Hódi György

Kétszintű tervezés a villamosenergia-termelésben

1. Bevezetés

Mint a gazdaság valamennyi ágában, a villamosenergia-iparban is az az egyik fő törekvés, hogy a fogyasztói igényeket az adott feltételek mellett az elérhető legkisebb önköltséggel kielégítsék. Ennek a célnak elérését nemcsak műszaki intézkedések segítik elő, hanem a korszerű termelésirányítás módszerei is. A Magyar Villamos Művek (MVM) már évekkel ezelőtt ismertette azt a tervezési módszert, amelynek alapján megszabják, hogy egy tervidőszakon belül mennyi villamos energiát termeljen az együttműködő erőműrendszer egy-egy erőműve és ennek az energiának előállításához milyen tüzelőanyagot használjon fel [6].

A modell arra a meggondolásra épült, hogy a jó közelítéssel előre felbecsülhető villamosenergia-igényt a tervidőszakban egy már meglevő erőműrendszer elégíti ki. Ez azt jelenti, hogy az állandó költségekre nincs hatással, melyik erőmű mennyit termel, és az önköltséget a változó költségek csökkentésével lehet javítani. Hazánkban — ahol ez idő szerint az energiaszolgáltatás szinte kizárólag hőerőművekre támaszkodik — a villamos energia változó költségeinek domináns részét a tüzelőanyag-költség alkotja. Az önköltség tehát akkor lesz a legkisebb, ha a tüzelőanyag-költséget leszorítják az elérhető minimumra.

A feladatot tehát a következőképpen fogalmazták meg: Mennyit termeljen egy-egy erőmű és milyen tüzelőanyaggal fűtsék az illető erőműben a kazánokat, hogy a felmerülő igényt a rendszer kielégítse és a ráfordítás a legkisebb legyen? Másként megfogalmazva, hogy kell elosztani az egyes erőművek között egy adott összterhelést és a rendelkezésre álló tüzelőanyagokat úgy, hogy a tüzelőanyag összköltsége minimális legyen.

A feladat megoldásához ismernünk kell azokat a műszaki és gazdasági mutatókat, melyek a tüzelőanyag-költséget befolyásolják. Így tudni kell, egy-egy erőműben milyen tüzelőanyagok tüzelhetők egyáltalán el és milyen hatásfokkal. Tehát az illető erőműben mennyi kell az adott fűtőanyagból ahhoz, hogy egységnyi villamos energiát fejlesszen. Egyszóval mennyi a fajlagos hőfogyasztás. A felhasznált mennyiségen kívül a tüzelőanyag egységára (loco bányatelep) és szállítási költsége szabja meg a tüzelőanyag-költséget, így ezek a mutatók is kellenek a számításhoz. Végezetül tudni kell, hogy a tervidőszakban mekkora lesz az egyes erőművek termelési kapacitása, azaz milyen nagy lesz az üzembiztosan igénybevehető teljesítőképességük. Az említett mutatókon kívül tudni kell azt, hogy mekkora készletek fognak rendelkezésre állni az egyes tüzelőanyagokból és — mint már említettük — az előző időszakok statisztikai adatai alapján jó közelítéssel fel lehet becsülni mekkora lesz az energiaigény.

Ezeknek az adatoknak a birtokában állították fel a feladat feltételrendszerét, mely két részre osztható: egyfelől a rendelkezésre álló tüzelőanyag-készletet kell szétosztani az erőművek között, másfelől azt kell előírni, milyen fokig használják ki egy-egy erőmű kapacitását. A felső korlátot egyfelől a tüzelőanyag-készletek nagysága, másfelől az erőművek kapacitása adja meg. A cél a költség minimalizálása, de másodlagos (műszakilag elsőrendű fontosságú) célként ki kell elégíteni azt a feltételt, hogy az előállított villamos energia összmennyisége megegyezzék a fogyasztói igénnyel.

E gondolatmenet egyértelműen arra a megállapításra vezetett, hogy az erőművek közti tüzelőanyag- és teherelosztás feladatának megoldására legalkalmasabb módszer a lineáris programozás szimplex eljárása (lásd pl. [7]). A feltételrendszer — néhány kisebb módosítástól és kiegészítéstől eltekintve — a szállítási feladat általánosított alakjának felel meg. A feladóállomások — tüzelőanyag fajtánként bontva — az egyes bányák (vagy más tüzelőanyag-források), a rendeltetési helyek az egyes erőművek, a változók pedig az egy-egy erőműben egy-egy tüzelőanyagból felhasznált mennyiséget adják meg. A célfüggvény együtthatóit úgy kapjuk meg, hogy a tüzelőanyag egységárához hozzáadjuk a szállítási költséget.

A feladat sajátos jellegéből adódó módosítások és kiegészítések az alábbiakban foglalhatók össze: A tüzelőanyagkészletek nagyobbak, mint a kérdéses időszakban felhasználásra kerülő összmennyiség, így igaz, hogy az elszállított tüzelőanyag-féleség mennyisége kisebb vagy egyenlő a rendelkezésre álló készletnél.

A rendeltetési helyekre — az erőművekre — vonatkozó feltételrendszer az együttműködő erőművek közti teherelosztás feladatával kapcsolatos követelményeket fejezi ki. Ebből adódik az alábbi két módosítás, mellyel eltér az általánosított szállítási feladat feltételrendszerétől. Egy-egy erőműre vonatkozó feltételnek itt azt kell kifejeznie, hogy az oda szállított tüzelőanyag mennyisége kisebb vagy egyenlő, mint amennyi ahhoz lenne szükséges, hogy az illető erőmű a kérdéses tervidőszakban végig teljes kapacitással termeljen. Ezért egyrészt át kell számítani villamos energiára az illető erőműbe szállított tüzelőanyag mennyiségét (a fajlagos hőfogyasztással osztva annak fűtőértékét) így az együttható mátrixban nem egységek, hanem a fajlagos hőfogyasztások reciprok értékei állnak. Másrészt itt sem egyenlőség szerepel, hiszen nem biztos, hogy az illető erőmű teljes kapacitással lesz üzemben.

A feltételrendszer még egy egyenlőséggel egészül ki. Az ugyan nincs megkötve, hogyan legyen kihasználva egy-egy erőmű kapacitása — a számítás egyik célja éppen ennek a meghatározása — a rendszer össztermelésének azonban egyenlőnek kell lennie az igénnyel.

Az eddigiekben leírt modell elég jól simul a valósághoz, azonban — mint minden modellnek — van néhány hiányossága. Egyik legnagyobb hiánya talán az, hogy nincs tekintettel a villamos energia egyik alapvető sajátosságára, arra ugyanis, hogy nem tárolható, akkor kell megtermelni, amikor az igény fellép. Az eddigiekben hallgatólagosan azt tételeztük fel, hogy a fogyasztói igény a vizsgált időszakon belül nem változik, és erre az esetre a fenti leírt modell érvényes is. A valóságban azonban az igény az idő függvényében pillanatról pillanatra változik, azaz e hallgatólagos kritérium csak elemi hosszúságú időintervallumra igaz. Modellünkben ez úgy jelentkezik, hogy annak az egyenletnek jobb oldalán, amely azt fejezi ki, hogy a termelt energia egyenlő a jelentkező igénnyel, nem konstans áll, hanem az idő függvénye.

Az így átfogalmazott feladat már nem lineáris. A következőkben ennek a megoldását keressük.

2. A kétszintű modell felépítése[1]

A feladat felállítása

A bevezetőben leírt modell továbbfejlesztésének ismertetését kezdjük azzal, hogy az ott elmondottakat matematikai formába öntjük. Ehhez az alábbi jelölésrendszert vezetjük be:

q teljesítmény (indexben is)
e energia (indexben is)
t idő
s fajlagos érték (fűtőérték vagy hőfogyasztás)
f költség
P tüzelőanyag, vagy más primer energiahordozó (index)
V villamos (index)

A skalár mennyiségeket vagy mátrixelemeket kisbetű, a vektorokat félkövér kisbetű (a sorvektorokat még csillag), a mátrixokat nagybetű jelöli. A mátrix- ill. vektorelemek indexei szögletes zárójelben állnak.

Kiindulóadatként ismerni kell a következőket: A kérdéses t tervidőszakban rendelkezésre álló tüzelőanyag-készletet tüzelőanyag-féleségenkénti bontásban. Legyen m_p a tüzelőanyag-féleségek száma, ekkor a tüzelőanyag-készletet a következő vektor jellemzi:

$$\mathbf{e}_P^* = (e_{P[1]}, e_{P[2]}, e_{P[3]} \dots e_{P[i]} \dots e_{P[m_P]}), \tag{1}$$

ahol a tüzelőanyag-készletek nagyságát a bennük rejlő fűtőértékkel fejezzük ki·

Az erőművek üzembiztosan igénybevehető teljesítőképességét (általában MW-ban):

$$\mathbf{q}_V^* = (q_{V[1]}, q_{V[2]}, q_{V[3]} \dots q_{V[j]} \dots q_{V[m_V]}), \tag{2}$$

ahol m_V a rendszerhez tartozó erőművek száma.

A villamosenergia-igény változását az idő függvényében:

$$e_V = e_V(t) = \int_{t_0}^{t_0+t} q(\tau)\,d\tau, \tag{3}$$

ahol $e_V(t)$ a (t_0, t_0+t) időintervallumban fellépő fogyasztói igény, $q(t)$ a pillanatnyi teljesítményigény.

A műszaki-gazdasági mutatók közül kiindulóadatként ismernünk kell a következőket:

A fajlagos hőfogyasztás tüzelőanyagonként és erőművenként:

$$S_V = \begin{bmatrix} s_{V[11]} & s_{V[12]} & \dots & s_{V[1j]} & \dots & s_{V[1m_V]} \\ s_{V[21]} & s_{V[22]} & \dots & s_{V[2j]} & \dots & s_{V[2m_V]} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{V[i1]} & s_{V[i2]} & & s_{V[ij]} & \dots & s_{V[im_V]} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{V[m_p1]} & s_{V[m_p2]} & & s_{V[m_pj]} & \dots & s_{V[m_pm_V]} \end{bmatrix} \tag{4}$$

[1] Őszinte köszönetemet fejezem ki Csáki Endrének, aki a matematikai rész kidolgozásánál mélyreható segítséget nyújtott.

ahol $S_{V[ij]}$ fajlagos hőfogyasztás a j-ik erőműben az i-ik tüzelőanyagból.

Az egyes tüzelőanyagok kalóriánkénti ára:

$$\mathbf{f}_P^* = (f_{P[1]}, f_{P[2]}, f_{P[3]} \dots f_{P[i]} \dots f_{P[m_P]}) . \tag{5}$$

A tüzelőanyagok szállítási költsége az egyes erőművekbe:

$$F_V = \begin{vmatrix} f_{V[11]} & f_{V[12]} & \cdots & f_{V[1j]} & \cdots & f_{V[1m_V]} \\ f_{V[21]} & f_{V[22]} & \cdots & f_{V[2j]} & \cdots & f_{V[2m_V]} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{V[i1]} & f_{V[i2]} & \cdots & f_{V[ij]} & \cdots & f_{V[im_V]} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{V[m_p1]} & f_{V[m_p2]} & \cdots & f_{V[m_pj]} & \cdots & f_{V[m_pm_V]} \end{vmatrix} \tag{6}$$

ahol $f_{V[ij]}$ az i-ik tüzelőanyagnak a j-ik erőműbe történő szállítási költsége.

A tüzelőanyag egységárát loco erőmű megkapjuk, ha a kalória árhoz hozzáadjuk a szállítási költséget. Ezt a következő vektor összeg fejezi ki:

$$\mathbf{f}_{[j]} = \mathbf{f}_P + \mathbf{f}_{V[j]}, \qquad (j = 1, 2, \dots, m_v) \tag{7}$$

ahol az $\mathbf{f}_{[j]}$ vektor j-ik erőműre vonatkozik. (Az $\mathbf{f}_{V[j]}$ vektor az F_V mátrix -edik oszlopa.)

A teljes költség-mátrix az $\mathbf{f}_{[j]}$ oszlopvektorokból álló mátrix:

$$F = (\mathbf{f}_{[1]}, \mathbf{f}_{[2]}, \mathbf{f}_{[3]}, \dots \mathbf{f}_{[j]} \dots \mathbf{f}_{[m_V]}) , \tag{8}$$

Legyen $\mathbf{x}^* = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ a meghatározandó vektor, amelynek $n = m_p \cdot m_v$ koordinátája van, $x_{(i-1)m_v+j}$ $(i = 1, 2, \dots, m_p, \ j = 1, 2, \dots, m_v)$ jelenti az i-edik tüzelőanyagból a j-edik erőműbe szállítandó mennyiséget fűtőértékben.

1. A tüzelőanyag-elosztás feltételrendszere azt fejezi ki, hogy a kérdéses tervidőszakban felhasználható tüzelőanyag-mennyiség nem haladhatja meg a rendelkezésre álló készleteket:

$$A_P \mathbf{x} \leq \mathbf{e}_P , \tag{9}$$

ahol

$$\begin{aligned} a_{P[ij]} &= 1 \quad \text{ha} \quad im_v - m_v + 1 \leq j \leq im_v \\ a_{P[ij]} &= 0 \quad \text{különben} \end{aligned} \tag{10}$$

2. Az együttműködő erőművek közti villamos teherelosztás korlátait az szabja meg, hogy egyetlen erőművet sem lehet maximális kapacitásán túl terhelni, azaz egy erőmű legfeljebb annyi villamos-energiát fejleszthet, amennyi üzembiztosan igénybevehető teljesítőképességének és az időintervallum hosszának szorzata:

$$A_V \mathbf{x} \leq \mathbf{q}_V \cdot t , \tag{11}$$

ahol

$$a_{V[ij]} = \frac{1}{S_{V[hi]}} \quad \text{ha} \quad j = (h-1)\, m_v + i \ \ (h = 1, \dots m_p, i = 1, \dots, m_v) \tag{12}$$

$$a_{V[ij]} = 0 \qquad \text{különben.}$$

3. A fogyasztói igények kielégítésének feltétele az, hogy a termelt energia-

mennyiség egyenlő legyen az igénnyel:

$$\mathbf{a}_E^* \mathbf{x} = e_V\,, \tag{13}$$

ahol

$$\mathbf{a}_E^* = (a_{E[1]}, a_{E[2]} \ldots a_{E[j]} \ldots a_{E[n]})\,,$$

és itt

$$a_{E[(h-1)m_v-i]} = \frac{1}{S_{V[hi]}} \qquad \begin{array}{l} h = 1, 2, \ldots, m_p\,, \\ i = 1, 2, \ldots, m_v\,. \end{array}$$

4. Az energiafejlesztés összköltsége, amely a minimumra csökkentendő, az alábbi:

$$\mathbf{c}^* \mathbf{x} \to \min\,, \tag{14}$$

ahol

$$\mathbf{c}^* = (c_{[1]}, c_{[2]}, \ldots c_{[j]} \ldots c_{[n]})\,, \tag{15}$$

és itt

$$c_{[(h-1)m_v+i]} = f_{[hi]} \qquad \begin{array}{l} h = 1, 2, \ldots, m_p \\ i = 1, 2, \ldots, m_v\,. \end{array}$$

Összefoglalva a teljes feltételrendszert:

$$\begin{gathered} A_P \mathbf{x} \leq \mathbf{e}_P \\ A_V \mathbf{x} \leq \mathbf{q}_V t \\ \mathbf{a}_E^* \mathbf{x} = e_V \\ \mathbf{c}^* \mathbf{x} \to \min\,, \end{gathered} \tag{16}$$

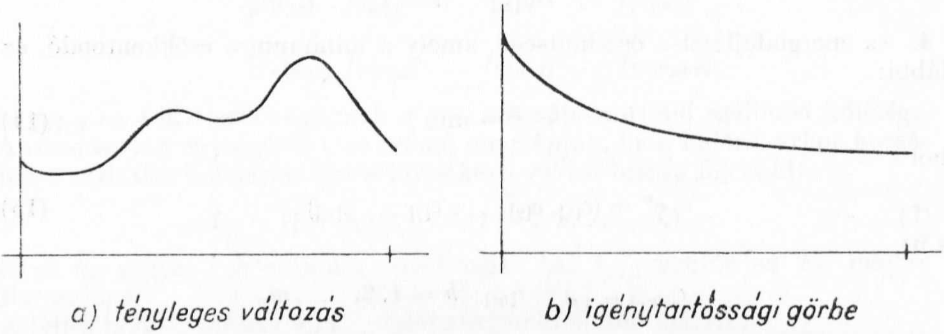
A feladat szétbontása

Amint azt a korábbiakban már hangsúlyoztuk, az előző pontban leírtak csak arra az esetre érvényesek, ha a fogyasztói igény állandó. A valóságban azonban ez az érték nem konstans, hanem valamilyen — általában grafikusan ábrázolva megadott — függvénye az időnek. Jelölje az elemi hosszúságú dt időre jutó de_V energiaigényt — azaz a t időpontban fellépő fogyasztói teljesítményigényt — $q(t)$ akkor a tervezéshez ismerni kell a

$$\frac{\mathrm{d}e_V}{\mathrm{d}t} = q(t) \tag{17}$$

függvényt. Egyszerűség kedvéért az ún. igénytartóssági görbével is dolgozhatunk, amely megadja, hogy a vizsgált időszakon belül mekkora időn át lesz az igény p vagy annál nagyobb. (1. sz. ábra).

A tervezés egyik szintjén — a teherelosztásnál — azt kell meghatározni, mely erőműveket, milyen tüzelőanyaggal fűtve vonjanak be a változó fogyasztói teljesítményigény kielégítésébe, a másik szinten — a tüzelőanyag-elosztásnál — pedig az a feladat, hogy gondoskodjanak róla, a tervezett teherelosztáshoz szükséges tüzelőanyag-mennyiségek ne haladják meg a rendelkezésre álló készleteket. A célkitűzés mindkét szinten: a legkisebb önköltséggel járó megoldás kiválasztása. Azonban, míg a tüzelőanyag elosztásnál a tényleges tüzelőanyagárak felhasználásával folyik a számítás, addig a villamos teherelosztásnál választott megoldást éppen azzal lehet befolyásolni, hogy a költségmátrixból alkotott célfüggvény-együtthatókat megfelelő módon módosítják és így a teherelosztás azokra az erőművekre fog esni, melyek önköltsége e látszólagos árnyé-k árak mellett a legkisebb.



1. ábra. A fogyasztói igény változása az idő függvényében

1. A teherelosztás feltétele az, hogy az adott t pillanatban jelentkező $q(t)$ teljesítményigényt az egyes erőművek maximális kapacitásának korlátján belül úgy kell kielégíteni, hogy az önköltség minimális legyen:

$$A_V \mathbf{x} \leq \mathbf{q}_V \tag{18}$$

$$\mathbf{a}_e^* \mathbf{x} = q(t) .$$

Az optimális megoldásokat — mint ismeretes — azokban az esetekben kapjuk, amikor az erőműveket kapacitásuk teljes korlátjáig igénybevesszük. Ezek a megoldások alkotják az erőművi kapacitások poliéderjének csúcspontjait és az optimális megoldás vektora ennek a poliédernek felületén fog a csúcspontról csúcspontra vándorolni.

A teherelosztás szemszögéből nézve ez azt jelenti, hogy a fogyasztói igényt kielégítő bázison belül mindig van egy olyan erőmű, amelynek termelése a leggazdaságtalanabb és a teljesítményigény csökkenésével ennek a terhelését kell csökkenteni egész addig, amíg egy ponton ki nem kerül a bázisból, azaz üzemen kívül helyezik. Ellenkező irányban, az igény növekedésével ennek a terhelési menetrendet tartó erőműnek a kapacitását kell egyre növekvő mértékben igénybevenni és abban a pontban, amikor már teljes kapacitással jár, egy újabb erőművet kell beindítani, mégpedig azt, melynek önköltsége a legkisebb. (Ebben a modellben a beindítás és leállás költségét nem vesszük figyelembe).

A feltételrendszer jobb oldalán álló q_v kapacitáskorlátok meghatározzák, hogy egy-egy billenésponthoz, ahol báziscsere történik, milyen q teljesítmény tartozik. Jelölje a teherelosztás csúcsponti megoldásait $\mathbf{x}_q$, a kérdéses időszakon belül előforduló legkisebb teljesítményigényt q_{min}, a legnagyobb igényt q_{max}. Az $\mathbf{x}_q$ csúcsponti megoldáshoz tartozó q teljesítmény

$$\mathbf{a}_e^* \mathbf{x}_q = q\,, \tag{19}$$

de csak azoknál a bázismegoldásoknál lesznek billenéspontok, melyek kielégítik a

$$q_{\min} < q_i^* < q_{\max} \tag{20}$$

egyenlőséget.

A (17) összefüggésből kiolvasható, milyen t időpontok tartoznak a (19) által meghatározott lehetséges q értékekhez.

Legyenek ezek az időpontok rendre

$$t_1, t_2 \ldots t_k \ldots t_{nk-1}\,,$$

ahol e pontok száma $n_k - 1$ és ekkor ezek a pontok n_k részintervallumra osztják a kérdéses tervidőszakot. A tervidőszak kezdőpontját t_0-val, végpontját t_{n^k}-val jelölve, ezeknek az intervallumoknak a hossza

$$t_1 - t_0 = \Delta_1, t_2 - t_1 = \Delta_2, \ldots t_k - t_{k-1} = \Delta_k, \ldots t_{nk} - t_{nk-1} = \Delta n_k\,. \tag{21}$$

Azoknak a csúcsponti megoldásoknak a száma, melyek kielégítik a

$$q > q_{\min} \tag{22}$$

feltételt — az optimális megoldást ezek között keressük — legyen N_{cs} és erre

$$N_{cs} \geq n_k\,, \tag{23}$$

azaz az összes szóbajöhető csúcsponti megoldások száma nagyobb vagy egyenlő a billenéspontok számával.

Jelöljük a teljes (azaz mind a teherelosztást, mind a tüzelőanyag-elosztást magában foglaló) feladat egy egy csúcsponti megoldásához tartozó árnyékárak vektorait $\mathbf{c}^*_{v[l]} \ldots$ ahol az l index arra utal, hogy a teljes feladat l-ik $x_{q[l]}$ csúcsponti megoldásához tartozó értékről van szó. A teherelosztás feladata, hogy megkeresse azt a megoldást, melynél az igényeket — a kapott árnyékárakon számítva — a legolcsóbban tudják fedezni:

$$\mathbf{c}^*_{V[l]} \mathbf{x}_q \to \min. \tag{21}$$

2. Az energiafogyasztás alakulását a tüzelőanyagelosztásnál kell figyelemmel kísérni és irányítani. Itt kell felmérni a várható villamosenergia-igényt, összegezni az igény kielégítésére ráfordítani kívánt készletek nagyságát és szükség esetén olyan ármódositást végrehajtani, hogy az egyik — kimenő — tüzelőanyag-készlet helyett egy másik tüzelőanyagot vegyenek igénybe.

A (t_{k-1}, t_k) intervallumban felmerülő $e_{V[k]}$ energiaigény nagysága

$$e_{V[k]} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} q(t)\,\mathrm{d}t\,. \tag{25}$$

A teljes energiaigény a kérdéses időszakban:

$$e_V = e_{V[1]} + e_{V[2]} + \ldots + e_{V[k]} + \ldots e_{V[nk]}\,. \tag{26}$$

Vizsgáljuk meg, milyen tüzelőanyag-féleségekből mekkora mennyiségekre van szükség ahhoz, hogy az $\mathbf{x}_{q[l]}$ megoldásba bevont erőművek kielégítsék az $e_{v[k]}$ energiaigényt. A k-adik intervallum kezdetén jelentkező teljesítmény nagysága $q_{(t_{k-1})}$, az intervallum végén $q_{(t_k)}$ nagyságú. A két teljesítmény közti különbség

$$q_{(t_k)} - q_{(t_{k-1})} = \Delta q_{(t_k)}\,, \tag{27}$$

és a bázisba bevont erőművek közül annak teljesítményét kell változtatni az igénynek megfelelően, amelyeknek legnagyobb az önköltsége. A bázisba bevont többi erőmű az intervallumon belül végig teljes kapacitással fog termelni. Az igényt nyomonkövető erőművet csúcserőműnek, a többit alaperőműnek nevezzük. Legyen az $\mathbf{x}_{q\,\text{csúcs}}$ egy olyan vektor, melynek a csúcserőműre vonatkozó koordinátái megegyeznek az $\mathbf{x}_q$-nak a csúcserőműre vonatkozó koordinátáival, a többi pedig 0.

Az alapterhelést vivő erőművek vektora

$$\mathbf{x}_{q\,\text{alap}[l]} = \mathbf{x}_{q[l]} - \mathbf{x}_{q\,\text{csúcs}[l]}\,. \tag{28}$$

A fejlesztett villamos energia is két részre oszlik:

$$e_{V\,\text{alap}[k]} = \Delta_k \cdot \mathbf{a}_e^* \, \mathbf{x}_{q\,\text{alap}[l]} \tag{29}$$

és

$$e_{V[k]} - e_{V\,\text{alap}[k]} = e_{V\,\text{csúcs}[k]}\,. \tag{30}$$

Mivel az $\mathbf{x}_{q\,\text{csúcs}\,[l]}$ vektor azt reprezentálja, hogy a csúcserőmű (j-edik erőmű) teljes kapacitással működik, valójában azonban nyomon követi az igény változását, módosítsuk az $\mathbf{x}_{q\,\text{csúcs}\,[l]}$ vektort úgy, hogy egyetlen nem 0 eleme az átlagot fejezze ki:

$$\mathbf{x}_{q\,\text{csúcs}[k\,l]} = \left(0, 0 \ldots 0, \frac{e_{V\,\text{csúcs}[k]}}{\Delta_k\, a_{e[j]}}, 0 \ldots 0\right). \tag{31}$$

Összeadva a (28) egyenletben szereplő alapteljesítmény — és a (31) egyenletben szereplő csúcsteljesítmény — vektort, megkapjuk, hogy a k-ik intervallumban mekkora lesz az l-ik megoldás középértéke:

$$\mathbf{x}_{q\,\text{alap}[l]} + \mathbf{x}_{q\,\text{csúcs}[k,l]} = \mathbf{x}_{q[k,l]}\,. \tag{32}$$

Az egyes erőművekben elfogyasztott tüzelőanyagok mennyiségét az

$$\mathbf{x}_{l[k,l]} = \Delta_k \cdot \mathbf{x}_{q[k,l]} \tag{33}$$

vektor szolgáltatja.

A tüzelőanyag-elosztás feltétele, hogy az összes intervallumban együttesen elfűtött mennyiség nem haladhatja meg a készleteket:

$$A_p\,\mathbf{x}_{e[1l]} + \ldots + A_p\,\mathbf{x}_{e[kl]} + \ldots + A_p\,\mathbf{x}_{e[nkl]} \leq e_P\,. \tag{34}$$

A (18) és (28) feltételrendszert egybevonva és felhasználva a (33) összefüggést, most már felírható a két szintre bontott és intervallumokra oszló teljes táblázat:

$$
\begin{array}{llll}
A_P \mathbf{x}_{e[1]} + A_P \mathbf{x}_{e[2]} + \ldots + A_P \mathbf{x}_{e[k]} + \ldots + A_P \mathbf{x}_{e[nk]} & \leq \mathbf{e}_P \\
A_V \mathbf{x}_{e[1]} & \leq \mathbf{q}_V \cdot \Delta_1 \\
\mathbf{a}_e^* \mathbf{x}_{e[1]} & = e_{V[1]} \\
\qquad A_V \mathbf{x}_{e[2]} & \leq \mathbf{q}_V \cdot \Delta_2 \\
\qquad a_e^* \mathbf{x}_{e[2]} & = e_{V[2]} \\
\qquad \quad \ldots & \\
\qquad \quad \ldots & \\
\qquad \qquad A_V \mathbf{x}_{e[k]} & \leq \mathbf{q}_V \cdot \Delta_k \\
\qquad \qquad \mathbf{a}_e^* \mathbf{x}_{e[k]} & = e_{V[k]} \\
\qquad \qquad \qquad \ldots & \\
\qquad \qquad \qquad \quad A_V \mathbf{x}_{e[nk]} & \leq \mathbf{q}_V \Delta_{nk} \\
\qquad \qquad \qquad \quad \mathbf{a}_e^* \mathbf{x}_{e[nk]} & = e_{V[nk]} \\
\mathbf{c}^* \mathbf{x}_{e[1]} + \mathbf{c}^* \mathbf{x}_{e[2]} + \ldots + \mathbf{c}^* \mathbf{x}_{e[k]} + \ldots + \mathbf{c}^* \mathbf{x}_{e[nk]} & \to \min.
\end{array}
\tag{35}
$$

A feladat megoldása

A (35) táblázatból kitűnik, hogy a részekre bontható — dekomponálható — feladatoknak egy speciális esetével állunk szemben. [1] Ez a felismerés rámutat arra, hogy mi a megoldás célszerű útja.

A megoldás menetének lényege — mint tudjuk — az, hogy a két szintet (esetünkben a teherelosztást és tüzelőanyag-elosztást) egybekapcsoljuk egy redukált feladatban. E redukált feladat azt fejezi ki, hogy az optimális megoldás a teherelosztás lehetséges csúcsponti megoldásainak azon súlyozott kombinációjából fog kikerülni, amely megoldások a tüzelőanyag-elosztás feladatába behelyettesítve és súlyozva kielégítik ezt a feltételrendszert is és a célfüggvény-együtthatóként szereplő tüzelőanyagárakkal szorzott majd súlyarányuk szerint összegezett költségük a minimum [3].

1. A redukált feladat felírásakor az imént elmondottakat kell megfogalmazni. Utaljon a redukált feladatra az R index, legyen az említett súlyozóvektor $\mathbf{x}_R$ és $\mathbf{1}$ olyan oszlop-vektor, amelynek mindegyik eleme az egység, akkor

$$
\begin{aligned}
A_{PR} \mathbf{x}_R &\leq \mathbf{e}_P \\
A_{VR} \mathbf{x}_R &= \mathbf{1} \\
\mathbf{c}_R^* \mathbf{x}_R &\to \min ,
\end{aligned}
\tag{36}
$$

ahol az A_{PR} mátrix oszlopvektorai $\mathbf{a}_{PR[k\,l]}$, a k-ik intervallumhoz tartozó l-ik megoldás redukált alakja azaz

$$
\mathbf{a}_{PR[kl]} = A_P \mathbf{x}_{e[kl]} \,. \tag{37}
$$

A redukált feladat másik együttható-mátrixa, az A_{VR} azt fejezi ki, hogy a redukált feladat megoldását a redukált $\mathbf{a}_{PR[k\,l]}$ vektorok intervallumonként alkotott konvex lineáris kombinációja kell adja, azaz az egységnél kisebb súlyok összege intervallumonként 1 kell legyen. Ezt az fejezi ki, hogy ha

$$A_{VR} = \begin{vmatrix} a_{VR[1,1]} & \dots & a_{VR[1n_{VR}]} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{VR[n_k 1]} & \dots & a_{VR[n_k n_{VR}]} \end{vmatrix} \tag{38}$$

ahol

$$\begin{aligned} n_{VR} &= n_k \cdot N_{cs}, \\ a_{VR[i,j]} &= 1, \quad \text{ha} \quad j = h\, n_k + i \\ &= 0 \quad \text{különben}. \end{aligned} \tag{39}$$

Végül a redukált feladat célfüggvényegyütthatója

$$\mathbf{c}_R^* = (c_{R[1]}, c_{R[2]}, \dots c_{R[j]}, \dots c_{R[n_m]}), \tag{40}$$

és az elemek képzésének szabálya:

$$\begin{aligned} c_{[(k-1)n_k+l]} &= \mathbf{c}^* \mathbf{x}_{c[k,l]} \\ k &= 1, 2, \dots, n_k, \\ l &= 1, 2, \dots, N_{cs}. \end{aligned} \tag{41}$$

A konkrét esetben, amikor az együttműködő erőműveknek és a tüzelőanyagoknak a száma több tucatnyi, a teljes redukált feladat mátrixát igen sok oszlop alkotja. Ezeket azonban nem kell mind meghatározni, hanem a dekompozíciós eljárás algoritmusának megfelelően a redukált feladat egy lehetséges megoldásából kiindulva csupán azoknak az oszlop-vektoroknak értékét határozzuk meg, melyek bevonásával az indulómegoldás még javítható. A (35) táblázat speciális felépítése lehetővé teszi a feladat megoldásának lerövidítését azzal is, hogy ha a teherelosztásnak egy $\mathbf{x}_{q[k\ l]}$ csúcsponti megoldása több intervallumon keresztül érvényes, akkor ezek az intervallumok összevonhatók.

2. A megoldás első lépése az, hogy olyan $\mathbf{x}_{q[k\ l]}$ vektorokat keresünk, melyek kielégítik a (36) feltételrendszer első sorát is. A feladat megoldhatóságának egyik kritériuma, hogy létezzenek ilyen vektorok. A másik kritérium az, hogy az erőművi teljesítmények összkapacitása nagyobb vagy egyenlő legyen az igénnyel. A keresett vektorok gyors megtalálása nehézségekbe ütközhet, ezért olyan utat választunk, amely azonnal biztosan célravezet.

Feltételezzük, hogy van egy olyan energiaforrás, amely tetszőleges mennyiségben áll rendelkezésre, és a teljesítményigényt mindig ki tudja elégíteni, ára azonban sok nagyságrenddel nagyobb, mint a többi primer energiahordozóé. A gyakorlati esetben ilyen forrás az importált villamosenergia.

Legyen ez az $l = 0$ indexű megoldás, melyre a c_R együtthatók jóval nagyobbak, mint a többi megoldásé.

Ez az $l = 0$ megoldás az összes intervallumra érvényes, azaz $l \leq k \leq n_k$ esetre igaz. Említettük, hogy ha egy megoldás több intervallumon keresztül érvényes, akkor ezek az intervallumok összevonhatók.

A redukált feladat induló alakjában egyetlen oszlopvektort fog tartalmazni, és ez a vektor teljes súllyal (azaz 1-gyel) súlyozva bekerül a redukált feladat bázisába. A redukált feladat bázisához tartozó ár-vektor — melyet jelöljünk $\mathbf{d}_R^*$-gal —, fogja megmutatni, mi az a megfelelő ármódosítás, melyet a teherelosztás célfüggvény-együtthatóinál végre kell hajtani és ez a $\mathbf{d}_R^*$ ár-vektor mutatja meg azt is, hogy az új árnyékárak mellett kapott $\mathbf{x}_{q[k\ l]}$ teherelosztási megoldás bevonása a megoldásba javíthatja-e az önköltséget. Osszuk ennek a kétféle feladatnak megfelelően két részre az ár-vektort. Ha

$$\mathbf{d}_R^* = (d_{R[1]}, d_{R[2]}, \ldots d_{R[m_p]}, d_{R[m_p+1]}, d_{R[m_p+2]}, \ldots d_{R[m_p+n_k]}), \tag{42}$$

akkor legyen

$$\mathbf{d}_{PR}^* = (d_{R[1]}, d_{R[2]}, \ldots d_{R[j_p]}, \ldots, d_{R[m_p]}) \tag{43}$$

és

$$\mathbf{d}_{VR}^* = (d_{R[m_p+1]}, d_{R[m_p+2]}, \ldots d_{R[m_p+j_s]}, \ldots d_{R[m_p+n_k]}). \tag{44}$$

A dekomponált feladatok megoldásmenetének algoritmusa szerint a szektorfeladat célfüggvény-együtthatója az l-ik lépésnél:

$$\mathbf{c}_{V[l]}^* = \mathbf{c}^* - \mathbf{d}_{PR[l]}^* A_p, \tag{45}$$

és mivel esetünkben a kezdőlépésnél, amikor $l = 0$, akkor $\mathbf{d}_{PR[0]}^* = 0$, így

$$\mathbf{c}_{V[0]}^* = \mathbf{c}^*. \tag{46}$$

A következő lépés a teherelosztás (18) alatti feltételrendszerét úgy megoldani, hogy a (24)-ben a célfüggvény helyébe a (45) összefüggés szerinti célfüggvény-együttható kerül.

3. A megoldás ismétlődő lépései követik ezután egymást mindaddig, amíg a kapott eredmény tovább már nem javítható. A soronkövetkező lépés a teherelosztás adott tüzelőárak mellett, azaz az említett (18) és (24) feltételrendszer megoldása szektorról szektorra haladva.

Az első szektorra felírva:

$$\begin{aligned} A_V \mathbf{x} &\leq \mathbf{q}_V \\ \mathbf{a}_e^* \mathbf{x} &= q \\ \mathbf{c}_{V[l]}^* \mathbf{x} &\to \min \end{aligned} \tag{47}$$

megoldása $\mathbf{x}_{q[1,l]}$ érvényes a jobb oldal változási tartományán belül a $q_{[k_2]}$ teljesítményhez tartozó t_{k_2} billenéspontig, és így tovább, a $t_{k_{j-1}}$ billenésponthoz tartozó megoldás $\mathbf{x}_q[k_j, l]$, végül az utolsó t_{n_k-1} billenésponthoz tartozó megoldás $\mathbf{x}_q[n_k, l]$.

Most az következik, hogy megvizsgáljuk, javítható-e a redukált feladat a teherelosztás valamelyik $\mathbf{x}_{q[k_s,l]}$ csúcsponti megoldásnak a bevonásával. A javíthatóság kritériuma, hogy

$$z_{V[k_s,l]} \leq d_{VR[k_s]}, \tag{48}$$

ahol

$$z_{V[k_s,l]} = \mathbf{c}_{V[k_s,l]}^* \cdot \mathbf{x}_{q[k_s,l]} \tag{49}$$

a k_s-ik szektorfeladat optimális megoldása az l-ik lépésnél.

Abban az esetben, ha a (48) reláció teljesül, akkor a megoldást (37), (38) és (41) összefüggést felhasználva bevonjuk a redukált feladatba. Ha egyik megoldás sem elégíti ki a (48) feltételt, akkor a feladat tovább már nem javítható.

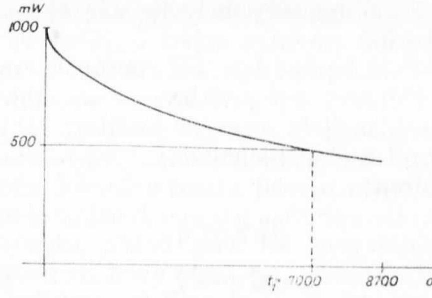
Abban az esetben, ha bevontunk újabb szektormegoldást a redukált feladat mátrixába, akkor meg kell vizsgálni, hogy a bővített redukált feladat optimalizálásával jobb eredményt kapunk-e, mint az előző lépésnél. Ha igen, akkor újra kezdjük az e pontban elmondott lépéseket, ha nem, akkor a feladat megoldása tovább nem javítható.

Abban az esetben, ha a feladat megoldása tovább nem javítható, úgy a számítás lényegileg befejeződött és már csupán a kapott eredmények összegezésére van szükség. Ezt az összegezést — mint ismeretes — úgy végezzük, hogy a súlyozó vektorokkal megszorzott szektor-feladatmegoldásokat összeadjuk.

3. Példa a feladat megoldására

Kiinduló adatok

$m_p = 3$
$\mathbf{e}_p^* = (6000,\ 8000,\ 3000)\ [10^{12}\ \text{kcal}]$
$m_v = 2$
$\mathbf{q}_v^* = (500,\ 500)\ [MW]$
$\mathbf{q}(t)$: lásd a 2. sz. ábra



2. ábra

$$S_v = \begin{pmatrix} 2000 & 2500 \\ 2000 & 3200 \\ 4000 & 5000 \end{pmatrix} \quad [\text{kcal/kWh}]$$

$$f_p^* = (50, 60, 70) \quad [\text{Ft}/10^6\ \text{kcal}]$$

$$F_v = \begin{pmatrix} 50 & 60 \\ 60 & 30 \\ 70 & 14 \end{pmatrix} \quad [\text{Ft/tonna}] = \begin{pmatrix} 20 & 24 \\ 20 & 10 \\ 20 & 4 \end{pmatrix} \quad [\text{Ft}/10^6\ \text{kcal}]$$

$$F = \begin{pmatrix} 70 & 74 \\ 80 & 70 \\ 90 & 74 \end{pmatrix} \quad [\text{Ft}/10^6\ \text{kcal}],$$

$$A_p = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_v = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 5 & 0 & 2{,}5 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 3{,}125 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad [10^5\,\mathrm{kWh}/10^{12}\,\mathrm{kcal}]$$

$$\mathbf{a}_E^* = (5,\ 4,\ 5,\ 3{,}125,\ 2,\ 5,\ 2) \quad [10^5\,\mathrm{kWh}/10^{12}\,\mathrm{kcal}$$

$$\mathbf{c}^* = (70,\ 74,\ 80,\ 70,\ 90,\ 74) \quad [\mathrm{Ft}/10^6\,\mathrm{kcal}]$$

Változók

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_6)$$

x_1: 1) tüz. → 1 erőmű

x_2: 1) tüz. → 2 erőmű

x_3: 2) tüz. → 1 erőmű

x_4: 2) tüz. → 2 erőmű

x_5: 3) tüz. → 1 erőmű

x_6: 3) tüz. → 2 erőmű

(16) felt. rendszer

$$x_1 + x_2 \leq 6000$$

$$x_3 + x_4 \leq 8000$$

$$x_5 + x_6 \leq 3000$$

$$10^5(5x_1 + 5x_3 + 2{,}5x_5) \leq 500 \cdot t \cdot 10^3 \qquad (t = 8700 \text{ óra})$$

$$10^5(4x_2 + 3{,}125x_4 + 2x_6) \leq 500 \cdot t \cdot 10^3$$

$$10^5(5x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 3{,}125x_4 + 2{,}5x_5 + 2x_6) = 5930 \cdot 10^6$$

$$10_6(70x_1 + 74x_2 + 80x_3 + 70x_4 + 90x_5 + 74x_6) \to \min$$

Megoldás

$$x_1 = 2050$$

$$x_2 = 3950$$

$$x_3 = 6650$$

(35) felt. rendszer

$$n_k = 2,\ t_1 = 7000,\ \ t_2 = 8700$$

$$\Delta_1 = 7000,\ \Delta_2 = 1700$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{21} + x_{22} \leq 6000$$
$$x_{13} + x_{23} + x_{14} + x_{24} \leq 8000$$
$$x_{15} + x_{16} + x_{25} + x_{26} \leq 3000$$
$$10^5(5x_{11} + 5x_{13} + 2{,}5x_{15}) \leq 35 \cdot 10^8$$
$$10^5(4x_{12} + 3{,}125x_{14} + 2x_{16}) \leq 35 \cdot 10^8$$
$$10^5(5x_{11} + 4x_{12} + 5x_{13} + 3{,}125x_{14} + 2{,}5x_{15} + 2x_{16}) = 5250 \cdot 10^6$$
$$10^5(5x_{21} + 5x_{23} + 2{,}5x_{25}) \leq 8{,}5 \cdot 10^8$$
$$10^5(4x_{22} + 3{,}125x_{24} + 2x_{26}) \leq 8{,}5 \cdot 10^8$$
$$10^5(5x_{21} + 4x_{22} + 5x_{23} + 3{,}125x_{24} + 2{,}5x_{25} + 2x_{26}) = 680 \cdot 10^6$$
$$10^6\, 70(x_{11} + x_{21}) + 74(x_{12} + x_{22}) + 80(x_{13} + x_{23}) + 70(x_{14} + x_{24}) + 90(x_{15} + x_{25}) + 75(x_{16} + x_{26}) \to \min$$

A két szektor feladat optimális megoldása

$$x_{11} = 7000$$
$$x_{12} = 4375$$
$$x_{21} = 1360$$

ez azonban a központi feladatot nem elégíti ki.

Ezért az induló redukált feladatban felveszünk egy olyan fiktív megoldást, amely semelyik energia, ill. teljesítmény kapacitást sem veszi igénybe. A szövegben leírt módon lépésről lépésre változtatjuk az árakat és ilyen módon a következő optimális megoldáshoz jutunk:

$x_{11} = 1625\ 10^{12}$ kcal

$x_{12} = 4375\ 10^{12}$ kcal

$x_{13} = 5375\ 10^{12}$ kcal

$x_{23} = 1360\ 10^{12}$ kcal

4. Összefoglalás

A villamosenergia-szolgáltatás együttműködő rendszerébe bekapcsolt erőművek közti teherelosztás és tüzelőanyag-elosztás célja az, hogy az erőművek kapacitásuk és a rendelkezésre álló tüzelőanyag-készletek korlátain belül minimális önköltséggel üzemeljenek. A feladat annak meghatározása, hogy a fajlagos hőfogyasztások ismeretében, adott tüzelőanyag-árak és szállítási költségek mellett egy-egy erőmű mennyi villamos energiát fejlesszen és milyen tüzelőanyag-féleségekből mennyit használjon fel erre a célra.

A kitűzött feladatot leíró feltételrendszer az általánosított szállítási feladat módosított és kiegészített alakját ölti, két részre bontható: a tüzelőanyag-elosztás és a teherelosztás feladatára. A tüzelőanyag-elosztás feladata annak meghatározása, hogy a rendelkezésre álló készletek korlátain belül milyen felhasználás arányok mellett legkisebb a tüzelőanyag-költség, a villamos teherelosztás feladata pedig az, hogy előírja, hogy az erőművek — kapacitásuk korlátain belül — milyen részt vegyenek magukra a fogyasztói igény kielégítéséből.

A fogyasztói igény nem állandó, hanem az idő függvényében változik. Az igényváltozás görbéje olyan szakaszokra osztható, melyeken belül az energiaszolgáltatás egy meghatározott erőmű-bázisra épül; a tüzelőanyag-fogyasztás a termelt villamos energiával, az önköltség pedig a kielégített teljesítményigénnyel arányosan változik. Ilyen szakaszokra bontva a feladat linearizálható, és ezt a szektorokra bontott feladatot kell megoldani.

E szektorokra bontott feladat megoldására igen alkalmas a dekompozíciós módszer, ahol a megoldás menete — a feladat speciális adottságait felhasználva — többféle módon is meggyorsítható. Egyrészt a szektorfeladatok együttható mátrixai azonosak és így a jobb oldal változásával a parametrikus programozás módszereivel lehet egyik bázisról átlépni a másikba. A központi feladat mátrixai csak egy skalár szorzóban térnek el egymástól, így — ezeket a skalárokat kiemelve — több szektor is egybefoglalható, ha a kapott megoldás közös. Harmadrészt a redukált feladat ár-vektorának és a központi feladat egy-egy oszlop-vektorának szorzata egy skalár (az ár-vektor egy-egy eleme) így ezt a szorzást nem kell elvégezni, hanem csak a megfelelő elemet kell kivonni a célfüggvény-együttható megfelelő eleméből.

Az ismertetett modell egy már használatban levő módszer továbbfejlesztése, de ez az új modell is továbbfejlesztésre szorul. Hiányosságai közé tartozik, hogy nem veszi tekintetbe, a fajlagos hőfogyasztás (azaz a teherelosztás mátrixelemei) a terhelés függvényében változik, egy-egy berendezés indítása ill. leállítása (azaz az áthaladás egy-egy billenésponton) külön többletköltséggel jár, az erőművek igénybevehető teljesítőképessége változik, stb. A matematikai programozás újabb és újabb módszerei bizonnyal lehetővé teszik olyan — a valósághoz még jobban simuló — modellek kidolgozását, melyekre épülő számítási eljárásokkal és a korszerű számítástechnika eszközeinek felhasználásával a gyakorlatban előforduló feladatok elfogadható időráfordítással megoldhatók.

(Beérkezett: 1970. augusztus 25.)

IRODALOM

[1] Abadie, J. M.—Williams, A. C.: Dual and Parametric Methods in Decomposition. Recent Advances in Mathematical Programming. New York, 1963. McGraw-Hill.

[2] Bathe, J.: Erfahrungen bei der Anwendung des dynamischen Modells zur Ermittlung der optimalen Kraftwerksstruktur im Verbundsystem. Energietechnik, 1968. 18. sz. 448—452. o.

[3] Hadley, G.: Nonlinear and Dynamic Programming. Reading—Palo Alto—London, 1964. Addison-Wesley Publishing Comp. 477 p.

[4] Hódi, Gy.—Elek, J.: Az erőművek közötti teherelosztás és tüzelőanyag-elosztás optimalizálása a lineáris programozás módszerével. ERŐTERV Közlemények, 1969. 9. sz.

[5] Kornai, J.: A gazdasági szerkezet matematikai tervezése. Budapest, 1965. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. 401 p.

[6] Résch, P.—Varsányi, E.: Villamos energia és tüzelőanyag-elosztás optimalizációja a villamosenergia-rendszerben. MVM kiadvány, Budapest.

[7] Szelezsán, J.: Lineáris programozás. Budapest, 1965. Műszaki Kiadó. 187 p.

TWO-LEVEL PLANNING IN THE PRODUCTION OF ELECTRIC ENERGY

For the more reliable planning of electric energy supply a linear programming problem has been worked out in the Hungarian Electric Works. It gives a solution how to distribute a given total load among the power plants so that the total cost of the utilized fuel should be minimum. The prepared model, however, has not taken into consideration that once electric energy is produced it cannot be stored. The article treats a possible way to develop further the prepared model. When developing it, an important part is played by the consideration of the time factor, where e.g. the change of the demand for electric energy can be expressed by the following connection:

$$\dot{e}_v = e_v(t) = \int_{t_0}^{t_0+t} q(\tau)\,d\tau$$

where $e_v(t)$ is the demand in the t_0, $t_0 + t$ interval

$q(t)$ is the momentary demand for output.

In the first part of the article a description of the general problem can be found.

In fact, the problem involves calculations on two levels of planning and technology. One is the level of load distribution, the other is that of fuel. On both levels the aim is the minimization of costs. Thus the problem itself has a block-diagonal co-efficient matrix. In its solution the way of thinking applied with decomposition systems is followed.

The second part of the article deals with the steps of solution. When solving the problem, an important part is played by the shadow prices, their application makes the approximation of the optimal solution faster.

The third part of the article demonstrates the method by an example.

ДВУХСТУПЕНЧАТОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ В ПРОИЗВОДСТВЕ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ

С целью наиболее надежного планирования снабжения электроэнергией Венгерское Электрообъединение разработало задачу линейного программирования. Это дало ответ на то, как можно распределить заданную нагрузку между отдельными энергетическими станциями таким образом, чтобы затраты по использованному топливу были минимальными. Однако разработанная модель не учла того, что выработанную электроэнергию нельзя хранить. Эта статья обсуждает один из возможных путей дальнейшего развития разработанной модели. При дальнейшем развитии большую роль играет учет фактора времени, где например изменение потребности в электроэнергии выражается в следующей взаимозависимости:

$$e_v = e_v(t) = \int_{t_0}^{t_0+t} q(\tau)\,d\tau$$

где: $e_v(t)$ — потребность, появляющаяся в интервалах $(t_0, t_0 + t)$

$q(t)$ моментальная потребность в выработки.

В первой части статьи содержится изложение задачи в общих чертах. В сущности задача означает калькуляцию на двух планово-технологических уровнях. Одним из них является уровень распределения нагрузки, а другим — распределение топлива. На обоих уровнях целью является снижение себестоимости до минимального размера. Таким образом, задача располагает своей матрицей коэффициентов, характер расположения, который является блок-диагональным. При её решении преследуем ход мыслей, применяемому при декомпозиционных методах.

Вторая часть статьи обсуждает шаги решения. При решении важную роль играют теневые цены, при использовании которых можно быстрее достигнуть оптимальное решение.

В третьей части статьи автор на примере показывает вышеизложенный метод.