

TELJESÍTMÉNYALAPÚ PÉNZFELOSZTÁS A FORMA–1-BEN PÁROS ÖSSZEHAJONLÍTÁSOKKAL¹

PETRÓCZY DÓRA GRÉTA
Budapesti Corvinus Egyetem

A Forma–1 az egyik legrangosabb nemzetközi autóverseny. A csapatok többek között a teljesítményük alapján részesednek a közvetítési jogokból és a reklámdíjakkól, ami komoly hozzájárulás a kis csapatok költségvetéséhez. A versenysorozat nézettségét növeli, ha izgalmasak a versenyek, amelyhez elengedhetetlen, hogy megfelelő számú autó induljon. A díjelosztás egyik alapja a versenysorozatban alkalmazott pontrendszer, amelynek érzékenységre már számos korábbi tanulmány rávilágított. Ezért két, páros összehasonlításon alapuló alternatív eljárást javaslunk a bevételek elosztására, a T. L. Saaty által ajánlott jobb oldali sajátvektort, illetve a szintén elterjedt logaritmikus legkisebb négyzetek módszerét. Az elosztás egyenlőtlensége egy paraméterrel szabályozható.

Kulcsszavak: allokációs mechanizmus; döntéelmélet; egyenlőtlenség; Forma–1; páros összehasonlítás. *JEL:* C44, D71

1 Bevezetés

A Forma–1 (magyarul rendszerint a Forma–1 név használatos, de hivatalosan Formula–1, rövidítve F1) az egyik legrangosabb nemzetközi autóverseny. Évente több milliárd amerikai dolláros bevételt eredményező iparág, amelyet csak a labdarúgó-világbajnokság és a nyári olimpia előz meg a televízióközvetítések nézettsége terén. Az F1 magyar nagydíj a hazai turizmus jelentős szeletét adja (Dávid et al., 2018).

A versenyző csapatok többek között a teljesítményük alapján részesednek a közvetítési jogokból és a reklámdíjakkól (*Formula One Prize Money*), azonban közel sem egyenletes mértékben. A 2019-ben legnagyobb díjban részesülő (az előző évben 2. helyezett) Ferrari négyszer annyit kapott, mint az utolsó Toro Rosso (Rencken és Collantine, 2019).

Judde et al. (2013), illetve Schreyer és Torgler (2018) különböző időszakokra belátták, a verseny kiegyensúlyozottsága növeli a nézettséget, ezáltal a bevételeket.

Az olyan népszerű csapatok, mint a Ferrari és a Mercedes, önmagukban is komoly szponzori támogatásra számíthatnak. Több csapat költségvetésének viszont jelentős részét a közvetítési jogokból származó bevétel adja, így nem meglepő, hogy a ranglista vége felé az utóbbi időben jellemző volt a csapa-

¹Beérkezett 2020. január 28. E-mail: doragreta.petroczy@uni-corvinus.hu.

tok csődjé. Ugyanakkor a sportágnak szüksége van a megfelelő autósámra, különben a verseny alatti izgalmas pillanatok száma jelentősen csökken.

Az autóverseny-széria új tulajdonosa, a Liberty Media, felismerve a Forma-1-ben uralkodó egyenlőtlenséget és a csökkenő nézőszámot, 2021-re jelentősen átalakította a csapatok jutalmazását. Fő céljuk a kis csapatok díjazásának növelése révén a versenyek érdekesebbé tétele, másodsorban az elosztást inkább a teljesítményhez kötik.

Tanulmányunkban a csapatokat az évadban nyújtott teljesítményük alapján, a páros összehasonlítások módszerével rangsoroljuk. A közvetítési és reklámdíjak kiosztását a páros összehasonlítás mátrixot legjobban közelítő súlyvektor alapján végezzük el. Két ilyen módszert mutatunk be, a T. L. Saaty által javasolt jobb oldali sajátvektort, illetve a páros összehasonlításokon alapuló döntési eljárásokban szintén elterjedt logaritmikusság legkisebb négyzetek módszerét.

A 2. fejezetben ismertetjük a jelenleg használt és a Liberty Media által javasolt elosztásokat. A 3. fejezetben bemutatjuk az elosztásra használt pontrendszert és kritikáit, a 4. fejezetben a javasolt módszertant tekintjük át, eredményeinket az 5. fejezet tartalmazza. Cikkünket összefoglalással zárjuk.

2 A bevételek elosztása

A különböző bevételek és nyeremények elosztására számos módszert javasoltak, gyakran valós alkalmazásokkal (Tasnádi 2006, 2014). A különböző osztalékpolitikák többletérték teremtéséről Fazakas és Kosárka (2008) értekeznek. A vállalati jövedelem igazságos elosztását a megbízó-ügynök problémán keresztül vizsgálja Kaliczka és Naffa (2010). A kooperatív játékelmélet híres elosztási feladatait foglalja össze Solymosi (2009). A kockázatelosztással vagy más néven tőkeallokációval Csóka et al. (2009), illetve Balog et al. (2010) és Balog et al. (2011) foglalkozik. A földosztások matematikai hátterét vizsgálja Segal-Halevi és Sziklai (2018). A befektetéseknél azonosított egyedi faktorok szétoztására a tisztafaktor portfóliókat alkalmazza Fain és Naffa (2019).

A sporteseményeknél elterjedt, hogy a közvetítési és reklámbevételek egy részét a jogtulajdonos kiosztja a csapatok között (Bergantinos és Moreno-Ternero, 2020). Budzinski és Müller-Kock (2018) belátta, a Forma-1-ben alkalmazott elosztási módszer eltér a más sportágakban megszokottaktól, és jogosulatlan előnyhöz is juttathat néhány csapatot.

A jelenlegi Forma-1 díjfelosztás az 1. táblázatban látható. Az első oszlopból egyenlően részesedik minden olyan csapat, amelyik a megelőző három évben legalább kétszer az első tíz helyezett között végzett. A második oszlopban a teljesítmény alapján kiosztott díjak szerepelnek. A harmadik oszlop az úgynevezett nagy múltú csapatoknak (Long-Standing Team) járó kifizetés, amelyből jelenleg csak a Ferrari részesedik. A negyedik oszlop a korábbi bajnokoknak járó, az ötödik az egyedi megállapodásokon alapuló részesedés. Ahogy a táblázatból is kiderül, a díj csupán harmada teljesítményalapú, a kis csapatok pedig alulreprezentáltak.

Csapat	Első tíz	Teljesítmény	Nagy múltú	Korábbi bajnok	Egyéb	Összesen
Ferrari	35	56	73	41	—	205
Mercedes	35	66	—	41	35	177
Red Bull	35	46	—	36	35	152
McLaren	35	32	—	33	—	100
Renault	35	38	—	—	—	73
Haas	35	35	—	—	—	70
Williams	35	15	—	—	10	60
Racing Point	35	24	—	—	—	59
Sauber	35	21	—	—	—	56
Toro Rosso	35	17	—	—	—	52
<i>Összesen</i>	<i>350</i>	<i>350</i>	<i>73</i>	<i>151</i>	<i>80</i>	<i>1004</i>

1. táblázat. 2019-es pénzfelosztás a Forma-1 csapatok között (millió dollár).

Forrás: Rencken és Collantine (2019)

A Forma-1 autóverseny sorozatot 2017 elején felvásárolta az amerikai Liberty Media. Az új vezetés számos változást jelentett be a Liberty Media 2021 terv keretében.² A csapatok költségeinek szabályozásával egyértelműen az a céljuk, hogy a kis csapatok versenyképességét növeljék, ezen felül szeretnék a közvetítési jogok kiosztását átláthatóbbá és teljesítményalapúvá tenni. A korábbi ötoszlopos rendszer kétoszloposra egyszerűsödne. A bevételek felét egyenlően osztanák szét a legutóbbi három évből legalább kétszer az első tíz helyezett között végző csapatok között, a másik feléből 14%-ot kapna az előző évi első, 6%-ot az utolsó helyezett, a kettő között pedig egyenlően növekedve részesedne a többi csapat. A Liberty Media 2021 terv szerint felosztott kifizetések 2019-re a 2. táblázatban találhatóak.³ A tervezet jelenleg csak 10 csapatra került kidolgozásra, és nincs útmutatás arról, hogy ennél több résztvevő csapat esetén milyen szabály kerülne alkalmazásra.

Csapat	2018-as helyezés	Első tíz	Teljesítmény	Összesen
Ferrari	2	50,2	65,8	116,0
Mercedes	1	50,2	70,3	120,5
Red Bull	3	50,2	61,4	111,6
McLaren	6	50,2	48,0	98,2
Renault	4	50,2	56,9	107,1
Haas	5	50,2	52,4	102,6
Williams	10	50,2	30,1	80,3
Racing Point	7	50,2	43,5	93,7
Sauber	8	50,2	39,0	89,2
Toro Rosso	9	50,2	34,6	84,8
<i>Összesen</i>	—	<i>502</i>	<i>502</i>	<i>1004</i>

2. táblázat. 2019-es pénzfelosztás a Forma-1 csapatok között a Liberty Media 2021 terv alapján (millió dollár). Forrás: Saját számítás Rencken és Collantine (2019) alapján

² Lásd <https://www.racefans.net/2019/04/03/revealed-what-liberty-told-teams-about-its-plans-for-f1-2021/>. A végleges megállapodások viszont nem kerültek nyilvánosságra.

³ A Racing Point (a Force India utódja) helyezésénél itt a hivatalosan elért 7. helyet szerepeltettük. Mindenhol máshol az eredmények szempontjából egyetlen csapatként kezeltük a 2018-as évadban versenyző indiai Sahara Force India és a brit tulajdonú Racing Point Force India csapatokat (amely a világbajnokság hivatalos eredményében két külön csapatnak számított), és Racing Pointnak neveztük.

3 A Forma–1 pontozási rendszere

A Forma–1-es világbajnokságon csapatok vesznek részt, amelyeknek két-két versenyzőjük van. Minden szezon nagyjából húsz futamból, nagydíjból áll, ezeken elért helyezéseik alapján a pilóták pontokat kapnak, az ugyanahhoz a csapathoz tartozó versenyzők pontjainak összege határozza meg a csapat-verseny eredményét.

A jelenlegi pontrendszer szerint a futamok első tíz helyezettjét díjazták. Az első 25, a második 18, majd sorban 15, 12, 10, 8, 6, 4, 2 és 1 pontot kap. Ez a rendszer megegyezik a 2010-től használt pontozási eljárással, az egyetlen különbség, hogy 2019 óta a leggyorsabb kört futó pilótát további egy ponttal jutalmazza, amennyiben egyébként is pontszerző helyen végez.⁴ A Forma–1-ben alkalmazott pontrendszert azonban a versenyszéria 1950-es kezdete óta számos alkalommal módosították, ezért több kutatás is foglalkozott a pontrendszer hatásaival.

Kladroba (2000) a szavazáselmélet ismert eljárásait alkalmazta az 1998-as évad végső sorrendjének meghatározására. Soares de Mello et al. (2005) a Condorcet-módszert javasolta a rangsor felállítására, viszont így nem minden esetben lehetséges a teljes rangsor előállítása.

Haigh (2009) belátta, hogy a világbajnokság eredménye gyakran az alkalmazott pontrendszertől függ, viszont szerinte a sorrendnek robusztusnak kellene lennie erre a változtatásra. Például, bár az 1950-es világbajnokság sorrendje Farina, Fangio, Fagioli volt, ha ugyanezt a bajnokságot a 2003–2009 között életben lévő pontrendszerrel értékeltük volna, akkor a végeredmény Fagioli, Farina és Fangio.

Anderson (2014) és Anderson (2015) maximum likelihood alapú módszert javasolt a versenyzők rangsorolására.

Soares de Mello et al. (2015) a Condorcet-módszer egy variánsával adott új rangsort a 2013-as csapat-világbajnokságra. Corvalan (2018) különböző pontrendszerekkel kiszámolta a pilóták teljes életpálya teljesítményét. Mindegyik alapján Michael Schumacher bizonyul a legjobbnak, ugyanakkor a további helyezettek függnek az alkalmazott pontozási eljárástól.

Kondratev et al. (2019) axiomatikus alapon egy mértani pontozási szabályt javasolt a pilóták értékelésére. E szerint a pontokat a következő sorozat alapján kell kiosztani: $0, 1, 1 + p, 1 + p + p^2 \dots$, ahol $p > 0$ egy paraméter. Csató (2021) két, egyaránt elkerülendő jelenség, a világbajnoki cím korai, illetve futangyőzelem nélküli megszerzésének kockázatát számszerűsítette a különböző pontozási rendszerek mellett.

A korábbi és a jelenlegi rendszer sem értékeli a megbízhatóságot. Sokszor előfordul, hogy egy kisebb költségvetésű csapat autója célba ér, ellentétben egy jobb anyagi helyzetű csapat autójával, ez azonban nem jelenik meg a szerzett pontok számában. A következőkben egy rövid példán szemléltetjük az így kialakuló visszásságot.

⁴ A 2014-es évadban az utolsó verseny, az abu-dzabi nagydíj dupla pontot ért. A szabály kiváltotta a pilóták és a rajongók ellenszenvét, ezért a következő szezonra eltörölték.

1. Példa. Legyen A és B két csapat, $A1$ és $A2$, illetve $B1$ és $B2$ a versenyzőik. Ahogy a 3. táblázatban látható, egyetlen kivételtől eltekintve A csapat versenyzői jobban szerepelnek, mint B csapaté. A 3. versenyen azonban a B csapat egyik pilótája 10. helyezést ér el, legyőzi A mindkét versenyzőjét, és egy pontot szerez. Tehát egy alkalomtól eltekintve mindig az A csapat jobb, mint a B , a pontrendszer alapján mégis a B csapat végez előrébb a világbajnokságon.

Autó	1. verseny	2. verseny	3. verseny	4. verseny	Pontok
$A1$	11	11	11	11	0
$A2$	12	12	12	12	0
$B1$	16	16	10	16	1
$B2$	17	17	17	17	0

3. táblázat. Az A és B csapat által elért helyezések az 1. példában

4 Egy új javaslat: a csapatok páros összehasonlítása

A versenyeredményekre tekinthetünk úgy, mint a pilóták közötti összehasonlításra, ezt általánosítottuk csapatokra. Vegyünk két csapatot, A -t és B -t, illetve mindegyikhez két versenyzőt: $A1$, $A2$, illetve $B1$ és $B2$, ahol a számozás megadja a csapaton belüli sorrendet is. Ha az egyik csapat pilótája előrébb végzett, mint a másiké, akkor az a csapat legyőzte a másikat.

Egy futamon az alábbi esetek fordulhatnak elő, amennyiben mind a négy versenyző célba ér:

- A négyszer győzte le B -t, ha $A1$ és $A2$ megelőzte $B1$ -t és $B2$ -t;
- A háromszor legyőzte B -t és B egyszer A -t, ha $A1$ megelőzte $B1$ -t és $B2$ -t, de $A2$ csak $B2$ -t;
- A kétszer legyőzte B -t és B kétszer A -t, ha $A1$ megelőzte $B1$ -t és $B2$ -t, de $A2$ egyiket sem;

illetve a fordított esetek.

Ha egy versenyző a futam több, mint 90%-át teljesítette, akkor a hivatalos pontrendszerhez hasonlóan figyelembe vettük a helyezését. Minden célba érő versenyző legyőzte azokat, akik kiestek, ugyanakkor a versenyt nem teljesítők között nem tudunk sorrendet felállítani, ebben az esetben egyik csapat sem győzte le a másikat.

Az egyes futamokon egymás ellen elért eredményeket egy évad során összeadtuk, így elkészítettük a csapatok közötti G aggregált páros összehasonlítási mátrixot a 2014 és 2018 közötti öt évadra.⁵ A 2018-as évad aggregált páros összehasonlítási mátrixa a 4. táblázatban található. A G mátrix elemeire igaz, hogy $g_{ij} + g_{ji}$ legfeljebb a futamszám négyszerese, de a legtöbb esetben ennél kevesebb. A G mátrix alapján történő rangsorolási módszerek axiomatikus elemzését lásd Csató (2013a) és González-Díaz et al. (2014).

⁵ A futameredmények megtalálhatók a <https://www.formula1.com/> honlapon.

	Mer- cedes	Ferrari	Red Bull	Renault	Haas	Mc Laren	Racing Point	Sauber	Toro Rosso	Williams
Mercedes	—	47	59	78	78	77	79	78	78	79
Ferrari	37	—	49	73	74	73	73	74	74	74
Red Bull	23	31	—	60	61	59	59	62	60	60
Renault	4	8	19	—	45	52	45	55	55	63
Haas	6	9	18	35	—	49	39	39	47	55
McLaren	7	9	20	29	31	—	30	39	46	57
Racing Point	5	9	21	35	41	51	—	54	56	65
Sauber	6	8	19	23	38	42	28	—	50	54
Toro Rosso	4	8	22	25	32	35	24	30	—	44
Williams	5	8	20	20	26	26	18	29	38	—

4. táblázat. A 2018-as évad aggregált páros összehasonlítási mátrixa

	Mer- cedes	Ferrari	Red Bull	Renault	Haas	Mc Laren	Racing Point	Sauber	Toro Rosso	Williams
Mercedes	1	1,27	2,57	19,50	13,00	11,00	15,80	13,00	19,50	15,80
Ferrari	0,79	1	1,58	9,13	8,22	8,11	8,11	9,25	9,25	9,25
Red Bull	0,39	0,63	1	3,16	3,39	2,95	2,81	3,26	2,73	3,00
Renault	0,05	0,11	0,32	1	1,29	1,79	1,29	2,39	2,20	3,15
Haas	0,08	0,12	0,30	0,78	1	1,58	0,95	1,03	1,47	2,12
McLaren	0,09	0,12	0,34	0,56	0,63	1	0,59	0,93	1,31	2,19
Racing Point	0,06	0,12	0,36	0,78	1,05	1,70	1	1,93	2,33	3,61
Sauber	0,08	0,11	0,31	0,42	0,97	1,08	0,52	1	1,67	1,86
Toro Rosso	0,05	0,11	0,37	0,45	0,68	0,76	0,43	0,60	1	1,16
Williams	0,06	0,11	0,33	0,32	0,47	0,46	0,28	0,54	0,86	1

5. táblázat. A 2018-as évad páros összehasonlítás mátrixa

A G mátrixból kapható az A (*multiplikatív*) páros összehasonlítás mátrix, az $a_{ij} = g_{ij}/g_{ji}$ definícióval. A 2018-as évad multiplikatív páros összehasonlítás mátrixa az 5. táblázatban található.

Ezt a megközelítést már számtalanszor alkalmazták sportrangsorok előállítására. Bozóki et al. (2016) a világranglista-vezető teniszezők összehasonlítására, Chao et al. (2018) gojátékosok rangsorolására, Csató (2013b) a svájci rendszerű sakk csapatversenyek eredményének meghatározására, Saaty (2008) az olimpián résztvevő országok sorrendjének kialakítására tett javaslatot. Felsőoktatási intézmények rangsorának előállítására használta Csató (2016), illetve Csató és Tóth (2020).

Az AHP módszert (Saaty, 1977, 1980) többször használták erőforrás-allokációra (Ramanathan és Ganesh 1995; Ossadnik, 1996; Vaidya és Kumar, 2006; Saaty et al., 2007). Ennek egyik legfontosabb eleme a páros összehasonlítás mátrix, amiből leggyakrabban kétféle módszerrel szoktak súlyvektort előállítani, a Thomas L. Saaty által javasolt jobb oldali sajátvektorral, illetve a szintén elterjedt logaritmikus legkisebb négyzetek módszerével (Crawford és Williams, 1985; De Graan, 1980; de Jong, 1984; Rabinowitz, 1976; Williams és Crawford, 1980).

1. Definíció. *Sajátvektor módszer (EM):* Jelölje az $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ mátrix legnagyobb (avagy domináns) sajátértékét λ_{\max} . A sajátvektor módszer az ehhez tartozó \mathbf{w}^{EM} jobb oldali sajátvektort adja súlyvektorként, azaz:

$$\mathbf{A}\mathbf{w}^{EM} = \lambda_{\max}\mathbf{w}^{EM}.$$

2. Definíció. *Logaritmikus legkisebb négyzetek módszere (LLSM):* A logaritmikus legkisebb négyzetek módszere az $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ páros összehasonlítás mátrixhoz azt a $\mathbf{w}^{LLSM} = [w_i]$ súlyvektort rendel, mely az alábbi optimalizálási feladat egyértelmű megoldása:

$$\min_{\mathbf{w} \in \mathbb{R}^n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left[\log a_{ij} - \log \left(\frac{w_i}{w_j} \right) \right]^2.$$

Az utóbbi módszer ekvivalens azzal, ha a páros összehasonlítás mátrix sorainak mértani közepeit vesszük (Crawford és Williams, 1985).

Mivel a súlyok összege tetszőleges, mindkét esetben 1-re normalizáltuk a súlyvektort. Ezáltal a súlyok meghatározzák, hogy a teljes pénzdíj hány százalékát kapja az adott csapat.

Azonban ezek az elosztások szélsőséges egyensúlytalansághoz vezethetnek, ha nagy a teljesítménybeli eltérés a csapatok között, ami ellentétes a döntéshozó azon törekvésével, hogy a díjfelosztás minél egyenletesebb legyen. Ezért bevezettük az α paramétert, a páros összehasonlítás mátrix elemenkénti hatványkitevőjét:

$$a_{ij} = \left(\frac{g_{ij}}{g_{ji}} \right)^\alpha \quad \text{és} \quad a_{ji} = \left(\frac{g_{ji}}{g_{ij}} \right)^\alpha \quad \text{minden } i, j\text{-re.}$$

A csapatok közötti pénzelosztás egyenlőtlenségét a Herfindahl–Hirschman-indexszel (Herfindahl, 1950; Hirschman, 1945, 1964), illetve normalizált formájával, a piaci koncentráció egy elterjedt mérőszámával számszerűsítettük. Ez a mutató alkalmazható egy allokáció kiegyenlítetttségének mérésére is (Budzinski és Müller-Kock, 2018). A sport szakirodalomban *Herfindahl Ratio of Competitive Balance (HRCB)* néven a verseny kiegyensúlyozottság mérésére elterjedt mutató (Michie és Oughton, 2004; Fűrész és Rappai, 2018).

3. Definíció. *Herfindahl–Hirschman-index (HHI):* Jelölje $\mathbf{w} = [w_i]$ az elosztásvektort és n a csapatok számát. Ekkor a Herfindahl–Hirschman-index:

$$HHI(\mathbf{w}) = \sum_{i=1}^n w_i^2.$$

A *HHI* maximális értéke 1, amit akkor ér el, ha egyetlen csapat kapja a teljes bevételt. A minimum értéket akkor veszi fel, ha minden csapat ugyanakkora bevételt kap, ekkor $HHI = 1/n$. Látható, hogy legkisebb értéke függ az induló csapatok számától, ami megnehezítené a különböző évadok összehasonlítását. Ezért a normalizált formáját használjuk, amely 0 és 1 közötti értéket vesz fel.

4. Definíció. *Normalizált Herfindahl–Hirschman-index (HHI*):* Jelölje $\mathbf{w} = [w_i]$ az elosztásvektort és n a csapatok számát. Ekkor a normalizált Herfindahl–Hirschman-index:

$$HHI^*(\mathbf{w}) = \frac{HHI(\mathbf{w}) - 1/n}{1 - 1/n}.$$

A következő fejezetben látni fogjuk, az α paraméter változtatásával az egyenlőtlenség tetszőlegesen változtatható, illetve a sajátvektor és az *LLSM* módszer általában hasonló eredményekre vezet.

5 Eredmények

A sajátvektor és az *LLSM* módszer természetesen nem csak elosztásra, hanem a csapatok közötti sorrend felállítására is alkalmas. Az i csapat a rangsorban előrébb helyezkedik el, mint a j csapat, ha $w_i > w_j$. A 2018-as szezon alternatív rangsorai ugyanazt a sorrendet adják vissza, mint ami a pontszámok alapján adódik.⁶ Ez azonban a 2017-es eredményeket bemutató 6. táblázat alapján nem minden esetben teljesül: a Red Bull és a Force India, illetve a Renault és a Haas pozíciót cserél a hivatalos rangsorhoz képest.

Csapat	Hivatalos sorrend	<i>EM</i> ($\alpha = 1$)	<i>LLSM</i> ($\alpha = 1$)
Mercedes	1	1	1
Ferrari	2	2	2
Red Bull	3	4	4
Force India	4	3	3
Williams	5	5	5
Renault	6	8	8
Toro Rosso	7	7	7
Haas	8	6	6
McLaren	9	9	9
Sauber	10	10	10

6. táblázat. A 2017-es évad alternatív csapatrangsorai

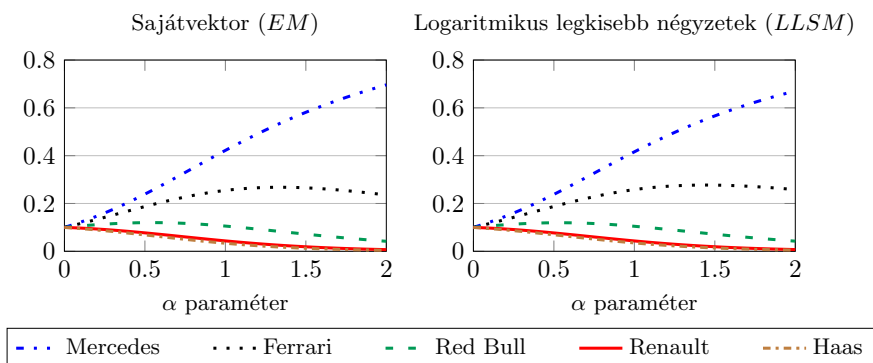
A 2018-as évad alternatív pénzelosztásai a 7. táblázatban szerepelnek $\alpha = 1$ mellett. A sajátvektor és a logaritmikusság legkisebb négyzetek módszere hasonló eredményt ad. Akár ránézésre is megállapítható azonban, ez egy kiegyensúlyozatlan felosztás. Ahogy a 4. táblázatból kiderül, ennek oka, hogy a Mercedes lényegesen jobban szerepelt, mint a mezőny többi része. A Liberty Media 2021 tervben szereplő pénzelosztás normalizált Herfindahl-Hirschman-indexe 0,007, az α paraméter csökkentésével az alternatív javaslatok egyenlőtlensége is csökkenthető.

Az 1. ábrán látható, hogyan alakul a 2018-as évben a legjobb öt csapat részesedése a két választott módszerrel az α függvényében. Természetesen, ha $\alpha = 0$, akkor minden csapat részesedése megegyezik. A paraméter növekedése a Mercedesnek kedvez, ugyanakkor a többi csapat esetén nem ennyire egyértelmű az összefüggés.

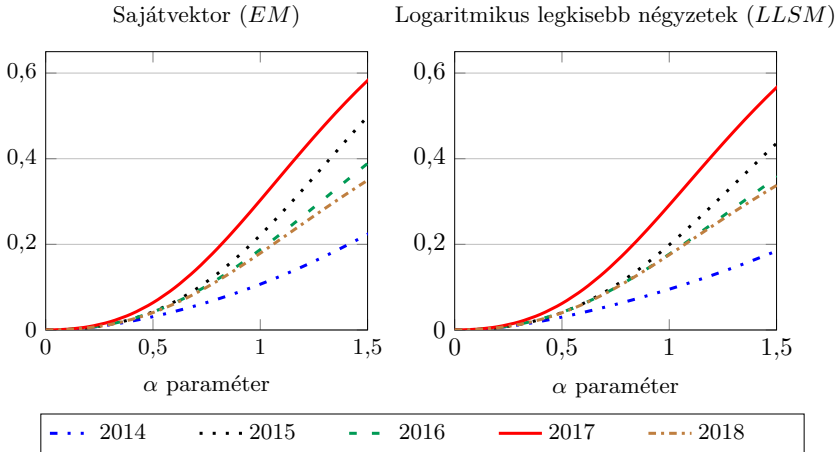
⁶ Mivel a Racing Point pontszámaiba a Force India pontjait is beleszámoltuk, ezért a pontszám alapján felállított sorrend eltér a hivatalostól.

Csapat	$EM (\alpha = 1)$	$LLSM (\alpha = 1)$
Mercedes	42,2	41,6
Ferrari	25,5	25,8
Red Bull	10,5	10,5
Renault	4,4	4,3
Racing Point	4,2	4,2
Haas	3,4	3,5
McLaren	2,9	3,0
Sauber	2,9	2,9
Toro Rosso	2,2	2,3
Williams	1,9	1,9
HHI^*	0,179	0,176

7. táblázat. A 2018-as évad alternatív díjfelosztásai, %

1. ábra. Alternatív pénzfelosztás a top öt csapat között α különböző értékeire, 2018

A 2. ábra az elosztás egyenlőtlenségét mutatja a 2014–2018 közötti öt szezonban az α paraméter függvényében. A paraméter megváltoztatásával a HHI^* is tetszőlegesen módosítható, összhangban a döntéshozó esetleges szándékaival. A 2014-es évben volt a vizsgált időszakban a legkiegyenlítettőbb a verseny, míg 2017-ben a nyertes Mercedes sokkal jobban teljesített a többiekénél. A Liberty Media 2021-es tervnek megfelelő $HHI^* = 0,007$ -es kiegyenlítettség a vizsgált években 0,2 és 0,3 közötti paraméterértékekkel érhető el.



2. ábra. A normalizált Herfindahl–Hirschman-index (HHI^*), 2014–2018

6 Összefoglalás

Tanulmányunkban bemutattunk egy modellt a bevételek elosztására csapatok között. A páros összehasonlításokon alapuló megközelítés lehetővé teszi az allokációt egyetlen paraméter alapján. Javaslatunkat egy példa segítségével ismertettük, a Forma-1 konstruktőrök közötti díjfelosztására adtunk javaslatot. A megközelítés előnye a hivatalos pontozási rendszerrel szemben, hogy független az önkényesen választott – és a múltban többször módosított – pontértékektől. Az alkalmazott módszerek nem autóverseny specifikusak, minden olyan elosztásra alkalmazhatóak, ahol a szereplők teljesítménye összehasonlítható. A javasolt módszerek paraméterével szabályozható az elosztás egyenlőtlensége.

Köszönetnyilvánítás

Hálával tartozunk *Csató Lászlónak* és két anonim bírálónak hasznos észrevételeikért. A kutatás az NKFIH K 128573 pályázat, valamint az Innovációs és Technológiai Minisztérium ÚNKP-19-3-III-BCE-97 kódszámú Új Nemzeti Kiválósági Programjának szakmai támogatásával készült.

Irodalom

1. Anderson, A. (2014). Maximum likelihood ranking in racing sports. *Applied Economics*, 46(15), 1778–1787.
2. Anderson, A. (2015). A Monte Carlo comparison of alternative methods of maximum likelihood ranking in racing sports. *Journal of Applied Statistics*, 42(8), 1740–1756.

3. Balog, D., Bátyi, T. L., Csóka, P. és Pintér, M. (2011). Tőkeallokációs módszerek és tulajdonságaik a gyakorlatban. *Közgazdasági Szemle*, 58(7-8), 619–632.
4. Balog, D., Csóka, P. és Pintér, M. (2010). Tőkeallokáció nem likvid portfóliók esetén. *Hitelintézeti Szemle*, 9(6), 604–616.
5. Bergantiños, G. és Moreno-Ternero, J. D. (2020). Sharing the revenues from broadcasting sport events. *Management Science*, 66(6), 2417–2431.
6. Bozóki, S., Csató, L. és Temesi, J. (2016). An application of incomplete pairwise comparison matrices for ranking top tennis players. *European Journal of Operational Research*, 248(1), 211–218.
7. Budzinski, O. és Müller-Kock, A. (2018). Is the revenue allocation scheme of Formula One motor racing a case for European competition policy? *Contemporary Economic Policy*, 36(1), 215–233.
8. Chao, X., Kou, G., Li, T. és Peng, Y. (2018). Jie Ke versus AlphaGo: A ranking approach using decision making method for large-scale data with incomplete information. *European Journal of Operational Research*, 265(1), 239–247.
9. Collantine, K. és Rencken, D. (2018). Revealed: The winners and losers under Liberty's 2021 F1 prize money plan. <https://www.racefans.net/2018/04/11/revealed-the-winners-and-losers-under-libertys-2021-f1-prize-money-plan/>.
10. Corvalan, A. (2018). How to rank rankings? Group performance in multiple-prize contests. *Social Choice and Welfare*, 51(2), 361–380.
11. Crawford, G. és Williams, C. (1985). A note on the analysis of subjective judgment matrices. *Journal of Mathematical Psychology*, 29(4), 387–405.
12. Csató, L. (2013a). Páros összehasonlításokon alapuló rangsorolási módszerek. *Sigma*, 44(3-4), 155–198.
13. Csató, L. (2013b). Ranking by pairwise comparisons for Swiss-system tournaments. *Central European Journal of Operations Research*, 21(4), 783–803.
14. Csató, L. (2016). Felsőoktatási rangsorok jelentkezői preferenciák alapján. *Közgazdasági Szemle*, 63(1), 27–61.
15. Csató, L. (2021). A comparative study of scoring systems by simulations. Műhelytanulmány. arXiv: <https://arxiv.org/abs/2101.05744>.
16. Csató, L. és Tóth, Cs. (2020). University rankings from the revealed preferences of the applicants. *European Journal of Operational Research*, 286(1), 309–320.
17. Csóka, P., Herings, P. J.-J. és Kóczy, L. Á. (2009). Stable allocations of risk. *Games and Economic Behavior*, 67(1), 266–276.
18. Dávid, L. D., Remenyik, B., Molnár, C., Baiburiev, R. és Csobán, K. (2018). The impact of the Hungaroring Grand Prix on the Hungarian tourism industry. *Event Management*, 22(4), 671–674.
19. De Graan, J. G. (1980). Extensions of the multiple criteria analysis method of T. L. Saaty. Report, National Institute for Water Supply, Voorburg.
20. de Jong, P. (1984). A statistical approach to Saaty's scaling method for priorities. *Journal of Mathematical Psychology*, 28(4), 467–478.
21. Fain, M. és Naffa, H. (2019). Aktív befektetési stratégiák teljesítményének mérése tiszta faktorportfóliókkal. *Hitelintézeti Szemle*, 18(2), 52–87.
22. Fazakas, G. és Kosárka, J. (2008). Osztalékpolitikai elméletek. *Közgazdasági Szemle*, 55(9), 782–806.

23. Fűrész, D. és Rappai, G. (2018). Koncentrációs mérőszámok sportos szerep-körben. *Statisztikai Szemle*, 96(10), 949–972.
24. González-Díaz, J., Hendrickx, R. és Lohmann, E. (2014). Paired comparisons analysis: an axiomatic approach to ranking methods. *Social Choice and Welfare*, 42(1), 139–169.
25. Haigh, J. (2009). Uses and limitations of mathematics in sport. *IMA Journal of Management Mathematics*, 20(2), 97–108.
26. Herfindahl, O. C. (1950). *Concentration in the steel industry*. Ph.D. disszertáció, Columbia University, New York.
27. Hirschman, A. O. (1945). *National Power and the Structure of Foreign Trade*. University of California Press, Berkeley.
28. Hirschman, A. O. (1964). The paternity of an index. *The American Economic Review*, 54(5), 761–762.
29. Judde, C., Booth, R., és Brooks, R. (2013). Second place is first of the losers: An analysis of competitive balance in Formula One. *Journal of Sports Economics*, 14(4), 411–439.
30. Kaliczka, N. és Naffa, H. (2010). Természetes jelzések a megbízó-ügynök koalíció jövedelmének hitelesítésében. *Vezetéstudomány*, 41(4), 45–54.
31. Kladroba, A. (2000). Das Aggregationsproblem bei der Erstellung von Rankings. Einige Anmerkungen am Beispiel der Formel 1 Weltmeisterschaft 1998. *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, 220(3), 302–314.
32. Kondratev, A. Y., Ianovski, E. és Nesterov, A. S. (2019). How should we score athletes and candidates: geometric scoring rules. Műhelytanulmány. arXiv: <https://arxiv.org/abs/1907.05082>.
33. Michie, J. és Oughton, C. (2004). *Competitive Balance in Football: Trends and Effects*. Football Governance Research Centre.
34. Ossadnik, W. (1996). AHP-based synergy allocation to the partners in a merger. *European Journal of Operational Research*, 88(1), 42–49.
35. Rabinowitz, G. (1976). Some comments on measuring world influence. *Conflict Management and Peace Science*, 2(1), 49–55.
36. Ramanathan, R. és Ganesh, L. S. (1995). Using AHP for resource allocation problems. *European Journal of Operational Research*, 80(2), 410–417.
37. Rencken, D. és Collantine, K. (2019). Formula 1 teams' prize money payments for 2019 revealed. <https://www.racefans.net/2019/03/03/formula-1-teams-prize-money-payments-for-2019-revealed/>.
38. Saaty, T. L. (1977). A scaling method for priorities in hierarchical structures. *Journal of Mathematical Psychology*, 15(3), 234–281.
39. Saaty, T. L. (1980). *The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation*. McGraw-Hill, New York.
40. Saaty, T. L. (2008). Who won the 2008 Olympics? A multicriteria decision of measuring intangibles. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, 17(4), 473–486.
41. Saaty, T. L., Peniwati, K. és Shang, J. S. (2007). The analytic hierarchy process and human resource allocation: Half the story. *Mathematical and Computer Modelling*, 46(7-8), 1041–1053.
42. Schreyer, D. és Torgler, B. (2018). On the role of race outcome uncertainty in the TV demand for Formula 1 Grands Prix. *Journal of Sports Economics*, 19(2), 211–229.

43. Segal-Halevi, E. és Sziklai, B. R. (2018). Resource-monotonicity and population-monotonicity in connected cake-cutting. *Mathematical Social Sciences*, 95, 19–30.
44. Soares de Mello, J. C. C. B., Gomes, L. F. A. M., Gomes, E. G. és Soares de Mello, M. H. C. (2005). Use of ordinal multi-criteria methods in the analysis of the Formula 1 World Championship. *Cadernos EBAPE.BR*, 3(2), 1–8.
45. Soares de Mello, J. C. C. B., Gomes Júnior, S. F., Angulo-Meza, L. és Mourão, C. L. d. O. (2015). Condorcet method with weakly rational decision makers: A case study in the Formula 1 Constructors' Championship. *Procedia Computer Science*, 55, 493–502.
46. Solymosi, T. (2009). Kooperatív játékok. *Magyar Tudomány*, 170(5), 547–558.
47. Tasnádi, A. (2006). Osztozkodási játékok. *Sigma*, 37(3-4), 143–151.
48. Tasnádi, A. (2014). *Igazságos elosztások*. Typotex Kiadó, Budapest. http://etananyag.ttk.elte.hu/FiLeS/downloads/22-TASNADLIgazsagos_elosztasok.pdf.
49. Vaidya, O. S. és Kumar, S. (2006). Analytic hierarchy process: An overview of applications. *European Journal of Operational Research*, 169(1), 1–29.
50. Williams, C. és Crawford, G. (1980). Analysis of subjective judgment matrices. Interim report R-2572-AF, Rand Corporation, Santa Monica.

PERFORMANCE BASED REVENUE ALLOCATION IN FORMULA ONE

Formula One is one of the most prestigious motor racing championships around the world. The participating teams share rights and advertising fees (Formula One Prize Money) partly based on their performance, but nowhere near evenly: the recipient of the highest award in 2019 (second in the previous year), Ferrari, received four times as much as the last Toro Rosso. It is reinforced by the sports literature that the balance of competition increases viewership and, thus, revenues. Popular teams like Ferrari and Mercedes, on their own, can count on serious sponsorship support. However, a significant part of other teams' budget comes from prize money, so it is not surprising that some teams towards the end of the rankings have faced bankruptcy in recent years. Formula One needs a sufficient car number. Otherwise, the number of exciting moments during the race is significantly reduced.

Typically, the teams' prizes are divided into three parts. 'Column one' is a fixed share of revenue paid to any team which has finished in the top 10 of the championship in at least two of the past three seasons. 'Column two' is paid based on a team's finishing position in the previous championship. Ferrari has a particular Long-standing Team payment as being the only team that competes since the beginning of the championship. 'Column four' is paid to the previous champions (Constructor's Championship Bonus), and three other teams receive bonus payments. The new owner of the car racing series, Liberty Media, recognizing the inequality among the teams and the declining popularity of Formula One, wants to reform the reward system. Their main goal is to make the competition more interesting by helping small teams, and secondly, to ensure that the distribution relies more on performance.

The current paper aims to propose a model that can be used to share Formula One prize money among the teams in a reasonable way. Our recommendation is

based on pairwise comparisons. In particular, we construct a pairwise comparison matrix from the race results, saying that team i has scored one goal against team j if a given car of team i is ahead of a given car of team j in a race. Two popular weighting methods, the eigenvector method and the logarithmic least squares are considered for computing the revenue share of each team. The entries of the pairwise comparison matrix depend on a parameter α , which is shown to control the inequality of the allocation. Using data from the 2014–2018 seasons, we find that this approach provides a plausible solution to the revenue allocation problem, and the eigenvector and logarithmic least squares method give similar results. The race was the most balanced in 2014, while in 2017, the winning Mercedes performed substantially better than the other teams.