

KÖNYVEKRŐL

SIMON Gy.: *Gazdaságirányítás és népgazdasági optimum*. Budapest, 1970. Közgazd. és Jogi Kiadó.

Simon György a címben szereplő fogalmakat sajátos szemszögből közelíti meg. A népgazdasági optimumot könyvében egy népgazdasági szintű lineáris programozási feladat primál megoldása (volumen terv) képviseli. A gazdasági irányítás számára pedig ugyanezen feladat duális megoldásai megadják az erőforrások (termékek, kapacitások stb.) optimális értékeléseit (árnyékait), amelyek alapján kialakítható a népgazdasági optimum megvalósulását elősegítő árak, jövedelmek, adók, kamatok stb. rendszere.

Simon György könyvéből az olvasó áttekintést kaphat arról a kutatómunkáról, amelyet a szerző a 60-as években a matematikai módszerek közgazdasági elemzésben és tervezésben való felhasználása érdekében folytatott. Elsősorban a matematikai programozás és az árnyékárak állnak érdeklődésének homlokterében. A könyv magvát többszektoros, múltbeli adatok alapján számszerűsített — ex post — lineáris programozási modellel végzett vizsgálatok képezik. Ezt termelési függvény és más módszerek segítségével végzett tendencia elemzések, valamint elméleti jellegű (a modellek kapcsán felmerülő, illetve a továbbhaladás irányát jelző) problémák tárgyalása egészíti ki.

A 275 oldalnyi terjedelmű könyv 4 részre tagolódik. Az I. rész „A gazdasági fejlődés néhány törvényszerűsége” címet viseli. Ebben a részben a szerző és munkatársai (elsősorban Kupcsik József) által végzett termelési függvény számítások kerülnek ismertetésre. Cobb—Douglas típusú termelési függvényükben 4 tényezőt vesznek figyelembe:

— létszám (munkaidő hosszával korrigálva)

— termelőberendezések (átlagos műszakszámmal korrigálva)

— kutató-fejlesztő műszakiak aránya (a meg nem testesült műszaki fejlődést hivatott reprezentálni),

— technikai felszereltség (a megtestesült műszaki fejlődés hatásának számszerűsítése).

Először egy népgazdasági szintű (lényegében teljes termelésre vonatkozó) termelési függvényt határoznak meg; paramétereinek becsléséhez 26 ágazat 16 éves idősorait vették alapul. A szerző részletesen tárgyalja a statisztikai adatok kapcsán felmerülő fontosabb problémákat, de nem tér ki az adatok homogén voltának nyilvánvaló problémáira (pl. 21 ágazatban a teljes termelésre, 5-ben viszont a nettó termelésre vonatkoznak a számítások!), s ugyanakkor eltúlozza az illeszkedés pontosságának jelentőségét. Ugyancsak figyelmen kívül hagyja a termelési makrófüggvények és azok alapján levonható következtetések létjogosultságával kapcsola-

tos problémákat. Ezek a hiányosságok akkor válnak kritikussá, amikor a függvény alapján „törvényszerűségeket” próbál feltárni, illetve a növekedés forrásait, azok hozzájárulásának „mértékét” elemzi.

A népgazdasági szintű termelési függvény paramétereit a későbbiekben felhasználják a nemzeti jövedelem függvényének, illetve ágazati termelési függvényeknek a számszerűsítésére. Feltették (bár ezt elméletileg aligha lehet megindokolni), hogy a négy termelési tényező rugalmassági együtthatóinak arányai a különböző függvényekben megegyeznek. Ezen együtthatók (és az arányossági tényező) szintjét úgy módosították, hogy a kapott függvények legjobban illeszkedjenek a megfelelő idősorokhoz.

Számításaik szerint a mennyiségi tényezők (tőke és munkaerő) volumenhozadéka mind a teljes termelés esetében, mind a nemzeti jövedelem esetén csökkenő volt (0,8409, ill. 0,9891). Ez utóbbi 0,9891-es érték kapcsán a szerző két helyen is megjegyzi, hogy „az elméletileg indokolt érték (1) jó közelítése.” Nem magyarázza meg azonban, hogy milyen elmélet indokolná ezt az értéket (a konstans volumenhozadékok).

A továbbiakban a parciális hozadékok (határtermelékenységek) alapján elemzik az egyes termelési tényezőknek a növekedésben betöltött súlyát. Hasonló elemzéseket végeztek egyes ágazatokra is. A becslések viszonylagos pontosságára támaszkodva a szerző alaptalanul jelenti ki, hogy „a kialakított függvényrendszer alkalmas a termelés és termelékenység alakulásának viszonylag pontos közép- és hosszú távú tervezésére, nemcsak az egész népgazdaság, hanem minden főbb ágazat, valamint az egyes iparcsoportok vonatkozásában is.” Az első rész hátralevő fejezeteiben hasonló szemléletű elemzé-

seket találhatunk az átlag és határtermelékenység alakulásának jellemzőiről.

A II. részben (Népgazdasági optimum tényadatok alapján) bemutatott vizsgálat kimondott célja „kikísérletezni, hogy milyen felépítésű programozási modellel nyerhetünk közgazdaságilag megalapozott eredményeket a népgazdasági optimum számítások egyik fő célja, az optimális árrendszer alapvető arányai tekintetében”. Részletesen foglalkozik a szerző a lineáris programozási modell néhány általános és az általa elfogadott változat speciális jellemzőivel. Modellje tényadatokra alapul (ex post programozás), közelebbről egy — az 1959—61-es időszakra vonatkozó — „végállapot optimaló” modell.

A modell főbb jellemzőit az alábbiakban lehet röviden felvázolni. 30 ágazatot (termékcsoportot) vesz figyelembe és modellje az ÁKM-re épül. Minden ágazat számára adott egyrészt egy „kötelezően teljesítendő” termelési tevékenység (termelés az 1959-es kapacitás és ráfordítási szerkezet mellett). Másrészt, az 1959-es és 1961-re vonatkozó ÁKM adatok alapján ún. növekmény módszerrel meghatároz minden ágazat számára egy másik (a termelést bővítő) tevékenységet is. Ez utóbbi már nem kötelezően előírt, ugyanis az adott ágazati termékek rendelkezésre álló mennyiségének bővítése megvalósítható kompetitív import növeléssel is. A külkereskedelmi tevékenységek szerepeltetésének jellemző vonása, hogy nem-szocialista relációban termékcsoportokra specializált, míg szocialista viszonylatban aggregált (rögzített struktúrájú) tevékenységeket alkalmaz. A tevékenységek között szerepelnek még a pótlás és felhalmozás, valamint az 1961-es tényleges volumenű és összetételű fogyasztás (kötelezettségként), illetve a többlet fo-

gyasztás struktúrája két változatban. A modell feltételei pedig termék-, munkaügyi és devizamérlegeket, valamint termelési kapacitás-, felhalmozási, természeti és exportkorlátokat tartalmaznak. (Méret: 104 feltétel, 119 változó.) A számításokat 3 különböző célfüggvény mellett végezték el:

– nemzeti jövedelem többlet és a fogyasztási többlet (növekmény-szerkezetbeni) maximálása

– mint az előbbi, de a többlet fogyasztás struktúrája az 1961-beli ténylegessel egyezik meg

– nem-szocialista devizaegyenleg maximálása.

Mindhárom célfüggvénnyel két-két változatban (az exportkorlátok két különböző szintje mellett) számították ki az optimumot. (Kisebb pontatlanságot találhatunk az egyenlőség formájában felírt feltételek jellegére (85. o.) és árnyékárára vonatkozóan (88. o.). Az egyenlőségek ugyanis nemcsak „kötelezettségeket” képviselhetnek és ennek megfelelően a hozzájuk tartozó árnyékárak pozitívak is lehetnek, nemcsak negatívak, ill. nullák.)

Felépítéséből adódóan lényegében csak a termelés növelése (kapacitás bővítés) és a külkereskedelmi tevékenységek versenyeznek egymással a modellben. Így azután „nem meglepő, hogy az exportáló, vagy importáló helyettesíthető hazai termelőágnál vannak jelentős eltérések a tényleges termelés és az optimális programok között.” A modell szerkezetéből, aggregáltságából és egyéb feltevéseiből következik, hogy a népgazdaság „optimális szerkezetére” és az árnyékárakra kapott értékek — mint arra a szerző is utal — fenntartással kezelendők. Nem valószínű, hogy az ilyen jellegű programozás a múltbeli fejlődés elemzésének hatékony eszközévé válhat. Ettől függetlenül, bizonyos modell-szerkesztési és adatgyűjtési elvek jól tanulmányozhatók a kísérlet alapján, azaz mindenképpen hasznos

„esettanulmányként” értékelhetjük a számszerűsített modellt.

A szerző először a „primál” megoldásokból nyert gazdasági szerkezetek (6 változat) főbb jellemzőit ismerteti, majd rátér az őt jobban érdeklő árnyékárak elemzésére. A termékmérlegekhez tartozó árnyékárak — bizonyos feltevésekkel — „optimális” ágazati árszintekként értelmezhetők. A 6 változatban számított árnyékárakat az összehasonlíthatóság érdekében normalizálni kellett. Ezt úgy végezte el (az árszintek megfelelő változtatásával), hogy az 1961-es tényleges fogyasztási struktúra árnyékáron mért összege minden esetben megegyezett a tényleges áron számított értékekkel.

Az elemzés főbb következtetéseit az alábbiakban foglalhatjuk össze: a különböző programokból nyert normalizált árnyékárak szóródása viszonylag csekély volt (vagyis az *adott* modellben meglehetősen stabilnak mutatkoztak); a tényleges és az árnyékárak átlagai alapján számított árszintek eltérése nagyobb volt, mint az utóbbiak és a világpiaci árak eltérése. Ez a tény önmagában azonban nem indokolja a szerző azon megállapítását, amely szerint „a tényleges 1961. évi belföldi árrendszer messze volt attól, hogy optimálisnak lehessen nevezni”.

A következő fejezetben a többi „erőforrás” árnyékárai kerülnek ismertetésre. Ezek közül a két alapvető termelési tényezőre (munkaerő és tőke) kapott kalkulatív értékelések és a könyvben ismertetett elemzési lehetőségek tarthatnak elsősorban érdeklődésre számot. Ez a fejezet számos érdekes és újszerű megállapítást tartalmaz. Így például a szerző kísérletet tesz a gazdasági avulásnak a számszerűsítésére, a differenciális hozadékcsökkenésen keresztül. Hasonlóképpen figyelemre méltó az élőmunka „aláértékelésének” igazolása

a gazdaságossági számításokban. Ugyanakkor azonban találhatunk vitatható megállapítást is, például a differenciális hozadéki arányok és bérarányok kérdésében. Ennél talán célszerű egy kicsit elidőzni.

A probléma abból adódik, hogy a modellekben (termelési függvény, programozási feladat vagy egyéb) szereplő összefüggések valóság tartalmát a szerző túlértékeli. A szerző számításai szerint például az egyetem és középiskolát végzettek differenciális hozadéka kb. 7–9-szerese a szakképzetlen és 5–7-szerese a szakképzett dolgozókénak. Ugyanakkor a bérek arányai 2 alatt maradnak. A szerző egyértelmű következtetése, hogy a bérarányokat fokozatosan közelíteni kell a hozadéki arányokhoz. Nem kívánok itt vitába szállni a differenciális hozadékokra épülő ár, illetve bérarányok koncepciójával, amelyet én hibásnak tartok, de a szerző elfogadni látszik. Elég arra felhívni a figyelmet, hogy — jelen esetben — az a tendencia, amely szerint a technikai és az általános gazdasági fejlődés a közép- és felsőfokú végzettségűek létszám-arányának növekedésével jár, csak modellekben vehet fel egyértelmű ok-okozati összefüggést, a valóságban ez az összefüggés sokkal bonyolultabb. Ebből következően a „differenciális hozadékok” sem értelmezhetők „egy az egyben” a valóságban. Ugyanakkor, más oldalról nézve, még a „diplomás” kategórián belül is viszonylag kevés azok száma, akik tényleg jelentősen hozzájárulnak a növekedéshez, míg a többiek „társadalmi hozadéka” nem valószínű, hogy lényegesen eltér az egyéb foglalkoztatottaktól. Persze, ez az egész kérdés sokkal bonyolultabb annál, mintsem néhány sorban el lehetne intézni, inkább csak jelezni próbáltam a fenti szemlélet vitathatóságát.

A továbbiakban a szerző az árnyékárakat ár-(árképzés) elméleti szem-

pontból vizsgálja. Figyelemre méltóak a szerző főbb megállapításai, mint pl. „néhány legáltalánosabb sajátosság . . . kívül nincsenek minden programozási modellre egyaránt vonatkozó árnyékár-tulajdonságok”, „. . . a modell és kiinduló adatai vonatkozásában az árnyékárak nem nevezhetők objektíveknek”, vagy hogy az árnyékárak jellemzésénél feltételezzük, hogy a gazdasági valóságot nagyjából elfogadhatóan tükrözi a felhasznált programozási modell és annak kiinduló adatai. Csak ezen utóbbi feltetés teljesülése mellett lehetne a szerző korábbi következtetéseivel maradéktalanul egyetérteni. Részletesen elemzi a programozási feladat árnyékárjai és az ÁKM alapján számított kalkulatív árak közötti eltéréseket. (Itt nem árt megjegyezni, hogy két-fajta kalkulatív értékelési rendszerre a szellemi rokonság legalább annyira jellemző, mint a vázolt eltérések.) A fenti elemzés kapcsán kitér az ártípusok főbb jellemzőire is és fontos árképzési követelményeket tárgyal. Majd megfogalmazza egyik tételét, amellyel ebben a formában nem értek egyet: „Következésképpen, *a centrum-árnyékár nem más, mint Marx termelésiár- és járadékélméletének, e marxizmus elmélet szocialista viszonyok közötti általánosításának megfelelő árforgalom, a termelőerők és a társadalmi munkamegosztás modern feltételeinek figyelembevételével.*”

A III. részben (Az optimális tervezés egyes elvi és módszertani kérdései) először „a dinamikus modell” néhány problémájával foglalkozik. Megfogalmazza, hogy mit ért statikus, kvázidinamikus és dinamikus modell elnevezésen, majd felírja az általa választott dinamikus modell-változat általános sémáját. Ez utóbbi egy több időszakot felölelő lineáris programozási feladat; árnyékárrendszerének értelmezése sok szempontból eltér a statikus modellbelitől. Felvázol egy

konceptiót különböző távú „speciális népgazdasági programozási modellek” rendszerére és részletesen kitér a speciális modellek szerkezetének néhány sajátosságára. Ezt a részt az optimális volumentervek és árnyékarak közgazdasági realizálásának feltételeiről szóló fejtegetésekkel zárja.

A IV. részben (Kiegészítő vizsgálatok és az ex post optimalizálás kiinduló adatai) először a ráfordítási fajtákosok „dinamikájával” foglalkozik 1959—64. évi ÁKM és egyéb statisztikai adatok alapján. A továbbiakban a fogyasztási, a felhalmozási és az export-import szerkezet, illetve a devizaárak változásait elemzi a fenti időszakban. Ebben a részben ismereti a numerikus (programozási) modell főbb jellemzőit is. Az utolsó fejezetben (a szerző közreműködésével kidolgozott OMFB tanulmányok alapján) a hatékonyság gyártmánszintű elemzésének főbb (gépiparbeli) következtetéseit tárgyalja.

A szerző elsősorban a tárgyalt modellek alkalmazásában rejlő lehetőségek feltárására, az azokkal végezhető vizsgálatok széles körének bemutatására helyezte a hangsúlyt. Ebből a szempontból feltétlenül hasznos olvasmány lehet minden, e témakör iránt érdeklődő olvasó számára, hiszen komplex módon, számításokkal illusztrálja az elemzésben felhasznált módszereket.

Viszonylag kevesebb helyet szentelt a modellek hiányosságainak, korlátainak megvilágítására, az alternatív eljárások ismertetésére. Ezért az olvasóban olyan benyomás keletkezhet, hogy a szerző egyes vonatkozásokban többre értékeli a fenti módszerek adta lehetőségeket, mint amennyi azoktól reálisan elvárható, illetve hogy egyes tételei indokolatlanul kategorikusak, nem eléggé megalapozottak. Fennáll annak a veszélye is, hogy a témában nem eléggé járatos olvasóban túlzott várakozásokat eb-

reszt a matematikai modellekkel szemben.

Simon György könyvét összességében — vitatható tézisei ellenére — hasznos hozzájárulásnak kell tekintenünk a matematikai módszerek gyakorlati alkalmazását propagáló és azok hatékony felhasználási lehetőségeit kutató hazai irodalomhoz.

ZALAI ERNŐ

KREKÓ B.: *Optimumszámítás*. (Nemlineáris programozás) Budapest, 1972. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. 656 o.

A könyv folytatása és általánosítása a szerző *Lineáris programozás* című művének, amely ugyancsak a „Matematikai ismeretek gazdasági szakemberek számára” sorozatban jelent meg 1966-ban.

Ez a könyv is hasonló felfogásban íródott: az optimumszámítási feladatoknak elsősorban nem az elméletét, hanem a módszereit taglalja. Megértéséhez az olvasónak minimális analízis és matrixalgebrai ismereteken kívül jóformán semmiféle matematikai előképzettséggel nem kell rendelkeznie. A felhasznált fontosabb alapfogalmakat a szerző külön összefoglalja. A bemutatott eljárások leírása néhány esetben nem elég tömör: az egyszerűbb matematikai eszközökkel való megfogalmazás szükségesszerűen hosszadalmasabb leírást igényel. Didaktikai szempontból viszont a részletes leírás a mű egyik legnagyobb érdeme: nem szorítkozik a kész algoritmusok bemutatására, hanem szinte végigvezet a módszerek kialakulásának logikai útján. A könyv bizonyításai világosak és áttekinthetőek, az egyes fejezetek végén található numerikus példák elősegítik az eljárások könnyebb elsajátítását. Ugyanakkor meg kell említeni, hogy az egyes módszerek előnyei és hátrányai nem kap-

nak elég hangsúlyt, pedig a gyakorlati felhasználás céljára írt kézikönyvnel ez talán a legfontosabb szempont. A műben kevés útmutatást találunk arra is, ha egy feladatot — például a konkáv függvény maximumának meghatározását — több különböző módszer segítségével is meg lehet oldani, ezek közül melyik a leghatékonyabb.

A könyv az optimumszámítási feladatok népes családjából csupán a determinisztikus feladatokat emeli ki, és ezeket az ún. statikus módszerrel oldja meg. Ezek közül is a klasszikusnak tekinthető, leginkább időálló eljárásokat mutatja be, olyan képet akar nyújtani, amely alapján az olvasó — a szerző szavaival élve — „már könnyen eligazodhat a szakirodalom napról napra bővülő termésében is”.

A könyv két részre tagozódik: a folytonos és a nem folytonos problémákat a megoldás alapvetően eltérő jellege miatt külön tárgyalja.

A szimplex módszer számítástechnikailag a legegyszerűbb és ezért a legáltalánosabban alkalmazott eljárás. A szerző az előző könyvéhez képest annyiban nyújt újat, hogy a módszert a már ismert lineáris programozási feladaton túl hiperbolikus és konkáv kvadratikus függvény maximumának meghatározására is felhasználja. Ez utóbbi esetben csupán a belépési kritérium vizsgálata okoz nehézséget.

A hatékony irányok módszere, másnéven gradiens módszer sokkal általánosabb feltételek mellett alkalmazható: a lehetséges megoldások halmazát folytonosan deriválható kvázikonkáv függvények által megadott egyenlőtlenség-rendszer alkotja, ezen keressük egy kvázikonkáv függvény maximumát. A szerző bemutatja, hogy az optimumot több irányból is meg lehet közelíteni, és a különböző módszereket hatékonyságuk szerint

össze is hasonlítja. A hatékonyságot két egymással természetesen ellentmondó követelménnyel: az algoritmus bonyolultságával, illetve a konvergencia gyorsaságával jellemzi.

A metsző síkok módszerével egy közgazdasági szempontból nagyon fontos probléma, a degresszíven változó költségek minimalizálása elemezhető. A szerző az eddig ismert vizsgálatokat több vonatkozásban is kiterjeszti, és így a poliedrikus tartományon kvázikonvex függvény minimalizálására elég hatékony eljárást szolgáltat. A módszer a metsző síkok elnevezést onnan kapta, hogy az értelmezési tartományt hipersíkok beiktatásával fokozatosan szűkítjük le úgy, hogy a viszonylag rossz megoldások kiesse-
nek.

Amennyiben a feladatban szereplő függvények egyváltozós függvények összegére bonthatók szét, úgy a szimplex módszer segítségével — némi körületekintéssel — jó közelítő megoldást nyerhetünk. A szerző a szeparábilis függvények módszerének nevezett technikát úgy jellemzi, mint egy egyszerűen algoritmizálható, de sok gépidőt igénylő eljárást.

A szekvenciális módszer, ismertebb nevén Sumt-módszer a feladat megoldását — segédfüggvények bevezetésével — feltétel nélküli szélsőérték meghatározására vezeti vissza. A szerző igen részletesen mutatja be az eljárást, mivel jó tulajdonságai miatt — elég általános feltételek mellett jól konvergáló lokális optimumot szolgáltat — egyre szélesebb körben terjed el. Didaktikai szempontból külön kiemelendő, hogy a szerző a módszer lényegét — a szokástól eltérő logikája miatt — egyszerű példák levezetésén keresztül illusztrálja. A szekvenciális módszer tekinthető a vizsgált módszerek közül a leginkább problémaorientált eljárásnak, ezért a megoldási algoritmus kidolgozására és a segédfüggvények konstruálására

minden konkrét esetben külön ügyelni kell.

Amennyiben a változók egy része kizárólag diszkrét értékeket vehet fel, úgy a megoldás sokkal bonyolultabbá válik. A könyvben ismertetett nem folytonos eljárások két csoportba oszthatók: a feladat vagy a szimplex módszerre visszavezetve, vagy a lehetséges megoldásokat sorbarendezve oldható meg.

Az első csoportba tartozó módszerek közül az elsőként publikált Gomory algoritmust mutatja be a szerző. Az eljárás a metsző síkok módszeréhez hasonló elvekre épül, itt is az értelmezési tartományt — pótlólagos feltételek beiktatásával — fokozatosan leszűkítve juthatunk el az optimumig. A szerző hangsúlyozza, hogy a módszernek — a számítógépi realizálás nehézségei miatt — inkább elméleti, mint gyakorlati jelentősége van. Az utóbbi időben ezért alakultak ki a sokkal hatékonyabbnak tekinthető kombinatorikus módszerek. Ezek két alapvető típusát mutatja be a könyv. A közvetlen leszámítási technika az összes szóbaejehető megoldást végignézi. A szétválasztás és korlátozás módszere ennél sokkal hatékonyabb, mert a célfüggvényre tett előzetes becslés alapján a lehetséges megoldások nagy részét csak implicit módon vizsgálja meg. A szerző külön bemutatja néhány olyan klasszikusnak számító diszkrét feladatnak a megoldását is, mint a hátizsákprobléma és a körutazási probléma.

Az utolsóként ismertetett gráfelméleti módszerekkel egy hálózat optimális úthosszát vagy az optimális sorrendet lehet meghatározni oly módon, hogy a feladatot lineáris programozásra vezetjük vissza.

Külön ki kell emelni a könyvnek azt az értékét, hogy a dualitás fogalmával részletesen foglalkozik. A programozási feladatoknál talán ez a legkevésbé kidolgozott és ezért legiz-

galmasabb terület. Nagyon érdekes a szerzőnek az a törekvése, hogy a dualitási tételeket azok közgazdasági interpretálásán keresztül vezesse be. Azonban véleményem szerint a dualitás a programozási feladatok sajátossága, amit esetleg közgazdaságilag is lehet értelmezni, jóllehet az értelmezés sokszor erőltetett. E sajátosságból következően a dualitás ténye azon alapul, hogy a programozási feladat megoldásakor tulajdonképpen egy függvény nyeregpontját határozzuk meg. A duális feladatpárra a lineáris programozásnál megismert dualitási tételek a mellékfeltételek és a célfüggvény alakja szerint módosítva állnak fent. A dualitás jelentősége a matematikai közgazdaságtan számára abban rejlik, hogy ezen keresztül teremthető meg a kapcsolat az egyenúlyi és a programozási modellek között.

Sajnálatos, hogy a könyvben elég sok matematikai pontatlanság maradt bent, ami az alapos matematikai előképzettséggel nem rendelkező olvasók miatt veszélyes. Ennek ellenére a könyv fenti érdemei alapján nemcsak az egyetemi oktatás számára, hanem a matematikai programozás iránt érdeklődő gazdasági szakembereknek is ajánlható.

HÜTTL ANTONIA

KAUFMANN, H. — DESBAZEILLE, G.: *A kritikus út módszerének matematikai alapjai*. Budapest, 1972. Műszaki Könyvkiadó. 206 o.

Mindazok számára, akik egy tervezet vagy egy tervezetkomplexust akarnak megvalósítani (tehát közgazdászok, mérnökök, matematikusok) egyaránt hasznos ennek a könyvnek az elolvasása, amely egy gráfelmé-

leten alapuló operációkutatási módszert, a PERT eljárást mutatja be. A módszer neve *Program Evaluation Research Task* vagy *Program Evaluation and Review Technique* angol kifejezésének rövidítése.

A PERT technikát amerikai kutatók alkalmazták először a Polaris rakéták kutatási és építési programjának megvalósítására. Az utóbbi évtizedben a PERT rendszer iránt világszerte nagy érdeklődés mutatkozott. A módszer sikerének érdemei oka, hogy tényleges problémákat oldottak meg segítségével. Ugyanakkor leginkább intuitív fogalmakat használ, ezért nem igényel különösebb matematikai előképzettséget. Egyszerűsége mellett nagy előnye hatékonysága és továbbfejleszthetősége.

Az Egyesült Államokban a módszer ma már annyira elismert, hogy a közigazgatási szervek a pályázati felhívásaikra érkezett ajánlatok közül csak azokkal foglalkoznak, melyek kivitelezésére a pályázó cég PERT programot nyújt be. Hazánkban is gyorsan terjed az eljárás. Hatékony-ságát világosan bizonyítja az M7 műút második két forgalmi sávjának építése, ahol a módszer folyamatos alkalmazása az eredetileg tervezett építési idő jelentős csökkenését eredményezte.

A PERT módszert nem csak ismerünk, hanem alkalmaznunk is kell. Ez tükröződik Kaufmann és Desbazeille munkájában.

Az 1. fejezetben néhány nagyon egyszerű gráfelméleti alapfogalom ismertetése után rendezési relációt definiálnak a szerzők egy körpályamentes gráf csúcsai, valamint ívei között. A következő részben egy gráf csúcs-halmazának vagy ívhalmazának szintekre bontására vonatkozó három eljárást olvashatunk: az oszlopvektoros, a mátrixhatványozási és a grafikus eljárást. Ezek segítségével adható meg az illető halmaz elemeinek — a gráf

csúcsainak vagy íveinek — lineáris rendezése.

A 2. fejezet a PERT módszer alapvető fogalmainak — tevékenység, esemény, program — definiálásával kezdődik. A programot gráffal reprezentálhatjuk, melynek ívei a tevékenységek, csúcsai az események. Minden ívhez egy nem negatív értéket rendelünk, mely az illető tevékenység időtartamát jelzi. Ezt követi egy másik gráf-reprezentáció ismertetése, ahol a tevékenységeket feladatoknak nevezzük és egy gráf csúcsaival modellezzük. Az így kapott gráf íveit — amelyekhez időkülönbségeket rendelünk — feladatoknak nevezzük. Franciaországban ez utóbbi leírást használják, és a megfelelő módszert *potenciálok módszerének* nevezik. Ezek után a kritikus út fogalmát (a kezdő és befejező esemény közti leghosszabb pálya) vezetik be a szerzők, és három algoritmust ismertetnek a kritikus út meghatározására. Az alapfogalmak megértését két gyakorlati példa segíti elő.

Míg a fejezet elején a tevékenységek időtartamáról azt feltételezi Kaufmann és Desbazeille, hogy egyértelműen meghatározottak, addig a fejezet végén már valószínűségi változókként kezelik őket: átlagidőkkel és szórásnégyzetekkel dolgoznak. Ha a tevékenységek tartamának eloszlása nem ismert, akkor a számítások megkönnyítése érdekében a PERT módszerben feltesszük, hogy a tartamok β eloszlásúak. A fejezet utolsó sorai-ban nagyon értékes és találó megállapítást olvashatunk: „Röviden: a PERT módszer olyan állandó segéd-eszköz, melyet alkalmazva minduntalan módosítunk, tökéletesítünk a terv szerinti programon, és amely lehetővé teszi az erőfeszítések rangsorolását a munkálatok operatív irányítása során.”

A 3. fejezet sztochasztikus modell bevezetésével általánosítja a PERT

módszert. A döntésemények fogalmának bevezetése révén olyan esetekben is használhatóvá válnak eddigi módszereink, amikor tapasztalataink még nem nyújtanak elegendő alapot ahhoz, hogy programunkat teljesen meghatározott gráffal modellezzük.

A 4. fejezet az időtartamok és a költségek együttes optimalizálásával foglalkozik — ez a könyv legrészletesebben kifejtett része. Itt találkozunk a paraméteres lineáris programozás általánosabb feladatával, majd a 28. pontban a Fulkerson-algoritmus tárgyalása kapcsán a dualitás univerzális fogalmával. Még ha ennek elméleti bemutatása kissé ijesztően hatna is, legyen az Olvasó erős és az első olvasás után ne térjen rá azonnal vissza, hanem kövesse előbb lépésről lépésre végig az algoritmus alkalmazását, a 30. pontban bemutatott példát. Ez a könyv egyik kulcsfontosságú eleme. Kétségtelen, hogy a 4. fejezet legnagyobb részében a tevékenységek időtartamát meghatározottnak tekintik és e feltétel mellett optimalizálják a programot. Csak a könyv legutolsó lapjai vázolják azt az esetet, amikor a véletlen is szerepet játszik. Itt az időtartamok átlaga és szórása a költségnek lineáris függvénye. Bármennyire bonyolult is a valóságban a helyzet, pillanatnyilag nem tudjuk ennél jobban megközelíteni. A kevésbé egyszerű esetek még kutatási stádiumban vannak; szinte minden operációkutatási kongresszuson és folyóiratban hallhatunk, ill. olvashatunk ilyen témájú közleményeket.

A függelékben a β eloszlás ismertetésén túl a témával mélyebben foglalkozó három cikk kivonatát olvashatjuk. Ezek elősegítik a könyvben ismertetett módszer mélyebb megértését.

A könyv ismeretterjesztő jellegű, mindenekelőtt a gyakorlatiasságra törekszik. Alkalmas arra, hogy sokan elolvassák és anyagát elsajátítsák.

A Műszaki Könyvkiadó Kaufmann és Desbazeille munkájának megjelenésével jelentősen hozzájárult ahhoz, hogy hazánkban többen és alaposabban ismerjék meg a PERT módszert, melynek alkalmazásával beruházásainknál, kutatási programjainknál sokat nyerhetünk pénzben és időben egyaránt.

FUTÓ PÉTER

HEESTERMAN, A. R. G.: *Allocation models and their use in economic planning*. Dordrecht, 1971. D. Reidel Publishing Company.

A szerző a Birminghami Egyetemen tartott előadásait és kutatásai eredményét foglalja össze, szisztematikus áttekintést ad a lineáris alokációs modellek legfontosabb típusairól és azok viselkedéséről. Ismerteti azokat a tervezéssel és beruházással kapcsolatos legfontosabb eredményeket, amelyek az alokációs modellekkel nyerhetők.

Igen érdekesek fejtegetései az optimális tervezés elméletéről. Ismerteti az optimális tervezés kérdésének három lehetséges megközelítési módját. Az egyik megközelítési mód értelmében az optimális tervezést a kormány és gazdasági szakemberei szempontjából tekinti. Miután a szerző a piaci gazdaságot veszi alapul, ábrázolásában a kormány tevékenysége egyes kívánatos gazdasági tevékenységek ösztönzésében, mások fékezésében áll. Ennek érdekében azonban tudnia kell azt, hogy mi az ország erőforrásainak optimális eloszlása és ez már az általánosan ismert input-output típusú modellek készítéséhez vezet. A második megközelítési mód az optimális tervezés problémáját a magánvállalkozó és tanácsadói szempontjából vizsgálja. A központi probléma itt nem az erőforrások optimális eloszlása, hanem a költségek, jövedelmező-

ség, megtérülési ráta. A harmadik megközelítési mód a jóléti közgazdaságtan (welfare economics) oldaláról világítja meg a kérdést.

A három szemléletmód nem alkot egységes egészet. A tervezés olyan programozási modelleket alkalmaz, amelyek tényleges statisztikai adatokon alapulnak. A jóléti közgazdaságtan és a közgazdasági elemzés kalkulusokról, első deriváltakról, Lagrange szorzókról és hasonló matematikai fogalmakról beszél. A beruházásokról döntő gyakorlati szakemberek azonban nem alkalmaznak magasabb matematikai módszereket, ha csak a növekedési ütemszámítást, illetve kamatos kamatszámítást nem tekintjük annak. Heesterman könyve kísérletet tesz arra, hogy a három nézőpont közötti szakadékokat áthidalja, részben úgy, hogy mind a három „nyelven” beszél, vagy megpróbál olyan „nyelvet” használni, amelyet mind a három tábor képviselői megértenek.

A könyv három nagyobb részre tagolódik. Az I. rész kísérletet tesz a három szemléletmód, a tervezési, programozási és a gazdasági elemző szemléletmód kibékítésére. A II. rész az egyedi beruházási programok értékelésével foglalkozik. A III. rész olyan közvetlen gyakorlati problémákat tárgyal, amelyeket a tervezőknek kell megoldaniuk.

Az első rész bevezető fejezetében a szerző a hatékonyság fogalmát elemzi egyrészt a preferencia-függvény, másrészt az idő és az árak vonatkozásában. Definiálja nemcsak a hatékonyság, hanem a dinamikus hatékonyság, valamint a hatékonysági és korlátozó árak (efficiency and limiting prices) fogalmát is. A kérdés vizsgálatára a szerző olyan „általánosított input-output modellt” készített, amelyben megpróbálja kibékíteni a tervezői és programozói szemléletet. A modellben az olyan korlátozó fel-

tételek, mint a föld és a munkaerő korlátozott mennyisége, az exportvolumen felső határa, valamint a társadalmi mobilitás korlátai szintén termelési tényezőként jelennek meg. Minden változó tevékenység felfogható úgy, mint termelő folyamat. A mezőgazdasági termelés esetén ez a felfogás nyilvánvaló, de az export is felfogható úgy, mint olyan tevékenység, amely az áruk bizonyos mennyiségét devizává konvertálja. Így a külföldi piacok export-felvevőképesége, ugyanolyan termelési tényező korlátként jelenik meg, mint a föld és a munkaerő. Ezt követően a szerző az optimális allokáció feltételeit tárgyalja. A zérus profit követelményt a matematikai értelemben vett optimalitási feltételekből vezeti le.

Az optimális allokáció kérdését a szerző elsőként statikus szemléletben, statikus modell segítségével ábrázolja. Ennek során egy üzemi példából indul ki, de felhívja a figyelmet arra, hogy ez az üzem akár az egész népgazdaság is lehet, ebben az esetben azonban teljesen centralizált tervezésről van szó. Az itt alkalmazott általánosított input-output modelleknek olyan a specifikációja, hogy lehetővé teszi komplementer termékek termelését, valamint alternatív technológiák alkalmazását. A zérus profit követelmény ismertetése után konkrét gazdasági példák segítségével vázolja fel az optimális allokáció lehetséges eseteit. Ekkor azonban már az Arrow-féle általánosított modellel dolgozik, amely nem teszi lehetővé komplementer termékek termelését, de egy adott termék termelésére több technológia is rendelkezésre áll. Ennek a megszorításnak az eredményeként az alkalmazott (Arrow-féle) modellben a korlátozó árak egyben hatékonysági árak is. A hatékonysági árakat a fentiekben vázolt programozási probléma duális megoldásaként származtatja, azaz a hatékonysági árak a preferen-

ciafüggvény első deriváltjai. Szám-szerű meghatározásuk a Lagrange szorzók kiszámításával történik.

Igen érdekesek azok a részek, ahol a szerző az úgynevezett tervekigazítás módszerét ismerteti. Ennek a lényege abban áll, hogy miután a társadalom preferenciafüggvényét nem ismerjük, a leghatékonyabb tervváriánst úgy kapjuk meg, hogy a végső kibocsátás vektorát lépésről, lépésre módosítjuk. Ez éppen fordítottja a tervkészítés során alkalmazott eljárásnak, amikor is azt próbáljuk meghatározni, hogy egy adott kibocsátásösszetételt, hogyan lehet megtermelni.

A harmadik fejezettől kezdve a szerző az inter-temporális allokáció problémájával, valamint a dinamikus modellekkel foglalkozik. Itt tulajdonképpen a statikus eset közvetlen általánosításáról van szó. Figyelemre méltóak a szerzőnek azon fejtegetései, ahol a standard Leontief típusú dinamikus input-output modellek nem kielégítő viselkedését elemzi, s ezzel kapcsolatban néhány megoldási módozatot is javasol.

A könyv második része az egyedi beruházási programok értékelésével foglalkozik. Ennek során áttekintést ad nemcsak a legismertebb beruházás értékelési módszerekről, hanem elemzi a beruházási döntések keletkezését, motivációit is. Az egyedi beruházási projektumok értékelése során azonban nem elégedhetünk meg a zérus profit követelmény teljesülésével, hiszen az csak statikus aspektusban fogadható el. A szerző kifejti, hogy dinamikus szemléletben a zérus profit követelményt a zérus beruházási objektum-érték követelménye váltja fel, ideális esetben ugyanis minden igénybe vett tevékenység és így a beruházási tevékenység is zérus profitot eredményez. A zérus beruházási objektum-érték mérésére a diszkontált

készpénzhozadék (Discounted Cash Flow) módszerét alkalmazza. Kifejti, hogy a készpénzhozadéknak nem kell szükségszerűen tényleges formában megjelennie, hiszen a módszer alkalmazása azt tételezi fel, hogy az alkalmazott árak a hatékonysági árak (efficiency prices), a valóságban alkalmazott árak azonban ettől eltérhetnek.

Tervkészítés során gyakran felvetődik az a kérdés, hogy a felépítendő beruházási objektum a hazai kereslet milyen hányadát „célozza meg”. Különösen markánsan jelentkezik ez a probléma a jövőbeni kereslet alakulását illetően. Itt a kérdés az, hogy gazdaságos-e az olyan létesítmény létrehozása, amelynek kapacitása meghaladja a jelenlegi keresletet. Tény az, hogy így többletkapacitást teremtünk, de ez a méretnagyság növeléséből eredő megtakarítások (economies of scale) következtében viszonylag kisebb ráfordítást jelent, mint valamely későbbi időpontban megvalósítandó beruházás. Az ilyen döntést a kereslet jövőbeni alakulása igazolhatja. A probléma módszertani szempontból nem-lineáris összefüggések, illetve modellek alkalmazását követeli meg.

A III. részben a szerző egyes konkrét gazdaságpolitikai problémák elemzésével foglalkozik. Feltételezése szerint a tervező a gazdaság irányítása során a tényleges árakra (exchange prices) támaszkodik. Számos egyedi eset kapcsán bizonyítja, hogy a gazdaságvezetésben a kereskedelmi jellegű számítások eredményei nem minden esetben fogadhatóak el, mivel az árstruktúra nincs összhangban az optimalitási követelményekkel. Ilyen esetekben az allokációs modellekből levonható következtetéseket kell felhasználni.

NAGY SÁNDOR