ELŐSZÓ

Jubilál a Szigma, a bűvös szám az 50. De a pontos számokról, dátumokról lehet némi disputa: években vagy évfolyamokban kell-e mérni a félszázat? Az ugyan vitán felül áll, hogy a Szigma 1. évfolyamának 1. száma 1968/1 jelzettel az adott év végén jelent meg, ám a későbbiekben csak a folyamatosság a biztos, a számozás időnként ingatag. Az 1980-as évek végén, 1987-1988-ban két év alatt jelentek meg a 20. évfolyam lapszámai, 1989-1990-ben egyetlen összevont tematikus szám vitte tovább a folyóiratot 21. évfolyamként, majd a lap újraszervezésekor, 1991-ben is egyetlen tematikus számba sűrűsödött a 22. évfolyam. Azután a turbulens évek elmúltával egyre-másra jöttek ki az évfolyamok, egészen addig, míg el nem értünk 2019-ig, amikor az 50. évfolyam jelent meg a borítón.

A szerkesztőség, a Gazdaságmodellezési Társaság elnöksége, ezt választotta a megemlékezés megfelelő pillanatának. Bár ez a kifejezés sem igazán helyénvaló, hiszen az ünneplés átcsúszott a 2020-as év elejére, a GMT szokásos szakmai konferenciájának időpontjára. Így azután – elkerülve az áldatlan, ismétlődő vitát a századok, ezredek elejéről vagy végéről – nem az 50. évfolyam első számaként (alapjában véve még csak 49 évfolyam befejeztével), hanem az 51. évfolyam 1. számában, a teljes első 50 évfolyam ismeretében vállalkoztunk arra, hogy összefoglaljuk a Szigma eddigi életét, működését.

Különszámunkban először tények és adatok mentén foglaljuk össze az eltelt bő fél évszázadot. Ezt az összefoglalót *Temesi József* írta, aki húsz éven keresztül társszerkesztője is volt a Szigmának. Szerencsére sokan vannak még a régi idők tanúiként jelen a Társaságban, a szerkesztőségben, a tudományos életben. Így fel lehetett kérni a Szigma különböző korszakainak prominens tagjait: *Meszéna György*öt (a szerkesztőbizottság elnöke volt hosszú időn keresztül, ő a GMT örökös tiszteletbeli elnöke), *Vörös József*et és *Bessenyei István*t (előző és jelenlegi főszerkesztőt) arra, hogy ezekről az időkről írják le emlékeiket, gondolataikat. *Szép Katalin*, a jelenlegi szerkesztőbizottsági elnök a legutóbbi években megvalósított és a jövőbeli elképzelésekről ír röviden.

A fél évszázad során a lapban legtöbbet publikált szerzők közül többeket felkértünk, hogy egy-egy szakcikket írjanak, és ebben ejtsenek néhány szót a folyóirattal való kapcsolatukról is. Nagy örömünkre a felkérést *Simonovits András,* a *Szidarovszky Ferenc – Molnár Sándor* és a *Forgó Ferenc – Komlósi Sándor* szerzőpárosok is elfogadták.

A Gazdaságmodellezési Társaság 2020. júniusi szakmai konferenciáján néhány előadást a jubileumnak szentelünk. A szerkesztőbizottság szándéka szerint a különszám ekkorra már a tagok kezébe kerül, segítve az emlékezést és a folyóirat további sorsáról szóló eszmecseréket.

Budapest, 2020. január 5.

Temesi József
vendégszerkesztő

TÉNYEK ÉS ADATOK A SZIGMA FOLYÓIRAT 50 ÉVFOLYAMÁRÓL (1968–2019)[1]

TEMESI JÓZSEF
Budapesti Corvinus Egyetem

A Szigma első száma 1968 végén jelent meg. A cikk végigkíséri a Gazdaságmodellezési Társaság folyóiratának ötven éves történetét. Három nagy korszakot különböztet meg, ezek a főszerkesztők nevéhez kötődnek. Az egyes korszakok leírása a jellemző történeti háttér rövid bemutatásán kívül részletes statisztikákat tartalmaz a megjelent számok szerzőiről, tartalmi sajátosságairól.

1 Lapalapítás

Az 1960-as évek második felében egyre pezsgőbbé és jelentősebbé vált a magyar matematikusok, közgazdászok és informatikusok tevékenysége a gazdasági modellezés területén. Egymás után születtek és erősödtek meg azok a műhelyek, amelyek a szakmai társaságokban, akadémiai és állami intézetekben, egyetemeken alakultak. Különösen kedvezővé vált a modellezők helyzete az új gazdasági mechanizmus bevezetése körüli években. Az érdekes makromodellezési feladatok sok kiváló elméleti közgazdász és matematikus figyelmét irányították rá a matematikai programozás, a szabályozáselmélet, az egyensúlyelmélet friss eredményeire. Több helyen (ELTE, MKKE, Szeged, MTA SZTAKI, Tervhivatal, Infelor) indultak operációkutatási szemináriumok, sok fiatal szakembert vonzottak a kutatási és alkalmazási programok. Ezekről az időkről és az operációkutatás helyzetéről, a kiemelkedő személyiségek szerepéről jó áttekintést adnak például Simonovits András (2007), Forgó Ferenc és Komlósi Sándor (2015) és Komáromi Éva (2018) visszatekintő cikkei, valamint az érintettek, többek között Prékopa András (2018) és Meszéna György (Hunyadi, 2011)) visszaemlékezései.

A Magyar Közgazdasági Társaság folyóirata, a Közgazdasági Szemle egyre több olyan cikket közölt (lásd az 1967-1968-as évfolyamokat[2]), amelyek messze túlmutattak az addigi, túlnyomóan és nagyrészt az ideológiai irányvonalak mentén készült dolgozatokon, új fogalmakat, formalizmusokat, módszertani eszközöket használtak. Báger Gusztáv, Bródy András, Dancs István, Kornai János, Simon György, Szakolczai György és mások cikkei ellenpontozták a hagyományos marxista elemzéseket. Ezekben az években a többi szocialista országban is hasonló folyamatok zajlottak le (elsősorban Lengyelországot és

[1]Beérkezett: 2019. június 15. E-mail: `jozsef.temesi@uni-corvinus.hu`.
[2]https://matarka.hu/szam_list.php?fsz=18

Csehszlovákiát említhetjük). A Magyar Közgazdasági Társaságban is erőteljesen megjelentek az új irányzatok, olyannyira, hogy a Társaságon belül megalakult Matematikai Közgazdasági Szakosztály időszerűnek látta javaslatot tenni egy új folyóirat megjelentetésére. Kiadási joga az Akadémiának volt. Az Akadémiai Értesítő 1969. 1. számában megjelent hivatalos közleményből (Szigma, 1969) hosszabban idézünk:

„A társadalomtudományok és különösen a közgazdaságtudomány fejlődése az utóbbi évtizedekben a matematika eszközeinek mind szélesebb körű felhasználását igényli. A matematikai módszerek alkalmazása már hazánkban is túllépte a kutatóintézetek határait és ott tart, hogy a gazdasági folyamatok tervezése, elemzése és szabályozása mindennapos gyakorlati eszközzé váljék. E folyamatot több tényező segítette és segíti elő:

Először: egyes olyan matematikai diszciplínák kifejlődése, amelyek különösen alkalmasak a közgazdasági folyamatok leírására (pl. mátrixszámítás, matematikai statisztika, matematikai programozás, sztochasztikus folyamatok elmélete, szabályozáselmélet stb.).

Másodszor: a matematikai gépek, számolóautomaták elterjedése.

Harmadszor: közgazdászainknak, különösen a fiatalabb nemzedék tagjainak fokozott érdeklődése és felkészültsége abban az irányban, hogy gazdasági feladatokat matematikai módszerekkel oldjanak meg, és a matematikusok növekvő készsége arra, hogy a szükséges elméletet és eljárásokat a közgazdászok rendelkezésére bocsássák.

Negyedszer: a gazdasági vezetés egyre inkább igényli, ha nem is közvetlenül a matematikai módszerek alkalmazását, de legalábbis olyan természetű információkat, olyan összefüggések feltárását, amelyek e módszerek nélkül aligha produkálhatóak. ... A fejlődés során egyre inkább érezhetővé vált egy magyar nyelvű matematikai közgazdasági irányú folyóirat hiánya. ... Hazánkban a Közgazdasági Szemle és más ágazati gazdaságtani folyóiratok közöltek alkalmanként e tárgyhoz sorolható cikkeket. A tárgyalás módjának természetesen alkalmazkodnia kellett e folyóiratok szélesebb körű, matematikai képzettségben igen különböző színvonalú olvasótáborához. Így sok értékes hazai kutatási eredmény sokszorosított beszámoló keretei közé szorult, vagy nehezen hozzáférhető és többnyire csak a kutatók által forgatott külföldi folyóiratban látott napvilágot, így nagyon is időszerű volt az Akadémia Elnökségének az a határozata, amely előírta, hogy a Közgazdasági Szemle társlapjaként rendszeresen meg kell jelentetni egy, a matematika közgazdasági alkalmazásával foglalkozó negyedévi folyóiratot. Ennek eredményeként jelent meg a *Szigma*. A Magyar Közgazdasági Társaság matematikai közgazdasági szakosztályának közreműködése szoros kapcsolatot létesít a tudományos kutatók és a gyakorlati gazdasági szakemberek között. A Szigma magyar nyelven jelenik meg, a cikkekhez angol és orosz nyelvű kivonatokat csatolnak."

Az Akadémiai Értesítő főszerkesztőként Ripp Gézát, szerkesztőként Martos Bélát jelölte meg, azonban az 1968-ban megjelent 1. számban csak Martos Béla neve jelent meg. Ebben az 1. számban a folyóirat a Közgazdasági Szemle társlapjaként matematikai-közgazdasági folyóiratnak definiálja magát. A szerkesztő munkatársai: Báger Gusztáv, Bod Péter és Bródy András.

2 Az első nagy korszak (1968-1988) Martos Béla főszerkesztősége

Martos Béla (fő)szerkesztőségét tekinthetjük a Szigma első nagy korszakának. Az alapítástól a rendszerváltásig ívelt, tartalmilag talán a legváltozatosabb, legnagyobb hatású korszak volt. A részletekre és az okokra később még kitérünk, először azonban a szerkesztésben részt vevő személyekről ejtünk szót.

Az 1969/4-es számtól kezdve[3] a munkatársak között Andorka Rudolf váltja fel Bródy Andrást, az 1970/2-es számtól kezdve pedig Pongrácz Tibor csatlakozik hozzájuk. 1976-ban Báger Gusztáv helyébe Zalai Ernő lép, majd őt az 1977/3-as számtól ifj. Krekó Béla váltja, így 1982 végéig az Andorka, Bod, ifj. Krekó, Pongrácz négyes alkotja a társszerkesztői gárdát. 1982 végén csatlakozik a társszerkesztőkhöz Simonné Mosolygó Nóra (kilép Andorka Rudolf), 1985-ben (8 év után) kilép ifj. Krekó Béla és 1987 elején Hunyadi László is társszerkesztő lesz.

A fentiek szerint kilencen dolgoztak Martos Béla irányításával a szerkesztő munkatársaként, illetve társszerkesztőként, közülük Bod Péter 22 éven át, Pongrácz Tibor 20 éven keresztül, Andorka Rudolf pedig 13 évig szolgálta a Szigmát.

Az indulástól 1973-ig a Közgazdasági Társaság matematikai közgazdasági szakosztályának vezetősége alkotja a szerkesztőbizottságot. Érdemes a sokszínűség felidézésére ezt a névsort itt megjeleníteni:

Báger Gusztáv, Tervgazdasági Intézet; Bod Péter, Matematikai Kutató Intézet (elnök); Bródy András, Közgazdaságtudományi Intézet; Cságoly Ferenc, NIM Ipargazdasági és Üzemszervezési Intézet; Deák Jánosné, Pénzügyminisztérium; Éltető Ödön, Központi Statisztikai Hivatal; Ganczer Sándor, Tervgazdasági Intézet; Váginé Jónás Anna, Tervgazdasági Intézet; Kornai János, Közgazdaságtudományi Intézet; Krekó Béla, Egyetemi Számítóközpont; Meszéna György, Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem; Nagy András, Konjunktúra és Piackutató Intézet; Simon András, Közgazdaságtudományi Intézet; Szakolczai György, Infelor (alelnök); Tardos Márton, Konjunktúra és Piackutató Intézet; Theisz Ede, Központi Statisztikai Hivatal; Ziermann Margit, Országos Tervhivatal.

1973-ban, az első számtól kezdve már nincs az impresszumban benne, hogy a Közgazdasági Társaság társlapja, ellenben az kerül fel rá, hogy a Magyar Közgazdasági Társaság Matematikai-Közgazdasági Szakosztályának lapja. A munkatársak társzerkesztői rangot kapnak. A 28 fős szerkesztőbizottság tagjai a folyóirat belső címoldalán nevesítve vannak: Augusztinovics Mária, Bacskay Zoltán, Békési Gábor, Bod Péter, Bródy András, Dobó Andor, Éltető Ödön, Forgó Ferenc, Ganczer Sándor, Gyires Béla, Halabuk László, Heppes Aladár, Hosszú Miklós, Kádas Kálmán, Kornai János, Krekó

[3] A Szigma évfolyamainak tartalomjegyzéke megtalálható a Matarka honlapján, 1999-től letöltési linkekkel (https://matarka.hu/szam_list.php?fsz=1244) a Szigma honlapjára mutatva. A összes évfolyam minden száma letölthető ez utóbbi honlapról közvetlenül is (http://www.szigma.ktk.pte.hu). 2020-ban elindul a Szigma új letöltő felülete a Pécsi Tudományegyetemen, ahol minden információ kereshetően és letölthetően együtt lesz.

Béla, Meszéna György, Ormós Zsolt, Prékopa András, Sebestyén József, Sólyom Csaba, Stahl János, Szakolczai György, Szép Jenő, Tardos Márton (elnök), Theiss Ede, Tóth József, Ziermann Margit.

Ez a szerkesztőbizottság működik 1978-ig. Az elnöki tisztet az 1975/1-es számtól Ziermann Margit, majd az 1976/3 számtól Szép Jenő veszi át.

1978-ban nagyobb szabású átalakítás történik a szerkesztőbizottságban. Elhagyja azt Bacskay Zoltán, Bródy András, Dobó Andor, Ganczer Sándor, Gyires Béla, Heppes Aladár, Kádas Kálmán, Prékopa András, Sebestyén József és Theisz Ede. Belépnek: Csepinszky Andor, Kelle Péter, Ligeti István, Morva Tamás, Simon Nóra, Simonovits András. Így egy 24 fős szerkesztőbizottság alakul ki. 1986 végéig csak egy-egy fő válik ki, vagy lép be a bizottságba: belép Zalai Ernő (1979/1), Kovács Álmos (1982/1) és Mikó Gyula, kilép Hosszú Zoltán (1980/4), Békési Gábor (1982/1-2), Morva Tamás és Tardos Márton (1982/3).

Az 1986/3-as számban újra egy jelentősebben átalakított szerkesztőbizottságot látunk. Kikerül a bizottságból Kornai János és Krekó Béla, akik a kezdetektől ott voltak, Halabuk László, Sólyom Csaba és Tóth József, akik 1973-tól voltak a bizottság tagjai, valamint a később kooptált Csepinszky Andor és Kelle Péter. Bekerül a szerkesztőbizottságba Ábel István, Király Júlia, Simon András és Vita László, valamint (bizonyára formai okokból) Hunyadi László és Martos Béla. Az így összeálló szerkesztőbizottság működik 1988 végéig. Időközben a bizottság elnöki posztján is cserék történnek: Szép Jenőtől 1982/2-től Meszéna György, 1984/4-től Ziermann Margit, 1986/3-tól Éltető Ödön veszi át ezt a pozíciót.

Érdekesség, és valószínűleg Martos Béla szándéka az, hogy legyen egy szerkesztő (s ezáltal ő a folyóiratban főszerkesztőként jelenik meg) az 1987-1988-as összevont számban. Ez a szerkesztő Király Júlia.

1989-ig elérve soroljuk itt fel külön is azt a kilenc szerkesztőbizottsági tagot, akik a kezdetektől (ezt 1973-tól számítva) a Martos-korszak végéig dolgoztak a Szigmáért: Augusztinovics Mária, Bod Péter, Forgó Ferenc, Meszéna György, Ormós Zsolt, Stahl János, Szakolczai György, Szép Jenő és Ziermann Margit.

Jellemezzük röviden tartalmilag is ezt a korszakot – elsősorban tények és adatok segítségével, majd néhány óvatos következtetés levonásával!

Összesen 344 cikk jelent meg 20 évfolyam 59 számában, ebből 314 elméleti (6 rövid) közlemény és 30 alkalmazás. Valójában azonban szinte kizárólag elméleti jellegűnek tekinthetjük akár az összes megjelent cikket, mert az alkalmazások inkább ágazati jellegük miatt sorolódtak ebbe a kategóriába, főként a vállalati gazdálkodás vagy a mezőgazdaság területéről. A tervgazdaság körülményei között nyilvánvaló, hogy a cikkek 40%-a (140 cikk) makromodellezésről szólt, a pénzügyek és a mezőgazdaság 12-12 cikkel képviseltette magát, míg a management témaköreibe sorolható volt 24 cikk. Száznál több olyan cikk jelent meg, amelyek tisztán elméleti-matematikai jellegű eredményeket ismertettek, diszciplináris besorolásuk erőltetett lenne.

Elkészítettünk egy hozzávetőleges besorolást arra nézvést is, hogy milyen módszertani területeket reprezentálnak a cikkek. A kor tervgazdálkodási igényeinek megfelelően nem véletlen, hogy a matematikai programozás és az input-output modellezés nagy számban képviselteti magát: az előbbi 117, az utóbbi 20 cikk fő módszertana. A 117 matematikai programozási cikk azonban nem feltétlenül gyakorlati modellezéseket ír le, több, mint a fele önálló matematikai elméleti eredményeket közöl. Ugyanez a helyzet a 43 statisztikai módszertant használó cikk esetében is. A matematikai közgazdasági szakosztály tagjainak érdeklődését, ugyanakkor pedig a nemzetközi tendenciákkal való együttmozgás pozitív jelenségét tükrözi az a tény, hogy ebben a 20 évben a szabályozáselmélet és az egyensúlyelmélet eredményeit használja fel, vagy fejleszti tovább 10-10 cikk, illetve az ökonometriai műhelyek erősségét mutatja a 39 ökonometriai jellegű cikk. A legkülönfélébb analitikus eszközök alkalmazása szintén mintegy 50 cikkben van jelen.

Bár ennek az összefoglalónak nem tiszte a tudományos értékelés, újra hangsúlyoznunk kell azt a szembetűnő tényt, hogy a szerzők mennyire naprakészen követték a matematikai közgazdaságtan egyes részterületeinek fejleményeit és nem csak ismertették azokat, vagy megismételtek egyes modellalkalmazásokat, hanem önálló matematikai eredményeket is közöltek. Ezek – mint ahogyan azt a konferencia-beszámolók is mutatják – megjelentek a nemzetközi konferenciákon vagy (a könyvismertetésekből érzékelhetően) angol és német nyelvű könyvekben is a nemzetközi tudományos élet szerves részét képezték.

Igaz ugyan, hogy ebben az időszakban a magyar tudományos közösségekben általában még nem jelent meg formálisan a nemzetközi publikálási kényszer, ám éppen a matematikusok (és a szerzők nagy része matematikus végzettségű) már ekkor is a siker és az előmenetel fontos ismérvének tekintették a nemzetközi ismertséget. Ezért is tekinthetjük különösen elismerésre méltónak azoknak a szerzőknek a Szigmában történő magyar nyelvű publikálását, akik már külföldön is nevet szereztek maguknak. Bródy András, Kornai János vagy Martos Béla (de említhetnénk még legalább 8-10 nevet) nem csak publikáltak a vezető nemzetközi folyóiratokban, hanem nemzetközi tudományos szervezetekben is aktívan tevékenykedtek. Fontosnak látták azonban azt, hogy eredményeik magyar nyelven is hozzáférhetők legyenek a tudományos közösség, az egyetemi hallgatók számára. Személyes missziójuk a Szigma felvállalt hitvallása volt egyben.

A 20 évfolyamban a 344 tudományos közleményből 193 magyar szerző (külföldi társszerző nélkül) jegyez 308 cikket, összesen 430 megjelenéssel (egy-egy szerző több cikket is írt, illetve többszerzős cikkek társzerzője lehetett). 46 külföldi szerző 36 cikket jegyez, ebből magyar társszerzővel (Kornai János, Martos Béla, Szidarovszky Ferenc) jelent meg 5, a ,,tiszta" külföldi cikkek száma tehát 31. Ez egy magas szám, különösen, ha figyelembe vesszük, hogy minden cikket magyarra fordítottak. A tematika változatos: tudományos eredmények (pl. a társszerzős cikkekben Lin Wuu-Long, Okuguchi, Weibull), nagynevű szerzők (pl. Kalman, Leontieff, Charnes-Cooper-Rhodes) cikkeinek fordításai, survey cikkek (pl. Benassy, Radner, Rees), a környező országokban folyó modellező munka. Az adatok alátámasztják azt a következtetést, hogy a szerkesztők a nemzetközi közegbe beágyazva kezelték a Szigmát.

Érdemes név szerint felsorolni azokat, akik ebben az időszakban legalább 5 cikk szerzői vagy társszerzői voltak: Simonovits András (18), Stahl János (13), Bod Péter (12), Kornai János (11), Fényes Tamás és Sári József (11-11, ők csak együtt publikáltak), Bródy András (9), Meszéna György (9), Hunyadi László (8), Simonné Mosolygó Nóra (8), Szidarovszky Ferenc (8), Kovács Álmos (7), Martos Béla (7), Ábel István (6), Dobó Andor (6), Füstös László (6), Rimler Judit (6), Forgó Ferenc (5), Simon András (5).

A könyvismertetések nagy része külföldi szerző magyarul megjelent, vagy eredeti nyelven olvasott művéről szól. 137 könyvismertetést közölt a lap 1990-ig, ezeket 75-en készítették. Kiemelkedően a legtöbb recenziót írta Andorka Rudolf (20 fölött) és Nyáry Zsigmond (13).

A matematikai közgazdasági szakosztály életéről (elsősorban a közgyűlésekről) 7 híradás jelent meg, ezeket többnyire az aktuális elnök vagy a társaság titkára (hosszú ideig Kovács Ilona) írta. Sok hosszabb-rövidebb beszámoló jelent meg belföldi és külföldi konferenciákról a részt vevő szakosztályi tagok tollából, szám szerint 45 résztvevőtől 54 írás. Az 55 egyéb híradás közül mintegy 10 számol be az első tíz évfolyamban egy-egy szakmai műhely életéről, eredményeiről, a későbbiekben ez a cikktípus már nem jelenik meg. Számos rövid kommentár, pályázati felhívás, szakmai hír is megjelent. Rényi Alfréd haláláról nekrológban emlékezett meg a lap.

3 A második nagy korszak (1989-2009): Vörös József főszerkesztősége

1989 és 1990 radikális társadalmi-gazdasági változásokat hozó évei a tudományos életben és szervezetekben is sok változást generáltak. A Közgazdasági Társaság megújulása során egyes szakosztályok úgy döntöttek, hogy az új egyesületi törvény lehetőségeit kihasználva önállósodnak. A matematikai közgazdasági szakosztály tagjai nem is egy, hanem két társaság alapításában is részt vettek – meghagyva a többes tagság lehetőségét. Megalakult a Magyar Operációkutatási Társaság és a Gazdaságmodellezési Társaság. Az utóbbi társaság lett a Szigma jogutód laptulajdonosa (miközben a kiadói jogok továbbra is az Akadémiánál maradtak). A Társaság azonban természetesen nem tudta volna a kiadás anyagi hátterét biztosítani az MTA támogatása nélkül. Az MTA különböző erre hivatott testületei mindmáig – a többi akadémiai folyóirattal együtt – minden évben külön döntéssel folyósítottak támogatást a Szigmának. Kérdéses volt, hogy az új helyzetben ki vállalja el a folyóirat főszerkesztését. Szerencsére Vörös József személyében egy olyan közgazdász-matematikus vette át Martos Bélától a stafétabotot, aki ezt a feladatot missziónak tekintve a legnehezebb időszakokon is át tudta vezetni a folyóiratot.

A megváltozott társadalomban a kutatások és a kutatók szerepe, stratégiái is átalakultak, az eddiginél is jobban nemzetközivé váltak (bár a matematikusok, természettudósok hátránya nem volt olyan tetemes, mint a társadalomtudósoké). Témánk szempontjából a publikálás nyelve és színtere kulcsfontosságú: mennyire fordulnak el a magyar kutatók a magyar nyelvű publikálástól a nemzetközi megmérettetés igénye miatt, illetve, hogy az 1993-tól életbe lépő doktori iskola (PhD) szabályozás és az MTA doktori fokozat szabályozása hogyan tekint a magyar folyóiratokra? Az MTA szakosztályaiban lezajlott vitákban hamar nyilvánvalóvá vált, hogy ugyan mindenki támogatni kívánja a magyar tudományos nyelv fennmaradását és magyar nyelvű folyóiratokra szükség van, de a szigorú nemzetközi követelményeknek a magyar társadalomtudományi lapok – már csak a nyelvi izoláltság okán is – nem tudnak eleget tenni. A kompromisszum a szigorú sztenderdeknek eleget tevő legjobb minőségű magyar folyóiratok külön kategorizálása lett. Itt a Szigma (a Közgazdasági Szemlével és a Statisztikai Szemlével együtt) megkapta a legmagasabb besorolást – ennek megőrzése lett a mindenkori szerkesztőség legfontosabb feladata.

Vörös József főszerkesztésével az első – a folytonosságot megőrző – 1989-1990/1-4 szám jelent meg 21. évfolyam jelzettel, elindítva a következő, szintén nagyjából 20 évig tartó korszakot. 1991-ben is egyetlen összevont lapszám jött ki a Pécsi Tudományegyetem nemzetközi menedzsment konferenciájának anyagaiból. A szerkesztők elszántságát jól mutatja, hogy az egész szám magyar nyelvű, a külföldi szerzők cikkeit is magyarra fordították! 1992-től azután beindult a szokásos megjelenésre való visszatérés, ha nem is évi négy számmal, és némi késéssel, de folyamatos megjelenéssel.

Az 1989-1990/1-4 szám impresszuma szerint a Szigma a Gazdaságmodellezési Társaság lapja – ez így is marad a továbbiakban. Vörös József főszerkesztő mellett a két társszerkesztő Budavári Péter és Temesi József. Utóbbi 2009-ig marad ebben a szerepben, Budavári Péter helyett 1992-ben belép Hunyadi László, akit 1999-ben Rappai Gábor vált fel, majd 1999-ben a társszerkesztők köre kibővül Fülöp Jánossal, 2004-ben pedig Vízvári Bélával, Ugyanekkor Hunyadi László is visszakerül Rappai Gábor helyére.

A szerkesztőbizottság aránylag kis számú, hét tagból áll: Augusztinovics Mária, Dancs István, Forgó Ferenc, Hunyadi László, Kovács Erzsébet, Ligeti Csák, Neményi Judit. Ez az összetétel mintegy 15 évig nem is változik, 2004 végén alakul új szerkesztőbizottság, amelyik 2009-ig változatlan marad: Augusztinovics Mária, Deli Zsuzsa, Forgó Ferenc, Gether Istvánné, Komlósi Sándor, Kovács Erzsébet, Ligeti Csák, Meszéna György.

A Szigma második nagy korszakát is jellemezni tudjuk tények és adatok segítségével.

20 évfolyam 40 számában 198 cikk jelent meg (a 40. évfolyamnak csak az 1-2. számát vesszük bele ebbe a részösszegzésbe, mert ezen évfolyam közben történt a főszerkesztő váltás, azaz valójában 19 és fél évfolyamról van szó). Mindazok a nehézségek, amelyeket a korszak jellemzésére fentebb vázoltunk, leginkább a lapszámok és a cikkek számának csökkenésében mutatkoztak meg az első húsz évhez viszonyítva. A lapszámok egyharmaddal, a cikkek száma több mint 40 százalékkal csökkent. A 198 cikk zöme (175) ebben az időszakban is elméleti jellegű volt, hasonlóképpen a 7 rövid közlemény. Alkalmazottnak lehet tekinteni 16 megjelent cikket, azaz most is kevesebb, mint 10%-ot. Most is a makromodellezés volt az előtérben, de már kisebb

arányban, mint a megelőző korszakban (mintegy 40 cikk), megnőtt a pénzügyi és management témák aránya (20-20 cikk) és egy speciális résztémáról, a nyugdíjrendszerről szól 12 cikk. Nem változott azonban az, hogy sok a tisztán elméleti-matematikai indíttatású cikk.

A módszertani megoszlás a kor érdeklődésének és divatjainak, valamint a szerzők összetételének megfelelően szintén megváltozott: a matematikai programozási, algebrai hátterű cikkek száma 40-re csökkent, tehát a korábbi egyharmadról 20%-ra. A statisztikai és ökonometriai módszertant alkalmazó cikkek aránya szintén mintegy 20%. A cikkek többsége különféle analitikus eszközökkel operál a modellező munka során.

A második 20 évfolyam[4] 198 cikkéből 168 cikknek van kizárólag magyar szerzője, akiknek a száma 140, a szerzők közötti megjelenéseik száma pedig 237 (némileg nőtt a társszerzős cikkek aránya az előző korszakhoz képest). Soroljuk fel itt is azokat, akik legalább 5 cikk megírásában vettek részt: Szidarovszky Ferenc (10), Molnár Sándor (8), Varga József (8), Barancsuk János (6), Bessenyei István (6), Bod Péter (6).

Örvendetes, hogy ebben a 20 évben is sok külföldi szerzője volt a Szigmának, szám szerint 38, akik 30 cikk megírásában vettek részt. 17 cikket jegyeztek kizárólag külföldi szerzők (27 megjelenéssel), és 13 ,,vegyes" cikk volt, ahol a 12 külföldi szerző (akik közül egy volt 2 cikkben társszerző) mellett 17 magyar szerző szerepelt egy-egy cikkben. Közülük négyen csak itt jelentek meg, azaz ebben a korszakban a magyar szerzők száma mindösszesen 144. Érdekesség, hogy 5 cikk angolul jelent meg a 2000/1-2. számban, ez a Balatonfüreden rendezett input-output konferencia különszáma volt.

Erőteljesen lecsökkent a könyvismertetések és a konferencia-beszámolók száma: az előbbiből 17 (10 szerző tollából), az utóbbiból 11 jelent meg. Ziermann Margit, Krekó Béla és Martos Béla elhunytakor jelent meg méltatás a munkásságukról.

Ebben a korszakban újra felmerültek a folyóirat kiadási elveivel, missziójával kapcsolatos kérdések. Több vita, megbeszélés zajlott le a Társaságban és a szerkesztőbizottságban a folyóirat diszciplináris pozicionálásával és a megjelenés nyelvével összefüggésben. Ezek hasonló konklúziókkal zárultak. A Szigma közgazdasági-matematikai tematikájának prioritását megőrizve tág teret kíván biztosítani a társtudományok művelőinek – amennyiben azok valamilyen szálon kötődnek ehhez, akár módszertani vonalon, akár a kutatás alapkérdései kapcsán. A második 20 év cikkeinek elemzése jól mutatja, hogy nagyobb lett a sokszínűség és újabb témák léptek be, tükrözve a társadalmi-gazdasági háttér helyzetét, igényeit.

A kor igényeinek megfelelően Vörös József elindította a Szigma honlapját, ahová a megjelent lapszámok folyamatosan felkerültek, és korlátozás nélkül letölthetőek. A legismertebb magyar folyóirat-adatbázis, a Matarka, a Szigma összes évfolyamának tartalomjegyzékét feltöltötte és lehetőséget adott – a Szigma honlapjára történő átmenettel – a letöltésekre is. Ezáltal

[4]A pontosság kedvéért itt újra megjegyzendő, hogy az ebben a részben közölt statisztikák valójában 19 és fél évfolyamot ölelnek fel, az utolsó feldolgozott szám ebből a korszakból a 2009/1-2-es.

az internetes keresőkben is láthatóvá váltak a cikkek.

4 A harmadik korszak (2009–): a jelen, Bessenyei István főszerkesztősége

2009-ben ugyan nem történtek akkora horderejű események, mint 20 évvel megelőzőleg, ám a 2008-as gazdasági-pénzügyi válság hatásai a felsőoktatásba, a tudományos életbe is beszivárogtak, elsősorban a financiális helyzet megnehezülésével. Mivel az MTA továbbra is biztosítani tudta a kiadás alapköltségeit és a Pécsi Tudományegyetem nagyvonalú támogatása is megmaradt a lap kiadói-szerkesztőségi helyszíneként, ezért a folyamatos megjelenés biztosítva volt. A Magyar Tudományos Akadémia Gazdasági Minősítő Bizottsága a Szigmát 2011. június 23-tól nyilvánította „A” kategóriás lapnak. A cikkekkel történő ellátást nagyrészt (akárcsak az előző korszakban) a Gazdaságmodellezési Társaság szakértői konferenciái és a magyar operációkutatási konferenciák biztosították, illetve a minősítésre pályázók, valamint a doktori iskolák hallgatói is kihasználták az elismert folyóiratban történő megjelenés lehetőségét. Vörös József a főszerkesztői posztot Bessenyei István egyetemi kollégájának adta át, akinek nem volt ismeretlen ez a munka, mert már addig is segédkezett a szerkesztésben, és maga is több cikket publikált.

A társszerkesztők Fülöp János, Hunyadi László, Komlósi Sándor, Kovács Erzsébet és Vízvári Béla, majd 2017-től az impresszum szerint Hunyadi Lászlót és Vízvári Bélát Hajdu Ottó és Vörös József váltja fel. A szerkesztőbizottság ebben az időszakban a mindenkori GMT-elnökség tagjaiból áll, a 2011/1-2 számig Forgó Ferenc, Gether Istvánné, Ligeti Csák (elnök), Mellár Tamás, Meszéna György, Takács Tibor, Temesi József és Vörös József, majd Cserháti Ilona, Forgó Ferenc, Ligeti Csák, Mellár Tamás, Sisakné Fekete Zsuzsanna, Szép Katalin, Temesi József (elnök) és Vörös József. A jelenlegi (2016-tól működő) szerkesztőbizottság elnöke Szép Katalin, a tagok Cserháti Ilona, Forgó Ferenc, Hauck Zsuzsanna, Keresztély Tibor, Ligeti Csák, Meszéna György, Sisakné Fekete Zsuzsa és Temesi József.

A statisztikákat a 2009/3-4 számmal kezdjük (az 1-2. számot az előző korszakhoz számítottuk). A 10 és fél évfolyam 22 számában 90 cikk jelent meg, 99 magyar és 1 külföldi szerző tollából. A többes szerzőségek miatt a szerzői megjelenések száma 130. A cikkek fókusza megoszlik a makromodellezés (17), a pénzügy (18) és a management (14) területei között, miközben most is jelentős az önálló elméleti eredmények megjelentetése. A módszertani megoszlás hasonló az előző időszakhoz: az analitikus elemzések (40) mellett a lineáris algebra, a matematikai programozás (12) és a statisztika (14) eszköztárát használta fel a legtöbb publikáció. A szakmai cikkeken kívül csak sporadikusan jelenik meg egy-egy könyvismertetés vagy hír. Augusztinovics Mária, Bródy András és Paul Samuelson haláláról emlékezett meg nekrológgal a lap.

2009 és 2019 között legalább 3 cikk megírásában működött közre Dobos Imre (4), Simonovits András (4), Ágoston Kolos Csaba (3), Medvegyev Péter

(3) és Sebestyén Tamás (3).

A harmadik főszerkesztő a GMT vezetőségével szorosan együttműködve alakította a Szigma profilját, amelyről több vita is volt mind a vezetőség, mind a tagság körében. Ezeknek a végkicsengése az volt, hogy a folyóirat alapvető célkitűzésein nem kell változtatni, továbbra is magyar nyelven jelenik meg, elsősorban hazai szerzők és műhelyek eredményeit közli, kiemelt figyelemmel a fiatal matematikus-közgazdász nemzedékekre. Az Akadémiához és a lap kiadójához, a Pécsi Tudományegyetemhez szoros kapcsolat fűzi, ám a tartalomért, a színvonaláért, a szerkesztési alapelvek betartásáért a Gazdaságmodellezési Társaság vállalja a felelősséget. A profil bővítése a tágan értelmezett gazdaságmatematikai területen belül történhet, és ezen a főszerkesztő, a társszerkesztők és a lektorok őrködnek.

Bessenyei István továbbfejlesztette a Szigma honlapját, szkennelt formában elérhetőekké váltak az archív állományok is, jelenleg az összes lapszám letölthető. A legújabb projekt a nemzetközi láthatóság növelésére szolgál. A cikkek a pécsi egyetem által működtetett platformon nézhetők, letölthetők, s mivel DOI számot is hamarosan kapni fognak, ezáltal nem csak az MTMT, hanem a nemzetközi adatbázisok is könnyebben tudják kezelni. Ugyancsak a nemzetközi láthatóság növelését célozza, hogy a 2019/4 számtól kezdve a cikkek az eddigi rövid angol nyelvű összefoglaló helyett egy hosszabb, 2-3 oldalas angol nyelvű kivonattal (extended abstract) jelennek meg.

5 Összefoglaló megjegyzések

Az előző fejezetekből kirajzolódó képet néhány általános megjegyzéssel és összefoglaló adattal egészítjük ki.

Folytonosság, stabilitás, minőség: miközben az elmúlt 50 év a politikai-társadalmi-gazdasági rendszerekben óriási változásokat produkált, szembetűnő, hogy a Szigma jellemzésére legjobban alkalmazható jelzők a különböző időszakokon átívelő tulajdonságokról szólnak. Igaz ugyan, hogy egy főleg matematikai-módszertani kérdésekkel foglalkozó folyóiratnál ez könnyebbnek látszik, ám – főleg a közgazdasági vonatkozások okán – tematikájában és színvonalában alacsonyabb mércével is megjelenhetett volna a lap. Ha azonban bárki fellapozza az egyes évtizedek bármely lapszámát, büszkén mondhatjuk, hogy a szerkesztők nem kötöttek kompromisszumokat, nem jelentek meg „kurzuscikkek”, apologetikus vagy politikailag egyéb módon motivált írások. A főszerkesztők és a szerkesztők tudományos tekintélye, nemzetközi elismertsége, biztos ítélőképessége és becsületessége teljes mértékben megakadályozta azt, hogy visszatekintve akár egy-két megjelent cikk miatt is szégyenkeznünk kellene. Éppen ellenkezőleg: a kurzusokon felülemelkedni tudó, az egyetemes tudásra támaszkodó cikkeket publikált a folyóirat.

Mint írtuk: tudományos divatok mindig voltak és vannak. A döntéshozók számára bizonyos technikai apparátusok könnyebben bemutathatóak. A technikai háttér behatárolhat gyakorlati modellezési elgondolásokat. Ebből a szempontból a Szigma korának gyermeke. Egyes szakterületek, témák éppen izgalmasabbak lehettek másoknál. Ilyenek voltak a Szigma különböző korszakaiban a matematikai programozás elméleti kérdéseivel foglalkozó cikkek, a gazdasági szabályozás modelljei, az input-output technikák, a nyugdíjrendszerek elemzése, a gazdasági helyzetek játékelméleti megközelítése vagy a hálózati technikák.

Ahhoz azonban, hogy a publikációk megfelelő tudományos értéket reprezentáljanak, elengedhetetlen volt a szigorú lektorálási folyamat. A Szigma – bizonyos korai időszakokban a Közgazdasági Társaság szakosztályainak lapjai közül gyakorlatilag egyetlenként – következetesen és kivétel nélkül minden beküldött kéziratot két anonim lektorral véleményeztetett. A lektorok a szakma legjobbjai közül kikerülve szigorúak és igényesek voltak és mindig a nemzetközi sztenderdeket alkalmazták. A Szigma elutasítási aránya általában 20-50% között mozgott – engedményt akkor sem tett, ha a szerkesztőség ,,cikkszűkében" volt. A gyakorlat a mai napig az, hogy a cikkek átfutási ideje nagyjából hat hónap, és a megjelenés előtt egy vagy két átírási fázison minden cikk átesik.

A Szigma szerkezete keveset változott. A kezdetektől létező rovatok, a Fogalmak és módszerek, Könyvekről, Híradó, Tudományos élet mellett helyet kapott a Szoftver (1984) és az Oktatás (1986) rovat. Ezek nem mindegyike jelentkezett minden számban.

A szerzőkről már kaptunk némi képet az előzőekben. Itt most az összesített számokat közöljük. 1968 végétől 2019 végéig 50 évfolyamban 121 szám jelent meg. 632 tudományos közleményt jegyzett 436 magyar és 85 külföldi szerző. Természetesen voltak többszerzős publikációk, és egy szerző egy hosszabb időszak alatt egyedül vagy többedmagával egynél több cikket is írhatott. Az utóbbi értelemben ,,törzsszerzői" is voltak a Szigmának, rájuk még visszatérünk.

Tematikailag klasztereket képezve a makromodellezés volt a leggyakoribb téma, különösen a népgazdasági tervezés fénykorában. Erre az időszakra esik a lineáris algebra és a matematikai programozás eszközeinek extenzív használata, amelyeket szorosan követ a statisztikai-ökonometriai módszertan. Speciális pénzügyi, menedzsment és mezőgazdasági témák, alkalmazások is aránylag nagy számban jelentek meg.

A legtöbbet publikáló szerzők (most már a teljes 50 évfolyamot tekintve) a következők voltak:

Simonovits András 26, Szidarovszky Ferenc 19, Bod Péter 18, Stahl János 14, Bródy András 12, Fényes Tamás 11, Forgó Ferenc 11, Kornai János 11, Sári József 11, Hunyadi László 10, Dobos Imre 9, Meszéna György 9, Ábel István 8, Komlósi Sándor 8, Simonné Mosolygó Nóra 6, Varga József 8, Bessenyei István 7, Kovács Álmos 7, Martos Béla 7, Simon András 7, Vörös József 7, Barancsuk János 6, Dobó Andor 6, Füstös László 6, Mátyás László 6, Medvegyev Péter 6, Rimler Judit 6.

Tudunk-e valami az olvasótáborról? A lap jellegénél fogva ez mindig egy aránylag szűk réteg volt: kutatóintézetek munkatársai, egyetemi oktatók, felsőoktatási intézmények hallgatói (főleg magasabb évfolyamokon és a doktori iskolákban), szakigazgatási, banki, ipari, mezőgazdasági szakemberek, modellezéssel foglalkozó szakértők a legváltozatosabb közgazdasági és egyéb alkalmazási területekről. A Gazdaságmodellezési Társaság tagjai a lapot a tagdíj fejében megkapják, a rokonterületek társaságainak tagsága (Magyar Operációkutatási Társaság, Magyar Statisztikai Társaság, Bolyai János Matematikai Társulat, Neumann János Számítógép-tudományi Társaság) is az érdeklődők, olvasók közé tartozik, az államigazgatási, intézményi és egyetemi könyvtárakban is fellelhetők a példányok.

Végül a technikai feltételekről. A szerkesztés 1999-től a Pécsi Tudományegyetem szakmai stábjában történik, ahol az igényes olvasószerkesztés és technikai szerkesztés (a lektorok és a főszerkesztő által meghozott pozitív döntés után) egy kézben fut össze: a matematikai formulák miatt nehéz szöveg hibátlan megjelenése 30 éve Dombi Péter munkáját dicséri. A webes megjelenés gondozását Gáspár Tamás végzi. A folyóirat adminisztratív és gazdasági ügyeinek intézése a Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Karán és Gazdasági Hivatalában történik Klesch Gábor irányításával.

Irodalom

1. Komáromi É. (2018): Prékopa András: Lineáris programozás I. – A magyar operációkutatás első félidejéről, ahogy én láttam, *Alkalmazott Matematikai Lapok* 35, 29–42.
2. Simonovits A. (2007): Martos Béla (1920-2007), *Szigma* 38 (3-4), 75–76.
3. Forgó F., Komlósi S. (2015): Krekó Béla szerepe a közgazdászképzés modernizálásában - Krekó Béla (1915–1994) emlékére, *Szigma* 46 (3-4), 137-168.
4. Hunyadi L. (2011): Beszélgetés a nyolcvanéves Meszéna Györggyel, *Statisztikai Szemle* 89 (9), 957–959.
5. Prékopa A. (2018): Operációkutatás és alkalmazott matematika a SZTAKI-ban, *Alkalmazott Matematikai Lapok* 35, 5–11.
6. Szigma (1969). Új matematikai közgazdasági folyóirat, *Akadémiai Értesítő* 76(1), 260. o.

SZIGMÁTÓL AZ OMEGÁIG[1]

VÖRÖS JÓZSEF
Pécsi Tudományegyetem, Közgazdaságtudományi Kar

A tanulmányban összefoglaljuk a Szigma folyóirat 1989-2009 közötti eredményeit. A rendszerváltás környékén a lapkiadási rendszer megváltozott, s bár a Szigma sorsa megingani látszott, a szakmai összefogás újra sínre tette a lapot. Az első önálló szám különösen izgalmas volt, hiszen akkor még nem lehetett látni, hogy az ott szereplők életútja a következő harminc év alatt hogyan alakul majd. Az ebbe történő betekintés után összefoglalunk néhány témakört, amely vagy a Szigmából indult, vagy a folyóirat adott teret a fejlődésének, és nem csak idehaza keltett figyelmet, a nemzetközi visszhang is jelentőssé vált.

1 A talpra állás első kötete

1989 végét írtuk, amikor a társadalmi rendszer változása igazán mozgásnak indult. A kialakult struktúra minden pontjának létjogosultsága, még esetleges pozitív szerepe után is kérdőjelet tettünk, és kerestük az újat. Amikor egy társadalom válságba kerül, szinte minden teljesítmény mutatójában negatív trend következik be, és ez így volt a tudományos publikációk számát illetően is. A Szigma évente átlagosan 2-3 kötetet jelentetett meg korábban, de 1987-ben ez már nem sikerült, végül is az 1987-88-as éveket összevonva három kötet jelent meg, 1989-ben pedig egy sem. Tovább tetézte a bajt, hogy újabb számok sem voltak előkészítve. Martos Béla, az alapító főszerkesztő, ekkor már életének a 70-edik évében járt, és a lap gazdái nem gondoskodtak időben az utánpótlásáról. De ne gondoljuk, hogy döntően a főszerkesztőn múlik a beérkező kínálat mennyisége és minősége. A közgazdasági tudományos élet szerencséjére, akkor is voltak olyan lelkes kutatók, akik önzetlenül a lelkükön viselték a tudományos élet gondozását. Ebben kimagasló szerepet vállalt Augusztinovics Mária, aki tekintélyével, munkabírásával, agilitásával, jelentősen közre játszott a lap felélesztésében. Az alakuló Gazdaságmodellezési Társaság összejövetelén voltunk, és a Szigma sorsát tárgyaltuk, amikor felszisszenve, viszonylag halkan, valami olyat mondott, hogy 'akkor mire vár még, miért nem vállalja el a Szigma főszerkesztését'. Guszti nem tudom kire gondolt, de a célzást magamra vettem, és 'na, rendben van, akkor felvállalom a lap főszerkesztését' – és innentől kezdve húsz éven keresztül maradt velem e gond.

A feladat vállalását könnyítette, hogy nem tudtam milyen nehéz feladatra vállalkozom, viszont nehezítette Martos Béla tekintélye. Martos Béla néhány munkáját már ismertem, másrészt rendszeresen tanítottuk a hiperbolikus

[1]Beérkezett: 2019. október 11. E-mail: `voros.jozsef@ktk.pte.hu`.

programozás területén elért eredményeit, s bizony ilyen jelentős eredményekkel nem rendelkeztem. Amerikában is nagy tekintélynek örvendett. Ezt akkor tapasztaltam, amikor az Indiana államban lévő Purdue University-n tanultam, jó pár évvel később, mint amikor ő ott kutató volt, de nevére még mindenki emlékezett. Nem csoda, hiszen a hiperbolikus programozásról írt első magyar nyelvű cikkét (Martos, 1960) később angol nyelvre is lefordították, és a Naval Research Logistic Quarterly lap jelentette meg (Martos B. and A.-V. Whinston, 1964). Ez annyira úttörő és korai munka, hogy a Scopus még ezt nem is ismeri. Sajnálatosan Martos Béla más jelentős munkáit sem, hiszen összesen két tanulmányt említ meg tőle, melyek egyike sem futott be komoly karriert. Pedig lenne mit felsorolni, hiszen Martos Bélának komoly, említésre méltó eredményei születtek más területeken is. Ezek között említendő meg elsőként a Management Science-ben megjelent tanulmánya a szomszédos csúcspontokra alapozó, nem lineáris programozási eljárásokról (Martos, 1965), továbbá az Operations Research által lehozott munkája a kvadratikus programozásról (Martos, 1971), ahol szükséges és elégséges feltételét adja egy kvadratikus függvény kvázikonvexitásának. Megmutatja továbbá, hogy a pszeudokonvex programozás képes megoldani a kvadratikus programozási feladatokat, amikor a feltétel-rendszert lineáris függvények írják le. Figyelemre méltó Kornai Jánossal írt cikke is (Kornai and Martos, 1973), melyet az Econometrica mutatott be. (Megjegyzem még, hogy Martos Béla munkásságát Forgó Ferenc (Forgó, 1996) és Simonovits András (Simonovits, 1996) is méltatta a Szigmában, lásd hivatkozások alatt.)

A Management Science, az Operations Research, az Econometrica, a Naval Research Logistic Quarterly-ben publikációval rendelkező főszerkesztő után a teher igen nagy volt, mindemellett a Szigma mögül eltűnt a laptulajdonos, a kiadó, a technikai szerkesztő, a nyomda és a terjesztő. Hosszas előkészítő munka után meglett a tulajdonos, a Gazdaságmodellezési Társaság, a kiadó pedig az akkori Janus Pannonius Tudományegyetem kiadója, a Janus Kiadó lett. A mai tudományos lapkiadási viszonyokat tekintve igen nagy előny, hogy a lapnak volt gazdája a Gazdaságmodellezési Társaság személyében, hiszen a társaság vezetése működteti a lapot, léphet minőségi problémák esetén. Kezdettől fogva igen sokat jelentettek a segítőkész barátok, elsősorban Komlósi Sándor és Temesi József, és természetesen a tudományos közélet igényessége, amely mindig a minőség végső garantálója. Zalai Ernő akadémikus pedig mindig hűségesen kitartott a lap mellett, amikor az akadémiai támogatásokról döntöttek. Dombi Péterben kiváló technikai szerkesztőt találtam, aki néha még az oldalnyi bizonyításokat is másfél sorra le tudta rövidíteni. Lelkes, társadalmi munkában dolgozó szerkesztők és lektorok, hatékonyan, rugalmasan dolgozó technikai szerkesztő és nyomda – ezek egy tudományos folyóirat stabilitásának és pénzügyi hátterének megalapozói.

Miután minden összeállt, csak a tartalom kérdése maradt, mi lesz az első számban, örökölt cikkek nélkül? Az 1989-es év áthidalását segítette Ábel Istvánnak és Mátyás Lászlónak a Panelmodellek a mikroökonómiában cím alatt összegyűjtött tanulmánykötete (Ábel és Mátyás, 1990), mely magyar nyelven foglalt össze számos tanulmányt, és jelezte egyúttal, hogy a Szigma a gyűjtőhelye mind az igényes statisztikai módszertannak, a gazdaságmodellezésnek, és az ebből eredő gazdaságmatematikai feladatok megoldásának. Ugyan ez a gyűjteménykötet az 1990-es évmegjelölést hordozza, de szerencsére a belső lapokon az 1989/90 kód látható, ezért elmondhatjuk, a Szigma folyamatosan élt.

Míg az Ábel-Mátyás féle kötetnek csak a technikai (lektorálás, szerkesztés, kiadás) részét biztosította a Szigma új vezetése, az 1991/1-4-es kötethez már a teljes tartalmat is adta. Alapját a Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Karának 1988 őszén megtartott első nemzetközi konferenciája adta, mely a 'Workshop on Production Management' címet viselte. A konferencia írásos anyagait lefordítottuk, lektoráltuk, és ezen anyagok töltik ki az első, valóban teljesen önálló szám tartalmát. Akkor még nem tudtuk, de most így harminc év elmúltával elmondhatjuk, talán nem is akárkik vettek részt e konferencián, és publikáltak a Szigma új korszakának első számában.

Valószínűleg elsőnek kell említenem Valerie Beltont, aki a ,,Többtényezős döntések vizsgálata: egy átfogó megközelítés" című könyv társszerzője, és jelenleg több mint 4000 hivatkozással bír (Belton és Stewart, 2002). A Szigmában megjelent műve (Belton és Vickers, 1991) annak megértésében segít, hogy többszörös döntési kritériumok esetén a döntéshozó magatartása miként változik, amikor a döntési kritériumok súly-változásainak hatása vizuálisan követhető. Valerie Beltonnak további jelentős munkái ismertek, az 1983-ban az Omega folyóiratban a Saaty-féle hierarchikus döntési módszertanról megjelent kritikájára több mint ezer hivatkozás ismert jelenleg (Belton and Gear, 1983). Valerie Belton tudományszervezési tevékenysége kiemelkedő, 2009-10-ben az Európai Operációkutatási Társaságok Szövetségének elnöke. Megemlítendő, hogy az Egyesült Királyság Operációkutatási Társasága Tanácsának első hölgy tagja lett 1980-ban.

A teljességében önálló első számnak ugyancsak nagy hírnévvel bíró szerzője (és a konferencia résztvevője) Harald Dyckhoff, a pakolási problémák ismert kutatója. Dyckhoff professzornak a h-indexe 28 (e cikkben használt indexek és mutatók mindegyike a Google Scholar-ra alapozott), a European Journal of Operational Research folyóiratban a vágási és pakolási problémák tipológiájáról írt cikkére (Dyckhoff, 1990) pedig több mint 1500 hivatkozás ismert. E tanulmányában egy konzisztens és szisztematikus megközelítést hoz létre egy átfogó tipológiára, amelyik összefogja a különböző vágási és pakolási problémákat.

A kötetnek szerzője, a konferenciának pedig előadója volt Knut Richter professzor is a nemzetközi tudományos élet nem kisebb szereplőjeként, mintegy kétezer feletti jelenlegi hivatkozással. Richter professzor kutatásainak középpontjában az optimális sorozatnagyság áll, mely témáról kijelenthetjük, hogy a vezetéstudomány (management science) bölcsőjének tekinthető, hiszen a probléma felvetése éppen száz évvel ezelőtt történt. Richter professzor teljesítménye nagyszerű innovációs képességéből ered, ugyanis két új problémafelvetéssel is élt, amely eredője lett számos kutatásnak. Az egyik ilyen az optimális sorozatnagyság stabilitásának vizsgálata, de még ennél is több kutatót vonz, még manapság is, az úgynevezett visszautas logisztika (Richter, 1996). A visszautas logisztikának alapkoncepciója, hogy miután a termék hasznossága megszűnt, a keletkezett hulladék egy része újrahasznosítható. A környezetvédelem és modellezhetősége ma virágkorát éri, Richter professzornak a több mint húsz évvel ezelőtti munkája nyitánynak tekinthető.

Az első kötet magyar résztvevőiről később még lesz szó, de az előszó utolsó gondolatai említést érdemelnek. Hadd idézzem a sorokat: ,,Külön köszönetünket fejezzük ki Martos Bélának, hogy segítette, figyelemmel kísérte a szeminárium vitáját, nyitó előadásával növelte annak színvonalát, és előkészítette e külön szám megjelenését. Ugyancsak hálás köszönettel tartozunk Király Júliának, aki kitartó szorgalommal elemezte az eredeti angol nyelvű verziót, és aktívan segítette e különszám megjelenését." – Vagyis az alapító a talpra állításnál, a megújulásnál is ott volt, és ebben Király Júlia is kivette részét.

2 A Szigma rügyei, melyekből ágak nőttek

A tudományos folyóiratok a fejlődés hordozói, hiszen a jó lapok csak olyan munkákat fogadnak be, melyek új eredményeket adnak közre. Kiforrott forma, amelynek alapja, hogy a cikk eleje foglalja össze a felvetett témához tartozó eddigi ismereteket és eredményeket, majd világosan fogalmazza meg a tanulmány elején, hogy mivel járul hozzá és bővíti ki az eddigi ismereteket. Kiválónak ítélt lapokban publikációt elhelyezni nem egyszerű dolog, a tanulmány minőségének megítélését ezért eleve befolyásolja a lap hírneve. A Szigmával azonos funkciót betöltő nemzetközi lapok a European Journal of Operational Research (EJOR), a Management Science (MS), az Operations Research (OR), vagy a földrajzilag legközelebbi Central European Journal of Operations Research (CEJOR). Az EJOR és MS h-indexe (h azon, a folyóirat által publikált cikkek maximális száma, melyek mindegyikére legalább h hivatkozás történt) a Scopus szerint 210, a Google Scholar alapján pedig 350 feletti (az OR némileg, a CEJOR jelentősen lemaradva áll ezen indikátorokban). Az MTA IX. osztályához tartozó Gazdaságtudományi Minősítő Bizottság már A kategóriába sorol egy publikációt, ha az azt publikáló folyóirat h-indexe 50 feletti (Scopus szerint).

A kiváló lapok sikerüket annak köszönhetik, hogy a beérkező tanulmányokat szigorú minősítési folyamatnak vetik alá. A MS-nek osztályai vannak (mint pl. marketing, operations, finance, matematikai programozás stb.), élükön az osztály-főszerkesztővel, és elsőként ők tekintik át a beérkező tanulmányokat. Elvégzik a fit-tesztet, vagyis eldöntik, hogy a benyújtott tanulmány olyan témával foglalkozik-e, amelyik a lap profiljába illik, szolgálja-e annak küldetését? Ha ezen a szűrőn a cikk átment, az osztályhoz tartozó területi szerkesztőhöz kerül, aki jelentőségi tesztnek veti alá a tanulmányt, vagyis azt állapítja meg, hogy vélhetően a tanulmány jelentős eredményeket hordoz-e vagy sem? Pozitív döntése után kerül csak lektorokhoz. Az EJOR-nál tapasztalataim szerint eleve három lektornak küldik ki, és mindháromnak támogatónak kell lenni egy elfogadáshoz. Az EJOR-hoz megfigyelésem szerint évente átlagosan több mint háromezer tanulmány érkezik be, ezek feldolgozása hatalmas feladatot jelent.

Magas reputációval rendelkező lapok tehát hatalmas számban vonzanak publikálni szándékozókat, ezért megengedhetik a szigorú minősítési folyamatot. A minősítési folyamatban szinte csak a kiváló folyóiratok számára vállalnak fel bírálati munkát hírneves kutatók. Ugyanis, ha mindent felvállalnának, nem maradna idejük kutatásra, másrészt, ha jó lapoktól kapnak feladatot, a tanulmányok nagyobb valószínűséggel vetnek fel jelentősebb megoldatlan kérdéseket, melyeken érdemes gondolkodni. Amikor egy lap menedzsmentje azon gondolkodik, hogy angol nyelven publikál tanulmányokat, akkor az említett, legnevesebb lapok lesznek a versenytársai. A jó angol nyelvű tanulmányok ezért a rangos lapokhoz kerülnek, a reputációval nem bíró angol nyelvű lapok pedig a máshol el nem fogadott tanulmányokat közlik. Ezért tartottam ki mindig azon elv mellett, hogy a Szigma legyen magyar nyelvű. Mert így a legjobb tanulmányoknak is helye lesz a Szigmában, és miért ne lenne célszerű magyar nyelven is közölni akár angolul már megjelent, vagy majdan megjelenő érdekes tanulmányokat, hiszen változatról változatra nőhet a cikk minősége. Igaz, így a Szigma h-indexe a Google Scholar-ban csak 9, de a Közgazdasági Szemléé is csak 14, és ne essünk ezen indikátor csapdájába, mert jelen esetben ez a szám nem sokat mond. Viszont a

$$q = \frac{\sum k_i}{\sum n_i}$$

indikátor, ahol $k_i =$ az i-edik cikk szerzői közül hányan rendelkeznek nemzetközi A vagy B kategóriás publikációval, $n_i =$ az i-edik cikk szerzőinek száma, nem angol nyelven megjelenő folyóiratok esetében is sokat elárul egy lap minőségéről. Azt mutatja, hogy a nemzetközi tudományos életben is megmérettetett kutatói közösség mennyire tartja fontosnak egy lapban történő publikálást. Továbbá, vélhetően a magasabb indikátorral rendelkező lapok színvonalasabbak lehetnek, mert szerzőik nagyobb gyakorisággal álltak helyt a nemzetközi versenyben. A Szigma 40%-os mutatójával toronymagasan vezet a hazai gazdasági lapok között.

Kiknek is köszönhetjük az eredményeket? Világosan kell látni, hogy az internet által felkínált mutatók a lehetséges minősítési eljárásoknak csak egy részhalmazát alkotják. Viszont nem annyira torzak, hogy ne jeleznének valamit, ha a kutatók, témakörök mutatóiban nagyságrendi különbségeket találunk. Azon nem érdemes vitatkozni, hogy a Szigmában publikáló, új témaköröket, kutatási irányvonalakat létrehozó Szidarovszky Ferenc 6500 feletti, vagy Terlaky Tamás 7700 feletti hivatkozási száma-e a nagyobb teljesítmény, mert mindkettő nagyszerű, és mindketten a Szigmában is csiszolták szerzői képességeiket. Szidarovszky Ferencnek Argyros professzorral (Argyros and Szidarovszky, 2018) megírt, 2018-ban megjelent könyvére már az első évben 220 feletti hivatkozás történt, ami mindenképpen egyfajta rekord. Szidarovszky Ferenc és Molnár Sándor több cikket is írtak a Szigma számára, és az első (Szidarovszky és Molnár, 1994) tanulmányukban a diszkrét dinamikus oligopol játékok stabilitásáról írtak. Tanulmányukban azt tételezték fel, hogy a játékosok minden időszakban megbecsülik a többi játékos által együttesen megtermelt mennyiségeket, és speciális becslésekre kaptak kézzel fogható eredményeket. Egy modell keretében azt is vizsgálták, hogy mi lesz a játék kimenete, ha egy játékosnak megengedik a stratégiaváltást egy időszakban.

Terlaky Tamás már a Delfti Műszaki Egyetem oktatója, amikor Illés Tiborral és Szirmai Ákossal közölnek a Szigmában cikket (Illés, Szirmai, Terlaky, 1996) a criss-cross eljárás hiperbolikus programozásban történő alkalmazásáról. Terlaky Tamás úttörőnek tekinthető abban a kutatási irányzatban, amikor lineáris feltételrendszer esetén nem egy lehetséges megoldást adó csúcsból (bázismegoldásból) indul az algoritmus, hanem egy belső pontból. E tanulmányukban hiperbolikus függvény szélső értékét keresve, hasonlóan a lineáris és kvadratikus függvények esetében használt belsőpontos módszerhez, nem feltétlenül megengedett bázismegoldásból indulnak ki, és bizonyítják az algoritmus végességét. Terlaky Tamás igen jelentős művek megírásában vett részt, a belsőpontos lineáris optimalizálással foglalkozó könyvre (Andersen, E. D., C. Roos and T. Terlaky, 1997) közel nyolcszáz hivatkozás ismert, ugyanezen szerzőkkel a Mathematical Programmingban (Andersen, E. D., C. Roos and T. Terlaky, 2003) megjelent cikkükre 450 hivatkozás van, de megjelent tanulmánya az OR-ben és az EJOR-ban is. Nemzetközileg elismert tudományszervező tevékenysége szintén figyelemre méltó, régóta tagja az EJOR szerkesztőbizottságának is.

A Szigma szívesen biztosított helyet a nyugdíjrendszerrel kapcsolatos vitáknak, mely még ma is sok kutatót vonz. Bod Péter számos tanulmánnyal járult hozzá a vitához. Első közleményének (Bod, 1992) célja, hogy a különböző koncepciók közötti különbségek világossá váljanak. A meg nem értést az okozza, hogy az egyes elgondolások között nincsenek egzakt leírások és számok, melyek világossá tehetnék az egyes rendszerek tartalmát. Simonovits András nemzetközi szintre tudta emelni a vitát (Simonovits, 2007), és a kapcsolódó hazai cikkek mellett olyan lapokban jelent meg publikációja, mint a European Journal of Political Economy, melyben egy érdekes vitához nyújtott be új elképzeléseket. A polémia arról folyt, hogy igaz-e az a tétel, miszerint minél magasabb a függőségi arány (az idős és fiatal generáció viszonyában), annál kisebb a jóléti szint. Általánosított modelljének analízise lényegesen módosította a korábbi elképzeléseket. Simonovits András azon Szigma szerzők közé tartozik, akiknek van publikációja a Management Science-ben és az Econometrica-ban is, mintegy 1600-an idézik.

Komlósi Sándor nem csak a lektorálási folyamatban történő aktív szerepvállalásával támogatta a Szigma teljesítményét, az általánosított monotonitás és konvexitás területén elért eredményeivel új kutatási irányt is létrehozott. Itt a Szigmában (Komlósi, 1993), elsőként írt a nem szükségszerűen differenciálható függvények szélsőértékei meghatározásának problémájáról, a Mathematical Programming pedig már 1983-ban (Komlósi, 1983) lehozta a nem differenciálható pszeudokonvex függvényekről írt elemzését.

A Szigma több alkalommal is helyet biztosított termelésirányítási problémák elemzésének. Dobos Imre ugyan először (Dobos, 1992) egy klasszikus termelési-készletezési dinamikus problémát fogalmaz meg, az időt egyszer folytonosnak, majd diszkrétnek tekintve, és arra következtetésre jut, hogy míg diszkrét esetben a problémának mindig lesz megoldása, folytonos esetre ez egyáltalán nem biztos. Később viszont kutatásainak jelentős részét teszik ki a már említett visszautas logisztikai problémák, a HMMS termelési költségfüggvényre (a HMMS modell az EJOR első publikációinak egyike) alkalmazott visszautas logisztikai modelljét több mint 200-an idézik (Dobos, 2003). Richter professzorral közösen írt tanulmányaikkal jelentősen hozzájárultak a CEJOR reputációjának növeléséhez is, a CEJOR leggyakrabban idézett szerzői közé tartoznak.

Annak ellenére, hogy Statisztikai Szemle is létezik, a Szigma szívesen biztosított otthont a statisztikai és sztochasztikus problémákat tárgyaló tanulmányoknak. Talán a legerősebb nyitányt az 1995-ös év jelentette néhány markáns tanulmány megjelentetésével. Rappai Gábor (Rappai, 1995) a tőkepiaci árfolyam modellben (a Capital Asset Pricing Model) szereplő híres béta paraméter becslésével foglalkozik, és arra keresi a választ, hogy az empirikus eredmények miért nem konzisztensek az elmélettel. Ugyanezen kötetben találjuk Hajdu Ottó és Hunyadi László tanulmányát (Hajdu-Hunyadi,1995), melyben a szerzők a mintavételi ingadozásban rejlő törvényszerűségek áttekintését és rendszerbe foglalását tűzték ki célul. Ugyan Tasnádi Attilának már jelent meg korábban cikke rangos nemzetközi folyóiratban, a Szigmában (Tasnádi, 2004) a determinisztikus és sztochasztikus elosztásokról megjelent tanulmánya is mindenképpen a sztochasztikus nyitást mutatja.

A rügyek fakasztásához viszont oktatás is kell, és a Szigma több szerzőjét is olyan professzorok tanították, akik kivették részüket mind az oktatásban, mind a kutatásban, sőt a Szigma sorsának igazgatásában és a tudományos élet szervezésében is. Három meghatározó nevet említek: Forgó Ferenc, Temesi József és Zalai Ernő. Zalai Ernő több mint másfél ezer oldalas könyve (Zalai, 2011, 2012) a matematikai közgazdaságtan hazai művelőinek alapvető forrása, Temesi Józseffel és Forgó Ferenccel együtt a Szigma folyóirat lelkes támogatója és gondviselője. Mind Forgó Ferenc, mind Temesi József különböző érdekes témákban publikáltak mind a Szigmában, mind nemzetközi folyóiratokban (pl. Forgó-Fülöp-Prill, 2005, Forgó 2006, Fülöp-Temesi, 2001, Bozóki-Csató-Temesi, 2016).

3 Akiktől a Szigmában is búcsúztak

Ziermann Margit 1993-ban (Ziermann, 1993) még a XXI. Magyar Operációkutatási Konferenciáról tudósított, melynek stílusa kiválóan visszatükrözi egyéniségét. A beszámoló olyan volt, mint amilyen órákat tartott: ott van a lényeg, de azt fel kell dekorálni, színessé kell tenni. Megtudtuk, hogy a konferencián 18 szekcióülés volt, de az étel is finom volt. A konferencián Martos Bélát a Magyar Operációkutatási Társaság tiszteletbeli elnökévé választotta, és a konferencia sikeréért olyanok dolgoztak már akkor is, akiket szerencsére ma is látunk. Feltétlenül meg kell említeni Ligeti Csákot, aki évtizedeken keresztül folyamatosan és teljes odaadással ápolja a Gazdaságmodellezési Társaság, így a Szigma sorsát. De mindig közel állt a Szigmához Csendes Tibor is, aki már 1992-ben is itt publikált (Csendes, 1992), és a paraméterbecsléssel kapcsolatos munkái jelentős nemzetközi visszhangot is kiváltottak, munkáira a hivatkozások száma felülmúlja a hétszázat.

1994-ben a Szigma oldalain sajnos már Ziermann Margit professzor asszony méltatását adja közre a szintén nemzedékeket tanító Meszéna György professzor (Meszéna, 1994). Váratlan halála megdöbbentette az operációkutatás és gazdaságmodellezés közösségét, de nem felejtjük el, hogy Ziermann Margit már abban az időben olyan témakörökkel ismertette meg a közgazdászhallgatókat, melyek később a termelés management sztenderd fejezeteivé váltak. Sztochasztikus készletezési modellek nélkül nem lenne érthető a modern, nagy ellátási láncok üzletpolitikája, de a sorbanállási modellek ismerete nélkül nem lenne világos az új keletű légitársaságok üzemeltetési módja sem.

Szinte még egy évnek sem kellett eltelnie, amikor a híres terv-matematika szak kigondolója, létrehozója távozott közülünk. Krekó Béla 1954-ben csatlakozott a Közgazdaságtudományi Egyetem oktatói karához, és korán felismerte a matematika szerepét a közgazdaságtudományban (Szép, 1994). A lineáris programozás alig több mint tíz éves, de Krekó Béla 1957-ben megírja könyvét a lineáris programozásról, amelyet utána több nyelvre is lefordították. Erőfeszítései nyomán jött létre a terv-matematika szak 1960-ban, melynek végzettjei a társadalmi és tudományos élet patinás helyein foglaltak és foglalnak helyet. Ezek közül sok mindenkit említettünk már, de feltétlenül ki kell még emelni Chikán Attila szerepét, aki tudományos és tudományszervezési tevékenységével kivételes módon járult hozzá a hazai közgazdaságtudomány (vállalatgazdaságtan) művelőinek képzéséhez és nemzetközi elismertségének elősegítéséhez. Az általa indított, nemzetközivé vált készletgazdálkodási konferenciasorozat a magyar tudományos élet példátlan sikere.

A Szigma 50 éves, és ha az alapító élne, akkor ő 100 éves lenne. A nagy tudású, s talán ezért csöndes, szerény, és mindig barátságos Martos Bélától 2007-ben búcsúztunk. Simonovits András (Simonovits, 2007) méltóan foglalja össze a Szigma oldalain Martos Béla tudományos munkásságát, ragyogó emberi természetét, mi pedig újra köszönjük, hogy a Szigmát útjára bocsátotta.

4 Utószó

Tanulmányunkban összeállítottuk, mi kell egy pezsgő és eredményes tudományos élethez, mely nem csak egyszeri fellángolás, hanem egy hosszan kitartó folyamat. Kicsit visszamenve a történelemben, talán Dantziggal kezdődött, aki a lineáris programozás kifejlesztésével utat (sztrádát) nyitott kutatók sokasága számára, és kigondolásának körülményeiről a Szigma is közölt részleteket (Dantzig, 1992). Kellett egy hazai befogadó közeg: Krekó Béla megírta a lineáris programozásról szóló könyvét, és létrehozta a terv-matematika szakot. E szak mágnesként vonzott fiatalokat, akik tartalommal töltötték fel az elmúlt hatvan évet. Bízunk benne, hogy a mi munkánk is olyan termékeny talajra talál, mint amilyenre az elmúlt ötven év erőfeszítései estek.

Végül az olvasót megajándékozom annak felfedésével, miért adtam e címet cikkemnek: 65-ik születésnapomra kollegáim egy kötetet állítottak össze tanulmányaimból, és azt a címet adták a könyvnek, hogy a *Szigmától az Omegáig.* A Szigmát talán mindenki érti, miért került a címbe, az Omega pedig azért, mert nemrégiben az Omegában jelent meg tanulmányom (Hauck Zsuzsannával). Valerie Belton (Belton-Gear, 1983) is az Omegában kezdte, és ragyogó karrier áll mögötte. E cikk címében az Omega viszont azt szimbolizálja, hogy húsz év után a főszerkesztői feladatot befejeztem – de Bessenyei István az alfával folytatta.

A kutatást az Innovációs és Technológiai Minisztérium Felsőoktatási Intézményi Kiválósági Programja finanszírozta, a Pécsi Tudományegyetem 4. – A hazai vállalatok szerepének növelése a nemzet újraiparosításában – tématerületi programja keretében.

Irodalom

1. Andersen, E. D., C. Roos and T. Terlaky, 1997, *Theory and algorithms for linear optimization: an interior point approach,* Wiley and Sons
2. Andersen, E. D., C. Roos and T. Terlaky, 2003, On implementing a primal-dual interior-point method for conic quadratic optimization, *Mathematical Programming,* 95(2), 249–277
3. Argyros, I. K. and F. Szidarovszky, 2018, *The theory and application of iteration methods,* Taylor and Francis Group, 368 p.
4. Ábel István és Mátyás László, 1990, Panelmodellek az alkalmazott mikroökonómiában, *Szigma*, 21(1-4), 3–5
5. Belton, V. and T. Gear, 1983, On a short-coming of Saaty's method of analytic hierarchies, *Omega, The International Journal of Management Science,* 11(3), 228–230
6. Belton, V. and T. Stewart, 2002, *Multiple Criteria Decision Analysis: An Integrated Approach*, Springer, 372 p.
7. Belton, V. and S. Vickers, 1991, VISA: Vizuális interaktív modell a többtényezős döntések támogatására, *Szigma*, 22(1-4), 3–16
8. Bod Péter, 1992, A magyarországi nyugdíjrendszer egy matematikai modellje, *Szigma*, 23(3-4), 57–70
9. Bozóki, S., L. Csató and J. Temesi, 2016, An application of incomplete pairwise comparison matrices for ranking top tennis players, *European Journal of Operational Research,* 248(1), 211–218
10. Csendes Tibor, 1992, Egy klaszterező globális optimalizálási módszer a paraméterbecslési feladat megoldására, *Szigma*, 23(1-2), 17–35
11. Dantzig, B. G., 1992, Emlékeim a lineáris programozás születéséről, *Szigma*, 23(1-2):45–54
12. Dobos Imre, 1992, A lineáris termeléssimítási probléma, *Szigma*, 23, 71–80
13. Dobos, I., 2003, Optimal production–inventory strategies for a HMMS-type reverse logistics system, *International Journal of Production Economics,* 81-82, 351–360
14. Dyckhoff, H., 1990, A typology of cutting and packing problems, *European Journal of Operational Research,* 44(2), 145–159

15. Forgó Ferenc, 1996, Martos Béla matematikai programozási munkássága, *Szigma*, 27(1-2), 1–10
16. Forgó, F., J. Fülöp and M. Prill, 2005, Game theoretic models for climate change negotiations, *European Journal of Operational Research,* 160(1), 252–267
17. Forgó Ferenc, 2006, Az L-Nash megoldás implementációjáról kétszemélyes alkuproblémák esetén, *Szigma,* 37(3-4), 113–125
18. Fülöp János és Temesi József, 2001, A data envelopment analízis (DEA) alkalmazása ipari parkok hatékonyságának vizsgálatára, *Szigma,* 32(3-4), 85–109
19. Hajdú Ottó és Hunyadi László, 1995, Varianciafelbontás: előfeltevések és következtetések, *Szigma,* 26(1-2), 1–18
20. Illés T., Szirmai Á. és Terlaky T., 1996, Véges cross-cross módszer a hiperbolikus programozási feladatra, *Szigma,* 27(1-2), 19–34
21. Komlósi, S., 1983, Some properties of nondifferentiable pseudoconvex functions, *Mathematical Programming,* 26(2), 232–237
22. Komlósi Sándor, 1993, Általánosított monotonitás és általánosított konvexitás, *Szigma,* 23(1-2), 23–34
23. Kornai, J. and B. Martos, 1973, Autonomous control of economic system, *Econometrica,* 41(3) 509–528
24. Martos Béla, 1960, Hiperbolikus programozás, MTA Matematikai Intézet, 5. 383–406
25. Martos, B., A. Whinston and V. Whinston, 1964, Hyperbolic Programming, *Naval Research Logistic Quarterly,* 11(2), 135–155
26. Martos, B., 1965, The Direct Power of Adjacent Vertex Programming Methods, *Management Science,* 12(3), 241–252
27. Martos B., 1971, Quadratic Programming with a Quasiconvex Objective Function, *Operations Research,* 19(1), 87–97
28. Meszéna György, 1994, Ziermann Margit (1924-1994), *Szigma,* 25(1-2), 1–2
29. Rappai Gábor, 1995, A tőkepiaci árfolyamok modelljének alkalmazhatósága a magyar értékpapír piacon, *Szigma,* 26(1-2),
30. Richter, K., 1996, The EOQ repair and waste disposal model with variable setup numbers, *European Journal of Operational Research,* 95(2), 313–324
31. Simonovits András, 1996, Martos Béla szabályozáselméleti munkássága, *Szigma,* 27(1-2), 11–17
32. Simonovits András, 2007, Can population ageing imply a smaller welfare state?, *European Journal of Political Economy,* 23(2), 534–541
33. Simonovits András, 2007, Martos Béla (1920-2007), *Szigma,* 38(3-4), 75–76
34. Szép Jenő, 1994, Krekó Béla (1915-1994), *Szigma,* 25(3), 93–94
35. Szidarovszky Ferenc és Molnár Sándor, 1994, Diszkrét dinamikus oligopol játékok stabilitásáról, *Szigma,* 103–114
36. Tasnádi Attila, 2004, Determinisztikus és valószínűségi elosztási eljárások, *Szigma,* 35(1-2), 1–12
37. Zalai Ernő, 2011, 2012, *Matematikai közgazdaságtan I-II,* Akadémiai Kiadó, 640+742p
38. Ziermann Margit, 1993, A XXI. Magyar Operációkutatási Konferencia, *Szigma,* 24(3-4), 107–110.

A MATEMATIKAI KÖZGAZDASÁGTAN SZÉLESKÖRŰ ALKALMAZÁSA FELÉ[1]

BESSENYEI ISTVÁN
Pécsi Tudományegyetem, Közgazdaságtudományi Kar

1948-ban jelent meg Harrod nevezetes tanulmánya ,,Dinamikus közgazdaságtan felé" címmel, mely a század közepén forradalmian újnak számító keynesi elméletbe vezette be a gazdasági növekedést, felhasználva a matematikai közgazdaságtan akkor rendelkezésre álló eszköztárát. Húsz évvel később Magyarországon is útjára indult Szigma folyóirat, azzal a céllal, hogy publikálási lehetőséget biztosítson a matematikai apparátus közgazdasági alkalmazásaival foglalkozó cikkeknek. Az azóta eltelt időszak számos változást hozott mind a magyar gazdaság szerkezetében, mind a közgazdasági elméletek, mind pedig a matematikai apparátus fejlődése terén. Időszerű tehát áttekinteni, miként járulhat hozzá a XXI. század elején a lap a további előrelépéshez, s milyen küldetése lehet a Szigmának a megváltozott környezetben.

A Szigma szerkesztésével kapcsolatos alapelvek az elmúlt évtized során nem változtak. Célunk továbbra is az, hogy a lapot minél többen olvassák, az olvasottakon minél többet gondolkozzanak, a cikkekről minél többen beszéljenek, vitatkozzanak. Nincsenek megbízható információk arra vonatkozóan, hogy ezek a célok milyen mértékben teljesültek, mindazonáltal bizonyos trendek érzékelhetők. Ebben a cikkben a szerzők és olvasók számára legfontosabb trendeket tekintjük át az utóbbi néhány év tapasztalataira támaszkodva. Azok az olvasók, akiknek már több publikációjuk is megjelent a Szigmában, talán kevesebb új információt fognak találni ebben a cikkben, a fiatalok valószínűleg többet.

1 Aktuális témák és módszerek

Áttekintve a 2017-től napjainkig megjelent cikkeket örömmel állapítható meg, hogy azok a vállalati alkalmazások meglehetősen széles körét érintik. Ezek legnagyobb része a vállalati pénzügyek témakörében jelent meg, de több tanulmány foglalkozik a marketing aktuális problémáival. Szerzőink ezek mellett új eredményeket közöltek a készletgazdálkodás, vagy a vezetés-szervezés elméletének területén. A szerteágazó vállalati alkalmazások mellett számos makroökonómiai problémát tárgyaló cikk is megjelent, melyek nem csupán magas szinten aggregált modelleket ismertetnek, de többszektoros, iparági elemzésekkel is találkozhat az olvasó. A vállalati alkalmazások mellett közlésre került számos elméleti tanulmány is. Ezek elsősorban a páros összehasonlítások, az optimalizálás, illetve a játékelmélet területén születtek. Reméljük,

[1]Beérkezett: 2019. október 2. E-mail: `essenyei@ktk.pte.hu`.

nem kell sokat várni az ezen elméleti eredmények további alkalmazási lehetőségeit bemutató tanulmányokra sem!

Mindezek alapján úgy tűnik, hogy a Szigma hatékonyan jeleníti meg a matematikai közgazdaságtan széleskörű alkalmazhatóságát. Hosszabb időre visszatekintve pedig megállapítható, hogy az elméleti és alkalmazott közgazdaságtan szinte valamennyi területén születtek cikkek. Mindazonáltal ezek megmaradnak a matematikai közgazdaságtan keretei közt, így a direkt politizálástól, vagy politikai véleményformálástól távol tartják magukat, követve ezáltal a Gazdaságmodellezési Társaság Alapszabályának I/5. pontját, mely szerint a Társaság politikai tevékenységet nem folytat. Ez természetesen nem jelenti a magyar gazdaságban, vagy éppenséggel gazdaságpolitikában tapasztalható jelenségek analitikus vizsgálatától való tartózkodást. Jó példa erre Koppány (2018) tanulmánya. Az ilyen jellegű, aktuális folyamatokat elemző cikkek azonban az eddigiekhez hasonlóan, továbbra sem foglalkoznak direkt politikai marketinggel. Egy közelmúltban lezajlott kerekasztal-beszélgetés során azt a kérdést kaptam, hogy a közgazdaságtan egyes elméleti és alkalmazott területeihez milyen módszertannal lehet hozzányúlni. Azt feleltem, hogy nincsenek tabuk és nincsenek dogmák. Bármilyen problémát bármilyen módszertannal lehet kutatni, ha az adott módszer a kutatás során új eredményre vezet. Ismert, hogy léteznek olyan kérdések, melyek megoldásához többféle úton is el lehet jutni. Például egy mikroökonómiai probléma eredményesen vizsgálható mind a játékelmélet területéről vett, mind pedig analitikus eljárással. Egy új eredmény ismertetése során a hangsúly mindig annak újdonságára esik, s nem az elért eredmény bizonyításának egyszerűségére. Ezzel kapcsolatban érdemes felidézni a komplex számtest algebrai zártságára vonatkozó tételt, mely mind algebrai (Kuros (1975) 371. o.), mind komplex függvénytani (Rudin (1978) 193. o.), mind topológiai (Courant–Robbins (1966) 272. o.) eszközökre támaszkodva bebizonyítható.

Az imént mondottak természetesen az ökonometria eszköztárára is vonatkoznak. Nem elengedhetetlen feltétele egy-egy új eredmény közlésének szofisztikált ökonometriai módszerek alkalmazása. Egyrészt azért nem, mert az alkalmazáshoz szükséges adatbázisok gyakran nem, vagy csak az eredmények aktualitását aláásó mértékű késéssel állnak rendelkezésre, másrészt pedig azért, mert az irodalomban számos példát találunk olyan nagyhatású cikkekre, melyek az ökonometria módszertanát nem alkalmazzák. Ezek közül legyen elég itt csupán Harrod (1948), vagy Solow (1956) tanulmányára utalni.

Éppígy vonatkoznak az imént mondottak a matematikai közgazdaságtanra is, mint módszertanra. Nem hiszem azt, hogy a bölcsek köve kizárólag a matematikai közgazdaságtan területén lenne fellelhető, s minden egyes közgazdasági probléma kizárólag a matematikai közgazdaságtan eszközeivel lenne eredményesen vizsgálható. A közgazdaságtanban számos jelentős eredményt ismerünk, melyek eléréséhez matematikai eszközök alkalmazására nincs szükség. Jó példa erre Kornai (1997) cikke. Mégis, mivel a Szigma matematikai közgazdasági folyóirat, kizárólag olyan cikkeket közöl, melyek vagy a matematikai közgazdaságtan módszertanát fejlesztik tovább, vagy a matematikai közgazdaságtan eszköztárának igényes felhasználása révén érnek el új tudományos eredményeket. A „Fogalmak – módszerek” rovat azonban olyan cikkeket is közöl, melyek magyar nyelven elsőként mutatnak be külföldön már publikált, a matematikai közgazdaságtan művelői számára hasznos eljárásokat, illetve eredményeket.

Belelapozva az utóbbi néhány évfolyam egyes számaiba látható, hogy a cikkek hossza is jelentős szóródást mutat: a hosszabb lélegzetű, több mint 30 oldalas tanulmányoktól a tíz oldalas rövid közleményekig. Meggyőződésünk, hogy egy-egy cikk tudományos értéke nem függ össze annak méretével, ugyanakkor szeretnénk a szerzőket – lehetőség szerint – lényegre törő, tömör, mégis jól követhető, világos megfogalmazásokra buzdítani.

Örvendetes, hogy az évtized közepén több irodalmi áttekintést nyújtó (literature review) cikk is megjelent. Ezek olvasása számottevő fáradságtól kíméli meg a kutatókat, jó támpontot adva az egy-egy téma vezető nemzetközi lapokban megjelent irodalmában történő eligazodáshoz, az elért eredmények áttekintéséhez. Hasznos lenne a továbbiakban több ilyen cikket közölni!

2 A közlésre beküldött kéziratok sorsa a cikk megjelenéséig, és azon túl

A kézirat első beküldésétől a megjelenésig eltelő időtartam szintén jelentős szóródást mutat. Az átfutási idő lehet néhány hónap, de évekig is eltarthat. A befektetett idő és energia azonban megtérül, mert a lektorálás és átdolgozás folyamata során nem csupán az egyes cikkek színvonala javul, de a szerzők ismeretköre is bővül, esetleg szemléletmódjuk is változik. Az átfutási idővel kapcsolatban mégis valami támpontot nyújthat, ha áttekintjük a 2018-ban közlésre beküldött 18 kézirat jelenlegi (2019. október) helyzetét: 4 kézirat elutasításra került; 5 kézirat 2019 nyaráig megjelent; 2 kézirat közlését a Szigma elfogadta, a műszaki szerkesztés folyamatban; 5 kézirat közlését a Szigma elfogadta, de még nem jelent meg; 2 kézirat lektorálás, illetve átdolgozás alatt áll.

Némileg meggyorsítja egy-egy tanulmány átfutási idejét, ha szerzője azt előzetesen a Szerkesztőbizottság néhány tagja előtt bemutatta. Erre legjobb alkalom, a Gazdaság-modellezési Társaság kétévente megrendezésre kerülő Szakértői Konferenciáján, vagy a szintén kétévente megrendezésre kerülő Operációkutatási Konferencián adódik. Így minden évben lehetőség nyílik a kutatási eredmények prezentálására, s egyúttal jó alkalom kínálkozik a tézisek megvitatására, kritikájára, a további kutatási irányok meghatározására, esetleg közös kutatási projektek indítására. Magam is gyakran tapasztaltam, hogy egy-egy konferencián a szünetekben, illetve a vacsora során folytatott beszélgetések éppoly fontos szerepet játszanak egy-egy tanulmány továbbfejlesztésében, vagy a résztvevők szakmai előrehaladásában, mint maguk a szekcióülések.

Egy kézirat abban az esetben kerül elutasításra, ha a Szerkesztőbizottság úgy ítéli meg, hogy annak tartalma nem illik a Szigma profiljába, ha az olvasóink számára érdektelen, ha olyan gyenge színvonalú, hogy többszöri átdolgozás eredményeként sem várható közlésre alkalmas tanulmány, vagy ha a közölt eredmények nem újszerűek, illetve eredetiek. Amennyiben a tanulmány átdolgozása szükséges, ehhez a Szerkesztőbizottság számottevő segítséget ad. Az átdolgozás során elsősorban a lektori véleményekre érdemes támaszkodni, de esetenként a főszerkesztő is adhat útmutatást. Ugyanakkor ezeket a bírálatokat, illetve útmutatásokat sem célszerű kritikátlanul elfogadni. A lektor is tévedhet, bár tapasztalatom szerint ilyesmi nagyon ritkán fordul elő. Mindezek miatt a Szigma nem csupán matematikai-közgazdasági folyóirat, hanem egy munkaközösség is, melynek célja a szerzőknek történő segítésnyújtás ahhoz, hogy önállóan elért, új tudományos eredményeiket színvonalas cikkekben, magyar nyelven publikálhassák. Ennek során némelyik szerző több segítséget kap, más kevesebbet, attól függően, hogy mennyi támogatásra tart igényt, illetve mennyire van szüksége.

A szerzők és a Szerkesztőbizottság mellett a munkaközösség legfontosabb tagjai a lektorok, akik a szakértők meglehetősen széles köréből kerülnek felkérésre. Így a közlésre beküldött kéziratok lektorálását az elmúlt két évben közel 40 bíráló végezte. Mivel fáradságos munkájukért a Szerkesztőbizottság tagjaihoz hasonlóan díjazást nem kapnak, csupán egy hivatalos köszönőlevelet, minden elismerést megérdemelnek. Némi nehézséget jelent ugyanakkor, hogy a hazai szakmai közösség sajnálatosan kicsi, így előfordulhat, hogy egyik-másik lektor a benyújtott, névtelenített kéziratból a szerzőt felismeri, vagy fordítva: a lektori vélemény alapján a szerző be tudja azonosítani a bírálót. Ahhoz azonban a hazai szakmai közösség szerencsére mégis elég nagy, hogy ezen a téren időnként tévedések is előforduljanak. A teljes anonimitás biztosításához azonban a szakmai közösség méretének növelésére lenne szükség. Gyakran előfordul, hogy a Szerkesztőbizottság olyan korábbi szerzőt kér fel lektorálásra, aki hasonló témában a Szigmában már eredményesen publikált.

A Szigmának mint munkaközösségnek egyik legfontosabb tagja a műszaki szerkesztő. Ő az, aki a közlésre már elfogadott kéziratokat nem csupán nyomdakész formára hozza, de szükség esetén további javaslatot tesz az esetlegesen megmaradt hibák kijavítására. Ezeket a javaslatokat, ha vannak ilyenek, szerzőink többnyire a korrektúrafájllal együtt kapják meg. Ugyanakkor jó lenne, ha a szerzők rendszeresen figyelembe vennék a lap műszaki korlátait. Az ábrák elkészítése során azt a tényt, hogy a Szigma fekete-fehér nyomtatásban jelenik meg, a táblázatok esetén pedig az oldalméretet.

A megjelentetett cikkek jobb nemzetközi láthatósága érdekében a Szerkesztőbizottság úgy döntött, hogy azokat 2-3 oldalas kibővített angol nyelvű összefoglalóval (extended abstract) kell ellátni. A cikkben közölt táblázatok, illetve ábrák megismétlése itt már nem szükséges, elegendő azokra hivatkozni, megadva a feliratok angol fordítását.

Egy szerző számára a publikáció legizgalmasabb szakasza a megjelenést követő időszak. Ekkor derül ki, milyen hatást váltott ki a cikke, mennyire tartják azt az olvasók előremutatónak, esetleg milyen kritikát kap a tanulmány. A Szigma szívesen közöl a vita, vagy a helyesbítés szándékával megírt tanulmányokat is, lásd például Banyár (2011). A lap hasábjain folyó viták esetenként különösen termékenyek lehetnek, s az olvasók széles köre számára szolgálhatnak tanulsággal.

A megjelent cikkekre írásban vagy szóban kapott megjegyzések nemegyszer a kutatás folytatására, a közölt eredmények általánosítására, vagy azok élesebb megfogalmazására ösztönöznek. A továbbfejlesztés eredményeként pedig többször vezető nemzetközi folyóiratban is közölhető tanulmány születik. Ezt az utat a jelen sorok írója is végigjárta: Bessenyei (2000), illetve Bessenyei (2005), köszönhetően az akkori főszerkesztő és lektorok hatékony támogatásának. Gyakran előfordul azonban, hogy a megjelent cikkek utóélete alig érdemel említést, a szerző azt veszi észre, hogy tanulmányát elszomorítóan kevesen olvassák. Ez nem feltétlenül a szerző, vagy a cikk hibája. A lehetséges okokat a következő szakaszban tekintjük át.

3 Akik a Szigmát olvassák, ... és akik nem

Bár a lapot csupán a Gazdaságmodellezési Társaság tagjainak és az erre igényt tartó könyvtáraknak postázzuk, az egyes cikkek az interneten szabadon hozzáférhetők. Így a Szigma olvasottságáról közvetlen adatok nem állnak rendelkezésre, legfeljebb optimizmusra okot adó eseteket lehet feleleveníteni. Ilyen, amikor egy-egy Szigma cikket kötelező, vagy ajánlott irodalomként lehet hallgatóknak kijelölni, vagy amikor azt látom, hogy valaki épp a Szigmát olvassa egy budapesti villamosmegállóban. Az Európai Bizottság 2019. évi Magyarországról szóló Országjelentését, vagy a Magyar Nemzeti Bank 2018. évi Növekedési Jelentését olvasva azonban úgy tűnik, hogy hazánkban a matematikai közgazdaságtan széles körű alkalmazására még nem került sor. Így a kelleténél sokkal kevesebben olvassák a lapot, és sokkal kevesebb vállalat hasznosítja az abban fellelhető tudást. Minden bizonnyal ez is jelentős mértékben hozzájárul a magyar gazdaságban tapasztalható vállalati dualitás kialakulásához. A vállalati dualitás azt jelenti, hogy a hazai vállalatok több mint 99 százaléka közepes és kisvállalat. Ezek foglalkoztatják a munkavállalók több mint 70 százalékát, s eközben a GDP-nek kevesebb mint felét állítják elő. A mikrovállalatok termelékenysége Magyarországon csupán 34 százaléka a nagyvállalatokénak, míg ez az arány Csehországban több mint 42 százalék, az uniós átlag pedig megközelíti az 55 százalékot. Egy-egy mélyebb matematikai apparátust felhasználó elméleti cikk vállalati környezetben természetesen nem alkalmas közvetlenül a termelékenység javítását eredményező döntések meghozatalára. Az 1. szakaszban azonban láttuk, hogy számos előremutató tanulmány jelent meg a Szigmában az alkalmazott közgazdaságtan területéről. Sajnálatos, hogy ezek a vállalati szakemberek részéről nem kapnak elegendő figyelmet, pedig a termelékenység, illetve versenyképesség számottevő javulása lenne elérhető egy-egy Szigma-cikk feldolgozása, s az abban közölt eljárás alkalmazása révén.

Az elmondottakat támasztja alá, hogy az Eurostat adatai szerint az ügyfélkapcsolatok menedzselését, vagy a vállalati erőforrás-tervezést támogató szoftverek alkalmazása hazánkban az uniós átlag felét sem éri el. Az ipari, vagy szolgáltató robotot használó vállalatok arányát tekintve pedig Magyar-ország az unión belül a sereghajtók között szerepel. A közepes és kisvállalatoknak csupán csekély hányada alkalmaz továbbá vállalatirányítást támogató szoftvereket. A Magyar Nemzeti Bank 2018. novemberi Pénzügyi stabilitási jelentése szerint a legtöbb kisvállalkozásnál hiányoznak az üzleti tervezés legalapvetőbb elemei: tízből csak hárman készítenek éves üzleti tervet és tízből csupán ketten rendelkeznek marketing- és értékesítési stratégiával. A vezetői pozíciók odaítélésénél a családi kötelékek és kapcsolatok általában fontosabb szerepet játszanak, mint a képzettség, vagy a korábban nyújtott teljesítmény. A matematikai közgazdaságtan által szállított eredmények beépülésének hiánya egészen biztosan hozzájárul ahhoz, hogy a gazdaság megújulási képességéért folytatott nemzetközi versenyben hazánk lemaradt, s az Európai Bizottság European Innovation Scoreboard rendszere Magyarországot csupán a mérsékelten innováló országok csoportjába sorolja.

Mindezek alapján úgy tűnik, hogy haszonnal forgathatnák a Szigmát a hazai közepes és kisvállalatok menedzserei. Számos olyan tanulmányra lelnének benne, mely szemléletüket egy korszerűbb és hatékonyabb vállalatirányítás felé mozdítaná el, s a lapban közölt eredmények – némi kreativitással – sikeresen adaptálhatóak lennének egy-egy vállalat termelékenységének fejlesztése során.

Annak, hogy ez nincs így, a legfőbb oka az, hogy az említett menedzserek többsége nem is rendelkezik a Szigmában megjelenő cikkek megértéséhez szükséges matematikai-közgazdaságtani ismeretekkel. A PISA-tesztek eredményei szerint a magyar 15 évesek matematikai, természettudományos ismeretei csakúgy, mint szövegértése az utóbbi években jelentős mértékben elmaradt mind a visegrádi országok átlagértékétől, mind pedig az uniós átlagtól. A többnyire gyenge színvonalú középiskolai képzés rendszerint nem sokat javít a helyzeten, a matematika-igényes tantárgyak oktatását minimálisra csökkentő hazai közgazdászképzésből pedig nem kerülhet ki elegendő számban a hazai, vagy nemzetközi irodalomban publikált új eredményeket és eljárásokat a vállalati gyakorlatban sikerrel alkalmazni képes szakember. A problémát Bessenyei (2013) cikkemben részletesen elemeztem, itt elég annyit megjegyezni, hogy annak címe ma is sajnálatosan találó: a rendszerváltást követően, a teljesítményfinanszírozás felsőoktatásba történő bevezetésével a magyar közgazdászképzés *az ideológia hálójából* valóban *a mennyiségi hajsza* által determinált felsőoktatási intézmények *csapdájába* került. Minthogy pedig Magyarországon a közgazdászképzés elsősorban üzemgazdászképzést jelent, s a valódi „economics” képzés csak nyomokban van jelen, nem jöhetett létre elegendően nagyszámú, a matematikai közgazdaságtant művelő egyetemi kar, vállalati, banki, vagy egyéb kutatóintézet, illetve kutatócsoport. Amint azt a 2. szakaszban említettem, a szakmai közösség kicsi, a diszciplína művelése továbbra is kisebb-nagyobb zárványokba szorult. A Szigma egyik feladata ma a formális tudásátáramlás fenntartása ezen enklávék között. A matematikai közgazdaságtan széles körű alkalmazása felé vezető útnak továbbra is az elején tartunk.

A kutatást az Innovációs és Technológiai Minisztérium Felsőoktatási Intézményi Kiválósági Programja finanszírozta, a Pécsi Tudományegyetem 4. – A hazai vállalatok szerepének növelése a nemzet újraiparosításában – tématerületi programja keretében.

Irodalom

1. Banyár, J.(2011) Javaslat az optimális járadékfüggvényre. *Szigma,* 42(3-4), 105–124.
2. Bessenyei, I. (2000) A természeti erőforrások felhasználásának optimális sorrendjéről. *Szigma,* 31(1-2), 1–16.
3. Bessenyei, I. (2005) Does market value maximization affect the order of resource exploitation? *Economic Modelling,* 22, 1090–1104.
4. Bessenyei, I. (2013) Az ideológia hálójából a mennyiségi hajsza csapdájába. *Közgazdasági Szemle,* 60, 1140–1151. o.
5. Courant, R. – Robbins, H. (1966) *Mi a matematika?* Gondolat Könyvkiadó, Budapest.
6. Harrod, R. F. (1948) *Towards a Dynamic Economics,* Macmillan, London.
7. Koppány, K. (2018) Mi lenne velünk autóipar nélkül? Ágazataink nemzetgazdasági jelentőségének vizsgálata input-output táblákkal és hypothetycal extractions módszerrel. *Szigma,* 49(1-2). 11–38. o.
8. Kornai, J. (1997) Pénzügyi fegyelem és puha költségvetési korlát. *Közgazdasági Szemle,* 44. 940–953.
9. Kuros, A. G. (1975) *Felsőbb algebra.* Tankönyvkiadó, Budapest.
10. Rudin, W. (1978) *A matematikai analízis alapjai.* Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
11. Solow, R. M. (1956) A Contribution to the Theory of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics,* 70, 65–94.

NÉHÁNY ADALÉK AZ ÉVFORDULÓ ELŐTTI ÉVEK TÖRTÉNÉSEIHEZ[1]

SZÉP KATALIN
Központi Statisztikai Hivatal

A GMT elnöksége egyben a Szigma szerkesztőbizottsága. Ilyen minőségben az elmúlt években is rendszeresen foglalkoztunk a Szigmával.

A Szigma első nagy korszakában – ahogyan az Temesi Józsefnek e jubileumi számot bevezető cikkében olvasható – szembetűnő, hogy a matematikai közgazdaságtan különböző műhelyeiből/kutatóközpontjaiból a szakma színe-java szerkesztő és más jellegű (lektorálás, szervező, forrásteremtő) munkájával, írásaival bőségesen támogatta a lapot. Ez csak úgy lehetett, hogy volt honnan meríteniük. Néhány ilyen műhelyt ismertető cikk már megjelent a régebbi Szigma-számokban, de személyes emlékeim a hetvenes évek legelejéhez kapcsolódnak, amikor az akkori Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem népgazdasági tervező-elemző szakának gazdaságmatematikai szakágazatán tanultam. Sorolhatnám a matematika különböző területeiről szóló, az alkalmazás reményeivel kecsegtető, de mégis tiszta elméleti alapokat adó tárgyak listáját, neves előadóit. Most csak azt emelem ki, ami nekem az előadókon keresztül átsugárzott, hogy a szakma iránti elkötelezettség, alkotó, baráti munkahelyi légkör mellett valósult meg az, hogy a tudomány legújabb eredményeiből, saját kutatási területekről kaptunk útravalót. Nem véletlen, hogy ebből a műhelyből (Matematika Tanszék, Számítástechnikai Tanszék, ill. 1976-tól Matematikai és Számítástudományi Intézet és külső munkatársai) is sok cikk érkezett a Szigmába, hiszen 1969 és 1988 között például a Department of Mathematics saját sorozatából mintegy száz angol nyelvű közlemény ma is megtalálható az egyetem könyvtárában, és színvonalas szakkönyvek is születtek pl. a „Korszerű matematikai ismeretek gazdasági szakemberek számára" könyvsorozat.

A Szigma széles szakmai támogatottsága története során bár változó intenzitással, de végig jellemző, meghatározó, fennmaradásának alapeleme. A következőkben a legutóbbi szerkesztőbizottsági fejlemények kapcsán említek két dolgot, az egyik a működésre vonatkozó írásbeli szerződés, a másik az internetes megjelenés.

1 Az írásbeliségről

A Szigma szakmai támogatottsága meghatározó a lap működésében, de ennek formai megjelenéséért is tennünk kellett.

[1]Beérkezett: 2019. december 1. E-mail: `katalin.szep@gmail.com`.

2016-ban a Nemzeti Média és Hírközlési Igazgatóság Hivatala, hivatkozva a 2010. évi CLXXXV. sz. médiatörvényre, felszólította a Magyar Tudományos Akadémiát, mint alapítót, hogy a hatósági nyilvántartásban pontosítsa a Szigma adatait, és teljesítse a törvényi kötelezettségeit, többek között, hogy legyen szerződése a lap kiadójával. Így kezdődött egy közel két évig tartó adminisztratív folyamat.

A Szigma kiválóan működött, mind a GMT, mind a Pécsi Tudományegyetem és az MTA részt vett a működtetésben, de erről semmilyen írásos megállapodást sem sikerült fellelnünk egyik félnél sem. A feladat tehát az volt, hogy a működő gyakorlat szereplőit feleltessük meg a törvény előírásainak, és tevékenységüket, felelősségüket úgy foglaljuk szerződésbe, hogy az a törvénynek is megfeleljen, de semmiképp se rontsa a gyakorlatot.

A kihívást az jelentette, hogy a törvény csak az alapító és a kiadó felelősségét nevesíti – a mi esetünkben az MTA és PTE –, az ő szerződésüket írja elő, ugyanakkor a GMT az impresszum szerint a lap tulajdonosa, de ilyen szerep a törvényben nincs.

Jó és folyamatos együttműködésben az MTA Jogi osztályával és a Pécsi Tudományegyetemmel közel két évig tartott a folyamat, ami 2018 februárjában egy olyan háromoldalú szerződés aláírásával zárult, aminek a tartalma a mai gyakorlatnak és a GMT alapszabályának is megfelel. A GMT feladatai a szerkesztői feladatoknak feleltethetők meg. A GMT joga a főszerkesztő kinevezése. Az MTA nem vállalhatott kötelezettséget a lap finanszírozására, azt továbbra is pályázat útján biztosítja, de ez a szándék része a szerződésnek. A szerződés aláírói az alapító részéről az MTA elnöke, a kiadó részéről a PTE rektora, a szerkesztő részéről a GMT elnöke.

A jövő garanciája a szakmai támogatás fenntartása. Ha ez stabil, akkor minden bizonnyal értelmezhető olyan működési modell, ami az aktuális (mindenkori) szabályoknak is megfelel.

2 Az elektronikus megjelenésről

A Szigma kezdetektől fogva, és a jövőben is nyomtatott formában jelenik meg. Emellett azonban a hozzáférhetőség bővítése érdekében fontos az interneten való elérhetőség. A Szigma minden évfolyama (1968, az alapítás óta) már hosszú ideje elérhető elektronikus formában a `http://szigma.ktk.pte.hu` honlapon vagy a GMT honlapjának egyik menüpontjából.

Az elektronikus megjelenés további kedvező lehetőségeit biztosítja a PTE Egyetemi Könyvtár és Tudásközpont (`https://lib.pte.hu`) folyóirat-publikálási projektjéhez való csatlakozás, amiről 2018 végén döntöttünk. Open Journal System szerkesztőségi rendszerben, a Stanford University által kidolgozott nyílt forráskódú felületen, a könyvtár saját információs rendszerén biztosítja a folyóirat elérhetőségét (`https://journals.lib.pte.hu`). Segítségével a folyóiratok könnyebben be tudnak csatlakozni az online tudományos vérkeringésbe. CrossRef rendszerben DOI számot biztosítanak, ami megkönnyíti a cikkekre történő későbbi hivatkozások követését, de a szerzők felé azzal a kötelezettséggel jár, hogy a cikk hivatkozásai mellé azok DOI számát is meg kell adni. A felületen lehetőség van az ,,on-line first" megjelenésre, azaz egy cikk elfogadása, műszaki szerkesztése után a végleges DOI számmal elérhetővé válik. A könyvtár honlapjára kerüléssel a cikkek elérhetőségi linkje változni fog, de megoldható, hogy a régi helyre az új helyre mutató kapcsolat kerüljön. Ez a megjelenési forma – sok más folyóirathoz hasonlóan – arra is lehetőséget ad, hogy az egyes cikkekhez kapcsolódóan, a nyomtatott formába be nem férő tartalom (pl. adattáblázat, programrészlet) is feltölthetővé, és így az olvasók számára is elérhetővé tehető.

Bízunk benne, hogy ennek a számnak a megjelenéséig már az új helyen is teljes lesz a Szigma feltöltöttsége, és az interneten forrás után kutatva gyakran ott lesz a találatok között.

EMLÉKEK A SZIGMA FOLYÓIRAT, AZ OPERÁCIÓKUTATÁS, A SZÁMÍTÁSTECHNIKA MAGYARORSZÁGI MÚLTJÁBÓL [1]

MESZÉNA GYÖRGY
Budapesti Corvinus Egyetem

Bevezetésül szolgáljon néhány emlékem az 1960-as évekből, jó aláfestést nyújtva a gazdasági modellezés vajúdó létrejöttéhez.

Nyolc gimnáziumi évvel Pannonhalmán, majd egy jeles kétnyelvű, olasz-magyar érettségi bizonyítvánnyal a hátam mögött, 7 helyre jelentkezve, majd 4 helyen egymástól függetlenül írásban és szóban felvételizve, majd az építőmérnök karra felvéve (út, vasút, híd), de a beiratkozáskor már mással helyettesítve, néhány hónapot a budapesti Láng Gépgyárban töltött vasesztergályos tanuló lét után, kaptam lehetőséget Debrecenben vagy Szegeden a beiratkozásra. Egy minisztériumi papírral a zsebemben az első félév vége felé utazhattam az általam választott Debrecenbe. Itt már ekkor a kollégiumi helyek beteltek, az ösztöndíjakat kiosztották, menza még csak az orvosoknál működött, de én boldog voltam, hogy bejutottam. Örömömben 3 szakot is felvéve (matematika-fizika-ábrázoló geometria), kezdhettem egyetemi tanulmányaimat. Az egyetem egyes szakjain ekkor még kevesebb hallgató volt az egyes évfolyamokon, mint ahány kara van ma az egyetemnek! Az általam felvett 3 szak első évfolyamán hárman voltunk, a matematika-fizikán nyolcan, a fizika-matematikán (ilyen is volt), öten. Vegyük figyelembe, hogy 1948/49 volt a ,,fordulat éve", ekkor indult a ,,szocializmus" szervezése, mind az ország, mind pedig egyes emberek életének teljes irányváltása.

Az ország számítógép állományát itt-ott egy-egy kézzel tekerhető, mechanikus, az alapműveletek elvégzésére szolgáló Brunsviga ,,masina" alkotta. Nyolc évvel később, amikor az akkoriban alapított MTA Atommagkutató Intézet matematikusa lettem, ott volt egy darab a kézi tekerést egy kis elektromotorral megoldó, többet nem tudó számítógép. Újabb négy év múlva a ,,Közgáz" Matematika Tanszékének ugyancsak két Brunsvigája és egy Mercédesze volt. Azaz kimondhatjuk: a már akkor is gyűjtött, nagy tömegben létező, gazdasági, pénzügyi, termelési stb. adatok feldolgozásának az elemi általános statisztikai szinten túl sem a módszertani, sem a gépi lehetőségei nem voltak hozzáférhetők. A korrelációszámításról itthon ezekben az években jelentek meg az első könyvek a gazdasági szakembereknek. A Közgazdasági Egyetem matematika oktatása közelebb állt az emelt színtű középiskolákhoz, mint az egyetemi szinthez.

Még ,,ATOMKI"-s koromból, első munkahelyemről, van egy élményszerű emlékem az ,,információ" fogalmának helykereséséről a szárnyát bontogató

[1] Beérkezett: 2019. november 11. E-mail: `meszena@uni-corvinus.hu`.

szocializmus kezdeti időszakában. Ha napjainkban a Széchenyi könyvtárban kiveszünk egy az 1960-as években megjelent lexikont, megkeresve benne az információelmélet kifejezés magyarázatát: ,,burzsoá áltudomány", szövegre bukkanunk! 1957-61 között dolgoztam az Intézetben, ott került kezembe a hazai mérnök társadalom egyik hetilap jellegű újságja, a Műszaki Élet. A lapban publikáló szerzők körét szerették volna bővíteni, és egy pályázatot hirdettek a lapba illő, bármilyen téma feldolgozására. Én beküldtem egy írást: ,,Szűkszavú-e, vagy bőbeszédű az ember? – az információelmélet válaszol!" címmel, és az meg is jelent az újságban. A cikk annak az egyszerű kísérletnek az elemzését vizsgálja, amikor egy ismeretlen szöveget letakarva teszünk valaki elé, azt kérdezve tőle: mi a szöveg első betűje? A kapott válasz után megmondjuk a helyes betűt, és a takarást elmozdítva a második betűre megismételjük a kérdést. A folyamat haladásával egyre könnyebben találja el emberünk a következő betűt.

A különböző szövegek, emberek és nyelvek esetében az információ definíciójával mérni is tudjuk az eredményeket, és például a szövegben lévő redundanciát, azaz ,,bőbeszédűségünket", ami esetenként komoly előnyöket hordozhat. Például zajos környezetben segítheti az érthetőséget, különböző zajos csatornákban (telefon) alapvető tudásként lehet használható.

A következő héten kollégáim nagy nevetés közben hozták nekem megmutatni a már akkor is élő ,,Ludas Matyi" viccújságot, amiben a következő szöveg volt olvasható: ,,A múlt héten érdekes cikket olvashattunk a Műszaki Életben. A szerző bonyolult matematikai módszerekkel és számításokkal bizonyítja, hogy az ember bőbeszédű! Erről az eredményről bármelyik pesti bérház gangján sokkal egyszerűbben és gyorsabban meggyőződhetünk!"

Egyébként ezekben az években jelentek meg Magyarországon az első kisméretű, ismeretterjesztő könyvecskék a világ más részein már polgárjogot nyert kvantitatív információfogalom népszerűsítéséről, hogy aztán minden ellenállást elsodorva, a számítógépek életre kelésével együtt alapvetően alakítsák át életünket.

Bár ifjú koromban, a 2. világháborút követően romokban heverő Magyarországon nem volt jellemző a hangos diszkókba járás, az egyébként elég általános időskori halláskárosodás megoldására már nem elegendő a fentebb leírt ,,bőbeszédes" voltunk. Én például éppen mostanában kezdtem elmaradozni a régebben mindig látogatott konferenciákról, mert még egyetemi előadóink sem eléggé artikuláltan és olyan halkan beszélnek, hogy gyengülő hallással előadásaik már nem követhetők, hiába vonatkozik rájuk is a redundancia-elv. A múló idő horizontjában elhelyezve Norbert Wiener: Kibernetika c. könyvének bevezetőjében beszél Josiah Royce harvardi szemináriumáról, 1911-13 között, mint saját e téren tett szakmai fejlődésének kezdeteiről.

A Közgazdasági Egyetemen 1961 óta dolgozom, a belépésemkor a Matematika Tanszék könyvtárában éppen selejtezés folyt. Átnézegetve az ebbe a kategóriába eső műveket, kezembe került a ,,Királyi Magyar Tudományegyetemi Közgazdaságtudományi Kar 1932/33 Tanévet Megnyitó Ünnepi Ülésén Elhangzott Beszédek" című kötet. Ne dobják már ki, kértem, és eltettem saját szekrényembe. Mára, sajnos, a sok költözést követően már csak a könyv fedőlapját tudtam megmenteni, de emlékszem az akkor elolvasottak sok részletére. A tartalomjegyzék:

I. Teleki Pál Gróf lelépő dékán Beszámoló Beszéde;

II. Grosschmid Lajos dékán Tanévnyitó Beszéde;

III. Grosschmid Lajos Dékáni Székfoglalója.

Mindhárom beszéd ma is megállná a helyét akár tanévnyitóként, 88 év távlatából. Tudvalevően Grosschmid Lajos neves matematikus volt, székfoglalója új matematikai eredményekről számolt be. Igen tisztelt Szép Jenő professzor úr – bár ilyen alkalmakra is megfelelő új matematikai eredményekkel bőven rendelkezett – dékánhelyettes funkciót sem töltött be soha egyetemünkön. Lehet gondolkodni rajta: biztos, hogy minden vonatkozásban sokat fejlődtünk 88 év alatt?

Azt, hogy a ,,még meg sem született" ,,operációkutatás szakma" szervezet, segítség, előtérbe kerülés nélkül ,,a fű alatt" is dolgozott, az 1968-ban megjelent első Szigma szám tartalomjegyzékével szeretném szemléltetni:

Simon György: A népgazdasági árprogramozás dinamikus modellje; Éltető Ödön – Frigyes Ervin: Új jövedelem-egyenlőtlenségi mutatók; tulajdonságaik és hasznosítási lehetőségeik; Glattfelder Péter: Extrapoláció rész-trendek átlagából; Bródy András: Ciklus és mérlegegyensúly; Schmidtné Kigyóssy Éva: A szakképzés ráfordításai; [Fogalmak és módszerek] Meszéna György: Valószínűségeloszlások és idősorok felbontása; [Könyvekről] Kornai János: A gazdasági szerkezet matematikai tervezése M. Kalecki: Vállalatvezetés – Tervezés – Gazdasági növekedés.

Az 1960-as évek elején a Magyar Közgazdasági Társaság keretében jött létre a Matematika Közgazdasági Alkalmazásainak Szakosztálya (a szocializmus kezdeti időszakában önálló civil szervezetek alapítását vagy eleve nem engedélyezték, vagy ez csak igen nehezen volt lehetséges.) 1968-ban megjelent a Szigma első száma, így aztán a szűkebb szakma képviselői már a Bolyai Társulatban, a Neumann Társaságban és a Közgazdasági Társaság szakosztályában jó kapcsolatokat ápolva tudtak szervezeti és folyóirati támogatással dolgozni és konferenciáikat szervezni.

A rendszerváltozás után, a korlátozások megszűnésével önállósult a Gazdaságmodellezési Társaság (GMT), és létrejött a Magyar Operációkutatási Társasság (MOT). Tagjaik már a kezdetektől részt vettek a hazai operációkutatás és az egyetemi szakok létrehozásában. Az új társaságok tagjai, bár saját elsődleges profiljukat megtartották, de jelentős részben tagjai voltak más szakmai társaságoknak is. Létrejöttek a Krekó Béláról és az Egerváry Jenőről elnevezett, évente 1-1 főnek odaítélt díjak. A további fejlődés most már napjainkig a vázolt, jól szervezett keretek között ment tovább.

A fejlődés – természete szerint – folyamatosan felszínre hozza a gyakran nem is olyan könnyen megoldható problémákat. Lássunk most ezek közül néhányat. A Corvinus Egyetem ma büszkén hirdethetné, hogy Magyarországon a felsőoktatásban elsőként oktatott a *tömegoktatásban* számítástechnikát! Bár ez az állítás igaz, a büszkélkedésre a régi történetek fényében árny is vetül.

A már többször emlegetett 1960-as években élt Magyarországon egy szorgalmas, lelkes és tehetséges fiatal villamosmérnök, (akkor még ,,gépész B" szakosnak hívták őket, az önálló villamos kar is ezekben az években alakult meg), neve Kovács Győző volt. Ma a Corvinus Egyetem díszdoktora[2], de sajnos már nem él.

Emlékeim szerint Győző az MTA Automatizálási Kutató Intézetben dolgozott, ott jutott számítástechnikai ismereteihez és ezekkel kapcsolatos korszerű meggyőződéséhez. Anélkül, hogy erre bárki kérte volna, nekiállt és írt egy számítástechnikai jegyzetet (1960-ban). Célja volt felajánlani munkáját különböző egyetemeknek, miután ilyen anyag szélesebb körben történő oktatásáról nem volt tudomása. (Tehát nem néhány fős kis csoport oktatása lebegett a szeme előtt.) Első lépésben saját Alma Materét, a Műegyetem vezetését kereste fel. Majd miután határozott elutasítást kapott, az ELTE következett. Ott is elutasították A válaszolók általában belelapoztak a jegyzetbe, nem ítélték a saját intézményük számára megfelelően színvonalas tananyagnak, és szükségét sem érezték az oktatásának. Ezután jött az ekkor még Marx Károlyról elnevezett Közgazdaságtudományi Egyetemre. Az illetékes ekkor a tananyag ügyekben László Imre rektorhelyettes volt. Hosszas terefere bontakozott ki, majd a záró verdikt az alábbi volt: ,,mi annyi zöldséget oktatunk ezen az egyetemen, *csináljátok*". (László Imre nem a ,,zöldség" szót használta, szigorúbb volt, én finomítottam a szövegen...)

Ezt követően 1962-ben a Közgazdasági Egyetem teljes hallgatóságának bevezetésre került a Matematika Tanszék részéről a számítástechnika (egy félév). Azt ma már nem tudom felelősséggel leírni, hogy 1, 2 vagy 3 éven át mentek az előadások, de arra határozottan emlékszem, hogy menet közben a Matematika Tanszékről Gyurkó Lajos docens is bekapcsolódott az oktatásba és készített egy újabb jegyzetet. Az elmondottakból még most sem látszik, hogy hol itt a probléma? Miért nem örülhetünk elsőségünknek? Már a szocializmus évtizedeiben elkezdődött az általános iskoláktól az egyetemekig – és még ma is tart – a tanintézményeken 1, 2 vagy 3 évenként végigdübörgő reformok sokasága. A hazai gyakorlatra jellemző, hogy ,,átlapolódnak" a reform évfolyamok. Ha rákérdezünk egy tanult ember esetében, a nagy többségtől kapjuk a választ: Ő egy ,,reform évfolyamban" végezte tanulmányait! Itt is ez okozta a problémát. Az időközben elkezdett újabb reform a futó oktatás hiányosságainak zömét ráterhelte a számítástechnika órák bevezetésére, és egyszerűen kitörölte ezeket az órákat a tanrendből.

Az igazi poént a folyatás évei hozták meg. Ugyanis alig néhány év múlva, 1970-ben ,,robbant a számítástechnikai bomba"! Országos előírásként jelent meg a tárgy kötelező bevezetése, az egyes egyetemeken a számítástechnikai tanszékek a legrövidebb idő alatti megszervezése. Milyen jó lett volna bejelenteni, hogy a Közgazdasági Egyetem már hány év óta tanítja a tárgyat! Azzal viszont nem volt okos dicsekedni, hogy saját ,,kútfőből" elkezdtük az oktatást, aztán magunktól meg is szüntettük. Hallgatásunk olyan jól sikerült, hogy mára a történet egészében feledésbe merült az egyetemen. Meg kell azonban említenünk, hogy ha a tömegeket nem is oktatták, kivételt képez a kis létszámmal 1961/62-ben elindított 5 éves képzési idejű terv-matematika szak,

[2] http://hirek.prim.hu/cikk/50684

ahol a szak teljes fennállása alatt, jelenetős óraszámmal, a tárgy elméleti alapjainak tanításával, és konkrét programozási ismeretek oktatásával tanítottuk a tárgyat. Nem véletlen, hogy amikor a számítástechnikai tanszék megszervezése előírás lett, a Közgazdasági Egyetem saját, előző években végzett hallgatóiból volt lehetséges az oktatógárdát jelentős részben kialakítani.

Az időszak, és az operációkutatás terjedésének egyik igen jelentős fegyverténye a terv-matematika szak létrehozása volt 1960/61-ben. Gondoljuk csak meg, mit jelentett e harcnak a felvállalása abban a környezetben? Az oktatás minden szintjének a központi problémája az ,,új, szocialista embertípus" kialakítása volt. A rendszer által folyamatosan hangoztatott lózung szerint az ország első szocialista felsőfokú iskolája a Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem. Ebben az intézményben nem csak a hallgatóságot kellett átnevelni, hanem a teljes tananyagot ki kellett cserélni, marxista alapokra, gondolkodásmódra átállítani. Mennyivel könnyebb helyzetben volt a Műszaki Egyetem, vagy az orvosi szakma, ahol néhány marxizmus előadás beállításával megoldották a problémát! A Közgázon ebben az időszakban a közgazdaságtanban bevezetni a mérés fogalmát és a kvantifikációt kifejezetten rosszkor forszírozott tevékenységnek tűnhetett. A Matematika Tanszék személyi állománya nagy többségében gyenge volt a harc végig viteléhez. A ,,késhegyig menő" vitákat Szép Jenő professzor úr hathatós támogatásával, Krekó Béla vállalta föl. Egy ma már apró gyöngyszemnek tűnő mozzanat a fentebb használt ,,késhegyig" jelző megvilágítására. Ülésezik az Egyetemi Tanács. A születendő terv-matematika szak tantervéről folyik a vita. Konkrétan: melyik tanszék oktatja majd a matematikai statisztikát? A Rektor úr (politikus, a párt Központi Bizottságának tagja) számára nyilvánvaló – lévén az egyetemen Statisztikai Tanszék –, hogy a tárgyat a Statisztikai Tanszék oktatja. Krekó Béla – a tananyag ismeretében –, a benne szereplő magyarázatokra, tömény matematikai levezetésekre gondolva, ragaszkodik a Matematika Tanszék oktatásához. A vita élesedése során Krekó Béla azt mondja: ,,. . .akkor meg a programozást bízzuk az IBUSZ-ra, mert ők csinálták a legtöbb programot ma Magyarországon". Ekkor állt föl a KSH akkor éppen matematikus alapképzettségű vezetője, és elismerve, hogy a matematikai statisztika valóban matematikai tárgy, véget vetett a vitának.

Anélkül, hogy a terv-matematika szak tananyagával, a létrehozás nehézségeivel itt tovább foglalkoznánk (15-20 fős évfolyamokról van szó) 60 év távlatából ma is könnyen össze lehet írni sok nevet, akik az egykori hallgatók közül számos évet töltöttek az egyetemi tananyag fejlesztésével, oktatással, kutatással az Alma Materben, vagy még ma is itt dolgoznak: Zalai Ernő, Chikán Attila, Vita László, Hunyadi László, Száz János, Füstös László, Csépai János, Matits Ágnes, Temesi József, Békési Gábor, Nováky Erzsébet, Simon Judit, Mikó Gyula, Sólyom Csaba, Szép Katalin, Móczár József, Ormos Judit, Sallai Sándor, Tarlós Béla, Lévainé Lakner Mária, Gáspár Bencéné.

Már az elmondottakból is látható, hogy az 1960-as évek a matematikával barátkozó közgazdaságtudomány kusza fejlődésének az időszaka volt. Miközben a számítóközpontok szaporodtak, az aktuárius szakma a szó szoros értelmében kihalt. Az Állami Biztosító monopol szerephez jutott, ha sok volt a baj, az állam feltöltötte a kasszát, ha viszont a díjakból pénzmaradvány jött létre, a „nagy kalapba" ment. A számítógépekért viszont versenyeztek a minisztériumok és a nagyobb vállalatok. Szinte „sikk" lett egy-egy ilyen divatos modern berendezéssel rendelkezni, különösen azok körében, akiknél a pénz is megvolt hozzá. Nem meglepő tény, hogy az egyetemek és főiskolák nem jártak élen ebben a versenyben. Hiány volt viszont a gépeket használni tudó szakemberekben. A hiányt a területre autodidakta módon átálló mérnökök, matematikusok és közgazdászok igyekeztek betölteni. A tanintézményekből gyakran a diákság gyakorló programjait autóval hozták-vitték egy-egy gép közelébe, ahonnan aztán hibaüzenetekkel kapták vissza a diákok őket, elég lassú folyamat keretében. Így igazolódott ezen a téren is a „minden kezdet nehéz" közmondás.

Az alábbi összeállítás a teljesség igénye nélkül, időrendben kíséreli meg áttekinteni az operációkutatás és a számítástechnika hazai fejlődésének összefüggő gyakorlati menetrendjét, elsősorban a könnyebb eligazodás érdekében.

1947 nyarán volt a kormánydöntés az új közgazdasági egyetem megalakulásáról. Az új egyetem 1948/49-ben kezdte meg működését. 1959. január 31-én készül el az M3, az első magyar fejlesztésű számítógép az MTA KKCS-ben. 1960/61-ben indul a terv-matematika szak az MKKE-n. Az előbbit megelőzte Szegeden egy kis létszámú szak (TPA gépi kódot, assembly, ALGOL és FORTRAN nyelvet tanított). 1960-ban készült el Kovács Győző jegyzete, ami alapján elindult 1962-ben a minden hallgatót érintő számítástechnikai képzés a MKKE-n, egy félévben. 1965-ben megjött az URAL II. (de még évekig ládákban állt az egyetem földszintjén). 1968-ban megjött a RAZDAN 3. 1964 és 1969 között született az MKKE-n az a döntés, hogy eltörlik a minden hallgatót érintő számítástechnikai oktatást. 1970-ben jött ki az a kormányhatározat, mely minden hazai felsőoktatási intézményben kötelezően írta elő a számítástechnikai képzést. 1971/72-ben kellett elkezdeni az oktatást, 4 félévben: alapok; 2 félév programnyelvek; informatika alapjai (1 félév): az MKKE-n akkor már a *terv-matematika szakon* 10 éve folyt az oktatás, a matematikai alapokkal együtt. 1972-ben egy kutatócsoport, majd a Számítástechnikai Tanszék alakult meg. 1976-ban jött létre a Matematikai és Számítástechnikai Intézet. Ezekben az években a futtatások itt is a CDC 3300-as akadémiai gépen zajlottak.

Nem nehéz elképzelni, hogy az adott körülmények között a számítóközpontok létrehozása önmagában is nehéz feladat volt. Két központ esetéről szeretnék töredékesen megemlékezni.

Az *„Egyetemi" Számítóközpont* elhelyezése az MKKE központi épületében történt, ellátva az akkor az országban lévő jól képzett munkatársakkal, Krekó Béla vezetésével, felszerelve az akkori honi gépek közül a legkevésbé korszerűnek mondható RAZDAN 3 géppel. Valójában az Oktatási Minisztérium gépeként az onnan kapott feladatokon és elméleti munkákon dolgozott, és részt vett az oktatásban is. Gondot jelentett viszont a saját gépen történő felkészülés után az akkor már rendre behozott, más típusú, például IBM gépeken történő gyakorlati munka.

Több évig tartó eredményes munka után az IX. kerület párttitkára, (egy hölgy) behívta magához a központ vezetőjét. Krekó Béla válasza így hangzott: neki semmilyen megbeszélnivaló problémája nincs az elvtársnővel, de egyébként munkaidő alatt szívesen látja saját hivatalában. A történtek után az események felgyorsultak. A minisztérium felszólította Krekó Bélát, hogy kérje nyugdíjazását. Erre ő nem volt hajlandó. Ekkor egy vegyész akadémikust nevezett ki a minisztérium miniszteri biztosnak a központba. Az új vezető, átlátva a helyzetet, visszaadta a megbízást a minisztériumnak. Ezután egy munkanappá átszervezett vasárnap maga a miniszter jelent meg a központban, összehívták a dolgozókat és bejelentette a központ megszüntetését. A munkatársak az MTA, az ELTE és a Műegyetem helyeire kaptak besorolást.

Az *Országos Vezetőképző Számítóközpontjában* az éppen átszervezés alatt álló Munkaügyi Minisztériumban természetesen sem operációkutatás, sem számítástechnika szakemberek nem voltak. Voltak viszont ott feleslegessé vált emberek, akiknek jó helyeket lehetett biztosítani az új munkahelyen. Így aztán már a megvásárlandó új számítógép típusának kiválasztása is komoly problémát jelentett. Rendelkezésre álltak a nagyobb külföldi gyártó cégek részletesen prezentált ajánlatai (8-10 darab), ezek összehasonlítását és értékelését a helyzetnek megfelelően egy külső szakértő bizottság végezte. A jelentés leadása után aztán a minisztériumban megszületett a döntés, ami alapján nem a bizottság által javasolt számítógépet vásárolta meg az ország. (Érdekes elméletek születtek a döntéshozók szempontjairól.)

Az eddig elmondottak évszámok, történések, epizódok, küzdelmek és anekdoták felhasználásával tekintett bele az 1960-as éveket megelőző és követő hazai fejlődés világába: nem törekedve teljességre, úgy gondoltuk, a területről már eddig megjelent egyedi emlékezések, (könyvek) jól tartalmazzák a messze nyúló részleteket. Legyen itt még egy pozitív példa a két új tudományterület, az operációkutatás és a számítástechnika egymásra találásáról és a további eredményes együtt-munkálkodásáról. 6-8 évvel az ATOMKI-ból a Közgazdasági Egyetemre kerülésem után, volt munkahelyem keresett meg, ahonnan felkérést kaptam egy ott felvett fiatal matematikus számára, nálunk töltendő tanulmányút megszervezésére. Ugyanis minden új lehetőségre érzékenyen figyelő előző főnököm felfigyelt esettanulmány köteteinkre, és ki akarta próbálni a gazdaságból érkező megkeresések teljesítéséből származó pénzek eljuttatását az Intézetbe. El is láttuk a kolléga bevezetését a területre, több hónapig dolgozott velünk együtt az egyetem Matematika Intézetében. Az epizód jól mutatja, az apró mellékszálakból hogyan fonódtak össze további eredmények is.

Végül hadd villantsak fel egy sok éven át emlékezetemben maradt történést az 1960-as évek első feléből. Az egyik legkorábbi operációkutatási konferencia zajlott Veszprémben. Két, már akkor komoly tekintélynek örvendő résztvevő között bontakozott ki rendkívül éles vita a konferencia teljes közönsége előtt. A vitatott kérdés a következő volt. Az operációkutatás tekintendő-e a matematika egy részének, vagy akár két független diszciplínaként is beszélhetünk róluk? Az egyik résztvevő, Prékopa András képviselte az „operációkutatás a matematika része" elgondolást, az ellenfél, Kindler József a „két külön tekinthető terület" felfogást. Kindler József azóta sokat emlegetett példáját egy USA-ból származó probléma és megoldása szolgáltatta. Egy vállalat telephelye egy felhőkarcoló. A dolgozók munkahelyei a különböző szinteken sorakoznak. A problémát a lifteknél adódó várakozásoknak az emberek kedélyállapotára, illetve az ebből adódó teljesítménycsökkenésre való hatása okozta, a kérdés: kell-e sok pénzért új lifteket építeni? A megoldás: a liftek előterét egy tanácsadó javaslatára tükrökkel aggatták tele. A számos hölgy dolgozó ezekben nézegette magát, megnyugodott, a teljesítmény csökkenés eltűnt, matematikára pedig nem volt szükség! Az ilyen típusú viták esetében nekem a Newsweek 1993. június 14-i számában kimondott megállapítása tetszik talán a legjobban: „The future belongs to people who use their heads instead of their hands".

NÉHÁNY SPECIÁLIS OLIGOPOL PROBLÉMA[1]

SZIDAROVSZKY FERENC – MOLNÁR SÁNDOR
Budapesti Corvinus Egyetem – Szent István Egyetem

A klasszikus oligopol játék néhány kiterjesztését mutatjuk be. Tárgyalásra kerül a bizonytalan árfüggvények esete, amikor a becslési hibát valószínűségi változónak tekintjük, és a kifizetőfüggvény várható értékének maximalizálása és szórásának minimalizálása egy többcélú optimumfeladatra vezet. Ha a kifizetőfüggvények nem folytonosak, akkor a klasszikus módszerek nem alkalmazhatók, így újabb módszer válik szükségessé. A részlegesen kooperáló játékosokat leíró modell speciális esetként tartalmazza mind a nem-kooperatív és a kooperatív játékok eseteit. Kimutatjuk, hogy többféle olyan esetet is tartalmaz, amikor a játékosoknak a többiek vállalatában érdekeltsége van. Az utolsó modellben feltételezzük, hogy az állami hatóság megbünteti (vagy jutalmazza) azokat a vállalatokat, amelyek egy előírt szennyeződésmennyiségnél többet (vagy kevesebbet) bocsátanak ki egyenként vagy együttesen.

1 Bevezetés

Jelen cikk szerzőinek hosszú és gyümölcsöző kapcsolata van a SZIGMA folyóirattal, amihez az is hozzájárul, hogy a korábbi és jelenlegi főszerkesztő a szerzők régi barátja, volt hallgatója vagy kollégája. Ez a kapcsolat 1976-ban kezdődött, és ezután 18 tanulmány került publikálásra. A SZIGMA komoly nemzetközi érdeklődés középpontjába került, például az Arizonai Egyetem könyvtárában is megtalálható. Jelen cikkünkben a SZIGMA 50 éves jubileumához szeretnénk hozzájárulni néhány újszerű, módosított oligopol modell bemutatásával.

A matematikai közgazdaságtan egyik fontos területe a játékelmélet és ezen belül az oligopol probléma. A legegyszerűbb, klasszikus model Cournot (1838) munkájához vezethető vissza, az ő úttörő kutatásai alapján számos kutató vizsgálta ezt a kérdéskört. Okuguchi (1976) munkája az első összefoglaló mű, amely a 70-es évek közepéig elért eredményeket mutatja be. Ezek többtermékes általánosításait tárgyalja az Okuguchi és Szidarovszky (1999) monográfia, amelyben néhány módosított modellt is bemutatnak, beleértve a modellek dinamikus kiterjesztését és stabilitási vizsgálatukat. A legegyszerűbb modell a következőképpen írható le. Tekintsünk n vállalatot, akik ugyanazt a terméket gyártják és egy közös piacon értékesítik. Jelölje $x_1, x_2, \dots, x_n$ a gyártott és piacra bocsátott termékmennyiségeket, $X = \sum_{i=1}^{n} x_i$ a teljes termék

[1] Beérkezett: 2019. november 5. E-mail: `szidarka@gmail.com`, `molnar.sandor@gek.szie.hu`.

kibocsátást és $X_k = \sum_{i \neq k} x_i$ a k-adik vállalat szempontjából a többi vállalat együttes termékmennyiségét. A piaci ár, $f(X)$, a teljes termékmennyiség monoton csökkenő függvénye, és a k-adik vállalat költségfüggvénye, $C_k(x_k)$ a vállalat termékkibocsátásának szigorúan növekvő függvénye. Ezek alapján a k-adik vállalat profitja a bevétel és kiadás különbsége:

$$\Pi_k(x_k, X_k) = x_k f(x_k + X_k) - C_k(x_k). \tag{1.1}$$

Ha L_k jelöli a k-adik vállalat kapacitáskorlátját, akkor egy n-személyes játékot definiálhatunk, ahol a vállalatok a játékosok és a k-adik játékos stratégiahalmaza a $[0, L_k]$ zárt intervallum és kifizetőfüggvénye $\Pi_k\left(x_k, X_k\right)$. Általánosan a következőket teszik fel az ár és költségfüggvényekről:

(A) f kétszer folytonosan differenciálható a $[0, \sum_{k=1}^{n} L_k]$ intervallumon, és C_k a $[0, L_k]$ intervallumon

(B) $f'(X) < 0$

(C) $x_k f''(X) + f'(X) \leq 0$

(D) $f'(X) - C_k''(x_k) < 0$

az értelmezési tartományba eső összes változóértékek és $k = 1, 2, \ldots, n$ esetén. Az (A) feltétel az analitikus vizsgálatot könnyíti meg, a (B) feltétel szerint f szigorúan csökkenő. A (C) feltétel teljesül, ha f konkáv, azonban ez nem szükséges. Hasonló a helyzet a (D) feltételnél, ami biztosan teljesül, ha C_k konvex.

Speciális modellek esetén az f függvény linearitását tételezik fel, $f(X) = A - BX$ ahol A és B pozitív konstansok. Ha C_k konvex, akkor az összes feltétel teljesül. Gyakran hiperbolikus árfüggvénnyel is dolgoznak: $f(X) = \frac{A}{X}$, ahol $A > 0$. Ez a függvény azonban 0-ban nincs értelmezve, így az analitikus vizsgálatokban ez nehézséget jelent. A továbbiakban a klasszikus modellnek néhány érdekes kiterjesztését mutatjuk be.

2 Bizonytalan árfüggvény esete

Tegyük fel, hogy az f függvény korábbi ár adatok alapján lett megbecsülve, így hibával terhelt. A pontos függvényről feltesszük, hogy a k-dik játékos azt hiszi, hogy ez $f(X) + \eta_k$, ahol η_k egy valószínűségi változó, ahol $E(\eta_k) = 0$ és $\mathrm{Var}(\eta_k) = \delta_k^2$. Ekkor (1.1) alapján

$$E\left(\Pi_k\right) = x_k\left(f(X) + E(\eta_k)\right) - C_k(x_k) = x_k f(X) - C_k(x_k) \tag{2.1}$$

és

$$\mathrm{Var}\left(\Pi_k\right) = x_k^2 \delta_k^2\,, \tag{2.2}$$

amelyek a k-adik játékos számára a profit várható értékét és varianciáját jelentik. A játékos a várható érték maximalizálására és a variancia csökkentésére törekszik, így egy két célfüggvényes optimumfeladatot ír fel,

$$x_k f(X) - C_k(x_k) \to \max \quad \text{és} \quad x_k^2 \delta_k^2 \to \min .$$

A súlyozásos módszer alapján ezt egy közönséges optimumfeladatra vezeti vissza

$$x_k f(x_k + X_k) - C_k(x_k) - \alpha_k x_k^2 \delta_k^2 \to \max, \tag{2.3}$$

ahol α_k a két célfüggvény relatív fontosságát mutatja.

Ez a feladat ekvivalens az (1.1) profitfüggvény maximalizálásával, ahol a költségfüggvényt $C_k(x_k) + \alpha_k x_k^2 \delta_k^2$ helyettesíti. Ha az eredeti oligopol probléma kielégíti az (A)$-$(D) feltételeket, akkor a (2.3) kifizetőfüggvényekkel rendelkező játék is kielégíti. A k-dik játékos válaszfüggvénye (2.3) maximalizálásával adódik a $[0, L_k]$ intervallumon. A (2.3) függvény szigorúan konkáv, első és másodrendű deriváltja x_k szerint

$$f(x_k + X_k) + x_k f'(x_k + X_k) - C_k'(x_k) - 2\alpha_k \delta_k^2 x_k$$

és

$$2f'(x_k + X_k) + x_k f''(x_k + X_k) - C_k''(x_k) - 2\alpha_k \delta_k^2 < 0,$$

így a k-dik játékos válaszfüggvénye

$$R_k(X_k) = \begin{cases} 0, & \text{ha } f(X_k) - C_k'(0) \le 0 \\ L_k & \text{ha } f(L_k + X_k) + L_k f'(L_k + X_k) - C_k'(L_k) - 2\alpha_k L_k \delta_k^2 \ge 0 \\ \widetilde{x}_k & \text{különben,} \end{cases} \tag{2.4}$$

ahol $\widetilde{x}_k$ az

$$f(x_k + X_k) + x_k f'(x_k + X_k) - C_k'(x_k) - 2\alpha_k \delta_k^2 x_k = 0 \tag{2.5}$$

egyenletnek a nyílt $(0, L_k)$ intervallumon való megoldása. A harmadik esetben $x_k = 0$ esetén (2.5) értéke pozitív, $x_k = L_k$ esetében negatív, és szigorúan csökken, így a (2.5) egyenletnek egyértelmű megoldása van. A válaszfüggvényeket felírhatjuk a teljes termékmennyiség függvényében is:

$$\overline{R}_k(X) = \begin{cases} 0, & \text{ha } f(X) - C_k'(0) \le 0 \\ L_k, & \text{ha } f(X) + L_k f'(X) - C_k'(L_k) - 2\alpha_k L_k \delta_k^2 \ge 0 \\ \overline{x}_k & \text{különben,} \end{cases} \tag{2.6}$$

ahol $\overline{x}_k$ az

$$f(X) + x_k f'(X) - C_k'(x_k) - 2\alpha_k \delta_k^2 x_k = 0 \tag{2.7}$$

egyenlet egyértelmű megoldása a $(0, L_k)$ nyílt intervallumon. Az első két esetben $\overline{R}_k(X)$ konstans, a harmadik esetben pedig $\overline{R}_k(X)$ csökkenő függvénye X-nek. Ez abból látható, hogy ha a (2.7) egyenletben az $x_k = \overline{R}_k(X)$ helyettesítését elvégezzük, majd X szerint differenciáljuk, akkor

$$\overline{R}_k'(X) = -\frac{f'(X) + \overline{R}_k(X) f''(X)}{f'(X) - C_k''\left(\overline{R}_k(X)\right) - 2\alpha_k \delta_k^2} \le 0 \tag{2.8}$$

adódik. A (2.6)-ban adott függvény folytonos, így $\overline{R}_k(X)$ az egész tartományon nem növekvő. Az egyensúlyi összes termékmennyiség nyilvánvalóan a

$$\sum_{k=1}^{n} \overline{R}_k(X) - X = 0 \tag{2.9}$$

egyenlet megoldása. A bal oldal $X = 0$ esetben nemnegatív, $X = \sum_{k=1}^{n} L_k$ esetén nempozitív, és szigorúan csökkenő. Ezért az X^* megoldás létezik és egyértelmű, valamint az egyes játékosok egyensúlyi stratégiáit az

$$x_k^* = \overline{R}_k(X^*)$$

egyenlet szolgáltatja.

Írjuk át a (2.7) egyenletet

$$f(X) + x_k f'(X) - C_k'(x_k) = 2\alpha_k \delta_k^2 x_k \tag{2.10}$$

alakra, ahol a bal oldal szigorúan csökken x_k-ban, ezért a megoldás is csökken, ha α_k vagy δ_k növekszik. Kimutatható továbbá, hogy a teljes termékmennyiség az egyensúlypontban csökken, ha bármely α_k vagy δ_k érték növekszik. Tegyük fel például, hogy $\overline{\alpha}_k < \alpha_k$, de a többi paraméter értéke nem változik. Jelölje $\overline{X}$ és X a teljes termékmennyiséget ebben a két esetben. Az állítással ellentétben tegyük fel, hogy $\overline{X} < X$. Akkor $i \neq k$ esetén

$$\overline{R}_i(\overline{X}) = R_i(\overline{X}) \geq R_i(X), \quad \text{valamint} \quad \overline{R}_k(\overline{X}) \geq R_k(\overline{X}) \geq R_k(X),$$

amiből

$$\overline{X} = \sum_{i=1}^{n} \overline{R}_i(\overline{X}) \geq \sum_{i=1}^{n} R_i(X) = X, \tag{2.11}$$

ami ellentmondás. Itt $\overline{R}_j$ és R_j jelöli a játékosok (2.6) választófüggvényeit $\overline{\alpha}_k$ és α_k mellett. A lineáris és a hiperbolikus esetek tárgyalása, valamint dinamikus kiterjesztésük stabilitási vizsgálata a Chiarella és Szidarovszky (2009) és a Chiarella, Matsumoto és Szidarovszky (2013) tanulmányokban találhatók.

3 Szakadásos kifizetőfüggvények esete

Tegyük fel először, hogy az összes termelő a termékmennyiség arányában bocsát ki szennyeződést, amiből maximum K_k mennyiséget a cég vagy kitisztít vagy elszállíttat, ha ennél több a szennyeződés, akkor egy külső céget fogad fel, akinél az elszállítás egységköltsége is nagyobb és ezen kívül a felvonulás költsége is megterheli. Jelölje a_k a szennyeződési kibocsátás arányát és b_k a cég tisztítási vagy elszállítási egységköltségét. Ugyanez a külső cég esetében $\overline{b}_k$, és φ_k a felvonulási költség. Ezek alapján a k-dik játékos profitfüggvénye

$$\Pi_k(x_k, X_k) = x_k(A - BX_k - Bx_k) - c_k x_k - \begin{cases} \alpha_k x_k, & \text{ha } a_k x_k \leq K_k \\ \varphi_k + \beta_k x_k & \text{különben,} \end{cases} \tag{3.1}$$

ahol $f(X) = A - BX$, $C_k(x_k) = c_k x_k$, $\alpha_k = a_k b_k$, $\beta_k = a_k \overline{b}_k$.

A (3.1) függvénynek az $x_k = K_k/a_k$ helyen szakadása van, így az előző esetben alkalmazott módszer nem alkalmazható az egyensúlypont létezésének és egyértelműségének az igazolásához. A létezés bizonyítható, azonban az egyértelműség nem igaz, amint azt a következő példa mutatja. Legyen $n = 2$, $A = 14$, $B = 2$, $a_k = \alpha_k = \varphi_k = K_k = 1$, $\beta_k = L_k = 2$ $(k = 1, 2)$. Ekkor a két játékos válaszfüggvénye, ahol $X_k = x_{3-k}$,

$$R_k(X_k) = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 \leq X_k < 1{,}5 \\ \{1; 2\}, & \text{ha } X_k = 1{,}5 \\ 1 & \text{ha } X_k > 1{,}5, \end{cases}$$

amiből azonnal látszik, hogy az $x_1 = 1, x_2 = 2$ és az $x_1 = 2, x_2 = 1$ stratégiák egyensúlypontot adnak. Ezt a modellt a (Szidarovszky és Matsumoto, 2016) tanulmány tárgyalja részletesen.

Hasonló modell adódik, ha $a_k x_k > K_k$ esetén K_k szennyeződést a cég saját maga tisztít vagy szállít el, és csak a K_k feletti $a_k x_k - K_k$ mennyiséget bízza a külső cégre.

A (Burr, Gardini és Szidarovszky, 2015) cikk egy hasonló modellt mutat be és elemez diszkrét dinamika feltételezésével. Tegyük most fel, hogy $f(X) = A - BX, C_k(x_k) = c_k x_k$, és a $(t-1)$-dik időpontban x_k a k-dik játékos termékmennyisége.

A t-dik időpontban a játékos válaszfüggvénye (2.4) alapján

$$R_k(X_k) = \begin{cases} 0, & \text{ha } f(X_k) - C_k'(0) \leq 0 \\ L_k & \text{ha } f(L_k + X_k) + L_k f'(L_k + X_k) - C_k'(L_k) \geq 0 \\ \widetilde{x}_k & \text{különben,} \end{cases} \tag{3.2}$$

ahol $\widetilde{x}_k$ az

$$f(x_k + X_k) + x_k f'(x_k + X_k) - C_k'(x_k) = 0 \tag{3.3}$$

egyenlet megoldása. Ennek az első két esetre való kiterjesztése lenne a legjobb döntése a játékosnak a t-dik időpontban, ha statikus becslést feltételezünk X_k-ra.

Azonban a játékos a következő feltételeket akarja teljesíteni:

– ha $\widetilde{x}_k$ és x_k közel van egymáshoz, akkor a változtatási költségek miatt a játékos nem akar változtatást;

– ha $\widetilde{x}_k$ nagyon kicsi, akkor nem érdemes kevés termékmennyiséggel a piacon maradnia.

Ezek alapján a módosított válaszfüggvény a következő

$$\overline{R}_k(X_k) = \begin{cases} x_k, & \text{ha } |\widetilde{x}_k - x_k| \leq \varepsilon_k \\ 0, & \text{ha } \widetilde{x}_k < l_k \\ \widetilde{x}_k & \text{különben,} \end{cases} \tag{3.4}$$

ahol ε_k és l_k a vállalat által meghatározott kicsi értékek.

Vegyük észre, hogy ennek a függvénynek az $\widetilde{x}_k$ szempontjából $x_k-\varepsilon_k, x_k+\varepsilon_k$ és $x_k = l_k$ helyeken szakadása van. Kimutatható, hogy végtelen sok egyensúlypont létezik, amelyet az $n = 2$ esetben az

$$\begin{aligned} \frac{A-c_1}{B} - 2\frac{\varepsilon_1}{K_1} \le x_2 + 2x_1 \le \frac{A-c_1}{B} + 2\frac{\varepsilon_1}{K_1} \\ \frac{A-c_2}{B} - 2\frac{\varepsilon_2}{K_2} \le x_1 + 2x_2 \le \frac{A-c_2}{B} + 2\frac{\varepsilon_2}{K_2} \end{aligned} \tag{3.5}$$

egyenlőtlenségek írnak le, ahol K_1, és K_2 a két játékos dinamikus

$$x_k(t) = x_k(t-1) + K_k\left(\overline{R}_k(X_k(t-1)) - x_k(t-1)\right) \tag{3.6}$$

egyenletének együtthatója. A (3.5) halmaz az eredeti oligopol játék egyensúlypontját is tartalmazza.

4 Részlegesen kooperáló játékosok esete

Tekintsük ismét a bevezetésben leírt alapesetet. Tegyük fel, hogy az egyes játékosok a saját profitjukon kívül a többiek profitjához is hozzá kívánnak járulni. Ez például úgy történhet, hogy a következő kifizetőfüggvényt választják:

$$\varphi_k = \Pi_k + \sum_{l\ne k} \alpha_{kl}\Pi_l \qquad (k = 1, 2, \dots, n) \tag{4.1}$$

azaz az l-dik ($l \ne k$) játékos profitjának α_{kl} részét is szerepeltetik a k-dik játékos kifizetőfüggvényében. Ezt a konstrukciót Cyert és DeGroot (1973) alapján részleges kooperációnak nevezzük. Az $\alpha_{kl} \equiv 0$ esetben az eredeti játékot kapjuk vissza, az $\alpha_{kl} \equiv 1$ esetben pedig az együttes profitot maximalizálja az összes játékos. A φ_k függvény átírható a következő alakra:

$$\varphi_k = (x_k + S_k)f(x_k + X_k) - C_k(x_k) - \sum_{l\ne k} \alpha_{kl}C_l(x_l) \tag{4.2}$$

ahol $S_k = \sum_{l\ne k} \alpha_{kl}x_l$.

Vegyük észre, hogy

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial x_k} = f(x_k + X_k) + (x_k + S_k)f'(x_k + X_k) - C_k'(x_k)$$

és

$$\frac{\partial^2 \varphi_k}{\partial x_k^2} = 2f'(x_k + X_k) + (x_k + S_k)f''(x_k + X_k) - C_k''(x_k) < 0,$$

azaz a k-dik játékos φ_k kifizetőfüggvénye szigorúan konkáv, így a válaszfüggvény egyértelmű:

$$R_k(X_k, S_k) = \begin{cases} 0, & \text{ha } f(X_k) + S_k f'(X_k) - C_k'(0) \le 0 \\ L_k & \text{ha } f(L_k + X_k) + (L_k + S_k)f'(L_k + X_k) - C_k'(L_k) \ge 0 \\ \widetilde{x}_k & \text{különben,} \end{cases} \tag{4.3}$$

ahol $\widetilde{x}_k$ az

$$f(x_k + X_k) + (x_k + S_k)f'(x_k + S_k) - C_k'(x_k) = 0 \tag{4.4}$$

egyenlet egyetlen megoldása. A (4.3) válaszfüggvényt átírhatjuk, mint X és S_k függvényét

$$\overline{R}_k(X, S_k) = \begin{cases} 0, & \text{ha } f(X) + S_k f'(X) - C_k'(0) \leq 0 \\ L_k & \text{ha } f(X) + (L_k + S_k)f'(X) - C_k'(L_k) \geq 0 \\ \overline{x}_k & \text{különben,} \end{cases} \tag{4.5}$$

ahol $\overline{x}_k$ az

$$f(X) + (x_k + S_k)f'(X) - C_k'(x_k) = 0 \tag{4.6}$$

egyenlet egyértelmű megoldása a $(0, L_k)$ nyílt intervallumon. Kimutatható, hogy az egyensúlyi össztermék mennyisége csökken, ha egy vagy több α_k érték növekszik, amihez a (C)$-$(D) feltételeket módosítani kell:

(C') $$(1 + \alpha_k)f' + vf'' \leq 0$$

(D') $$(1 - \alpha_k)f' - C_k'' < 0$$

az összes $X, v \in [0, \sum_{k=1}^{n} L_k]$ és $x_k \in [0, L_k]$ esetén, ahol feltesszük, hogy a játékosok azonosan kezelik a többieket, azaz $\alpha_{kl} \equiv \alpha_k$ $(l \neq k)$. A Bischi, Chiarella, Kopel és Szidarovszky (2010) monográfia külön fejezetet szán a részlegesen kooperatív oligopol játékoknak.

Matsumoto, Merlone és Szidarovszky (2010) kimutatja, hogy többféle vállalati összefonódás matematikailag a (4.1) modellre vezethető vissza.

Tegyük fel először, hogy a k-dik vállalatnak a többi vállalatban δ_{kl} érdekeltsége van $(l \neq k)$, ekkor kifizetőfüggvénye a

$$\varphi_k = \Big(1 - \sum_{l \neq k} \delta_{lk}\Big)\Pi_k + \sum_{l \neq k} \delta_{kl}\Pi_l \tag{4.7}$$

alakban írható fel. Ha bevezetjük az $\alpha_{kl} = \delta_{kl}/(1 - \sum_{l \neq k} \delta_{lk})$ változókat, akkor φ_k maximalizálása ekvivalens a (4.1) függvény maximalizálásával.

Tegyük fel, hogy a k-dik játékos csak a saját érdekeltségét tekinti a többi vállalatban, de ignorálja mások érdekeltségét a saját vállalatában. Ekkor azonnal (4.1) adódik az $\alpha_{kl} = \delta_{kl}$ választással.

Az indirekt tulajdonú érdekeltségek esetén a k-dik játékos kifizetőfüggvénye

$$\varphi_k = \Pi_k + \sum_{l \neq k} \delta_{kl}\varphi_l\,, \tag{4.8}$$

amely tartalmazza a saját vállalati profilját és a többi vállalatból származó részesedését is. Ha bevezetjük a $D = (\delta_{kl})$ mátrixot a $\delta_{kk} = 0$ diagonális elemekkel, akkor (4.8) a

$$\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{\Pi} + \mathbf{D}\boldsymbol{\varphi}$$

alakban írható fel, ahol $\boldsymbol{\varphi} = (\varphi_k)$, $\mathbf{\Pi} = (\Pi_k)$. Innen

$$\boldsymbol{\varphi} = (\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1}\mathbf{\Pi}$$

adódik. Vegyük észre, hogy $\sum_{l\neq k}\delta_{lk} < 1$ feltételezésével az $\mathbf{I}-\mathbf{D}$ mátrix M-mátrix nemnegatív inverzzel. Ha b_{kl} jelöli az $(\mathbf{I}-\mathbf{D})^{-1}$ elemeit, akkor (4.9)-ből

$$\varphi_k = \sum_{l=1}^{n} b_{kl}\Pi_l \tag{4.10}$$

adódik, ami az $\alpha_{kl} = b_{kl}/b_{kk}$ választással (4.1)-gyel ekvivalens optimumproblémává alakul.

Nettó indirekt tulajdonú érdekeltségek esetén (4.8) a következőképpen módosul

$$\varphi_k = \Big(1-\sum_{l\neq k}\delta_{lk}\Big)\Big(\Pi_k + \sum_{l\neq k}\delta_{kl}\varphi_l^B\Big), \tag{4.11}$$

ahol a bruttó profit φ_l^B értékek az

$$\varphi_k^B = \Pi_k + \sum_{l\neq k}\delta_{kl}\varphi_l^B \qquad (k=1,2,\ldots,n) \tag{4.12}$$

egyenletrendszer megoldásai. Innen

$$\boldsymbol{\varphi}^B = (\mathbf{I}-\mathbf{D})^{-1}\boldsymbol{\Pi}\,,$$

és a

$$\boldsymbol{\Delta} = \mathrm{diag}\Big(1-\sum_{l\neq 1}\delta_{l1},\ 1-\sum_{l\neq 2}\delta_{l2},\ \ldots,\ 1-\sum_{l\neq n}\delta_{ln}\Big)$$

mátrix segítségével (4.11) alapján

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\Delta}(\boldsymbol{\Pi}+\mathbf{D}\boldsymbol{\varphi}^B) &= \boldsymbol{\Delta}\big((\mathbf{I}-\mathbf{D})(\mathbf{I}-\mathbf{D})^{-1}\boldsymbol{\Pi}+\mathbf{D}(\mathbf{I}-\mathbf{D})^{-1}\boldsymbol{\Pi}\big) = \\ &= \boldsymbol{\Delta}(\mathbf{I}-\mathbf{D}+\mathbf{D})(\mathbf{I}-\mathbf{D})^{-1}\boldsymbol{\Pi} = \boldsymbol{\Delta}(\mathbf{I}-\mathbf{D})^{-1}\boldsymbol{\Pi}\,,\end{aligned}$$

amiből látható, hogy $k=1,2,\ldots,n$ esetén

$$\varphi_k = \Big(1-\sum_{l\neq k}\delta_{lk}\Big)\sum_{l=1}^{n} b_{kl}\Pi_l\,, \tag{4.13}$$

amely a (4.1) függvény maximumfeladatával ekvivalens az $\alpha_{kl} = b_{kl}/b_{kk}$ választással.

5 Környezeti szennyezés büntetésének figyelembevétele

Most azt is tegyük fel a bevezetésben vázolt modellhez, hogy az egyes játékosok a termelés mellett szennyeződést is kibocsátanak, ami arányos a termékmennyiséggel. Ha x_k a k-dik játékos termékmennyisége, akkor $e_k x_k$ a kibocsátott szennyeződés mennyisége. Az állami hatóság a maximálisan megengedhető E_k szennykibocsátást engedélyez számára, és ha ezt a játékos túllépi, akkor büntetést fizet, ami arányos az $e_k x_k - E_k$ különbséggel. Ha pedig az előírtnál kevesebbet bocsát ki, akkor az $E_k - e_k x_k$ különbséggel arányos jutalmat kap. Ha m_k jelöli az arányossági tényezőt, akkor a játékos kifizetőfüggvénye a következő:

$$\Pi_k = x_k(A - BX_k - Bx_k) - c_k x_k - m_k(e_k x_k - E_k)\,, \tag{5.1}$$

ahol lineáris ár és költségfüggvény szerepel. Megjegyezzük, hogy az állandó költségek nem befolyásolják a játékosok optimum problémáját, így ezektől eltekinthetünk. Azt is feltehetjük, hogy az egyensúlypontokban az összes játékos kibocsátása pozitív, ugyanis zérus kibocsátás esetén a játékos kilép a piacról. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy nem kell őket figyelembe vennünk. Az elsőrendű optimumfeltétel (5.1) alapján

$$A - BX_k - 2Bx_k - c_k - m_k e_k = 0$$

vagy

$$A - BX - Bx_k - c_k - m_k e_k = 0\,, \tag{5.2}$$

amiből látható, hogy a játékos válaszfüggvénye, mint a teljes kibocsátás függvénye,

$$x_k = \frac{A - BX - c_k - m_k e_k}{B}\,. \tag{5.3}$$

Ez valóban maximumot szolgáltat, mert (5.1) szigorúan konkáv. Adjuk össze ezeket az egyenleteket $k = 1, 2, \ldots, n$ esetére, ekkor

$$X = \frac{An - nBX - \sum_{k=1}^{n}(c_k + m_k e_k)}{B}$$

adódik, amiből látható, hogy

$$X = \frac{An - \sum_{k=1}^{n}(c_k + m_k e_k)}{(n+1)B}\,. \tag{5.4}$$

Ha valamelyik játékos marginális költsége, szennyeződés kibocsátási rátája, vagy a büntetési (jutalmazási) tényezője növekszik, az csökkenőleg hat a teljes kínálatra. Az (5.3) egyenlőség alapján

$$\begin{aligned} x_k &= \frac{1}{B}\Big(A - \frac{An - \sum_{k=1}^{n}(c_k + m_k e_k)}{n+1} - (c_k + m_k e_k)\Big) = \\ &= \frac{1}{B(n+1)}\Big(A + \sum_{l \neq k}(c_l + m_l e_l) - n(c_k + m_k e_k)\Big) \end{aligned} \tag{5.5}$$

ami szintén csökkenő, ha a c_k, m_k vagy e_k értéke növekszik. Ez akkor következik be, ha valamelyik játékos rosszabb technológiára vált a marginális költség, a szennykibocsátási ráta növelésével, vagy a büntetési (jutalmazási) tényezőt növeli az állami hatóság. A többi játékos kibocsátása pedig növekszik, ezzel együtt pedig növekszik a szennyeződés kibocsátásuk is. A k-dik játékos szennyeződés kibocsátása pedig

$$e_k x_k = \frac{1}{B(n+1)}\Big(Ae_k + e_k \sum_{l\neq k}(c_l + m_l e_l) - nc_k e_k - nm_k e_k^2\Big)$$

aminek e_k szerinti deriváltja

$$\frac{1}{B(n+1)}\Big(A + \sum_{l\neq k}(c_l + m_l e_l) - nc_k - 2nm_k e_k\Big) = x_k - \frac{nm_k e_k}{B(n+1)}. \tag{5.6}$$

Ennek előjele viszont az x_k és e_k egymáshoz viszonyított arányától függ.

Sok iparág esetén a hatóság nem tudja az egyes játékosok szennyeződés kibocsátását mérni, csak a játékosok együttes kibocsátását. Ilyenkor a teljes kibocsátásra ad meg egy maximálisan elfogadható értéket, és ehhez viszonyítja a büntetés, vagy jutalom mértékét hasonlóan az előbbi esethez. Így a k-dik játékos kifizetőfüggvénye

$$\Pi_k = x_k(A - BX_k - Bx_k) - c_k x_k - m_k\Big(\sum_{l=1}^{n} e_l x_l - E\Big). \tag{5.7}$$

Az elsőrendű optimális feltétel azonos (5.2)-vel, így az egyensúlyi stratégiák és az azokból levont következtetések is megmaradnak erre az esetre.

A matematikai egyszerűség miatt lineáris ár és költségfüggvényt választottunk. Amennyiben egy általánosabb oligopol modellből indulunk ki, amely eleget tesz az (A)–(D) feltételeknek, akkor az előbbi két modellhez hasonlóan egy lineáris tag adódik a költségfüggvényhez, amely nem befolyásolja a feltételek teljesülését.

Egy harmadik, némiképp bonyolultabb modellt kapunk, ha a büntetés (jutalmazás) mechanikáját megváltoztatjuk. A k-dik játékos $e_k x_k$ kibocsátásának aránya a teljes kibocsátáshoz képest $e_k x_k / \big(\sum_{l=1}^{n} e_l x_l\big)$, így az E megengedett együttes maximumot ilyen arányban osztja szét az állami hatóság az egyes játékosok között. Így a k-dik játékos kifizetőfüggvénye

$$\Pi_k = x_k(A - BX_k - Bx_k) - c_k x_k - m_k\Big(e_k x_k - \frac{e_k x_k}{\sum_{l=1}^{n} e_l x_l} E\Big). \tag{5.8}$$

Az elsőrendű optimumfeltételek lényegesen bonyolultabbak, mint az előző esetekben, ezért az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy $m_k \equiv m$ és $e_k \equiv e$. Ekkor (5.8) leegyszerűsödik,

$$\Pi_k = x_k(A - BX_k - Bx_k) - c_k x_k - m\Big(ex_k - \frac{x_k}{\sum_{l=1}^{n} x_l} E\Big), \tag{5.9}$$

aminek x_k-szerinti deriváltja zérus kell legyen optimum esetében,

$$A - BX_k - 2Bx_k - c_k - me + mE\,\frac{\sum_{l=1}^{n} x_l - x_k}{\big(\sum_{l=1}^{n} x_l\big)^2} = 0\,,$$

vagy

$$A - BX - Bx_k - c_k - me + mE\,\frac{X - x_k}{X^2} = 0\,,$$

amiből a k-dik játékos válaszfüggvénye

$$x_k = \frac{AX^2 - BX^3 - c_k X^2 - meX^2 + mEX}{BX^2 + mE}\,. \tag{5.10}$$

Ha ezeket az egyenleteket összeadjuk $k = 1, 2, \ldots, n$ esetére, akkor

$$X = \frac{n(AX^2 - BX^3 - meX^2 + mEX) - X^2 \sum_{l=1}^{n} c_l}{BX^2 + mE}$$

adódik, amely X-re egy másodfokú egyenletre vezet,

$$X^2(n+1)B + X\Big(nme + \sum_{l=1}^{n} c_l - nA\Big) + mE(1-n) = 0\,, \tag{5.11}$$

ha X-szel egyszerűsítünk. Az együtthatók előjeleitől függően a pozitív gyökök száma $0, 1, 2$ lehet, és ha ezeket beírjuk az (5.10) egyenletbe, megkapjuk az egyes játékosok egyensúlyi stratégiáit.

Az előzőekben bemutatott modellek kissé általánosabb változatait tárgyalják a Matsumoto, Szidarovszky és Yabuta (2018) és a Matsumoto, Szidarovszky és Takizawa (2018) dolgozatok.

6 Következtetések és befejező megjegyzések

A bemutatott modellek tisztán mutatják, hogy az oligopol játék vizsgálata milyen gazdag. Ha ehhez hozzávesszük, hogy a tárgyalt modellek hiperbolikus árfüggvények mellett is vizsgálhatók, a Cournot modellt a Bertrand oligopol játékok is felválthatják, amikor a játékosok döntése az árra és nem a termékmennyiségre vonatkozik. Az itt bemutatott modellek kiterjeszthetők a többtermékes, valamint az alkalmazott tulajdonú esetekre is. Különlegesen érdekes a modellek dinamikus kiterjesztése a késleltetés nélküli (Bischi, Chiarella, Kopel és Szidarovszky, 2010) és a késleltetéssel bíró dinamikák (Matsumoto és Szidarovszky, 2018) eseteire is. Őszintén reméljük, hogy ez a cikk felhívja néhány fiatal kutató érdeklődését a témakör iránt, így ezen a területen is tovább gazdagodhat a hazai kutatás.

Irodalom

1. Bischi, G. I., Chiarella, C., Kopel, M. és Szidarovszky, F. (2010): *Nonlinear Oligopolies: Stability and Bifurcations,* Springer, Berlin/Heidelberg.
2. Burr C., Gardini L. és Szidarovszky F. (2015): Discrete time dynamic oligopolies with adjustment constraints, *Journal of Dynamics and Games,* 2(1): 65–87.
3. Chiarella, C. és Szidarovszky F. (2009): A multiobjective model of oligopolies under uncertainty, *CUBO a Mathematical Journal,* 11(2):107–115.

4. Chiarella, C., Matsumoto, A. és Szidarovszky F. (2013): Isoelastic oligopolies under uncertainty, *Applied Mathematics and Computation,* 219(21):10475–10486.
5. Cournot A. (1838): *Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses*, L. Hachette, Paris (Angol fordítás, 1960, Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth, Kelley, New York.)
6. Cyert, R. M. és DeGroot, M. H. (1973): An analysis of cooperation and learning in a duopoly context, *American Economic Review,* 63(1):24–37.
7. Matsumoto A, Merlone U. és Szidarovszky F. (2010): Dynamic oligopoly with partial cooperation and antitrust threshold, *Journal of Economic Behavior and Organization,* 73:259–272. DOI: 10.1016/j.jebo.2009.08.014
8. Matsumoto, A., Szidarovszky F. és Yabuta, M. (2018): Environmental effects of ambient charge in Cournot oligopoly, *Journal of Environmental Economics and Policy,* 7(1):41–56. https://doi.org/10.1080/21606544.2017.1347527
9. Matsumoto, A., Szidarovszky F. és Takizawa, H. (2018): Extended oligopolies with pollution penalties and rewards, *Discrete Dynamics in Nature and Society,* 2018:1-8. DOI: 10.1155/2018/7861432
10. Matsumoto, A. és Szidarovszky F. (2018): Dynamic Oligopolies with Time Delays, *Springer Nature,* Singapore, DOI: 10.1007/978-981-13-1786-6.
11. Okuguchi, K. (1976): *Expectations and Stability in Oligopoly Models,* Springer, Berlin/Heidelberg/New York.
12. Okuguchi, K. és Szidarovszky, F. (1999): *The Theory of Oligopoly with Multi-Product Firms,* (2. kiadás) Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York.
13. Szidarovszky F. és Matsumoto A. (2016): On a discontinuous Cournot oligopoly. In: von Mouche P., Quartieri F. (szerk.) *Equilibrium Theory for Cournot Oligopolies and Related Games: Essays in Honour of Koji Okuguchi,* Springer, Berlin/New York, 97–112.

ON SOME SPECIAL OLIGOPOLY MODELS

Some extensions of the classical oligopoly model is discussed including the case of uncertain price function, when the expected profit is maximized and the variance of the profit is minimized. This multiobjective optimum problem is then solved. If the profit functions are discontinuous, then the usual methodology cannot be applied to find equlibria, so new idea has to be developed. The model with partially cooperative firms contains both the fully cooperative and noncooperative games as special cases. It is shown that several variants of co-ownership among the firms can be modeled by using this structure. The last model describes several firms and a regulator, who wants to control emission volumes with appropriate penalties and rewards.

BIMÁTRIX JÁTÉKOK NASH EGYENSÚLYPONTJÁNAK MEGHATÁROZÁSÁRÓL: KÖNNYEN KEZELHETŐ SPECIÁLIS ESETEK[1]

FORGÓ FERENC – KOMLÓSI SÁNDOR

Budapesti Corvinus Egyetem – Pécsi Tudományegyetem Közgazdasági Kar

A bimátrix játékok Nash egyensúlypontjának numerikus meghatározásával foglalkozunk. Ismerve a probléma nehézségét, néhány olyan speciális esetet tekintünk át, amikor a feladat polinomiális időben megoldható. Kijelölünk egy új osztályt, amely szintén polinomiális idejű algoritmushoz vezet. Az osztály definiálásában kulcsszerepe van a ,,majdnem negatív definit" mátrixoknak. Egy szükséges és egy elégséges feltételt adunk a majdnem negatív definit mátrixok jellemzésére.

Kulcsszavak: Bimátrix játék, komplexitás, definitség.

1 Bevezetés

A bimátrix játékok felé nagy figyelem fordult a játékelméleti kutatások kezdete óta. Már a játékelméleti kurzusok első óráin megismerkedhetnek a hallgatók olyan egyszerű játékokkal, mint a fogolydilemma, a nemek háborúja vagy a gyáva nyúl játék. Ezek a játékok egyszerűek, hiszen csak két játékos van, mindkettőnek véges számú, igen gyakran csak két tiszta stratégiája van, mégis az általuk leírt konfliktusszituációk az emberi és társadalmi viselkedés régóta kutatott terepei. Szinte már a köznyelvbe is behatolt egy-egy aspektusuk (pl. win-win szituáció, zérus összegű játék), ugyanakkor stratégiai komplexitásuk mind a mai napig kihívás a játékelmélet művelőinek. Mivel a Nash egyensúlypont (NEP) központi szerepet játszik (noha nem az egyetlen ,,megoldás-koncepció"), a kutatók egy másik csoportját is érdekelte a bimátrix játékok világa. Noha Nash híres tételének (Nash, 1950) egyszerű speciális eseteként tudjuk, hogy a bimátrix játékok kevert bővítésének mindig van NEP-je, sőt, ha a játék szimmetrikus, akkor szimmetrikus NEP-je, az azonban egy nehéz kérdés, hogy van-e olyan algoritmus, amely polinomiális időben meghatároz legalább egy NEP-et, illetve, ha nincs, akkor milyen komplexitási osztályba tartozik? Ez talán a legérdekesebb, legnehezebb problémája az egyre nagyobb érdeklődést kiváltó új diszciplínának, amelyet ,,algorithmic game theory"-nak neveznek, (Roughgarden, 2016). A nehézséget és fontosságot jelzi, hogy Kontogiannis és Spirakis (2012) ,,one of the holy grails of theoretical computer science"-nek nevezi.

Nézzük hogyan állunk pillanatnyilag.

[1]E-mail: `ferenc.forgo@uni-corvinus.hu`, `komlosi.sandor@ktk.pte.hu`. Beérkezett: 2019. június 15.

1. Nem ismeretes olyan algoritmus, amely egy tetszőleges bimátrix játékot polinomiális időben megoldana. A legismertebb Lemke-Howson (1964) pivotáláson (elemi bázistranszformáció) alapuló algoritmusa legrosszabb esetben exponenciális időt igényel egy NEP meghatározására, (Savani and von Stengel, 2004). Egy bimátrix játék „megoldásán” ezentúl a játék legalább egy Nash egyensúlypontjának meghatározását értjük.

2. Olyan algoritmus sem ismert, amely polinomiális időben egy közelítő NEP-et határozna meg.

3. Nem tudjuk, hogy a bimátrix játékokat is tartalmazó komplexitási osztály (PPAD, Papadimitriou (1994)) egy önálló osztályt képez-e a P és az NP osztályok között. Mindhárom vélekedésnek, P=PPAD, PPAD=NP és PPAD egy önálló osztály, vannak hívei. Mindhárom vélekedés létezik közelítő NEP-ek meghatározására is.

Eddig is azt tettük, és a következőkben is a determinisztikus esetet vizsgáljuk, a véletlen játékok, úgy tűnik, könnyebben kezelhetőek (Bárány et al. 2004, Forgó, 2018), és más módszereket igényelnek.

Mit lehet tenni ebben az esetben, amikor a fenti három pont egyikében sem sikerült komoly áttörést elérni? Természetesen további erőfeszítéseket kell tenni a probléma általános megoldására, illetve a bimátrix játékok olyan speciális osztályainak identifikálására, amelyek specialitásuknál fogva lehetővé teszik hatékony (polinomiális idejű) algoritmusok használatát a bimátrix játékok megoldására.

Ebben a cikkben ez utóbbira teszünk kísérletet. Áttekintünk néhány könnyen kezelhető speciális esetet, majd magunk is megadunk egy ilyen új osztályt.

A cikk szerkezete a következő. Az első részben a legfontosabb alapfogalmakat, definíciókat és tételeket foglaljuk össze. A második részben a teljes leszámláláson, valamint a lineáris és a konvex kvadratikus programozásra való visszavezethetőségen alapuló módszerekkel foglalkozunk, és érintjük a közelítő megoldások problémakörét. A harmadik részben a majdnem negatív definit mátrixok jellemzésével foglalkozunk.

2 Alapfogalmak, definíciók, előzmények

Egy bimátrix játékot, mint azt a neve is mutatja, két $m \times n$ -es A és B mátrixszal adunk meg. Ezek a játékosok kifizetéseit mutatják. Ha a sorjátékos az i stratégiáját, az oszlopjátékos a j stratégiáját választja, akkor a sorjátékos a_{ij}, az oszlopjátékos b_{ij} kifizetést kap. Ennek a játéknak a kevert bővítése, normál formában a $G = \{X, Y; x^T Ay, x^T By\}$ játék, ahol X és Y a valószínűségi vektorok szimplexei, $x^T Ay$ és $x^T By$ a sor- és oszlopjátékos várható kfizetései. Ezentúl, amikor bimátrix játékról beszélünk, mindig a kevert bővítést értjük. Az (A, B) bimátrix játék egy NEP-je az $(x^*, y^*), x^* \in X, y^* \in Y$

stratégiapáros, ha a következő egyenlőtlenségek fennállnak

$$\begin{aligned} xAy^* &\leq x^*Ay^* \quad \text{minden} \quad x \in X\text{-re}, \\ x^*By &\leq x^*By^* \quad \text{minden} \quad y \in Y\text{-ra}. \end{aligned}$$

Nash (1950) bebizonyította, hogy minden n-személyes véges játék kevert bővítésének van legalább egy NEP-je. Ha $n = 2$, akkor speciális esetként kapjuk azt, hogy minden bimátrix játéknak van NEP-je. Nash ugyancsak bebizonyította, hogy ha a játék szimmetrikus, ami a bimátrix játék esetében azt jelenti, hogy $B = A^T$, akkor van legalább egy szimmetrikus NEP, ahol $x^* = y^*$.

A NEP-ek halmazát sokféleképpen lehet jellemezni. Ezek közül hármat adunk meg. Mivel a NEP-ek halmaza nem változik meg, ha a kifizetésekhez hozzáadunk egy konstanst, vagy a mátrixokat megszorozzuk egy pozitív konstanssal, ezért feltehetjük, hogy $A, B \geq 0$ vagy akár $A, B > 0$. Egy csupa egyesekből álló vektort 1-gyel jelölünk.

1. Karakterizáció (Egyenlőtlenségrendszer). Egy (x^*, y^*) stratégiapáros akkor és csak akkor NEP-je az (A, B) bimátrix játéknak, $A, B \geq 0$, ha vannak olyan α^*, β^* nem-negatív számok, hogy $(x^*, y^*, \alpha^*, \beta^*)$ lehetséges megoldása az alábbi egyenlőtlenségrendszernek

$$\begin{aligned} x^TAy - \alpha &= 0 \\ x^TBy - \beta &= 0 \\ Ay - \alpha 1 &\leq 0 \\ x^TB - \beta 1^T &\leq 0^T \\ 1^Tx &= 1, \;\; 1^Ty = 1 \\ x &\geq 0, \;\; y \geq 0, \;\; \alpha \geq 0, \;\; \beta \geq 0\,. \end{aligned} \tag{1}$$

Ez az egyenlőtlenségrendszer egyszerűbb lesz, ha a játék szimmetrikus, $B = A^T$, és csak a szimmetrikus megoldások érdekelnek bennünket:

$$\begin{aligned} x^TAx - \alpha &= 0 \\ Ax - \alpha 1 &\leq 0 \\ 1^Tx &= 1 \\ x &\geq 0, \;\; \alpha \geq 0. \end{aligned} \tag{2}$$

2. Karakterizáció (Lineáris komplementaritás). Tegyük fel, hogy $A, B > 0$, és tekintsük az alábbi lineáris komplementaritási feladatot

$$\begin{aligned} -1 + Ay &\geq 0 \\ -1 + B^Tx &\geq 0 \\ x^T(-1 + Ay) &= 0 \\ y^T(-1 + B^Tx) &= 0 \\ x &\geq 0, \;\; y \geq 0. \end{aligned} \tag{3}$$

Ha (x^*, y^*) egy NEP–je az (A, B) bimátrix játéknak, akkor $x = \frac{1}{x^{*T}By^*}$, $y = \frac{1}{x^{*T}Ay^*}$ megoldása a (3) lineáris komplementaritási feladatnak. Fordítva, ha x, y megoldása (3)-nak, akkor $x^* = \frac{1}{1^Tx}, y^* = \frac{1}{1^Ty}$ az (A, B) bimátrix játék NEP-je. A szimmetrikus esetben a lineáris komplementaritási feladat az alábbi egyszerű formát ölti

$$\begin{aligned} -1 + Ax &\geq 0 \\ x(-1 + Ax) &= 0 \\ x &\geq 0. \end{aligned} \tag{4}$$

3. Karakterizáció (Kvadratikus programozás, (Mangasarian and Stone, 1964)). Egy (x^*, y^*) stratégiapáros akkor és csak akkor NEP-je az (A, B) bimátrix játéknak, $A, B \geq 0$, ha vannak olyan α^*, β^* nem negatív számok, hogy $(x^*, y^*, \alpha^*, \beta^*)$ optimális megoldása az alábbi kvadratikus programozási feladatnak

$$\begin{aligned} \max Q(x, y, \alpha, \beta) &= x^T(A + B)y - \alpha - \beta \\ \text{feltéve, hogy} \quad Ay - \alpha 1 &\leq 0 \\ x^TB - \beta 1^T &\leq 0^T \\ 1^Tx &= 1, \ \ 1^Ty = 1 \\ x &\geq 0, \ \ y \geq 0, \ \ \alpha \geq 0, \ \ \beta \geq 0, \end{aligned} \tag{5}$$

és az optimális célfüggvényérték 0.

A szimmetrikus esetben (5) így egyszerűsödik

$$\begin{aligned} \max Q(x, \alpha) &= x(A + A^T)x - \alpha \\ \text{feltéve, hogy} \quad Ax - \alpha 1 &\leq 0 \\ 1^Tx &= 1 \\ x &\geq 0, \ \ \alpha \geq 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Az általános eset, vagyis egy tetszőleges bimátrix játék megoldása évtizedek óta nagy kihívást jelent. A 2. Karakterizáció lehetőséget ad arra, hogy a feladatot „durva erőszakkal" (brute force) oldjuk meg. Jelöljük a sorjátékos egy x stratégiájának támaszát, vagyis x pozitív komponensei indexeinek halmazát $T(x)$-el. Hasonlóan definiáljuk az oszlopjátékos y stratégiájának $T(y)$ támaszát. Ha ismerjük egy (x^*, y^*) NEP $T(x^*), T(y^*)$ támaszait, akkor egyszerűen ki tudjuk számítani (x^*, y^*)-ot. Ekkor ugyanis (2) az alábbi formát ölti:

$$\begin{aligned} -1 + A'y &= 0 \\ -1 + B'^Tx &= 0 \\ x &\geq 0, \ \ y \geq 0, \end{aligned} \tag{7}$$

ahol A' az A-nak csak azokat az oszlopait tartalmazza, amelyek indexei $T(y^*)$-be tartoznak, B' pedig csak azokat a sorokat B-ből, amelyek indexei a $T(x^*)$-ba tartoznak. A (4) lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása (egy lehetséges megoldás megtalálása) polinomiális időben lehetséges, pl. lineáris programozással. Ha azonban nem tudjuk előre a támaszokat, akkor minden lehetséges támaszpárra meg kell vizsgálni (6) megoldhatóságát, ami nyilván exponenciális időt igényel. Ez a leszámlálás csak akkor lehet hatékony, ha előre tudjuk, hogy van olyan NEP, amelyben a támaszok mérete nem haladhat meg egy k számot, ahol k lehetőleg kicsi. Rögzített k mellett a leszámlálás polinomiális időben végrehajtható.

Az első elegáns módszert bimátrix játékok egy NEP-jének meghatározására Lemke és Howson (1964) adta. Noha a módszer megfelelő elemi bázistranszformációk sorozata, kiderült, (Savani and von Stengel, 2004), hogy vannak olyan példák, ahol a módszer exponenciálisan sok lépést igényel. Ebben, és sok más vonatkozásban sem segít, ha feltesszük, hogy a játék szimmetrikus, mivel minden játékot lehet szimmetrizálni. Legyen (A,B) egy bimártix játék $m \times n$ méretű mátrixokkal. Tekintsük a (C,C^T) szimmetrikus bimátrix játékot, ahol

$$C = \begin{bmatrix} 0 & A \\ B^T & 0 \end{bmatrix} \tag{8}$$

$(m+n) \times (m+n)$ méretű mátrix. Griesmer et al. (1963) mutatták meg először, hogy szoros kapcsolat van (A,B) és (C,C^T) között. Nevezetesen, ha (x,y) az (A,B) NEP-je, akkor $(\eta(\frac{1}{v}x, \frac{1}{w}y), \eta(\frac{1}{v}x, \frac{1}{w}y))$ a (C,C^T) szimmetrikus bimátrix játék szimmetrikus NEP-je, ahol $v = xAy, w = xBy$ és $\eta(a)$ az $a \neq 0$ normalizáltját jelöli. Egy másik szimmetrizációs technika Gale, Kuhn és Tucker-nak tulajdonítható. Ennek részletes tárgyalása Jurg et al. (1992) munkájában található. A tanulság: algoritmikus szempontból elég koncentrálni a szimmetrikus játékok szimmetrikus egyensúlypontjainak a megkeresésére, ha ez valamiféle könnyebbséget jelent.

3 Hatékony módszerek speciális bimátrix játékok NEP-jének meghatározására

Régóta ismert, hogy a mátrixjátékok, vagyis amikor $B = -A$, megoldására sok hatékony módszer ismeretes. Ezek közül kiemelkedik a lineáris programozás. Valóban, ilyenkor a (3) kvadratikus programozási feladat egy LP primál-duál feladatára redukálódik. Közismert, hogy az LP polinomiális időben megoldható. Tanuló algoritmusok, mint pl. a fiktív lejátszás szintén egy lehetséges megoldási mód. Megemlítendő, hogy a fiktív lejátszás módszere a koordinációs játékok, vagyis amikor $B = A$, esetében is működik.

Ennek fényében jó elgondolásnak tűnik, hogy identifikáljunk olyan játékokat, amelyek valamilyen értelemben „közel" vannak a mátrixjátékokhoz és/vagy visszavezethetőek mátrixjátékokra. Az is fontos szempont, hogy annak felismerése, hogy a játék visszavezethető-e egy mátrixjátékra polinomiális időben végrehajtható legyen.

Jó ötlet lehet, hogy egy (A,B) bimátrix játékhoz próbáljunk meg találni olyan (A',B') zérusösszegű játékot, amelynek ugyanazok a NEP-jei, vagyis stratégiailag ekvivalensek. Egy kevésbé ambiciózus, de legitim cél, ha csak annyit követelünk meg, hogy (A', B') NEP-jei között legyen (A, B) legalább egy NEP-je. Az első jelentős eredmény ebben az irányban Moulin és Vial (1978) nevéhez fűződik. Többféle jellemzését is adják azoknak a játékoknak, amelyek stratégiailag ekvivalensek egy zérus-összegű játékkal. A feltételek fennállása polinomiális időben ellenőrizhető. Egyúttal meghatároznak egy, az eredeti játékkal stratégiailag ekvivalens zérus-összegű játékot is, amely polinomiális időben megoldható. Érdemes idézni Moulin és Vial (1978) erre vonatkozó tételét Kontogiannis és Spirakis (2012) megfogalmazásában.

1. Tétel (Kontogiannis és Spirakis (2012), Proposition 9). Minden $m, n \geq 2$-re az (A, B) $m \times n$-es bimátrix játék akkor és csak akkor stratégiailag ekvivalens egy zérus-összegű játékkal, ha a következő $2+m+n+mn$ változós lineáris egyenlőtlenségrendszernek van megoldása.

$$\begin{aligned} \rho A &= D + 1b^T \\ \sigma B &= -D + a1^T \\ \rho, \sigma &> 0. \end{aligned}$$

Továbbá, a $(D, -D)$ zérusösszegű játék stratégiailag ekvivalens (A, B)-vel.

Kannan and Theobald (2010) megadnak egy olyan speciális bimátrix játékosztályt, amelynél még könnyebb ellenőrizni, hogy egy bimátrix játék stratégiailag ekvivalens-e egy zérus-összegű játékkal és egyúttal könnyű egy ilyen zérusösszegű játékot meghatározni. Tekintsünk egy (A, B) $m \times n$-es bimátrix játékot, ahol

$$a_{ij} + b_{ij} = u_i + v_j \quad \text{minden } i, j\text{-re},$$

valamilyen $u_1, \ldots, u_m, v_1, \ldots, v_n$ konstansokra. Definiáljunk egy (A', B') zérusösszegű játékot a következőképpen

$$a'_{ij} = a_{ij} - v_j, \quad b'_{ij} = b_{ij} - u_i.$$

Könnyű látni, hogy

$$\begin{aligned} xA'y^* - x^*A'y^* &= xAy^* - x^*Ay^*, \\ xB'y^* - x^*B'y^* &= xBy^* - x^*By^*. \end{aligned}$$

Ezért (A', B')-nek ugyanazok a NEP-jei, mint (A, B)-nek.

Ha (A, B) zérusösszegű, akkor az $A + B = 0$ mátrix rangja 0. Adódik a kérdés, hogy jelenthet-e valami előnyt algoritmikus szempontból, ha $rang(A+B) = k$ rögzített és k „kicsi". Az alacsony rang nem jelent könnyebbséget, ami a NEP-ek számát illeti. Még akkor is, ha $k = 1$, tetszőleges sok NEP-je lehet egy játéknak. Kannan and Theobald (2010) bebizonyították, hogy minden $d \geq 2$-re van olyan $d \times d$ nem-degenerált bimátrix játék, amelyre $k = 1$ és legalább $2d - 1$ NEP-je van. Igen figyelemre méltó azonban, hogy $k = 1$-re van olyan algoritmus (Adsul et al. 2011), amely meghatároz egy NEP-et polinomiális időben. Ez akkor is igaz, ha egy szimmetrikus játék egy szimmetrikus NEP-jét akarjuk meghatározni (Mehta et al. (2014). Ugyanakkor, ha $k \geq 3$, vagy a szimmetrikus esetben $k \geq 6$, akkor a probléma ugyanolyan „nehéz", mint az általános esetben, vagyis a PPAD komplexitási osztályba tartozik (Mehta 2014). Nem tudjuk, hogy mi a helyzet $k = 2$ (szimmetrikus játékoknál $2 \leq k \leq 5$) esetében.

Sokkal jobb a helyzet, ha a rang-korlátozást nem $A + B$-re, hanem A és/vagy B-re tesszük. Ebben az esetben az alacsony rangból következik a kisméretű támasz, amelyről tudjuk, hogy a teljes leszámlálást életképes (polinomiális idejű) módszerré teszi. Ebből a szempontból alapvető a következő tétel.

2. Tétel (Lipton et al. 2003, Theorem 4). Legyen (x^*, y^*) az (A, B) bimátrix játék egy NEP-je. Ha $rang(B) \leq k$, akkor a sorjátékosnak van olyan x kevert stratégiája, hogy $card(T(x)) \leq k + 1$ és (x, y^*) egy NEP. Hasonlóan, ha $rang(A) \leq k$, akkor az oszlopjátékosnak van olyan y kevert stratégiája, hogy $card(T(y)) \leq k + 1$ és (x^*, y) egy NEP. Továbbá, az (x, y^*) és (x^*, y) NEP-ekben a kifizetés egyenlő az (x^*, y^*)-ben kapott kifizetéssel mindkét játékos számára.

A 3. Karakterizációt is használhatjuk a bimátrix játékok olyan osztályainak kijelölésére, amelyek könnyen kezelhetők. A szimmetrikus esetet tekintjük. Ekkor a kvadratikus célfüggvény mátrixa a (6) feladatban az $A + A^T$ szimmetrikus mátrix. Ha ez a mátrix negatív szemidefinit, akkor ismert, lásd pl. (Kozlov et al. 1980), hogy a (6) feladat polinomiális időben megoldható. Nem kell azonban az $A + A^T$ mátrixnak feltétlenül negatív szemidefinitnek lennie. Elég, ha „majdnem " negatív definit (szemidefinit).

Egy A szimmetrikus mátrix *majdnem negatív definit (szemidefinit),* ha van olyan t konstans, hogy $A+t11^T$ negatív definit (szemidefinit). Közismert, hogy ha a kifizetőfüggvényekhez egy konstanst hozzáadunk, akkor a NEP-ek halmaza nem változik. A transzformált feladat már egy jól kezelhető (polinomiális időben megoldható) feladat. Nem nehéz olyan nem negatív definit mátrixot találni, amely egy konstans hozzáadásával negatív definitté válik. A majdnem negatív definit mátrixok jellemzésére egy egész fejezetet szánunk a következőkben.

Ugyancsak a 3. Karakterizáció alapján Kontogiannis és Spirakis (2012) a kölcsönös konkávitás fogalmának bevezetésével további speciális bimátrix játékosztályokat jelölnek ki, amelyek polinomiális időben oldhatóak meg.

Tudva azt, hogy a bimátrix játékok megoldása „nehéz" feladat, egyre nagyobb figyelem fordul a közelítő megoldások felé. Sokféleképpen definiálják a „közelítő" megoldást. Mi itt csak a legegyszerűbbel foglalkozunk.

1. Definíció (ϵ-NEP). Legyen $\epsilon > 0$. Az (x, y) stratégiapárost az (A, B) $m \times n$ bimátrix játék ϵ-NEP-jének nevezzük, ha $e_i^T Ay \leq x^T Ay + \epsilon$ fennáll minden $i = 1, \dots, m$-re és $x^T Be_j \leq x^T By + \epsilon$ minden $j = 1, \dots, n$-re.

Egy ϵ-NEP-ben egyik játékos sem tudja növelni ϵ-nál többel a várható kifizetését stratégiájának egyoldalú megváltoztatásával. A közelítő megoldások esetében a polinomiális időben való megoldhatóság azt jelenti, hogy a futási idő a legrosszabb esetben is a probléma bemenő adatai és $\frac{1}{\epsilon}$ bináris kódolásának polinomiális függvénye. Mivel az ϵ hibatag additív, ezért ha az algoritmusokat hatékonyságuk szerint össze akarjuk hasonlítani az A és B mátrixokat megfelelő konstansok hozzáadásával és pozitív skalárokkal való szorzással normalizálnunk kell. Az elfogadott standard a $[0,1]$ normalizálás, ami azt jelenti, hogy a mátrixok minden eleme a $[0,1]$ intervallumba esik, és van legalább egy elem, amelynek értéke 0, és legalább egy olyan, amelynek értéke 1. Természetesen figyelmen kívül hagyjuk azt az érdektelen esetet, amikor valamelyik mátrix minden eleme azonos.

A jelenleg ismert legjobb polinomiális algoritmus Tsaknakis and Spirakis (2008) nevéhez fűződik. A hibatag $\epsilon \approx 0,3393$. Ezt eddig még nem sikerült lejjebb szorítani. Az a sejtés, hogy $\frac{1}{3}$-nál lejjebb nem is lehet. Ha a sejtés igaz, akkor nincs is olyan algoritmus, amely polinomiális időben megtalálja egy tetszőleges bimátrix játék egy közelítő NEP-jét. Ha kevesebbel is megelégszünk, akkor azért tehetünk egy lépést az exponenciális futási idő csökkentése felé. Lipton at al. (2003) konstruáltak egy olyan szellemes algoritmust, amely szubexponenciális idő alatt meghatároz egy ϵ-NEP-et. Kulcsfogalom a „k-egyenletes kevert stratégia”.

2. Definíció. Az x kevert stratégiát k-egyenletesnek nevezzük a tiszta stratégiák egy k-elemű S multihalmazán (egyes stratégiák többször is szerepelhetnek S-ben), ha S minden eleme $\frac{1}{k}$ valószínűségű, x többi eleme pedig 0.

A fő eredmény (egy kicsit leegyszerűsített formában) a következő.

3. Tétel (Lipton at al. 2003). Minden $[0,1]$-normalizált $n \times n$-es bimátrix játékhoz és bármely $\epsilon > 0$ -hoz létezik egy k-egyenletes ϵ-NEP minden $k \geq \frac{12 \ln n}{\epsilon^2}$-re.

Ennek értelmében elég ellenőrizni az összes olyan támaszt, amelynek az elemszáma nem nagyobb, mint $\frac{12 \ln n}{\epsilon^2}$ egész része. Mivel polinomiális idő alatt eldönthető, hogy egy adott támaszhoz tartozik-e egy ϵ-NEP, ezért ez az algoritmus ún. kvázipolinomiális, vagyis a futási ideje $n^{O(\ln n)}$ nagyságrendű.

Ortiz és Irfan (2017) áttekintő cikke segít eligazodni a bimátrix játékok egy közelítő NEP-jét meghatározó algoritmusok között.

4 Majdnem negatív definit mátrixok

Legyen A n-rendű szimmetrikus mátrix és legyen

$$A(t) = A + t11^T,$$

ahol t egy valós paraméter.

3. Definíció. Az A mátrixot majdnem negatív definitnek nevezzük, (röviden: m.n.d.), ha van olyan valós szám, amelyre az $A(t)$ mátrix negatív definit.

Világos, hogy minden negatív definit mátrix m.n.d. (válasszuk a $t = 0$ paraméter értéket). Ugyanakkor könnyű találni olyan indefinit mátrixot, amely m.n.d.. Például az

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ -5 & -10 \end{bmatrix}$$

mátrix indefinit, de az

$$A(-4) = \begin{bmatrix} -6 & -9 \\ -9 & -14 \end{bmatrix}$$

mátrix negatív definit.

A következő állítás egyszerűen következik az $x^T A(t)x = x^T Ax + (1^T x)^2$ összefüggésből.

4. Tétel. Ha A m.n.d., akkor A negatív definit az $1^T x = 0$ altéren.

A Crouzeix-Chabrillac tétel a következőt állítja.

5. Tétel (Crouzeix-Chabrillac, 1984). Az A mátrix akkor és csak akkor negatív definit az $1^T x = 0$ altéren, ha

$$Iner \begin{bmatrix} A & 1 \\ 1^T & 0 \end{bmatrix} = (n, 0, 1).$$

(A szegélyezett mátrixnak n negatív és 1 pozitív sajátértéke van)

Ha ezt a tételt esetünkre alkalmazzuk, akkor a majdnem negatív definitség egy szükséges feltételét kapjuk.

6. Tétel. Ha az A mátrix m.n.d., akkor

$$Iner \begin{bmatrix} A & 1 \\ 1^T & 0 \end{bmatrix} = (n, 0, 1).$$

A következőkben az a célunk, hogy jól használható elégséges feltételt kapjunk. Ehhez szükségünk lesz az $A(t)$ mátrix és főminorjai determinánsának vizsgálatára. Jelölje a továbbiakban $A_k(t)$ az $A(t)$ első k sora és k oszlopa által meghatározott főminort. Közismert az alábbi tétel.

7. Tétel Az $A(t)$ mátrix akkor és csak akkor negatív definit, ha

$$(-1)^k \det(A_k(t)) > 0 \tag{9}$$

minden $k = 1, \ldots, n$ esetében.

8. Tétel. Tetszőleges A kvadratikus mátrixra fennáll a következő összefüggés:

$$\det(A(t)) = 1^T adj(A)1t + \det(A). \tag{10}$$

Bizonyítás. Az állítás azonnal adódik az általánosított mátrix-determináns lemmából (Theorem 2, Vrabel (2016)) □

9. Tétel. Tegyük fel, hogy az A szimmetrikus mátrix rendelkezik a következő tulajdonsággal:

$$1^T adj(A_k)1 = 0 \Longrightarrow (-1)^k \det(A_k) > 0.$$

Legyenek

$$T_+ = \max_{1^T adj(A_k)1>0} \{-\frac{\det(A_k)}{1^T adj(A_k)1}\}$$

és

$$T_- = \max_{1^T adj(A_k)1<0} \{-\frac{\det(A_k)}{1^T adj(A_k)1}\}.$$

Ha $T_+ < T_-$, akkor $A(t)$ minden $T_+ < t < T_-$ számra negatív definit, következésképpen A m.n.d.

Bizonyítás. A 7. Tétel szerint ahhoz, hogy $A(t)$ negatív definit legyen, szükséges és elégséges, hogy $(-1)^k \det(A_k(t)) > 0$ legyen minden $k = 1, \ldots, n$ esetében. Mivel A főminorjai is kvadratikus mátrixok, a (9) és (10) egyenlőtlenséget és egyenlőséget felhasználva azt kapjuk, hogy a

$$(-1)^k \det(A_k(t)) = (-1)^k \det(A_k) + (-1)^k 1^T adj(A_k)1t > 0$$

feltétel akkor és csak akkor teljesül minden $k = 1, \ldots, n$-re, ha $T_+ < t < T_-$. □

A 9. Tételben megfogalmazott elégséges feltétel teljesülését polinomiális időben ellenőrizni lehet.

Köszönetnyilvánítás

A kutatás az NKFI K-1 119930 projekt keretében készült. A kutatást – Komlósi Sándor részéről – az Innovációs és Technológiai Minisztérium Felsőoktatási Intézményi Kiválósági Programja finanszírozta, a Pécsi Tudományegyetem 4. – A hazai vállalatok szerepének növelése a nemzet újraiparosításában – tématerületi programja keretében.

Irodalom

1. Adsul B., Garg J., Mehta R. and Sohoni M. (2011) Rank-1 bimatrix games: A homeomorphism and a polynomial time algorithm. In *ACM Symposium on the Theory of Computing*, 195–204.
2. Chabrillac Y. and Crouzeix J.-P. (1984) Definiteness and semidefiniteness of quadratic forms revisited. *Linear Algebra Appl.* 63:283–292
3. Bárány I., Vempala S. and Vetta A. (2005) Nash equilibria in random games. In: *Proceedings of the 4th International Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS'05),* 123–131
4. Forgó F. (2018) On symmetric bimatrix games. Corvinus Economics Working Papers-CEWP 2018/04.

5. Griesmer J. H., Hoffman A. J. and Robinson A. (1963) On symmetric bimatrix games. IBM Research Paper RC-959 IBM Corp. Thomas J. Watson Research Center Yorktown Heights New York.

6. Jurg A., Jansen M. J. M., Potters T. A. M. and Tijs S. H. (1992) A symmetrization for finite two-person games. *Methods and Models of Operations Research,* 6:111–123.

7. Kannan R. and Theobald T. (2010) Games of fixed rank: A hierarchy of bimatrix games. *Economic Theory,* 42:157–174

8. Kontogiannis S. C. and Spirakis P. G. (2012) On mutual concavity and strategically-zero-sum bimatrix games. *Theoretical Computer Science* 432:64–76

9. Kozlov M. K., Tarasov S. P. and Khachiyan L. G. (1980) The polynomial solvability of convex quadratic programming. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics,* 20: 223–228

10. Lemke C. E. and Howson J. T. Jr. (1964) Equilibrium points of bimatrix games. *SIAM Journal on Applied Mathematics* 12:413–423

11. Lipton R., Markakis E. and Mehta A. (2003) Playing large games using simple strategies. In: Proceedings of E-Commerce, 36–41

12. Mangasarian O. L. and Stone H. (1964) Two-person nonzero-sum games and quadratic programming. *Journal of Math. Anal. Appl.* 9:348–355

13. Mehta R. (2014) Constant rank bimatrix games are PPAD-hard. In: *ACM Symposium on the Theory of Computing,* 545–554

14. Mehta R., Vazirani V. V. and Yazdanbod S. (2014) Settling some open problems on 2-player symmetric Nash equilibria. Cornell University Library, arXiv:1412.0969v1

15. Moulin H. and Vial J.-P. (1978) Strategically zero-sum games: the class of games whose completely mixed equilibria cannot be improved upon. *International Journal of Game Theory,* 7:201–221

16. Nash J. F. (1950) Equilibrium points in n-person games. *Proceedings of the National Academy of Sciences,* 36:48–49.

17. Ortiz L. E. and Irfan M. T. (2017) Tractable algorithms for approximate Nash equilibria in generalized graphical games with tree structure. In: *Proceedings of the Thirty-First AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI-17),* 635–641

18. Roughgarden T. (2016) *Twenty Lectures on Algorithmic Game Theory.* Cambridge University Press, Cambridge

19. Papadimitriou C. H. (1994) On the complexity of the parity argument and other inefficient proofs of existence. *Journal of Computer and System Sciences,* 48:498–532

20. Savani R. and von Stengel B. (2004) Exponentially many steps for finding a Nash equilibrium in a bimatrix game. In: *Proceedings of the 45th FOCS.* pp. 258–267

21. Tsaknakis H. and Spirakis P. G. (2008) An optimization approach for approximate Nash equilibria. *Internet Mathematics,* 365–382.

22. Vrabel R. (2016) A note on the matrix determinant lemma. *International Journal of Pure and Applied Mathematics,* 111:643–646.

ON FINDING A NASH EQUILIBRIUM POINT FOR BIMATRIX GAMES: SOME EASY-TO-TREAT SPECIAL CASES

We address the problem of numerically determining a Nash equilibrium of a bimatrix game. It is commonly known that this problem is very hard in general. Identifying easy-to-treat (solvable in polynomial time) special cases is of significance both theoretically and computationally. We first overview a few special cases and then define a new polynomially solvable subclass of bimatrix games. This class is defined via a slight generalization of negative definite matrices that we call ,,almost negative definite". A necessary and a sufficient condition is derived for the characterization of almost negative definite matrices.

SZIGMÁTÓL A KÖZGAZDASÁGTANI SZAKKÖRÖKIG[1]

SIMONOVITS ANDRÁS
KRTK Közgazdaságtudományi Intézet, BME Matematikai Intézet

Ez a cikk a bevezetésen és az összegzésen kívül két részből áll. Az első részben vázolom, milyennek ismertem meg az éppen születő Szigmát, és milyen a viszonyom hozzá most. A második részben pedig körvonalazom, hogyan próbálok létrehozni közgazdasági szakköröket, ahol készülő jegyzetem szolgálna az oktatás alapjául.

Kulcsszavak: kvantitatív közgazdaságtan, közgazdasági modellezés, középiskolai szakkörök

1 Bevezetés

Temesi József kért fel arra, hogy írjak egy tudományos cikket a Szigma számára, amelyben beszámolok az 50 éves Szigmához fűződő kapcsolatomról is. Ennek megfelelően a cikk 2. pontjában a Szigmával „töltött" 50 évem kezdő és végpontját körvonalazom. 1969-ben és 1971-ben egy-egy cikket jelentettem meg az éppen megszületett Szigmában: az első cikkben a növekedéselméletben megjelenő hibaszámításra adtam szabatos bizonyítást; a másodikban pedig áttekintettem a megjelenés alatt álló Marschak–Radner-féle team-elméletet. Ötven év távlatából is hálás vagyok, hogy három, már akkor nemzetközi hírű kollégám (később barátom is) önzetlenül támogatta szárnybontogatásomat: Bródy András, Kornai János és Martos Béla. Augusztinovics Mária (ő is barátom lett) hatására 1992-ben kezdtem nyugdíjrendszereket modellezni, és legutóbbi nyugdíj tárgyú cikkem idén jelent meg a Szigmában (Simonovits, 2019b).

A 3. pontban arról számolok be, hogyan próbálom mostanában bevezetni a közgazdasági modellezést a középiskolai matematikai szakkörökbe. Azt gondolom, hogy megfelelően leegyszerűsítve a modelleket, a hagyományos anyag jelentős része szabatosan elmondható az érdeklődő és leleményes diákoknak – a szokásos kalkulus ismerete nélkül. Sőt, korrigálva bizonyos egyoldalúságokat, a hagyományos tananyag jelentősen kiegészíthető.

A 4. pont összegzi az elmondottakat.

2 Ötven évem a Szigmánál

A Szigma 1968-ban indult, Martos Béla főszerkesztésében. Ha jól értem, a Szigma az akkori Közgazdasági Szemlével szemben nyújtott alternatívát:

[1] Hálás vagyok az OTKA K 108668 számú pályázat támogatásáért és Horváth Dianának észrevételeiért. E-mail: simonovits.andras@krtk.mta.hu. Beérkezett: 2019. július 14.

ideológiamentes, a fejlett világban megszokott, névtelenül lektorált cikkeket közölt. A folyóirat új idők új dalaival tört be a magyar közgazdaságba, közgazdasági modellekkel gazdagította a hazai szakirodalmat, nem utolsó sorban a fent említett négy neves szerző tollából.

Első cikkem (Simonovits, 1969) Bródy (1969)-hez kapcsolódott. Az ágazati kapcsolatok modelljéről szóló, nagy hatású könyvének egy sarkában Bródy a következőt mondta ki: ha a gazdaság növekedési ütemét kis relatív hibájú árakkal és kibocsátási vektorral mérik, akkor a számított növekedési ütem relatív hibája még sokkal kisebb lesz. Levezetése nem volt hibátlan, és én egy szabatos, de elbonyolított bizonyítással álltam elő. Mivel annak idején Bródy KTI-s ,,Tőke-szemináriumába" jártam, természetes volt, hogy először neki mutattam meg a bizonyításomat. Nagy tapintattal mutatott egy angol nyelvű könyvet, amelyben egy egyszerű bizonyítás szerepelt normális mátrixokra, és végül is én azt ,,fordítottam le" pozitív mátrixokra.

Második cikkem (Simonovits, 1971) témáját Kornai János adta. 1969-es amerikai tanulmányútjáról hazahozott egy kezdetleges technikával, de jól olvashatóan fénymásolt anyagot: egy korszakalkotó mű (Marschak–Radner, 1972) gépiratát. A team-elmélet olyan csapatot/szervezetet modellezett, amely tagjainak teljesen közös érdekei vannak, de információs hiányosságok miatt a tagok között meg kell osztani a feladatokat.

Kornai azt javasolta, hogy a könyv alapján írjam meg szakdolgozatom az ELTE matematikus szakára, de teljes szabadságot adott a kidolgozásban. Eléggé tapasztalatlanul a szakdolgozatban a témához kapcsolódó jelentéktelen cikket cáfoltam meg. A megszülető szakdolgozatot csak évekkel később, angolul publikáltam. (Ma már azt is tudom, hogy sokszor jelentékeny cikkeket sem kifizetődő megcáfolni.)

A Szigmában adtam közre a már említett második cikkem is, a team-elmélet átfogó ismertetését. 50 év után újraolvasva az áttekintést, vegyes érzéseim támadtak. A tartalom rendben van, de a kifejtés eléggé nehezen érthető. Pedig ma is élénken emlékszem, hogy Martos Béla milyen alaposan megbírálta a kéziratot, és az akkor használatos mechanikus írógéppel milyen nagy küzdelem volt újra legépelni a szöveget. Hazai utóhatásról nem beszélhetek, de megállapíthatom: elmulasztottam a megbízó–ügyvivő-témakörhöz való csatlakozást.

A Közgazdasági Szemlét sokáig elkerültem, két évtizedig a Szigma volt a kizárólagos magyar ,,otthonom". De a Szemlével való megbarátkozásom után is hű maradtam a Szigmához, a mai napig rendszeresen publikálok benne.

Legutolsó Szigma cikkem (Simonovits, 2019b) egy nagyon gyakorlatias kérdésre kereste a választ: mikor érdemes halasztani a Nők40-ben kínált azonnali nyugdíjba vonulást. Az alapprobléma: 2011 óta minden magyar nő, akinek legalább 40 éves jogviszonya van, az általános korhatár elérése előtt – biztosításmatematikai levonás nélkül – nyugdíjba mehet. A legtöbb érdekelt azt hiszi, hogy minél hamarabb érdemes kihasználnia a lehetőséget. Ha azonban valaki tudja, hogy a Nők40 esetén egyéves halasztás a kezdő nyugdíj reálértékét közelítőleg a megnövelt szolgálati idő után járó 2,5 százalékon túl az előző évi nettó reálbér éves növekedési ütemével is emeli, akkor felül kell vizsgálnia eredeti elképzelését. Például 2018-ban 10 százalék volt a nettó reálbér-növekedés, tehát 12,5 százalék a kezdőnyugdíj emelkedése – érdemes halasztani, még akkor is, ha egy évvel rövidül a folyósítás időtartama. Ez az érvelés nem érvényes azokra a nőkre, akik nyugdíjba vonulásuk után könnyen el tudták kerülni a járulékfizetést, illetve akik 2020. július 1-je után mennének nyugdíjba, amikor a nyugdíjasoknak megszűnik a járulékfizetési kötelezettség.

3 Közgazdasági modellezés szakkörökben?

Ebben a pontban a közgazdasági modellezés középiskolai szakköri tanításáról szóló elképzeléseimet taglalom. Az általános bevezetés után a következő témaköröket vizsgálom: optimalizálás elemi eszközökkel; dinamika; demográfia, nyugdíjrendszer; egyéb.

Középiskolai szakkörök

Gimnáziumi tanulmányaim során életre szóló útravalót kaptam a különféle matematikai és fizikai szakkörökben. Időben először egy középiskolai fizikaszakkört látogattam, amelyet Kugler Sándorné fizikatanárnő tartott a Radnóti Miklós Gyakorló Iskolában. Minden szakköri órán a kötelező fizikatananyagon messze túlmutató, gondolkodtató feladatokat oldottunk meg. Imádtunk Györgyi néni szakkörébe járni. Nem csoda, hogy közülünk és a követő évfolyamokból kiváló fizikusok, mérnökök kerültek ki. De akik ,,csak” matematikusok lettek, mint én, azok is sokat tanultak Györgyi nénitől. Mai fejjel úgy is mondhatnám: megtanultuk tőle, hogyan kell egy jelenséget modellezni.

Emellett Patkós Andrással együtt jártunk a Fiatal Matematikusok és a Fiatal Fizikusok Körébe, ahol nagyobb társaságban, váltott tanárokkal folytatódott az iskolai szakkör. Akkor már évtizedek óta havonta jelentek meg Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok, ahol a kitűzött feladatok megoldását be kellett küldeni, és később elolvashattuk a helyes megoldásokat. Emellett rendszeresen jelentek meg a Középiskolai Szakköri Füzetek, amelyekből kiegészíthettük eléggé szegényes középiskolás ismereteinket.

Ilyen szakköri füzetet írok most én is (Simonovits, 2019a), csak matematikai helyett közgazdaságit. 35 éves egyetemi közgazdaságtani oktatással és több tankönyv megírásával a hátam mögött mit kellett változtatnom a hagyományos egyetemi bevezetésen?

Egyrészt majdnem teljesen elkerülöm a kalkulust (differenciál- és integrálszámítást), követve a legtöbb matematikai szakkört. Másrészt a matematikai szakkörökben megszokott szabatosságot meg akartam őrizni, ezért szinte mindent bizonyítok. Persze, sok mindent el lehetne mesélni ábrákra támaszkodva, de ezzel csak mérsékelten élek.

Optimalizálás elemi eszközökkel

A középiskolai fokon írt jegyzetemben nem támaszkodhatom a határhaszonelméletre, ezért minimálisra szorítom a feltételes optimalizálást. Szerencsére a másodfokú egyenlet szélsőértékhelyét elemileg is meghatározhatjuk, például a számtani és a mértani közép összehasonlításával. Ebben nagy hasznát vettem Hódi (1964) szakköri füzetének, amely elemi eszközökkel (kalkulus nélkül) tárgyalt optimalizálási feladatokat.

Vegyük Eukleidész úttörő példáját: adott kerületű téglalapok közül melyiknek a területe maximális? Legyen a téglalap félkerülete 1, egyik oldalának hossza $x \in (0, 1)$, akkor a terület $x(1-x)$. Négyzetre emelve a nevezett egyenlőtlenséget:

$$x(1-x) \le \left[\frac{x+1-x}{2}\right]^2 = \frac{1}{4}.$$

Egyenlőség csak a két oldalhossz egyenlősége esetén lép föl: $x^{\mathrm{o}} = 1/2$, az optimális téglalap – a négyzet.

Ezt az eredményt közvetlenül lehet alkalmazni a két termék kombinációival szembesülő fogyasztó optimális választására, ha mindkét termék egységára és a jövedelem egyaránt 1. Könnyű belátni, hogy ha az 1. termékből x-et választ a fogyasztó, akkor a 2.-ból $1-x$-et választ. Ha az egyváltozósra egyszerűsített hasznosságfüggvény $u(x) = \sqrt{x(1-x)}$, akkor a maximumot adó választás (1/2, 1/2).

Ügyes transzformációval az „általános” feladat is visszavezethető az előzőre. Legyen p és q rendre a két termék egységára, ekkor m jövedelem mellett a költségvetési feltétel $px + qy = m$. Ha az általános hasznosságfüggvény $U(x, y) = x^\alpha y^{1-\alpha}$ $(0 < \alpha < 1)$, akkor az optimális választás

$$x^{\mathrm{o}} = \frac{\alpha m}{p} \quad \text{és} \quad y^{\mathrm{o}} = \frac{(1-\alpha)m}{q}.$$

Szóban: a választott hasznosságfüggvény esetén az 1. és a 2. termékre fordított kiadás a jövedelem α és $1-\alpha$ része. Ez számos modellben jó és kezelhető kiindulás, de bonyolultabb helyzetekben alkalmatlan.

Dinamika

A statikus optimalizáláson túl is tág tér nyílik más modellek ismertetésére. Vegyük a legegyszerűbb közgazdasági dinamikai feladatot, az árverésen alapuló árigazodást. Egy egytermékes piacon a pillanatnyi ár függvényében milliónyi egyén keresi vagy kínálja a homogén terméket. Legyen az ár p, a hozzá tartozó túlkereslet $e(p) = a - bp$, ahol a, $b > 0$ állandók. Egyensúlyról beszélünk, ha a túlkereslet 0:

$$p^{\mathrm{o}} = \frac{a}{b}.$$

Feltesszük, hogy a walrasi árverő a t-edik időszakban tapasztalt $e(p_t)$ túlkereslet arányában ($\kappa > 0$ arányossági szorzó esetén) emeli az árat:

$$p_{t+1} = p_t + \kappa e(p_t).$$

Behelyettesítjük a lineáris túlkeresleti függvényt az árdinamikába:

$$p_{t+1} = p_t + \kappa a - \kappa b p_t = \kappa a + (1 - \kappa b)p_t.$$

A kapott állandó együtthatós inhomogén lineáris differenciaegyenlet megoldásához felírjuk az egyensúlyi megoldást:

$$p^\circ = \kappa a + (1 - \kappa b)p^\circ.$$

Kivonva az egyensúlyi egyenletet a nem egyensúlyiból, és bevezetve a $\hat{p}_t = p_t - p^\circ$ eltérésváltozót, eljutunk a homogén alakhoz:

$$\hat{p}_{t+1} = (1 - \kappa b)\hat{p}_t.$$

Ez nem más, mint egy mértani sorozat, amelynek zárt alakú megoldása

$$\hat{p}_t = (1 - \kappa b)^t \hat{p}_0, \qquad t = 1, 2, \ldots.$$

Innen a stabilitás feltétele könnyen leolvasható:

$$-1 < 1 - \kappa b < 1, \quad \text{azaz} \quad 0 < \kappa < \frac{2}{b}.$$

Megemlítjük, hogy a stabilitási határon, $\kappa = 2/b$ esetén az árigazodás 2-ciklusra egyszerűsödik: $\hat{p}_t = (-1)^t \hat{p}_0$. Csak utalunk arra, hogy a jegyzetben még sok ciklikus folyamatot mutatunk be.

Nagyon sok bevezető közgazdasági, főleg mikroökonómiai tankönyv túl nagy hangsúlyt fektet az elméletre, és alig beszél a gyakorlatról. Természetesen egy bevezető könyv nem támaszkodhat az érett elmélet teljes fegyvertárára, de azért számos terület hiánya nehezen indokolható. A következőkben néhány ilyen elhanyagolt területet vázolok, amelyeket tárgyalok a jegyzetben.

Demográfia

A legtöbb makrokönyvben csak a Solow-féle növekedéselmélet ismertetésében szerepel a népesség. Például ha Y_t a t-edik időszak kibocsátása, K_t és L_t a tőke és munka mennyisége, valamint A_t egy számsorozat, akkor a termelési függvény

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}, \qquad 0 < \alpha < 1.$$

Bevezetjük az egy dolgozóra jutó termelést és tőkét:

$$y_t = \frac{Y_t}{L_t} \quad \text{és} \quad k_t = \frac{K_t}{L_t}.$$

Egyszerű számolással adódik, hogy

$$y_t = A_t k_t^\alpha,$$

s ezzel megszabadultunk a demográfiától.

A valóságban azonban nemcsak a népesség létszáma, hanem a korszerkezete is változik: ahogy az egy nő által megszült gyermekek száma csökken, és a születéskor várható élettartam növekszik, úgy bonyolódik a helyzet. Legyen

G_t, L_t és I_t a gyermekek, a dolgozók és az idősek száma a t-edik év végén. Ekkor a fiatal- és időskori függőségi hányados rendre:

$$g_t = \frac{G_t}{L_t} \quad \text{és} \quad i_t = \frac{I_t}{L_t}.$$

Az iskolai és családtámogatási kiadások az elsőtől, a nyugdíjkiadások a másodiktól függenek.

A teljes népesség $N_t = G_t + L_t + I_t$. Az egy főre jutó kibocsátás

$$y_t^* = \frac{Y_t}{N_t}$$

viszont jóval kisebb, mint a fenti termelékenység:

$$y_t^* = \frac{Y_t}{N_t} = \frac{Y_t}{L_t}\frac{L_t}{N_t} = \frac{y_t}{g_t + 1 + i_t} < y_t.$$

Egyébként első közgazdasági KöMaL-cikkemben ezt a témakört jártam körül (Simonovits, 2013).

Nyugdíjrendszer

Másik kiegészítő témám a nyugdíjrendszer. Ismert, hogy a modern társadalmakban megszűnik a nagycsalád, a társadalomnak gondoskodnia kell a munkából kimaradó idősek ellátásáról, ez a nyugdíjrendszer. Ilyen helyzetben a teljes (tb- és magán-) nyugdíjkiadás a GDP 10%-a körül ingadozik. Fontossága miatt a tb-nyugdíjrendszert vizsgáljuk, amely egy nemzedékek közti társadalmi szerződés: a mostani dolgozók járulékából fedezik a mostani nyugdíjakat, s a majdani dolgozók járulékából fedezik a majdani nyugdíjakat. Itt az átlagos nyugdíj és bér rendre b_t és w_t. Arra vagyunk kíváncsiak, hogyan változik az egyensúlyi járulékkulcs (τ_t) a népességöregedés hatására.

Először fölírjuk a nyugdíj be- és kifizetések egyenlőségét:

$$\tau_t L_t w_t = I_t b_t.$$

Rendezve

$$\tau_t = \frac{I_t b_t}{L_t w_t}.$$

A már említett időskori függőségi hányados mellé célszerű bevezetni a helyettesítési arányt:

$$\gamma_t = \frac{b_t}{w_t}.$$

Behelyettesítéssel

$$\tau_t = i_t \gamma_t.$$

Szóban: az egyensúlyi járulékkulcs az időskori függőségi hányad és a helyettesítési arány szorzata. Például 1970-ben hazánkban nagyon alacsony volt mindkét arány, ezért a járulékkulcs is alacsony volt. Aztán mindkét hányados meglódult, s vele együtt a járulékkulcs is.

Különös időszerűséget ad a kérdésnek, hogy a jelenlegi magyar kormány 2016 és 2022 között célul tűzte ki, hogy a bruttó keresetre vetített járulékkulcsot megfelezi: 32-ről 16%-ra. (Ha törvénykezésben szereplő kezdő és végső szociális hozzájárulási kulcsból levonunk egységesen 5%-ot egészségügyi járulékra, és hozzáadunk 10%-ot munkavállalói nyugdíjjárulékra, akkor kapjuk 27, illetve 11%-ból a fenti értékeket.) A vázolt képlet szerint ez csak időlegesen sikerülhet (hiszen i_t és γ_t hosszabb távon aligha csökkenthető). De az átmeneti folyamat bemutatásához évjárati modellre van szükség, amely a jegyzet egyik fejezetében kapott helyet, itt csak megemlítem a modellt.

Egyéb témák

Már többször utaltam rá, hogy a jegyzetben nem álltam meg a cikkben ábrázolt elemi szinten. Számos más érdekes és fontos kérdést próbáltam fogyaszthatóvá tenni középiskolai szinten álló olvasóimnak. Talán a legegyszerűbb, ha a jegyzet bevezetéséből idemásolom a legfontosabb modellek nevét és jellemzőit tartalmazó táblázatot.

Modell	Optimalizál	Dinamikus	Heterogén
Játékelmélet	+	−	+
Sertésciklus	−	+	−
Államadósság	−	+	−
Beruházási ciklusok	−	+	−
Fogyasztás	±	±	−
Termelés	+	−	±
Adómorál	±	−	+
Népességdinamika	−	+	+
Elemi nyugdíjmodellek	−	±	±
Önkéntes nyugdíj	+	−	+
Nyugdíjdinamika	−	+	+
Jelzáloghitel	−	+	−
Általános egyensúly	+	−	+
Együtt élő nemzedékek	+	+	+
Biztosítás	+	−	+
Regressziószámítás	+	x	+
Berkson paradoxona	+	−	+

1. táblázat. Fontosabb modellek és főbb tulajdonságaik

Három jellemzőt emeltem ki, ezek jelentését röviden elmagyarázom. *Optimalizálás* a jelenlegi közgazdaságtanban szinte elengedhetetlen módszertani feltevés, de egyre erősödik a felismerés, hogy túlzásba vitele súlyos károkat okoz. *Dinamikus* modellben a mindenkori időszak változói függnek a korábbi évek változóitól, ettől a hagyományosan statikus elmélet gyakran eltekint. *Heterogén* jelző arra utal, hogy ellentétben a reprezentatív aktorra épülő kártékony hagyománnyal, itt többféle aktor tevékenykedik (lásd később).

Az itt felsorolt modellek jelentős része ismerős a Szigma olvasóinak (játékelmélet, ... , regressziószámítás). Néhány témakörökhöz azonban rövid kiegészítést fűzök.

Az *adómorál* egy olyan paraméter, amely adott adórendszer mellett meghatározza, hogy az egyes állampolgárok heterogén adóköteles jövedelmük hányadrészét fizetik be. Elemi modellünkben a kormányzat egykulcsos szját szed be, és azt osztja szét egyenletesen az állampolgárok között – tompítandó a jövedelemkülönbségeket. A közjót maximalizáló kormányzat úgy állapítja meg az adókulcsot, hogy figyelembe veszi az állampolgárok adóelkerülési hajlamait: egyrészt minden forint elcsalt adó ugyanannyival növeli az állampolgár adózás utáni jövedelmét, másrészt az adócsalás (négyzetével) nő a szégyenkezés okozta rossz érzése. Paradox eredmény: minél rosszabb az adómorál, annál kisebb adókulcsot kell megállapítani.

Az *önkéntes nyugdíj* a kötelező nyugdíjat és a hagyományos életpálya-megtakarításokat egészíti ki: önkéntes *és* támogatott megtakarítás. A szakirodalom azt persze vizsgálja, hogy mennyire helyettesíti a dolgozó a nem támogatott megtakarításait a támogatottakkal. Furcsa módon azonban általában figyelmen kívül marad, hogy a támogatásokat is adóból fedezi a kormány. Ha ezt is figyelembe vesszük, akkor tipikus esetben egy ilyen rendszer csak a hangyákat támogatja a tücskök rovására: a heterogenitás itt is megjelenik.

A *Berkson-paradoxon* (más néven: szelekciós torzítás) jól ismert az irodalomból, de én nehezen találtam rá. Felfedezője egészségügyi adatokon azt vette észre, hogy eredetileg független véletlen változók szűrés miatt korreláltttá válnak. Rugalmas korhatárú nyugdíjrendszerben a munkaviszony töredezettsége ellenére is erős pozitív korreláció figyelhető meg a szolgálati idő hossza és a nyugdíjba vonulási kor között. A már említett Nők40 rendszere szűr, ti. a hosszabb és folyamatosabb szolgálati idejűek előbb mehetnek nyugdíjba, mint a többiek. Kérdéses, hogy fennmarad-e a pozitív korreláció a szolgálati időkedvezmények esetén. Szerzőtársaimmal kiderítettük (Czeglédi–Simonovits–Szabó–Tir, 2016 és Granseth–Keck–Nagl–Simonovits–Tir, 2019), hogy még a jobban működő svéd és német rendszerben is a korreláció alig pozitív, de a rosszul tervezett magyar és osztrák rendszerben negatívvá válik.

Akadályok

A magyar középiskolai matematikai oktatásban érzésem szerint túlzott szerepet játszik az elmélet és az informatika. Ez részben érthető, mert könnyebb a háromszögszerkesztést megtanítani, mint a korrelációszámítást, a számítógépi ismeretet pedig anyatejjel szívja be a tanuló. Jó lenne azonban, ha minden érettségizett diák legalább elemi szinten ismerné a közgazdaságtant. Például tudná, hogy mi a törlesztési folyamat jelenértéke, a reálkamatláb stb. A tömeges közgazdasági oktatás kidolgozására nem vállalkozom.

Mi a helyzet az emelt szintű oktatást támogató szakkörökkel? Hazánkban a matematikai szakkörök a legnépszerűbbek, s hozzájuk leginkább a fizikai szakkörök zárkóznak föl. Ugyanakkor elméleti és gyakorlati fontossága miatt nem lenne szabad lemondani a közgazdaságtan szakkörökben műveléséről. A nevezett szakköri füzet megírásával éppen ezt a hiányt szeretném csökkenteni.

Az elmúlt években több közgazdasági modellt mutattam be a KöMaL-ban és néhány középiskolában. Azt hittem, hogy készülő jegyzetemmel sikerül felkelteni az igényt a középiskolai közgazdasági szakkörök létrehozására. Nagy meglepetésemre azonban csekély volt az érdeklődés, és csak alkalmanként tarthattam középiskolai előadást. Ennek ellenére 2019 szeptemberében sikerül a Fazekas Mihály Gyakorló Gimnáziumban elindítani egy gazdaságmodellezési szakkört.

Furcsa módon inkább az egyetemi oldalról kaptam bíztatást. Egy-két kedves közgazdász és matematikus egyetemi oktató lelkesen fogadta a jegyzetet, és 2020-ban a Corvinuson tarthatok ,,középiskolai szakköri" foglalkozásokat. Meg vagyok győződve róla, hogy még a legjobban képzett egyetemi hallgatóknak sem árt, ha jegyzetemből megismerkednek a teljes általánosságban levezetett tételek elemi bizonyításával, és hallanak az elhanyagolt témákról is. A jegyzetet mindenképpen meg akarom jelentetni, de előbb jó volna szélesebb körben kipróbálni.

4 Összegzés

A fentiekben egyrészt körvonalaztam, hogy ötven év alatt honnan hová jutottam a közgazdasági modelljeimmel – jelentős részben a Szigma segítségével. Elindultam az ágazati kapcsolatok modelljétől, és elértem a Nők40 elemzéséhez.

Másrészt ízelítőt adtam az utóbbi években folytatott oktatási kísérletemből: hogyan szeretném a legrátermettebb középiskolások érdeklődését felkelteni a közgazdasági modellek iránt. Egyelőre kevés sikerrel büszkélkedhetek: az általam megismert középiskolai matematikatanárok zömét nem sikerült meggyőznöm, hogy a közgazdasági modellezés szakköri bevezetése egyaránt segíthetné az alkalmazott matematika elmélyítését és a nélkülözhetetlen közgazdasági tudás megszerzését. Kár!

Irodalom

1. Bródy, A. (1969): *Érték és újratermelés*, Bp. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
2. Czeglédi, T.–Simonovits, A.–Szabó, E.–Tir, M. (2016): A nyugdíjba vonulási szabályok hatása: nyertesek és vesztesek, *Közgazdasági Szemle,* 63, 473–500.
3. Granseth, E.–Keck, W.–Nagl, W.–Simonovits, A.–Tir, M. (2019): Negative Correlation between Retirement Age and Contribution Length?, *Oxford Economic Papers,* megjelenés alatt.
4. Hódi Endre (1964/1998): *Szélsőérték-feladatok elemi megoldása,* Bp., Typotex.
5. Marschak, J.–Radner, R. (1972): *The Economic Theory of Teams,* New Haven, Yale University Press.
6. Simonovits, A. (1969): Pozitív mátrixok Raleigh-hányadosáról, *Szigma,* 2, 76–78.
7. Simonovits, A. (1971): A team-elméletről, *Szigma,* 4, 285–302.
8. Simonovits András (2013): Három népességdinamika modell, *Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok,* 62, 131–139.

9. Simonovits, A. (2019a): Matematikai közgazdasági modellek középiskolás fokon, MTA KRTK KTI Műhelytanulmány, 3. Újabb változat: Közgazdasági modellek (nemcsak középiskolásoknak).
10. Simonovits, A. (2019b): Nők 40 és a reálbérobbanás, *Szigma,* 50, 123–132.

FROM THE SIGMA TO THE ECONOMICS STUDY CIRCLES

In addition to the introduction and the conclusions, the present paper consists of two parts. Part I describes my experiences with the Hungarian mathematical economic periodical Sigma at its inception and its present. Part II outlines my experiments with introduction of the economic modelling into the curriculum of high-school study circles in Hungary.

Key words: quantitative economics, economic modelling, high-school study circles.

CONTENTS

TARTALOM

SZIGMA
Matematikai-közgazdasági folyóirat

A Gazdaságmodellezési Társaság lapja

Kiadó: Pécsi Tudományegyetem 7633 Pécs Vasvári Pál u. 4.
A kiadvány megjelenését az MTA Könyv- és Folyóiratkiadó Bizottsága támogatta.

ISSN 0039-8128

`www.szigma.ktk.pte.hu`