

Nagy szervezeti rendszerek egy hitelfinanszírozási modellje

Nagy szervezeti rendszereken olyan komplexumokat értünk, amelyekben az egyes szervek önálló jogi személyek, meghatározott gazdasági önállósággal rendelkeznek és az irányítást ellátó csúciszerv átcsoportosíthatja a pénzügyi forrásokat. Bár az egyes szervezeti egységek önálló pénzgazdálkodást folytatnak, nem állnak közvetlenül hitelkapcsolatban a Bankkal, hanem az irányító központ. A nagy szervezeti rendszerek körébe tarthatnak termelő tevékenységet és nem termelő tevékenységet folytató komplexumok. Az előbbieket vállalati gazdálkodást folytató önálló szervekből tevődnek össze (ilyenek pl. a trösztök, egyesülések), a második csoportba általában igazgatási szervezetek tartoznak, mint pl. az állam és a költségvetési szervek. Mindkét típusú nagy rendszerre jellemző, hogy pénzgazdálkodásuk folyamatszerű és hiteligényük csak akkor keletkezik, ha a nagy szervezet egészében mutatkozik pénzhány, azaz a kiadások meghaladják a bevételeket.

A modell felállításával célunk az, hogy közgazdaságilag és matematikailag leírjuk a nagy szervezeti rendszerek pénzfolyamatainak halmazott, végső eredményeit és ennek alapján meghatározzuk a hitelszükségletet, a folyósítások és törlesztések ütemét, mértékét. A feladat matematikai megoldásának feltétele, hogy a bevételek és a kiadások függvényekkel leírhatók legyenek; a közgazdasági követelmény pedig, hogy a mutatkozó pénzhány pótlása a népgazdaság pénzügyi egyensúlyát ne veszélyeztesse. A jelen modelltől függetlenül vizsgálándó ezért minden egyes időszakban, hogy a népgazdasági tervből adottan rendelkezésre állnak-e a beszerezni vagy megfinanszírozni szándékolt használati értékek, és hogy a bankrendszer elegendő pénzügyi forrással rendelkezik-e a hitelszükséglet kielégítésére.

I. A hitelezés közgazdasági feltételeiről

Vizsgálódásainkat döntően az állami költségvetésre, mint a lehető legnagyobb szervezeti rendszerre központosítjuk. Tesszük ezt azért, mert az állami költségvetés az utóbbi években rendszeresen hiányt tervez és a ténymértékben is deficittel találkozunk. Ezt a kiadási hiányt csak akkor képes az állami költségvetés pénzügyileg fedezni, ha a bankrendszer (valamely pénztintézet) a különbözetet hitel formájában rendelkezésére bocsátja. Tekintettel arra, hogy a szocialista államok költségvetésére hosszú időn keresztül az egyensúly ill. a bevételi többlet volt a jellemző, ezért nem alakult ki olyan módszer, amely alkalmas lehetne a hitel mértékének, illetve a kiadásokhoz és bevételekhez való arányának meghatározására. Vizsgáljuk meg ezért először, hogyan néz ki a tőkés államok eladósodása.

A tőkés államok költségvetésére hosszú idő óta jellemző a deficites gazdálkodás. A különbözetet a múltban általában másként bírálták el, ha a folyó költséggazdálkodás bevételi hiányáról és másként, ha beruházások finanszírozásáról volt szó. Az előbbi esetben az átmeneti likviditási zavart rövidlejáratú, lényegében bevételmegeelőlegezési folyószámla hitellel szüntették meg, amit a költségvetési éven belül, vagy nem sokkal azt követően rendszerint vissza is fizettek. Tényleges tartós hitelkapcsolat többnyire csak a felhalmozások (beruházások) finanszírozására jött létre, döntően kötvénykibocsátás formájában. Az utóbbi időben tapasztalható — éppen a költségvetési hiányok általánossá és krónikussá válása következtében — hogy formálisan nem tesznek különbséget a folyó gazdálkodás és a beruházások pénzügyi hiánya között.

Az egyes fontosabb tőkés országok hiteltartozásainak eltérő mértéke szembevetendő. 1968-ban pl. az NSzK állami adósságállománya az éves bruttó társadalmi termék 21 %-át és a költségvetési összkiadások 72 %-át tette ki, ugyanez Hollandiában 60 %, illetve 165 %; Angliában viszont — ahol a jelentősebb tőkés országok között a legnagyobb az állami eladósodás — 98,5 % és 245 %. [1] Ha tehát hazai gyakorlatunkban arra szeretnénk választ adni, hogy a nemzetközi tapasztalatok szerint mekkora hitel nagyság ill. mekkora törlesztési és kamatkötelezettség tekinthető az állami költségvetés szempontjából még elfogadhatónak, nem tudnánk egyértelműen válaszolni. Az adatokból úgy tűnik, mintha a költségvetés hiteligenybevételének lehetősége korlátlan volna, jöllehet a kötelezettségek egy bizonyos idő után akkora terhet rótnak az állami pénzalapra, hogy a kamatot és a törlesztőrészeket már csak újabb és újabb (és tegyük hozzá, mind nagyobb) hitel igénybevételével tudják teljesíteni. Mivel pedig a kölesön egy tekintélyes része pénzteremtő hitel formájában kerül folyósításra, a kiáramló többletvásárlóerő árfelhajtó tényezőként hat.

Célszerű tehát, ha abból indulunk ki, hogy a nagy szervezeti rendszereknek és így az állami költségvetésnek is — bizonyos időintervallumban és határok között — saját bevételeikből kell fedezniök kiadásait. A jövedelmet egy meghatározott várható többlet erejéig lehet meghitelezni és azt is csak bizonyos véges időtartamon belül. A hitelnyújtás lehetősége abból adódik, hogy az anyagi oldalon létrejönnek a népgazdasági tervnek megfelelően azok a használati értékek, amelyek realizálásának egyetlen akadályja, hogy a költségvetés még nem rendelkezik elegendő pénzeszközzel.

A társadalmi termék használati értékéből adódó fogyasztási és felhalmozási alap figyelembevételével a nagy szervezeti rendszerek pénzgazdálkodását és hitelfinanszírozását is két részre célszerű bontani, mégpedig:

— a folyó gazdálkodásra, ahol a bevételek és a kiadások különbségként mutatkozó pénzhiány pótlása a rövidlejáratú hitelezés szférájába tartozik. Feltételezzük, hogy az ilyen jellegű hiány csak átmeneti, esetleges, és — bővített újratermelés esetén — a következő időszakban várható bevételi növekmény fedezetet nyújt a rendezésre. Amennyiben ekkor sem pótolható az előző évi hiány, akkor a deficitfinanszírozás már nem a rövidlejáratú hitelezés keretébe tartozik.

— A felhalmozások területén a hiányok pótlása — a dolgok természetéből következően — tartós pénzigénnyel jár. Amennyiben a pénzszükségletet hitel formájában elégítik ki, a visszafizetés is hosszabb idő alatt történik, ami már a közép- és hosszúlejáratú hitelfinanszírozás szférája. A továbbiakban a tartós hitelezés kérdésével kívánunk bővebben foglalkozni.

Bármilyen szerv bank által történő meghitelezésének minőségi kritériumai vannak. A jelenlegi gyakorlatban érvényes kritériumokat azonban elsődlegesen a termelő tevékenységet folytató vállalati gazdálkodó szervekre dolgozták ki. A nem termelő nagy szervezeti rendszerekre ezeket a feltételeket közvetlenül alkalmazni — megítélésünk szerint — nem volna célszerű. Vannak azonban a hitelnek olyan általános érvényű sajátosságai, amelyek az adott hitelpolitikától függetlenül érvényesek. Elsősorban ez utóbbiak közé sorolható az a feltétel, hogy a hitel meghatározott idő alatt vissza kell fizetni. Következik ebből, hogy hitel csak olyan mértékben nyújtható, amilyen mértékben visszafizethetősége biztosított. A másik ugyanilyen általános feltétel, hogy a bankhitelnek reális fedezete van. A fedezet szorosan összefügg a hitel tárgyával. Esetünkben a felhalmozási eszközök tárgyi megléte szükséges külső feltétel a fedezet szempontjából, de lényegét tekintve a nagy szervezeti rendszer várható jövedelmét, pénzügyi bevételét hitelezik meg.

A vállalat esetében a beruházási objektum vagy a felhalmozott készlet képezi a konkrét fedezetet, s a folyamat mind tevékenységileg, mind hitelfinanszírozási szempontból előre megállapított időtartam alatt megy végbe. A nagy szervezeti rendszerekben azonban az egészet tekintve végnélküliek a folyamatok, s a felhalmozásoknak nincsenek olyan értelemben vett kitüntetett időpontjai, amelyek a kezdetet és véget jelölnék. Itt ugyanis állandó jellegű és igen sok objektum finanszírozásáról van szó.

Tekintettel azonban arra, hogy a hitel lényegéhez tartozik a visszafizetési kötelezettség, ezért esetünkben is érvényes a szabály, hogy a kölcsönkapott összegeket az arra megállapított határidőn belül kamatostól vissza kell fizetni. Ennek feltétele pedig, hogy a ma igénybe vett hitelekkel szemben a szervezet egy meghatározott idő alatt — olyan bevételi többlettel rendelkezzen, amely az adott időszak tényleges kiadásain túlmenően fedezetet nyújt a bankkal szembeni kötelezettségekre is. Az elmondottak megvilágítására tegyük fel, hogy a nagy szervezeti rendszer meghitelezési időtartama kapcsolódik a vállalatoknál szokásos hosszúlejáratú hitel időtartamához, azaz 8–10 év. Figyelembe kell venni azt is, hogy az elvégzett beruházások, ill. felhalmozások elkészülési ideje átlagosan mekkora időtartamot igényel. Azt az időtartamot, amely az átlagos elkészülési időnek felel meg a mi adottságaink között átlagosan 3–5 évre tehetjük, következésképpen előzetes elemzések alapján lehet dönteni arról, hogy a törlesztő részleteket hányadik évtől kezdődően és hány évig kell teljesíteni. Egyidejűleg vizsgálat tárgyává lehet tenni, hogy a törlesztés — egy-egy évben folyósított hitelekkel illetően — egyenlő részletekben vagy a várható bevételek változási arányában történjék-e.

A tényleges pénzhiány, vagyis a hitelszükséglet meghatározása céljából a törlesztő részleteket és a kamatokat az eredeti kiadásokhoz hozzá kell adni, mint kiadási többleteket, mert ezek az összegek növelik az esedékes kötelezettségeket. Ily módon a nagy szervezeti rendszerben időben és térben is összegeződnek a folyamatok, amelyek eredményeként egyidejűleg keletkezik hitel-igény és törlesztési kötelezettség anélkül azonban, hogy ezt a jelenséget hitelprolongációnak tekinthetnénk.

A bevételek és a kiadások úgy értelmezhetők, mint az állami központi pénzalap növekedése és csökkenése; az egyes szervek pedig ebből a pénzalaból kapják meg kiadásaik fedezetére a szükséges összegeket. A kiadási többlet miatti pénzhiány a függvényértékek különbségeként mutatkozik, ahol a bevételek rendszeres növekedése lehetőséget ad — a hitelfolyósítás évenkénti mértékének

korlátozása ellenére is — újabb és újabb hitel felvételére, mert egy előzőleg nyújtott hitelnek mindig létrejöhet a fedezete a bővített újratermelés következtében keletkező jövedelmek növekményéből. A korlátok szerepe az, hogy a hiteltartozás (állomány) ne növekedjék olyan mértékben, ami veszélyeztetné a visszafizethetőséget. Ily módon az évenként mutatkozó tartós pénzhiány ellenére is biztosítani lehet a hosszabb távú dinamikus pénzügyi egyensúlyt.

A kérdés az, hogy ha a nagy szervezeti rendszer egy véges időintervallumban rendszeresen hiányt mutat és az egyensúly létrehozása csak hitel igénybevételével lehetséges, meddig terjedhet annak határa? Erre vonatkozóan az alábbi logikai megoldás látszik célszerűnek:

— Egy-egy konkrét évben a hitelszükségletet a kiadások és a bevételek különbsége jelzi, amennyiben a kiadások összege nagyobb. Ha a komplexumnak már előzőleg keletkezett hiteltartozása állna fenn, a kiadásokat a hitelek törlesztő részlete és a kamatkötelezettség is növeli.

— Bővített reprodukció esetén a hitelszükséglet folytonosan növekvő. A modellben azt a halmozott pénzhiányt tekintjük maximum meghitelezhetőnek, amely egyenlő a hitelnyújtás és az átlagos használatba vételi időszak évei között mutatkozó bevételi többlettel. Ez a hitelállományra felállított mennyiségi korlát azt szolgálja, hogy csak egy bizonyos nagyságrendű jövőbeli jövedelem legyen előre elkölthető.

— A meghitelezés egy másik korlátjaként adódik, hogy a törlesztésekkel és kamatokkal növelt éves költségvetési kiadás ne haladja meg a felhalmozások elkészülte után várható éves bevétel nagyságát. Itt tehát a bevételek teljes összegének mennyiségi korlátjával találkozunk, amely egyben magában foglalja az előző korlátot is, ha az már előbb be nem következett volna.

II. A modell matematikai megfogalmazása

A modellből elvileg a következő feltételezések adódnak:

— ha bármely n -edik nap kiadása k_n , bevétele b_n , és véges időintervallumra feltételezhető, hogy $k_n > b_n$, akkor a hiány pótlására szolgáló pénzszükséglet az alábbiak szerint adódik egy évre vonatkoztatva

$$\sum_{n=1}^{360} (k_n - b_n) > 0;$$

— ha a nagy szervezeti rendszer kezdő pénzkészlettel (P_0) rendelkezik, s annak állandó fennállása nem indokolt, akkor ez az összeg csökkenti a hiteligényt; ha viszont egy minimális pénzkészlet tartása rendszeresen szükséges (hiszen sok egység folyamatos pénzellátásáról van szó), akkor a hitelszükséglet az előbbieken felírt különbséggel;

— mivel $(k_n - b_n)$ hónapról-hónapra, évről-évre a bővített újratermelés feltételei között növekvően ismétlődik és arányos változást mutat a nemzeti jövedelemmel, alakulása leírható trendfüggvénnyel.

A fenti megállapítások általános érvényűnek tekinthetők és véges időtartamon belül a folyó gazdálkodásra is vonatkoznak. A dimenziók bővítésével lényegében hasonlóan játszódik le a folyamat a felhalmozásoknál is. Ezt írjuk le a folyamatos modellben, majd megadjuk a diszkrét modellt is a numerikus számítások könnyebb elvégezhetősége céljából.

1. A folyamatos (elméleti) modell

Ebben a pontban a nagy szervezeti rendszerek meghitelezésének matematikai modelljét és annak megoldását ismertetjük. A folyamatot a t időváltozó $0 \leq t \leq \infty$ tartományában vizsgáljuk. A modellben szereplő közgazdasági kategóriákat az alábbiak szerint jelöljük.

$K(t)$ = az időegységre eső összes kiadás, azaz $K(t) = \sum_{j=1}^k K_j(t)$

$K'(t)$ = az időegységre eső törlesztőrészlettel és kamattal növelt összes kiadás

$B(t)$ = az időegységre eső összes bevétel, azaz $B(t) = \sum_{j=1}^k B_j(t)$

$H_f(t)$ = az időegységre eső hitelfolyósítás

$H_v(t)$ = az időegységre eső hiteltörlesztés

$H(t)$ = teljes hitelállomány

i = kamatláb

n = hitellejáratási idő

m = beruházások átlagos elkészülési ideje

j = a nagy szervezeti rendszer egyes szerveinek a jele

k = a nagy szervezeti rendszerhez tartozó szervek száma

A modell alapösszefüggéseit az alábbiakban definiáljuk:

$$(1) \quad H_f(t) = K'(t) - B(t)$$

$$(2) \quad K'(t) = K(t) + iH(t) + H_v(t)$$

$$(3) \quad \frac{dH(t)}{dt} = H_f(t) - H_v(t)$$

$$(4) \quad H_v(t) = \frac{1}{n-m} \int_{t-n}^{t-m} H_f(\tau) d\tau$$

$$(5) \quad H(t) \leq \int_0^t [B(\tau + m) - B(\tau)] d\tau$$

A modellben a $K(t)$ és a $B(t)$ függvényeket empirikus alapon adottaknak tekintjük, úgy szintén az i kamatlábat is, amely állandó paraméter. Az időben változó kamatláb sem teszi lényegesen bonyolultabbá a modellt, de azzal nem kívánunk foglalkozni.

A modell megoldása:

(4) differenciálásából adódik, hogy

$$(6) \quad \frac{dH_v(t)}{dt} = \frac{1}{n-m} [H_f(t-m) - H_f(t-n)].$$

Továbbá (1) és (2) alapján $K'(t)$ kiküszöbölésével a következő kifejezést kapjuk:

$$(7) \quad H_f(t) = K(t) + iH(t) + H_v(t) - B(t).$$

Ezt (3)-ba helyettesítve a teljes hitelállományra nézve fennáll az alábbi differenciálegyenlet

$$(8) \quad \frac{dH(t)}{dt} - iH(t) = K(t) - B(t)$$

A fenti (8) megoldása:

$$(9) \quad H(t) = H(0)e^{it} + e^{it} \int_0^t [K(\tau) - B(\tau)]e^{-i\tau} d\tau$$

ahol $H(0)$ a megadott kezdeti érték.

Határozzuk most meg a folyósított és törlesztett hitelt is. (3)-ból differenciálással:

$$\frac{d^2 H(t)}{dt^2} = \frac{dH_f(t)}{dt} - \frac{dH_v(t)}{dt}.$$

Ebből $\frac{dH_v}{dt}$ -t kifejezve, (6)-ba helyettesítve és rendezve:

$$(10) \quad \frac{dH_f(t)}{dt} - \frac{1}{n-m} [H_f(t-m) - H_f(t-n)] = \frac{d^2 H(t)}{dt^2}$$

Így a már meghatározott teljes hitelállományt figyelembe véve — a folyósított hitelre egy differencia — differenciálegyenletet nyerünk.

Kezdeti feltétel gyanánt meg kell adnunk H_f értékét a $-n \leq t \leq 0$ intervallumban. Ezt a függvényt jelöljük $H_f^*(t)$ -vel, tehát legyen

$$H_f^*(t) = H_f(t) \text{ ha } -n \leq t \leq 0 \\ \text{és } H_f^*(t) = 0 \text{ különben}$$

(10) megoldható pl. a Mikusinski féle operátorszámítás segítségével [2]. (10) az alábbi operátoros alakra írható át, ahol s a differenciáloperátort e^{-ms} , e^{-ns} eltolási operátorokat jelöl.

$$(11) \quad s \{H_f\} - H_f(0) - \frac{1}{n-m} [e^{-ms}\{H_f\} + \{H_f^*(t-m)\} - e^{-ns}\{H_f\} - \{H_f^*(t-n)\}] = \left\{ \frac{d^2 H(t)}{dt^2} \right\}$$

$[H_f(0) = H_f^*(0)]$, mert $H_f(t)$ -nek nem lehet ugrása a $t = 0$ -ban].

A H_f operátorára nézve egyszerűen adódik, hogy

$$(12) \quad \{H_f\} = \frac{\left\{ \frac{d^2 H(t)}{dt^2} \right\} + H_f(0) + \left\{ \frac{1}{n-m} [H_f^*(t-m) - H_f^*(t-n)] \right\}}{s - \frac{1}{n-m} (e^{-ms} - e^{-ns})}$$

Ismert sorbafejtési tétel következtében

$$\frac{1}{s - \frac{1}{n-m}(e^{-ms} - e^{-ns})} = \frac{1}{s \left[1 - \frac{1}{n-m} \frac{(e^{ms} - e^{ns})}{s} \right]} = \frac{1}{s} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(n-m)^k} \frac{(e^{-ms} - e^{-ns})^k}{s^k}$$

mellyel (12) figyelembevételével $H_f(t)$ operátorára az alábbi végső kifejezést nyerjük.

$$(13) \quad \{H_f(t)\} = \left[\left\{ \frac{d^2 H(t)}{dt^2} \right\} + H_f(0) + \left\{ \frac{1}{n-m} \left(H_f^*(t-n) - H_f^*(t-n) \right) \right\} \right] \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(e^{-ms} - e^{-ns})^k}{(n-m)^k s^{k+1}}$$

Az operátorszimbolika elemi szabályainak figyelembevételével (13) könnyen felírható, mint a t időváltozó függvénye. Megjegyezzük, hogy bármilyen véges időintervallumon a kapott végtelen sor az eltolási operátorok sajátosága folytán véges sorra redukálódik. Ezek után már csak a törlesztett hitelt kell meghatározoznunk. Ez viszont közvetlenül adódik a

$$H_v(t) = H_f(t) - \frac{dH(t)}{dt}$$

összefüggésből a már meghatározott H_f és H ismeretében.

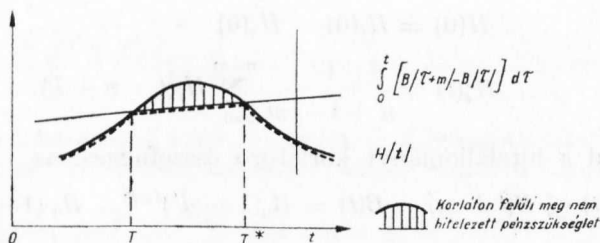
Megemlítjük, hogy a $K'(t)$ költségfüggvény is közvetlenül adódik a modellből.

A fentebb leírt modell az időnek abban az intervallumában érvényes, melyben a teljes hitelállomány eleget tesz (5)-nek.

Definíció

Legyen T az a legelső időpont, melyben a modellből számított hitelállomány eléri és meghaladja az (5) korlát által megadott értéket (feltéve, ha ilyen létezik).

Amennyiben T létezik, legyen T^* az a legelső időpont, melyben a modellből számított hitelállomány ismét eleget tesz az (5) korlát követelményének (feltéve, ha ez egyáltalán létezik). Rajzban:



A $T \leq t \leq T^*$ tartományban a hitelezés modellje annyiban egyszerűbb, hogy ott a teljes hitelállományra közvetlenül fennáll a

$$H(t) = \int_0^t [B(\tau + m) - B(\tau)] d\tau$$

kifejezés. Vagyis a teljes hitelállomány egyenlő a korláttal. A törlesztésnek és a folyósításnak a hitelállománnyal való kapcsolata változatlan. Ezt továbbra is a (10) sz. egyenlőség írja le.

Ha $t > T^*$, akkor ismét a modell kiinduló egyenlőségei szerint történik a hitelezés.

2. Egy diszkrét modell

Az elméleti modell által helyesen leírt folyamat végső eredményeként mutatkozó hitelállomány a valóságban nem változik meg minden másodperc idődimenzióban, hanem diszkrét időpontokban, nagyobb időközönként. A kiadások és a bevételek folyamatos változásából adódó pénzügyi hiány pótlása ugyanis nem történik meg minden pillanatban tényleges hitelnyújtás formájában, hanem csak egy-egy időintervallum halmozott forintösszege alapján, diszkrét időpontokban. Hasonlóan a törlesztéseket is nagyobb időközönként (rendszerint negyedév, év) kell teljesíteni. Így módon a hitelállomány változása egy-egy diszkrét időpontban ugrásszerű, bár alakulása hosszabb távot tekintve határozott karakterű a kiadásokat és a bevételeket leíró függvényektől determináltan [3].

A gyakorlati szakember számára az alábbiakban leírt diszkrét modell szolgálhat a döntés alapjául, ahol a t időváltozó egységnyi hossza megegyezik a pénzügyi mérlegek készítésének gyakoriságával. Ez a feltétele egyrészt a jövőbeni gazdálkodás várható pénzszükségletei meghatározásának, másrészt a lezárt időszakok tényleges pénzügyi lehetőségei elemzésének.

A diszkrét modellben $K(t)$ és $B(t)$ a kiadási és a bevételi függvényeket jelöli; míg $H(t)$, $H_f(t)$ és $H_v(t)$ a hitelfinanszírozással kapcsolatos időtől függő változók. Az i kamatlábról itt is feltételezzük, hogy constans.

A modell működése az alábbi négy egyenlettel írható le

$$(1) \quad H_f(t) = K'(t) - B(t)$$

feltéve, hogy a kezdő pénzállomány a teljes vizsgálati időszak alatt állandó, azaz $p(t) = p_0 = \text{constans}$, ha $t \geq 0$

$$(2) \quad K'(t) = K(t) + iH(t - 1) + H_v(t)$$

$$(3) \quad \Delta H(t) = H_f(t) - H_v(t) \quad t \geq 1$$

$$H(0) = H_f(0) - H_v(0)$$

$$(4) \quad H_v(t) = \frac{1}{n+1-m} \sum_{k=0}^{n-m} H_f(t-n+k).$$

Ehhez járul a hitelállományt korlátozó összefüggés, az

$$(5) \quad H(t) \leq B(t+m) - B(t) = B_0(1+d')^{t+m} - B_0(1+d')^t$$

kifejezés.

Ezúttal feltételeztük, hogy a kiadásokat és a bevételeket exponenciális függvény írja le, bár az bármely más — empirikus alapon meghatározott — függvény lehet. E szerint:

$$(6) \quad K(t) = K_0(1 + d)^t \quad d > d'$$

$$(7) \quad B(t) = B_0(1 + d')^t$$

Megoldás

Az első két egyenletből $K'(t)$ kiküszöbölésével adódik, hogy

$$(8) \quad H_f(t) = K(t) + iH(t-1) + H_v(t) - B(t).$$

A (8) és (3) kifejezésekből egyszerűen adódik, hogy

$$(9) \quad \Delta H(t+1) - iH(t) = K(t+1) - B(t+1) \quad t \geq 0.$$

Így elsőrendű inhomogén differenciaegyenletet nyerünk a teljes H állományra, melyben márcsak a kamat, a kiadási és bevételi függvények szerepelnek. (9) megoldása

$$(10) \quad H(t) = H(0)(1+i)^t + \sum_{k=1}^t (1+i)^{t-k} [K(t+1-k) - B(t+1-k)] \quad t \geq 1$$

és $H(t) = H(0)$ ha $t = 0$, $H(0) =$ kezdeti teljes hitelállomány.

Amennyiben (9)-ben figyelembe vesszük (6)-ot és (7)-et, úgy:

$$(11) \quad \Delta H(t+1) - iH(t) = K_0(1+d)^{t+1} - B_0(1+d')^{t+1}$$

is írható, mint (9) speciális esete. (11) megoldásánál az alábbi eseteket kell megkülönböztetni.

I. $d \neq i$, $d' \neq i$. Ekkor (11) megoldása

$$(12) \quad H(t) = \alpha(1+i)^t + \frac{K_0}{d-i}(1+d)^{t+1} + \frac{B_0}{i-d'}(1+d')^{t+1}, \quad t \geq 0$$

$$\alpha = H(0) + \frac{K_0(1+d)}{i-d} + B_0 \frac{(1+d')}{d'-i}$$

II. $d = i$, $d' \neq i$

$$(13) \quad H(t) = \left(H(0) + \frac{B_0(1+d')}{d'-i} \right) (1+i)^t + K_0 t (1+i)^t - \frac{B_0}{d'-i} (1+d')^{t+1}$$

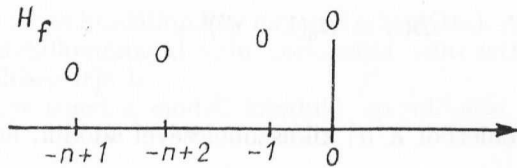
III. $d \neq i$, $d' = i$

$$H(t) = \left[H(0) - \frac{K_0(1+d)}{d-i} \right] (1+i)^t - B_0 t (1+i)^t + \frac{K_0}{d-i} (1+d)^{t+1} \quad t \geq 0.$$

Most meg kell határozni a visszafizetett és folyósított hitelt (3)-ból kiküszöbölve $H_v(t)$ -t és (4)-be behelyettesítve, majd rendezve kapjuk, hogy

$$(14) \quad H_f(t) - \frac{1}{n+1-m} \sum_{k=0}^{n-m} H_f(t-n+k) = \Delta H(t) \quad t \geq 1.$$

Íly módon egy n -ed-rendű inhomogén differencia egyenletre jutunk, mely a már meghatározott teljes hitelállomány ismeretében leírja a folyósított hitel időbeli változását. A megoldáshoz ismertnek tételezzük fel a kezdeti értékeket a $-n + 1 \leq t \leq 0$ intervallumban



Nem tartjuk célszerűnek (14) megoldásának explicit alakban történő előállítását ui. ez megköveteli az összes lehetséges n és m érték mellett a (14)-hez tartozó homogén egyenlet karakterisztikus egyenletének megoldását. Előbb célhoz jutunk, ha (14) megoldását t növekedő értékeire lépésről-lépésre meghatározzuk. (14)-ből kapjuk ugyanis, hogy

$$H_f(1) = \Delta H(1) + \frac{1}{n+1-m} \sum_{k=0}^{n-m} H_f(k+1-n)$$

$$H_f(2) = \Delta H(2) + \frac{1}{n+1-m} \sum_{k=0}^{n-m} H_f(k+2-n)$$

és így tovább. A folyósított hitel értéke tehát bármely időszakra kiadódik.

Megemlítjük, hogy (2)-ből a $K'(t)$ költségfüggvény értékei is közvetlenül meghatározhatók. Amennyiben a számított teljes hitelállomány túlhaladja az (5) korlát által definiált értéket, akkor a hitelállományt a

$$H(t) = B(t+m) - B(t)$$

kifejezéssel tekintjük egyenlőnek. A törlesztés és folyósítás kiszámítása elvileg változatlan, oly módon azonban, hogy $H(t)$ korlátja egyidejűleg azonos nagyságban csökkenti $H_f(t)$ értékét is az (1)-hez képest. Így érvényben marad a folyósítást leíró (14) differenciaegyenlet is.

Amennyiben — bizonyos idő elteltével — a (10)-ből számított hitelállomány ismét az (5) korlát alá esik, akkor újból az ismertetett kiinduló egyenlőségek segítségével történik a hitelezés.

III. A modell gyakorlati alkalmazása

Az ismertetett feltételek figyelembevételével numerikus számításokat végeztünk a modell felhasználhatóságának ellenőrzése céljából. A számításoknál relatív számokból képzett függvénnyel dolgoztunk és a fejlődésre elfogadható növekedési ütemet vettünk figyelembe, reálisan adaptálva a hitel lejáratí és törlesztési idejét, valamint a kamatlábat. A szimuláció alapján kapott variánsok közül két lehetséges esetet mutatunk be másfél évtizedes időtartamra. Úgy véljük, ez az időszak szükséges a nagy szervezeti rendszerek pénzgazdálkodási folyamatainak megismeréséhez, hosszabb időszak viszont már nem látszik célszerűnek, mivel a gazdasági adottságok és a pénzügyi szabályozási

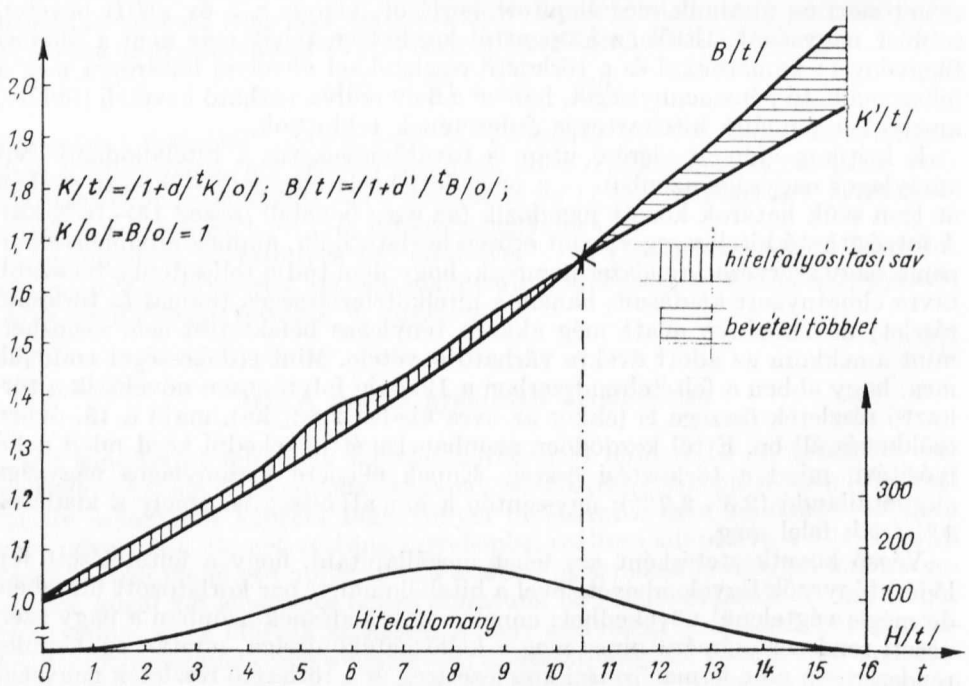
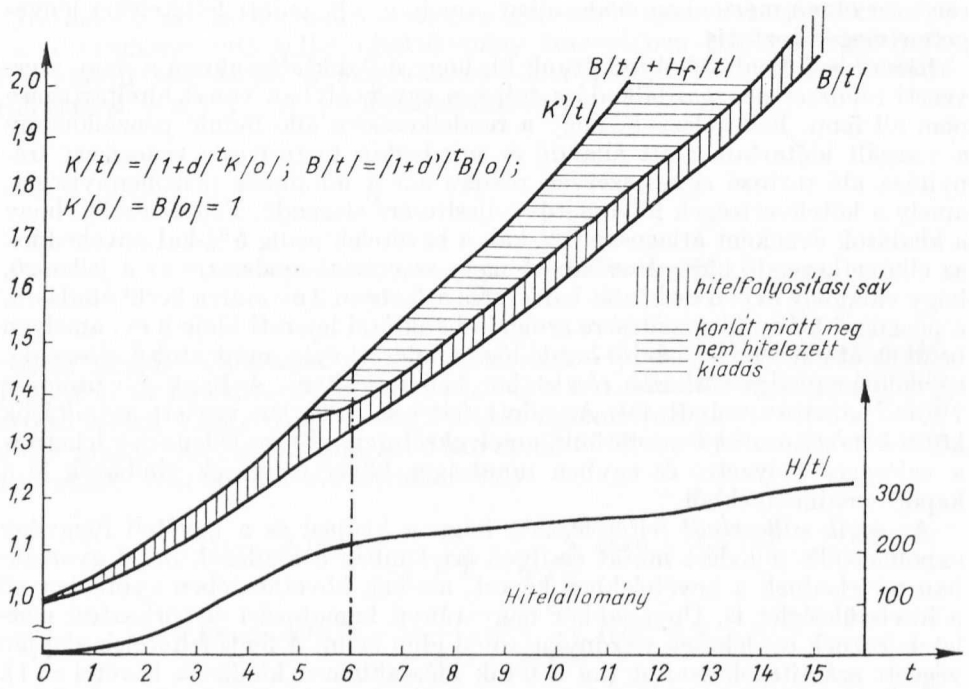
rendszer olyan mértékben módosulhat, amely az elfogadott feltételeket lényegesen megváltoztatja.

Számításainknál abból indultunk ki, hogy a 0-dik időszakban a nagy szervezeti rendszer pénzgazdálkodása teljesen egyensúlyban van és hiteltartozása nem áll fenn. Feltételezzük, hogy a rendelkezésére álló induló pénzállomány a vizsgált időtartam alatt állandó és mindenkor biztosítja a csúcsszerv irányítása alá tartozó egyes szervek részére azt a minimális pénzmennyiséget, amely a kötelezettségek folyamatos teljesítésére elegendő. Feltételezzük, hogy a kiadások évenként átlagosan 6%-kal, a bevételek pedig 5%-kal növekednek az elkövetkezendő időszakokban. A nagy szervezeti rendszerre az a jellemző, hogy valamely évben eszközölt befektetés átlagosan 3 év múlva kerül átadásra, a pénzügyi hiány kiegészítésére szolgáló bankhitel lejáratí ideje 8 év, amelyen belül az átadást követő évtől kezdődően a lejáratí évig, mint utolsó időszakig, egyenlő nagyságú törlesztő részleteket kell teljesíteni. A Bank évi utólagos 7%-os kamatot számít fel. Az adott feltételek alapján végzett számítások közül két változatot ismertetünk, amelyekről úgy véljük, jellemzőek lehetnek a valóságos helyzetre és egyben tanulságos következtetések vonhatók le a kapott eredményekből.

Az egyik változatnál feltételezzük, hogy a kiadási és a bevételi függvény exponenciális fejlődést mutat és ilyen értelemben a kiadások mind gyorsabban növekednek a bevételekhez képest, aminek következtében gyorsulva nő a hitelszükséglet is. Ugyanakkor nagyarányú kamatozási és törlesztési részletek lesznek esedékesek viszonylag rövid időn belül. A fenti feltételek alapján végzett számítások szerint (ha a 0-dik időszakban a kiadás = bevétel = 1), azt az eredményt kapjuk, hogy a nagy szervezeti rendszer már a 6. évben olyan kiadási kötelezettségeket kénytelen teljesíteni, amiáltal a hitelállomány eléri az általunk megállapított korlátot, vagyis a 3 év alatti bevételi többlet nagyságát. Ettől az időponttól kezdődően tehát már nem a kiadási függvény (a kamatokkal és a törlesztő részletekkel növelve) határozza meg a felhasználható pénzmennyiséget, hanem a 3 év múlva várható bevételi többlet, amelyet a fennálló hiteltartozás fedezetének tekintünk.

E kritikus időpont elérése után is továbbnövekszik a hitelállomány, viszonylagos nagysága azonban — a megadott korlátok miatt — hosszú éveken át igen szűk határok között ingadozik (az éves bevételi összeg 15—16%-ka). A folyósítható hitelösszeg viszont erősen korlátozódik, aminek eredményeképpen a nagy szervezeti rendszer nemcsak, hogy nem tudja teljesíteni a hosszabb távra előírányzott kiadásait, hanem a hitelkötelezettségek (kamat és törlesztő részlet) növekménye miatt még akkora tényleges befektetést sem végezhet, mint amekkora az adott évekre várható bevétele. Mint érdekességet említjük meg, hogy ebben a feltételrendszerben a 12. évig folytonosan növekszik a törlesztő részletek összege is (ekkor az éves kiadás 2,8%-ka), majd a 13. évben csökkenés áll be. Ettől kezdődően azonban ismét növekedni kezd mind a folyósítási, mind a törlesztési összeg. Ennek ellenére viszonylagos nagysága eléggé állandó (2,5—2,7%); úgyszintén a kamatköltség is, amely a kiadások 1%-ának felel meg.

Végző következtetésként azt lehet megállapítani, hogy a feltételezett fejlődési tényezők figyelembevételével a hitelállomány, bár korlátozott ütemben, de mégis végtelenül növekedhet; ennek a növekedésnek azonban a nagy szervezeti rendszer számára nincs meg a kellő hatékonysága, miután egyidejűleg rendszeresen nő a kamatfizetési kötelezettség és a törlesztő részletek nagysága



is. Az ilyen feltételű modellben tehát csak időleges a hitel stimuláló szerepe. Abban az esetben, ha a továbbiakban is biztosítani kívánják a nagyobb felhalmozási lehetőséget, az általunk megszabott korláton túlmenő hitelnyújtási igény jelentkezik, ami viszont mind nagyobb kötelezettségekkel jár együtt és egyidejűleg mind nagyobb arányúvá válik az eladósodás mértéke.

A modell alapján végzett számítások *másik változatában* feltételeztük a kiadások lineáris és a bevételek exponenciális növekedését. Ebben a feltételrendszerben tehát a kiadások állandó összegszerű növekedése viszonylagos csökkenő ütemet tételez fel, míg a bevételeknél változatlanul gyorsított ütemet vettünk figyelembe. Ennek alapján azt kaptuk — a szintén relatív számok alapján végzett számítások segítségével —, hogy az évenkénti hiteligeny a 7. évig növekszik, míg a teljes hitelállomány a 8. évben éri el maximumát (az éves bevétel 11,4%-a). A 9. évben mind a folyósítási szükséglet, mind pedig a hitelállomány csökkenni kezd, majd ettől kezdve rohamosan megtörténik az előzőleg felvett hitelek visszafizetése. Sőt a 11. évben megszűnik a további hitelfolyósítás szükségessége is, mivel ekkor az évi bevételek már meghaladják a kiadásokat.

A két feltételrendszer összehasonlításából arra a következtetésre juthatunk, hogy ha a nagy szervezeti rendszer kötelezettségei az első feltételzés szerint alakulnak, tehát időlegesen gyorsabb ütemben növekednek, mint a bevételek, a hitelállomány növekedésének elvileg nincs határa, noha a hitelfolyósítás összege — a korlátok miatt — esetenként és átmenetileg csökkenhet az előző időszakhoz képest. Éppen ezért nagyobb időközönként felvetődik a hitelezési feltételek — elsősorban a mennyiségi korlátok — módosításának szükségessége. A második változat viszont arra hívja fel a figyelmet, hogy ilyen feltételek között megvan a reális lehetősége a hitel teljes visszafizethetőségének. Ekkor a nagy szervezeti rendszer bővített feltételek között teljesítheti feladatait, és egy esetleges ütemváltozás bekövetkezése után ismét mód nyílik az eredeti feltételek szerinti hitelnyújtásra, mivel a pénzügyi egyensúly helyreállítása reális célkitűzés.

A finanszírozásra sok más feltételt is meg lehet állapítani mind a kiadások és bevételek fejlődését, mind pedig a meghitelezési időtartamot és a törlesztési időt illetően. A változtatott feltételek azonban csak bizonyos néhány éves eltolódást jelentenek az ismertetett eredményekhez képest, és nem változtatnak azon a tényen, hogy a kiadások állandó jellegű nagyobb növekedési üteme esetén a hitelképesség 5–10 év múlva kimerül. Ugyanakkor a felhalmozások még a folyó évi bevételeket sem fogják elérni, kivéve, ha a Bank a célszerűen elfogadható korlátokon felül is nyújt hiteleket, mégpedig legalább olyan mértékben, amely összegszerűen a törlesztő részeket és a kamatokat is magában foglalja. Szemléltetés céljából mellékeljük mindkét változat grafikus ábráját.

(Beérkezett: 1973. április 11.)

IRODALOM

1. THIEL, E.: Az állami eladósodás nemzetközi összehasonlításának kérdéséhez. Wirtschaftsdienst, 1971. augusztus.
2. MIKUSINSKI, I.: Operátorszámítás. Budapest, 1961. Műszaki Könyvkiadó.
3. BALÁSSY Á.: Vállalati pénzmozgások vizsgálatán alapuló hitelmodellek. MNB Tanulmányok. 45. sz.

A CREDIT FINANCING MODEL OF LARGE ORGANIZATION SYSTEMS

The aim of the authors is to describe mathematically the cumulated final results of monetary processes of large organizational systems and to determine the credit requirements. In these systems the processes are endless, without starting or endpoints of investments, because the financing of many objects is considered. The study is concentrated most part on the state budget, as the largest possible organizational system. The future income of the state budget can be credited up to an expectable surplus income, within a certain finite time horizon. In each year the credit requirement is indicated by the difference of incomes and expenses, if the sum of expenses is bigger. At most the cumulated money shortage can be credited, which equals the increase of incomes between the years of crediting and of the establishment of the fixed assets.

The process is examined in nonnegative domain of the time variable by the aid of a continuous (theoretical) and a discrete model. In the discrete model the per unit time equals the frequency of financial balances. The authors have carried out numerical calculations, too and they introduce two possible cases from among the variants obtained on the basis of simulation for a period of one and a half decades. In one variant they presuppose the exponential growth of incomes and expenses, and with the other one — the exponential growth of incomes and the linear growth of expenses. They have come to the conclusion that according to the first variant there is no theoretical limit of the increase of credits, though the sum of granting credit decreases sometimes and temporarily — because of the constraints. In the second case, however, there is a real possibility to repay the credit completely within a finite time.

МОДЕЛЬ ФИНАНСИРОВАНИЯ КРЕДИТА ДЛЯ БОЛЬШИХ
ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Цель авторов, чтобы математически описать накопленные конечные результаты денежных процессов больших организационных систем и определить потребность кредита. В этих системах процессы бесконечные, и у накопления нет таких специфичных сроков, обозначающих начало и конец, так как здесь идет речь о финансировании довольно многих объектов. Свои исследования авторы сосредоточивают в основном на государственном бюджете, как на самую большую возможную организационную систему. Они исходят из того, что будущий доход бюджета можно кредитовать до силы определенного ожидаемого перебора внутри определенных конечных сроков. Иногда в одном конкретном году потребность кредита определяется разницей расходов и доходов, если сумма расходов больше; а максимально тот недостаток денег кредитовать можно, который равен росту дохода между годами кредитования и среднего периода образования основных фондов. Процесс исследует в области переменного времени от нуля до бесконечности при помощи непрерывной (теоретической) и дискретной модели. В дискретной модели единичная длина переменного по времени равна частоте изготовления финансовых балансов. Авторы провели и численные расчеты, а из вариантов, полученных на основе симуляции, они показывают два возможных случая на пятнадцатилетний период. В одном варианте они предполагают экспоненциальное развитие расходной и доходной функций, а в другом — линейный рост расходов и экспоненциальный рост доходов. Авторы пришли к выводу, что по первому варианту в принципе нет границы роста наличности кредитов, хотя сумма кредитования — из-за ограничений — в отдельных случаях и временно снижается. А в другом случае имеет реальная возможность для полной выплаты кредита внутри конечного периода времени.