MÉG EGYSZER AZ ESZMEI NYUGDÍJSZÁMLA ELVI HIBÁJÁRÓL[1]

SIMONOVITS ANDRÁS
MTA KRTK Közgazdaságtudományi Intézet

Korábbi munkáinkban (például *Eső–Simonovits–Tóth* [2011]) az eszmei nyugdíjszámla hibáját elemeztük. Ez a nyugdíjképlet eltekint attól, hogy a hátralévő várható élettartam rossz becslés a nyugdíjban töltött idő hosszára: minél később megy valaki nyugdíjba, várhatóan annál tovább él. Ezért a hosszabb élettartamúak életpálya-egyenlege negatív, míg a rövidebbeké pozitív. Eddigi elemzésünkben feltettük, hogy a járadékfüggvény rögzített (az életkortól független) teljes várható élettartammal számol, és minden dolgozó évi keresete azonos. *Banyár* [2011] joggal bírálta munkáinkat ezekért a durva egyszerűsítésekért (vö. *Banyár* [2012]). Ebben a cikkben elfogadom Banyár két javaslatát, figyelembe veszem a változó átlagos élettartamot és a kereseti különbségeket, s megmutatom, hogy eléggé általános feltevések mellett a rendszerhiba megmarad. Elutasítom viszont másik két javaslatát, amely rögzíti a nyugdíjszámla kezdeti értékét és nyugdíjazási kor helyett a nyugdíjigénylési kort változtatja, ezzel véli lényegében eltüntetni a rendszer hibáját.

JEL index: C61, C63, D82, D91, H55.
Kulcszavak: eszmei számla, változó nyugdíjkor, kontraszelekció, biztosításmatematikai méltányosság

1 Bevezetés

Az *eszmei nyugdíjszámla* alapötlete az, hogy az éves életjáradék kiszámításakor a nyugdíjba vonulásig felhalmozott eszmei nyugdíjvagyont elosztja a hátralévő várható élettartammal. (Közelítőleg a nyugdíjvagyon az átlagos életpálya-kereset és a szolgálati idő szorzata.) Hívei szerint ez a rendszer *biztosításmatematikailag méltányos*, azaz a nyugdíjkortól függetlenül minden típusnál a kiadásokat rugalmasan egyensúlyba hozza a bevételekkel (*Holzmann–Palmer*, 2006 és *Holzmann–Palmer–Robalino*, 2012). Ezáltal az eszmei nyugdíjszámla a hosszadalmas és költséges átmeneti időszak nélkül azonnal megteremti azt a szoros kapcsolatot az életpálya be- és kifizetések között, amelyért annak idején a tőkésített magánnyugdíj-rendszereket bevezették az

[1]Köszönetet mondok Banyár Józsefnek gondolatébresztő cikkéért és szíves felvilágosításáért. Természetesen ez nem jelenti azt, hogy egyetértene az itt elmondottakkal. Hálás vagyok Tóth Jánosnak, az egyik elfelejtett társszerzőnek, Ágoston Kolosnak, Barabás Bélának, Nicholas Barrnak, Hans Fehrnek, Robert Holzmann-nak, Krémer Balázsnak, valamint Radnóti Lászlónak értékes tanácsaikért. Beérkezett: 2013. április 1. E-mail: `simonovits.andras@krtk.mta.hu`

átmeneti gazdaságokban. Igaz, bizonyos technikai bonyodalmak miatt előfordulhat *korosztályok közti* újraelosztás (legújabb példa: *Knell* [2012]).

Az eszmei nyugdíjszámla hívei azonban elsiklottak a biztosításmatematikai méltányosság aszimmetrikus információn alapuló elméleti bírálata fölött: a későn nyugdíjba vonulók az átlagosnál várhatóan tovább élnek, és ezt valamennyire figyelembe kell venni az életjáradék kiszámításakor. A nemzetközi irodalomból tallózva: *Fabel* [1994], *Diamond* [2003], *Sheshinski* [2008] és *Bommier–Leroux–Lozachmeur* [2011].

Erről az irányzatról tudomást sem véve, *Banyár József* [2011] cikkében az eszmei nyugdíjszámláról (NDC = nonfinancial defined contribution) szóló munkáinkat bírálta. Banyárral szemben többes számot írok, mert többen voltunk a csapatban, lásd például *Eső–Simonovits* [2003], *Alács* [2004], *Simonovits–Tóth* [2007] és *Eső–Simonovits–Tóth* [2011].

Adataink (az *1. és 2. táblázat*) rámutatnak arra, hogy – ellentétben az NDC alapfeltevésével – az adott életkorban nyugdíjba vonulók és egyidejűleg a teljes munkaidőben végzett munkát abba hagyók átlagos nyugdíjtartama *nem* közelíthető jól a várható hátralévő élettartammal; az előbbi lassabban csökken az életkorral, mint az utóbbi, sőt, akár nőhet is. A nyugdíjtartam és a várható hátralévő élettartam különbségét nevezzük (előjeles) becslési hibának, s ez nő, és valahol előjelet vált az életkor növekedtével. Ezért a közelítésként számított eszmei járadékfüggvény bünteti a várhatóan rövid életűeket, és jutalmazza a várhatóan hosszú életűeket. Feltéve, hogy a hosszabb életűek tovább dolgoznak, és a feltételes becslési hibák keresettel súlyozott átlaga pozitív, még a rendszer egyenlege is negatív.

Ettől a fajta bírálattól függetlenül más kutatók (már korábban is) felhívták a figyelmet arra, hogy a várható élettartam erős és pozitív korrelációban van az életpálya-átlagkeresettel. Ezért arányos nyugdíj esetén az életpálya egészét tekintve perverz jövedelem-újraelosztás valósul meg az alacsonyabbtól a magasabb keresetűekhez (friss példa: *Breyer–Hupfeld* [2009]), míg csökkentett progresszív újraelosztás a degresszív rendszereknél. Kiemelem *Krémer* [2013] kiváló tanulmányát, amely a hazai kereseti és nyugdíjegyenlőtlenségeket elemzi. Felhívom a figyelmet arra az észrevételére, hogy a magyar kezdőnyugdíjak eloszlásában meglévő erős aszimmetriát részben a jobban keresők *tovább*élése tünteti el az összes nyugdíjak eloszlásában, alátámasztva cikkünk egyik feltevését. (Az összes nyugdíj eloszlásából eltűnő aszimmetria másik oka a korábbi degresszív nyugdíjrendszer továbbélése.) Hazánkban az 50 év fölötti népesség elégtelen időskori foglalkoztatását *Divényi–Kézdi* [2012] részben azzal magyarázta, hogy jelentős hányaduknak rossz az egészségi állapota.

Banyár joggal kifogásolta, hogy az eszmei nyugdíjszámlát bíráló cikkeinkben nemes egyszerűséggel eltekintettünk a kereseti heterogenitástól, és rögzítettnek (az életkortól függetlennek) vettük a nyugdíjképletben a várható élettartamot. Ugyanakkor minden ilyen tárgyú cikkünkben megemlítettük, hogy a keresettel is erősen és pozitívan korrelál a hátralévő élettartam, valamint a minimális és maximális nyugdíjkor közti halálozás kizárása (amely indokolta az egyszerűsítést) megszorító. Sőt, az Eső–Simonovits–Tóth cikkből idézett, itt az 1–2. számú táblázatpárra bővített adatokból (Borlói Rudolf és Marosi

Judit publikálatlan számítása) kiviláglik a rögzített élettartamos megközelítés hibája is.

Részletezve: a két táblázat világviszonylatban először adja meg egy adott év országos *kontraszelekcióját*. Konkrétan, hogyan függ az életkortól a 2004-ben öregségi nyugdíjasként elhalálozott magyar férfiak és nők adott korban hátralévő várható élettartama (nyilvános KSH-adat) és a tényleges nyugdíjtartama (korábban ismeretlen adat). Sejtésünkkel összhangban az átlagnál korábban/később nyugdíjba vonulóknak jóval kevesebb/több idejük marad hátra, mint amit a statisztika jósol. Például a 64 éves korban nyugdíjba vonuló férfiak átlagosan még 23,4 évet éltek, holott a demográfia csak 13,7 évet jósolt a 64 éveseknek: igaz, nyugdíjasoknak és dolgozóknak együtt. Az már csak ráadás, hogy a nyugdíjkorral meredeken nő a várható nyugdíjtartam. Például a 65 éves korban nyugdíjba vonuló férfiak átlagosan 0,9 évvel tovább éltek, holott a demográfia 0,6 évvel kevesebbet jósolt nekik, mint 64 évesen nyugdíjba vonult társaiknak.

A modellre térve vázolom, hogyan lehet bepótolni a Banyár által joggal kifogásolt korábbi analitikus hiányosságot. Átvéve Banyár ötletét, felteszem, hogy az élettartamban különböző típusok keresete is különböző (az élettartammal növekvő) és a számukra determinisztikus élettartamot a kormányzat sztochasztikus eloszlásúnak tekinti. (A valóságban az egyes típusok élettartama is sztochasztikus, hiszen egy várhatóan hosszabb életű professzor is meghalhat fiatalabban, mint egy várhatóan rövidebb életű bányász. Ezt a bonyodalmat itt elhanyagoljuk, de valójában várható élettartamokról kellene beszélnünk; vö. *Ágoston* [2008].) Nem foglalkozom azzal, hogy a heterogenitásnak mik az okai, és eltekintek attól is, hogy a nyugdíjkülönbségek tovább fokozhatják az élettartamokban megmutatkozó különbségeket.

Ilyen keretben igazolom, hogy viszonylag enyhe megszorítások mellett az információs aszimmetria által okozott NDC-rendszerhiba megmarad. Tovább vizsgálódva általánosabban belátom, hogy minden *szabályos* járadékfüggvény esetén van rendszerhiba, de az NDC-ben túl nagy.

Ebben a cikkben eltérek korábbi cikkeink optimalizálási megközelítésétől. Nem foglalkozom azzal, hogy az egyes típusok hogyan döntenek nyugdíjazási korukról, és azzal sem, hogy a kormányzat hogyan határozza meg a nyugdíjképletet. Az egyszerűség/közérthetőség kedvéért mindkettőt adottnak veszem. De ezzel a választással lemondok arról, hogy az ösztönzési hatásokat elemezzem, azaz, hogy a kormányzati szabályozás hat az egyéni döntésre.

Felhívom az Olvasó figyelmét arra, hogy bírálatában Banyár az eszmei nyugdíjszámlától és annak kritikájától idegen területre tereli a vizsgálatot, anélkül, hogy ezt kellően hangsúlyozná. Banyár 1) rögzíti a nyugdíjbefizetés korhatárát, és 2) megengedi, hogy a dolgozó tetszőleges ideig késleltesse a nyugdíjindítást, valamint 3) felteszi, hogy az egyének nem életpálya-hasznosságukat, hanem csupán életpálya-nyugdíjukat akarják maximalizálni. Az 1)–2) feltevés nagyon ritka jelenséget modellez, és a valóságtól elrugaszkodva feltételezi, hogy az egyének a nyugdíjukra is korlátozás mentes és olcsó kölcsönt vehetnek föl, vagy addig dolgoznak a járulékfizetés lezárása után, ameddig akarnak. A 3) feltevés pedig ellentmond a józan észnek! Itt jegyzem meg, hogy lélektanilag ezen életidegen feltevések jelenléte akadályozta meg, hogy korábban – szóban hallva és kéziratban olvasva – elfogadjam *Banyár* [2012] kritikájának konstruktív részét. Végül megemlítem, hogy Banyár és a mi megközelítésünk, valamint a kiindulásul szolgáló svéd rendszer eltekint a hozzátartozói nyugdíjaktól, amelyek figyelembe vétele módosíthatja következtetéseinket.

Nyomatékosan hangsúlyozom, hogy modellünkben a halálozási valószínűségek adottak, és függetlenek a nyugdíjkortól és a nyugdíjtól. Pedig ismert, hogy a valóságban az értelmes munka meghosszabbítja az élettartamot, és a megnövelt nyugdíj is kedvezően hat a nyugdíjas egészségügyi ellátására.

A dolgozat szerkezete a következő. A 2. szakasz ismerteti az élettartam és a nyugdíjba vonulási kor már említett statisztikáját. A 3. szakasz egy, a korábbiakat általánosító modellpárban elemzi az eszmei számlarendszer elvi hibáját. A 4. szakaszban a szabályos járadékfüggvények esetében is kimutatjuk az újraelosztást. Az 5. szakaszban tényleges adatokon hasonlítjuk össze a korábbi és a mostani módszert; valamint számpéldán szemléltetjük az eredeti és a módosított eszmei nyugdíjszámla különbségét. A 6. szakaszban levonjuk a következtetéseket.

2 Élettartam és nyugdíjazási kor statisztikája

Az eszmei nyugdíjszámlát a korosztályon belüli újraelosztás kapcsán bíráló rugalmas nyugdíjkorhatár (vagy változó nyugdíjkor) modellcsaládjának kulcsfeltevése szerint várhatóan minél később hal meg valaki, annál tovább dolgozik, még akkor is, ha eltekintünk a maximális korhatár előtt meghaltaktól.

Ezt a feltevést támasztja alá az 1. és 2. táblázat. Ismertetésünket a táblázatpár 2. oszlopával kezdjük: az 57–65, illetve 52–65 korév között nyugdíjba vonulási kor szerint csoportosítja a 2004-ben elhunyt férfiakat és nőket. A 3. oszlop e személyek relatív gyakoriságát adja meg. A 4. oszlop ezek nyugdíjban töltött éveinek az átlagát mutatja. Az 1. oszlop a csoport átlagos élettartamát tartalmazza mint az életkor és a nyugdíjtartam összegét. Az 5. oszlop az adott korúaknak a nyugdíjba vonulás tényétől függetlenül számított, a kormányzat által figyelembe vett hátralévő várható élettartamát közli (az előzőtől eltérő népességre számítva). Ezért a halandósági (és a vele pozitív korrelációban álló kereseti) heterogenitásból fakadó kontraszelekciót elhanyagoló eszmei nyugdíjszámlák elvileg hibásak. A 6. oszlopban a nyugdíjtartam pontos egyéni és pontatlan kormányzati becslésének a különbsége, a *becslési hiba* szerepel. Például a korábban említett 64 éves férfiaknál e hiba $23{,}4 - 13{,}7 = 9{,}7$ év.

Csak futólag említjük meg, hogy adataink nagyon kezdetlegesek, és nem tesznek különbséget a különböző korosztályok egyre javuló halandósági görbéiben. Úgy vélem, hogy minden hibájuk ellenére adataink meggyőzően bizonyítják a nyugdíjkor és a várható élettartam kapcsolatát.

Élettartam $L+D_R$	Nyugdíjkor $L+R$	Relatív gyakoriság $100f_R$	Átlagos nyugdíj-tartam D_R-R	Hátralévő várható élettartam M_R	Becslési hiba S_R
69,3	57	7,4	12,3	18,0	−5,7
71,5	58	6,0	13,5	17,3	−3,8
73,2	59	4,6	14,2	16,7	−2,5
77,2	*60*	*60,5*	*17,2*	*16,1*	*1,1*
79,1	61	12,7	18,1	16,4	1,7
82,9	62	3,9	20,9	14,9	6,0
85,4	63	2,1	22,4	14,3	8,1
86,4	64	1,6	23,4	13,7	9,7
89,3	65	1,4	24,3	13,1	11,2

Megjegyzések. $L=20$, $S_R=D_R-R-M_R$. Esetszám: 28,5 ezer, Magyarország, 2004. Borlói Rudolf és Marosi Judit publikálatlan számítása

1. táblázat. Élettartam–nyugdíjba vonulási kor, férfi

Élettartam $L+D_R$	Nyugdíjkor $L+R$	Relatív gyakoriság $100f_R$	Átlagos nyugdíj-tartam D_R-R	Hátralévő várható élettartam M_R	Becslési hiba S_R
66,8	52	2,3	14,8	27,4	−12,6
68,8	53	2,0	15,8	26,6	−10,8
73,7	54	2,3	19,7	25,7	−6,0
75,7	*55*	*46,2*	*20,7*	*24,9*	*−4,2*
79,6	56	16,8	23,6	24,1	−0,5
81,3	57	7,9	24,3	23,3	1,0
82,7	58	5,9	24,7	22,5	2,2
84,4	59	4,0	25,4	21,7	3,7
86,7	60	4,3	26,7	20,9	5,8
86,6	61	2,6	25,6	20,1	5,5
86,5	62	2,0	24,5	19,3	5,2
86,5	63	1,7	23,5	18,5	5,0
87,0	64	1,0	23,0	17,7	5,3
86,5	65	1,0	21,5	16,9	4,6

Megjegyzés. Vö. 1. táblázat. Esetszám: 30,3 ezer.

2. táblázat. Élettartam–nyugdíjkor, női

Figyeljük meg, hogy míg a férfiaknál a konstruált élettartamok monoton növekvőek, addig a nőknél az 59 év fölött nyugdíjba menő 12,6 százaléknál 86,5 év körüli élettartam mellett 60–65 éves korban szóródik a nyugdíjkor, azaz nyilván a munkaáldozat szerint heterogén népességről van szó. Az empirikus adatok áttekintése után rátérünk az életkorral változó élettartam modellezésére.

3 Az eszmei nyugdíjszámla új modellpárja

Új modellpárunkban feltesszük, hogy a kormányzat ismeri az egyéni halandóságok sztochasztikus eloszlását, s megfogadva Banyár javaslatát, megengedjük, hogy a legkorábbi halálozási kor kisebb legyen mint a legkésőbbi nyugdíjba vonulási kor. Ezért a kormányzat az életkorral változó (nem pedig rögzített) várható élettartamnak megfelelően számítja ki az eszmei nyugdíjszámla alapján az éves nyugdíjat. A szimmetrikus információ esetén a dolgozók is így gondolkodnak, az aszimmetrikus információ esetén viszont kihasználják saját, pontosabb információjukat. Az egyszerűség kedvéért egy idő után a modellben a nyugdíjkor helyett az élettartamot vesszük egésznek, és megengedjük, hogy a szolgálati idő/nyugdíjkor tört szám legyen. Emellett Banyár javaslatát követve az élettartamtól független helyett függő (növekvő) keresettel számolunk.

Szimmetrikus információ

Kiindulásképp tegyük föl, hogy a kormányzat számára a dolgozók élettartamát egy valószínűségi élettartam-eloszlás írja le. Az eszmei számla híveit követve, egyelőre tegyük fel azt is, hogy a dolgozók sem tudnak többet saját élettartamukról, s csak lustaságuk vagy szorgalmuk függvényében mennek előbb vagy később nyugdíjba. Technikai egyszerűsítés, hogy minden dolgozó $L = 0$ évesen kezd el dolgozni: ezért a szolgálati idő és a nyugdíjba vonulási kor egyenlő. Legyen f_i annak a valószínűsége, hogy valaki i évesen hal meg, $i = \alpha, \ldots, \omega$; $\sum_{i=\alpha}^{\omega} f_i = 1$, α és ω rendre a halandóság szempontjából figyelembe vett kezdő és végső kor. A pozitív egész számmal jellemzett a korúak *feltételes hátralévő* várható élettartama

$$M_a = \frac{\sum_{i=a+1}^{\omega} f_i(i-a)}{\sum_{i=a+1}^{\omega} f_i} > 0\,. \tag{1a}$$

Feltesszük, hogy M_a csökkenő sorozat, de a csökkenés korlátozott: $M_a > M_{a+1} > M_a - 1$.

Szükségünk lesz $M(\cdot)$ közbülső értékeire is, amit lineáris interpolációval adunk meg. Legyen az A valós szám *egész része* $a = [A]$, törtrésze $\{A\}$, azaz $A = a + \{A\}$. Ekkor

$$M(A) = (1-\{A\})M_a + \{A\}M_{a+1} \quad \text{és} \quad -1 \le M'(A) < 0\,. \tag{1b}$$

Feltesszük, hogy a dolgozó keresete mindvégig w. Az eszmei számla elve (jele: alsó/felső index N) szerint az R évesen nyugdíjba vonuló dolgozó addig összegyűlt saját befizetése τRw, biztosításmatematikailag méltányos nyugdíja

$$b_N(R) = \frac{\tau Rw}{M(R)}\,. \tag{2}$$

Vegyük észre, hogy a nyugdíjba vonulást egy évvel elhalasztva, a járadék számlálója nő, a nevezője pedig csökken, azaz a járadékfüggvény is nő, s a halasztás duplán emeli az éves járadékot! A várható nyugdíjszámla-egyenlege egyébként valóban nulla:

$$z_N(R) = \tau Rw - M(R)b(R) = 0\,. \tag{3}$$

Egy másik szimmetrikus esetet is vizsgálhatunk, ahol mind a kormányzat, mind az egyén ismeri az élettartamot. Ekkor a teljes (Full) információs járadékfüggvény

$$b_F(R) = \frac{\tau R w}{D - R}\,, \tag{4}$$

s ez szintén nulla életpálya-egyenleget ad:

$$z_F(R) = \tau R w - (D - R) b_F(R) = 0\,. \tag{5}$$

Figyelemre méltó, hogy Breyer–Hupfeld (2009) típusfüggetlen nyugdíjkor mellett a nyugdíjképlet módosításával (5)-höz hasonlóan teljesen eltüntette az újraelosztást.

A szokásos megközelítésben a dolgozó célfüggvénye az életpálya-hasznosságfüggvény, amelyet az össznyugdíj tömege helyett (Banyár elfajult választása) a nyugdíjfolyam időbeli eloszlása és a nettó keresetek időbeli eloszlása definiál. Ezt a célfüggvényt maximalizálja az optimális nyugdíjkor, és ezek átlagát maximalizálja magasabb szinten a kormányzat, de ezzel a kérdéskörrel a cikkben nem foglalkozunk.

3.1 Aszimmetrikus információ

A szimmetrikus információs modellel ellentétben, az *1. és 2. táblázat* szerint – leszámítva a későn nyugdíjba vonulók nők heterogenitását – az R évesen nyugdíjba vonulók D_R élettartama közel sem állandó! Ezért a továbbiakban egy olyan modellt vázolok, ahol a dolgozók élettartama csak a kormányzat számára tűnik sztochasztikusnak, de a dolgozók számára determinisztikus: aszimmetrikus információ. Hitelesebb lenne, ha az élettartamokat is sztochasztikussá tennénk, és akkor táblázatainkhoz hasonlóan tört számokat kapnánk.

Tegyük fel, hogy az általános népességen belül létezik $n = \omega - \alpha + 1 > 2$ típus, egész éves $D = \alpha, \ldots, \omega$ élettartammal, f_D relatív gyakorisággal. Felteszük, hogy a kereset típusfüggő: jele w_D.

Számítsuk ki újra az egyéni egyenleget, de ezúttal az aszimmetrikus információ mellett (erre utal az alsó D index). Bevezetjük a D élettartam esetén a nyugdíjtartam pontos és becsült értékének a különbségét, a *becslési hibát*:

$$S_D = D - R_D - M(R_D)\,.$$

(3)-mal ellentétben, most az egyenleget az aszimmetrikus információt figyelembe véve, a várt helyett a tényleges nyugdíjtartammal számoljuk:

$$\begin{aligned} z_D^N = \tau R_D w_D - (D - R_D)\frac{\tau R_D\, w_D}{M(R_D)} = (M(R_D) - D + R_D) b_N(R_D) = \\ = -S_D\, b_N(R_D)\,. \end{aligned} \tag{6}$$

Szóban: az adott élettartamú és adott korban nyugdíjba vonulók egyenlege a becslési hiba ellentettjének és a megfelelő nyugdíjnak a szorzata.

Ezen a ponton érintjük korábbi cikkeink Banyár által joggal bírált speciális feltevését; ott az aszimmetrikus információjú kormányzat a legkorábbi nyugdíjba vonuláskor rögzített élettartamból indul ki:

$$D^* = \sum_{D=\alpha}^{\omega} f_D\, D,$$

s $M(R) = D^* - R$ képlettel számolva a becslési hiba, az eszmei számla és egyenlege egyszerűen

$$S_D = D - D^*, \qquad b_N(R) = \frac{\tau R_D\, w_D}{D^* - R} \quad \text{és} \quad z_N(D) = (D^* - D) b_N(R_D)\ .$$

Itt jelezzük, hogy az *1. táblázat* adatai szerint a legkorábban meghalt férfitípus is (átlagosan) 69 évig élt, amikorra már mindenki nyugdíjba vonult: $R_{\max} = 65$. A *2. táblázatban* a legkorábbi női halálozási kor 66,8 éves – nagyobb, mint a legkésőbbi nyugdíjkor: 65 év. Egyébként ezt tettük föl korábbi cikkeinkben. Ez ellentmond a két táblázatba kivülről bevitt várható hátralévő értékek fokozatos csökkenésének.

A következőkben a feltevéseket adó képleteket külön számozzuk: A1, stb. Feltehető (egyébként a hasznosságmaximalizálásból levezethető), hogy a típusfüggő nyugdíjkor gyengén növekvő függvénye az élettartamnak:

$$R_D \le R_{D+1}, \qquad D = \alpha, \ldots, \omega - 1. \tag{A1}$$

Ehhez még empirikus alapon hozzátesszük, hogy a kereset–élettartam-függvény is gyengén növekvő:

$$w_D \le w_{D+1}, \qquad D = \alpha, \ldots, \omega - 1. \tag{A2}$$

Vegyük észre, hogy A1–A2, $M(R_D) \ge M(R_{D+1})$ és a (2) egyenlőségből következik, hogy a nyugdíj az élettartam növekvő függvénye: $b_D^N \le b_{D+1}^N$.

Kimondunk még egy természetes feltevést, amely az *1. és a 2. táblázat* szerint a magyar gyakorlatban is teljesült. Létezik egy olyan életkor, jele $\tilde{D}$, amelynél rövidebb/hosszabb élettartamúaknál a becslési hiba pozitív/negatív:

$$S_D < 0, \quad \text{ha} \quad D \le \tilde{D} \qquad \text{és} \qquad S_D \ge 0, \quad \text{ha} \quad D > \tilde{D}\ . \tag{A3}$$

(6) értelmében ekkor a rövidebb életűek NDC-egyenlege pozitív, a hosszabbaké viszont negatív vagy nulla:

$$z_D^N > 0, \quad \text{ha} \quad D \le \tilde{D} \qquad \text{és} \qquad z_D^N \le 0, \quad \text{ha} \quad D > \tilde{D}. \tag{7}$$

Megjegyezzük még, hogy érdemes lehet A3 helyett erősebb feltevéssel élni, nevezetesen a becslési hiba az élettartamnak nemcsak előjelváltó, de csökkenő függvénye:

$$S_\alpha < \ldots < S_{\tilde{D}} < 0 \le S_{\tilde{D}+1} < \ldots < S_\omega\ . \tag{A3*}$$

Ekkor igaz az

1. Tétel. *a) A1–A3* esetén a hosszabb életűek NDC-egyenlege az élettartam csökkenő és negatív értékű függvénye vagy 0:*

$$0 \geq z^N_{\tilde{D}+1} > \ldots > z^N_\omega . \tag{8a}$$

b) Ha mind a keresetek, mind a nyugdíjkorok típusfüggetlenek, akkor a rövidebb életűek NDC-egyenlege az élettartam csökkenő és pozitív értékű függvénye:

$$z^N_\alpha > \ldots > z^N_{\tilde{D}-1} > z^N_{\tilde{D}} > 0. \tag{8b}$$

Bizonyítás. a) (7) szerint a hosszabb életűek esetén (6)-ban a z^N_D első tényezője negatív, a második pozitív. Az A3* szerint az első, A1–A2 szerint a második tényező abszolút értéke növekvő, ezért szorzatuk negatív és csökkenő.

b) Ha w_D és R_D állandó, akkor b^N_D is az, azaz z^N_D arányos S_D-vel, stb. □

Megjegyzések. 1. A rögzített megközelítésben A3* automatikusan teljesül, hiszen $S_D = D - D^*$. 2. Hasonlóan igaz A3* a típusfüggetlen nyugdíjkorhatár esetén is, hiszen ekkor $S_D = D - R^* - M(R^*)$.

1. Példa. Szemléltetésként mérlegeljük a folytonosan egyenletes eloszlást, ahol az eloszlásfüggvény

$$F(x) = \frac{x-\alpha}{\omega-\alpha}, \qquad \alpha \leq x \leq \omega \, .$$

Emellett legyen a (felnőttkori) nyugdíjkor a (felnőttkori) élettartam homogén lineáris függvénye: $R(D) = \rho D$, ahol $1/2 < \rho < 1$. Banyár kritikáját követve, feltesszük, hogy a legkorábbi elhalálozás megelőzi a legkésőbbi nyugdíjba vonulást: $\alpha < \rho\omega$. Belátható, hogy a várható élettartam

$$D^* = \frac{\alpha+\omega}{2} \; ;$$

és a hátralévő várható élettartam

$$M(A) = D^* - A \, , \quad \text{ha} \quad 0 \leq A < \alpha$$

és

$$M(A) = \frac{1}{2}(\omega - A) \, , \quad \text{ha} \quad \alpha < A \leq \omega \, .$$

A becslési hiba függvénye szintén szakaszosan lineáris:

$$S(D) = D - D^* \, , \quad \text{ha} \quad \alpha \leq D \leq D_S$$

és

$$S(D) = \frac{1}{2}[(2-\rho)D - \omega] \, , \quad \text{ha} \quad D_S < D \leq \omega \, .$$

$\tilde{D} = D^*$ és A3 mellett A3* is teljesül.

Most már rátérhetünk a *várható egyenleg* előjelére:

$$z^* = \sum_{D=\alpha}^{\omega} f_D \, z_D. \tag{9}$$

Ahhoz, hogy általánosíthassuk korábbi tételünket (vö. Simonovits 2001, F1. tétel) a várható egyenleg negativitásáról, további elégséges feltételt keresünk; a feltételes becslési hibák keresetekkel súlyozott várható értéke pozitív vagy nulla:

$$a_4 = \sum_{D=\alpha}^{\omega} f_D \, S_D \, w_D \geq 0\,. \tag{A4}$$

Korábbi speciális modellünkben, ahol $S_D = D - D^*$ és $w_D \equiv 1$, $a_4 = 0$ volt. Ha a kereset nem nőne a várható élettartammal, akkor egyenletes halálozási eloszlás esetén A4 nem teljesülne: $a_4 < 0$. Az 5. táblázatban látni fogjuk, hogy egyenletes és folytonos halálozási valószínűségek esetén már az élettartammal nagyon enyhén emelkedő keresetek is pozitívvá teszik a a_4-et. Egyébként típusfüggetlen korhatár esetén A4 szükséges is az átlagegyenleg negativitásához. Ezek alapján úgy vélem, hogy a feltevés elfogadható.

2. Tétel. *Az A1–A4 feltevéseink mellett az NDC várható egyenlege negatív:* $z^{*N} < 0$*; kivéve, ha* $R_D \equiv R^*$ *és A4 egyenlőségre teljesül.*

Bizonyítás. Behelyettesítve a z_D^N-re vonatkozó (6) képleteket a z^{*N}-re vonatkozó (9) képletbe és a $b_D = b_{R_D} = \beta_D w_D$ jelölést alkalmazva:

$$z^{*N} = -\sum_{D=\alpha}^{\omega} f_D \, S_D \, w_D \beta_D^N\,. \tag{10}$$

Szükségünk lesz arra az észrevételre, hogy a

$$\beta_D^N = \frac{\tau R_D}{M(R_D)}\,, \qquad \text{ahol} \;\; D = \alpha, \dots, \omega$$

helyettesítési arányok növekvő sorozatot alkotnak.

Az A3 feltevés szerint az átlag alattiakra $S_D < 0$, az átlag fölöttiekre $S_D \geq 0$. Kettévágva a z^* összeget, és a pozitív tagokban β_D^N-t az utolsó taggal $\beta_{\tilde{D}}^N$-nel becsüljük felül, a negatív tagokban pedig az elsővel, majd az említett utolsóval alul, a várható egyenleg felső becslése az A4 feltevés szerint

$$z^{*N} \leq -\sum_{D=\alpha}^{\omega} f_D \, \beta_{\tilde{D}}^N S_D \, w_D = -\beta_{\tilde{D}}^N \sum_{D=\alpha}^{\omega} f_D \, S_D \, w_D \leq 0\,.$$

Ha $R_\alpha < R_\omega$ vagy $a_4 > 0$, akkor $z^{*N} < 0$. □

Természetesen a hiányt legegyszerűbben a járadékok arányos csökkentésével lehet megszüntetni, például τ helyére olyan $\hat{\tau}(< \tau)$-t írva:

$$\hat{b}_N(R) = \frac{\hat{\tau} R w}{M(R)}\,, \qquad \text{amelyre} \quad z^{*N} = 0\,. \tag{11}$$

Ezen a ponton önkritikusan elismerem, hogy az aszimmetrikus információ modellezése még mindig kivánni valót hagy maga után: feltesszük, hogy a kormányzat ismeri R_D-t, de nem ismeri D-t. Hasonlóan kifogásolható, hogy a modellben a kereseti különbségek figyelembe vétele lehetőséget adna a kormányzatnak, hogy w_D-ből következtessen D-re. Legjobb védekezésünk az lehet, hogy a valóságban a rövidebb élettartamú és szorgalmasabb típusok azonos korban mennek nyugdíjba, mint a hosszabb élettartamú és lustább típusok. Hasonlóan, az azonos életkorban elhalálozottak életpálya keresete szóródhat.

Nyugdíjkor vs. nyugdíjigénylési kor

Eddig szinte minden magyar és külföldi közgazdász azt az alapvető kérdést vizsgálta, hogy mi történik változó nyugdíjkor és azonnali nyugdíjindítás esetén. Banyár azonban egészen más, és véleményem szerint lényegtelen kérdést vizsgál: rögzített nyugdíjtőke (C) esetén milyen korban (x) érdemes a nyugdíjkifizetést indítani?

Ennek a módosításnak szinte csak az az értelme, hogy a (2) járadékfüggvény számlálója állandóvá válik, és elég a nevezővel foglalkozni. De ezt a cikkében hangsúlyozottabban kellett volna jeleznie és indokolnia. Ekkor az eszmei számla új alakot ölt:

$$\hat{b}_x = \frac{C}{M_x}, \qquad x = R_m, \ldots, \omega - 1.$$

Ezzel az érdektelen változattal azonban nem foglalkozom. (Egészen más környezetben *Coile–Diamond–Gruber–Jousten* [2002] vizsgálta, mikor érdemes a munka abbahagyása után késleltetni a nyugdíjindítást.)

4 Szabályos járadékfüggvények és az újraelosztás

Ebben az eszmei számlák helyett általánosabb nyugdíjrendszereket tanulmányozunk. Átfogalmazva *Simonovits–Tóth* [2007] 4. tételét, kimondjuk, hogy minden szabályos járadék–nyugdíjkor-függvényre az életpálya-egyenleg az élettartam csökkenő függvénye: (8). Hatásuk csak az újraelosztás mértékében különbözik.

De mindenekelőtt bemutatunk egy ellenpéldát.

2. Példa. Az az eset, ahol nincs újraelosztás. Legyen a $\beta > 0$ helyettesítési arány típusfüggetlen: $b_D = \beta w_D$, és legyen a (felnőtt) nyugdíjazási kor arányos a (felnőtt) élettartammal: $R_D = \rho D$ $(1/2 < \rho < 1)$. Kiegyensúlyozott rendszer esetén ($\tau\rho = \beta(1-\rho)$) minden típus életpálya-egyenlege nulla:

$$z_D = \tau w_D \rho D - \beta w_D (1-\rho) D = 0, \qquad D = \alpha, \ldots, \omega\,.$$

Ez a szabály azonban ellentmond a józan észnek, mert nem jutalmazza a továbbszolgálatot, és nem bünteti a korai nyugdíjba vonulást.

Definiáljuk a *szabályos* járadékfüggvényeket, és elhagyjuk az N indexet. Legyen a b_D az D típus járadéka. További feltétel: az R_D nyugdíjkor ΔR_D gerjesztett növekménye kisebb, mint a megfelelő járadék aránya a járadék és az éves járulék összegéhez:

$$0 \le \Delta R_D \le \frac{b_D}{\tau w_D + b_D}, \qquad D = \alpha, \ldots, \omega - 1 . \tag{A1*}$$

Feltesszük még, hogy a járadék–bér különbségi hányados legalább akkora, mint a következő nyugdíjkornak a hátralévő tényleges élettartamhoz viszonyított aránya:

$$\frac{\Delta b_D}{\Delta w_D} \ge \frac{R_{D+1}}{D + 1 - R_{D+1}}, \qquad D = \alpha, \ldots, \omega - 1 . \tag{A5}$$

(Figyeljük meg, hogy a különbségi hányados számlálójában b_{D+1} két ok miatt is nő D-vel: $w_{D+1} > w_D$; és $R_{D+1} > R_D$!)

Az (A1*)-beli ΔR_D-re vonatkozó felső határt nem könnyű közgazdaságilag értelmezni, de célszerű megnézni a korábban tárgyalt NDC-járadékokra. Behelyettesítve a $b_D = b_N(R_D)$ képletet a feltevésbe:

$$0 \le \Delta R_D \le \frac{\tau R_D\, w_D / M(R_D)}{\tau w_D + \tau R_D\, w_D / M(R_D)} = \frac{R_D}{M(R_D) + R_D} < 1 .$$

A feltevés gyengítése: $\Delta R_D < 1$ azonban már természetes. Miért dolgozzon valaki több mint egy évvel többet, csak azért, mert egy évvel tovább él, mint a másik?

A különbségi hányadosra vonatkozó (A5) feltevést még nehezebb értelmezni. A Simonovits–Tóth cikkben a keresetek típusfüggetlenek voltak, ezért ott ez a feltevés automatikusan teljesült. Általánosabb keretünkben csak azt jelenti, hogy az élettartammal a típusfüggő kereset sokkal lassabban nő, mint a járadék. Például ha $R_D \equiv \rho D$, akkor a különbségi hányadosnak legalább $\rho/(1-\rho)$-nak kell lennie. Numerikus példáinkban ezek a feltevések nem mindig állnak fenn. Kimondható azonban a

3. Tétel. *a) Az A1*, A2 és A5 feltevések esetén minden szabályos járadékfüggvényre az életpálya-egyenleg az élettartam csökkenő függvénye:*

$$z_\alpha \ge \cdots \ge z_D \ge z_{D+1} \ge \cdots \ge z_\omega . \tag{12}$$

b) Kiegyensúlyozottság esetén ($z^* = 0$) az előjelváltás is szükségszerű.

Bizonyítás. a) Elindulva a $z_{D+1} = (\tau w_{D+1} + b_{D+1})R_{D+1} - b_{D+1}(D+1)$ képletből, növelésekkel z_D-hez jutunk. Valóban, bevezetve a $b_{D+1} = b_D + \Delta b_D$ és a $w_{D+1} = w_D + \Delta w_D$ jelöléseket,

$$z_{D+1} = [\tau(w_D + \Delta w_D) + b_D + \Delta b_D]R_{D+1} - b_{D+1}(D+1) =$$
$$= (\tau w_D + b_D)R_{D+1} - b_D(D+1) + [\tau \Delta w_D R_{D+1} - \Delta b_D(D + 1 - R_{D+1})] .$$

A különbségi hányadosra vonatkozó feltevés alapján a [ ]-ben levő 3. tag negatív vagy 0, ezért elhagyjuk. Bevezetve még az $R_{D+1} = R_D + \Delta R_D$

jelölést, az első két tag közti különbség a ΔR_D-ra vonatkozó feltevéssel becsülhető:

$$z_{D+1} \le (\tau w_D + b_D)R_{D+1} - b_D(D+1) = z_D + (\tau w_D + b_D)\Delta R_D - b_D \le z_D \ ,$$

azaz (12) igazolva van.

b) Triviális. □

Végső megjegyzés: különböző nyugdíjszabályok különböző nyugdíjkort adnak, és ezt figyelembe kell venni az összehasonlításokban (Eső és szerzőtársai).

5 Numerikus szemléltetés

Először a tényleges magyar adatokon mutatjuk meg, hogy a két megközelítés közti különbség kvantitatíve nem túl jelentős, majd egy mesterséges uniszex adatállományon összehasonlítjuk az eredeti és a módosított NDC működését.

A két megközelítés mennyiségi összehasonlítása

Az *1. és a 2. táblázat* segítségével numerikusan is összehasonlítjuk a durvább rögzített és a finomabb változó élettartam adta nyugdíjat és egyenleget. Mivel nem ismerjük a munkába lépési időket, a kereseteket, a nyugdíjakat, ezért adatainkat homogenizáljuk, és eszmei számlás nyugdíj feltevésével egészítjük ki. Mindegyik feltevés nagyon durva, de részben ellentételezik egymást: a hosszabb életűek statisztikailag később kezdtek el dolgozni (bár az egyetemen töltött idejük beleszámított a munkaviszonyukba) nagyobb keresetűek voltak, viszont erős degresszió rontotta kezdőnyugdíjukat. Járulékkulcs: $\tau =$ 0,3. A két megközelítés közti különbség nem változtat az eredményeink kvalitatív mondanivalóján: míg a rögzítettben a nyugdíjak a bérköltség 55 és 112 százaléka között mozogtak, a változóban 61 és 103 százalék határolja a mozgásteret, és az életpálya-egyenleg az éves átlagkereset $[4,29; 13,7]$-szerese helyett a $[3,51; 11,54]$-szerese között változik.

Élettartam $L+D$	Nyugdíjkor $L+R_D$	"Rögzített" nyugdíj $100b^N$	"Változó" nyugdíj $100b^N$	"Rögzített" egyenleg $100z^N$	"Változó" egyenleg $100z^N$
69,3	57	55,3	61,7	429,3	351,5
71,5	58	59,8	65,9	332,5	250,4
73,2	59	64,8	70,1	250,0	175,1
77,2	60	70,3	74,5	−9,9	−82,0
79,1	61	76,6	75,0	−156,4	−127,5
82,9	62	83,7	84,6	−488,8	−507,4
85,4	63	91,8	90,2	−765,4	−730,7
87,4	64	101,1	96,4	−1045,3	−934,6
89,3	65	112,0	103,1	−1370,4	−1154,2

Megjegyzés. $L+D^* = 77,06$ év; $R^* = 40$ év. Rögzített esetben $M(R) = D^* - R$. 1. táblázat adatai alapján.

3. táblázat. A két megközelítés különbsége, férfi

	Férfi		Női	
	Átlagos egyenleg Ez^N	Szórás Dz^N	Átlagos egyenleg Ez^N	Szórás Dz^N
Rögzített	−0,337	3,006	−0,428	2,655
Változó	−0,828	2,594	0,478	1,968

4. táblázat. A két megközelítés aggregált adatai

Nem mutatjuk be részletesen a két megközelítés különbségét a nők esetén (csak jelezzük, hogy a női minta várható élettartama alig nagyobb, mint a férfié, valószínűleg azért, mert a férfiaknál nagyobb a kihagyott rokkantnyugdíjasok súlya), és megbecsüljük az aggregált veszteségeket. Nyolc adatot kapunk: férfi–nő, változó–rögzített élettartamú megközelítés és az átlagos egyenleg és az egyenlegek szórása kombinációja. Az eredményeket táblázatos alakban közöljük, és **E**, illetve **D** rendre a várható érték és a szórás operátora.

A *2. táblázat* alján felboruló monotonitás miatt a változó megközelítésben csak a férfi átlagegyenleg negatív, a női nem. Ellentétben Banyár várakozásával, a változó megközelítésben az átlagos egyenleg *abszolút* nagysága a férfiaknál 2,46-szorosa a rögzítettnek, a nőknél viszont vált az előjel. Banyár várakozásával összhangban a szórás mindkét nem esetén csökken. A nagyságrend megítéléséhez szükségünk van az átlagos szolgálati időkre: a férfiaknál $R^* = 40{,}0$ és a nőknél $R^* = 36{,}4$ év. E számpárhoz képest az átlagos egyenlegek eltérése fél-, illetve egyévnyi bértömeg, azaz az 1,5–3 éves járuléktömeg.

Vélhető, hogy ha a valóságos nyugdíjrendszer rugalmasabb lett volna, azaz a szolgálati idők/nyugdíjkorok jobban szóródtak volna, akkor az átlagos szolgálati időhöz viszonyított átlagegyenleg abszolút értéke és az egyenleg szórása jóval nagyobb lett volna. Valószínűleg ugyanilyen hatású lett volna, ha figyelembe tudtuk volna venni, hogy a kereset–élettartam-függvény növekvő.

Eredeti és módosított NDC összehasonlítása

Ebben a részben egy mesterséges adatállományon összehasonlítjuk az eredeti és a módosított NDC-t, ahol az élettartamok egész számok. A legegyszerűbb analitikus halálozás-valószínűségi függvényt alkalmazzuk, az 1. példa egyenletes folytonos eloszlását. Az $\alpha = 42$ és $\omega = 72$ év adja a legkorábbi és legkésőbbi felnőtt halálozási kort (leszámítva a 21 éves gyermekkort) és takarékosságból csak 3 évenként léptetjük a rendszert. Feltesszük, hogy a korhatár az élettartam 2/3-a. Az 1. példában megadott képleteket használjuk. Továbbá feltesszük, hogy a bér–élettartam-függvény lineáris: $w_i = w_\alpha + \delta(i - \alpha)$, ahol az átlag 1. Ezért az önkényesen választott $w_\alpha = 0{,}9$ mellé $\delta = 0{,}0066\ldots$ tartozik. A járulékkulcs $\tau = 0{,}3$.

Az *eredeti*, de kiegyensúlyozott NDC-rendszerre vonatkozó aggregált statisztikákkal kezdjük. $\mathbf{E}D = 57$ év; $\mathbf{E}R = 38$ év; $\mathbf{E}b = 0{,}558$; $\mathbf{E}z = 0{,}05$ és $\mathbf{D}z = 4{,}8$, s $a_4 = -0{,}007$. (Úgy választottuk meg a minimális élettartamhoz tartozó w_α bért, hogy a_4 még éppen negatív legyen.) Belátható, hogy az NDC-re a várható életpálya-egyenleg negatív, 2,5 évnyi bértömeg, azaz 7,5 év körüli járuléktömeg. (A hiány eltüntetéséhez a járadékokat 5,5 százalékponttal kell csökkenteni, $\hat{\tau} = 0{,}244$-et írva a (11) járadékfüggvénybe.)

Az *5. táblázat* 1. oszlopa a 11 típus várható élettartamát, a 2. és 3. oszlopa rendre az élettartam-specifikus járadékát és egyenlegét adja meg. Figyeljük meg, hogy a legrövidebb élettartamúak éves járadéka meglehetősen kicsiny: a megfelelő nettó kereset 34 százaléka; míg a leghosszabb várható élettartamúé meglehetősen nagy: a megfelelő nettó kereset 140 százaléka. Az életpálya egyenlegek csökkennek, kezdve a saját bruttó kereset 5,1 évnyi többletétől egészen a saját bruttókereset 9,1 évnyi hiányáig. A $\Delta b_D/\Delta w_D \geq 2$ elégséges feltevés áll.

A *módosított* NDC-rendszerben (jele M index) *tompítjuk* az ösztönzést (*Simonovits*, 2001). Legyen θ egy 0 és 1 közti valós szám, és az eredeti NDC-járadék θ hatványát szorozzuk meg egy alkalmas b^* állandó járadék $1-\theta$ hatványával:

$$b_D^M = (b_D^N)^\theta (b^*)^{1-\theta}, \tag{13}$$

ahol $\theta = 0{,}5$ és $b^* = 0{,}527$. Hasznossági és jóléti függvények hiányában lemondunk a változó ösztönzési hatás elemzéséről.

A módosított futás aggregált statisztikái a következők: $\mathbf{E}R = 38$ év; $\mathbf{E}b = 0{,}501$; $\mathbf{E}z = 0{,}0$ és $\mathbf{D}z = 2{,}166$. Láttuk, hogy a $b^* = 0{,}527$ választás összhangban van a többi paraméterértékkel. Emellett a módosított futás egyenlegének szórása az eredetinek csupán 45 százaléka!

Az *5. táblázat* utolsó két oszlopa a módosított NDC-futás élettartam-specifikus járadékát és egyenlegét adja meg. Figyeljük meg, hogy a legrövidebb élettartamúak éves járadéka a módosítás miatt nő: a megfelelő nettó kereset 59 százaléka; míg a leghosszabb várható élettartamúé a korábbinál szerényebb: a megfelelő nettó kereset 108 százaléka. Az életpálya egyenlegek csökkennek, de összenyomottan; kezdve a sajátkereset 2,6 évnyi többletétől egészen a saját kereset 3,8 évnyi hiányig. Az életpálya egyenleg továbbra is csökken az élettartam növekedésével.

Várható (felnőtt) élettartam	Kiegyensúlyozott		Módosított	
	N-járadék	életpálya N-egyenleg	M-járadék	életpálya M-egyenleg
D	$\hat{b}_D^N$	$\hat{z}_D^N$	b_D^M	z_D^M
42	0,212	4,579	0,371	2,371
45	0,250	4,523	0,402	2,250
48	0,295	4,307	0,436	2,046
51	0,348	3,881	0,474	1,740
54	0,412	3,175	0,515	1,307
57	0,490	2,090	0,562	0,716
60	0,588	0,480	0,616	−0,080
63	0,713	−1,878	0,679	−1,145
66	0,816	−3,964	0,726	−1,974
69	0,936	−9,964	0,777	−2,974
72	1,078	−10,032	0,834	−4,177

Megjegyzések. $R_D = \rho D$, $\rho = 2/3$, (11) és (13) alapján.

5. táblázat. Az eredeti kiegyensúlyozott és a módosított NDC összehasonlítása

Zárásként megjegyezzük, hogy ha az egyenletes halálozási valószínűségnél reálisabb eloszlást használnánk, akkor az eszmei számla bizonyára kisebb torzítást okozna. Ugyanez lenne a hatása, ha a nyugdíjba vonulási korok nem homogén lineárisan függnének az élettartamoktól, hanem sűrűsödnének egy norma körül.

6 Következtetések

Az NDC alapjában véve jó nyugdíjrendszer, amely automatizálja a hosszú távon növekvő, időskorban várható élettartama miatt szükséges kiigazítást, és az adott korosztályon belül a késői/korai nyugdíjba vonulás jutalmazását/büntetését. Mindazonáltal elhanyagolja, hogy a nyugdíjba vonulási kor függ a várható élettartamtól, amely viszont erős pozitív korrelációban van a keresettel. Ezért ez a rendszer túl erős újraelosztást valósít meg a rövidebb várható élettartamú és rosszabbul keresőktől a hosszabb várható élettartamú és jobban keresők javára. Minőségileg hasonló újraelosztás valósul meg minden szabályos (és sok más) séma esetén, de az újraelosztás mérete az NDC-hez képest jelentősen csökkenthető. További kutatásra van szükség, hogy kalibrált adatokkal mechanizmustervezéssel meghatározhassuk az NDC társadalmilag optimális módosítását. Addig is nagyobb óvatosság indokolt az NDC alkalmazásában, még akkor is, ha a rászorultsági nyugdíj vagy nyugdíjjóváírás tompítja az NDC káros hatásait.

Irodalom

1. Alács Péter [2004]: Az optimális loglineáris ösztönzési feladat numerikus megoldásáról, *Közgazdasági Szemle 51*, 1029–1047.
2. Ágoston Kolos [2008]: Magánnyugdíj-járadékok közötti választás, *Szigma 39*, 27–47.
3. Banyár József [2011]: Javaslat az optimális járadékfüggvényre, *Szigma 42*, 105–124.
4. Banyár József [2012]: *A kötelező öregségi életjáradékok lehetséges modelljei*, Budapest, Gondolat.
5. Bommier, A.–Leroux, M.-L.–Lozachmeur, J.-M. [2011]: Differential Mortality and Social Security, *Canadian Journal of Economics 44*, 273–289.
6. Breyer, F.–Hupfeld, S. [2009]: Fairness of Public Pensions and Old-Age Poverty, Finanz Archiv/Public Finance Analysis 65, 358–380.
7. Coile, C.–Diamond, P.–Gruber, J.–Jousten, A. [2002]: Delays in Claiming Social Security Benefits, *Journal of Public Economics 84*, 357–385.
8. Diamond, P. [2003]: *Taxation, Incomplete Markets and Social Security*, Munich Lectures, Cambridge, MA, MIT Press.
9. Divényi János–Kézdi Gábor [2012]: Az alacsony foglalkoztatás okairól az 50 év feletti népességben Magyarországon. Az ösztönzők, a kognitív képességek és az egészségi állapot szerepe, *Társadalmi Riport*, (szerk. Kolosi Tamás–Tóth István György), Budapest, TÁRKI, 190–208.
10. Eső Péter–Simonovits András [2003]: Optimális járadékfüggvény tervezése rugalmas nyugdíjrendszerre, *Közgazdasági Szemle 50,* 99–111.

11. Eső Péter–Simonovits András–Tóth János [2011]: Designing Benefit Rules for Flexible Retirement: Welfare and Redistribution, *Acta Oeconomica 61,* 3–32.
12. Fabel, O. [1994]: *The Economics of Pensions and Variable Retirement Schemes*, New York, Wiley.
13. Holzmann, R.–Palmer, E., eds. [2006]: *Pension Reform through NDCs: Issues and Prospects for Non-Financial Defined Contribution Schemes*, Washington D.C. World Bank.
14. Holzmann, R.–Palmer, E.–Robalino, D., eds. [2012]: *NonFinancial Defined Contribution Pension Schemes in a Changing Pension World*, Washington D.C. World Bank.
15. Knell, M. [2012]: Increasing Life Expectancy and Pay-As-You-Go Pension Systems, Österreichische Nationalbank, Working Paper 179.
16. Krémer Balázs [2013]: Miért is olyan félelmetes a társadalmak számára az, hogy az emberek tovább élnek?, Szociológiai Szemle, megjelenés alatt.
17. Sheshinski, E. [2008]: *The Economic Theory of Life Annuities*, Princeton, Princeton University Press.
18. Simonovits András [2001]: Szolgálati idő, szabadidő és nyugdíj: ösztönzés korlátokkal, *Közgazdasági Szemle 48*, 393–408.
19. Simonovits András–Tóth János [2007]: Új eredmények az optimális járadékfüggvény tervezéséről, *Közgazdasági Szemle 54*, 628–643.

REVISITING THE CRITIQUE OF THE NONFINANCIAL DEFINED BENEFIT PENSIONS

In our earlier works (e.g. *Eső–Simonovits–Tóth* [2011]) we had analyzed the pitfall of NDC (nonfinancial defined contribution). The NDC formula neglects the fact that the remaining life expectancy is a poor proxy for the length of time spent in retirement: the later one retires, the longer he/she lives. Therefore their lifetime balance is negative, while the others' is positive. We had assumed that the benefit formula fixed the average life expectancy (making it independent of age) and neglected any wage heterogeneity. *Banyár* [2011, 2012] rightly criticized our works for these rude simplifications. In this paper, I show that even incorporating Banyár's two proposals, under quite general assumptions, the systemic error remains. I reject, however, his fixing the value of the initial pension capital and his replacement of variable (flexible) retirement age by variable claiming age and thus negating the systemic error.

Keywords: nonfinancial defined contributions, variable retirement, adverse selection, actuarial fairness

JEL Classification: C61, C63, D82, D91 and H55