értékesíteni. Ha az összes második típusú értékesítése sem elégséges, úgy a harmadik típusúval folytatják és így tovább. A modell magyar adatokon történő számszerűsítése során több értékpapírt feltételeztünk (lásd 4. fejezet), melyek értékesítése kapcsán az előzőekben ismertetett általánosítást vettük alapul. Az általánosítás azért alkalmazható, mivel a modellben minden értékpapírhoz egyetlen kockázati súly tartozik (lásd 3.1. fejezet), így a piaci szereplőknek nincs preferenciája, hogy kényszerértékesítés esetén mi legyen az értékesítési sorrend.

3.3 A bankközi kihelyezések allokációja

Ahogy az már említésre került a korábbi fejezetekben, a Montagna-Kok [2016] által említettekhez hasonlóan nem rendelkezünk egyedi adatokkal az általunk vizsgált 19 hitelintézet közötti bilaterális kitettségek vonatkozásában, így a szerzőpároshoz hasonlóan a rövid és hosszú lejáratú bankközi kitettségek alkotta hálózatokat szimulációval állítottuk elő a modellben. Montagna-Kok [2016] a két hálózat szimulációjához egy-egy valószínűségi mátrixot használt fel, melyek adott eleme megadja, hogy az i -edik banknak mekkora valószínűséggel van rövid vagy hosszú lejáraton bankközi kihelyezése a j -edik banknál. Ezen valószínűségi mátrixokat a szerzők az Európai Bankhatóság (EBA) által publikált, az EU nagybankjain végzett stressz teszt eredményeit bemutató dokumentum adatai alapján állították össze. Tekintettel arra, hogy méretéből adódóan a magyar bankok²⁰ közül kizárólag az OTP Bank Nyrt. vett részt az EU szintű stressz tesztben, így a Montagna-Kok [2016] által használt forrás hasonló valószínűségi mátrixok előállítására az esetünkben nem alkalmazható. A rövid és hosszú lejáratú bankközi kihelyezéseket reprezentáló rétegek hálózatainak szimulálásához szükséges valószínűségi mátrixok előállítási módszertanának kidolgozása előtt a következő alapelveket vettük figyelembe:

¹⁹Montagna-Kok [2016] a kockázattal súlyozott eszközérték számítása során nem vette figyelembe az egyéb eszközöket (w^o), illetve az értékpapírok kockázattal súlyozott eszközértéke hibásan szerepelt az eredeti összefüggés hányadosában.

²⁰A külföldi tulajdonú leánybankok az anyabankjukon keresztül, közvetett módon jelennek meg az EU szintű stressz tesztben.

1. a pénzügyi piaci hálózatok jellemzően skálafüggetlenek, azaz a véletlen hálózatokhoz képest jóval nagyobb számosságban fordulnak elő magas fokszámú, „hub” funkciót betöltő, valamint alacsony fokszámú csúcsok ezen hálózatokban, mint amennyit a véletlen modell magyarázni tud (Fricke-Lux [2015], Fukker [2017]);
2. a pénzügyi hálózatok jellemzően diszasszortatívák, azaz a magas fokszámú, „hub” funkciót betöltő csúcsok szívesebben kapcsolódnak az alacsony fokszámú pontokhoz (León et al. [2018]);
3. a bankközi piacon hosszabb lejáraton kevesebb piaci szereplő alkotja a hálózatot a rövid lejáratúhoz képest, továbbá a hosszabb lejárat esetén kevesebb a kapcsolat az egyes piaci szereplők között, azaz a hálózatok kevésbé sűrűek a rövid lejáratúhoz képest (Lublóy [2004], Berlinger et al. [2011]).

Jelölje a továbbiakban $\hat{l}_i^{t,s} = l_i^{t,s} / \sum_{j=1}^N l_j^{t,s}$ az i -edik bank rövid lejáratú bankközi kihelyezéseinek az összes rövid lejáratú kihelyezéshez viszonyított arányát, míg az $\hat{l}_i^{t,l} = l_i^{t,l} / \sum_{j=1}^N l_j^{t,l}$ az i -edik bank hosszú lejáratú kihelyezéseinek az összes hosszú lejáratú kihelyezéshez viszonyított arányát. Hasonlóan, jelölje $\hat{b}_i^{t,s} = b_i^{t,s} / \sum_{j=1}^N b_j^{t,s}$ az i -edik bank rövid lejáratú bankközi forrásainak az összes rövid lejáratú bankközi forráshoz viszonyított arányát, míg $\hat{b}_i^{t,l} = b_i^{t,l} / \sum_{j=1}^N b_j^{t,l}$ az i -edik bank hosszú lejáratú forrásainak az összes hosszú lejáratú forráshoz viszonyított arányát. Jelölje

$$\begin{aligned} \Gamma^l &= \hat{l}^l * \hat{b}^l, \\ \Gamma^s &= \hat{l}^s * \hat{b}^s, \end{aligned} \tag{23}$$

ahol $*$ diadikus szorzatot jelent, azaz $\Gamma^l \in \mathbb{R}^{N \times N}$ és $\Gamma^s \in \mathbb{R}^{N \times N}$ mátrixok. Ekkor $\Gamma_{i,j}^l$ az i -edik bank hosszú lejáratú relatív bankközi kihelyezésének, valamint a j -edik bank hosszú lejáratú relatív bankközi forrásának a szorzataként áll elő. A $\Gamma_{i,j}^s$ hasonló módon értelmezhető. A kérdéses mátrixok elemei tehát annál nagyobbak, minél nagyobb súlyú szereplő az i -edik bank a bankközi piacon kihelyezés, illetve a j -edik bank felvét szempontból. Ezen mátrixok képesek megragadni az általunk megfogalmazott alapelvek közül a másodikat, mivel

- azt várjuk, hogy minél kisebb két szereplő a bankközi piacon kihelyezés és felvét szempontból, azok annál kisebb valószínűséggel kapcsolódjanak egymáshoz;
- hasonlóan az előzőhöz, minél nagyobb két szereplő a bankközi piacon, annál nagyobb valószínűséggel van kapcsolat köztük;
- egy kisebb szereplő nagyobb valószínűséggel helyez ki nagyobb piaci szereplőhöz és fordítva, nagyobb piaci szereplő nagyobb valószínűséggel helyez ki kisebb szereplőhöz.

Ugyanakkor Γ^l és Γ^s nem valószínűségi mátrixok, így azokat a következő transzformációval alakítottuk át valószínűségi mátrixokká:

$$P_{i,j}^l = \begin{cases} p_{\min}^l + (p_{\max}^l - p_{\min}^l) \cdot \frac{e^{\Gamma_{ij}^l} - e^{\min(\Gamma^l)}}{e^{\max(\Gamma^l)} - e^{\min(\Gamma^l)}}, & \text{ha } i \neq j, \\ 0, & \text{ha } i = j. \end{cases} \quad (24)$$

A fenti összefüggésben $P_{i,j}^l$ a hosszú lejáratához tartozó valószínűségi mátrix, mely adott eleme megmutatja, hogy az i -edik bank mekkora valószínűséggel helyez ki hosszú távon j -edik bankba a bankközi piacon. Ez a valószínűség 0, amennyiben $i = j$, ezzel elkerülve, hogy egy adott bank önmagához helyezzen ki, és így hurokéleket sem fog tartalmazni a szimulált hálózat. Ha $i \neq j$, úgy $P_{i,j}^l \in [p_{\min}^l, p_{\max}^l]$, mely érték alapvetően a $\Gamma_{i,j}^l$ értéktől függ. A fenti összefüggésben lineárisan osztottuk szét p_{\min}^l és p_{\max}^l között az egyes kihelyezési valószínűségeket, ugyanakkor a lineáris szétosztás nem a $\Gamma_{i,j}^l$ értékek, hanem azok exponenciális transzformáltja mentén történik, mivel

- egyrészt a kisebb piaci szereplőkhöz az exponenciális transzformáció miatt kisebb valószínűséget tudunk rendelni a $[p_{\min}^l, p_{\max}^l]$ intervallumban, mint a transzformáció nélkül, ezáltal biztosítva, hogy kisebb szereplők között még kevésbé legyen kapcsolat,
- másrészt a nagyobb piaci szereplőkhöz az exponenciális transzformáció miatt nagyobb valószínűséget tudunk rendelni a $[p_{\min}^l, p_{\max}^l]$ intervallumban, mint a transzformáció nélkül, biztosítva ezzel, hogy a nagyobb szereplők között még inkább legyen kapcsolat.

Hasonlóan a hosszú lejáratához, a rövid lejárat esetén is a valószínűségi mátrix a (24) képlet megfelelő módosításával számítható. A következő táblázat összefoglalóan bemutatja, hogy a két réteg esetén milyen minimális és maximális valószínűségeket alkalmaztunk a (24) összefüggésben, illetve annak rövid lejáratra történő megfelelően módosított verziójában.

Az 1. táblázatban a kisebb minimális valószínűség hosszú lejárat esetén azt biztosítja, hogy hosszabb lejáraton a kisebb szereplők között még kevésbé legyen kapcsolat. A magasabb maximális valószínűség rövid lejárat esetén pedig azt biztosítja, hogy a hosszú lejáratához képest több magasabb fokszámú, „hub” funkciót betöltő csúcs jelenjen meg a generált hálózatokban. A szimulációk során a fenti táblázatban szereplő értékek fixek, továbbá mivel $\Gamma_{i,j}^s$ és $\Gamma_{i,j}^l$ is fix, így minden egyes szimuláció során ugyanazon $P_{i,j}^s$ és $P_{i,j}^l$ valószínűségi mátrixok felhasználásával generáltunk szomszédsági mátrixokat (X^1 és X^2), melyek egyértelműen leírnak egy-egy hálózatot a két rétegben.

Paraméter	Hosszú lejárat	Rövid lejárat
p_{\min}	0.1	0.25
p_{\max}	0.6	0.7

1. táblázat. Az alkalmazott minimális és maximális valószínűségek a két réteg hálózatának szimulálásához

Réteg	Átlagos fokszámátlag	Átlagos sűrűség	Átlagos fokszám-korreláció
Rövid lejárat	9.806	0.545	-0.113
Hosszú lejárat	4.497	0.249	-0.091

2. táblázat. A szimulált hálózatok átlagos mutatószámai a rövid és hosszú lejáratú rétegek esetén

A generált hálózatok megfelelésének vizsgálatához 100 ezer szimulációt végeztünk, melyek során kiszámoltuk a rövid és hosszú lejáraton generált hálózatok átlagos fokszámát, a generált hálózatok sűrűségét, illetve a fokszám-korrelációt. A következő táblázat a két réteg esetén az előbbi mutatószámok átlagait foglalja össze a 100 ezer szimuláció vonatkozásában.

A 2. táblázat alapján a szimulált hálózatok kapcsán korábban említett elvárt tulajdonságok teljesülnek, azaz a rövid lejáratúhoz szimulált hálózatok átlagos fokszámainak átlaga jelentősen meghaladja a hosszú lejáratúhoz szimulált hálózatok hasonló mutatószámát, jelezve ezzel, hogy rövid lejáraton több csúcspont alkotja a hálózatokat, amelyek átlagosan több kapcsolattal is rendelkeznek. A hálózatok sűrűsége azt mutatja meg, hogy az élek száma hogyan aránylik az összes lehetséges él számához. A táblázat alapján az előzetes várakozással összhangban a rövid lejáratúhoz szimulált hálózatok sűrűsége szignifikánsan magasabb a rövid lejáratúhoz szimulált hálózatokhoz képest. A hálózatok diszasszortatív jellegének vizsgálatához a Pearson-féle korrelációs együtthatót kell meghatározni az azonos kapcsolat két végén található fokszámok között (Newman [2002]). Amennyiben a korrelációs együttható értéke $r > 0$, úgy a hálózat asszortatív, amennyiben $r = 0$, úgy neutrális, továbbá amennyiben $r < 0$, úgy diszasszortatív. A 2. táblázat alapján mind a rövid, mind a hosszú lejáraton a fokszám-korrelációs mutatók átlaga negatív, azaz az általunk generált hálózatok diszasszortatív tulajdonságot mutatnak.

A P^s és P^l mátrixok segítségével már egyértelműen generálhatóak a kapcsolat meglétét mutató szomszédsági mátrixok mindkét réteg esetén, ugyanakkor a bankközi kihelyezéseket le kell még allokálni az egyes szereplők között mindkét rétegben. Montagna-Kok [2016] a bankközi kihelyezések allokációja során először véletlenszerűen kiválasztottak egy bankot (i), melyhez véletlenszerűen kiválasztottak egy olyan bankot (j), amely felé van bankközi kihelyezése az előzetesen meghatározott szomszédsági mátrix alapján. Ezt követően generáltak egy véletlen számot egyenletes eloszlásból a $[0, 1]$ intervallumon, és feltételezték, hogy az i bank az összes bankközi kihelyezésének az egyenletes eloszlásból generált véletlen számnak megfelelő hányadát helyezi el j banknál. A következő lépésben az i bank egy másik partner bankja már csak az i bank fennmaradó bankközi kihelyezésének egy új $[0, 1]$ közötti véletlen számnak megfelelő hányadát kaphatja és így tovább. Továbbá a szerzők tettek egy olyan megkötést, hogy minden bank maximum a kihelyezéseinek 20%-át helyezheti el egy másik banknál, melynek alkalmazásával elkerüljük azt az eshetőséget, hogy egy adott bank összes kihelyezése egyetlen másik bank felé történjen meg. Számításaink során az allokáció kapcsán a szerzők által követett módszertant alkalmaztuk. Ennek megfelelően a módszer részletes analitikus leírását nem közöljük, az érdeklődő olvasó megtalálja azt Montagna-Kok [2016] tanulmányában.

A modellben a hosszú és rövid lejáratú bankközi kihelyezések alkotta hálózatok szimulációját, illetve a szimulált hálózatokban a kihelyezések alakulását a bankok értékpapírportfóliójához kapcsolódó hálózat szimulációja követi. Montagna-Kok [2016] cikkéhez hasonlóan kizárólag a modellben szereplő bankok kereskedési és befektetési céllal tartott értékpapírportfóliójának összvolumene áll rendelkezésünkre, azaz a bankok portfóliójában szereplő egyedi értékpapírok és azok volumenének portfólión belüli arányai számunkra sem ismertek. Az előzőeket figyelembe véve a bankok értékpapírportfóliójához kapcsolódó hálózat szimulációjának módszertanát módosítás nélkül átvettük a szerzőpárostól. Ennek megfelelően a következőkben csak vázlatosan mutatjuk be a szimulációs lépéseket, illetve az érdeklődő olvasó a szükséges képleteket és módszertani levezetést a hivatkozott szerzők cikkében találhatja meg. A kérdéses hálózat szimulációja előtt meg kell választani, hogy a modellben a bankok mérlegükben hány különböző értékpapírt tarthatnak. Számításaink során Montagna-Kok [2016] cikkével összhangban 30 különböző értékpapírt feltételeztünk, azaz összesen $M = 30$ féle értékpapírból állhat a bankok portfóliója. Ezt követően egy páros gráfot szükséges generálni, ahol a csúcsok egyik halmazát az N bank, a másik halmazt pedig az M értékpapír adja, továbbá a gráf élei csak ezen két halmaz elemei között futhatnak, halmazon belül nem. A páros gráfban a két halmaz adott pontjai között tegyük fel, hogy p valószínűséggel van kapcsolat. A számításaink során az említett szerzők által alkalmazott valószínűséget, azaz $p = 0.2$ értéket alkalmaztuk. Az M és p paraméterek esetében már előállítható az $S \in \mathbb{R}^{N \times M}$ szomszédsági mátrix, mely reprezentálja a kérdéses páros gráfot, és $i = 1, \dots, N$, valamint $j = 1, \dots, M$ esetén $S_{ij} = 1$, amennyiben az i -edik bank értékpapírportfóliójában megtalálható a j -edik értékpapír, ellenkező esetben $S_{ij} = 0$. Jelölje $S^w \in \mathbb{R}^{N \times M}$ a generált páros gráf éleihez tartozó súlyok mátrixát. Tekintettel arra, hogy az említetteknek megfelelően nem áll rendelkezésre, hogy egy adott értékpapír volumen alapon egy adott bank portfóliójának mekkora részét képezi, így Montagna-Kok [2016] cikkével összhangban egy adott bank értékpapír-portfóliójának piaci értékét egyenlő arányban osztottuk szét az általa tartott értékpapírok között.

A páros gráfok előállítását követően az egyes bankok értékpapírokon keresztüli eszközoldali függőségét leíró kapcsolatot is mérni szükséges. Az eszközoldali függőséget a modellben a bankok értékpapír-portfóliójának átfedő jellege adja, azaz minél inkább hasonló értékpapírokat tart két piaci szereplő a mérlegében, és azok értékpapír-portfólión belüli súlya minél inkább közelebb van egymáshoz, annál inkább átfedő két piaci szereplő portfóliója. Az értékpapír-portfóliók átfedő jellegét számos módon meg lehet ragadni, ugyanakkor a számításaink során, Montagna-Kok [2016] cikkével összhangban a következő összefüggés segítségével számszerűsítettük az átfedő jelleg mértékét ($i, j = 1, \dots, N$):

$$X_{ij}^{3,w} = \sum_{z=1}^M \frac{S_{iz}^w}{s_i} * \left[\min \left(1, \frac{S_{jz}^w}{S_{iz}^w} \right) \right] \quad (25)$$

A (25) összefüggésben az $X_{ij}^{3,w}$ megmutatja, hogy az i -edik bank értékpapír-portfóliójának hány százaléka van átfedésben a j bank értékpapír-portfóliójával. Az $X_{ij}^{3,w}$ mátrix segítségével, mely a harmadik réteget alkotó hálózatban mutatja az élek súlyát, könnyen előállítható az X_{ij}^3 szomszédsági mátrix is, azaz $X_{ij}^3 = 1$, ha $X_{ij}^{3,w} > 0$, egyébként $X_{ij}^3 = 0$.

4 Szimulációs eredmények

A következőkben a rendszerszinten jelentős pénzügyi intézeteket fogjuk azonosítani a bemutatott modell segítségével. Montagna-Kok [2016] alapján a számításaink során 100 ezer többrétegű hálózatot szimulálunk, melyekben egy-egy véletlenszerűen kiválasztott bank csődöt jelent, és a többi bank a 3.2 fejezetben meghatározott módon alkalmazkodik. Számításaink során egy adott bank rendszerszinten jelentős voltát azzal mérjük, hogy annak csődje hány másik bank csődjét okozhatja. Ennek megfelelően rangsorolható az általunk vizsgált 19 hitelintézet aszerint, hogy azok csődje a 100 ezer szimuláció során maximálisan hány másik bank csődjét okozta.

Előidézett csődesemények maximális száma	0	1	3	4	5	9
Bankok száma	6	4	5	1	2	1

3. táblázat. A vizsgált hitelintézetek csődje és az általa kiváltott csődesemények maximális száma

A 3. táblázat alapján látható, hogy a 19 vizsgált hitelintézetből 6 csődje az általunk vizsgált modell keretein belül nem képes előidézni egyetlen más bank csődjét sem, mely realizisztikus, tekintettel arra, hogy a modellben vizsgált szereplők jelentős része nagyon kis szereplő a magyar piacon. A táblázat alapján rendszerszinten jelentősnek azon bankok tekinthetők, melyek további 4, 5 vagy 9 bank csődjét képesek előidézni. Ugyanakkor, tekintettel arra, hogy az egy adott bank csődje által kiváltott csődesemények maximális száma mint mutatószám a 100 ezer szimuláció egészét nem képes megragadni, így a maximális szám mellett a 19 bank vonatkozásában az általuk átlagosan kiváltott csődesemények számát is meghatároztuk. A csődesemények maximális számának magas volta egy adott bank esetén akár az adott bank szemszögéből egy nagyon kedvezőtlen hálózati struktúrához is kapcsolódhat, amelyet éppen sikerült a szimulációval megragadni. Ugyanakkor vélhetően többletinformációt hordoz az a mutatószám, amely megmutatja, hogy 100 ezer lehetséges hálózati struktúrában egy adott bank csődje átlagosan hány csődöt jelent a rendszerben.

A 4. táblázat a maximális csődeseményszám alapján TOP5 bankcsoport megfelelő értékeit mutatja. A táblázatból látható, hogy az OTP csoport modellen belüli csődjéhez tartozik mind a legmagasabb előidézett csődszám, mind a legnagyobb átlagos csődszám is, amely összhangban van az előzetes várakozásokkal, mivel az OTP csoport mérlegfőösszeg, bankközi piaci aktivitás és értékpapír-portfólió méret alapján messzemenően a legmeghatározóbb szereplő a magyar piacon.

Bankcsoport	Előidézett csődesemények maximális száma	Átlagos csődszám
OTP csoport	9	1.285
UniCredit csoport	5	1.042
MKB csoport	5	1.038
K&H csoport	4	1.033
Erste csoport	3	1.052

4. táblázat. Az előidézett csődesemények maximális száma, illetve a rendszeren belüli csődök átlagos száma bankcsoportonként

A 4. táblázat alapján az előidézett csődesemények maximális számát tekintve az UniCredit és az MKB csoport követi az OTP csoportot, ugyanakkor a rendszerben bekövetkező csődesemények átlagos száma alapján az Erste csoport mindkét említett bankcsoportot megelőzi. Ez úgy lehetséges, hogy a mérlegadatok alapján az Erste csoport értékpapír-állománya a második legmagasabb a vizsgált 19 bankcsoport közül, míg a tisztított bankközi kihelyezések és források tekintetében messze elmarad az UniCredit vagy az MKB csoporttól. Azaz az átfedő értékpapír-portfóliók szerinti réteg miatt a nagyobb értékpapír-állománnyal rendelkező bank csődje átlagosan nagyobb hatást jelent a modellben, mint egy bankközi piacon aktívabb szereplő csődje.

Az előzőek szerint a vizsgált bankok csak töredékének csődje képes további extrém számosságú csődeseményt előidézni. A továbbiakban arra a kérdésre keressük a választ, hogy a hálózatok szerkezete hogyan hat a rendszer sokkellenálló képességére egy, a rendszert érő sokk esetén. Azaz a cél azon hálózati szerkezetek azonosítása, melyek gyengítik a rendszer sokkellenálló képességét, illetve képesek felerősíteni a rendszert érő sokkok hatását. Montagna-Kok [2016] egy adott θ többrétegű hálózat sérülékenységét, avagy a θ -hoz kapcsolódó rendszerkockázatot a következő mutatószámmal javasolja mérni:

$$R_\theta = \frac{\sum_{i=1}^N d(i)}{N}, \quad (26)$$

ahol $d(i)$ az adott θ többrétegű hálózatban az i -edik vizsgált szereplő csődje által előidézett csődesemények darabszámát jelöli. Azaz egy θ többrétegű hálózat sérülékenységét a (26) összefüggés a hálózatot alkotó szereplők csődjei által előidézett csődesemények átlagaként méri.

A számításaink során, a (26)-nak megfelelően 200 ezer θ többrétegű hálózatot szimuláltunk, melyekben kiszámítottuk mind a 19 szereplő csődje esetén az előidézett csődesemények átlagos számát. A kapott eredmények alapján a szimulált hálózatok többsége (75.1%) esetén a rendszerkockázati mutató 1 értéket vesz fel, amely azt jelenti, hogy a 19 vizsgált szereplő bármelyikének csődje nem idéz elő további csődeseményeket. Azaz a 200 ezer szimulált hálózat 24.9%-a esetén teljesül az, hogy legalább egy bank csődje legalább egy további bank csődjét idézi elő. A rendszerkockázati mutató maximális értéke a szimuláció során 1.32 volt, mely azt jelenti, hogy a leginkább sérülékeny hálózati struktúra esetén bármely piaci szereplő kezdeti csődjének hatására átlagosan 1.32 szereplő jelent csődöt.

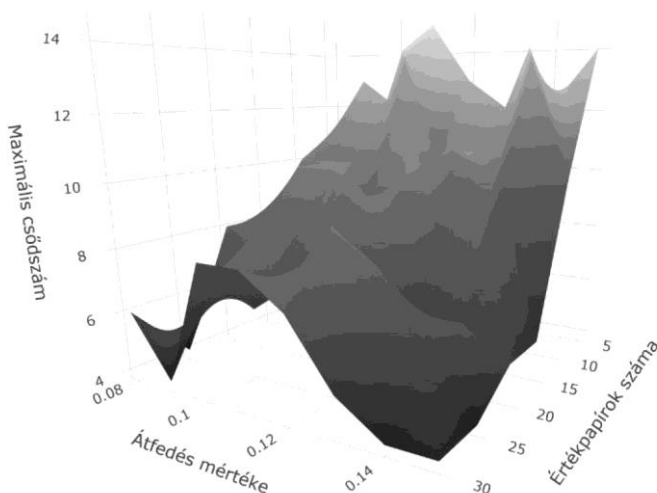
A következőkben egy maximális (1.32) és egy minimális (1) rendszerkockázati mutatóhoz tartozó többrétegű hálózatot vizsgáltunk az egyes rétegeihez tartozó legfontosabb hálózati mutatószámok (sűrűség, fokszám-korreláció,

átlagos és maximális fokszám) alapján. A vizsgálat célja azon általános hálózati jellemzők feltárása, melyek a leginkább megkülönböztetik a rendszerkockázati szemszögből sérülékeny hálózati struktúrát azon hálózatoktól, melyek esetén egyetlen bank csődje sem von maga után újabb csödeseményt. A kapott eredmények alapján a következő különbségek láthatóak az általános hálózati mutatószámokban rétegenként:

- Az átfedő értékpapír-portfóliók szerinti réteg esetén a sérülékeny hálózat sűrűbb, és ezáltal nagyobb az átfedés a piaci szereplők értékpapír-portfóliói között, mely értelmében egy adott bank csődje esetén több bank szavatoló tőkéjét érintheti veszteség. A nagyobb sűrűség miatt a sérülékenyebb hálózatban természetesen nagyobb az átlagos fokszám értéke, ugyanakkor kisebb a fokszám-korreláció, melyből az a következtetés vonható le, hogy a sérülékenyebb hálózatok kevésbé diszasszortatívak, azaz a központi szereplők portfóliói kisebb mértékben átfedőek az alacsony fokszámú pontok portfólióival.
- A rövid bankközi kitétségek szerinti réteg esetén a sérülékeny hálózatokban kisebb mértékben hitelezik a nagyobb piaci szereplők a kisebbeket, azaz vélhetően a kisebb intézmények jobban ki vannak téve a kisebb intézmények csődjéből fakadó likviditási kockázatnak. Továbbá a fokszám és sűrűség mutatószámokból az következik, hogy a sérülékenyebb hálózatokban koncentráltabban valósul meg a rövid bankközi kihelyezés.
- A hosszú bankközi kitétségek szerinti réteg esetén a sérülékeny hálózatokban a hosszú kihelyezések koncentráltabban valósulnak meg, továbbá erőteljesebben hitelezik hosszú távon a nagyobb szereplők a kisebbeket, akik vélhetően több hosszú forrást biztosítanak, mint a kisebb szereplők, ezáltal a kisebb bankok csődje esetén a nagyobb szereplők több veszteséget írnak le a szavatoló tőkéjükből.

Végezetül az értékpapírok számának (M) szerepét vizsgáltuk a modellen belül. Az eddig bemutatott összes eredmény és elemzés Montagna-Kok [2016] modelljével összhangban 30 értékpapír mellett történt, melyek mindegyikét az egyes piaci szereplők $p = 0.2$ valószínűséggel tartják az értékpapír-portfóliójukban. Arra a kérdésre keressük a választ, hogy az értékpapírok számának, illetve az átfedés mértékének függvényében hogyan alakul a modellen belül a csődöt jelentő bankok száma. A kérdés megválaszolásához 50-50 ezerszer futtattuk a modellt különböző M paraméterek mellett²¹, és kiszámoltuk szimulációnként az átlagos átfedést, valamint meghatároztuk az adott szimulációban csődöt jelentő bankok számát, azaz minden egyes M értékhez 50 ezer átlagos átfedés mutató, illetve az 50 ezer szimulációban csődöt jelentő bankok száma áll rendelkezésre. Az 1. ábra az így képzett adatok alapján a maximális csődszámot mutatja az átlagos átfedés és az értékpapírok számának függvényében.

²¹Az M paraméter lehetséges értékeit az $\{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$ halmaz tartalmazza.



1. ábra. A maximális csődszám az átfedés mértékének és az értékpapírok számának függvényében

Az ábra alapján minél kevesebb értékpapírt tarthatnak az értékpapírportfóliójukban a szereplők, annál magasabb a maximális csődszám a modellben. Továbbá akkor a legmagasabb a maximális csődszám, amennyiben az átlagos átfedés mutató közepes mértékű átfedést mutat. Ez a jelenség az ábra esetén annál erősebb, minél több értékpapírt tarthatnak a modell szereplői. Ez vélhetően azért van így, mert alacsony átlagos átfedés mellett kisebb a fertőzési kockázat, azaz egy adott bank csődje esetén az általa tartott értékpapírok piaci árának csökkenése esetén jóval kevesebb szavatoló tőkéből leírandó veszteségük van a szereplőknek. Magas átlagos átfedés mutató esetén vélhetően az történik, hogy a szereplők értékpapírportfóliója egyre kevesebb más szereplővel átfedő, ugyanakkor amely szereplőkkel átfedő, ott az átfedés mértéke egyre nagyobb. Ez pedig azt eredményezi, hogy egy adott bank csődje sokkal nagyobb veszteséget jelent a kevesebb számosságú, de hozzá sokkal inkább hasonló értékpapírportfóliót felépítő bankoknak, mint az előzőekben, ugyanakkor a többi szereplő számára a kisebb átfedés miatt kevesebb a veszteség. Azaz egy adott bank csődje magas értékpapírszám és magas átlagos átfedés esetén kevesebb bankot, ugyanakkor sokkal súlyosabban érint, mint átlagos mértékű átlagos átfedés esetén.

5 Összefoglalás

Ebben a dolgozatban a rendszerkockázattal, illetve annak hálózatelméleti megközelítéssel való mérésével foglalkoztunk. Az említett célok eléréséhez egy újszerű, az Európai Központi Bank által publikált, többretegű hálózatot alkalmazó ágens alapú szimulációs modellt mutattunk be, illetve alakítottunk át annak érdekében, hogy magyar adatokon számszerűsítve mérjük a hazai

rendszerkockázatot, valamint azonosítsuk a rendszerszinten jelentős piaci szereplőket. A modell újszerűége egyrészt abban rejlik, hogy a valóságban a pénzintézetek egymással több módon, több piacon keresztül is kapcsolódhatnak egymáshoz, melyet a többrétegű hálózatok képesek megragadni.

A kapott eredmények szerint a vizsgált 19 hitelintézetből csak néhány szereplőnek a csődje képes kiváltani más piaci szereplő csődjét, továbbá ezen események is nagyon ritkának tekinthetők, melyeket jellemzően egy speciális körülmény vagy hálózati szerkezet indukál. A sérülékeny hálózati szerkezetek vizsgálata során azt tapasztaltuk, hogy a sérülékenyebb hálózatokban koncentráltabban valósul meg a rövid és hosszú bankközi kihelyezés. Továbbá a kapott eredmények alapján erőteljesebben hitelezik hosszú távon a nagyobb szereplők a kisebbeket, akik vélhetően több hosszú forrást biztosítanak, mint a kisebb szereplők, ezáltal a kisebb bankok csődje esetén a nagyobb szereplők több veszteséget írhatnak le a szavatoló tőkájükből.

Az átfedő értékpapír-portfólió szerinti réteg esetén a sérülékeny hálózat sűrűbb, és ezáltal nagyobb az átfedés a piaci szereplők értékpapír-portfóliói között, mely értelmében egy adott bank csődje esetén több bank szavatoló tőkáját érintheti veszteség. A nagyobb sűrűség miatt a sérülékenyebb hálózatban természetszerűleg nagyobb az átlagos fokszám értéke, ugyanakkor kisebb a fokszám-korreláció, melyből az a következtetés vonható le, hogy a sérülékenyebb hálózatok kevésbé diszasszortatívák. Az értékpapírok számának modellben betöltött szerepének vizsgálatához szimulációt végeztünk, és eredményeink szerint annál nagyobb a maximális csödszám, minél kevesebb értékpapírt alkalmazunk a modellben. Ugyanakkor amennyiben az átlagos átfedést is tekintjük, úgy egy adott bank csődje magas értékpapírszám mellett közepes átfedés mellett maximális, mivel a fertőzési kockázat ekkor a legmagasabb több bank érintettsége miatt.

Irodalom

1. Bartholomew, P. F. – Whalen, G. W. [1995]: Fundamentals of Systemic Risk. Research in Financial Services: Banking, Financial Markets and Systemic Risk, Vol. 7, JAI Press, pp. 3–18.
2. Bech, M. L. – Atalay, E. [2008]: The Topology of the Federal Funds Market. Federal Reserve Bank of New York, Staff Reports, 354.
3. Berlinger, E. – Michaletzky, M. – Szenes, M. [2011]: A fedezetlen bankközi forintpiac hálózati dinamikájának vizsgálata a likviditási válság előtt és után. *Közgazdasági Szemle*, 58, 229–252.
4. Bluhm, M. – Krahenen, J. P. [2011]: Default Risk in an interconnected Banking System with Endogenous Asset Markets. CFS Working Paper Series No. 19.
5. Boss, M. – Elsinger, H. – Summer, M. – Thurner, S. [2003]: The Network Topology of the Interbank Market. Österreichische Nationalbank Financial Stability Report, Issue 7, 77–87.
6. Craig, B. – von Peter, G. [2014]: Interbank tiering and money center banks. *Journal of Financial Intermediation*, 23(3), 322–347.

7. De Bandt, O. – Hartmann, P. [2000]: Systemic Risk: a Survey. European Central Bank Working Paper No. 35.
8. De Masi, G. – Iori, G. – Caldarelli, G. [2006]: Fitness Model for the Italian Interbank Money Market. *Physical Review E*, 74(6).
9. De Souza, S. R. S. – Silva, T. C. – Tabak, B. M. – Guerra, S. M. (2016): Evaluating systemic risk using bank default probabilities in financial networks. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 66, 54–75.
10. Eisenberg, L. – Noe, T. H. [2001]: Systemic Risk in Financial Systems. *Management Science*, 47(2), 236–249.
11. Fricke, D. – Lux, T. [2015]: Core-periphery structure in the overnight money market: Evidence from the e-mid trading platform. *Computational Economics*, 45(3), 359–395.
12. Fukker, Gábor [2017]: Harmonic distances and systemic stability in heterogeneous interbank networks. MNB Working Papers, No. 1.
13. Gamba, A. – Lucchetta, M. – De Nicro, G. [2014]. Microprudential Regulation in a Dynamic Model of Banking. *The Review of Financial Studies*, 27(7), 2097–2138.
14. Grasselli, Matheus R. – Ismail, Omnia R. H. [2013]. An Agent-based Computational Model for Bank Information and Interbank Networks. In Fouque, J. – Langsam, J. (Eds.) *Handbook on Systemic Risk*, Cambridge University Press, 401–431.
15. Kaufman, G. [1999]: Banking and Currency Crises and Systemic Risk: A Taxonomy and Review. Federal Reserve Bank of Chicago Working Paper No. 12, 1–68.
16. León, C. – Machado, C. – Sarmiento, M. [2018]: Identifying central bank liquidity super-spreaders in interbank funds networks. *Journal of Financial Stability*, 35, 75–92.
17. Lublóy, Á. [2004]: A magyarországi bankközi piac. *Hitelintézeti Szemle*, 3(6) 1–22.
18. Montagna, M. – Kok, C. [2016]: Multi-layered interbank model for assessing systemic risk. Macroprudential Research Network, European Central Bank, No. 1944.
19. Newman, M. E. J. [2002]: Assortative mixing in networks. *Physical Review Letters*, 89: 208701.
20. Schwartz, A. [1995]: Systemic Risk and the Macroeconomy. Research in Financial Services: Banking, Financial Markets and Systemic Risk, Vol. 7, JAI Press, 19–30.
21. Simaan, M. – Gupta, A. – Kar, K. [2020]: Filtering for risk assessment of interbank network. *European Journal of Operational Research*, 280(1), 279–294.
22. Soramäki, K. – Bech, M. L. – Arnold, J. – Glass, R. J. – Beyeler, W. E. [2006]: The Topology of Interbank Payment Flows, Federal Reserve Bank of New York Staff Reports, No. 243.

ANALYSIS OF THE STRUCTURAL VULNERABILITY OF THE
HUNGARIAN INTERBANK MARKET NETWORK WITH
SIMULATION TECHNIQUES

The article focuses on systemic risk and contagion in financial networks. Systemic risk, as a key concept of financial stability, came to the forefront of economic studies in the last two decades of the twentieth century, and only then did the general concept of systemic risk become clearer. Although there are many different definitions of systemic risk, they all have in common that they refer to the fragility and instability of financial systems. According to the relevant literature (De Bandt - Hartmann [2000], Lublóy [2004]) the systemic risk is the risk that a series of events triggered by a particular event adversely affects one or more financial institutions or markets over time.

The aim of the article is the application of a model published by the European Central Bank (Montagna-Kok [2016]) on Hungarian data which can identify the systemically important financial institutions and potentially vulnerable interbank market network structures to external shocks. The novelty of the model lies in the fact that interbank market participants were examined through a multi-layered network which can take into account that in reality financial institutions can connect to each other through several markets at the same time. The first layer of the multi-layered network embodies interbank counterparty risk on long term interbank market while the second layer try to capture the funding risk on short term interbank market. The third layer is meant to reproduce the network of overlapping portfolios namely when two banks invest in the same mark-to-market financial securities. Then their balance sheets can be correlated which means that when one bank is forced to sell some securities and the resulting price decline from such fire sale will affect the balance sheets of the banks which hold the same asset. In addition, the model relies on agent-based simulation techniques namely in case of an exogenous shock to the system, through a predefined set of rules and algorithms financial institutions can make decision over a number of periods to renew their short-term interbank loans and sell their securities to fulfill their obligations and regulatory requirements. With appropriate modifications to the model we identified systemically important Hungarian financial institutions which failure could cause most institutions to fail and we also defined those conditions that make networks potentially vulnerable to external shocks.

The data of Hungarian banks and banking groups used in the model comes from multiple sources. Balance sheet data was collected from the Aranykönyv published by Central Bank of Hungary as of 12.31.2019 while the source of the total assets and liabilities from the interbank market was the supplementary annexes of income statements published by Hungarian banks and banking groups individually as of 12.31.2019. Risk Weighted Assets (RWA) and Capital Adequacy Ratios (CAR) of the Hungarian banks and banking groups were obtained from the Pillar 3 disclosures published by the market participants individually.

According to Montagna-Kok [2016], the systemic importance of a financial institution was measured by how many other financial institutions can fail due to its bankruptcy. Based on 100 thousand simulation Hungarian banks/banking groups can be ranked according to the maximum number of failures of other banks caused by the bankruptcy of a given bank. According to the results obtained from the 19 examined financial institutions only a few can cause further failures in the system and these events can be considered rare which are typically caused by a special circumstance or a network structure. Based on that the bankruptcy of a fraction of the banks examined can trigger further bankruptcies, hence it is advisable to analyze those network structures which are the most sensitive to the failure of the largest systemically important banks. Montagna-Kok [2016] measured the fragility

of a multi-layered network as the average of bankruptcies caused by the failures of network members. In our calculation 200 thousand multi-layered networks were simulated and the most fragile ones were identified using the referred indicator. According to the results in fragile networks both long term and short term inter-bank lending are more concentrated and long run key players are likely to provide liquidity to smaller institutions to a greater extent. In order to analyze the role of the number of securities in the model the degree of overlap and the maximum bankruptcy indicators were calculated in numerous networks using different number of securities. According to the results the higher the maximum number of bankruptcies, the fewer securities we use in the model.