

## Ex post állandó arányok, létszám és növekedés Csehszlovákiában

A közgazdászok érdeklődésében az utóbbi időben észrevehetően előtérbe került a munkaerőnek a gazdasági növekedés folyamatában játszott szerepe.<sup>1</sup> Számos hipotézist, modellt és elméleti általánosítást fogalmaztak meg.<sup>2</sup> Az új munkák abban a következtetésben jutnak közös nevezőre, hogy a korábbi modellek alábecsülték a munkaerő szerepét a gazdasági növekedésben.

A jelen cikkben ökonometriai szempontból közelítjük meg a kérdést. Közvetlenül egyik említett hipotézist vagy elméletet sem szándékozzuk itt ellenőrizni. Amire kíváncsiak vagyunk, az a *termelés és létszám közötti számszerű kapcsolat* Csehszlovákiában. Különböző összefüggéseket fogalmazzunk meg ezért e két változó között és empirikusan elemezzük szerepüket az elmúlt időszakban végbement növekedésben. Ezek az összefüggések azután bizonyos, kizárólag a munkaerőn alapuló termelési függvényeket implikálnak.

Tanulmányunkban támaszkodunk egész sor, a csehszlovák gazdasági növekedés mennyiségi jellemzőit elemző szerző írására. Ezeknek a munkáknak a tárgyát elsősorban a termelés és a beruházások, a termelés és az állóalapok, illetve a termelés és egyidejűleg mindkét termelési tényező (kéttényezős termelési függvények) közötti kapcsolat számszerűsítése és elemzése képezte. Kevesebb figyelmet fordítottak eddig a létszám és a termelés közötti kapcsolatra, ami a jelen dolgozat tárgyát képezi. Nyilvánvaló, hogy több modell egyrészt több „választ” ad, de ugyanakkor több kérdést is vet fel. Egybevetésük azonban hasznos szempontokat, sőt esetleg még következtetéseket is nyújthat. Tanulmányunkat ezért részleges hozzájárulásnak tekintjük ehhez a kiterjedt vitához.

A termelési függvények alkalmazásai fontos információkat nyújthatnak a *gazdaság rugalmasságának fokáról* rövid vagy középtávra. Különösen annak elemzésére gondolunk, hogy mennyiben jelent korlátot a létszám, és milyen szerepet játszik a gazdasági növekedés ütemének megválasztásánál. Ezeket

<sup>1</sup> Ez a tanulmány folytatása az egyik szerző néhány korábbi munkájának (különösen a [11]-nek), és az 1967–69-es években folytatott kutatások eredményeit foglalja össze. Első változatát 1969 júniusára dolgoztuk ki. Ebben a formában közgazdászok és ökonometriai szakemberek szélesebb körében forgott, akik értékes bírálatban részesítették, észrevételeket és megjegyzéseket fűztek hozzá. A szerzők külön is köszönetet mondanak *J. Foglnak*, *J. Goldmannak*, *J. Habrnak*, *Z. Tlustynak* és *J. Walternak*. Egyes ökonometriai problémákról *S. Hymansszal*, *M. Klasszal* és *L. D. Taylorral*, a michigani egyetem professzoraival is konzultáltak. A számítógépes munkákat *E. Sip* folytatta le. Obligát módon hozzá kell fűzni, hogy a tanulmányban esetleg fellelhető hibák és tévedések a szerzők rovására írandók.

<sup>2</sup> Az egyik legérdekesebb munka *Jánossy Ferenc* magyar közgazdász modellje. Jánossy F. [6], második rész.

a kérdéseket eddig nem vizsgálták részletesen a csehszlovák irodalomban. A cikk célja ezért mindenekelőtt az, hogy ellenőrizzük a létszámra épülő termelési függvények különféle változatait. Nem kívánunk határozott következtetéseket levonni, mindössze szempontokat szeretnénk kapni a további kutatáshoz.

A kutatás az összefüggésnek a gazdaság *ipari szektorában* való vizsgálatára korlátozódik. A későbbiekben át lehetne térni valamilyen heterogénebb aggregátum (például a mezőgazdaságon kívüli ágazatok vagy a termelő szféra egésze) elemzésére is. Az elemzést külön végeztük el a csehországi és a csehszlovák iparra. Mindkét esetben kétszektoros bontást is alkalmaztunk — a függvényeket külön megbecsültük a termelőeszközök termelésére, a fogyasztási javak termelésére és az ipari termelés egészére. Az adatok minden esetben az 1948—1968 időszakra vonatkoznak.

A cikk hozzávetőlegesen három részből áll. Az első részt a modellnek és feltevéseinek elméleti elemzése teszi ki. A továbbiakban az időbeli késleltetések és specifikációjuk problémáját tárgyaljuk. Végül a harmadik részben összefoglaljuk és értékeljük az alkalmazások eredményeit.

### 1. Elméleti feltételezések

Ebben a tanulmányban kizárólag egytényezős termelési függvényeket vizsgálunk. A termelés és létszám közötti kapcsolatot elemezzük. Rövid időszakra vonatkozó elemzésnél az ilyen megközelítés nyilvánvalóan indokolt.

Elméleti szempontból azonban nagy a jelentősége annak, hogy milyen feltevéseket fogadunk el a technológia jellegét illetően, milyen termeléselméleti modellt tételezünk fel. A vitákból kiviláglik, hogy az egyik, a valósághoz közelálló modell az *ex post állandó arányok* koncepciója, ami azt jelenti, hogy az egyszer előállított gépek munkaerővel való helyettesítése már nem lehetséges. Meghatározott technológia tárgyasul bennük, és a munkával csak egy adott arányban kombinálhatók.<sup>3</sup>

Ezek a feltevések nyilvánvalóan különböznek azoktól az elméletektől, amelyekre a helyettesítésen alapuló termelési függvények (például a Cobb—Douglas-függvény) épülnek. Ezek a függvények ugyanis mind *ex ante*, mind pedig *ex post* helyettesítést megengednek. Ezek a feltevések elég távol állnak a valóságtól. Az *ex post* állandó arányok koncepciója — ha talán túlzott is — közelebb áll a valósághoz.

A helyettesítés bizonyos lehetőségei vitathatatlanul *ex post* is fennállnak. Az ideális tehát az lenne, ha olyan modellel dolgoznánk, amely a meglévő gépparkon belül is megengedne korlátozott helyettesítést. Ezt a modellt az jellemzné, hogy az *ex post* helyettesítés rugalmassága kisebb lenne, mint az *ex ante* helyettesítésé, de nagyobb lenne zérusnál. Ilyen modellt azonban mindeddig nem dolgoztak ki, és ezért nem áll fenn valamilyen „arany középút” lehetősége. A két leegyszerűsítés közül azt kell választani, amely kevésbé rugaszkodik el a valóságtól. Nem akarjuk azonban szembeállítani a két modellt, s inkább az érdekel bennünket, hogy milyen eredményeket adnak.

<sup>3</sup> Az *ex post* állandó arányok feltevését Csehszlovákiában először Z. Paikert [9] használta modelljében. Lásd még Gomulka—Kilózi [3].

Ha ex post állandó arányok érvényesülnek, a termelés növekedése csak annak az erőforrásnak a bővülésétől függ, amely a növekedési ütem korlátozó tényezője.<sup>4</sup> A többi erőforrást nem kell figyelembe venni a termelési függvényben.

Fejlett gazdaságra az a feltevés tűnik adekvátnak, hogy a munkaerő a rendelkezésre álló kapacitásokhoz képest szűkös. A kapacitások nagyszámú munkaerő foglalkoztatására elegendők, mint a kialakult foglalkoztatási színvonal.<sup>5</sup> A növekedés korlátozó tényezője tehát a munkaerő.<sup>6</sup> Ebben a helyzetben — mint arra *G. A. Feldman* rámutatott — a termelés növekedési ütemét az — úgynevezett effektív egységekben mért — munkaerő dinamikája határozza meg, és ezért az állandó arányokat feltételező termelési függvényt a létszámmal kell alapozni.

Alapvetően ellentétes körülmények érvényesülnek a fejlődő országokban. A meglévő termelőkapacitások nem képesek felszívni minden rendelkezésre álló munkaerőt. Ezekben a gazdaságokban ezért a termelőerők alacsony fejlettségi fokából fakadó munkanélküliség van. A gazdasági növekedés is kritikusán függ a tőke bővülésétől, és a termelési függvénynek ezt figyelembe kell vennie.

Az ex post állandó arányok modellje nem zárja ki a termelékenység növekedését, a technikai haladás létezését. Más kérdés azonban, hogyan lehet statisztikailag számszerűsíteni a technikai haladás hozzájárulását a gazdasági növekedéshez. A technikai haladás elemzése még a kezdeti lépéseknél tart. Ebben a tanulmányban ezért megelégszünk egy nagyon durva közelítéssel. A technikai haladást teljes egészében a meg nem testesült technikai haladásnak tulajdonítjuk. Elvileg így az időbeli trendnek kellene tartalmaznia a technikai haladás minden eredményét. Ez természetesen csak elméleti feltételezés. Mint-hogy nem tételezhetjük fel, hogy a modell feltevései pontosan teljesültek, a paraméter más hatásokat is tartalmazhat (például a lehetséges helyettesítési hatást, és mindazt, ami belekerül a véletlen eltérések vektorába).

## 2. Néhány gyakorlati megfontolás

Ezek voltak a kérdés elméleti vonatkozásai. A gyakorlati alkalmazásnál nem feledkezhettünk meg arról a körülményről sem, hogy a létszám a statisztikailag megfigyelt mennyiségeknek ahhoz a kis csoportjához tartozik, amelyekről hozzávetőlegesen azért tudjuk, mit is jelentenek. Bizonyos módszertani problémák itt is fellépnek, de ezek egyszerűen össze sem hasonlíthatók azzal a bizonytalansággal, amely a statisztikailag megfigyelt más mennyiségeket körülvéveszi (különösen az állóalapot).<sup>7</sup>

Egy további „praktikus” megfontolás a korábbi munkák eredményeiből következik. A helyettesítést is figyelembe vevő termelési függvények (amelyek

<sup>4</sup> Ezt a tételt elsőként *G. A. Feldmann* bizonyította be 1928-ban [1]. A Feldmann-modell is állandó arányok feltételezésén alapult (ex post egészen biztosan, és esetleg ex ante is).

<sup>5</sup> Ezt a feltevést alátámasztják a fejlett országokban szerzett empirikus ismeretek. Teljességgel vitathatatlan, hogy a fejlett országokban teljes foglalkoztatás mellett is léteznek kihasználatlan kapacitások, és igen alacsony a műszakszám (a kapacitások átlagosan egy műszakban üzemelnek).

<sup>6</sup> A „korlátozó tényező” kifejezést elsőként *G. A. Feldmann* használta.

<sup>7</sup> Igen jól ismert az állóalapotokra vonatkozó adatok rossz minősége. Tisztán statisztikai szempontból is fontos, hogy az alapok és az időbeli trend között erős a korreláció.

mind az állóalappal, mind a létszámmal számolnak) idősorokra alkalmazva nem adtak megnyugtató eredményeket. Az esetek túlnyomó többségében a számított paraméterek statisztikailag nem voltak szignifikánsak.<sup>8</sup> A termelési folyamatban szerepet játszó technikai összefüggések vizsgálata a figyelmet más termelési függvények felé fordította — elsősorban a dinamikus termelési függvények, keresztszét-vizsgálatok, állóalappokra épülő termelési függvények felé. A létszámra épülő termelési függvények további természetes alternatívaként kínálkoznak.

Befejezésül emlékeztetünk arra, hogy modellünk két alapvető feltételezésre épül: *a*) ex post állandó arányok érvényesülnek; *b*) a munkaerőkínálat a rendelkezésekre álló kapacitásokhoz képest viszonylag szűkös. Úgy véljük, hogy e feltételezések a cseh szlovák, és különösen a csehországi gazdaságot illetően fölöttébb reálisak.<sup>9</sup>

A pontosság kedvéért még egy megjegyzést kell tennünk. A termelés és létszám közötti összefüggésre vonatkozó, alább következő ökonometriai vizsgálatok eredményei nem függenek attól, hogy elméleti feltevéseink érvényesek-e. A nyert eredmények elfogadható vagy elfogadhatatlan volta csak a számított paraméterek és további statisztikai jellemzők ellenőrzésével dönthető el. A két említett feltevés azonban *konzisztenssé* teszi elemzésünket a korábban feltételezett elméleti modellel. Avagy *T. Koopmans*szel szólva, érvényességük esetén a további vizsgálat már „az elmélettel való mérés”.

Ha azonban minden eddig ismert tény ellenére az derülne ki, hogy a feltételek nem reálisak, abból annyi következtetést lehetne levonni, hogy méréseinknek nincs meg a korábbiakban megadott elméleti háttére. Nem következne azonban ebből, hogy maguk a következtetések „irreálisak”. Az eredmények továbbra is bizonyos az eddigi növekedésben érvényesülő összefüggések statisztikai közelítései maradnának. Felmerülne azonban az az érdekes kérdés, hogy mely összefüggéseké, és milyen értelmezésben. A szkeptikus beállítottságú ember számára azonban ezek a kérdések mindig nyitott kérdések maradnak.

### 3. Az időbeli késleltetések problémája

A termelés és létszám közötti alapvető kapcsolatot természetesen nem nehéz számszerűsíteni. Az elemzést azonban néhány körülmény bonyolulttá teszi. Ehelyütt az időbeli késleltetések problémáját említjük meg.

A termelés és a létszám az idő előrehaladtával egyaránt változik. Par excellence dinamikus folyamatokról van itt szó. Ezekben a folyamatokban ezért sok, különböző (általunk nem ismert) lefolyású és hosszúságú időbeli késleltetés léphet fel. Nem sokkal ezelőtt egy kutatás rámutatott egy ilyen jellegű problémára. A munkatermelékenységnek *rövid távú ingadozásairól* van szó.<sup>10</sup> Kiderült, hogy a csökkenő ütemű termelésnövekedés időszakában csökken

<sup>8</sup> Ennek a jelenségnek az okait eddig nem tisztázták megnyugtatóan. Úgy tűnik azonban, hogy az alapvető okok a független változók korrelációjában és a két termelési tényező nehezen nyomkövethető változásaiban rejlenek. A további kutatás során gondosabban kell ellenőrizni a helyzetet.

<sup>9</sup> Ez a következtetés mindenekelőtt a szabad munkaerőkínálat és az állóalapkihasználás alakulásának elemzéséből adódik. A munkaerőkínálat és -kereslet közötti viszony jelenlegi helyzetéről lásd [5].

<sup>10</sup> Lásd például *M. Toms* [11].

a munkatermelékenység növekedési üteme is, és ellentétes következmények érvényesek a növekvő ütemű növekedés időszakaiiban. A tapasztalatok azt mutatják, hogy a munkatermelékenység dinamikája nagyon szoros korrelációt mutat a termelés dinamikájával.

Ezt a jelenséget különbözőképpen lehet magyarázni. Vitathatatlan azonban, hogy a legáltalánosabb ok a foglalkoztatás reakcióinak késése a termelés dinamikájának változásaihoz képest. A foglalkoztatottak száma nem alkalmazkodik azonnal és arányosan a termelés növekedési ütemének ingadozásaihoz. Ennek oka a foglalkoztatási színvonal rugalmatlansága lefelé, a más ágazatokban tapasztalható munkaerőhiány és általában a munkaerő-ráfordítás kvázi-állandó volta rövid időszakban. *A termelés dinamikus változásai nem vonnak maguk után arányos létszámváltozásokat, hanem a ledolgozott munkaórák, a munka-intenzitás és a munkaidő-kihasználás változásaiban jutnak érvényre.* Olyan rövid távú termelékenység-hullámzás alakul ki, amit a kváziciklus létezése és nem a technológia változásai váltanak ki.<sup>11</sup> A termelékenység ebben az összefüggésben tehát függő változó, amelyet a termelés ingadozásai határoznak meg.

Ezek a mozzanatok természetesen „gyengítik” a termelés és létszám közötti kapcsolat szorosságát és olyan elemeket visznek be a vizsgált relációba, amelyek nem technológiai természetűek. A termelés dinamikájának ingadozásai mindenekelőtt az aggregált kereslet (különösen a beruházások és a készletek) egyenlőtlen növekedésével és szűk keresztmetszetek létrejöttével függenek össze. Kváziciklikus jellegű tényezőkről beszélhetünk tehát.<sup>12</sup>

Elemzésünkben arra törekszünk, hogy közelebb jussunk a létszám és termelés technológiai kapcsolataihoz. A kváziciklikus elemekkel áthatott paraméterekre az instabilitás jellemző, és az esetleges ex ante megfontolások szempontjából korlátozott a jelentőségük. A maximális cél az lenne, hogy a kváziciklikus mozzanatokat elkülönítsük a technológiai összefüggésektől, vagy másképpen, hogy megközelítsük a két mennyiség közötti alkalmazkodási folyamatban érvényesülő időbeli késleltetést.

Természetesen nehéz problémáról van szó, amelyről minimális a tájékozottságunk. A gyakorlatban különböző fajtájú késleltetések és különböző időhorizontú alkalmazkodási folyamatok léphetnek fel. Nagyon keveset tudunk az időbeli késleltetések *kauzalitásáról* is. Elméletileg azt lehet várni, hogy azokban az ágazatokban, ahol munkaerőhiány van, a termelés és létszám változásaihoz képest. Másfelől a munkaerővel jól ellátott ágazatokban inkább az lesz jellemző, hogy a létszámváltozás késik a termelés változásához képest. Így fest a probléma „keresztmetszet”-szempontból. Analóg módon alakul viszont a helyzet az idősorok különböző pontjain (a kváziciklus eltérő fázisaiban).

Nyújt bizonyos lehetőségeket az ún. osztott késleltetések (distributed lags) bevezetése a termelés és létszám közötti kapcsolatba. Ezzel dinamikus termelési függvényhez jutunk, amely figyelembe veszi a termelés és létszám közötti alkalmazkodási folyamatokat.

<sup>11</sup> A termelékenység rövidtávú ingadozásai részben mérésének módszeréből következnek (a munkaráfordítást a foglalkoztatottak számával számszerűsítik). Ha pontosabb információ állna rendelkezésünkre a kifejtett munka mennyiségéről és intenzitásáról, akkor ez a „rövidtávú ingadozás” nemlétezőnek bizonyulhatna. Részletesebben lásd [11].

<sup>12</sup> Ezt a fogalmat a J. Goldman és K. Kouba által a [2] könyvben bevezetett értelmezésben használjuk.

#### 4. Az osztott késleltetések elméletének alapfogalmai

A közgazdasági elemzésben jelentős teret nyert az elosztott késleltetések elmélete.

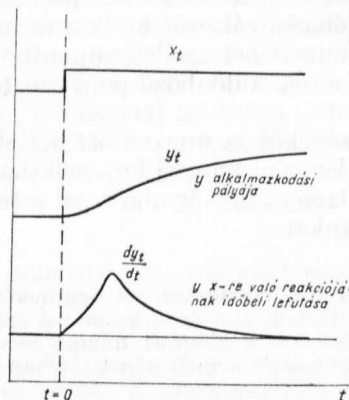
A közgazdasági mennyiségeknek az azokat meghatározó mennyiségek változásaira való reagálása nem annyira azonnali, mint amennyire azt a „tisztá” elmélet rendszerint feltételezi. Egész sor technológiai, institucionális, gnoseológiai stb. tényező hatására a gazdasági mennyiségek késve és fokozatosan reagálnak. A megváltozott színvonalon ezért nem azonnal, hanem olyan *alkalmazkodási folyamat* során jön létre az egyensúly, amely meghatározott időtartam alatt megy végbe. Azzal, hogy az azonnali reagálás helyébe az alkalmazkodási folyamatot állítjuk, a statikus gazdaságtan (a komparatív statika) területéről eljutunk a dinamikus folyamatok elemzéséhez, a gazdasági mozgás elméletéhez.

A problémát a legkönnyebben az alábbi példával világíthatjuk meg. Tételezzük fel, hogy a függő változó (valamilyen endogén közgazdasági mennyiség) csak egy  $x$  független változó (exogén mennyiség) függvénye. A kiinduló helyzetben  $x$  konstans és a két mennyiség között egyensúly érvényesül. Feltételezzük, hogy adott időpillanatban  $x$  egyszerű emelkedése következik be és ezen a szinten ismét konstans marad.

$x$  emelkedése a kiinduló egyensúly megbomlását eredményezi, és  $y$  az új egyensúlyi helyzet irányába mozdul el, amit  $x$  új színvonala határoz meg. Persze  $y$  változása (az említett tényezők következtében) nem egy időpillanatban megy végbe, hanem meghatározott módon eloszlik az időben. Megjelenik tehát az elosztott késleltetés  $y$ -nak  $x$  változására való reagálásában.

A közgazdaságtan számára alapvető jelentőségű e reakció időbeli lefutásának megismerése. A reakció időbeli lefutásának pontos meghatározását a későbbiekben adjuk. Egyelőre a következő jellemzésből indulunk ki: A függő változónak a független változó változására való reagálásának időbeli lefutásán az  $x$  változása által időegység alatt kiváltott  $y$  változások idősorát érthetjük ( $dy/dt$ ).

Az elmondottakat az 1. sz. ábra szemlélteti. Az adott esetben  $y$  reakciójának időbeli lefutása nagyon egyszerű.



1. ábra

A grafikus szemléltetést most függvényszerűen is kifejezhetjük. Általánosan felírhatjuk, hogy

$$y_t = f(x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots) \quad (1)$$

Az (1) lineáris közelítése a következőképpen írható fel:

$$y_t = \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \beta_2 x_{t-2} + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i x_{t-i}. \quad (2)$$

A  $\beta$  együtthatókat *reakcióegyütthatóknak* nevezzük. Ha feltételezzük, hogy az egyensúly megbomlását követően  $y$  úgy reagál, hogy közeledik az új egyensúlyhoz, akkor a  $\sum \beta_i$  sorozatnak konvergensenek kell lennie.

A  $\beta_i$  reakcióegyüttható sorozata jelenti az  $y$ -nak az  $x$  változásaira való reakciója időbeli lefutását. Az egyenletről az következik, hogy  $y$ -t nem csupán  $x$  egyidejű értéke, hanem számos múltbeli  $x$  is meghatározza. Az  $y$  függő változó ezért a „történelmi”  $x_{t-i}$  ( $i = 0, 1, \dots$ ) értékek súlyozott átlagának függvénye, ahol a súlyok arányosak a reakcióegyütthatókkal. Ezek voltak az osztott késleltetések elméletének alapelemei.

A reakcióegyütthatók statisztikai becslésénél természetesen problémák merülnek fel. Elméleti szempontból  $i$  a végtelenig futhatna. A többszörös korreláción alapuló becslési módszerek persze csak olyan esetekben adnak viszonylag megnyugtató eredményeket, ha a reakció 2–3 időszakra oszlik el. Az  $x_t, x_{t-1}, x_{t-2} \dots$  idősorban jelentős korreláció miatt multikollinearitás lép fel, ami levon a becslés értékéből. A további regressziós együtthatók pedig értelmetlenné válnak (ami a késleltetett független változók közötti nagyfokú autokorreláció nyilvánvaló következménye). Nagyok a standard hibák és a becsült regressziós együtthatók semmiféle információt sem nyújtanak a reakció időbeli lefutásáról.

A probléma egy bizonyos megoldását adta *L. M. Koyck* [7]. Az volt a célja, hogy csökkentse a független változók számát s ezzel a függvény statisztikailag könnyebben legyen kezelhető. Koyck abból a hipotézisből indult ki, hogy a reakcióegyütthatók sorozata egy bizonyos ponttól kezdve közelíthető konvergens mértani sorozattal. Más szóval Koyck feltételezte, hogy egy bizonyos  $i$  indextől a reakcióegyütthatók *állandó arány szerint csökkennek*.

Ennek a hipotézisnek az alapján (1) helyébe a következőt írhatjuk:

$$y_t = \beta_0 \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i x_{t-i} \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (3)$$

vagy

$$y_t = \beta_0 (x_t + \lambda x_{t-1} + \lambda^2 x_{t-2} + \dots + \lambda^j x_{t-j}). \quad (4)$$

Írjuk fel (4)-t  $y_{t-1}$ -re és szorozzuk meg  $\lambda$ -val:

$$y_{t-1} = \beta_0 (\lambda x_{t-1} + \lambda^2 x_{t-2} + \dots + \lambda^j x_{t-j}) \quad (5)$$

vagy

$$\lambda y_{t-1} = \beta_0 \sum_{j=0}^{\infty} \lambda^{j+1} x_{t-j-1}. \quad (6)$$

Kivonva (4)-ből (5)-öt a következőt kapjuk:

$$y_t - \lambda y_{t-1} = \beta_0 x_t \quad (7)$$

A (7) összefüggés a következő egyszerűbb alakra hozható:

$$y_t - y_{t-1} = \beta_0 x_t - (1 - \lambda) y_{t-1} \quad (8)$$

vagy

$$\Delta y_{t-1} = \beta_0 x_t - \gamma y_{t-1} \quad (9)$$

ahol

$$\gamma = 1 - \lambda \quad (10)$$

Világos továbbá (7)-ből, hogy  $y_t$ -re igaz a következő:

$$y_t = \beta_0 x_t + \lambda y_{t-1} \quad (11)$$

A kapott összefüggést *Koyck-féle átalakításnak* nevezzük. Ha összehasonlítjuk az (1) és a (11) összefüggéseket, azt láthatjuk, hogy az átalakítás elfogadható mértékűre csökkentette a független változók számát.

Ha  $y$ -nak  $x$ -re vonatkozó rugalmasságát vizsgáljuk, a rövid és hosszú időszakra vonatkozó rugalmasság között jelentősek lehetnek a különbségek. Ha nincs kizárva az időbeli késleltetés lehetősége  $y$ -nak  $x$  változásaira való reagálásában, akkor az alkalmazkodási folyamat figyelmen kívül hagyása az  $y$  és  $x$  közötti kapcsolat hibás felfogását eredményezheti. Ha az időbeli késleltetés számottevő, akkor különbség van a rugalmasság értékében rövid és hosszú időszakra.<sup>13</sup>

A (9) összefüggésből következik, hogy az új egyensúlyi helyzet létrejöttkor, vagyis amikor  $\Delta y_{t-1} = 0$ , érvényes, hogy

$$y_t^* = \frac{\beta_0}{1 - \lambda} x_t \quad (12)$$

Ebből a következőképpen fogalmazható meg a rugalmasság hosszú időszakban, vagyis az időbeli késleltetésektől megtisztított reakcióegyüttható:

$$\beta^* = \frac{\beta_0}{1 - \lambda} \quad (13)$$

A (13)-ból következnek a kétféle rugalmasság közötti összefüggések. Ha nincs időbeli késleltetés ( $t=0$ ),  $y$ -nak  $x$  változásaira való reagálása olyan gyors, hogy  $y$  mindig még az adott időszakban eléri új egyensúlyi értékét. Így a (11) egyenletben értelmét veszti a késleltetett változó. A rugalmasság rövid és hosszú időszakban hasonló. Ellenkező esetben a kétféle rugalmasság eltérő. Minél lassúbb az alkalmazkodási folyamat, annál nagyobbak az eltérések.

Ezeknek a következtetéseknek közvetlen jelentősége van problémánk szempontjából. Az elemzés megmutatta, hogy a termelés és létszám közötti egyszerű kapcsolat becslése olyan paramétert adhat, amelyet torzít, ha figyelmen kívül hagyjuk az időbeli késleltetést. Indokolt ezért, hogy közelebb-ről meghatározzuk az időbeli késleltetést, és ellenőrizzük, hogy szignifikáns-e vagy sem. Elméleti szempontból ezt a (11)-ben szereplő  $\lambda$  regressziós koefficiens szignifikanciájára vonatkozó statisztikai próbának kellene megmutatnia.

Nem tudunk olyan korábbi munkáról, amely osztott késleltetésekkel dolgozott volna.<sup>14</sup> A becslések azt tételezték fel, hogy a termelésnek a termelési

<sup>13</sup> A probléma bővebb elemzését lásd [11].

<sup>14</sup> Csehszlovákiában.



tényezők volumenére való reagálásában *semmiféle* időbeli késleltetés nincsen, ami természetesen fölöttébb nagyvonalú feltevés. Nem kell hosszabban bizonygatnunk, hogy ezekben a reagálásokban léteznek bizonyos késleltetések.

Ebben a tanulmányban a Koyck-féle osztott késleltetéssel dolgozunk. Feltételezzük, hogy a termelés és létszám közötti időbeli késleltetések jól közelíthetők ilyen típusú késleltetésekkel. Teljes mértékben elképzelhető persze az, hogy más modellek majd alkalmasabbnak vagy, esetleg pontosabbnak bizonyulnak. Munkánk ezért az ebben az irányban folytatandó hosszútávú kutatás kiindulásának tekintendő.

### 5. A létszámra épülő dinamikus termelési függvény felírása

Az ökonometriai vizsgálatnál az ismertetett elméleti megfontolásokból indultunk ki. A termelés és létszám közötti összefüggésben vigyelembe vettük az osztott késleltetést.<sup>15</sup>

$$Q_t = AE_t^{\beta_1} E_{t-1}^{\beta_2} Q_{t-1}^{\beta_3} e^{\beta_4 t}, \quad (14)$$

ahol  $Q$  a termelés és  $E$  a létszám. Egyszerű átalakítással olyan formulát kapunk, amely lehetőséget nyújt a statisztikai becslésre.

$$\log Q_t = \log A + \beta_1 \log E_t + \beta_2 \log E_{t-1} + \beta_3 \log Q_{t-1} + \beta_4 t \quad (15)$$

Szemelláthatóan dinamikus termelési függvényről van szó. A függvény közelítést ad a termelés és létszám közötti dinamikus alkalmazkodási folyamatra. Az utolsó független változónak (az exponenciális időbeli trendnek) kell tartalmaznia minden, a létszám hozzájárulásán kívüli termelési effektust. Mint kimutattuk, elméleti szempontból lényegében a technikai haladásról van szó.

Természetesen a függvény lineáris alakja is vizsgálható. Ebben a tanulmányban azonban csak az említett alakkal dolgoztunk.<sup>16</sup> Bizonyos előnye ennek a megközelítésnek, hogy a kapott  $\beta_1$  paraméterek közvetlenül a termelésnek az adott változó szerinti rugalmasságát jelentik.<sup>17</sup> A további vizsgálatok használhatnának lineáris függvényeket is, majd pedig összehasonlítást lehetne végezni arra vonatkozólag, hogy melyik az előnyösebb.

A (14) függvény mellett becslést végeztünk a termelés és létszám közötti egyszerű kapcsolatra is:

$$\log Q_t = \log A + \beta_1 \log E_t \quad (16)$$

Ez a termelési függvény különbözőképpen interpretálható. Bizonyos szempontból statikus függvényről lehetne beszélni (nem veszi figyelembe az alkalmazkodási folyamatot), vagy pedig a két mennyiség között érvényesülő alapvető tapasztalati összefüggésről.

A (14) típusú függvény alkalmazásakor fellép a multikollinearitás veszélye. Ebben rejlik azoknak az ellenvetéseknek a magva, amelyek hangsúlyozzák a független változók közötti erős korreláció lehetőségét. Ebből a szempontból is az időbeli trendnek a függvénybe való bevezetése tűnik különösen „veszélyesnek”.

\*

<sup>15</sup> Lásd *E. Kuh* [8].

<sup>16</sup> Logaritmikusan lineáris függvényről van szó.

<sup>17</sup> A pontosabb értelmezést lásd később.

Ahhoz, hogy véleményt mondhassunk a potenciális ellenvetések megalapozottságáról, elvégeztünk egy nagyobb próbát. A függvényben egymás után vezettük be az újabb és újabb független változókat, és figyeltük, hogy mi történik egyes jellemzőkkel. Egészében véve a termelési függvények alábbi „kollektívára” végeztük el a számítást:

$$\log Q_t = \log A + \beta_1 \log E_t \quad (\text{I.})$$

$$\log Q_t = \log A + \beta_1 \log E_t + \beta_2 \log E_{t-1} \quad (\text{II.})$$

$$\log Q_t = \log A + \beta_1 \log E_t + \beta_2 \log E_{t-1} + \beta_3 \log Q_{t-1} \quad (\text{III.})$$

$$\log Q_t = \log A + \beta_1 \log E_t + \beta_2 \log E_{t-1} + \beta_3 \log Q_{t-1} + \beta_4 i \quad (\text{IV.})$$

A próba első lépése nyilvánvalóan a (16) egyszerű termelési függvény becslése. Az egyes termelési függvények becslése alapján látható, hogy milyen következményekkel jár az újabb meg újabb független változók bevezetése a modellbe. Lényegében három kérdéssoportról van szó:

- a regressziós együtthatókra gyakorolt hatásról;
- a számítás efficienciájára (a reziduális szórásra) való hatásról;
- a becslés statisztikai szignifikanciájára gyakorolt hatásról.

A közgazdasági elemzés szempontjából az első mozzanat a legérdekesebb. A második nyilvánvaló. Pótlólagos változó bevezetése rendszerint növeli a regressziós együtthatót. Ugyanakkor persze erősíti a korreláció intenzitását, ami főleg a standard hibáknak viszonylagos növekedésében nyilvánul meg a regressziós együtthatókhoz képest. Ebből a tényből indulnak ki az említett ellenvetések. Ezért kívántuk modellünkben próbával ellenőrizni, mennyire megalapozott ez az elterjedt álláspont.

## 6. Statisztikai alkalmazás

Termelési függvényeink alkalmazásakor a termelésre és a létszámra vonatkozó adatokra van szükség. Itt többféle lehetőség és kombináció kínálkozik. A kiinduló adatok megválasztását azonban behatárolják a rendelkezésre álló statisztikai források. Esetünkben főleg az volt fontos, hogy a lehető leghosszabb időszakokra vonatkozó konzisztens idősorokat kapjunk. Az alkalmazás szempontjából a másik követelmény az idősoroknak régiók közötti, valamint a két szektor közötti kölcsönös összehasonlíthatósága. Ezért a következőképpen jártunk el:

A létszám számszerűsítéseként az *ipari tevékenységet folytató munkások* számát szerepeltettük. Elvégeztük a számítást az összes ipari foglalkoztatottra épülő függvényre is. Az első változattal azonban sokkal kedvezőbb eredményeket kaptunk — szorosabbnak és erősebbnek találtuk a munkások száma és a termelés közötti összefüggést.<sup>18</sup> Ez a megállapítás közgazdasági szempontból nyilvánvaló és könnyen megmagyarázható. A létszámnak a munkásokon kívüli része nem befolyásolja közvetlenül a termelést és — számottevő mértékben — autonóm módon alakul.

<sup>18</sup> Hasonló eredményre jutott minden (általunk ismert) nemzetközi vizsgálat is.

Termelési mutatókul némi tétovázás után az 1968 évi változatlan áron mért teljes termelést választottuk.<sup>19</sup> A mutató megválasztása a modellel végzett további „manőverek” által támasztott követelményekkel függött össze. Nagyon érdekelt bennünket, hogy milyen eredményeket szolgáltat a modell dezaggregált adatokra történő alkalmazáskor. A kutatás adott fokán elsősorban arról volt szó, hogy külön vizsgálhassuk a termelőeszköz-termelés szektorának és a fogyasztásicikk-termelés szektorának dinamikáját.<sup>20</sup>

Ez a bontás elméleti szempontból vonzó és érdekes gyakorlati következtetésekhez is vezethet. A két szektorból nyert eredményeket azután egybevetettük az egész ipari termelés elemzésével. Természetesen tisztában vagyunk a teljes termelés mutatójának valamennyi alapvető hiányosságával. Az elért előnyért azonban meg kellett fizetnünk ezt az árat.<sup>21</sup>

Egyúttal érdekelt bennünket külön a *csehországi* iparra vonatkozó termelési függvények meghatározása is (regionális bontás). Elvégeztük ezért ugyanezeket a számításokat a csehországi iparra. Így a csehszlovák és csehországi iparra, egészében és kettébontva, termelési függvények egész „kollektíváját” kaptuk meg. Minden termelési függvényt az 1948–1968-as időszakra vonatkozó adatokból nyertünk.

A függvényeket közvetlenül a legkisebb négyzetek módszerével határoztuk meg. A kapott eredményeket az 1. és 2. sz. táblázat tartalmazza. A táblázatokban összefoglaltuk a próba valamennyi fontos jellemzőjét.<sup>22</sup>

A próba kritériumául  $t$  eloszlású mennyiséget választottunk (a kiszámított  $t$  értékeket a regressziós együtthatók mellett zárójelben szerepeltetjük). A kapott  $t$  értékeket egybevetettük a megfelelő kritikus értékekkel.<sup>23</sup>

A  $t$  értékek változásainak figyelemmel kísérése pótlólagos független változók bevezetésénél fontos információt szolgáltat a független változók közötti korrelációs változásairól.<sup>24</sup> Nem szabad azonban elhamarkodottan véleményet alkotni, előnyös-e vagy nem egy-egy újabb független változó bevezetése. Egy újabb magyarázó változó bevezetésének közvetlen hatása lehet negatív (csökken a már korábban bevezetett változók regressziós együtthatóinak  $t$  értékeit). Végző ítéletet csak utólag lehet mondani arról, hogy indokolt-e az adott

<sup>19</sup> Az idősorokat változatlan árakra és egységes szervezeti felépítésre számították át. Lásd [10].

<sup>20</sup> Az ipari termelés „A” és „B” csoportjáról van tehát szó. A továbbiakban termelőeszköz-gyártó szektorról és fogyasztásicikk-gyártó szektorról beszélünk.

<sup>21</sup> Statisztikánk nem szolgáltat adatokat az ipari termelés „A” és „B” csoportjára a tiszta termelésről (vagy a hozzáadott értékről). Csak a teljes termelés adatai állnak rendelkezésünkre. Ez a további, „praktikus” oka annak, hogy a munkaerőfordítást a munkások számával tudjuk számszerűen megragadni. Statisztikánk megint csak nem figyel meg más adatot a létszámra vonatkozóan a két csoportra.

<sup>22</sup> Az eddigi csehszlovákiai ökonometriai tanulmányok túlnyomó többsége (azokat is ideértve, amelyek helyettesítést is figyelembe vevő termelési függvényeket számítottak) nem publikálta az egyes regressziós együtthatók becslésének statisztikai jellemzőit. Nem folytatjuk ezt a tradíciót, mert ez lehetetlenné teszi a kapott eredmények komoly értékelését.

<sup>23</sup> A  $t$  érték a regressziós együtthatónak standard hibájához mért arányát adja meg. Ha az egyenlet jobboldalán fokozódik a magyarázó változók közötti korreláció, akkor csökken a  $t$  érték (a regressziós együttható értékéhez képest növekszik standard hibája). A függő változó alakulásának magyarázatához való „hozzájárulása” minimális, sőt még negatív is lehet (a reziduális szórás nem csökken, még növekedhet is). A kapott  $t$  érték a szabadságfokok adott száma mellett nem éri el a kritikus értéket (a választott szignifikancia-szint mellett). Ezt tükrözi az úgynevezett  $t$ -próba.

<sup>24</sup> Esetünkben a *B. Woolf* által a [12]-ben javasolt próbamódszer került alkalmazásra

## 1. táblázat

A csehszlovák ipar rövidtávú termelési függvényei (1948—1968)

	$\log E_t$	$\log E_{t-1}$	$\log Q_{t-1}$	t	R <sup>2</sup>	RES
<b>A. Egész ipar</b>						
I.	3,580 (45,80)	—	—	—	99,15	0,002231
II.	3,183 (3,73)	0,3874 (0,47)	—	—	99,16	0,002333
III.	1,804 (4,73)	-1,073 (2,85)	0,7625 (9,21)	—	99,87	0,0003936
IV.	1,817 (4,93)	-1,310 (3,28)	0,7332 (8,88)	0,008070 (1,45)	99,88	0,0003682
<b>B. Termelőeszkőgyártó szektor</b>						
I.	3,341 (56,46)	—	—	—	99,44	0,001813
II.	2,089 (3,50)	1,160 (2,10)	—	—	99,55	0,001523
III.	1,910 (5,18)	-1,209 (2,18)	0,7755 (5,89)	—	99,84	0,0005752
IV.	1,874 (5,19)	-0,8598 (1,43)	0,5990 (3,12)	0,008073 (1,35)	99,86	0,0005474
<b>C. Fogyasztási cikk gyártó szektor</b>						
I.	3,769 (13,09)	—	—	—	90,49	0,01827
II.	6,172 (4,61)	-2,572 (1,83)	—	—	92,06	0,01615
III.	1,350 (5,98)	-0,8578 (4,63)	0,8208 (32,36)	—	99,88	0,0002582
IV.	1,341 (6,10)	-0,9048 (4,93)	0,7511 (13,32)	0,006244 (1,37)	99,89	0,0002474
V.	1,403 (6,35)	-0,9883 (4,95)	0,7980 (27,57)	0,0001422 (1,47)	99,90	0,0002406

2. táblázat  
A csehországi ipar rövidtávú termelési függvényei (1948–1968)

	$\log E_t$	$\log E_{t-1}$	$\log Q_{t-1}$	$t$	$R^2$	RES
A. Egész ipar						
I.	3,925 (36,41)	—	—			
II.	2,481 (2,64)	1,390 (1,55)	—	—	98,66	0,003049
III.	1,341 (3,14)	-0,7952 (1,71)	—	—	98,83	0,002829
IV.	1,737 (4,37)	-1,143 (2,72)	0,8205 (8,64)	—	99,79	0,0005309
			0,6590 (6,42)	0,01302 (2,59)	99,86	0,0003912
B. Termelőeszköz gyártó szektor						
I.	3,466 (38,70)	—				
II.	1,431 (1,67)	1,854 (2,39)	—	—		
III.	1,588 (3,35)	-1,415 (2,10)	—	—	98,81	0,003310
IV.	1,769 (3,97)	-0,7359 (1,04)	—	—	99,11	0,002624
C. Fogyasztási cikk gyártó szektor						
			0,9302 (6,30)	—	99,74	0,0008012
			0,5242 (2,12)	0,01478 (1,96)	99,80	0,0006801
I.	4,591 (11,44)	—	—	—	87,91	0,02008
II.	6,603 (4,40)	-2,160 (1,39)	—	—	89,14	0,01910
III.	1,397 (5,98)	-0,8694 (4,61)	0,8352 (34,48)	—	99,86	0,0002695
IV.	1,485 (7,63)	-0,9953 (6,18)	0,7039 (14,40)	0,009779 (2,94)	99,91	0,0001823
V.	1,572 (7,92)	-1,114 (6,44)	0,7817 (29,61)	0,0002204 (3,04)	99,91	0,0001779

A regressziós együtthatók mellett zárójelben szereplő adatok a megfelelő  $t$  értékek.

A  $t$ -vel jelölt oszlop az időbeli trend változóját jelenti.  $R^2$  a korrelációs együttható. RES a reziduális szórás.

A táblázat első oszlopában szereplő római számok az egyes függvényeket jelentik a szöveg 5. részével összhangban.

változó bevezetése. Újabb változóknak a modellba való bevezetése ugyanis — mint arra B. Woolf rámutatott — megfordíthatja az eredetileg negatív hatást. Különösen érvényes ez késleltetett változókra.

Egyértelmű következtetéseket az eredményekből természetesen nem lehet levonni. Felmerül néhány probléma. Főleg egyre hívjuk fel a figyelmet. A reziduumok erős pozitív autokorrelációja esetén a standard hibák „aláértékelődnek”, a korrelációs indexek pedig „túlértékelődnek”.<sup>25</sup> A további kutatás során ezeket a kérdéseket részletesebben meg kell vizsgálni.

Csak jelezhetjük, hogy hasonló probléma merül fel minden ökonometriai modell sztochasztikus egyenleteinek becslésénél. Hogy a mérce mennyire szigorú, az attól függ, hogy mi az elemzés célja — paraméterek értékének meghatározásáról van-e szó, vagy pedig az egész függvény közelítéséről a fejlődés ex post nyomkövetése és rövidtávú ex ante megfontolások szempontjából.

### 7. Az I. függvény becslése

A két táblázat tanulmányozása alapot ad bizonyos következtetésekre és általánosításokra. A legérdekesebbek a következők.

A létszám és termelés közötti egyszerű függvénykapcsolat (5. függvény) rendkívül jó eredményeket ad. A regressziós együtthatók minden esetben 3,0 fölött vannak (a 3,3—4,6 sávban mozognak), és a standard hibák nagyon kicsik. Valamennyi regressziós együttható statisztikailag erősen szignifikáns (lásd a *t*-próba értékeit). A függvény a termelés szórásának több mint 98 százalékát „megmagyarázza”. A legerősebb összefüggést a csehszlovák ipar termelőeszköz-gyártó szektorában találtuk, viszonylag a leggyengébbet pedig a fogyasztásicikk-gyártó szektorokban, erre később visszatérünk. Mindkét ténynek lehet jelentősége közgazdasági szempontból.

Néhány megjegyzést kell most tennünk e termelési függvény paramétereinek (a  $\beta_1$  regressziós együtthatónak) az értelmezésével kapcsolatban. A paraméter legközvetlenebbül kínálózó értelmezése a termelés munka szerinti rugalmassága lenne. Ez az értelmezés azonban nem lenne pontos (illetve nem lenne szükségképpen az). Amennyiben érvényesül a technikai haladás, illetve amennyiben a tőkeképződésnek egyáltalán van helyettesítési hatása, a paraméter értékében mindkét hatás kifejezésre jut. A paramétert ezért nem lehet a munka szerinti rugalmasságként felfogni, a szó szoros értelmében (azaz mint  $\partial Q/\partial E \cdot E/Q$ ), hanem csak közelítően (azaz mint  $dQ/dE \cdot E/Q$ ).<sup>26</sup> A paraméter megmondja, hogy hány százalékkal növekszik a termelés, ha ceteris paribus a létszám 1 százalékkal növekszik. A ceteris paribus kikötésnek itt ismert sajátos értelme van. A paraméter azt fejezi ki, hogy hány százalékkal növekszik a termelés, ha a technikai haladás üteme nem változik az eddighez képest és változatlan lesz a tőkeképződés helyettesítési hatása.

Ha a szöveg további részében a termelés munka szerinti rugalmasságáról beszélünk, az ilyen értelemben definiált kategóriára gondolunk.

<sup>25</sup> E kérdés megítélését a Durbin-Watson együttható teszi lehetővé.

<sup>26</sup> Itt is látható, hogy mennyiben tér el a (15) függvény lineáris alakjától. A lineáris függvénynél a paraméter a következőképpen határozható meg:  $dQ/dE$ .

### 8. További magyarázó változók bevezetése

A második független változó ( $E_{t-1}$ ) bevezetése rontja a becslés eredményét — az  $E_t$  paramétereknél feltűnően csökkennek a  $t$  értékek. Az  $E_{t-1}$ -nél a regressziós együtthatók (az esetek többségében) statisztikailag nem szignifikánsak a 0,05 szignifikancia-szintnél. A becslés efficienciája nem növekszik különösebben.

Igen érdekes viszont a kísérlet harmadik lépése. A harmadik független változó ( $Q_{t-1}$ ) bevezetése számottevően javítja a becslést. Az előző változathoz képest több mint kétszeres csökkenés következik be a standard hibáknál. A  $t$ -próba értékei megnövekednek.<sup>27</sup> Igen magas  $t$  érték adódott a  $Q_{t-1}$  változónál is. Ebben a lépésben jelentősen megnövekszik a becslés efficienciája — a legjobban az összes lépések közül.<sup>28</sup> Mindez arról tanúskodik, hogy  $Q_{t-1}$ -nek kedvező hatása van, és érdemes bevezetni a modellba. Figyeljük meg, hogy  $E_{t-1}$ -nél minden regressziós együttható negatív.<sup>29</sup> Ez várható volt, és alátámasztja az osztott késleltetések mechanizmusára vonatkozó hipotézist (lásd később).

Mint említettük, nagyon kíváncsiak voltunk arra, hogy milyen hatása lesz az exponenciális időbeli trend bevezetésének a modellba. Vizsgálatunk azt mutatja, hogy az elfogultságnak itt nincs helye. Az időbeli trend bevezetésének egyfelől pozitív a hatása. A  $t$ -próba értékei egy eset kivételével emelkedtek. Emelkedett továbbá a becslés efficienciája.<sup>30</sup> Enyhén negatív hatás csak a  $Q_{t-1}$  jellemzőinél érvényesült. Azért nevezzük enyhének, mert a hatás nem számottevő. A regressziós együtthatók statisztikailag erősen szignifikánsak maradnak a  $Q_{t-1}$ -nél. Az időbeli trend paraméterei statisztikailag a 0,05 valószínűségi szinten szignifikánsak a csehországi iparra vonatkozó valamennyi alkalmazásnál. A csehszlovák ipar esetében a kapott eredmények a 0,10 szinten szignifikánsak.

A továbbiakban egy érdekesebb módon is megpróbáltuk bevezetni a függvénybe az időbeli trendet. *Kvadratikus időbeli trenddel* próbálkoztunk. A IV. függvényt az alábbi V. függvénnyel helyettesítettük:

$$\log Q_t = \log A + \beta_1 \log E_t + \beta_2 \log E_{t-1} + \beta_3 \log Q_{t-1} + \beta_4 t^2 \quad (V.)$$

Ilyen módon próbáltuk meg gyengíteni a multikollinearitást és megakadályozni a technikai haladás paraméterének túlértékelését.<sup>31</sup>

A kvadratikus időbeli trend megragadhatta a technikai haladás ütemének esetleges felgyorsulását is. A kutatás jelen szakaszában az V. függvényt csak a csehországi és csehszlovák ipar fogyasztásicikk-gyártó szektorára alkalmaztuk. Már az indulásnál kiderült ugyanis, hogy itt magyarázta meg a létszám a termelés változásainak viszonylag legkisebb százalékát (90,5 százalék a csehszlovák és 87,9 százalék a csehországi iparnál). A létszám ebben a szektorban lassan nőtt, míg a termelés gyorsan bővült — gyorsan növekedett a munkatermelékenység és a rugalmasság  $E_t$  szerint igen magas. Más szóval az időbeli trendnek itt nagyobb szerepet kellett játszania.

<sup>27</sup> Egy regressziós együttható csekély kivételével.

<sup>28</sup> Leginkább a csehszlovák és csehországi ipar fogyasztásicikk-gyártó szektorában.

<sup>29</sup> A III. és IV. függvényre gondolunk.

<sup>30</sup> Leginkább a fogyasztásicikk-gyártó szektorokban, különösen a csehországiban.

<sup>31</sup> És a többi paraméter aláértékelését.

A számítások azt mutatják, hogy a kvadratikus időbeli trend bevezetésének pozitív hatása van. A  $t$ -próba értékei valamennyi regressziós együtthatónál emelkednek. Különösen megemelkedik a  $t$  érték magánál az időnél, ami legalábbis bátorító. A csehországi fogyasztás-ciklikus-termelő szektorra való alkalmazásból végülis olyan függvény adódott, amely statisztikailag a 0,005 szinten szignifikáns.

Mindamellett nem tartjuk könnyűnek határozott következtetések levonását ilyen kis tapasztalati anyag alapján. A további kutatásoknak kell ellenőrizniük, hogy milyen lehetőségek kínálkoznak erre.

### 9. „Hosszútávú” termelési függvények

A kapott termelési függvényeket a létszámra és termelésre vonatkozó múltbeli adatok alapján számítottuk, és így az *ex post* érvényesülő összefüggéseket kellett közelíteniük. Említettük azonban, hogy rövid időszakban eltérhet egymástól a valóságos és a technológiailag indokolt foglalkoztatási színvonal. Ebben az esetben azután a számított termelési függvények paraméterei nemcsak a technológiai összefüggéseket fejezik ki, hanem a termelés dinamikájában érvényesülő kváziciklikus fluktuáció hatásait is.

Az alkalmazások azt mutatták, hogy a  $Q_{t-1}$ -nél a regressziós együttható aránylag magas és egyúttal statisztikailag szignifikáns. Az osztott késleltetések elméletéből így két következtetés adódik: a) az alkalmazkodási folyamat viszonylag lassú volt; b) a két mennyiség közötti eltérés valóban fennállt. Kísérletet kell ezért tenni a paramétereknek a kváziciklikus elemektől való „megtisztítására”, és így kell közelebb jutni a technológiai jellegű összefüggéseket ábrázoló termelési függvényekhez.

A függvénybe e célból bevezettük az osztott késleltetést. Az osztott késleltetések elméletéből következően

$$\log Q^* = \frac{\log A}{1 - \beta_3} + \frac{\beta_1 + \beta_2}{1 - \beta_3} \log E^* + \frac{\beta_4}{1 - \beta_3} t. \quad (17)$$

Ez a termelési függvény az alkalmazkodási folyamat befejeződését követően megkapható. A (17) függvénynek azt a növekedési pályát kell leírnia, amelyen nincs eltérés a valóságos és a technológiailag indokolt létszám között. Adott foglalkoztatási színvonal mellett a függvény azt a *potenciális termelést* ábrázolja, amely az aggregált kereslet egyenletes fejlődése mellett valósulna meg. Beszélhetnénk az állandó növekedés állapotának termelési függvényéről is. A regressziós együtthatók  $Q_{j-1}$ -nél elért értékeiből következik, hogy az alkalmazkodási folyamat közepesen hosszú időperiódusban megy végbe, ami azt jelentheti, hogy a (17) termelési függvény a 3–5 éves időszak fejlődésére vonatkozólag releváns.

A függvényből kifejezhetjük a növekedés ütemét:

$$\frac{AQ^*}{Q^*} = \frac{\beta_1 + \beta_2}{1 - \beta_3} \left[ \frac{AE^*}{E^*} + \frac{\beta_4}{t - \beta_3} \right]. \quad (18)$$

Mindkét egyenlet a létszám és termelés közötti technológiai kapcsolat közelítéséhez való hozzáállást jellemzi. Csupán arra kívánunk emlékeztetni, hogy ez a közelítés függ az osztott késleltetések választott modelljétől.



Tisztán terminológiai szempontból gyakran felvetődik a kérdés, hogy hogyan nevezzük a (17) termelési függvényt. Ha az osztott késleltetések elméletének terminológiáját alkalmazzuk, akkor hosszútávú termelési függvényről (és hosszútávú rugalmasságokról) beszélhetünk. Analóg terminológiát használnak a fogyasztási függvény elméletében is. A hosszútávú termelési függvény fogalmának azonban nem adható más értelmezés, mint az, amit az osztott késleltetések elméletében kapott. A „hosszútávú” jelző csak azt fejezi ki, hogy olyan relációról van szó, amelyhez az *alkalmazkodási folyamat közéletése* nyomán jutottak el.<sup>32</sup> Minthogy az elemzésből az következik, hogy az alkalmazkodási folyamat elég lassan megy végbe, állíthatjuk, hogy az ilyen termelési függvény közepes hosszúságú időperiódus vonatkozásában releváns. A (17) függvény alternatív megnevezése az állandó növekedés állapotának termelési függvénye kifejezés lehet.

E termelési függvény paramétereit a 3. sz. táblázat tartalmazza.

Valamennyi „hosszútávú” rugalmasság ( $\beta_1 + \beta_2/1-\beta_3$ ) alacsonyabb, mint az I. függvény becslésénél kapott rugalmasságok. Értékük azonban magasabb,

### 3. táblázat

A csehszlovák és csehországi ipar „hosszútávú” termelési függvényei paramétereinek becslése

	$\frac{\beta_1 + \beta_2}{1 - \beta_2}$	$\frac{\beta_1}{1 - \beta_3}$
A. Egész csehszlovák ipar		
III.	3,0779	—
IV.	1,9003	0,03025
1. Termelőeszköz gyártó szektor		
III.	3,1225	—
IV.	2,5292	0,02013
2. Fogyasztási cikk gyártó szektor		
III.	2,7466	—
IV.	1,7525	0,02509
V.	2,0530	0,00070
B. Egész csehországi ipar		
III.	3,0333	—
IV.	1,7419	0,03818
1. Termelőeszköz gyártó szektor		
III.	2,4785	—
IV.	2,1713	0,03106
2. Fogyasztási cikk gyártó szektor		
III.	3,2014	—
IV.	1,6538	0,03303
V.	2,0980	0,00101

*Megjegyzés.* A IV. és V. függvény paramétereit a csehszlovák iparra statisztikailag a 0,10 szinten szignifikánsak.

<sup>32</sup> Ugyanaz a megállapítás vonatkozik a létszám és a termelés közötti „technológiai” kapcsolat kifejezésre is.

mint a többi rövidtávú függvény alkalmazásával kapott  $\beta_1$  paraméterek (vö. az 1. és 2. sz. táblázattal). Ez az eredmény eltér más kutatásokétól.<sup>32/a</sup>

A  $\beta_1/1 - \beta_3$  paraméternek kell tartalmaznia a meg nem testesült technikai haladás hozzájárulását (az ismertetett értelemben). A kapott technikai haladás-ütemek „értelmesnek” tűnnek, és egészében jól összhangban vannak a korábbi eredményekkel.<sup>33</sup>

E tanulmány keretei között nem vizsgáljuk meg, hogy mit implikálnak a becsült hosszútávú termelési függvények. Az eredmények azonban azt jelzik, hogy az olyan számításokból nyert paraméterek felhasználása, amelyek nem veszik figyelembe az időbeli késleltetés lehetőségét, helytelen következtetéshez vezethet. Határozottabb értékelésre csak a további kutatást követően nyílhat alkalom. Ha a hozzáállás helyesnek bizonyul is, még mindig különbséget kell tenni a tisztán rövidtávú, illetve a közép- és hosszútávú előrejelzés között.

## 10. Előzetes következtetések

Az olyan empirikus elemzés, mint a jelen dolgozat is, nem nyújthat alapot határozott következtetésekre. Célja mindenekelőtt az volt, hogy megteremtse a további kutatás feltételeit, s ösztönzést nyújtson ahhoz. Vizsgálódásaink fő következtetéseit a következőkben foglalhatjuk össze:

a) A létszám és termelés közötti kapcsolat statisztikai számszerűsítésének eredményei *összhangban vannak* azzal a hipotézissel, hogy Csehszlovákiában a gazdasági növekedés kritikusan függ a létszám alakulásától.<sup>34</sup> Szoros korreláció mutatkozott már a létszám és termelés egyszerű kapcsolatánál is.<sup>35</sup> A legszorosabb összefüggést a két termelőeszközgyártó szektorban és a csehszlovák ipar egészét illetően találtuk.<sup>36</sup> Ez fejlődésük erős extenzivitásáról tanúskodik. A leglazább az összefüggés a csehszlovák és csehországi ipar fogyasztásicikkgyártó szektorában.

Azt mondtuk, hogy az eredmények összhangban vannak az említett hipotézissel. Nem állítjuk, hogy elemzésünk bizonyítja ennek a hipotézisnek a helyességét. Az ilyen következtetés ugyan csábító lenne, de nem lenne szükségképpen bizonyított. A hipotézis helytálló voltát gondosan, további tények elemzésével és különösen oly módon kell ellenőrizni, hogy megvizsgáljuk: más, eltérő hipotézisek mennyiben tudnak magyarázatot adni a megfigyelt folyamatokra.

b) Vizsgálataink igazolták, hogy a rövidtávú termelési függvény, amely ex post állandó arányokkal operál, jól képes ábrázolni a csehszlovák gazdasági növekedést. A kutatás további szakaszaiban negyedéves adatokkal kell majd dolgozni, közelebbről meg kell vizsgálni az állandó arányokkal dolgozó lineáris függvények alkalmazását, és egzaktabb képet kell kapni az idősorok korrelációjáról.

c) Az elemzés eredményei összhangban vannak az alkalmazkodási folyamat létezésére vonatkozó hipotézissel, és alátámasztják az osztott késleltetések

<sup>32/a</sup> Lásd *Kuh* [8].

<sup>33</sup> Lásd például *M. Hájek – M. Toms* [4].

<sup>34</sup> Ebben az összefüggésben hozzátéhetjük, hogy alátámasztják ezt a legutóbbi kérdéses felmérések eredményei is.

<sup>35</sup> Az I. függvényről van tehát szó mindkét kollekczióból.

<sup>36</sup> A pontos sorbarendezést az 1. és 2. táblázatban szereplő  $R^2$  alapján lehet elvégezni.



4. HÁJEK, M.—TOMS, M.: Technický pokrok, produkční funkce a ekonomický růst v Československu. (Technikai haladás, termelési függvények és gazdasági növekedés Csehszlovákiában.) A CSTA Közgazdaságtudományi Intézetének kiadványa. Prága, 1969.
5. Jak je to s politikou pracovních sil a zamestnanosti. (Mi a helyzet a foglalkoztatási és munkaerőpolitikával.) Rudé právo, 1970. február 23.
6. JÁNOSSY F.: A gazdasági fejlődés trendvonalai és a helyreállítási periódusok. Budapest, 1970. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
7. КОУЕК, Л. М.: Distributed lags and investment analysis. (Osztott késleltetések és beruházás-elemzés.) Amsterdam, 1954.
8. KUH, E.: Measurement of potential output. (A potenciális kibocsátás mérése.) American Economic Review, 1966. szeptember.
9. PAIKERT, Z.: Reprodukce základních fondů a vývoj produktivity práce. (Az állóalapok újratermelése és a munkatermelékenység alakulása.) Politická ekonomie, 1966. január.
10. Přepočty časových řad základních ukazatelů v průmyslu za rok 1948—1968 na organizaci a metodiku k 31. 12. 1968. (Az ipar alapvető mutatói 1948—1968 évi idősorainak átszámítása az 1968—december 31-i szervezetre és metodikára.) Federální statistický úřad (Szövetségi Statisztikai Hivatal), Prága, 1969.
11. TOMS, M.: Strnulost thru práce, krátkodobý pohyb produktivity a rozdělování. (A munkapiac merevsége, a termelékenység rövidtávú mozgása és az elosztás.) Politická ekonomie, 1969. november.
12. WOOLF, B.: Computation and Interpretation of Multiple Regressions. (Többesrörös regresszók számítása és értelmezése.) Journal of Royal Statistical Society. 1951. 1. szám.

#### EX POST FIXED PROPORTIONS, EMPLOYMENT AND GROWTH IN CZECHOSLOVAKIA

Recent research throws new light on the short-run behaviour of labour productivity. Preceding studies draw attention to the fundamental factors causing cyclical fluctuations in labour productivity. Since labour input is quasifixed and the supply of labour is inelastic (in the short-run), the fluctuations in the volume of output (or in its growth rate) are not proportionally reflected in the level of employment. Also in Czechoslovakia the factor inelasticity turned out to play a significant role in the short-run responses of labour productivity.

In this paper the authors take the econometrician's point of view and analyze the relationship between employment and output in the Czechoslovak industry, under the assumption of fixed proportions ex post as between labour and capital. Factor labour inelasticity is taken into account by introducing Koyek's distributed lags.

Upon the theoretical assumptions an attempt is made to estimate a collection of short-run production functions. The model was applied to the Czechoslovak (and Czech) industry for the years 1948—1968. Besides the aggregate analysis, a two sector disaggregation was carried out — the functions were estimated separately for the producer and consumer goods sectors.

The results seem to be consistent with the hypotheses mentioned above. For example the values of the reaction coefficient indicate a long adjustment process. Further research is nevertheless needed to investigate thoroughly the subject matter of this study.

#### ПОСТОЯННЫЕ ПРОПОРЦИИ EX POST, ЗАНЯТОСТЬ И РОСТ В ЧЕХОСЛОВАКИИ

Недавное исследование по-новому объясняет развитие производительности труда за короткий период. Предшествующие научные исследования были направлены на основные факторы, вызывающие колебания в производительности труда. Так как инпут труда является квазипостоянным (за короткий период времени), колебания в объеме продукции (или в темпе роста) не отражены пропорционально в уровне занятости. Оказалось, что эта неэластичность играет и в Чехословакии важную роль при пояснении кратковременных отклонений производительности труда.

В этой статье авторы рассматривают под эконометрическим взглядом и анализируют отношение занятости и продукции в промышленности СЧЧР — при предположении постоянных пропорций *ex post* между трудом и основными фондами. Фактор неэластичности труда изображен при помощи разделенного опоздания Койцка.

На основе этих теоретических предпосылок сделана статистическая оценка всего комплекта производственных функций. Модель использовалась применительно к чехословацкой (и чешской) промышленности в течение 1948—1968 года. Кроме агрегатного анализа была проведена дусекторная дезагрегация и были определены функции отдельно для сектора производства средств производства и производства предметов потребления. Результаты кажутся сопряженными с вышеприведенными гипотезами. Значения коэффициента реакции намечают, например, продолжительный процесс приспособления. Для подробного исследования этой тематики необходимо, однако, проводить дальнейшие работы.