Glattfelder Péter—Váczi Pál

Néhány megjegyzés a RAS módszer elméletéhez

A RAS módszer az input-output sémák előrebecslésének egyik lehetséges eszköze, melyet mind cambridgei kidolgozói,[1] mind magyarországi alkalmazói[2] már több ízben felhasználtak elméleti és gyakorlati kutatásaikban. Az eljárás — annak ellenére, hogy az algoritmus gyökere nem is Stone-éktól, hanem W. E. Demingtől származik (lásd [1]) — ,,bestseller'' lett az egész világon, feltehetően logikus és egyszerű volta, több irányú felhasználhatósága következtében. Továbbfejlesztésével is többen foglalkoztak már, a legnagyobb visszhangra talált ilyen kiegészítés lényege az, hogy bizonyos nagy (,,súlyponti'') koefficiensek időbeli alakulását egyedileg vizsgálja, majd a RAS-algoritmust a többi, az ,,irreleváns'' koefficiensre kiterjesztve egyesíti a kétféle előre becslés eredményeit.

Jelen dolgozatunkban a RAS módszer bizonyosfokú általánosítását kívánjuk adni. Állításunk a következő: A RAS módszer mint előrebecslési eljárás, hallgatólagosan feltételezi a technikai koefficiensek exponenciális idő-függését. Tekintettel arra, hogy a gyakorlatban semmi sem igazolja ezen feltételezés helyességét (sőt bizonyos kutatások — így Szakolczaiék [9] eredményei is — ennek határozottan ellene mondanak) célszerű a RAS, vagy az annak alapgondolatát követő egyéb procedurákat azokra az esetekre is kiterjeszteni, ahol az előrebecsülni kívánt koefficiensek időben lineáris változást (vagy leginkább azt közelítő trendet) mutatnak.

Kutatómunkánk során sikerült egy olyan eljárást kidolgoznunk, mely szemben az eredeti Stone—Brown-féle variánssal, nem iteratív, hanem direkt algoritmus és amely a kísérleti számítások során az eredeti RAS-nál nem rosszabb eredményeket szolgáltatott.

Dolgozatunk három fejezetből áll. Az elsőben meghatározunk egy általános matematikai feladatot, melyneksegítségével az ágazati kapcsolati mérlegek technikai koefficienseit bizonyos feltételek megléte esetén előrebecsülhetjük. Ezek a feltételek általánosabbak, mint amit a RAS módszernél alkalmazunk, bár azok által inspiráltak.

A következő fejezet ennek az általános rendszernek két speciális esetével foglalkozik. Bizonyítjuk, hogy a technikai koefficiensek exponenciális idő-

[1] Az ,,ősforrások'': Stone, R.—Brown, A.: [6] és Stone, R.—Bates, J.—Bacharach, M.: [7] alatti dolgozatai.

[2] Így például Németh, S.—Pór, A.: [5]-ben, Lipták, T.: [4]-ben, Kupcsik, J.—Rácz, A.: [3]-ban, Glattfelder, P. [2]-ben.

függése esetén automatikusan a RAS módszerhez jutunk, míg a lineáris időfüggés feltételezése egy direkt (nem-iteratív) előrebecslési algoritmust szolgáltat.

Az utolsó fejezetben egy olyan eljárást ismertetünk, mely a RAS módszer iteratív algoritmusát egy direkt algoritmussal közelíti.

1. A feladat matematikai megfogalmazása

Alkalmazzuk a következő jelölésrendszert. Kurzív betű vektort, illetve vektor-skalár függvényt, félkövér pedig matrixot, illetve kétindexes tenzor skalár függvényt jelent. A ^ a diagonális matrix, az e az összegező vektor jele. A dolgozatban szereplő indexes mennyiségek dimenziója n, és ha ezek az idő függvényei, úgy ezt felső indexezéssel szemléltetjük (pl. $\mathbf{A}(t_0) = \mathbf{A}^0$), rögzített időpont esetén.

Határozzuk meg $\mathbf{A}(t)$-t, ha

I.

$$\mathbf{A}^0, a(t), b(t)$$

ismertek,

II.

$$\mathbf{A}(t)\, e = a(t) \tag{1.1}$$

$$\mathbf{A}^T(t)\, e = b(t) \tag{1.2}$$

$$a(t)\, e = b(t)\, e \tag{1.3}$$

összefüggések igazak és

III.

$$\mathbf{A}(t) \geq \mathbf{0} \tag{1.4}$$

$$a(t), b(t) > 0 \tag{1.5}$$

relációk teljesülnek. (A relációk komponensenként értendők.)

Az I–III. feltételek általában nem határozzák meg egyértelműen $\mathbf{A}(t)$-t. A megengedett $\mathbf{A}(t)$-k számának csökkentése érdekében újabb megszorító feltételeket vezetünk be, melyek – mint látni fogjuk – nem rekesztenek ki közgazdaságilag értelmes megoldást.

A II. feltétel $2n$ skalár-skalár (továbbiakban: skalár) függvény meghatározását teszi lehetővé, melyek közül (1.3) miatt csak $2n - 1$ független. $\mathbf{A}(t)$-nek n sora és n oszlopa van, tehát a meghatározható $2n$ függvény közül n-et $\mathbf{A}(t)$ soraihoz, n-et $\mathbf{A}(t)$ oszlopaihoz rendelünk hozzá, mivel semmi sem indokolja, hogy sort (sorokat) vagy oszlopot (oszlopokat) kitüntessünk. Megkívánjuk tehát a következő feltétel teljesülését:

IV. $\mathbf{A}(t)$ bármely komponensének alakja csak

$$A_{ij}(t) = A_{ij}[A^0_{ij}, x_i(t), y_j(t)] \tag{1.6}$$

lehet, ahol $x_i(t)$, $y_j(t)$ az i-edik sorhoz ill. j-edik oszlophoz rendelt függvény.

Nyilvánvaló, hogy $\mathbf{A}(t)$ nem függhet t_0-tól, csak $t - t_0$ és $\mathbf{A}^0$-tól. Ellenkező esetben ugyanis $t_1 \neq t_0$-ból kiindulva más $\mathbf{A}(t)$-hez jutnánk, ami értelmetlen. Másrészt $\mathbf{A}(t)$ úgy is előállítható, hogy először $\mathbf{A}^0$, $t_1 - t_0$-ból meghatározzuk $\mathbf{A}^1$-et, majd $\mathbf{A}^1$, $t - t_1$-ből $\mathbf{A}(t)$-t, ahol $t_1 = t_0 + \lambda(t - t_0)$; $0 \leq \lambda \leq 1$. Ez matematikailag az alábbi függvényegyenlet alakjában fogalmazható meg

$$(1.7) \qquad \mathbf{A}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{A}^0, t - t_0) = \mathbf{A}\{\mathbf{A}[\mathbf{A}^0, \lambda(t - t_0)], (1 - \lambda\,(t - t_0)\}.$$

Mivel t_0 tetszőleges, válasszuk a $t_0 = 0$ kezdeti időpontot.

Figyelembe véve IV-et, további megszorító feltételként kell hogy megköveteljük:

V. $\mathbf{A}(t)$ bármely komponensének ki kell elégíteni az

$$(1.8) \qquad A_{ij}[A_{ij}^0, g_{ij}(t)] = A_{ij}\{A_{ij}[A^0, g_{ij}(\lambda t)], g_{ij}((1 - \lambda)\,t)\}$$

függvényegyenletet, ahol

$$(1.9) \qquad g_{ij}(t) = f[x_i(t), y_j(t)]$$

A feladat tehát $\mathbf{A}(t)$ meghatározása I—V. feltételek mellett.

2. Lineáris és exponenciális (RAS) eset

E fejezetben a feladat két megoldástípusával foglalkozunk.

a)

$$(2.1) \qquad A_{ij}[A_{ij}^0, g_{ij}(t)] = A_{ij}[A_{ij}^0 + g_{ij}(t)]$$

b)

$$(2.2) \qquad A_{ij}[A_{ij}^0, g_{ij}(t)] = A_{ij}[A_{ij}^0\, g_{ij}(t)]$$

Mint látni fogjuk az a) eset $A_{ij}(t)$ időfüggése szempontjából lineáris, a b) eset pedig exponenciális.

a) *Lineáris eset*

Az V. feltételben megfogalmazott (1.8) függvényegyenlet alakja most

$$(2.3) \qquad A_{ij}[A_{ij}^0 + g_{ij}(t)] = A_{ij}\{A_{ij}[A_{ij}^0 + g_{ij}(\lambda t)] + g_{ij}[(1 - \lambda)\,t]\}.$$

(2.3) megoldása a Függelék I. Lemmája alapján

$$(2.4) \qquad A_{ij}(t) = A_{ij}^0 + \gamma_{ij}\, t$$

ahol γ_{ij} konstans. Az $A_{ij}(t)$ (2.4) szerinti előállításából eredően (1.1) és (1.2) csak akkor teljesülhet, ha $a_i(t)$, $b_j(t)$ lineáris függvény, azaz

$$(2.5) \qquad a_i(t) = a_i^0 + u_i\, t$$

$$(2.6) \qquad b_j(t) = b_j^0 + v_j\, t$$

A továbbiakban tegyük fel, hogy (2.5), (2.6) teljesül. A IV. feltétel miatt

$$\gamma_{ij} = x_i + y_j \tag{2.7}$$

ahol x_i, y_j konstans. Meghatározásuk érdekében helyettesítsük (2.7)-et (2.4)-be

$$A_{ij}(t) = A^0_{ij} + (x_i + y_j)\, t \tag{2.8}$$

majd helyettesítsük (2.5), (2.6), (2.8)-at (1.1), (1.2)-be.

$$\sum_{j=1}^{n} [A^0_{ij} + (x_i + y_j)\, t] = a^0_i + u_i t \tag{2.9}$$

$$\sum_{i=1}^{n} [A^0_{ij} + (x_i + y_j)\, t] = b^0_j + v_j t \tag{2.10}$$

mivel $\sum\limits_{j=1}^{n} A^0_{ij} = a^0_i$ és $\sum\limits_{i=1}^{n} A^0_{ij} = b^0_j$ azt kapjuk, hogy

$$nx_i + \sum_{j=1}^{n} y_j = u_i \tag{2.11}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i + ny_j = v_j \tag{2.12}$$

Ha $\mathbf{A}^0$-nak zéruselemei is vannak és azt akarjuk, hogy a zéruselemek ne változzanak, akkor (2.11), (2.12) helyett

$$n_i x_i + \sum_{\substack{j=1 \\ A_{ij} \neq 0}}^{n} y_j = u_i \tag{2.11/a}$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ A_{ij} \neq 0}}^{n} x_i + m_j y_j = v_j \tag{2.12/a}$$

ahol

$$n_i = \sum_{\substack{j=1 \\ A_{ij} \neq 0}}^{n} 1$$

$$m_j = \sum_{\substack{i=1 \\ A_{ij} \neq 0}}^{n} 1$$

A (2.11) és (2.12) egyenletekből álló lineáris egyenletrendszer mátrixának rangja $2n - 2$, a (2.11/a) és (2.12/a) egyenletekből álló rendszer mátrixáé pedig legfeljebb $2n - 1$, ezért az x_i és y_j ismeretlenek közül minden esetben legalább egy szabadon választható. Az így nyert x_i, y_j konstansokat (2.8)-ba helyettesítve kapjuk a feladat megoldását.

b) *Exponenciális vagy RAS eset*

(1.8) függvényegyenlet most

$$A_{ij}[A_{ij}^0 \cdot g_{ij}(t)] = A_{ij}\{A_{ij}[A_{ij}^0 g_{ij}(\lambda t)] \cdot g[(1-\lambda)t]\} \tag{2.13}$$

(2.13) megoldása a Függelék II. Lemmája alapján

$$A_{ij}(t) = A_{ij}^0 e^{\gamma_{ij} t} \tag{2.14}$$

ahol γ_{ij} konstans. (2.14)-ből azonnal látható, hogy (1.1) és (1.2) csak akkor teljesülhet, ha $a_i(t)$, $b_j(t)$ meghatározott exponensű exponenciális függvények lineáris kombinációja, azaz

$$a_i(t) = \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} e^{\beta_{ij} t} \tag{2.15}$$

$$b_j(t) = \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} e^{\beta_{ij} t} \tag{2.16}$$

Belátható, hogy (1.1), (1.2) miatt ez csak akkor teljesülhet, ha

$$\alpha_{ij} = A_{ij}^0 \tag{2.17}$$

$$\beta_{ij} = \gamma_{ij} \tag{2.18}$$

tehát $A_{ij}(t)$ előállítása triviális.

Igen gyakran előfordul, hogy $a_i(t)$ és $b_j(t)$ értékét csak a $t = 0$ és $t = t_1$ pontban ismerjük, (a_i^0, a_i^1 és b_j^0, b_j^1). Ebben az esetben is meghatározható $A_{ij}(t)$ IV. miatt most is

$$\gamma_{ij} = x_i + y_j \tag{2.19}$$

(2.19)-et (2.14)-be helyettesítve

$$A_{ij}(t) = A_{ij}^0 e^{(x_i + y_j)t} \tag{2.20}$$

ahol x_i, y_j konstans. (2.20)-at (1.1), (1.2)-be helyettesítve $t = t_1$-re

$$\sum_{j=1}^{n} A_{ij}^0 e^{(x_i + y_j)t_1} = a_i^1 \tag{2.21}$$

$$\sum_{i=1}^{n} A_{ij}^0 e^{(x_i + y_j)t_1} = b_j^1 \tag{2.22}$$

Ha bevezetjük az

$$R_i = e^{x_i t_1} \tag{2.23}$$

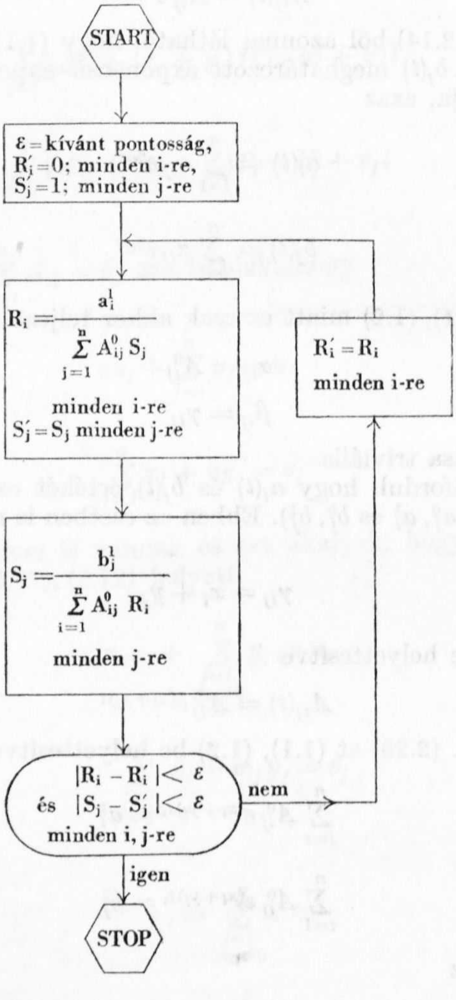
$$S_j = e^{y_j t_1} \tag{2.24}$$

jelöléseket, akkor (2.21), (2.22)-ből a jól ismert RAS egyenletekre jutunk (lásd [6]).

$$\sum_{j=1}^{n} R_i A_{ij}^0 S_j = a_i^1 \tag{2.25}$$

$$\sum_{i=1}^{n} R_i A_{ij}^0 S_j = b_j^1 \tag{2.26}$$

A RAS egyenletek megoldását egy iteratív algoritmussal, az ún. RAS módszer segítségével határozhatjuk meg. A RAS módszer logikai vázlatát az alábbi blokkdiagrammal szemléltetjük:



R_i, S_j ismeretében most már x_i, y_j és $A_{ij}(t)$ könnyen nyerhető (2.23), (2.24) és (2.20) segítségével.

$$x_i = \ln (R_i)/t_1 \tag{2.27}$$

$$y_j = \ln (S_j)/t_1 \tag{2.28}$$

$$A_{ij}(t) = A_{ij}^0 \, e^{\ln (R_i S_j) t/t_1} = A_{ij}^0 (R_i S_j)^{t/t_1} \tag{2.29}$$

Eredményeink azt mutatják, hogy a RAS módszer alkalmazása nem minden $a(t)$, $b(t)$ esetén vezet helyes eredményre. Szükséges feltétele, hogy $A_{ij}(t)$ az idő (2.20) alakú exponenciális függvénye legyen.

Ha a RAS módszer alkalmazásának feltételei teljesülnek, akkor létezik egy olyan direkt eljárás, mely a RAS eredményeit jól közelíti. A következő fejezet ennek a módszernek az ismertetésével foglalkozik.

3. A RAS-módszer lineáris közelítése

Tegyük fel, hogy az I—IV. feltételek teljesülnek $t = t_1$-re és a RAS módszer alkalmazható. Jelöljük

(3.1) $$r_i = e^{x_i t_1} - 1$$

(3.2) $$s_j = e^{y_j t_1} - 1$$

Alkalmazzuk e jelöléseket $t = t_1$ esetén (2.20)-ra.

(3.3) $$A_{ij}^1 = A_{ij}^0(r_i + 1)(s_j + 1) = A_{ij}^0(1 + r_i + s_j) + r_i A_{ij}^0 s_j$$

r_i és s_j lényegében véve A_{ij}^0 relatív változása a sor, illetve oszlop „hatás" miatt. Ha ez a változás nem túl nagy (empirikus tapasztalatok alapján, gyakorlati példák esetén 10^{-2} átlagos nagyságrendű), akkor $r_i + s_j$-hez képest $r_i s_j$ elhanyagolható. A direkt módszer ezen a felismerésen alapul, s alkalmazhatóságát is ez szabja meg.

Keressük A_{ij}^1-et

(3.4) $$A_{ij}^1 = A_{ij}^0(1 + \varrho_i + \sigma_j)$$

alakban. (3.4)-et mátrix alakban írva

(3.5) $$\mathbf{A}^1 = \mathbf{A}^0 + \mathbf{A}^0 \hat{\boldsymbol{\sigma}} + \hat{\boldsymbol{\varrho}} \mathbf{A}^0$$

(1.1) és (1.2) miatt σ és ϱ a következő egyenletekből határozható meg:

(3.6) $$a^0 + \mathbf{A}^0\sigma + \hat{\boldsymbol{\varrho}} a^0 = a^1$$

(3.7) $$b^0 + \hat{\boldsymbol{\sigma}} b^0 + \mathbf{A}^{0T} \varrho = b^1$$

mivel $\hat{\boldsymbol{\varrho}}$ és $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ diagonál mátrixok és ϱ és σ az ezekből képezhető oszlopvektorok, (3.6) és (3.7)-et átírhatjuk

(3.8) $$\mathbf{A}^0\sigma + \hat{\mathbf{a}}^0\varrho = a^1 - a^0$$

(3.9) $$\hat{\mathbf{b}}^0 \sigma + \mathbf{A}^{0T} \varrho = b^1 - b^0$$

alakba. σ és ϱ az

(3.10) $$\begin{pmatrix} \mathbf{A}^0 & \hat{\mathbf{a}}^0 \\ \hat{\mathbf{b}}^0 & \mathbf{A}^{0T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma \\ \varrho \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^1 - a^0 \\ b^1 - b^0 \end{pmatrix}$$

inhomogén lineáris egyenletrendszerből határozható meg. Az egyenletrendszer mátrixának rangja kisebb mint $2n$, ezért legalább egy ϱ_i, vagy σ_j komponenst szabadon megválaszthatunk.

A módszer előnye, hogy direkt eljárás, ugyanakkor az $\mathbf{A}^0$ zéruselemeit éppúgy érintetlenül hagyja, mint a RAS módszer.

Függelék

Tegyük fel, hogy $f(\alpha, x)$, $g(x)$ folytonos, monoton függvények, $0 \leq \lambda \leq 1$ és α tetszőleges paraméterek, akkor

I. Lemma

Az

$$f(\alpha, x) = f[\alpha + g(x)] = f\{f[\alpha + g(\lambda x)] + g[(1-\lambda)x]\} \tag{I.1}$$

függvényegyenletet csak a

$$g(x) = mx + b \tag{I.2}$$

$$f(\alpha, x) = \alpha + g(x) - b = \alpha + mx \tag{I.3}$$

típusú függvények elégítik ki, ahol m, b tetszőleges konstansok.

Bizonyítás

$f(\alpha, x)$ monotonitása miatt (I.1)-ből

$$\alpha + g(x) = f[\alpha + g(\lambda x)] + g[(1-\lambda)x] \tag{I.4}$$

(I.4)-be $\lambda = 1$-et helyettesítve

$$f[\alpha + g(x)] = \alpha + g(x) - g(0) \tag{I.5}$$

(I.5)-ből határozzuk meg $f[\alpha + g(\lambda x)]$-et és írjuk (I.4)-be

$$g(x) = g[\lambda x + (1-\lambda)x] = g(\lambda x) + g[(1-\lambda)x] - g(0) \tag{I.6}$$

Az (I.6) függvényegyenletet egyetlen függvénytípus elégíti ki (lásd [8]), még-pedig

$$g(x) = mx + b \tag{I.7}$$

ahol m, b tetszőleges állandók. (I.7)-et (I.4)-be helyettesítve $\lambda = 1$ esetén

$$f(\alpha, x) = \alpha + mx \tag{I.8}$$

Az (I.8) típusú függvények (I.1)-nek valóban megoldásai.

II. Lemma

Az

$$f(\alpha, x) = f[\alpha \cdot g(x)] = f \cdot \{f[\alpha \cdot g(\lambda x)] \cdot g[(1-\lambda)x]\} \tag{II.1}$$

függvényegyenletet $\alpha \neq 0$ esetén csak a

$$g(x) = be^{mx} \tag{II.2}$$

$$f(\alpha, x) = \frac{\alpha}{b} g(x) = \alpha e^{mx} \tag{II.3}$$

típusú függvények elégítik ki, ahol m, b konstansok $b \neq 0$.

Bizonyítás

$f(\alpha, x)$ monotonitása miatt (II.1)-ből

$$\alpha g(x) = f[\alpha \cdot g(\lambda x)] \cdot g[(1-\lambda)x] \tag{II.4}$$

(II.4)-be $\lambda = 1$-et helyettesítve

$$f(\alpha \cdot g(x)) = \alpha \frac{g(x)}{g(0)} \tag{II.5}$$

(II.5)-ből határozzuk meg $f[\alpha \cdot (\lambda x)]$-et és írjuk (II.4)-be

$$g(x) = g[\lambda x + (1-\lambda)x] = \frac{g(\lambda x) \cdot g[(1-\lambda)x]}{g(0)} \tag{II.6}$$

A (II.6) függvényegyenlet egyetlen megoldástípusa a szakirodalom szerint (lásd [8]):

$$g(x) = be^{mx} \tag{II.7}$$

ahol $b \neq 0$, m tetszőleges konstansok. (II.7)-et (II.4)-be helyettesítve, $\lambda = 1$ esetén

$$f(\alpha, x) = \alpha e^{mx} \tag{II.8}$$

A (II.8) típusú függvények (II.1)-nek valóban megoldásai.

(Beérkezett: 1972. január 20.)

IRODALOM

1. Deming, W. E.: Statistical adjustment of data. New York, 1943. Wiley. 115–117. o.
2. Glattfelder P.: A Nehézipari Minisztérium ágazati kapcsolati modelljének előrebecslése. Statisztikai Szemle, 1969/3. sz. 282–297. o.
3. Kupcsik J.–Rácz A.: Az ágazati kapcsolati mérlegek dinamikai összehasonlítása. Statisztikai Szemle, 1969/4. sz. 335–368. o.
4. Lipták T.: A RAS módszer kiterjesztése hármas bontású áramlásokra. Konkunktúra és Piackutató Intézet, Budapest, 1966. (Kézirat)
5. Németh S.–Pór A.: Az ÁKM koefficiens-számításainak egyik módszeréről. Budapest, 1968. Országos Tervhivatal.
6. Stone, R.–Brown, A.: A long-term growth model for the British Economy. „Geary, R. C. (szerk.): Europe's future in figures. Amsterdam, 1966. North Holland" kötetben.
7. Stone, R.–Bates, J.–Bacharach, M.: A programme for growth. – Input-output relationships 1954–66. University of Cambridge, 1963.
8. Szász, P.: A differenciál- és integrálszámítás elemei. Budapest, 1951. Közoktatásügyi Kiadó Vállalat. 387–89. o.
9. Az ártervezés ökonometriai modellje. Országos Anyag- és Árhivatal és INFELOR Rendszertechnikai Vállalat kiadványai. Budapest, 1968–1971.

SOME COMMENTS ON THE THEORY OF THE RAS METHOD

The paper deals with the extension and generalization of the RAS method which was elaborated by some representatives of the Cambridge econometric school (M. Bacharach, J. Bates, A. Brown, and R. Stone). According to the basic theorem the RAS method that makes coefficient-forecasts by means of the basic period coefficient matrix of input-

output schemes, and plan period row- and column-sums, is based upon the implicit assumption that the change of technical coefficient in time shows an exponential trend. The authors prove that this assumption is implied, indeed, by the RAS method and they examine the case when the coefficients of the technological matrix depend linearly on time, this case being as likely as the former from a practical point of view. It is characteteristic both for their solution elaborated for the latter possibility, and for their („simplified") RAS algorithm, an approximate of the original RAS procedure, that the forecasted coefficient matrix does not result as a solution of a complicated iterative process but that of a comparatively simple linear equation system.

In the first part of the paper the authors collect the above propositions, and they set up a general mathematical problem for which the RAS method initiated by W. E. Deming and elaborated by Stone's team is one of the possible solutions. In the second chapter they deal with the linear and exponential cases of the above generalized problem. In the third part of the paper the original RAS method, the algorithm supposing exponential dependence on time, is approached by a linear method. It results in vectors which play economically the same role as the diagonal matrices R and S of the RAS method do.

In the Appendix mathematical formulation and proof of two Lemmas support the above propositions.

НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕТКИ К ТЕОРИИ МЕТОДА РАШ

Труд занимается распространением и обобщением метода РАШ, обработанного некоторыми представителями школы эконометрики в г. Кембридж (М. Бакарак, Й. Бетс, А. Браун и Р. Стон). По исходному положению метод РАШ, который прогнозирует коэффициенты с помощью коэффициент-матрикса в базисном периоде и сумм строчек и сумм столбцов в плановом периоде, косвенно базируется на предположении, что изменение во времени некоторых технических коэффициентов показывает экспоненциальный тренд. Авторы доказывают, что это косвенное предположение существует внутри РАШ-а, а потом они исследуют тот случай, когда коэффициенты практического матрикса линейно зависят от времени. В то же время является характерным как для их решения, обработанного для последней возможности, так и для («упрощенного») РАШ алгоритма, приближающего оригинальную РАШ-процедуру, что коэффициент-матрикс планируемого года получается не в результате сложного процесса итерации, а в результате решения относительно простой линейной системы уравнений.

В первой части труда авторы подытоживают вышеупомянутые установления и излагают такую общую математическую задачу, для которой метод РАШ, инспированный В. Е. Демингом и обработанный группой Стона, является одним из возможных решений. Во второй главе они занимаются линейными и экспоненциальными случаями вышей, обобщенной задачи.

В третьей части труда они приближают линейным методом оригинальный метод РАШ, т. е. алгоритм, предполагающий экспоненциальную зависимость от времени. Результат, полученный решением, дает векторы, которые в экономическом смысле выполняют ту же роль, что диагональные матрицы в методе РАШ.

В добавлении математическое изложение и доказательство двух лемм служат подтверждением вышеупомянутого предположения.