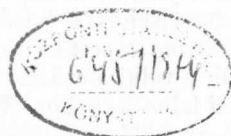


Pénzmennyiség szabályozás időkésleltetési modellel



A pénz mennyiségét és likviditási összetételét az országos hitelmérlegben irányozzák elő. E mérleg prognózisszerű változatának összeállításánál figyelembe veszik a népgazdaság általános és parciális fejlődési mutatóit, a pénzügyi mérlegrendszernek azokat az elemeit, amelyek befolyásolják a pénz- és hitelállományok, valamint a devizakészletek és tartozások időbeli alakulását, a gazdasági fejlődésből adódó pénzigényeket. Az országos hitelmérleget jelenleg a hagyományos módszerű tervezés keretében készítik. A prognózis eszköztárából hiányzik olyan pénzügyi modell, amely fejlődési mutatók, függvények segítségével teremti összefüggést a gazdaság általános helyzete és a pénzmennyiség között. A jelen cikkben kísérletet teszünk egy dinamikus modell felállítására, amely alkalmas lehet a pénzmennyiség várható alakulásának meghatározására, a szándékolt és a ténylegesen kialakult pénzügyi helyzet összefüggéseinek bírálatára és a menetközbeni beavatkozásokra.

A modell elsősorban mennyiségi szabályozásra alkalmas, mivel népgazdasági szinten elvileg csak ez lehetséges. Az a modell, amely az általános egyensúlyi feltételeket kívánja vizsgálni és módszerbelileg megalapozni, szükségszerűen makroszintű. Ennek megfelelően a változók és a korlátozó feltételek a népgazdaság általános fejlődését jellemzik és attól függenek. A modell feltételrendszerében a legátfogóbb makroökonómiai fogalmat tekintjük a független változónak, szabályozónak és meghatározónak; ez pedig a *népgazdaság bruttó nemzeti termelésének* (társadalmi össztermék) az értéke. A pénzmennyiségnek a társadalmi bruttó termelés értékéhez való viszonyítása azon a megfontoláson alapszik, hogy a pénzsükségletet a lehető legteljesebb közgazdasági tartalmat magában foglaló kategóriához mérjük, s ehhez a népgazdasági tervből átvehető számokkal rendelkezünk. A tapasztalati adatok alapján végzett számítások azt igazolják, hogy az egyes időszakok egymásután következő termelési és pénzmennyiségi változásainak korrelációs kapcsolata elég szoros. Ezt a számszerű megállapítást a közgazdasági megfontolás is alátámasztja.

A modell közgazdasági megfogalmazása

A feladat annak meghatározása, hogy a nemzeti termelés adott nagysága (folyó áron) és időbeli változása milyen pénzmennyiséget indukál; azaz, hogy az állami központi bank csak annyi pénzt hozzon forgalomba, amennyi egy adott időszakban a gazdaság általános helyzete alapján szükséges. Ily módon az új pénz kibocsátása, illetve a fölös pénznek a forgalomból való kivonása a társadalmi termelés alakulásától függ. Hasonló elgondolásokkal találkozhatunk a nemzetközi szakirodalomban is [1].

A modell egyenlőségrendszerének megfogalmazásánál a hitelmérleg hat fő tételéből indulunk ki. Ezek közül kettőt — a rövidlejáratú valamint a közép- és hosszúlejáratú devizakészletek és tartozások egyenlegét — autonómnak tekintjük a társadalmi termelés szempontjából. Ezeket az adatokat a népgazdasági tervből, ill. a nemzetközi fizetési (elszámolási) mérlegből vesszük át változatlanul. A hitelmérleg további négy tételét a modell alapegyenlőségeivel fejezzük ki oly módon, hogy elsődlegesen a látra szóló és a tartós pénzmennyiségeket határozzuk meg a gazdaság szükségletei szerint, majd a pénzmennyiségek és a devizaállományok ismeretében megállapítjuk a rövidlejáratú hitelkibocsátási igényt, valamint a közép- és hosszúlejáratú hitelnyújtási lehetőségeket. Az elmondottakból következik, hogy a jelen modellben a *források határozzák meg a hitelnyújtási képességet, vagyis a hitelkiterjesztés határát.*

A pénzsükségletre vonatkozó egyenlőségek a modellbe beépített *korlátozó feltételek* figyelembevételével oldhatók meg. Ezek a következők:

- a bruttó társadalmi termék értékéhez kapcsolódó pénzsükségleti mutató segítségével meghatározott teljes pénzmennyiség;
- a termelő és a végső fogyasztás pénzsükségletét meghatározó mennyiségi korlát ill. az ahhoz kapcsolódó forgási sebességmutató;
- a bruttó felhalmozások realizálásához szükséges pénz mennyiségi korlátja, s az ahhoz tartozó forgási sebesség-mutató.

A pénz a modellben egyrészt forgalmi és fizetési eszközként funkcionál, másrészt a megtakarítások eszköze. A funkciók szorosan kapcsolódnak a nemzeti termelés bruttó értékének *használati érték* szerinti összetevőihöz. Ezért a forgalomban levő, illetve felhalmozott pénzmennyiséget két nagy csoportra osztjuk, mégpedig:

- a termelő és a végső fogyasztási javak közvetítésével kapcsolatos forgalmi-fizetési funkciókat betöltő látra szóló pénzre és
- a bruttó felhalmozás (beruházás és készletváltozás) kategóriájába tartozó javak elosztását és az azzal kapcsolatos pénzügyi funkciókat ellátó tartós pénzre.

A nemzeti termelés bruttó értékének harmadik összetevője a *külföldi felhasználás*, a behozatal és a kivitel egyenlege. E kategória pénzmennyiségre gyakorolt hatása a nemzetközi elszámolási mérleg révén jut kifejezésre a modellben.

A modell feltételrendszeréhez tartozik továbbá két *paraméter*, amelyek nagysága tapasztalati adatok alapján számítható ki. Ezek az alábbiak:

- a pénz forgási sebességének indokolt átlagos növekedését jellemző mutatószám;
- a pénzfeleslegek visszaszívásának vagy a hiányok pótlásának rendezési időtartamát jelző szám.

A társadalom termelő tevékenysége *időben*, mégpedig meghatározott, egymásután következő időszakokban megy végbe. Elvileg az idő folyamatos és a gazdaság változása is állandó. Az empirikus adatok megfigyelése azonban csak diszkrét időszakokra, egységnyi időtartamokra vonatkozhat, hiszen a múltbeli számok ilyen tagoltságban állnak rendelkezésre, s a jövőre vonatkoztatott várakozások, tervadatok is a naptári időtartamokhoz kapcsolódnak. Általában éves és ezen belül negyedéves adatok alapján lehet a modellt szám-szerű adatokkal kitölteni és az időbeli alakulásra, a szezonyszerű változásokra véleményt mondani.

A modellben keressük azt az összefüggést, amely a társadalmi termelés és a pénzügyi kiadások, illetve a pénzállományok között fennáll. A termelés olyan állandó jellegű folyamat, amely percről-percre, óráról-óra végbemenő érték-képző és értéknövelő tevékenység. Ezt a tevékenységet értelmezhetjük abban a fázisban is — és a pénzzel kapcsolatban általában csak így foghatjuk fel a folyamatot —, hogy a létrejövő használati értékek egy bizonyos ütemben és a mindenkori érvényes árakon kibocsátásra, értékesítésre (beszerzésre) kerülnek. Ezért azzal a feltételezéssel élünk, hogy a társadalmi össztermék időről-időre realizálódik és a benne megtestesült jövedelmet is elosztják a pénz közvetítésével. Más szóval ez a feltételezés azt jelenti, hogy a pénz a termék-és jövedelemmozgásoknál mindig valamilyen formában funkcionál.

A cserefolyamat azonban nem egyszerűen olyan mértékben igényli a pénzt, mint ahogyan a társadalmi össztermék, illetve a nemzeti termelés bruttó értékét a népgazdasági mérlegekben kiszámítják. A termékek többszörösen csere-*ré*nek gazdát a mindenkori gazdasági szerkezet szerint, azaz a cserefolyamatok láncolódása megy végbe. Ezen túlmenően nemcsak a termékek és szolgáltatások közvetlen realizálását kell közvetítenie a pénznek, hanem elegendőnek kell lennie a jövedelmek elosztására és újraelosztására is. Azaz a pénznek a teljes forgalmi, fizetési és felhalmozási funkciókban kell működnie. A gazdálkodó szervezeteknek és a lakosságnak (általában a pénz tulajdonosának) tehát nem elegendő a termékek csereértékével egyenlő nagyságú pénzmennyiség, hanem ennél többre, kiadásai rendszeres teljesítéséhez elegendő pénzmennyiségre van szükség. Következésképpen a *pénzmennyiségnek a kiadások alakulásához kellene rugalmasan igazodnia*. Ily módon a társadalmi termék kibocsátása és a pénzügyi kiadások alakulása között napról-napra, minden időpontra vonatkozóan létrehozható vagy létrehozandó valamilyen arányszám segítségével az egyenlőség. Ezt az arányszámot *pénzszükségleti mutató*nak nevezzük, amely tartalmában kifejezi a gazdasági reálfolyamatok és a pénzfolyamatok közötti — a pénz forgását és az időbeli eltéréseket is magában foglaló — összefüggéseket.

A modell az a szándékunk, hogy a forgalomban, azaz a pénztulajdonosok birtokában levő pénzmennyiség nagyságára mondassunk véleményt. Tekintettel arra, hogy a pénzügyi kiadások is végső fokon a nemzeti termelés nagyságától függenek, ezért a pénzmennyiség és a társadalmi termelés között hozunk létre közvetlen kapcsolatot. Tesszük ezt azért, mert a ténylegesen megjelenő fizetőképes kereslet nem a kiadások öszsvolumenétől, hanem egy-egy időpontban rendelkezésre álló pénzmennyiség nagyságától függ. Emellett a múltra nézve általában nem is határozható meg egyértelműen a kiadások összege, mivel a pénzügyi lebonyolítás technikája sok zavaró tényezőt rejt magában.

Az összekötő kapocs a *forgási sebesség* mutató, amelynek segítségével kifejezhető a társadalmi bruttó termelés értéke és a teljes pénzmennyiség közötti egyenlőség. Ugyancsak hasonló feltételezéssel élünk a modellben a társadalmi termék termelő és végső fogyasztási része és a látra szóló pénz, továbbá a bruttó felhalmozás értéke és a tartós pénzállomány közötti egyezőséget illetően. Az általunk meghatározott összefüggések lényegüket tekintve hasonlóak a pénzegyensúlyi modellekhez. Ezekben a modellekben (pl. Irving Fishernél és több más közgazdásznál, Magyarországon Riesz Miklósnál is [2],) a pénz mennyisége és a pénz forgási sebességének szorzata egyenlő a megtermelt, illetve értékesített áruk mennyisége és az árszínvonal szorzatával. Az egyenlőségek azonossága arra vezethető vissza, hogy a társadalmi termék értéke

a volumenek és az árak szorzata. Azzal azonban, hogy mi felbontjuk a társadalmi terméket két alapvető kategóriára, pontosabban jellemezzük a pénzmennyiség és a nemzeti termelés közötti kapcsolatot. Emellett a *forgási sebesség* nálunk nem egyszerűen statikus adat, hanem az *idő függvényében kifejezett mutatószám*. A prognosztizálást éppen az a feltétel teszi lehetővé, hogy a forgási sebességmutatók is szakaszokra és azon belül szezonokra jellemző függvényértékek.

A modell működési elve

Az egyensúlyi vizsgálatnál abból az alaptételből indulunk ki, hogy a teljes hitelvolumen minden időpontban egyenlő a pénz- és devizaállományok algebrai összegével. Ennek az általános érvényű tételnek a figyelembevételével a modell működése a következőképpen értelmezhető:

Feltételezzük, hogy a forgalomnak annyi pénzre van szüksége, amennyi lehetővé teszi a társadalmi termelés teljes realizálását és a létrehozott jövedelmek elosztását, újraelosztását. Amennyiben egy múltban kialakult és egyensúlyi szempontból elfogadható arányt tekintünk a bővített újratermeléshez szükségesnek, akkor a forgalomba hozandó új pénz mennyisége egyenlő lesz a társadalmi termelés növekedési üteme által meghatározott összeggel, figyelembe véve a szezonszerűen érvényes forgási sebesség-mutatókat is. Amennyiben a pénzügyekben szigorúbb feltételeket kívánnak érvényesíteni, az összefüggésbe beépíthető valamilyen degresszivitást biztosító paraméter, arányszám is.

A pénztömeg növekedését jellemző, fentebb meghatározott többletpénzt teljes egészében látra szóló pénznek tekintjük a forgalombahozás időpontjában (pillanatában). Ezt a pénzmennyiséget részben rövidlejáratú hitel nyújtásával, részben látra szóló arany- és devizakészletek vétele (növekedése) által hozza forgalomba a jegybank illetve a bankrendszer.

Feltételezzük, hogy a forgalom számára felesleges (korláton felüli) látra szóló pénzből $\frac{1}{4}$ év elteltével lesz megtakarítás. Ezért a tényszámok és korlátaik közötti különbséget csak a következő időszakban tekintjük a közép- és hosszúlejáratú hitelek forrásának.

A vizsgált időszakban annyi közép- és hosszúlejáratú hitel folyósítható, mint amennyi a tartós pénzállományok és devizakötelezettségek nettó állományváltozásának algebrai összege.

A modell szerint számított kétféle likviditású pénzre felállított korlátot a következőképpen értelmezzük:

- a *látra szóló pénz* állománya az egyensúlyi feltételek követelménye szerint nem lehet nagyobb, mint a termelő és a végső fogyasztás, valamint a hozzákapcsolódó pénz forgási sebessége által meghatározott összeg. Ez adódik abból a követelményből, hogy a látra szóló pénznek a termelés és a fogyasztás szférájában kell működnie illetve az ehhez kapcsolódó fizetési forgalmat kell közvetítenie;
- a *tartós pénzállománynak* legalább annyinak kell lennie, mint amennyi — a tapasztalatilag kialakult forgási sebesség mutató szerint — a felhalmozási javak realizálásához szükséges. Ezt a korlátot indokolja, hogy a belföldön létre kell jönnie akkora pénzmennyiségnek, amely reálisan lehetővé teszi a felhalmozási javak megszerzését.

A fentiekben definiált korlátok lényegében a gazdaság adott színvonalán indokolt *pénzkeresletet* jellemzik, míg a tényleges állományok a *fizetőképes keresletet*, a *pénzkínálatot*. A korlátozó feltételek egyben jelzik azt a *különbözetet*, amely többletként vagy hiányként mutatkozik a pénzállományokban, illetve a kereslet és a kínálat között. Viszonylagos *pénzhiányról* vagy *pénzfeleslegről* beszélhetünk akkor, ha a látra szóló pénz vagy a tartós pénz külön-külön kevesebb illetve több, mint a korlát szerinti állomány. Ebből a definícióból következik az abszolút pénzhiány, illetve pénztöbblet fogalma. A modell szerint akkor adódik abszolút pénzhiány, ha a termelő és a végső fogyasztás, illetve a felhalmozás szerinti pénzszükséglet együttesen nagyobb, mint a tényleges pénzállomány. Ha viszont a látra szóló és a tartós pénz összege nagyobb a korlátok szerint megállapított keresletnél, akkor abszolút pénztöbbletről beszélünk.

Ha a vizsgálat során az állapítható meg, hogy abszolút értelemben véve *sok a forgalom lebonyolításához rendelkezésre álló pénzállomány*, akkor a teendő attól függ, melyik szférában mutatkozik a felesleg. Amennyiben a látra szóló pénznél szükséges a jegybank beavatkozása, akkor ezt a rövidlejáratú hitelkibocsátás korlátozásával érheti el, míg ha a tartós pénzeknél mutatkozik a többlet, akkor választhat aközött, hogy kevesebb új pénzt bocsát ki a következő időszakban és ezáltal a forgalom szükségleteihez képest a tartós pénz egy része visszaalakul látra szóló pénzzé, vagy pedig korlátozza a közép- és hosszúlejáratú hitelek folyósítását a fölösleges pénzösszeg erejéig. Pénzhiány esetén a gazdasági helyzet várható alakulásától függően, az egyensúlyi feltételek alapos elemzése után lehet dönteni a szükséges pénzmennyiség forgalomba hozataláról. A látra szóló pénz indokolt pótlása rövidlejáratú hitel folyósításával, a tartós pénzé pedig rövid-, vagy közép- és hosszúlejáratú hitel nyújtásával történhet.

Az ismertetett beavatkozások különböző változatai képzelhetők tehát el és a mindenkori pénzügyi helyzet, illetve a várható szükségletek és lehetőségek figyelembevételével kell tudatosan megszabni az intézkedések formáját és mértékét. Megjegyezzük, hogy a valóságban sohasem jöhet létre szigorúan vett egyensúly a likviditási és a hiteleszközök között. A modell szerepe éppen az, hogy az egyensúlytól való eltérések számszerű értékét rendszeresen meghatározza, s jelezze a hitelpolitikai irányelvekben megfogalmazandó feladatokat.

A modellből kapott eredmények — a szükségszerűen alkalmazott absztrakciók és tudatos egyszerűsítések miatt — kellő orientálást adnak ugyan a cselekvés irányát illetően, a döntések meghozatalánál mégis nagy körültekintéssel kell eljárni. Az egyszerűsítésekből adódó főbb közgazdasági korlátok:

- a nemzeti termelés bruttó értékét (társadalmi összterméket) két minőségi kategóriára (fogyasztás, felhalmozás) osztottuk, holott a gyakorlatban legalább öt csoport képzése (termelő-, közösségi-, személyes fogyasztás, állóeszközberuházás és forgóeszközfelhalmozás) volna indokolt;
- a nemzeti termelés teljeskörű számbavétele évenként egyszer történik, s így a negyedéves adatok csak becslések útján állapíthatók meg.

A pénzszabályozás időkéleltetéses modellje

E pontban a pénzszabályozási folyamat egy időkéleltetéses matematikai modelljét és annak megoldását ismertetjük. A folyamatot a t időváltozó $0 \leq t \leq \infty$ tartományában vizsgáljuk. A modellben szereplő közgazdasági kategóriákat az alábbiak szerint jelöljük:

$P_r(t)$ = a látra szóló, rövidlejáratú pénz állománya,
 $P_h(t)$ = a tartós, hosszúlejáratú pénz állománya,
 $D_r(t)$ = a rövidlejáratú devizakövetelések és tartozások egyenlege
 $D_h(t)$ = a közép- és hosszúlejáratú devizakövetelések és tartozások egyenlege } autonóm tételek
 $\varphi(t)$ = a szükséges teljes pénzállomány értéke. $\varphi(t)$ a modellben ismertnek feltételezett függvény, ahol

$$\varphi(t) = A(t)X(t)$$

$X(t)$ = nemzeti termelés bruttó értéke

$A(t)$ = pénzszükségleti együttható

$H_r(t)$ = a rövidlejáratú hitelek állománya

$H_h(t)$ = a közép- és hosszúlejáratú hitelek állománya

$K_r(t)$ = a rövidlejáratú pénzállomány korlátja, a modellben elvileg ismertnek tekintett függvény.

Ezek után a modell alapegyenleteit az alábbiakban definiáljuk:

$$(1.1) \quad \varphi(t) = P_r(t) + P_h(t)$$

Vagyis a teljes pénzmennyiség megegyezik a látra szóló pénz és a tartós pénz összegével.

$$(1.2) \quad \frac{dP_h(t)}{dt} = \alpha[P_r(t - T) - K_r(t - T)], \quad \text{ahol } \alpha > 0,$$

$T > 0$ adott.

Ez az összefüggés a tartós pénz változását, illetőleg annak a látra szóló pénzből történő növekedését vagy csökkenését írja le a látra szóló pénz korlátjának figyelembevételével.

T az időkéleltetésre jellemző paraméter, az

α együttható pedig reciprok idő-dimenziójú mennyiség. Értékét az egységgel tekinthetjük egyenlőnek.

$$(1.3) \quad \frac{dH_r(t)}{dt} = \frac{dP_r(t)}{dt} - \frac{dD_r(t)}{dt}$$

Az (1.3) a rövidlejáratú hitel, a látra szóló pénz és a rövidlejáratú devizaállományok változása közti kapcsolatot adja meg és közgazdaságilag teljesen plauzibilis.

Végül érvényes a hitelmérleg eszköz- és forrásoldalának egyenlősége az alábbiak szerint:

$$(1.4) \quad H_r(t) + H_h(t) + D_r(t) = P_r(t) + P_h(t) + D_h(t)$$

A modell négy alapegyenlete egy funkcionál-differenciálegyenletrendszer képez a bennük szereplő változókra nézve.

Oldjuk meg az egyenletrendszer (1.1) és (1.2) alapján a rövidlejáratú pénzre nézve azonnal adódik az alábbi összefüggés.

$$(1.5) \quad \frac{dP_r(t)}{dt} + \alpha P_r(t - T) = \frac{d\varphi(t)}{dt} + \alpha K_r(t - T).$$

Az (1.5) kifejezés egy elsőrendű, lineáris inhomogén differencia-differenciál-egyenletet ad a látra szóló pénzre nézve és közvetlen összefüggést szolgáltat a $P_r(t)$, a $K_r(t)$ korlát és a bruttó nemzeti termelésre jellemző $\varphi(t)$ között.

Az (1.5) megoldásához meg kell adnunk $P_r(t)$ és $K_r(t)$ függvényeket a $-T \leq t \leq 0$ intervallumon. Legyen

$$P_{r0}(t) = P_r(t), \text{ ha } -T \leq t \leq 0 \\ \text{és } P_{r0}(t) = 0, \text{ különben}$$

ahol $P_{r0}(t)$ ismert függvény. Az (1.5)-öt a Mikusiński-féle operátorszámítás segítségével oldjuk meg. (L. [3], [4].) Az egyszerűbb írásmód kedvéért az (1.5) jobboldalát $G(t)$ -vel jelölve, a szóbanforgó egyenlet az alábbi operátoros alakra írható át.

$$(1.6) \quad sP_r - P_r(0) + \alpha e^{-Ts} P_r + \alpha \{P_{r0}(t - T)\} = \{G(t)\},$$

ahol $P_r(0) = P_{r0}(0)$, mert $P_r(t)$ -nek nem lehet ugrása a $t = 0$ időpontban.

Az (1.6)-ból közvetlenül kapjuk, hogy

$$(1.7) \quad P_r = \frac{\{G(t)\} + P_r(0) - \alpha \{P_{r0}(t - T)\}}{s + \alpha e^{-Ts}}$$

ahol s a differenciál-operátort, e^{-Ts} pedig az eltolási operátort jelöli.

Az operátorszámítás egy ismert sorfejtési tétele alapján (3)

$$\frac{1}{s + \alpha e^{-Ts}} = \frac{1}{s \left(1 + \frac{\alpha e^{-Ts}}{s}\right)} = \frac{1}{s} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{\alpha}{s}\right)^k e^{-kTs}$$

és ezt az (1.7)-be helyettesítve a látra szóló pénz operátorára az alábbi végső kifejezés adódik.

$$(1.8) \quad \{P_r(t)\} = [\{G(t)\} + P_r(0) - \alpha \{P_{r0}(t - T)\}] \frac{1}{s} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{\alpha}{s}\right)^k e^{-kTs}.$$

Az operátorszimbólika elemi szabályainak figyelembevételével (1.8) könnyen felírható, mint a t időváltozó függvénye. Meg kívánjuk jegyezni, hogy bármilyen véges időintervallumon a kapott végtelen sor az e^{-Ts} eltolási operátor sajátosága folytán véges sorra redukálódik, ami lényeges egyszerűsödést jelent.* Ugyanis

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\alpha^k}{s^{k+1}} e^{-kTs} = \sum_{k=0}^{\infty} Q_k(t)$$

* Az operátorszámításnak viszonylag ismertebb módszere a Laplace-transzformáció. Ennek előnye, hogy komplex függvénytanai módszerek alkalmazásából a kapott eredmények gyakorlatilag jobban kezelhető alakra hozhatók, mint amelyet a Mikusiński-féle operátorszámítás felhasználásával például a látra szóló pénz operátorára kaptunk (1.8). Alkalmazott módszerünk viszont elméletileg általánosabb és egyszerűbb is, mint a Laplace-transzformációs eljárás.

ahol $Q_k(t) = 0$, ha $t \leq kT$

$$Q_k(t) = (-1)^k \frac{\alpha^k}{k!} (t - kT)^k, \text{ ha } t > kT$$

és P_r -re kapjuk, hogy

$$P_r(t) = P_r(0) \sum_{k=0}^{\infty} Q_k(t) + \sum_{k=0}^{\infty} \int_0^t G(u) Q_k(t-u) du - \alpha \sum_{k=0}^{\infty} \int_0^t P_{r_0}(u-T) Q_k(t-u) du$$

$P_r(t)$ ismeretében a többi ismeretlen függvény viszonylag egyszerűen határozható meg.

Az (1.1)-ből kapjuk, hogy

$$(1.9) \quad P_h(t) = \varphi(t) - P_r(t)$$

Az (1.3) mindkét oldalát integrálva pedig adódik

$$(1.10) \quad H_r(t) = H_r(0) + P_r(t) - P_r(0) - [D_r(t) - D_r(0)]$$

ahol $H_r(0)$ a rövidlejáratú hitelállomány kezdeti értéke.

Végül a közép- és hosszúlejáratú hitelállomány az (1.4) hitelmérlegből közvetlenül adódik.

Az időkéleltetéses modell egy másik egyszerűbb variánsát úgy kaphatjuk, ha a modell többi egyenleteinek megváltoztatása nélkül (1.2) helyett a

$$(1.11) \quad \frac{dP_h(t)}{dt} = -\frac{d}{dt} [P_r(t-T) - K_r(t-T)]$$

összefüggést alkalmazzuk, melynek közgazdsági tartalma nyilvánvaló. Ekkor (1.11) mindkét oldalát 0-tól t -ig integrálva adódik, hogy

$$P_r(t-T) - K_r(t-T) - [P_r(-T) - K_r(-T)] = P_h(0) - P_h(t)$$

Amennyiben a kapott összefüggésből $P_h(t)$ hosszúlejárató pénzt kifejezzük, majd (1.1)-be helyettesítjük, úgy $P_h(0) = \varphi(0) - P_r(0)$ -t is tekintetbe véve a rövidlejáratú pénzre az (1.5)-tel analóg alábbi differencia-egyenletet kapjuk.

$$(1.12) \quad \begin{aligned} P_r(t) - P_r(t-T) &= \varphi(t) - \varphi(0) - [K_r(t-T) - K_r(-T)] + \\ &+ P_r(0) - P_r(-T) \end{aligned}$$

Ennek operátoros alakja

$$P_r - e^{-Ts} P_r - \{P_{r_0}(t-T)\} = \{\varphi(t) - \varphi(0) - [K_r(t-T) - K_r(-T)] + P_r(0) - P_r(-T)\}$$

amelyből P_r operátorára nyerjük, hogy

$$(1.13) \quad \begin{aligned} \{P_r(t)\} &= \{P_{r_0}(t-T) + \varphi(t) - \varphi(0) - K_r(t-T) + K_r(-T) + \\ &+ P_r(0) - P_r(-T)\} \sum_{k=0}^{\infty} e^{-kTs} \end{aligned}$$

ahol tekintetbe vettük, hogy

$$\frac{1}{1 - e^{-Ts}} = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-kTs}$$

az operátoros konvergencia értelmében. (1.13) operátor könnyen felírható, mint az idő függvénye.

$$(1.14) \quad P_r = \sum_{k=0}^{\infty} Q_k(t)$$

ahol

$$(1.15) \quad \begin{aligned} Q_k(t) &= 0, & \text{ha } t \leq kT \\ Q_k(t) &= P_{r0}[t - (k+1)T] + \varphi(t - kT) - \varphi(0) - K_r[t - (k+1)T] + \\ &+ K_r(-T) + P_r(0) - P_r(-T) \\ & \text{ha } t > kT \end{aligned}$$

Így minden rögzített t -re (1.14) csak véges számú tagot tartalmaz.

Előző vizsgálatainkban a modellben szereplő közgazdasági kategóriákat a valósággal egyezően úgy tekintettük, hogy azok a *folyamatosan változó idő függvényei*. A folyamatosság kikötésével azonban a nyert eredmények gyakorlati felhasználása nehézségekbe ütközik.

A gyakorlatban sajnos — mint ahogy arra már utaltunk — a modell közgazdasági kategóriáinak időben való folyamatos követése, észlelése nem lehetséges. Lehetetlen például a termeléssel kapcsolatos $\varphi(t)$ függvényt minden időpontban megadni, hiszen arra vonatkozóan csak egyes konkrét időszakok (negyedévek, évek) adatait közlik. Hasonló megállapítást tehetünk a modell többi függvényére nézve is. Végül a látra szóló és a tartós pénz kapcsolatára jellemző T időkésleltetés sem ismeretes számszerűen, hiszen az nyilvánvalóan nem akkora, mint az az időköz, amelyben a pénzállományok változása gyakorlatilag egyáltalán érzékelhető, vagy amit a tartósodás időtartamára konvencionálisan elfogadnak. Ezért a gyakorlati számítások céljára kidolgoztuk a modell ún. diszkrét analógiáját, amelyben a t időváltozó csupán diszkrét értékeket vehet fel ($t = 0, 1, 2, \dots$) és ahol az időegység a negyedév. Ez ugyan matematikailag kevésbé hűen írja le a közgazdasági folyamatokat, azonban a gyakorlati számításokra igen alkalmas és lehetővé teszi a modell kategóriáinak a megfigyelt tényszámokkal való összehasonlítását.

A diszkrét modell

Az előző pontban már definiáltuk a

$$\varphi(t) = A(t)X(t)$$

összefüggést. $A(t)$ közgazdasági értelmezése szerint egyenlő a teljes pénzmennyiség forgási sebessége reciprok értékével. Azaz

$$\begin{aligned} A(t) &= \frac{1}{g(t)} \\ \text{és } g(t) &= \frac{X(t)}{P_r(t) + P_k(t)}. \end{aligned}$$

Prognózis készítése esetén érvényes az

$$A'(t) = \frac{1}{g'(t)}$$

egyenlőség, amelynek meghatározása a látra szóló pénz és a tartós pénz mennyiségi korlátainak ismeretében lehetséges.

A látra szóló pénz korlátja

$$(2.1) \quad K_r(t) = \frac{C(t)}{v(t)}$$

ahol

$C(t)$ = a teljes (termelő és végső) fogyasztás értéke,

$v(t)$ = a látra szóló pénz forgási sebesség-mutatója $C(t)$ -re vonatkoztatva.

Prognózis készítésekor $v(t)$ valamilyen becsült értéke alkalmazandó, a következő feltételezéssel:

$$v'(t) = \gamma^\tau \cdot v(t - 4\tau) \quad \gamma \geq 1$$

ahol

γ = a forgási sebesség éves növekedését jellemző szám,

τ = a terv- (becslési-) év és a bázis év közötti különbséget (évek számát) jelölő index.

A tartós pénz éves korlátja:

$$(2.2) \quad K_h(n) = \frac{I(n)}{f(n)} \quad n = 1, 2, \dots$$

ahol

$I(n)$ = a bruttó felhalmozás (beruházások + készletváltozás) értéke az n -edik évben,

$f(n)$ = a tartós pénz forgási sebesség-mutatója $I(n)$ -re vonatkoztatva,

n = az éveket jelölő index.

Becsléseknél $f'(n)$ trend segítségével határozható meg. Ennek egyik formája lehet

$$f'(n) = f(n - \tau) + b\tau \quad f'(n) \leq 1$$

ahol

$f(n - \tau)$ = paraméter a bázisként elfogadott év forgási sebességmutatója,

b = paraméter a lineáris trend alapján kapott tapasztalati szám.

Az n -edik év bármely t időszakára vonatkozó korlát pl. azzal a feltétellel állapítható meg, hogy a IV. negyedév korlátja az éves korláttal egyenlő.

Azaz ekkor

$$K_h(n) = K_h(t)$$

Az I–III. negyedévek korlátértékeit oly módon számíthatjuk ki, hogy az n -edik év korlátja és az $(n-1)$ -edik év tényleges záró tartós pénzállománya közötti különbséget felosztjuk az n -edik év egyes t időszakaira eső felhalmozások arányában és az így kapott értékeket az előző időszak adatához hozzáadjuk. Ennek megfelelően:

$$(2.3) \quad K_h(t) = P_h(n-1) + \frac{\sum_{k=1}^4 I(k)}{I(n)} [K_h(h) - P_h(n-1)]$$

ahol

k = az n -edik éven belüli I–IV. negyedévet jelöli,
 $P_h(n-1)$ = a tartós pénz tényleges állománya az $(n-1)$ -edik időszak végén.

A fenti (2.1) és (2.3) kifejezésekből következik, hogy a társadalmi termelés t -edik időszakra várható $X'(t)$ értékéhez kapcsolódó pénzzükségleti mutató:

$$A'(t) = \frac{1}{g'(t)} = \frac{\frac{C'(t)}{s'(t)} + \frac{I'(t)}{f'(t)}}{X'(t)}.$$

Ezek után felírhatjuk a diszkrét pénzzabályozási modell egyenleteit

$$(2.4) \quad \begin{aligned} P_r(t) + P_h(t) &= \varphi(t) \\ \Delta P_h(t) &= P_r(t-1) - K_r(t-1) \\ \Delta H_r(t) &= \Delta P_r(t) - \Delta D_r(t) \\ H_r(t) + H_h(t) + D_r(t) &= P_r(t) + P_h(t) + D_h(t) \end{aligned}$$

ahol Δ a differenciaoperátort jelöli az alábbi definíció szerint:

$$\Delta X(t) = X(t) - X(t-1)$$

ahol $X(t)$ tetszőleges függvény.

A (2.4) első két egyenletéből a pénzállományokra kapjuk, hogy

$$(2.5) \quad P_r(t) = \Delta \varphi(t) + K_r(t-1)$$

$$(2.6) \quad P_h(t) = \varphi(t-1) - K_r(t-1)$$

A pénzállományok megoldásához meg kell adnunk a $\varphi(-1)$ és $K_r(-1)$ értékeket is.

A folyamatos modellben szereplő T időképletelési paraméternek jelen esetben I időegység (negyedév) felel meg.

A (2.4) harmadik egyenletéből a rövidlejáratú hitelre nézve

$$(2.7) \quad H_r(t) = H_r(0) + P_r(t) - P_r(0) - [D_r(t) - D_r(0)]$$

Végül a hosszúlejáratú hitel közvetlenül adódik a (2.4) utolsó egyenletéből.

A pénz mennyiségi szabályozása, a többletek és a hiányok rendezése

A felesleges pénzmennyiség értelmezésünk szerint a tényleges teljes pénzállomány és a korlátok közötti különbözet, ha a tényleges állomány nagyobb. Azaz

$$P_F(t) = P_r(t) + P_h(t) - [K_r(t) + K_k(t)]$$

A pénzmennyiség akkor áll a szükséges mértékben rendelkezésre, ha a nemzeti termelés bruttó értékéhez (társadalmi össztermék) viszonyítva olyan forgási sebességet ér el, ami éppen a korlátok szerinti pénzmennyiséget indu-

kálja. A tényleges és az elvárando forgási sebességmutatók alapján a fentebb megfogalmazott pénzfelesleg tehát így is felírható

$$(3.1) \quad P_F(t) = \left[\frac{1}{g(t)} - \frac{1}{g'(t)} \right] X(t), \quad g'(t) > g(t)$$

Amennyiben a pénzkibocsátás ütemét oly módon irányítja a bank, hogy a pénz forgási sebessége elérje a korlátok által meghatározott mértéket, a $(t + 1)$ -edik időszakban rendezhető az eltérés (azaz teljes egészében visszaszívható a felesleges pénzmennyiség, illetve pótolható a hiányzó pénzsükséglet). Ezt a követelményt azonban nem lehet minden esetben egy időegység alatt megvalósítani, ezért a következő megoldás látszik célszerűnek.

Tételezzük fel, hogy a tényleges és a korlátok szerint indokolt pénz forgási sebesség-mutatók közötti összefüggés

$$(3.2) \quad g(t)^{1+a\varepsilon} = g'(t)$$

ahol az

ε = tapasztalati szám, amely a tényleges $g(t)$ mutatókból határozható meg és a pénzállományokhoz kapcsolódó regressziós függvény b paraméterrel definiálható ($b = 1 + \varepsilon$).

E mutatószám jellemzi a pénzképződés rugalmasságát a nemzeti termelés bruttó értékével összefüggésben.

Mivel pénzfelesleg esetén $g'(t) > g(t)$, ezért $\varepsilon > 0$, amelynek egy növekedő gazdaságban – helyes pénzgazdálkodás esetén – szükségyszerűen érvényesülnie kell. Amennyiben a hiányzó pénzmennyiség pótlására újabb pénzt kell kibocsátani, $g(t)$ és $g'(t)$ szerepet cserél a beavatkozás szerint.

A (3.2)-ből kiszámítható, hogy adott t -nél

$$(3.3) \quad a = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{\log g'(t) - \log g(t)}{\log g(t)}$$

ahol

a = a rendezési időtartam negyedévekben.

Az első $1/4$ év alatt rendezendő pénzfelesleg összege (R_1):

$$(3.4) \quad R_1 = \left[\frac{1}{g(t)} - \frac{1}{g(t)^{1+\varepsilon}} \right] X(t);$$

a második $1/4$ év alatt:

$$R_2 = \left[\frac{1}{g(t)^{1+\varepsilon}} - \frac{1}{g(t)^{1+2\varepsilon}} \right] X(t)$$

és így folytatva egészen az a -ig. Ennek megfelelően

$$R_1 + R_2 + \dots + R_a = P_F(t) = X(t) \sum_{k=1}^a \left[\frac{1}{g(t)^{1+(k-1)\varepsilon}} - \frac{1}{g(t)^{1+k\varepsilon}} \right]$$

vagyis a felesleges pénz mennyisége. Pénzhiány esetén hasonló megfontolással sokkal lehet ütemezni a pótlólagos kibocsátást.

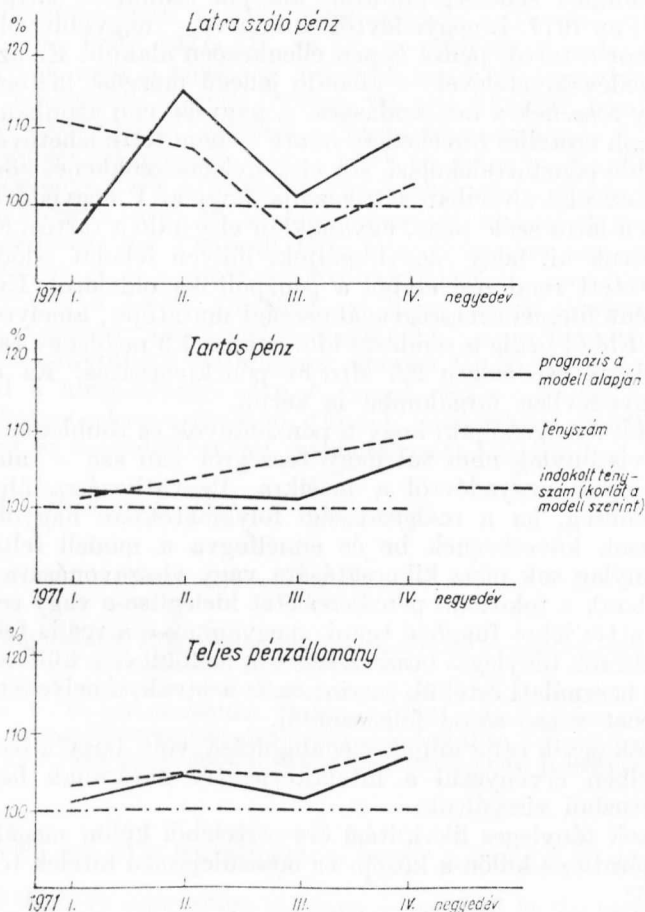
A számítások eredményei*

A modell felhasználásával kettős feladatot kívántunk megoldani:

- a pénzkorlátok és a hitelkiterjesztés határainak megállapítását;
- a hitelméreg főbb tételeinek prognózisszerű meghatározását.

A számítások eredményei szerint a teljes pénzmennyiség eléggé szoros pozitív korrelációt ($r = 0,829$) jelez a társadalmi termelés bruttó értékével. Ezért megítélésünk szerint a modell alkalmas arra, hogy segítségével a pénz mennyiségére és a bank hitelnyújtási képességére becsléseket lehessen végezni. A számítások során kitűnt, hogy az egyenletek megoldásával lényegében rendszeresen megtörténik a pénzmennyiség szabályozása is, mert ezek a követelmények beépítést nyertek a feltételrendszerbe.

A látra szóló pénz forgási sebessége szezonyszerűen jellegzetes nagyságot vesz fel és időben gyorsuló tendenciát mutat. Számításainknál az 1968–70 évek forgási sebesség-mutatói közül a legjobb eredményt tekintettük kiinduló



1. ábra

* Az alapadatokat a KSH és az MNB jelentéseiből vettük.

alapnak, ezért bázisul az 1969. évet választottuk. Ekkor az egyes negyedévek mutatói sorban a következők: 6,243; 6,291; 5,644; 5,786. A gyorsulási tendencia figyelembevételével megállapítottuk, hogy a forgási sebesség egy évre eső növekedési üteme 0,035. A látra szóló pénz forgási sebessége az első félévben rendszeresen nagyobb, mint a második félévben, az 1968—70. évek átlagában pedig a II. negyedévben volt a legnagyobb és a IV. negyedévben a legkisebb, aminek oka döntően a pénzállomány szezonszerű ingadozásában keresendő.

Tekintettel arra, hogy a tartós pénz nem alkalmazkodik rugalmasan a bruttó felhalmozások egyes negyedévi üteméhez, ezért az éves forgási sebességből indultunk ki. A forgási sebességmutatót az 1968—70. évek adataiból számított lineáris trend segítségével extrapoláltuk 1971-re. A *b* paraméter átlagosan évenkénti 0,025 gyorsulást jelzett, s így a számításainknál 0,892-vel dolgoztunk. A valóságban 0,955 volt a forgási sebesség, amely erősen közelíti a gyakorlatilag még elfogadható határértéket, az 1-et.

A becsült forgási sebesség-mutatók alapján számított látra szóló pénz mennyisége — az 1971. I. negyedévtől eltekintve — nagyobb volt a korlátjánál, ugyanakkor a tartós pénzé éppen ellenkezően alakult. Ez az összefüggés — az I. negyedév kivételével — állandó jellegű mozgást biztosított a látra szóló pénz egy részének a tartósodására. A nagyságrend azonban — a bruttó felhalmozódások erőteljes növekedése miatt — nem tette lehetővé a szükséges mértékű további pénztartalékolást, sőt viszonylagos csökkenés következett be.

Mivel a tapasztalat általában azt igazolja, hogy az I. negyedévben viszonylagosan kevés a látra szóló pénz, ugyanakkor elegendő a tartós, ezt a negyedévet választottuk ki, hogy megvizsgáljuk, milyen feladat adódik a modell szerint ismertetett rendezési elvből a pénzpolitika oldaláról. Évéből kiszámítottuk a pénz forgási sebesség rugalmassági mutatóját, amelyre 1,106 értéket kaptunk. Ebből pedig a rendezés időtartama 1,3 negyedév és az első rendezési negyedévre eső összeg 2,5 Mrd Ft pénzkibocsátás. Ez az összeg az 1971. II. negyedévben forgalomba is került.

A számítások azt igazolják, hogy a pénzhiányok és többletek rendezése — amennyiben viszonylag nem túl nagy összegről van szó — automatikusan megtörténik egyik negyedévről a másikra. Beavatkozásra általában csak akkor van szükség, ha a reálgazdasági folyamatokban nagyobb eltérések, arányeltolódások következnek be és ennél fogva a modell feltételrendszere alapján viszonylag sok pénz kibocsátására vagy visszavonására kerülne sor. Azt, hogy a bank a fokozódó pénzkeresletet kielégítse-e vagy sem, megítélésünk szerint attól lehet függővé tenni, megvannak-e a reális feltételei a felhalmozási eszközök tényleges beszerzésének a belföldi és a külföldi piacon, ill. létre jöttek-e használati értékük szerint azok a javak, amelyeket csak felhalmozásokra lehet végső soron felhasználni.

A számítások egyik célja annak megállapítása volt, hogy a bank hitelezése során mennyiben érvényesül a hitelkiterjesztés határának betartása. Ezt kétféle aspektusból vizsgáltuk:

- a források tényleges likviditási összetételéből külön megállapítottuk a rövidlejáratú és külön a közép- és hosszúlejáratú hitelek tényadatainak eltérését;
- a források népgazdasági mutatókhoz kapcsolt — a modell feltételrendszere alapján meghatározott — korlátaival összehasonlítottuk a tényleges hitelállományok végösszegeit.

A likviditás szerinti hitelkitrejesztési határokra nézve megállapítható, hogy a II. és a III. negyedévben viszonylagos egyensúly volt a források és a hitel-eszközök között. Ezzel szemben az első negyedévben a rövidlejáratú hitelek állománya nagyobb volt, mint a forrása, a IV. negyedévben viszont éppen ellenkezőleg, a források haladták meg a hitelállományokat. Ily módon ebben a negyedévben a közép- és hosszúlejáratú hitelek egy részét rövidlejáratú forrásokból nyújtották. Szigorú egyensúlyi feltétel figyelembevételével ebből arra lehet következtetni, hogy a IV. negyedévben bizonyos túlhitelezéseket végzett a bank. Számításunk szerint a túlhitelezés azonban csak átmeneti és a mértékét tekintve is csekély. A fejlődés 1972. évi tendenciájából, továbbá a jegybank aktív pénz- és hitelpolitikájából (pl. a forgóeszközhitel magasabb és a lejárat hosszától függő kamattétele, a beruházási hitelek mennyiségi kontingentálása, az elérendő nyereséghányad minimális mértékének felemelése) következtetve rövid időn belül ismét helyreáll az egyensúly. A modell alapján mutatkozó egyensúlyi eltérés oka, hogy a megnövekedett beruházási kereslet kielégítése csak fokozottabb pénzfelhasználással volt lehetséges.

A hitelállományoknak a saját korlátaikhoz való viszonyításából is az állapítható meg, hogy 1971. III. és IV. negyedévében valamelyes túlfinszírozás történt, azaz a közép- és hosszúlejáratú hitel egy kis részének nem volt meg a rendeltetés szerinti forrása. Mivel a likviditási helyzetnek éppen az eltérések viszonylagos nagysága a fokmérője, a számok — megítélésünk szerint — egyben azt is jelzik, hogy a bank 1971-ben is eléggé következetesen igyekezett érvényesíteni a hitelezés elvi szabályait a gyakorlatban.

A vizsgált időszak (négy év) rövidege nem tette lehetővé, hogy valamennyi felvethető kérdésre választ adjunk. Figyelemmel azonban arra, hogy az 1968-at megelőző időszakok sem pénzügyi struktúrájukban, sem pedig statisztikai rendszerükben nem tették lehetővé az ilyen jellegű elemzések elvégzését, kénytelenek vagyunk megelégedni szerényebb eredményekkel. Úgy véljük, hogy így is néhány olyan összefüggést sikerült feltárni a modell segítségével, amely mind a közgazdasági elemző, mind pedig a prognosztizáló-tervező munkában hasznos lesz a jövőben. (Ennek jellemzésére mellékeljük a pénz-állományokat és a modell szerint meghatározott korlátjaikat ábrázoló grafikonokat.)

(Beérkezett: 1972. aug. 15.)

IRODALOM

1. Deutsche Bundesbank 1971. július havi jelentésében megjelent cikk: Längerfristige Entwicklung des Geldvolumens. 11—28. o.
2. RIESZ M.: Pénzforgalom és hitel. Budapest, 1970. Tankönyvkiadó.
3. MIKUSINSKI, I.: Operátorszámítás. Budapest, 1961. Műszaki Könyvkiadó.
4. WLOKA, I.: Az operátorszámítás alkalmazása lineáris állandó együtthatójú differenciadifferenciálegyenletek megoldására. MTA III. Osztályának Közleményei. 1962. XII. 265—291. o.

MONEY SUPPLY REGULATION WITH A TIME LAG MODEL

Supply and liquidity composition of money is provided in the national balance of credits, which is made within the framework of traditional planning presently. In this article the authors make an attempt to construct a dynamic model being applicable first of all for the money supply regulation. In the system of constraints of the model

the value of gross national product is considered to be an independent variable. The problem is to determine how big a supply is induced by the given amount and temporal change of the national product. A link between national product and money supply is the index of velocity of circulation of money.

In compiling the system of equations of the model the authors start from the 6 main issues of the balance of credits: balance of short-, medium-, and long-term foreign currency reserves and liabilities (autonomous issues), amount of demand and time deposits, and short-, medium-, and long-term credit. These latter issues can be calculated from the four basic equations of the model. The interdependences applied are essentially similar to the quantitative money equilibrium models (as e. g. that of Irving Fisher's).

The constraints of the model are the requirement of demand deposit, being in connection to the productive and final consumption, as well as the supply of time deposits, necessary for the gross accumulation. The bounds characterize the money demand, justified on a given level of the national economy, and the amounts available characterize the effective demand and the supply of money. Two further parameters belong to the system of constraints: an index characterizing the justified average growth of velocity of circulation of money and a number indicating the time span for the absorption of money and for the replacement of money stringency.

In principle time is continuous and the change of the economy is continual, too. In general practice yearly and within this quarterly data are available and in this sense the model is discrete as well. The mathematical composition of the continuous model relies on the operator calculus of Mikusinski. This is indeed a *time lag model of money supply regulation*. The practical calculations can be made, at the same time, only decomposing the continuous time into periods (quarters of a year). The authors set forth this in the *discrete model*. The duration of putting an end to money surplus or money stringency is determined by utilizing the elasticity of velocity of circulation of money relative to the amounts of money.

A double problem can be solved with the model: the determination of money limits and limits of credit expansion, as well as the forecasting of the main items of the balance of credits. The authors have made calculations on the basis of the data of 16 quarters of the years 1968—71, as a result they have stated the necessary amount of demand and time deposits belonging to the given national product, and from the actual composition of liquidity of bank resources they have stated the disequilibria in short-, medium-, and long-term credits. Though the short series prevented from fully answering all the questions, the authors still deem that they have succeeded in exploring some interdependences by the aid of the model which will be useful both in economic analysis and in the forecasting-planning work.

РЕГУЛИРОВАНИЕ КОЛИЧЕСТВА ДЕНЕГ ЗАМЕДЛЕННОЙ ВО ВРЕМЕНИ МОДЕЛЮ

Количество и ликвидный состав денег предусмотрены в государственном балансе кредитов, который разрабатывается в наши дни в рамках планирования традиционными методами. В этой статье авторы пытаются составить динамичную модель, которая угодна в первую очередь к количественному регулированию денег. В системе условий модели стоимость национального продукта (валовой общественный продукт) считается независимым переменным. Проблема определять, какое количество денег индуцирует данная величина и изменение во времени национального производства. Общественное производство связывается к количеству денег показателем скорости оборачиваемости денег.

В составлении системы равновесия модели они исходят из 6 главных пунктов баланса кредитов, а именно: сальдо краткосрочных, среднесрочных и долгосрочных запасов деиз и задолжностей (автономные пункты), количества бесрочных и устойчивых денег, и краткосрочных, среднесрочных и долгосрочных кредитов. Эти последние пункты можно исчислять из четырех основных уравнений модели. Применяемые взаимозависимости, касательно их сути, прихожи к моделям количественного равновесия денег (как напр. модель Ирвинга Фишера).

Ограничающие условия модели — бесрочная потребность в деньгах, связывающаяся к производственному и конечному потреблению, а также количество устойчивых денег, нужна к валовому накоплению. Ограничения характеризуют спрос на деньги, мотивированный на данный уровень народного хозяйства, а действительные наличности — пла-

тежеспособный спрос, предложение денег. К системе условий принадлежат также два параметра: а именно: показатель, характеризующий мотивированный средний рост скорости оборачиваемости денег, и показатель, отмечающий время изъятия денег из оборота и возмещения недостатка денег.

В модели время является в принципе непрерывным и изменения хозяйства — постоянными. На практике вообще стоят к распоряжению годовые и внутри этого квартальные данные и в этом смысле модель является и дискретной.

Математически составляется модель при помощи оператор-калькуляции Микулински. Это на самом деле является *замедленной во времени моделью регулирования количества денег*. Одновременно практические калькуляции можно сделать только разложением непрерывного времени на периоды (кварталы). Это излагают авторы в *дискретной модели*. Определение времени изъятия денег из оборота, возмещения недостатка денег делается использованием показателя эластичности скорости оборачиваемости денег, связывающегося к наличностям денег.

Моделью можно решить двойственную проблему: а именно: определение лимитов денег и лимитов выпуска кредита, а также определение главных пунктов баланса кредита в форме прогноза. Авторы проводили калькуляции на основе данных 16 кварталов 1968—71 годов, в результате которых они установили нужное количество бессрочных и устойчивых денег, принадлежащих данному общественному производству в народном хозяйстве, а с наличного ликвидного состава банковских ресурсов — расхождения равновесия краткосрочного, среднесрочного и долгосрочного кредитования. Хотя краткость исследованного периода не сделала возможным дать полный ответ на задаваемые вопросы, они всетаки считают, что успели изложить некоторые взаимозависимости с помощью модели, которые являются в будущем полезными и при экономической аналитической работе, и при прогностической плановой работе.