Bod Péter

Egy további matematikai modell a hosszútávú tervezés összefoglaló munkáihoz

Bevezetés

Az elmúlt évek során több matematikai modell került nálunk kidolgozásra azzal a céllal, hogy a hosszútávú (15—20 éves) népgazdasági tervezés centrális, összefoglaló munkájában felhasználásra kerüljenek [1], [2], [3].

Ezek a különböző modelljavaslatok sok tekintetben egymástól eltérő módon közelítik meg céljukat. Különböznek a tevékenységek megragadásának módjában, a folyó termelés és a fejlesztés (beruházási tevékenység) összekapcsolásának formáiban, a szűkebb értelemben vett újratermelési szféra és a „külvilág" közötti kapcsolatok mikénti megteremtésében, stb. Ugyanakkor természetesen sok a közös, vagy legalábbis közös nevezőre hozható vonásuk. Ez szükséges is, hiszen valamennyi azonos célra irányul; ti. a jelenleg folyó hosszútávú tervmunka makroökonómiai számításokkal való alátámasztására. Ilyen okok miatt az összes említett modell valamilyen formában támaszkodik és kell is, hogy támaszkodjék a hosszútávú tervezés kialakított általános metodikájára és megszervezés alatt levő egységes adatbázisára.

Ismeretes, hogy a népgazdasági tervezés minden fokán komoly elvi és gyakorlati problémát jelent a népgazdaság egyes konkrét részterületeinek fejlesztésére irányuló tervező munka olyan koordinálása és összefoglalása, amely alapján kialakítható a népgazdaság egészének egy konzisztens és hatékony fejlesztési útvonala.

A népgazdasági tervezés eddigi tapasztalatai alapján ma már alig képzeli valaki azt, hogy ilyen terveket lehetséges lenne kizárólag a központi tervező apparátus munkájára támaszkodva kidolgozni. Kialakításra került ezért a hosszútávú tervezés egy sajátos szervezete. A matematikai modellezésnél mindig helyes arra törekedni, hogy a lehetőségek határai között a tényleges folyamatot modellezzük és ezt úgy tegyük, ahogy azt az „élet" teszi. Ez a mi vonatkozásunkban annyit jelent, hogy a hosszútávú népgazdasági tervezés modellrendszere maga is vissza kell, hogy tükrözze azt a körülményt, hogy a hosszútávú terv nem egyszerűen a központi tervező szervek „agyából" pattan ki.

Valamennyi említett modell éppen ezért valamilyen formában gondoskodik arról, hogy az ún. ágazati és az ún. központi tervező munka közötti kommunikációt biztosítsa. E kommunikáció alapjában jelenleg úgy kerül realizálásra, hogy az ágazati fejlesztési koncepciók szolgáltatják majd a központi jellegű számítások céljait szolgáló modellek részére a paraméterek számszerűsítéséhez szükséges információkat. Míg a központi modellek megoldásai támpontokat adnak majd az ágazati koncepciók módosításához.

Ugyanakkor meg kell azonban állapítani, hogy ez a közlekedési lehetőség erősen áttételes. Olyan feltevéseket implikálunk az ágazati információk makroökonómiai célú számításoknál történő integrálásakor, amelyek realitása sok tekintetben vitatható. Az összefoglaló modellek ugyanis nem magukat a konkrét ágazati koncepciókat veszik alapul, hanem azok különböző átlagait. Ez a fogyatékosság mindenekelőtt az összefoglaló modelleknek azzal a közös sajátosságával függ össze, hogy valamennyi kizárólag folytonos tevékenységi változókat tartalmaz.

A modellek folytonos jellege nagyon megnehezíti olyan alternatív ágazati koncepciók népgazdasági szinten történő összehasonlító elemzését, amelyek egymást kizáró jelleggel versengenek. Nem érzékenyek megfelelően modelljeink a „növekvő hozadék" lehetőségeire pedig feltehető, hogy egy hosszútávú terv keretei között az ilyen jellegű koncepcióknak nagy jelentőségük lehet. Nem nyújtanak modelljeink elég teret arra, hogy az olyan alternatív lehetőségeket egymással szembeállítsuk, amelyek lényegében a 15 év alatt egészében ugyanoda viszik a népgazdaságot, de a kiinduló állapotból a végállapotba más úton jutnak el.

Célszerűnek tűnik ezért, hogy a meglevő és jelenleg kipróbálási stádiumban levő modelljeink sorát megkíséreljük bővíteni olyan további modellekkel, amelyek a fent jelzett szempontok szerint mást és többet is tudnak, mint a meglevők. Nem felesleges talán hangsúlyozni, hogy nem arról van itt most szó mintha a korábban kialakított modellek említett fogyatékosságai nem lettek volna mindjárt kezdetben ismeretesek. Ha adott konkrét feladat megoldására készítünk matematikai modelleket; célszerű mindig számot vetni a megoldhatóság és számíthatóság ténylegesen rendelkezésre álló konkrét lehetőségeivel. Ebből a szempontból (és nem csak ebből) a modellezés mindig kompromisszumos jellegű. Amikor a távlati tervezés céljaira szolgáló első modelljeinket kialakítottuk, abból indultunk ki, hogy kizárólag a lineáris programozás fegyverzetével tudunk dolgozni. Ha arra vártunk volna, hogy a biztonságosan felhasználható fegyvertár már az induláskor szélesebb legyen — évekre el kellett volna halasztani a munka megkezdését.

Az elmúlt évek során a hazai számítástechnikai lehetőségek jelentősen növekedtek és a jövőre vonatkozóan a kilátások lényegesen biztatóbbak, mint két-három évvel ezelőtt. Ez a körülmény bátorít arra, hogy megpróbáljunk olyan fejlettebb elemeket modelljeinkbe beépíteni, amelyek révén az elemzés lehetőségei bővülnek. Miközben továbbra sem vagyunk hajlandók pusztán azért, mert modelljeink természetesen továbbra is kompromisszumos jellegűek maradnak — kockáztatni a megoldhatóság és kezelhetőség reális lehetőségeit.

A továbbiakban ismertetésre kerülő modelljavaslat integer változók igénybevételével igyekszik a problémák egy jobb közelítését adni. Az integer változók segítségül vétele matematikai közgazdasági modellekben, ennek haszna és lehetőségei a matematikai programozási irodalomból ismertek. G. B. Dantzig [4] ezt a kérdést már több mint tíz éve tisztázta és ez ma már egyetemeinken tananyag. Amikor most első ízben javasolunk egy integer változókat is tartalmazó modellrendszert alkalmazni a népgazdasági tervezésben, a szerző hangsúlyozni szeretné, hogy ez már sok mindenkinek korábban is eszébe jutott. Az O. T. távlati tervezési főosztály matematikai modellek osztályának megalakulásakor kialakított programjában mindjárt szerepelt, hogy fel kell készülni integer változókat is tartalmazó modellekkel való munkára. E célkitűzések realizálása irányában szeretnénk most lépni egyet és ezért a szerző itt a maga szerepét csak abban látja, hogy korábban kidolgozott modelljét az alábbiak szerint továbbfejleszti illetve kibővíti.

A modell leírása

A modell matematikai szempontból egy több periódusra vonatkozó, folytonos és $\{0, 1\}$ egész értékű változókat tartalmazó, lineáris feltételekkel és lineáris célfüggvénnyel működő programozási feladatra vezet. Azzal a kiegészítő megjegyzéssel, hogy bizonyos paraméterei (meghatározott változók együtthatóvektorai) nem megadott számértékek, hanem ezek az együttható vektorok egy lineáris feltételrendszerrel megadott konvex poliedrikus halmazból szabadon választhatók. A modell ebben a vonatkozásában a Wolfe-féle ún. általánosított lineáris programozási feladatok családjába esik [5].

A modell abból az alapszituációból indul ki, hogy hosszútávú ágazati tervezés folyik és a tervező ágazatok egymástól függetlenül fejlesztési koncepciókat dolgoznak ki. Minden ágazat homogén (nem szükségképpen termelő) tevékenységet folytat. Az ágazatok két csoportba vannak sorolva: kombinálható fejlesztési lehetőségekkel rendelkező és kizárólag alternatív fejlesztési lehetőségekkel rendelkező ágazatokra. Az ágazatok száma: n és a terv N egyenlő hosszúságú periódusra oszlik.

Az ágazatok kiinduló helyzetét a tervidőszak elején a bruttó tevékenységi szintjükre vonatkoztató kapacitásaik: $\mathbf{k}_0$ és a népgazdaság induló készletei jellemzik: $\mathbf{s}_0$.

Az ágazati fejlesztési koncepciók: teljes tervidőszakra szóló fejlesztési előirányzatok. Feltételezzük, hogy minden periódusban, minden koncepció alapján, olyan fejlesztés történik, amelynek a hatása a következő periódusban kapacitásnövekedés és (illetve) technológiai változás formában azonnal életbe lép. Minden egyes fejlesztési koncepció az ágazati tervezés keretében kidolgozott alábbi adatokkal kerül jellemzésre:

a) a teljes tervidőszak alatt a koncepció alapján belépő új kapacitások nettó nagysága (belépő-selejtezett kapacitások);

b) az a) alatt tervezett kapacitásnövekedés időbeni lefutásának előirányzatai;

c) a különböző időszakokra a) és b) szerint tervezett fejlesztési intézkedések egyszeri ráfordításigényei;

d) az ágazati tevékenységnek a koncepció alapján mutatkozó folyó ráfordítási együtthatói minden egyes tervperiódusban.

Az ágazati tervvariánsokat a modell kizárólag fejlesztési koncepcióként fogja fel — annak ellenére, hogy azok kidolgozásakor a tevékenységek mérete is megtervezésre kerül.

A modell változókként kezeli a tevékenységek színvonalát minden egyes tervperiódusban, valamint dönt az ágazati koncepciók elfogadását illetően. Az ágazati variánsok ún. „keverhető" osztályában a koncepciók tetszőleges, nem negatívan súlyozott átlaga is lehetséges, beleértve valamennyi elvetését. Az egymást kizáró variánsok közül azonban a modell legfeljebb egy alternatív variáns érvényesülését engedi meg. Ez utóbbi esetben a megvalósuló variáns teljes egészében megvalósításra kerül az ágazat szerinti időbeni ütemezésnek megfelelően. A modell ilyen alapon történő megoldása után a nyert optimális megoldás programja szerint rögzítjük az egész értékű változók értékeit. Azok megszűnnek a továbbiakban ismeretlenek lenni — ezzel szemben ismeretleneknek tekintjük a keverhető koncepciók időbeni lefutására vonatkozó tervelőirányzatokat és megvizsgáljuk, hogy nem lehet-e, azok megengedett határok között történő módosítása révén, a tervet tovább javítani. Mivel a modellben ágazatként szerepelnek nem termelő tevékenységű területek is — ez a vizsgálat a gazdaságpolitikai koncepciók elemzésének hasznos eszköze lehet.

A modell feltételrendszere sok tekintetben azonos a [2] alatt leírt modellünkével. A különbség főként a fejlesztés kezelésében van. Ott folytonos ágazati fejlesztési változók fejezik ki minden időszakra a kapacitás bővítését; ezek egyetlen átlagos típusú fejlesztésnek felelnek meg, és az átlagolás a modellen kívül történik. Ebben a modellben az átlagolást, illetve a kiválasztást az optimalizálási eljárás végzi el. Mivel a különböző fejlesztési variánsok — feltevésünk szerint — különböző technológiai következményekkel járnak — a modellben a tevékenységi változók is technológiánként meg vannak különböztetve. Így ebben a tekintetben modellünk hasonlít a [3] alattihoz, amelyben szintén több technológiai alternatíva szerepel.

Ebben a cikkben nem ismételjük meg azokat a megállapításokat, amelyeket a hosszútávú népgazdasági tervezésben alkalmazható modelekkel kapcsolatban különös tekintettel a felhasználás jellegére a [2] alatti cikkünkben kifejtettünk. Az ott mondottakat továbbra is teljes egészükben fenntartjuk és itt csak utalni szeretnénk ismét rá, hogy természetesen ez a modell is a gazdaságpolitikai kísérletezés eszköze és nem célozza a népgazdaság valamiféle egyértelműen „optimális" hosszútávú programjának kiszámítását, mert ilyen program létezésében a szerző maga nem hisz.

A modell formális ismertetése

A modellben N periódusra vizsgáljuk a népgazdaság homogénnek tekintett n ágazata megvalósítható, konzisztens fejlesztési lehetőségeit: ágazati koncepciók alapján.

Minden ágazat $K_j^{(1)}, K_j^{(2)}, \ldots K_j^{(k_j)}$ fejlesztési variánst dolgoz ki.

$$j \in J = \{1, 2, \ldots, n\}$$

Az ágazatok egy részében ($j \in J_1$) a különböző koncepciók tetszőlegesen keverhetők. A többi ágazatban ($j \in J_2$) az alternatív koncepciók egymást kizárják. Feltesszük, hogy

$$J_1 \neq \Phi;\ J_2 \neq \Phi;\ J_1 \cup J_2 = J \text{ és } J_1 \cap J_2 = \Phi$$

Ezek a feltevések célszerű ágazati agregációval mindig biztosíthatók.

Adott ágazat $K_j^{(l)}$ koncepcióját a modellben a $\xi_j^{(l)}$ változó reprezentálja. Ezekre

$$(1) \qquad 0 \leq \xi_j^{(l)} \leq 1;\ j \in J \text{ és } l = 1, 2, \ldots, k_j,$$

valamint

$$(2) \qquad \xi_j^{(l)} \in \{0, 1\};\ \forall j \in J_2\text{-re}$$

A j-ik ágazat összes variánsát a ξ_j: k_j elemű vektor fejezi ki. Az alkalmazott szimbólumok számának csökkentése érdekében jelölje $K_j^{(l)}$ egyúttal azt az új nettó kapacitást, amely legkésőbb az N-ik periódusban elkészül, ha a $K_j^{(l)}$ fejlesztési variáns teljes egészében megvalósításra kerül, vagyis, ha: $\xi_j^{(l)} = 1$. Az ágazat megadja egy $\varkappa_j^{(l)}$: N elemű vaktorral, hogy teljes kivitelezés esetén a t-ik ($t = 1, 2, \ldots, N$) periódusban milyen méretű fejlesztést szándékozik megvalósítani. A $\varkappa_j^{(l)}$ vektor tehát abszolút nagyságokat tartalmaz. A vektornak lehetnek zérus elemei is, de mindenképpen teljesülnie kell az

$$(3)\qquad \mathbf{1}^*\varkappa_j^{(l)} = K_j^{(l)}$$

azonosságnak (ahol $\mathbf{1}^*$ a megfelelő méretű összegező vektor); valamint a $\varkappa_j^{(l)} \geq \mathbf{0}$ egyenlőtlenségnek, mert ágazati szinten való visszafejlesztés nem látszik indokoltnak és így nem érdemes a nem negativitástól eltekinteni.

A $\varkappa_j^{(l)}$ vektor minden eleméhez egy n elemű egyszeri ráfordítási mennyiségeket kifejező vektor tartozik: $\mathbf{b}_j^{(l)}(t)$.

Ez a vektor nem fajlagos ráfordításokat tartalmaz, hanem a szóban levő $K_j^{(l)}$ koncepció teljes kivitelezése esetén a t-ik periódusban lekötésre kerülő eszközök volumenét. A j-ik szektor valamennyi fejlesztési variánsára kialakított vektorok minden periódusban egy $(n\times k_j)$ méretű matrixot alkotnak:

$$(4)\qquad \mathbf{B}_j^{(t)} = [\mathbf{b}_j^{(1)}(t);\ \mathbf{b}_j^{(2)}(t);\ \ldots\ \mathbf{b}_j^{(kj)}(t)]$$

Míg a népgazdaság egészére periódusonként az alábbi beruházási matrix áll össze:

$$(5)\qquad \mathbf{B}^{(t)} = [\mathbf{B}_1^{(t)};\ \mathbf{B}_2^{(t)};\ \ldots\ \mathbf{B}_n^{(t)}]$$

A beruházási ráfordításokat a „keverhető" alternatívák osztályában a tényleges kivitelezési szintekkel arányosaknak tekintjük, a nem „keverhető" alternatívák esetében ez a kérdés nem merül fel.

A fejlesztési akciók eredményeként létrehozott kapacitásokon, akár csak a tervidőszak kezdetén meglevő induló kapacitásokon ágazati tevékenység folyik. A t-ik periódusban a j-ik ágazat $\mathbf{x}_j^{(t)}$ méretű tevékenységet fejt ki, ahol $\mathbf{x}_j^{(t)} : k_j$ komponensű vektor. E tevékenységek alapján a szektor teljes bruttó tevékenysége a t időszakban

$$(6)\qquad \mathbf{1}^*\mathbf{x}_j^{(t)}$$

ahol $\mathbf{1}^*$ megfelelő rendű összegező vektort jelöl. Az $\mathbf{x}_j^{(t)}$ vektor különböző komponensei a $K_j^{(1)}; K_j^{(2)}; \ldots K_j^{(kj)}$ variánsoknak megfelelő kapacitásokon megvalósuló, különböző technológiai szerkezetű, de azonos outputú tevékenységeknek felelnek meg. Mindezekhez az azonos outputú tevékenységekhez periódusonként különböző ráfordítási együtthatók tartoznak, amelyek szintén az ágazati tervezés során kerülnek meghatározásra. Jelöljük az ezek alkotta $(n\times k_j)$ méretű matrisokat

$$(7)\qquad \mathbf{A}_j^{(t)} = [\mathbf{a}_j^{(1)}(t);\ \mathbf{a}_j^{(2)}(t);\ \ldots\ \mathbf{a}_j^{(kj)}(t)]$$

-val. A t-ik periódusra vonatkozó szektormatrixokat egyesítve nyerjük a népgazdaság folyó tevékenységi szerkezetét tükröző technológiai matrixot:

$$(8)\qquad \mathbf{A}^{(t)} = [\mathbf{A}_1^{(t)};\ \mathbf{A}_2^{(t)};\ \ldots\ \mathbf{A}_n^{(t)}]$$

A változók kényelmesebb jelölése érdekében vezessük be a következő összefoglaló változókat:

$$(9)\qquad \mathbf{X}^{(t)} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^{(t)} \\ \mathbf{x}_2^{(t)} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^{(t)} \end{bmatrix};\quad \Xi = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_n \end{bmatrix}$$

Látható, hogy a fenti vektorok rendre $\sum_{j=1}^{n} k_j$ komponenst tartalmaznak.

Használni fogjuk a következő operátort:

$$(10)\qquad \hat{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_1^* & \mathbf{0}^* & \mathbf{0}^* & \dots & \mathbf{0}^* \\ \mathbf{0}^* & \mathbf{1}_2^* & \mathbf{0}^* & \dots & \mathbf{0}^* \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0}^* & \mathbf{0}^* & \mathbf{0}^* & \dots & \mathbf{1}_n^* \end{bmatrix} : \left(n \times \sum_{j=1}^{n} k_j\right)$$

méretű matrix, amelyben az $\mathbf{1}_j^*$ szimbólum k_j elemű összegező vektort jelöl.

Tekintsük az összes $\varkappa_j^{(l)}$; $(j = 1, 2, \dots, n)$; $(l = 1, 2, \dots k_j)$ vektort. Válasszuk ki valamennyi t-ik komponensét $(t = 1, 2, \dots N)$ és foglaljuk össze ezeket az elemeket egy $\mathbf{K}_j^{(t)}$ vektorban. Ez a vektor $\sum_{j=1}^{n} k_j$ komponenst tartalmaz és komponenseit az Ξ vektor megfelelő komponenseivel szorozva megkapjuk $(t+1)$-ik periódusban belépő különböző új kapacitások nagyságait. A megfelelő műveletek elvégzéséhez szükségünk van a $\mathbf{K}_j^{(t)}$ vektorokból képezhető diagonális matrixokra: $\langle \mathbf{K}_j^{(t)} \rangle$.

Alkalmazzuk még a következő változókat — ugyanúgy, mint a [2] alatt ismertetett modellben:

$\mathbf{y}^{(t)}$: a lakosság fogyasztása a t-ik periódusban; $\mathbf{z}^{(t)}$: közületi fogyasztás a t-ik periódusban; $\mathbf{s}^{(t)}$: évvégi záró készletek a t-ik periódusban; $\mathbf{e}_s^{(t)}$; $\mathbf{e}_k^{(t)}$; $\mathbf{i}_s^{(t)}$; $\mathbf{i}_k^{(t)}$: külkereskedelmi tevékenységek a t-ik periódusban.

Az eddigiekben bevezetett jelölések segítségével most már megfogalmazhatjuk a társadalmi újratermelés legfontosabb belső összefüggéseit kifejező mérlegrendszert minden periódusra:

$$(11)\qquad \mathbf{s}^{(t-1)} + \hat{\mathbf{E}}\,\mathbf{X}^{(t)} = \mathbf{A}^{(t)}\mathbf{X}^{(t)} + \mathbf{B}^{(t)}\Xi + \mathbf{i}_s^{(t)} + \mathbf{i}_k^{(t)} - \mathbf{e}_s^{(t)} - \mathbf{e}_k^{(t)} + \mathbf{y}^{(t)} + \mathbf{z}^{(t)} + \mathbf{s}^{(t)}$$
$$(t = 1, 2, \dots, N)$$

A társadalmi termékmérlegeknek ez a legegyszerűbb formájuk. Szükségünk lesz azonban egy olyan alakjukra is, amelyben a koncepciók időben lefutását meghatározó paraméterek explicit formában is szerepelnek. Ezt a következő módon érhetjük el:

$$(12)\qquad \mathbf{B}^{(t)} = \mathbf{B}^{(t)} \langle \mathbf{K}^{(t)} \rangle^{-1} \langle \mathbf{K}^{(t)} \rangle = \overline{\mathbf{B}}^{(t)} \langle \mathbf{K}^{(t)} \rangle$$

ahol

$$(13)\qquad \overline{\mathbf{B}}^{(t)} = \mathbf{B}^{(t)} \langle \mathbf{K}^{(t)} \rangle^{-1}$$

Tartalmilag ez annyit jelent, hogy a beruházási matrixból is fajlagos együttható matrixot készítünk. Ezáltal a termékmérlegben

$$(14)\qquad \overline{\mathbf{B}}^{(t)} \langle \mathbf{K}^{(t)} \rangle\, \Xi$$

jelenik meg

$$(15)\qquad \mathbf{B}^{(t)}\,\Xi$$

helyett.

A termékmérlegnek ezt a módosított alakját használjuk majd akkor, ha a keverhető tevékenységű szektorokban a $\varkappa_j^{(t)}$ elemeit változókként fogjuk kezelni.

Tételezzük fel, hogy az egymással keverhető kapacitások összegezhetők és együttesen képezik az ágazati tevékenységek korlátait. Ez a feltevés nem teljesen kifogástalan, hiszen minden koncepciós variáns alapján tulajdonképpen más és más technológiával folyó termelés valósul meg. Azonban minden kapacitás különvaló kezelése esetén periódusonként $\sum_{j=1}^{n} k_j$ darab kapacitásmérleggel kellene számolni, amit a fenti feltevéssel periódusonként n egyenletre szorítunk le. A t-ik periódus kapacitásmérlege a következő:

$$\hat{\mathbf{E}}\,\mathbf{X}^{(t)} + \mathbf{v}^{(t)} = \mathbf{k}_0 + \hat{\mathbf{E}}\left(\sum_{i=1}^{t-1} \langle \mathbf{K}^i \rangle\right) \Xi \tag{16}$$

ahol $\mathbf{v}^{(t)}$: n elemű vektor a ki nem használt ágazati kapacitások összegét jelöli.

A szektorvariánsokra a következő feltételek állanak fenn:

$$\mathbf{1}^* \xi_j \leq 1 \quad \forall j \in J \tag{17}$$

A modell feltételrendszerének legfontosabb elemei ezzel össze vannak állítva. A korábbi modellünkhöz hasonlóan itt is szükség van még bizonyos további feltételekre, amelyek a szűkebb értelemben vett újratermelési szférát a külvilág modellen kívül becsült adottságaival köti össze. Ilyen korlátok a periódusonként megadott fizetési mérlegek és az ún. külső feltételekre vonatkozó és szintén periódusonként definiált feltételek. Ezekről azonban itt nem érdemes tovább beszélni, mert működésük teljesen azonos a [2] alatt ismertetett modellbeli működésükkel. Ezekben a feltételekben ugyanis fejlesztéssel kapcsolatos változók nem szerepelnek és ezért jelenlétük semmiféle külön problémát sem jelent, a méretek növekedésén kívül.

A modell működése

A modell lényege a feltételrendszer. Minden e rendszernek eleget tevő megoldás egy-egy népgazdaságilag konzisztens realizációja bizonyos ágazati koncepciók összességének.

Az ilyen értelemben konzisztens tervvariánsok generálása különböző célfüggvények alapján történő optimalizálással megy végbe, miközben a korlát paramétereket is változtatjuk. Technikailag pontosan úgy járunk el, mint a [2] alatti modell esetében.

Jelen esetünkben azonban nem egyszerűen egy lineáris programozási feladatot kell ismételten megoldanunk, hanem egy folytonos és kétértékű $\{0, 1\}$ változókat tartalmazó modellt. A modellben periódusonként szerepel

$\sum_{j \in J} k_j$ termelési változó

$2n$ fogyasztási változó

$4n$ külkereskedelmi változó

n készletváltozó
n kapacitáskihasználási változó

Ezen felül $\sum_{j\in J} k_j$ számú 0 és 1 között korlátozott változónk van még, amelyek közül $\sum_{j\in J_1} k_j$ folytonos és $\sum_{j\in J_2} k_j$ diszkrét értékű. A változók teljes száma tehát (pót- és mesterséges változók nélkül)

$$N\left(8n+\sum_{j=1}^{n} k_j\right)+\sum_{j=1}^{n} k_j$$

A modellben minden időszakra

$$2n+m+2$$

feltétel szerepel (ha m jelöli a „külső'' korlátok számát). Ezeken kívül n feltételt jelentenek a (17) alatti korlátok és $\sum_{j\in J_1} k_j$ (1) típusú felső korlát szerepel még. A feltételek száma összesen

$$N(2n+m+2)+n+\sum_{j\in J_1} k_j$$

A hosszútávú tervezés jelenleg kialakult agregációs szerkezete szerint $n \approx 40$. Ha 10 olyan szektort tételezünk fel, amelyekben nem keverhetők a koncepciók és szektoronként átlag 4 tervkoncepcióval számolunk, akkor 40 kétértékű változónk lesz. A modell teljes méretét alapjában N dönti el. Ha minden évet reprezentálni akarnánk, akkor a modell a jelenlegi számítástechnikai lehetőségeinket biztosan meghaladja. $N = 4$ mellett a méretek kezelhetőnek tűnnek, ha rendelkezünk olyan gépi kóddal, amely a 40 : $\{0, 1\}$ típusú változót — amelyek 10 változó csoportban úgy vannak korlátozva, hogy minden csoportban a változók összege legfeljebb 1 —, megfelelően figyelembe tudja venni. Ilyen típusú feladat megoldására alkalmas gépi kódok kidolgozás alatt állnak.

Nehezebb számítástechnikai problémát jelent a modell második fázisban való működtetése. Amikor is azt vizsgálnánk, hogy a különböző ágazati tervjavaslatok időbeni ütemezésének módosítása milyen további tartalékokat rejt magában. Ezt a vizsgálatot az teszi lehetővé, hogy az ütemezést adó $\varkappa_j^{(l)}$ paraméterek kizárólag a $\xi_j^{(l)}$ változó együttható oszlopvektorában ($P_j^{(l)}$) jelennek meg. Más szóval, $\xi_j^{(l)}$ együtthatói a $\varkappa_j^{(l)}$ vektor N számú komponensének lineáris függvényei. Minden $\varkappa_j^{(l)}$ vektorhoz meg lehet adni olyan korlátokat, amelyek a gazdaságilag és műszakilag megvalósítandó követelményeket fejezik ki a szóban levő variáns időbeni kivitelezésével összefüggésben. Ezek a feltételek $P_j^{(l)}$ számára egy konvex poliedrikus halmazt határoznak meg és (3)-nak mindenképpen teljesülnie kell — ezért $P_j^{(l)}$ egy konvex poliéderből szabadon választható. Ezzel azonban egy [5] alatt ismertetett ún. „általánosított lineáris programozási'' feladatra jutunk. Ha azt mondjuk, hogy $|J_1| \approx 30$, akkor a $\{0, 1\}$ változók értékének rögzítése után kb. 30 szubprogramot kell a feladathoz csatolni. Bár ezek kisméretű feladatok — az egész rendszer gépi megoldási algoritmusának a kidolgozása további feladatot jelent. Megjegyezzük ugyanakkor, hogy a népgazdasági programozási célokra felhasználásra kerülő lineáris programozási gép kódokat a jelen modell igényeitől függetlenül is érdemes alkalmassá tenni arra, hogy képes legyen változónak tekintett együtthatókkal is dolgozni. Mint ezt [5]-ben megmutattuk — ezáltal számos — a jelenlegi modelljeinkben elnagyoltan megoldott — probléma válik jobban megközelíthetővé.

(Beérkezett: 1970. június 1.)

IRODALOM

1. AUGUSTINOVICS, M.: Egy hosszútávú modellsorozat. Szigma, 1970. I. 3–22. o.
2. BOD, P.: A népgazdaság hosszútávú (15–20 éves) tervezésének egy lehetséges matematikai modelljéről. Szigma, 1969. 59–66. o.
3. UJLAKI, Zs.: Hosszútávú összevont (B_2) programozási modell. Szigma, 1969. 299–312. o.
4. DANTZIG, G. B.: On the Significance of Solving Linear Programming Problems with Some Integer Variables. Econometrica, 1960. pp. 30–44.
5. BOD, P.: A Wolfe-féle ún. „általánosított lineáris programozásról". Szigma, 1969. 127–136. o.

A FURTHER MATHEMATICAL MODEL FOR THE COMPREHENSIVE WORK OF LONG-RANGE PLANNING

In the past few years several mathematical models have been worked out in Hungary for use in the comprehensive work of long-range (15 to 20 years) economy-wide planning [1], [2], [3].

In this article the author presents an improved version of his model described under [2]. Also this model is to serve as a means for the working out and for the comparative analysis of the different consistent long-range plan variants of national economy.

The model represents the activity of n (not exclusively producing) sectors of the national economy during N plan periods of equal lengths. The most important inner and outer conditions of enlarged reproduction are expressed in every period by n activity balances, n capacity balances, a certain number of bounds affecting outer resources, and by two balances of payment. The conditions work with coefficients assumed as constant over time.

The model starts on the assumption that in the course of sectoral planning each sector works out different perspective development variants for its own activity. The model divides the sectors in two large groups: those sectors whose development variants may be combined with each other and those whose development variants compete for being accepted excluding the others. Accordingly, in all sectors the variants are represented by a so-called development variable, each. The latter are such non-negative variables whose value ranges between 0 and 1. For each sector the sum of the development variables cannot surpass the value 1. The non-combinative development variables must take integer values, i.e. 0 or 1.

Development variables concern the whole of the sectoral development propositions. Every development variable is accompanied by a schedule vector given by the sector, which will show the proportion of the planned development to be realised in each plan period. The activities outside the development (production, consumption, foreign trade, storing, capacity idling, etc.) are described in the model by continuous variables defined for each period.

In this way the model can be treated as a linear programming problem containing both continuous and 0–1 integer variables. In the basic calculations parameters are considered given. In the course of further calculations the components of vectors expressing the schedules of sectoral development variables will be considered unknown, instead of given and these can be freely changed subject to linear constraints. In this form the model is a sort of Wolfe's „generalized linear programming" problem and can be solved accordingly.

ДАЛЬНЕЙШАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ К СВОДНЫМ РАБОТАМ ДОЛГОСРОЧНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

В течение последних лет в Венгрии вырабатывали несколько математических моделей для употребления в сводных работах долгосрочного (15—20 лет) народнохозяственного планирования (1), (2), (3).

В настоящей статье автор излагает усовершенствованный вариант своей модели, опубликованной в (2). Целью и этой модели является то, чтобы с её помошью возможно было выработать и сравнительно анализировать различные варианты сходимого долгосрочного народнохозяйственного плана.

Модель представляет собой деятельность n (необязательно только производительного) сектора народного хозяйства в течение N одинакового периода планирования. Наиболее важные внутренние и внещние условия расширенного воспроизводства в каждом периоде выражаются в n балансах деятельности, в n балансах мощности, в нескольких условиях на внешних источниках и в двух балансах платежа. Условия действуют с коэффициентами, которые считаются постоянными для каждого периода.

Модель исходит из пердположения, что идёт отраслевое планирование и каждая отрасль вырабатывает различные варианты долгосрочного развития относительно своей пеятельности. Модель разделяет отрасли в две большие группы: на отрасли, варианты развития которых можно осуществить комбинируя их между собой и на отрасли, варианты развития которых соревнуются за принятие, исключая друг друга. В соответствии с этим в модели каждый варнант каждой отрасли представляет так называемые переменные развития. Переменные развития являются такими не негативными переменными, значение которых может меняться от 0 до 1. Для каждой отрасли сумма переменных развития, соответствующих ими вариантами, не может быть больше 1-ы. Для переменных развития тех вариантов, которые нельзя комбинировать друг с другом, кроме этого ещё ставится условие целочисленности.

Переменные развития относятся ко всей системе отраслевых вариантов развития. Для каждой переменной развития имеется вектор темпа, который задается соответствующей отраслью и который показывает, что в отдельных периодах планирования какая часть планируемого развития осуществилась бы. Деятельности, кроме развития (производство, потребление, внешняя торговля, накопление запасов, недостаточное использование мощности и т. д.), модель описывает непрерывными переменными, которые определяются в каждом периоде.

Таким образом модель может быть употреблена как задача линейного программирования, содержащая непрерывные или целочисленные (со значением 0 или 1) переменные. В предварительных расчётах считаем, что параметры модели известные. В последующих расчётах компоненты векторов — выражающих темпы отраслевых вариантов развития, которые считались непрерывными — вместо заданных величин считаем неизвестными, которые, внутри некоторых ограничений, заданных определёнными линейными условиями, свободно можно изменять. В этой своей форме модель является так называемой ,,обобщённой задачей линейного программирования'', задачей Вольфа и в соответствии с той можно решить её.