A RUGALMAS NYUGDÍJKORHATÁR BEVEZETÉSÉNEK DINAMIKUS ELEMZÉSE[1]

SIMONOVITS ANDRÁS
ELKH KRTK KTI, BME MI

Korábban számos cikkben érveltem a *rugalmas nyugdíjkorhatár* bevezetése mellett, de másokat követve, megelégedtem a statikus (pontosabban: állandósult állapotbeli) elemzéssel. Most dinamikus kiterjesztéssel pótlom a hiányt. Kiderül, hogy a korcentrum egyéves csökkenése a málusz ellenére az 1. évben a nyugdíjkiadást 8 százalékkal, az átmenet 17 éve alatti összkiadást az egyéves kiadás 70–75 százalékával növelheti.

Kulcsszavak: nyugdíjkorhatár, rugalmas nyugdíjkorhatár, áttérési költség.
JEL kódok: H11, H55

1 A probléma

A legtöbb fejlett országban a népességöregedés, s ezen belül a nyugdíjazáskor várható élettartam hosszabbodása miatt folyamatosan és jelentősen emelik az *általános* (normális, iránymutató stb.) nyugdíjkorhatárt (Banyár [2020]). De ez nem sokat érne, ha – megfelelő kényszerek hiányában – nem emelkedne párhuzamosan az *átlagos* nyugdíjbavonulási kor, népszerű nevén: a korcentrum (Gruber–Wise, szerk. 1999). Például hiába emelkedett az általános magyar korhatár 2001 és 2007 között 58-ról 61 évre, a korcentrum változatlan maradt.) Ennél hosszabb távon, és más módszerekkel, Gál–Radó [2020] empirikusan igazolta, hogy az új EU-tagországokban, beleértve hazánkat is, a várható élettartammal együtt 1996/2000 és 2014 között a korcentrum is jelentősen emelkedett.

A korcentrum emelkedését elvileg két tiszta módszerrel lehet elérni: a) a *merev* korhatárral, amikor senki sem mehet az általános korhatár alatt (és gyakran felett) nyugdíjba; b) a *rugalmas* korhatárral, amely úgy bünteti a korai, és jutalmazza a kései visszavonulást, hogy az életpálya-egyenleg várható értékben 0 legyen. Elméletileg nyilvánvaló a második módszer előnye az elsővel szemben – szabad választást biztosít: a fáradékonyabb hamarabb, a kitartóbb később mehet nyugdíjba (Czeglédi és szerzőtársai [2016] és Simonovits [2018a,b], [2019a]). De itthon még a szakemberek sem hisznek benne, legalábbis nyíltan nem állnak ki mellette. Eközben a 2011-ben bevezetett Nők40 háborítatlanul él és virul: a legalább 40 éves jogviszonyú nők korhatár alatt csökkentés nélküli járadékkal nyugdíjba mehetnek (a Férfi40-nel

[1]Ez a cikk Vörös József akadémikus 70. születésnapja alkalmából íródott. Köszönetem fejezem ki Széphelyi Attilának és a kézirat névtelen lektorának értékes megjegyzéseiért. Beérkezett 2021. január 21. E-mail: `simonovits.andras@krtk.elkh.hu`.

kiegészített programot bírálja Mihályi–Vincze, 2016). Nagy könnyítést jelenthetne a *fokozatos* nyugdíjba vonulás bevezetése is, ez azonban egyelőre sehol sem sikerült.

Elméletileg nagyon egyszerűen működik a rugalmas korhatár: az eszmei számlán felhalmozott és (a cikkben 0-nak vett) virtuális kamatlábbal korrigált járulékbefizetések összegét el kell osztani a nyugdíjbavonulási korban várható maradék élettartammal (legfrissebb elemzése: Holzmann és szerzőtársai, szerk. [2020]). Előnye, hogy – legalábbis első közelítésben, hosszabb távon – automatikusan biztosítja a rendszer egyensúlyát szabadon választott nyugdíjkor esetén, még emelkedő általános korhatárra sincs szükség. A hazánkban korábban alkalmazott, de túlzottan enyhített bilineáris szabály – az enyhítés nélkül, és kiegyenesített szolgálati időskálával – jól közelíti az eszmei számlát.

Persze, ennek a módszernek is vannak hátulütői: (i) a résztvevők zöme nem ismeri a szabályokat, és utólag sokan megbánják, hogy hamar nyugdíjba mentek (Simonovits [2015]); (ii) az egészségesebbek később mennek nyugdíjba és várhatóan tovább élnek, tehát a többiek hátrányára nyernek (elméletileg Eső–Simonovits [2003], empirikusan Marosi–Molnár [2018]); (iii) az átlagos reálbér gyors növekedésekor a korán visszavonulók vesztenek a többiekkel szemben (Simonovits [2019b]); (iv) az előrehozott nyugdíjba vonulás bevezetésekor a költségvetés többletköltségei sokkal előbb jelentkeznek, mint a megtakarítások.

Ebben a tanulmányban csak az eddig elhanyagolt (iv) kérdést modellezzük. Nagyon erős egyszerűsítések mellett igazoljuk fő eredményünket: ha mindenki 65 helyett 64 évesen megy nyugdíjba, akkor a rugalmas korhatár bevezetésének első évi és teljes költsége rendre körülbelül a teljes évi nyugdíjkiadás 8, illetve 75 százaléka. (Igaz, a 4. függelék szerint a jóléti javulás kb. 0,4 százalék.) A költségek jelentősen enyhíthetők a Nők40 fokozatos visszavonásával. Tudatában vagyok, milyen fontos a nyugdíj mellett végzett bejelentett vagy bejelentetlen munka, de ebben a cikkben nem vizsgálom a kérdést.

A cikk szerkezete a következő. A 2. szakasz bemutatja a 2011 és 2018 közötti magyar statisztikákat a merev és a laza korhatár furcsa együttéléséről. A 3. szakasz a rugalmas korhatár bevezetésének dinamikáját az állandó átlagos reálbér mellett tárgyalja, és a 4. szakasz kiterjeszti az eredményeket növekvő reálbérekre. Az 5. szakasz levonja a következtetéseket. Öt függelék foglalkozik másodlagos kérdésekkel: 1) a bruttó–nettó kereset különbséggel, 2) a hiperbolikus vs. bilineáris járadékkal, 3) a Nők40 költségével; 4) az előrehozott nyugdíj jóléti hatásával; 5) a svéd rendszer tapasztalataival.

2 Merev/laza korhatár Magyarországon

Megismételjük, hazánkban 2001 és 2007 között az általános női korhatár 58-ról 61 évre emelkedett, de a korcentrum 57,5 év körül ragadt le. 2009-ben ez a korhatár 62 évre ugrott, és a korcentrum elérte a 60 évet.

Kiindulásul az *1. táblázatban* bemutatjuk a legutolsó nyolc év hazai öregségi nyugdíjba vonulási adatait. Hiába lett azonos a férfi és női általános korhatár 2009-től, a Nők40 miatt muszáj különválasztani a két nemet, és a nőkön belül a Nők40-et. Látható, hogy mindhárom kategóriában lassan, de biztosan növekszik az átlagkor, a létszámok viszont ugrálnak. Miközben az 1955. második félévben születettek számára az általános korhatár 2018-ban már 63,5 év volt, és ezt a férfiak korcentruma némileg meg is haladta, a Nők40-esek ettől 4 évvel elmaradva, a női korcentrumot is levitte 61,2 évre.

Év	Általános korhatár (év)	Nők40 Átlagkor (év)	Nők40 Létszám (ezer)	Nők összes Átlagkor (év)	Nők összes Létszám (ezer)	Férfiak Átlagkor (év)	Férfiak Létszám (ezer)
2011	62,0	57,6	54,8	58,5	84,9	60,3	43,2
2012	62,0	57,8	26,6	59,2	51,0	61,8	21,0
2013	62,0	58,0	24,0	59,6	40,0	62,2	21,6
2014	62,5	58,3	27,5	59,6	38,9	62,8	18,9
2015	62,5	58,7	28,6	60,0	41,6	62,7	22,2
2016	63,0	59,0	28,3	61,1	55,9	63,1	22,6
2017	63,5	59,3	28,7	61,0	46,9	63,6	32,3
2018	63,5	59,6	29,0	61,2	49,6	63,7	35.0
2019	64,0	59,6	27,6	62,0	59,6	64,1	57,0

1. táblázat. A nyugdíjba vonulás korcentruma és létszáma. *Forrás:* Fazekas és szerzőtársai, szerk. [2019], 11.5. táblázat, 307. o.

3 Modell állandó reálbérrel

A modellcsaládban mindvégig feltesszük, hogy nincs infláció, a várható élettartam és a teljes termékenység időben állandó és az évjáratokat egy átlagos dolgozó reprezentálja. Első modellünkben többletfeltevés: az átlagos reálbér időben állandó. Először a modell statikus (állandósult állapotbeli) változatát mutatjuk be, s csak aztán térünk rá a dinamikus modell ismertetésére. A diszkrét idejű megközelítés bonyodalmait elkerülendő, föltesszük, hogy minden évben december 31-én történnek az események.

3.1 Statikus modell

Előkészítésként egy statikus nyugdíjmodellt elemzünk (vö. Simonovits [2002, 12. fejezet]). Kiszemelt dolgozónk Q évesen kezd dolgozni, folyamatosan dolgozik évi w szuperbruttó keresetért, τ járulékkulcs szerint fizeti a nyugdíjjárulékot, R évesen megy nyugdíjba, és D évesen hal meg: $0 < Q < R < D$. (Az 1. függelékben bemutatjuk, hogyan bonyolítja a számításokat a munkavállalói és munkáltatói járulékok megkülönböztetése.) A már megállapított nyugdíjak a kezdőnyugdíjjal egyenlők. A tömörítés kedvéért bevezetjük a szolgálati időt: $S = R - Q$ és a nyugdíjban töltött időt: $T = D - R$. Az éves nyugdíj az életpálya járuléktömeg és a nyugdíjba vonuláskor hátralévő élettartam hányadosa:

$$b(R) = \frac{\tau S w}{T}, \qquad S = R - Q, \quad T = D - R. \tag{1}$$

Szóban: az eszmei számlán felhalmozott és virtuális kamatlábbal korrigált járulékbefizetések tömegét el kell osztani a nyugdíjbavonulási korban várható maradék élettartammal. Ebben a rendszerben az *életpálya-egyenleg* 0. Valóban, behelyettesítve $b(R)$-t a

$$z(R) = \tau S w - b(R)T \tag{2}$$

egyenletbe, egyszerű számolással adódik, hogy $z(R) = 0$. Ebben az esetben, akárhogyan szóródik a w kereset, az R nyugdíjbavonulási kor és a D halálozási kor, az életpálya-egyenleg 0. (A 2. függelékben bemutatjuk az itthon alkalmazott bilineáris járadékfüggvényt, amely azonban csak közelítőleg biztosítja a rendszer mérlegegyensúlyát.)

Az egyén (és a kormányzat) szintjén előzetesen ismeretlen a D értéke, ezért csak átlagos D-vel számolunk. A továbbiakban föltesszük, hogy D mindenkire azonos, de R szűk korlát között változhat: $R_{\mathrm{m}} \le R \le R_{\mathrm{M}}$. Igazolható, hogy az életpálya-egyenleg továbbra is 0.

Szemléltetésként, $Q = 25$ és $D = 81$ évre az $R = 62, \ldots, 68$ éves nyugdíjbavonulási korra bemutatjuk, hogyan növekszik a nyugdíj a rugalmas korhatáron. A havi szuperbruttó kereset $w = 400$ eFt, a járulékkulcs $\tau = 0{,}2$. Látható, hogy a csak munkajogi szerepet játszó általános korhatárhoz tartozó 200 eFt-os nyugdíjhoz képest milyen alacsony a 3 évvel előrehozott nyugdíj: 156 eFt, és milyen magas a 3 évvel halasztott: 265 eFt. Ugyanez vonatkozik a nettó helyettesítési arányra, amelyben nem vesszük figyelembe az egészségügyi járulékot és az szja-t.

Nyugdíjkor (év) R	Havi nyugdíj (eFt) $b(R)$	Nettó helyettesítés $b(R)/[(1-\tau)w]$	Halmozott relatív korrekció $b(R)/b(65)-1$
62	155,8	0,487	−0,221
63	168,9	0,528	−0,156
64	183,5	0,574	−0,075
65	200,0	0,625	0
66	218,7	0,683	0,093
67	240,0	0,750	0,220
68	264,6	0,827	0,323

2. táblázat. Nyugdíjkor, nyugdíj, nettó helyettesítés

Itt egy egyszerű statikus számítással csak azt mutatjuk be, hogy ha R helyett $R' = R - 1$ és $R'' = R + 1$ életkorban megy nyugdíjba a mindenkori évjárat fele-fele, akkor a teljes nyugdíjkiadás – ha csak kicsit is – de növekszik. Valóban, az (S, T) pár helyett az $(S-1, T+1)$ és az $(S+1, T-1)$ pár átlagát írva, az átlagnyugdíj

$$\frac{b' + b''}{2} = \frac{\tau w}{2}\left(\frac{S-1}{T+1} + \frac{S+1}{T-1}\right) = \frac{ST+1}{T^2-1}\tau w > \frac{S}{T}\tau w$$

Számpélda: $0{,}5 \cdot (183{,}5 + 218{,}7) = 201{,}1 > 200$ eFt.

3.2 Dinamikus modell

Rátérünk a legegyszerűbb dinamikus modell körvonalazására. Egyelőre föltesszük, hogy minden évjárat 1 tagból áll, minden évjárat ugyanannyi évesen kezdett dolgozni, ugyanannyit keres, ugyanannyi ideig él, tehát mindenki D évesen hal meg. A naptári idő $t = 0, 1, 2, \ldots$.

Kiegészítő feltevés: korábban sok évig merev korhatárú rendszer működött, R korhatárral. Az eredeti keresztmetszeti egyensúly áll:

$$Tb = \tau S w, \qquad b = b(R). \tag{3}$$

A $t = 1$-edik évben óvatosan bevezetik a rugalmas korhatárt: a minimális korhatár 1 évvel alacsonyabb, mint az általános: $R_{\mathrm{m}} = R - 1$. Az újabb évjáratok a minimális korhatáron mennek nyugdíjba: $R' = R - 1$. Ekkor $S' = S - 1$ és $T' = T + 1$. Fölírjuk még az új nyugdíjat:

$$b' = \frac{\tau(S-1)w}{T+1}. \tag{4}$$

Mi történik az átmenet során? Egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy a járulékkulcs változatlan marad, és a hiányt átmenetileg a költségvetés fedezi. Egyszerűsége miatt érdemes az 1. évi hiányt közvetlenül meghatározni, amely az előrehozott nyugdíjat választók járulékkiesése + előrehozott járadéka:

$$Z_1 = \tau w + b' = \frac{S+T}{T+1}\tau w = \frac{S+\rho S}{1+\rho S}\tau w, \tag{5}$$

ahol $\rho = T/S$ a függőségi hányados.

A csere miatt a t-edik évi hiány változása időben állandó:

$$Z_{t+1} - Z_t = b' - b = \frac{S-1}{T+1}\tau w - \frac{S}{T}\tau w = -\frac{S+T}{T(T+1)}\tau w = \frac{1}{T}Z_1, \tag{6}$$

tehát a számtani sorozat képlete szerint – (5) és (7) behelyettesítésével

$$Z_t = Z_1 - (t-1)\Delta Z = Z_1\left(1 - \frac{t-1}{T}\right), \qquad t = 1, \ldots, T+1. \tag{7}$$

Ha $T = S/2$, akkor (5), illetve (7) jobb oldalának egyszerű jelentése van: a Z_1 kezdő hiány jó közelítéssel 3 évjárat tb-járulékával, az eredeti éves nyugdíjkiadás 8 százalékával egyenlő, és az évek során ez csökken lineárisan 0-ra.

Végül meghatározzuk az átmenet teljes költségét:

$$C = \sum_{t=1}^{T} Z_t. \tag{8}$$

Behelyettesítve (7)-et (8)-ba és a számtani sorozat összegképletét alkalmazva:

$$C = \tau\frac{(S+T)w}{T}\,\frac{T}{2}\left(\frac{1}{T+1} + \frac{T}{T+1}\right) = \tau\frac{(S+T)w}{2}. \tag{9}$$

Ugyanezt az eredeti éves nyugdíjkiadáshoz (τSw) viszonyítva

$$C = \tau \frac{1+\rho}{2} Sw. \tag{10}$$

Ha $\rho = 1/2$, akkor (10) szerint $(1 + 0{,}5)/2 = 3/4$, azaz az átmenet teljes költsége az eredeti évi teljes nyugdíjkiadás 3/4-e.

Számpélda: $R = 65$, $R' = 64$ év, és itt bevezetjük az évjárat létszámát: $N = 100\,000$ fő. A havi átlagnyugdíj az átmenet során folyamatosan csökken 200 eFt-ról 183 eFt-ra. Mivel egy évjárat járuléktömege egy évben 96 mrd Ft, 40 évjáraté 3840 mrd Ft. Az átmenetet fedező költségvetési hiány hasonlóan csökken évi körülbelül $3 \cdot 96 = 288$ mrd Ft-ról 0-ra. Itt $\rho = 0{,}4$; ezért (10) szerint a teljes költség $0{,}7 \cdot 3840 = 2688$ mrd Ft.

Látható, hogy az indulás költségei jelentősek. Még nagyobbak lennének a költségek, ha megengednénk 2, sőt 3 évvel korábbi visszavonulást, és a dolgozók zöme ezt választaná. Egy rövid becslés: kétéves időszakokkal számolva, ha $R'' = 63$ év, akkor $S'' = 20$ és $T'' = 8$ kétév, $w'' = 2w$, tehát $C'' = 2C$, a teljes veszteség kétszerese a fele akkora rövidítésnek.

Persze, a valóságban nem mindenki megy azonnal nyugdíjba, sőt, vannak, akik a korábbinál tovább dolgoznak. De a merev korhatárt sokkal gyorsabban lehet lefelé kinyitni, mint fölfelé. Ha 2023-ban azonnal szimmetrikusan nyitják a korhatárokat 3 éves szélességben, akkor lefelé mindenki elmehet akár 62 éves korban nyugdíjba. De aki már 2022-ben 65–67 évesen elment nyugdíjba, az 2023-ban nem tud 66–68 évesen nyugdíjba menni! A rugalmas svéd rendszer legyezőjének kinyitása időbe telik! Lehetséges, hogy a nyitást el kellene nyújtani: $R_{\mathrm{m}}(2023) = 64$, $R_{\mathrm{m}}(2024) = 63$ és $R_{\mathrm{m}}(2025) = 62$ év.

Lehetséges olyan, időben változó járulékkulcsot feltételezni, amely minden évben fedezi a kiadásokat, ez azonban nagyon elbonyolítaná az (1) képletet, mert a számlálóban τS helyett $\tau_{t+1} + \cdots + \tau_{t+S}$ szerepelne. Modellünkben elhanyagoltuk a várható élettartam mögött megbúvó szóródást. Mivel a minimális és a maximális korhatár között is meghalnak emberek, a $D_R - R$ várható hátralévő élettartam egyre nagyobb, mint $D - R$ (vö. Banyár [2011], Simonovits [2012]) – de ezt is figyelmen kívül hagyjuk. Még bonyolultabb lenne a modell, ha figyelembe vennénk a szolgálati idők töredezettségét, a keresetek és a nyugdíjazás körül várható élettartam szóródását és az évjáratok erős létszámingadozását. Itt már komoly empirikus elemzésre lenne szükség, de csak Vékás Péter írásbeli közlését tudom idézni: a 60 évesen várható hátralévő élettartam körülbelül 20 év és relatív szórása majdnem 0,5.

A magyar nyugdíjrendszerben történelmi okok miatt a nyugdíj nem arányos a szolgálati idővel, például az első 20 év majdnem dupláját éri a második 20 évnek: 53 vs. 27 százalék. Ez ma már teljesen indokolatlan, és a rugalmas korhatár bevezetésétől függetlenül is a skálát ki kell egyenesíteni. A bónusz és az újra bevezetendő málusz a magyar gyakorlatban évi 6 százalék lehetne, amelyhez hozzáadódnak a szolgálati idő többletei, 2 százalék; jól közelítve a modellünk hiperbolikus függvényérintőjének meredekségét (lásd a 2. táblázat utolsó oszlopát).

4 Modell reálbér-növekedéssel

A második modellben van reálbér-növekedés. A magyar sajátosságokat tükrözve, feltesszük, hogy a már megállapított nyugdíjak értéktartóak. Állandó árakkal számolva, ez a már megállapított nyugdíjak állandóságát jelenti, de a kezdőnyugdíjak a reálbérrel párhuzamosan emelkednek. A jelölési egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy a reálbér-növekedés üteme állandó, és továbbra is föltesszük, hogy az évjáratok létszáma állandó. Látni fogjuk, hogy a lényeg nem változik.

Először a modell kvázistacionárius változatát mutatjuk be (ahol $R_t = R$), s csak aztán térünk rá a dinamikus modell ismertetésére ($R' = R - 1$).

4.1 Kvázistacionárius modell

Szükségünk lesz a reálbér-dinamikára:

$$w_t = w_0 g^t, \tag{11}$$

ahol g a reálbér éves növekedési együtthatója (=1+ütem). Látni fogjuk (vö. Simonovits [2018a]), hogy az árindexálás takarékossága miatt felfelé kell korrigálni a t-edik évben induló nyugdíjat, τ_g beszámított járulékkulccsal:

$$b_t = \frac{\tau_g S w_t}{T}. \tag{12}$$

Fölírjuk a keresztmetszeti egyensúlyt t-ben:

$$\tau S w_t = \sum_{i=0}^{T-1} b_{t-i}. \tag{13}$$

Behelyettesítve (11)-et és (12)-t (13)-ba:

$$\tau S w_t = \frac{\tau_g S w_t}{T} \sum_{i=0}^{T-1} g^{-i}. \tag{14}$$

Egyszerűsítve (14)-et és felhasználva a mértani sor összegképletét:

$$\tau_g = \tau T \frac{1 - g^{-1}}{1 - g^{-T}}. \tag{15}$$

Bevezetünk egy jelölést a (15)-beli tört reciprokára,

$$T_g = \frac{1 - g^{-T}}{1 - g^{-1}},$$

segítségével átírjuk (15)-öt: $\tau_g = \tau T / T_g$, majd ezt behelyettesítjük (12)-be:

$$b_t = \frac{\tau S w_t}{T_g}. \tag{16}$$

(16)-ot (1)-gyel összevetve látható, hogy T_g az árindexálás miatt csökkentett „effektív nyugdíjban töltött idő”. Kérdés: honnan tudhatja a kormányzat a reálbér-növekedés ütemét évtizedekre előre? Sehonnan, jó esetben tartalék képzésével teszi lehetővé a korrekciókat (vö. Svédország).

4.2 Dinamikus modell

Megismételve a 3.2. szakasz bevezetését, megvizsgáljuk: mi történik, ha növekvő reálbérek mellett a reform hatására a nyugdíjbavonulási életkor csökken? A 0. évben és előtte legalább 15 évvel a 65 éves korhatár működött, a reálbér exponenciálisan növekedett, és a már megállapított nyugdíjak reálértéke állandó volt. Mi történik az átmenet során? Általánosítjuk a korábbiakat, de az egyszerűség kedvéért ismét feltesszük, hogy a járulékkulcs változatlan marad, és a hiányt átmenetileg a költségvetés fedezi.

A $t = 1$-edik évben óvatosan bevezetik a rugalmas korhatárt: a minimális korhatár 1 évvel alacsonyabb, mint az általános: $R_{\mathrm{m}} = R - 1$. Szélső esetben az újabb évjáratok minden tagja a minimális korhatáron megy nyugdíjba: $R' = R - 1$. Ekkor $S' = S - 1$ és $T' = T + 1$. Fölírjuk még az új nyugdíjat, de most már figyelembe véve a reálbér-növekedést:

$$b_0 = \frac{\tau w_0 S}{T_g} \quad \text{és} \quad b_t = \frac{\tau w_t \cdot (S-1)}{T_g + g^{-T}} = b_1 g^{t-1}, \qquad t = 1, \ldots, T+1. \tag{4'}$$

Érdemes az 1. évi hiányt közvetlenül meghatározni, amely az előrehozott nyugdíjat választók járulékkiesése + előrehozott járadéka:

$$Z_1 = \tau w_1 + b_1 = \tau g w_0 + \tau \frac{S-1}{T_g + g^{-T}} w_0 g. \tag{5'}$$

Az általános megoldáshoz szükségünk lesz az átmenet során a (11) miatt évről évre változó nyugdíjkiadásra, jele B_t. Az előrehozott nyugdíjakat 1, g, …, g^{t-1}-szeres keresetbővüléssel szorozzák, míg a merev korhatáros nyugdíjakat 1, g^{-1}, …, g^{-T+t}-szeresekkel, összesen $t + T - t + 1 = T + 1$ tagra:

$$B_t = b_1(1 + \cdots + g^{t-1}) + b_0(1 + \cdots + g^{-T+t}), \qquad t = 1, \ldots, T$$

és $B_{T+1} = \tau(S-1)$.

A t-edik év és a teljes átmenet költségét (6) és (8) megfelelői adják.

Számpélda: Megismételve korábbi számértékeinket, $R = 65$, $R' = 64$ év és $N = 100\,000$ fő, $g = 1{,}02$. Itt már nagyon fárasztó analitikus képleteket levezetni, ezért a *3. táblázatban* numerikus alakulását mutatjuk be a kezdőnyugdíj, az átlagnyugdíj és halmozott költség. A reálbér-emelkedés ellenére a nyugdíjcsökkentés miatt az 1. évben alig emelkedik az átlagnyugdíj. Az 1. éves költség 283 mrd Ft, a halmozott érték viszont 2525 mrd Ft.

Év	Átlagnyugdíj / hó (eFt)	Éves költség (mrd Ft)	Halmozott költség (mrd Ft)
t	$\bar{b}_t = B_t/(T+1)$	Z_t	C_t
0	200,0	0	0
1	201,1	283	283
2	204,1	268	551
3	207,1	252	803
4	210,3	237	1040
5	213,4	220	1260
6	216,7	204	1465
7	220,0	187	1652
8	223,4	170	1822
9	226,8	153	1975
10	230,3	135	2110
11	233,9	117	2226
12	237,6	98	2325
13	241,3	79	2404
14	245,1	60	2464
15	249,0	40	2505
16	252,9	20	2525
17	257,0	0	2525

3. táblázat. A rugalmas korhatár bevezetése (növekvő reálbérek)

Végül bemutatjuk, hogyan hat a reálbér-növekedési ütem néhány érdekes mutatóra. A *4. táblázat* a kezdő átlagos nyugdíjat, a kezdő és teljes költséget számítja ki, méghozzá a nemcsak leszámítolás nélkül, hanem leszámítolva is. Az utóbbi képlete

$$C_g = \sum_{t=1}^{T} Z_t g^{-t}. \tag{8g}$$

Éves 4 százalékos növekedési ütemmel számolva, a nevezett mutatók rendre 20, 12 and 30 százalékkal csökkennek a 0 százalékoshoz képest.

Éves növekedési együttható	Első évi bruttó nyugdíj	Első évi többletköltség	Halmozott költség	Leszámítolt költség
g	$\bar{b}_1$	Z_1/B_0	C_T/B_0	C_T^g/B_0
1,00	0,498	0,082	0,700	0,700
1,01	0,500	0,078	0,679	0,639
1,02	0,503	0,074	0,658	0,584
1,03	0,505	0,070	0,637	0,534
1,04	0,508	0,066	0,617	0,488

4. táblázat. Átlagnyugdíj, kezdő és halmozott költségek (első évi kiadás arányában)

5 Következtetések

A fejlett országokban a rugalmas korhatár él és virul. Például az Egyesült Államokban, Németországban és Svédországban – a minimális korhatártól eltekintve – lényegében korlátozás nélkül érvényesül. A rendszer útitársainknál is működik, de csak erősen korlátozottan. Csehországban nagyon szigorú szolgálati időminimumhoz, 35 évhez van kötve, Szlovákiában pedig az előírt nyugdíjminimum annyira szigorú, hogy az előrehozott nyugdíjjal frissen nyugdíjba vonulók járadéka alig kisebb az átlagnyugdíjnál.

Korábbi tanulmányainkkal (Simonovits [2002], Eső–Simonovits [2003]) ellentétben, most nem vizsgáltam: hogyan választja meg optimálisan a kormányzat a járadékszabályt, és hogyan reagál a szintén optimalizáló dolgozó a szabályra? Azt sem kérdeztem, mi a hatása a nyugdíjak indexálásának a korhatár választására. Simonovits [2019b] azt sugallja, hogy az egyébként előnyösebb bérindexálás gyengíti az árindexálásnál várható ösztönzést. Mindössze a rugalmas korhatár bevezetésének dinamikus vizsgálatát kívántam elkezdeni.

Magyarországon a rugalmas korhatár 2010 előtt túlzottan enyhe málusszal működött, ezt helyes volt szigorítani 2009-ben, de megszüntetni nem kellett volna. Nyilvánvaló jóléti előnyei miatt a rugalmas korhatárt érdemes bevezetni, de a reform két évtizedig nem elhanyagolható költségekkel jár. Ezeket próbáltam a legegyszerűbb modellben megbecsülni. A költségek egy része egyébként megtérül a Nők40 párhuzamos szigorításával, még inkább megszüntetésével. (A 3. függelék megbecsüli a Nők40 jelenlegi költségeit.) Csak bátorság kell hozzá.

Irodalom

1. Banyár J. [2011]: Javaslat az optimális járadékfüggvényre, *Szigma,* 42, 105–124.
2. Banyár J. [2020]: Az idősödés fogalmának egy lehetséges átdefiniálása és ennek implikációi, *Biztosítás és Kockázat,* 7(3-4), 28–48.
3. Czeglédi, T.–Simonovits, A.–Szabó, E.–Tir, M. [2016]: A nyugdíjba vonulási szabályok hatása: nyertesek és vesztesek, *Közgazdasági Szemle,* 63, 1261–1288.
4. Eső, P.–Simonovits, A. [2003]: Optimális járadékfüggvény tervezése rugalmas nyugdíjrendszerre, *Közgazdasági Szemle,* 50, 99–111.
5. Fazekas, K.–Elek, P.–Hajdu, T., szerk. [2019]: *Munkaerőpiaci tükör,* Budapest, KRTK KTI.
6. Gál, R.–Radó, M. [2020]: Labor Market Participation and the Postponed Retirement in Central and Eastern Europe, Holzmann et al, szerk. I. 371–398.
7. Gruber, J.–Wise, D. A. szerk. [1999]: *Social Security and Retirement around the World.* Chicago, University of Chicago Press.
8. Holzmann, R.–Palmer, E.–Palacios, R.–Robalino, D., szerk. [2020]: *Progress and Challenges of Nonfinancial Defined Contribution Schemes,* Vol. I–II. Washington, D. C., World Bank.
9. Marosi J.–Molnár D. L. [2018]: Öregségi nyugdíjasok halandósága, *Statisztikai Szemle,* 61, 5–26.
10. Mihályi, P.–Vincze, L. [2016]: A „Nők–Férfiak 40” nyugdíjkoncepció pénzügyi következményeinek szemléltetése a felosztó–kirovó nyugdíjrendszerben, *Gazdaság és Pénzügy,* 3(1), 3–24.
11. Palmer, E.–Könberg, B. [2020]: The Swedish NDC Scheme: Success on Track with Room for Reflection, Holzmann et al, szerk. I. 27–50.

12. Simonovits, A. [2002]: *Nyugdíjrendszerek: tények és modellek,* Bp, Typotex.
13. Simonovits, A. [2012]: Még egyszer az eszmei számla elvi hibájáról, *Szigma,* 43, 145–161.
14. Simonovits, A. [2015]: Hogyan hat a nyugdíjszabályok hiányos ismerete a dolgozók döntéseire? *Közgazdasági Szemle,* 62, 263–283.
15. Simonovits, A. [2018a]: Miért kell a nyugdíjvalorizálást és –indexálást pontrendszerrel felváltani? *Közgazdasági Szemle,* 65, 903–922.
16. Simonovits, A. [2018b]: Merevség és rugalmasság a magyar nyugdíjrendszerben, *Szigma,* 59, 1–10.
17. Simonovits, A. [2019a]: Merev vagy rugalmas nyugdíjkorhatár: Áttekintés, *Közgazdasági Szemle,* 66, 345–375.
18. Simonovits, A. [2019b]: Nők40 és a reálbérrobbanás, *Szigma,* 51, 123–132.

1. függelék. Szuperbruttó–bruttó–nettó bér

Ebben a függelékben feloldjuk egyik korábbi egyszerűsítésünket: szuperbruttó helyett a magyar gyakorlat a járulékot bruttó, illetve a járadékot nettó keresettel számolja. A legtöbb országban a tb-járulékon belül (feleslegesen) megkülönböztetik a munkavállalói (τ^{E}), illetve a munkáltatói (τ^{F}) részt. (A járulékba a nyugdíj mellett beleértendő az egészségügyi rész is, de az szjá-val továbbra sem foglalkozunk.) Jelölés: $\tau = \tau^{\mathrm{E}} + \tau^{\mathrm{F}}$. Legyen u a bruttó bér, és v a nettó bér. Definíció szerint teljesül

$$w = (1 + \tau^{\mathrm{F}})u \quad \text{és} \quad v = (1 - \tau^{\mathrm{E}})u.$$

A járulékot szinte mindenütt a bruttó kereset után fizetik, de átszámítható a szuperbruttó utáni járulékra. Írjuk föl, hogy a kétféleképp számított járuléktömeg megegyezik egymással:

$$(\tau^{\mathrm{E}} + \tau^{\mathrm{F}})u = \tau w.$$

Helyettesítsük be az egyenletbe a $w = (1 + \tau^{\mathrm{F}})u$ egyenletet:

$$\tau = \frac{\tau^{\mathrm{E}} + \tau^{\mathrm{F}}}{1 + \tau^{\mathrm{F}}}.$$

2. függelék. Hiperbolikus vagy bilineáris járadék

A feltételezett (1) hiperbolikus járadékfüggvény helyett itt az egyszerűsített magyar járadékfüggvényt vizsgáljuk, amely az R nyugdíjbavonulási korban és az S szolgálati időben *bilineáris*:

$$b_t(R, S) = \delta S v_{t-1}[1 + \alpha(R - R_t^*)], \qquad 40 \le S \le 50, R \ge R^*, \tag{F.1}$$

ahol $\delta = 0{,}02$; R_t^* a megfelelő évjárat általános korhatára és $\alpha = 0{,}06$. Elhagyva az általános korhatár időbeli változását, a lefelé is rugalmas korhatárt a legegyszerűbb az $R \geq R^*$ feltétel lazításával lehet bevezetni: $R \geq R^* - 3$. Első lépésben megköveteljük, hogy az általános korhatáron a hiberbolikus és a bilineáris függvény egybeessen: $b^{\mathrm{N}}(R^*) = b^{\mathrm{L}}(R^*)$, azaz

$$\frac{\tau S w}{T} = \delta S v_{-1}. \tag{F.2}$$

Ha (1) legjobb lineáris közelítését alkalmazzák (F.1)-ben, akkor $S = R - Q$ mellett

$$\frac{d}{dR} b^{\mathrm{L}}(R^* - Q, R^*) = \delta v_{-1}(1 + S\alpha).$$

Ennek kell egyenlőnek lennie a következő kifejezéssel:

$$\frac{d}{dR} b^{\mathrm{N}}(R) = \tau w \frac{D - R + R - Q}{(D - R)^2} = \tau \frac{S + T}{T^2} w.$$

Behelyettesítve a $v_{-1} = \omega w / g$-t és az (F.2)-beli $\tau^* = \delta \omega T / g$ összefüggést, adódik

$$1 + S\alpha = \frac{T + S}{T^2}, \quad \text{azaz} \quad \alpha^* = \frac{1}{T}.$$

Numerikusan, $\alpha^* = 1/16 = 0{,}0625$; kicsit elmaradva $0{,}06 + 0{,}02 = 0{,}085$-től.

A főszövegben azért nem ezt a járadékfüggvény modelleztük, mert ez nem biztosítja a rendszer egyensúlyát.

3. függelék. A Nők40 költségbecslése

A tanulmányban többször utaltunk arra, hogy a Nők40 nemcsak méltánytalan, hanem általában jelentős költségvetési kiadással jár: 2019-es hivatalos költsége 235 mrd Ft volt. Ez a szám nagyon vitatható, és ebben a függelékben megpróbáljuk megmutatni az igazi költségeket. (Mihályi – Vincze (2016) már a Férfi–Nők40 többletköltségét modellezte.) A modellezéshez a következő jelölésekre van szükségünk: a Nők40 $U_1 = 2011$-ben indult és az U_2-edik évben zárul le, abban az értelemben, hogy új tagokat nem enged be. Az alsó index a t-edik évben visszavonulókra utal. N_t^{o} a Nők40-es visszavonulók száma, R_t^{o} az átlagos Nők40-es nyugdíjbavonulási kor, w_t a szuperbruttó kereset. Most háromféle költségvetési kiadással számolhatunk: 1) a kieső járulék, 2) az előrehozott nyugdíj, és 3) a már korbetöltött nyugdíjasok többletnyugdíja. Föltesszük, hogy a zárás előtt még nem halnak meg tömegesen a Nők40 résztvevői, és nem modellezzük a zárás utáni kihalást.

Ad 1) Kieső járulék a t-edik évben. Kb. 4 év járuléka esik ki: a $t-3$, $t-2$, $t-1$, t-edik évek kilépőié:

$$V_t^1 = \tau_t (N_{t-3}^{\mathrm{o}} + N_{t-2}^{\mathrm{o}} + N_{t-1}^{\mathrm{o}} + N_t^{\mathrm{o}}) w_t, \qquad t = U_1, \ldots, U_2.$$

Itt $N_{U_1-3}^{\mathrm{o}} = N_{U_1-2}^{\mathrm{o}} = N_{U_1-1}^{\mathrm{o}} = 0$.

Ad 2) Az előrehozott nyugdíj közvetlen költsége

$$V_t^2 = N_{t-3}^{\mathrm{o}} b_{t-3} + N_{t-2}^{\mathrm{o}} b_{t-2} + N_{t-1}^{\mathrm{o}} b_{t-1} + N_t^{\mathrm{o}} b_t, \qquad t = U_1, \ldots, U_2.$$

Ad 3) A korbetöltött Nők40-esek többletnyugdíja

$$V_t^3 = V_{t-1}^3 + N_t^{\mathrm{o}}(\Delta b_t), \qquad t = U_1, \dots, U_2,$$

kezdőérték $V_{U_1-1}^3 = 0$.

Egyrészt a csökkentés nélküli és a csökkentett nyugdíj különbsége Δb_t az érintettek kihalásáig terheli a kasszát. Másrészt a 2010 óta érvényes árindexálás és az utóbbi évek reálbér-robbanása visszafordította a folyamatot: sok nő jobban járt volna a halasztással, de nem tudott erről.

4. függelék. A rugalmas nyugdíj jóléti hatása

A cikk törzsszövegében kerültük a hasznosságfüggvény alkalmazását, de a rugalmas nyugdíj jóléti hatásának becsléséhez szükségünk lesz a legegyszerűbb életpálya-hasznosságfüggvényre:

$$U[R] = (R - Q)[\log((1 - \tau)w) - \theta] - \varphi(R - R_{\mathrm{m}})_+ + (D - R) \log b(R),$$

ahol θ és $\varphi > 0$ valós szám rendre az egy évnyi munka hasznosságcsökkentő hatását képviseli az egész $[Q, D]$ pályán és az $[R_{\mathrm{m}}, D]$ végső pályán (ez utóbbira utal az alsó indexben lévő + jel). Nyilvánvaló, hogy minél nagyobb θ és φ, annál hamarabb szeretne a dolgozó nyugdíjba menni. Mivel a hasznosságfüggvény numerikus értékének nincs közgazdasági jelentése, ezért célszerű a rugalmas rendszer jóléti hatását az ún. *relatív hatékonysággal* mérni. Ez az az ε szám, amellyel beszorozva a keresetet és a nyugdíjat, a merev rendszer nyújtotta jólét eléri az eredeti kereset és nyugdíj melletti rugalmas nyugdíj (R^{o} korú) jólétét. Képletben:

$$U(R, \varepsilon) = (R - Q)[\log((1 - \tau)w\varepsilon) - \theta] - \varphi(R - R_{\mathrm{m}})_+ + (D - R) \log(b(R)\varepsilon) \tag{F.3}$$

jelöléssel a relatív hatékonyság implicit egyenlete

$$U(R^*, \varepsilon) = U(R^{\mathrm{o}}, 1). \tag{F.4}$$

Egyszerű számolással (F.3) szerint

$$U(R, \varepsilon) = U(R, 1) + (D - Q) \log \varepsilon,$$

azaz (F.4) szerint

$$U(R^*, 1) + (D - Q) \log \varepsilon = U(R^{\mathrm{o}}, 1).$$

Ezért a relatív hatékonyság explicit képlete

$$\varepsilon = \exp\{[U(R^{\mathrm{o}}, 1) - U(R^*, 1)]/(D - Q)\}.$$

Az F.1. táblázatban a korábbi paraméterek és $\varphi = 0{,}1$ fáradtsági együttható esetén mutatjuk be a relatív hatékonyságot. A 3. oszlopban $\theta = 2$; ez olyan egyének paraméterpárja, akik nyerhetnek a nyugdíjkor előrehozásával. Látható, hogy az $R^o = 63$ éves nyugdíjkor 0.4 százalékkal nagyobb jólétet ad, mint a merev 65 év, de az igazi romlás a nagyon késői visszavonulás mellett adódik. A 4. oszlopban $\theta = 1{,}8$; olyan egyének paramétere, akiknek éppen az általános korhatár az optimális. Az 5. oszlopban $\theta = 1{,}5$ olyan egyének paramétere, akik nyerhetnek a halasztással: látható, hogy az $R^o = 67$ éves nyugdíjkor 0,5 százalékkal nagyobb jólétet ad, mint a merev 65 év, de az igazi romlás az előrehozás mellett adódik.

Nyugdíjkor R	Nyugdíj b	Fáradékony ε_1	Átlagos ε_2	Kitartó ε_3
62	0,389	1,003	0.992	0,976
63	0,422	*1,004*	0,997	0,986
64	0,459	1,003	0,999	0,994
65	0,500	1,000	*1,000*	1,000
66	0,547	0,995	0,998	1,004
67	0,600	0,987	0,995	*1,005*
68	0,662	0,978	0,988	1,004

F.1. táblázat. Az előrehozott, a normális és a halasztott nyugdíj jóléti előnye

5. függelék. A svéd tapasztalat

Ebben a függelékben Palmer–Könberg (2020, 30–32. o.) nyomán összefoglaljuk a svéd nyugdíjrendszer tapasztalatait a rugalmas korhatárral. Kiindulópont: a nyugdíjrendszer eszmei számlán alapul, amelynek természetes következménye a rugalmas korhatár. Bár nincs normális korhatár, de a többség számára a 65 év a megszokott kor, és attól kezdve lehet igényelni a kiegészítő nyugdíjat. Létezik viszont egy minimális korhatár: 61 év, amely alatt csak rokkantsági nyugdíjat lehet igényelni. Van egy maximális korhatár, 67 év, amelyet elérve a munkáltató különösebb indoklás nélkül felmondhat a dolgozónak. 2017 végén a hat demokratikus párt megegyezett, hogy emelik e korhatárokat: 2020 és 2026 között három lépésben emelik a korhatárt 61-ről 64 évre, 65-ről 66-ra a kiegészítő nyugdíj alsó korhatárát, és 67-ről 69 évre az elbocsátási küszöböt (két lépésben 2020 és 2023 között). Véleményem szerint a minimális korhatár emelése túl gyors: jobban el kellett volna nyújtani.

A reform kezdetén (2000 körül) a svédek 90 százaléka 65 évesen vagy előtte ment nyugdíjba. 2015-re ez az érték még mindig 80 százalék volt, de az átlag is 65 év körül maradt. Az 1950-es évjárat 28 százaléka 65 év előtt, 50 százaléka 65 évesen, és 22 százaléka 65 év fölött ment nyugdíjba. A korválasztás bizonyos fokig racionális. Például a rosszabbul képzettebbek mennek hamarabb nyugdíjba, akiknek a nyugdíjazáskor várható élettartamuk rövidebb.

Fölvetődik a kérdés: mennyire befolyásolja a járulékkal meghatározott rendszer az idősebb dolgozók nyugdíjba vonulását? Háttérként megemlítjük, hogy 1970 és 1990 között világszerte csökkent a korcentrum. A 2000 körül kiteljesedő svéd reform hozzájárult ahhoz, hogy az emberek megértsék: egy idősödő társadalomban később kell nyugdíjba menni.

A DYNAMIC MODEL FOR THE INTRODUCTION OF THE FLEXIBLE RETIREMENT

Since 2000, in developed countries, the normal retirement age has been increasing in parallel with the expected lifetime. To raise the average (effective) retirement age similarly, there are two basic solutions: to rely on a (i) rigid retirement age; and (ii) flexible system. The latter has the advantage over the former that it also raises the average retirement age while permitting maximal individual freedom. In Hungary, before 2010, the flexible retirement system was too lax, therefore the average retirement age grew slower than the normal indicator. Since 2011/12, a rigid system has been introduced, but females with at least 40 years of rights were allowed to retire at any age without being punished.

In the last decade, I have been promoting the idea of flexible retirement age in Hungary, but paid no attention to the transitional cost of such a reform. In this new study, I create a very simple dynamic model, where the transitional costs of such a reform can be examined. The basic assumptions are as follows: (i) each cohort has the same size, has the same life expectancy and is represented by a single individual. (ii) The wages are independent of ages. (iii) The initial benefits are calculated as in an NDC (Nonfinancial Defined Contributions) and benefits in progress are age-invariant. We start the discussion with a fourth assumption: (iv) real wages are constant. We show that in the first year, when the new cohort retires at age 64 rather than 65, the costs of introduction are equal to 8 percent of the annual costs, while the total cost of transition is equal to 75–80 percent. Replacing assumption (iv) by a time-invariant real wage growth, the realism of the analysis is enhanced. It is obvious that Female40 and flexible retirement age are inconsistent. It is an open question if Female40 cannot be eliminated, then flexible retirement should be introduced or not. A sensible compromise might be a step-by-step introduction of the flexible retirement age and a similar withdrawal of Female40 through Female41, 42 and 43.

Five appendices supplement the main text: 1) the role of net vs. gross wages, 2) hyperbolic vs. bilinear benefit functions, 3) the cost of Female40, 4) the welfare benefits of flexible retirement, and 5) the Swedish experience.