

## Vállalati célok és vállalati viselkedés

Alábbiakban a vállalati gazdálkodás céljai és az adott célnak megfelelő optimális vállalati magatartás jellemző vonásai közötti kapcsolatot a vállalati viselkedés matematikai modelljei alapján vizsgáljuk. Célunk nem a matematikai modell kialakítása, hanem a közgazdasági elemzésben hagyományosan használatos, általános jellegű modellek alapján azt vizsgáljuk, hogyan viselkedik az adott célfüggvény szerinti optimumra törekvő vállalat.

A vállalati viselkedés jellemző vonásainak áttekintése mellett ily módon képet kaphatunk arról is, mennyire reális feltételezni, hogy egy vállalat következetesen az adott célfüggvény optimalizálására törekszik.

Három vállalati célfüggvényt vizsgálunk. Először áttekintjük a polgári közgazdaságtanban alapvető jelentőségű nyereség maximalizáló vállalati magatartást, majd a nyereség korlát mellett az árbevétel maximalizálására, végül pedig az eszközarányos nyereség maximalizálására törekvő vállalatot vizsgáljuk. A nyereség korlát mellett árbevételét maximalizáló vállalat minden olyan vállalat reprezentánsának tekinthető, amely egy bizonyos nyereségszintet biztosítani akar, de ezen túl már valamilyen más célt tart a legfontosabbnak, az eszközarányos nyereséget maximalizáló vállalat pedig a nem a nyereség volumenét, hanem annak valamilyen más mutatóra vetített értékét (fajlagos szintjét) maximalizáló vállalatokat is reprezentálja.

A vállalati modellben a célfüggvény kiválasztása mellett az erőforrás felhasználás és a termékkibocsátás közötti kapcsolatot kell modellezni. A közgazdasági elemzési gyakorlat erre a célra két — a valóságot ellenkező irányból közelítő — megoldást használ. (A gyakorlati célokra talán leginkább megfelelő szimulációs megközelítés nem ad lehetőséget általánosítható elméleti következtetésekre, hangsúlyozzuk azonban, hogy adott vállalat esetén valószínűleg ez a módszer ad legtöbb lehetőséget a modell eredményeinek a vállalati gazdálkodásban való hasznosítására.)

A lineáris modellek feltételezik, hogy valamennyi termelési eljárás rögzített erőforrás fajlagosokkal jellemezhető és a vállalat termelési lehetőségei véges számú termelési eljárásnak a rendelkezésre álló erőforrásmennyiség által lehetővé tett kombinációival írhatóak le. A másik — elmélettörténetileg korábbi — megközelítés nem különböztet meg termelési eljárásokat, hanem feltételezi, hogy az erőforrás felhasználás és a termékkibocsátás kapcsolata egy folytonos, differenciálható függvénnyel közelíthető.

A továbbiakban a különböző célfüggvények szerinti vállalati viselkedés jellemző vonásait mindkét modell alapján áttekintjük.

## 1. A nyereségmaximalizáló vállalat

A termelés és az erőforrás felhasználás kapcsolatát az

$$F(q, x) = 0$$

folytonos termelési függvény írja le, ahol  $q$  a termelés,  $x$  az erőforrás felhasználás vektora. ( $x$  tehát nem a rendelkezésre álló, hanem a ténylegesen felhasznált erőforrásmennyiségeket mutatja.)

Jelölje a  $q_i$  termék árát  $p_i$ , az  $x_j$  erőforrás árát pedig  $r_j$ .

A vállalat a  $p'q - r'x$  nyereség maximalizálására törekszik, az  $F(q, x) = 0$  feltétel mellett. A megfelelő Lagrange függvény:

$$p'q - r'x + \lambda F(q, x) \quad (1)$$

Jelöljük az  $F(q, x)$  függvény  $q_i$  szerinti deriváltját  $F_i$ -vel,  $x_j$  szerinti deriváltját pedig  $F_{n+j}$ -vel.

$F_i$  az  $i$  termék termelésének egységnyi növeléséhez szükséges erőforrás követelményt adja meg,  $F_{n+j}$  pedig a  $j$  erőforrás használatának egységnyi növelésével elérhető termelés növekményeket írja le. (Nem zártuk ki az ikertermékeket és az „iker” erőforrásokat, így ezek a deriváltak az ikertermék és iker erőforrás-növekményeket is megadják.)

Az optimális  $\lambda$  érték egy általánosított kapacitásnövekmény költségnek vagy alternatív módon egy általánosított termelés bevétel növekménynek tekinthető. (Az  $r'x$ , ill.  $p'q$  érték változása az  $F(q, x) = 0$  feltétel  $F(q, x) = 1$  feltétellel való helyettesítése esetén.)

Ha a Lagrange függvénynek van maximuma, az optimális vállalati gazdálkodás a következőkkel jellemezhető:

— az  $i$  termék termelési szintjét az a pont határozza meg, ahol a költség-növekmény egyenlő az árral:

$$p_i = -\lambda F_i \quad (2)$$

— a  $j$  erőforrásból felhasznált mennyiség szintjét az a pont határozza meg, ahol a termelés (bevétel) növekmény egyenlő az erőforrás árával:

$$r_j = \lambda F_{n+j} \quad (3)$$

— az optimális termelési arányokat az jellemzi, hogy bármely két termék helyettesítési aránya megegyezik a megfelelő termékek árának arányával. (A helyettesítési arány a  $j$  termék termelésének egységnyi csökkentése esetében változatlan nyereséghez a  $k$  termékből szükséges mennyiséget mutatja):

$$-\frac{\partial q_k}{\partial q_j} = \frac{F_j}{F_k} = \frac{p_j}{p_k} \quad (4)$$

— Az erőforrás felhasználás optimális arányai azzal jellemezhetőek, hogy bármely két erőforrás helyettesítési aránya megegyezik áraik arányával:

$$-\frac{\partial x_k}{\partial x_j} = \frac{r_j}{r_k} \quad (5)$$

— Az optimális erőforrás felhasználás és termelés további jellemző vonása, hogy valamennyi erőforrás — termék pár esetén az egységnyi erőforrás növekményre jutó termelésnövekmény értéke megegyezik a megfelelő erőforrás árával

$$p_i \frac{\partial q_i}{\partial x_j} = r_j \quad (6)$$

Ha a rögzített árak helyett az árakat a mennyiség függvényének tekintjük, fenti megállapításokban az árakat mindenütt a bevétel növekmény kifejezésével kell helyettesítenünk, közelítőleg azt is mondhatjuk, hogy változó árak esetén mindig az adott árak esetén kell fenti arányoknak teljesülniök. (Hangsúlyozzuk, hogy egyrészt az optimum nem feltétlenül létezik, másrészt fenti arányok minimuma esetén is teljesülnek, a nyereségmaximumot ezek az arányok ebben a modellben mindig jellemzik, de az arányok teljesülése nem biztosítja feltétlenül, hogy a nyereség maximális.)

Foglaljuk most össze az optimális termelési és erőforrás felhasználási szerkezet jellemzőit a

$$\begin{aligned} q &\geq 0 \\ Aq &\leq x \\ (p - c)'q - C &\rightarrow \max \end{aligned} \quad (7)$$

nyereségmaximáló lineáris programozási modellben, ahol  $q_j$  jelöli a  $j$  tevékenység alkalmazásának mértékét,  $a_{ij}$  a  $j$  tevékenység egységnyi alkalmazása esetén az  $i$  erőforrásból szükséges mennyiséget,  $p_j$  a  $j$  tevékenység hozamát (árbevétel),  $c_j$  a  $j$  tevékenységhez kapcsolható változó költséget,  $C$  az állandó költségek összegét,  $x_i$  pedig az  $i$  erőforrásból rendelkezésre álló mennyiséget.

A linearitás miatt ebben a modellben természetesen nincs olyan termelési volumen, amely mellett az ár és a termelési költségek megegyeznek, így ha a rendelkezésre álló (vagy elérhető) erőforrások mennyiségét az előző modellhez hasonlóan továbbra is korlátlan nagyságúnak tekintenénk, a modellnek nem volna maximális nyereséget adó megoldása, miután a nyereség a termelés monoton növekvő függvénye.

A korlátozottan rendelkezésre álló erőforrások miatt viszont a modell az ilyen erőforrások használatáért az optimális duál megoldásból adódó járadékkal terheli meg az egyes tevékenységeket és az ilyen értelemben számított költségekre vonatkozóan már igaz lesz, hogy a termelési volument az a pont szabja meg, ahol az ár (bevételnövekmény) és a termelési költség megegyeznek.

$$p_j = c_j + u'a_j \quad (8)$$

ahol  $u_i$  az  $i$  erőforráshoz tartozó optimális duális érték (járadék), amelynek értéke egyébként megegyezik az egységnyi erőforrás növekményre jutó nyereségnövekmény értékével.

Miután ebben a modellben az erőforrások ára (tényleges költség) szerepét az optimális megoldásból adódó duális értékek veszik át, az optimális erőforrás felhasználásra vonatkozóan triviálisan teljesül, hogy az erőforrás költség és az egységnyi erőforrás növekményre jutó nyereségnövekmény megegyeznek.

Az optimális termelési arányokra és erőforrás felhasználási arányokra vonatkozó összefüggésekkel kapcsolatosan szem előtt kell tartanunk, hogy ez a termelési modell a korlátozott erőforrás kapacitások és a rögzített erőforrás faj-

lagosok miatt, a helyettesítést nem mindig teszi lehetővé, de a helyettesítési arányokra vonatkozóan ebben a modellben triviálisan teljesülnek a folytonos termelési függvénnyel jellemzett modellből kapott összefüggések (ám míg abban a modellben a helyettesítés mindig realizálható, a lineáris programozási modellben ezt nem állíthatjuk):

$$-\frac{\partial q_k}{\partial q_j} = \frac{p_j - c_j}{p_k - c_k}, \quad (9)$$

$$-\frac{\partial x_k}{\partial x_j} = \frac{\partial u_j}{\partial u_k}, \quad (10)$$

$$(p_i - c_i) \frac{\partial q_i}{\partial x_j} = u_j. \quad (11)$$

## 2. Az árbevétel maximalizáló vállalat

A polgári irodalomban Baumol [1] vizsgálta a nyereség helyett — egy bizonyos nyereség korlát mellett — az árbevétel maximalizálására törekvő vállalat viselkedését. Ez a célfüggvény tükrözi azt a tényt, hogy távlati célok érdekében, újabb piacok megszerzésére vagy a meglévő piacok megőrzésére törekedve, kapacitásai kihasználása érdekében a vállalatok sokszor átmenetileg veszteséges tevékenységeket is folytatnak. A progresszív nyereségadó, minden fajta bázisszemléletű jövedelemszabályozás, az eredmények terjesztése ugyancsak arra vezethet, hogy bizonyos nyereségértéken túl a vállalat már nem törekszik a nyereség további növelésére.

Jelölje  $N$  a vállalati nyereség korlátot. Az  $F(q, x) = 0$  folytonos termelési függvénnyel közelítve a termelés—erőforrás kapcsolatot, az árbevételét az  $N$  nyereség korlát mellett maximalizáló vállalat optimális termelési és erőforrás felhasználási politikájának jellemzőit a

$$V = p'q + \mu_1 F(q, x) + \mu_2 (N - p'q + r'x) \quad (12)$$

Lagrange függvény megoldása adja.

A  $\mu_1$  szorzó optimális értéke ebben az esetben a kapacitás növekményre (és termelésnövekményre) jutó árbevételnövekményt adja meg, míg a  $\mu_2$  szorzó optimális értéke a nyereség korlát egységnyi változására jutó árbevétel változást adja meg.

$\mu_2$  értéke 0 és  $-\infty$  között változhat, ha  $\mu_2 = 0$ , a feladat ekvivalens a nyereség korlátozás nélküli árbevétel maximalizálási feladattal, míg ha  $\mu_2 = -\infty$ , a nyereség korlát megegyezik a maximálisan elérhető nyereséggel, így a feladat a nyereség maximalizálási feladattal lesz ekvivalens.

Az elsőrendű szélső érték feltételek a következők (a másodrendű feltételekkel ezúttal nem foglalkozunk):

$$p_i + \mu_1 F_i - \mu_2 p_i = 0 \quad (13)$$

$$\mu_1 F_{n+j} + r_j \mu_2 = 0 \quad (14)$$

$$F(q, x) = 0 \quad (15)$$

$$N = p'q - r'x \quad (16)$$

Miután bármely adott  $N$  esetén  $V$  maximum pontja megegyezik a

$$Z = \frac{V}{-\mu_2} - N = \left(1 - \frac{1}{\mu_2}\right) p'q - r'x - \frac{\mu_1}{\mu_2} F(q, x) \quad (17)$$

függvény maximum pontjával, a nyereség korlát melletti árbevétel maximalizálási feladatnak megfeleltethető egy olyan nyereségmaximalizálási feladat, amelyben valamennyi termék ára azonos százalékkal nagyobb. Az áremelés mértékét az eredeti feladatbeli nyereség korlát határozza meg: minél közelebb van a korlát a maximális nyereséghez, annál kisebb az árnövelés.

Az optimális politika a következőkkel jellemezhető:

— valamennyi termék esetén az optimális termelési szint mellett a költség-növekmény nagyobb, mint a termék ára, miután

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} F_1 = \left(1 - \frac{1}{\mu_2}\right) p_1 > p_1 \quad (18)$$

Osborne megmutatta [6], hogy a nyereség korlát melletti árbevétel maximalizálás esetén a vállalat egészére vonatkozó növekmény költség nagyobb lesz, mint a bevétel növekmény, így (18) ezen eredmény általánosításának tekinthető.

A költségfüggvények elméletében általános az a feltételezés, hogy a növekmény költségek — egy bizonyos termelési szint esetén — a termelési volumen növekvő függvényei. Ebben az esetben a nyereség korlát melletti árbevétel maximalizálásra törekvő vállalatban az egyes termékekből optimálisan termelt mennyiségek nagyobbak, mint a nyereség maximalizálás esetén termelendő mennyiségek. A termelési szint különbsége a nyereség korlát és a profit maximum különbségétől és a növekmény költség görbe meredekségétől függ. Minél nagyobb a maximális nyereség és a nyereség korlát különbsége, annál nagyobb lesz a növekmény költség és a bevétel növekmény hányadosa  $\left(1 - \frac{1}{\mu_2}\right)$ . E hányados adott szintje mellett a termelési szintek különbsége

a növekmény költség görbe meredekségétől függ, minél „laposabb” ez a görbe annál nagyobb mértékben lesz a nyereség korlát melletti árbevétel maximalizáló vállalat termelési szintje nagyobb a nyereség maximalizáló vállalat termelési szintjénél az adott termékből.

(13)-ból következik, hogy (9) továbbra is teljesül, így a nyereség maximalizáló vállalati politikának ez a szabálya árbevétel maximalizálás esetén változatlan marad.

Az erőforrás felhasználás mértékére vonatkozóan induljunk ki a (14)-ből adódó

$$r_j = - \frac{\mu_1}{\mu_2} F_{n+j} \quad (19)$$

összefüggésből. Miután  $-\frac{\mu_1}{\mu_2}$  a (17) célfüggvényből adódó Lagrange szorzó,

és így értéke  $\left(1 - \frac{1}{\mu_2}\right)$ -szerese a kapacitásnövekményre jutó nyereségnövekmény értékének, amilyen arányban valamennyi termék növekményköltsége

nagyobb a termék áránál, ugyanolyan arányban valamennyi erőforrás esetén a bevételnövekmény kisebb lesz, mint az erőforrás ára.

A termelési függvények elméletének általános feltevése, hogy egy bizonyos erőforrás alkalmazási szinttől kezdve az adott erőforrás növekményre jutó termelésnövekmény az erőforrás alkalmazás mértékének csökkenő függvénye. Ha mind a nyereségmaximumot, mind pedig az árbevétel maximumot biztosító optimális értékek ebbe az erőforrás felhasználási tartományba esnek — ami a másodrendű maximum feltételekből általában következik —, megállapíthatjuk, hogy a nyereség korlát mellett árbevétel maximalizálásra törekvő vállalat valamennyi erőforrást nagyobb mértékben alkalmazza, mint a nyereség maximalizáló vállalat. Az erőforrás alkalmazás különbsége a két célfüggvény esetén ismét a nyereség korlát és a nyereség maximum „közelségétől” valamint a termelés növekmény függvények meredekségétől függ. A bizonyítást az olvasóra bizzuk.

A nyereség és az árbevétel maximalizáló vállalat viselkedésének eltérését összefoglalóan azzal jellemezhetjük, hogy az árbevétel maximalizáló vállalat a termelési lehetőségeket nagyobb mértékben használja ki, mint a nyereség maximalizáló vállalat. Ez az alapvető eltérés tükröződik mind a nagyobb termelési szintben, mind pedig a nagyobb mértékű termelési tényező felhasználásban. A termék árak és növekmény költségek, valamint az erőforrás árak és bevétel növekmények arányai mindkét célfüggvény mellett valamennyi termék és erőforrás esetén azonosak lesznek, míg azonban ez az arány a nyereség maximalizáló vállalatban 1, az árbevétel maximalizáló vállalatban — ha a nyereség korlát effektív — 1-nél nagyobb lesz. Az egyes termékek termelésének és az egyes erőforrások felhasználásának különbsége a két célfüggvény esetén még egy további tényezőtől, a megfelelő növekmény költség és bevétel növekmény görbék meredekségétől függ.

Az erőforrás helyettesítés (5)-ben megfogalmazott szabálya (14)-ből következően árbevétel maximalizálás esetén is teljesül, ugyanakkor (6) már módosul, miután (13)-ból és (14)-ből

$$p_i \frac{\partial q_i}{\partial x_j} = r_j \frac{\mu_2}{\mu_2 - 1} < r_j \quad (20)$$

árbevétel maximalizálás esetén valamennyi termék—erőforrás pár esetén az erőforrás növekményre jutó termelésnövekmény kisebb, mint az erőforrás ára. Ez a tény szintén tükrözi az árbevétel és nyereségmaximalizálás alapvető különbségét, a termelési lehetőségek kihasználási mértékében mutatkozó eltérést: árbevétel maximalizálás esetén a termelés és így az erőforrás felhasználás is nagyobb, mint a nyereség maximalizálásakor.

Fisher felvetette [3], hogy a nyereség korlát mellett árbevétel maximalizálás helyett sok esetben jobban kifejezi a vállalati gondolkodást az árbevétel korlát mellett nyereség maximalizáló célfüggvény. Lényegében véve azonos indokok magyarázhatják mindkét célfüggvény alkalmazását, utóbbi esetben a célfüggvényben kifejezésre jut az a tény is, hogy a távlati célok érdekében a jelen nyereség terhére a vállalat csak a feltétlenül szükségesnek ítélt áldozatokat hajlandó meghozni — tehát bizonyos árbevételi szint, piaci szerep elérés után már nem kívánja piaci részesedését veszteségek árán is fokozni. Az előző célfüggvény viszont azt a feltevést fejezi ki, hogy bizonyos nyereségszint biz-



tosítása után a vállalat már nem törekszik pillanatnyi nyereségének fokozására hanem jövőbeli piaci helyzetének erősítését helyezi előtérbe.

A két célfüggvény hasonlósága alapján várható, hogy a megfelelő optimális vállalati stratégiák is hasonló vonásokat mutatnak. A hasonlóság, amelyre Osborne már felhívta a figyelmet, azonnal észrevehető a megfelelő Lagrange függvényből:

$$W = p'q - r'x + v_1 F(q, x) + v_2 (S - p'q) \quad (21)$$

ahol  $S$  jelöli az árbevétel korlátot,  $v_1$  és  $v_2$  pedig a megfelelő Lagrange szorzókat. Nyilvánvaló, hogy  $W$  megegyezik  $V$ -vel, ha  $-v_2 = \frac{1}{\mu_2}$ . A  $q$  és  $x$  szerinti

parciális deriváltakból származtatott elsőrendű szélsőérték feltételek jellegükben teljesen megegyeznek a két célfüggvény esetén, így a belőlük származtatott optimum feltételek jellegükben ugyancsak azonosak lesznek. Ha  $S$  megegyezik  $V$  optimális értékével, a két optimális megoldás is azonos lesz (hasonló módon, ha (12)-ben  $N$  megegyezik  $W$  optimális értékével].

A két célfüggvény szerinti vállalati viselkedés jellemzői így teljesen azonosak, eltérést csak az okoz, hogy azt a szerepet, amelyet a nyereség korlát melletti árbevétel maximalizálásakor a nyereség maximum és a nyereség korlát különbsége játszik, az árbevétel korlát melletti nyereség maximalizálásakor az árbevétel korlát és a nyereség maximalizálásakor realizálható árbevétel különbsége veszi át

Osborne rámutatott arra, hogy a nyereség korlát melletti árbevétel maximalizálásra törekvő vállalat viselkedésének jellemző vonása, hogy az állandó költségek szintje ármeghatározó szerepet játszik. Osborne az árat tekinti a vállalati politika által meghatározott változónak, ha a termelési volument tekintjük ilyen változónak, az állandó költségek szintjének termelési volumen meghatározó szerepet tulajdoníthatunk. Mindez következik abból a tényből, hogy az állandó költségek változása megváltoztatja a vállalati nyereséget, tehát változásuk ugyanolyan hatású, mint a nyereség korlát változtatása: ha az állandó költségek nőnek, a nyereség korlát melletti árbevétel maximalizálásra törekvő vállalat növelni fogja termékei árait (vagy csökkenti a termelést, vagy megteszi mindkettőt, döntési lehetőségeinek megfelelően).

Az árbevétel korlát mellett nyereség maximalizálásra törekvő vállalat viselkedését az állandó költségek változása nem érinti. Vegyük azonban észre, hogy az ilyen vállalat termékei árának kívülről (akár hatósági, akár piaci úton) adódó változásaira reagál a termelési volumen változtatásával: csökkenti termelését, ha termékei árai nőnek és növeli, ha az árak csökkennek. A nyereség korlát mellett árbevétel maximalizálásra törekvő vállalat ellenkező módon reagál: egy termék árának növelésekor növeli annak termelését, míg az árcsökkenésre termeléscsökkenéssel reagál. Hangsúlyozzuk, hogy ezek a szabályok az adott célfüggvények merev elfogadásából következnek és csak abban a tartományban érvényesek, ahol a megfelelő nyereség, ill. árbevétel korlát az optimális megoldás esetén egyenlőség formájában teljesül. Éppen ezek a származtatott viselkedési szabályok utalnak arra, hogy nem célszerű egyetlen célfüggvényt sem a vállalati viselkedés mindenkorai magyarázójának tekinteni, a valósághoz közelebb áll egy olyan feltételezés, hogy adott vállalat céljai különböző helyzetekben különböző célfüggvényekkel közelíthetőek.

Vizsgáljuk most meg a nyereség korlát mellett árbevétel maximalizálására törekvő vállalat viselkedését a termelés lineáris programozási modelljében.

Könnyen belátható, hogy enben a modellben is minden ilyen feladatnak megfeleltethető egy árbevétel korlát melletti nyereség maximalizáló feladat. (Az ekvivalens feladatokban a megfelelő optimum értékek lesznek a korlátok.) Így a két célfüggvény szerinti optimális magatartás jellemzői azonosak és így elegendő az egyik változatot megvizsgálnunk. Tekintsük most az árbevétel korlát melletti nyereség maximalizálás feladatát. A (7) feladat ekkor a  $p'q \geq S$  feltétellel bővül. A nyereség maximalizáló optimális programtól e feladat megoldása akkor tér el, ha a nyereség maximalizálásakor realizált árbevétel nem éri el az árbevétel korlátot. Triviálisan adódik, hogy ekkor a nyereségét árbevétel korlát mellett maximalizáló vállalatban a termelés nagyobb lesz, mint nyereség maximalizálásakor volna, pozitív árak mellett ugyanis csak akkor adódhat nagyobb árbevétel, ha legalább egy termék termelése nagyobb (bár egyes termékek termelése csökkenhet). A nagyobb árbevétel általában az erőforrások fokozottabb felhasználását is szükségessé teszi, a lineáris programozás modellből azonban ez nem szükségszerűen következik.

A (8) összefüggés ebben a modellben a

$$p_i = c_i + w'a_i + vp_i \quad (22)$$

formájában teljesül az optimálisan alkalmazandó tevékenységekre, ahol  $w$  az erőforrások új árnyékárainak vektora, míg  $v$  az árbevétel korláthoz tartozó optimális duális érték. Miután a vizsgált esetben (amikor az árbevétel korlát egyenlőség formájában teljesül),  $v$  negatív, az egyes tevékenységek korábbiak szerint definiált termelési költsége mindig nagyobb lesz, mint az általuk realizálható árbevétel:

$$p_j < c_j + w'a_j \quad (23)$$

(23) tekinthető így (18) megfelelőjének a termelés lineáris modelljében.

Miután a modellből adódó erőforrás költség és az erőforrás növekményre jutó nyereségnövekmény definíció szerint azonosak, a (19)-ben kifejezett összefüggés megfelelőjét csak az erőforrások összköltsége és összhozamuk közötti kapcsolatban mutathatjuk ki. A primál és duál célfüggvény egyenlőségéből következik a

$$(p - c)'q - vS = w'x \quad (24)$$

egyenlőség. Miután  $v$  negatív, látható, hogy az erőforrások árnyékárakon számított költségeinek összege ( $w'x$ ) nagyobb az alkalmazásuk révén elért összes nyereségnél  $(p - c)q$ -nál.

A termékek és erőforrások közötti helyettesítési arányokra vonatkozó összefüggések lényegében megegyeznek a nyereség maximalizáló modellből származtatott optimalitási szabályokkal.

Összefoglalva megállapítható, hogy a nyereség maximalizáló és a nyereség korlát melletti árbevétel maximalizáló optimális vállalati politika közötti különbségek alapvetően azonosnak adódnak, akár folytonos függvénnyel közelítjük a termelés—erőforrás kapcsolatot, akár lineáris programozási termelési modellből vezetjük le ezeket a különbségeket. Ha a maximalizálandó nyereség szerepét az árbevétel veszi át és a nyereség csak korlátként szerepel, az optimális vállalati politika a termelési lehetőségek nagyobb mértékű kihasználását követeli meg. Ez megmutatkozhat termelés növelésben, az erőforrás felhasználás fokozásában és mindenképpen jelentkezik a termelés és erőforrás felhasználás gazdaságosságát megítélő minimum követelményekben.



### 3. Az eszközarányos nyereséget maximalizáló vállalat

A polgári irodalomban Gabor és Pearce vetette fel [4], hogy a vállalati döntéseket nem a nyereség maximalizálására, hanem az egységnyi tőkebefektetésre jutó nyereség maximalizálására való törekvés vezérli. Azzal érvelnek, hogy nincs értelme a vállalati tevékenységet a maximális eszközarányos nyereséget biztosító szintnél tovább fokozni, hiszen a további tőkebefektetés nagyobb nyereséget biztosíthat, ha más tevékenységekbe (más vállalatba) fektetik be. Matematikai elemzés nélkül is érezhető, hogy egy ilyen célfüggvény a nyereség maximalizáló vállalati politikát éppen ellenkező irányba befolyásolja, mint az árbevétel maximalizálási törekvés, míg utóbbi esetben a vállalat átmeneti veszteségeket is vállal a termelési lehetőségek jobb kihasználása érdekében, az eszközarányos nyereséget maximalizáló vállalat nyereséget biztosító lehetőségekről is lemond, ha az rontja a tőkebefektetés hatékonyságát. Ebben a cikkben nem kívánunk állást foglalni egyetlen vállalati célfüggvény kizárólagos alkalmazása mellett sem, bizonyos esetekben azonban elfogadhatónak látszik Gábor és Pearce feltevése. Megjegyezzük, hogy a jelenlegi magyar jövedelemszabályozási rendszer a vállalati gazdálkodás fontos céljává teszi a jellegében az eszközarányos nyereség mutatójához hasonló, az eszközök és a bérszorzóval súlyozott bérek összegére jutó nyereségmutató maximalizálását. A következőket az eszközarányos nyereség maximalizálására törekvő vállalati viselkedés optimalitási szabályainak elemzése minden képpen segíthet egy ilyen viselkedési kritérium realizálásának megítélésében.

Jelölje a vállalati eszközállományt  $E(q, x)$ , tehát feltesszük, hogy a termelés és az erőforrás felhasználás határozza meg a tőkeigényt. Az eszközarányos nyereséget maximalizáló vállalati politika jellemzőit az

$$U|_i = \frac{p'q - r'x}{E(q, x)} + \pi F_i(x, q) \quad (25)$$

Lagrange függvény elsőrendű szélsőérték feltételeiből származtathatjuk.

Jelölje az  $E(q, x)$  függvény  $q_i$  szerinti deriváltját  $E_i$ ,  $x_j$  szerinti deriváltját  $E_{n+j}$ . A megfelelő szélsőérték feltételek így a következők lesznek:

$$\frac{p_i E(q, x) - E_i(p'q - r'x)}{E^2(q, x)} + \pi F_i = 0 \quad (26)$$

$$\frac{-r_j E(q, x) + E_{n+j}(p'q - r'x)}{E^2(q, x)} + \pi F_{n+j} = 0 \quad (27)$$

$$F(x, q) = 0 \quad (28)$$

(26)-ból következik, hogy

$$p_i = -E(q, x)\pi F_i + \frac{E_i}{E(q, x)}(p'q - r'x) \quad (29)$$

Miután bármely  $E(q, x)$  értékre a  $-E(q, x)\pi F_i$  érték az  $i$  termék növekményköltsége, következik, hogy ha az optimum környezetében az  $i$  termék eszközsüksége a termelt mennyiség növekvő függvénye (ami a másodrendű

maximum feltételekből általában következik), a termék növekményköltsége kisebb, mint a termék ára. (29)

$$\frac{p_i + E(q, x)\pi F_i}{E_i} = \frac{p'q - r'x}{E(q, x)} \quad (30)$$

formában is írható, tehát a nyeresőnövekmény és az eszköznövekmény aránya valamennyi termék esetén megegyezik az átlagos nyereség-eszköz aránnyal. (30)-at Gábor és Pearce-nek a teljes termelésre vonatkozó hasonló eredménye általánosításának tekinthetjük. Másik eredményük, amely szerint az aggregált termelés növekményköltsége egyenlő az átlagköltséggel, ha a növekményköltség az eszközigény növekmény lineáris függvénye, szintén általánosítható minden egyes termékre.

Ha ismét a volumen függvényében növekvő növekményköltséget tételezünk fel, fenti eredményekből következik, hogy az eszközarányos nyereséget maximalizáló vállalat termelése valamennyi termékből kisebb lesz, mint a nyereség maximalizáló (és még inkább, mint az árbevétel maximalizáló) vállalaté. A termelési szint eltérés a növekményköltség függvények meredekségétől függ; minél meredekebben nő ez a függvény attól a ponttól kezdve, hogy értéke nagyobb az átlagköltség függvény értékénél, annál nagyobb a nyereség maximalizáló és az eszközarányos nyereséget maximalizáló termelési volumen eltérése. Ha a növekményköltség nem tekinthető az eszközigény lineáris függvényének, a megfelelő szabályozó szerepet a nyeresőnövekmény és az eszközigény növekmény hányadosa játssza.

Vegyük még észre, hogy ez a termelési volumeneltérés az optimális eszközarányos nyereség értékének is növekvő függvénye, azaz, ha minden egyéb tényező változatlan, annál kisebb lesz a termelés, minél nagyobb a maximalizálendő mutató optimális értéke. Ez a körülmény fontos szerepet kaphat az eszközarányos nyereség maximalizálására törekvő vállalati magatartás realitásának megítélésében.

(26)-ból következik, hogy

$$-\frac{\partial q_i}{\partial q_j} = \frac{p_j + \frac{E_j}{E}(p'q - r'x)}{p_i + \frac{E_i}{E}(p'q - r'x)} \quad (31)$$

A termékek közötti helyettesítési arány így nem az árak, hanem az átlagos nyereség-eszköz arány alapján folyó költségre átszámított eszközigény növekményköltséggel csökkentett árak arányával egyezik meg, így csak abban az esetben lesz azonos a nyereség maximalizálásra és az árbevétel maximalizálásra jellemző aránnyal, ha a megfelelő termékek eszköz növekmény igénye megegyezik. Közelítőleg azt mondhatjuk, hogy meglévő kapacitásokon való termelés esetén ez a helyzet, bár az egyes termékek forgóeszköz igénye még ekkor is különböző lehet.

(27)-ből következik, hogy

$$r_j = E(q, x)\pi F_{n+j} - \frac{E_{n+j}}{E(q, x)}(p'q - r'x) \quad (32)$$

A  $j$  erőforrás növekményre jutó bevétel növekmény nagyobb, mint a megfelelő erőforrás ára, ha a kérdéses erőforrás alkalmazásának fokozása növeli az eszközigényt. Ebben az esetben, ha elfogadjuk, hogy az optimum környezetében az erőforrások hozadéka csökkenő, következik, hogy az eszközarányos nyereséget maximalizáló vállalat általában kisebb mértékben használja ki az erőforrásokat, mint a nyereség maximalizáló vállalat. Az erőforrás alkalmazás mértékében mutatkozó különbségek a bevétel növekmény függvények merekségétől, valamint az optimális eszközarányos nyereségszinttől függenek, hasonlóan a termelési szintbeli eltérésekhez.

Ugyancsak (27)-ből következik, hogy az erőforrások közti helyettesítési arány nem az erőforrás árak arányával, hanem a folyó költségre átszámított eszköznövekmény költség és az árak összegének arányával lesz egyenlő.

$$\frac{\partial x_k}{\partial x_j} = \frac{r_j + \frac{E_{n+j}}{E} (p'q - r'x)}{r_k + \frac{E_{n+k}}{E} (p'q - r'x)} \quad (33)$$

(32)-ből megkaphatjuk újabb eszközök alkalmazásának a kritériumát is: az olyan erőforrások esetén, amelyek alkalmazása az eszközállomány azonos értékű növelését eredményezi  $E_{n+j} = 1$ . Újabb eszközöket tehát akkor alkalmaz az eszközarányos nyereség növelésére törekvő vállalat, ha az új eszközre jutó nyereség eléri az átlagos eszközarányos nyereség szintjét.

$$E(q, x)\pi F_{n+j} - r_j = \frac{p'q - r'x}{E(q, x)} \quad (34)$$

26)-ból és (27)-ből kapjuk, hogy

$$r_j = \frac{\partial q_i}{\partial x_j} p_i + \frac{\partial q_i}{\partial x_j} \frac{E_i}{E(q, x)} (p'q - r'x) - \frac{E_{n+j}}{E(q, x)} (p'q - r'x) \quad (35)$$

A szokásos

$$\frac{\partial q_i}{\partial x_j} > 0, \quad E_i \geq 0, \quad E_{n+j} \geq 0$$

feltevések mellett (35)-ből következik, hogy valamennyi erőforrás—termék pár esetén az erőforrás növekményre jutó termelés növekmény nagyobb, mint az erőforrás ára. Az eszközarányos nyereség maximalizálása megköveteli, hogy az újabb erőforrások hozama költségükön kívül fedezze az eszközszükséglet növekmény  $-\frac{\partial q_i}{\partial x_j} E_i + E_{n+j}$  költségeit is.

Újabb jele ez annak, hogy az eszközarányos nyereség maximalizálása magasabb követelményt támaszt a termelési lehetőségek kihasználásával kapcsolatban, mint a nyereség maximalizálás, és így a termelési lehetőségek kihasználása kisebb mértékű lesz az eszközarányos nyereségének maximalizálására törekvő vállalatban.

A termelés—erőforrás kapcsolat lineáris programozási modelljéből lényegében hasonló következtetések vonhatók le. Az eszközarányos nyereség maxima-

lizálása esetén a (7) programozási feladat feltételrendszere változatlan lesz, a célfüggvényt viszont a

$$\frac{(p-c)'q - C}{e'q + E} \rightarrow \max. \quad (36)$$

célfüggvényé váltja fel.

Jelölje  $t$  a (7) feladat optimális duális megoldásának vektorát az  $e'q \rightarrow \max$  célfüggvény mellett. Vezessük még be a  $z_j = p_j - c_j - u'a_j$  és  $y_j = e_j - t'a_j$  jelöléseket és legyen  $h_0$  az eszközarányos nyereség optimális értéke. A (36) feladat egy megoldása optimális, ha a programban nem szereplő tevékenységekre ( $q_j$ -kre) teljesül, hogy

$$\frac{z_i}{y_i} \leq h_0, \quad \text{ha } y_j > 0,$$

$$\frac{z_j}{y_j} \geq h_0, \quad \text{ha } y_j < 0,$$

és

$$z_j < 0, \quad \text{ha } y_j = 0.$$

Miután a nyereség maximalizáló modellben az optimális megoldásban nem alkalmazandó tevékenységekre vonatkozóan  $z_j < 0$ , ha a két célfüggvény szerinti optimális megoldások nem azonosak, következik, hogy az eszközarányos nyereséget maximalizáló vállalat kevesebb eszközt használ, mint a nyereség maximalizáló vállalat. Ez általában azt is jelenti, hogy utóbbi vállalat termelési szintje és erőforrás felhasználása is nagyobb lesz, szükségszerűen azonban csak az eszközfelhasználás eltéréseben jelentkezik az eszközarányos nyereség maximalizálásának a termelési lehetőségek kisebb mértékű kihasználására vezető hatása.

Vegyük ugyanis észre, hogy az olyan tevékenységeket, amelyekhez pozitív  $z_i$  és pozitív  $y_i$  tartozik, a nyereség maximalizáló vállalat alkalmazni fogja, ugyanakkor az eszközarányos nyereség maximalizálása esetén nem kerülnek alkalmazásra. A pozitív  $y_j$ -ből viszont következik, hogy e tevékenységek alkalmazása nagyobb eszközmenyiség felhasználást jelent. Ugyanakkor az eszközarányos nyereség maximalizálására törekvő vállalat alkalmazni fogja azokat a nyereségmaximalizálás esetén nem alkalmazott, negatív  $z_j$ -vel rendelkező tevékenységeket, amelyekhez negatív, de  $z_j/h_0$ -nál nagyobb  $y_j$  tartozik. Miután az ilyen tevékenységek alkalmazása a negatív  $y_j$ -ből következően esökkenti a felhasznált eszközök mennyiségét, megállapíthatjuk, hogy az eszközarányos nyereséget maximalizáló vállalat — ha a két optimális megoldás nem azonos — kevesebb eszközt alkalmaz, mintha a nyereség maximalizálása volna a célja.

A két optimális program eltérése részben az állandó költségek és az állandóan lekötött eszközállomány nagyságától függ — egyéb feltételek azonossága esetén az eltérés mértéke ezek nagyságával ellentétes irányban alakul —, részben pedig a  $z_j$ -vel, ill.  $y_j$ -vel definiált nyereségnövekmény és eszközigény növekmény arányok terén az egyes tevékenységek közötti különbség mértéke — amit a megfelelő függvények meredekségének feleltethetünk meg — játszik szerepet: minél nagyobbak ezek a különbségek, annál nagyobb mértékű lehet az eltérés. Így ha az A vállalat állandó költségeinek összege és állandóan lekötött eszközértéke nagyobb, mint B vállalaté, lesznek olyan beruházási lehetőségek, amelyeket A kihasznál, B viszont nem. Hasonlóan, ha az aktuális

eszközarányos nyereségszint A-ban kisebb, mint B-ben, A ki fog használni olyan beruházási lehetőségeket, amelyeket B elvet. A következetesen az eszköz-arányos nyereség maximalizálására törekvő vállalati magatartás ilyen jellemzői alapján úgy érezzük, hogy ha bizonyos helyzetekben jellemezhető is a vállalati gazdálkodás fő célja ezzel a célfüggvénnyel, nehezen elfogadható, hogy mindig ez a vállalati gazdálkodás alapvető célja.

Nem térünk itt ki részletesen az eszköz-arányos nyereséget maximalizáló vállalat viselkedésére vonatkozóan a megfelelő duális feladat optimális megoldása alapján levonható következtetésekre, miután [5] hasonló kérdésekkel foglalkozott.

Amint az várható, a megfelelő összefüggések a nyereség maximalizáló modellből levont következtetések ellenkező irányú módosulását mutatják, mint az árbevétel maximalizáló modellből következő szabályok. Így az erőforrások árnyékárainak figyelembevételével definiált termelési költség-szint valamennyi tevékenység esetén kisebb lesz, mint a tevékenység árbevétele — a különbség a lekötött eszközök utáni járadék —, az erőforrások összköltsége — ismét árnyékáraikon mérve — kisebb, mint az alkalmazásuk révén elért összes nyereség.

Fentiekben azt vizsgáltuk, milyen jellemzői vannak a három vizsgált célfüggvény típus szerinti optimális vállalati magatartásnak. Hangsúlyozzuk, hogy a lehetséges eltéréseket emeltük ki, mindez távolról sem jelenti azt, hogy a három célfüggvény minden esetben eltérő viselkedéshez vezet. A termelési függvények, ill. az egyes tevékenységek technikai együtthatóinak ismerete nélkül nem dönthető el, létezik-e maximum az egyes célfüggvények mellett, azonos-e vagy nem a három optimális megoldás. Nem tértünk ki az optimum elégséges feltételeire, így bizonyítás nélkül jegyezzük meg, hogy ezekből sokszor következik, hogy a három célfüggvénytípus eltérő vállalati politikához vezet. Am éppen az így kialakuló vállalati magatartás egyes jellemzői irrealitásokkal arra hívják fel a figyelmet, hogy a vállalat az adott helyzetben valószínűleg vagy más célfüggvény szerint viselkedik — tehát a vállalati célfüggvény nem tekinthető a körülményektől függetlennek —, vagy pedig nem teljesülnek az optimum létezésének elégséges feltételei, tehát például a termelési lehetőségek jobb kihasználása mindhárom célfüggvény szerint javulásra vezet.

Befejezésül ismét megjegyezzük, hogy nem törekedtünk az adott gazdasági környezet, jövedelemszabályozási rendszer stb. figyelembevételével a vállalati viselkedés alapvető céljait leginkább tükröző célfüggvény kialakítására, hanem az általánosítható célfüggvényváltozatok várható hatásainak bemutatása volt csak a célunk.

(Beérkezett: 1974. január 14.)

#### IRODALOM

1. BAUMOL: Business Behavior, Value and Growth, Harcourt, 1967. Brace World.
2. BROWN-RAVENKAR: A Generalized Theory of the Firm: an Integration of the Sales and Profit Maximization Hypotheses. Kyklos, 1971.
3. FISHER: Review of Baumol's Business Behavior, Value and Growth. JPE, 1959.
4. GABOR and PEARCE: A New Approach to the Theory of the Firm. OEP, 1952.
5. KOVÁCS Á.: Az  $\frac{N}{sB + E}$  mutató szerinti optimalizálás egyes kérdései. SZIGMA, 1972. 4. sz.
6. OSBORNE: On the Goals of the Firm. QJE, Nov. 1964.

## ENTERPRISE GOALS AND ENTERPRISE BEHAVIOUR

We examine the characteristic features of enterprise management in the case of three basic enterprise objective functions — maximization of profit, maximization of sales with a profit-constraint and maximization of the rate of profit on assets. The optimal production pattern and resource allocation are shown on the example of two different kinds of modelling the connection between resource allocation and output. We describe this connection by a continuous production function on the one hand, and by a linear production model (fixed resource-specifics, production steps of finite number) on the other hand. We prove that — compared to the profit maximizing enterprise, — the sales maximizing enterprise is characterized in both models by utilizing the production possibilities in a greater extent. In the case of the optimal production level the increment of costs is higher than the price of the product, the increment of the income, falling to the individual resources is lower than the price of the resources, and at the same time the proportion of the prices of the products and the costs of increment as well as that of the prices of the resource and the increments of the income are equal in the case of each product and resource. The behaviour of the enterprise, striving to maximize profit rate on assets, is characterized by the fact that compared to the enterprise, maximizing income, the former makes a better use of the possibilities of production, in each case of the optimal production level the increment of costs of the individual products is lower than the price of the product, yet the increment of the income, falling to the increment of the resources, is higher than the price of the corresponding resources.

The individual objective functions may lead to an enterprise policy which proves in an indirect way that the enterprise does not aim at the maximization of a given objective function in each case.

## ЦЕЛИ И ПОВЕДЕНИЕ ПРЕДПРИЯТИЯ

Мы изучаем характерные черты экономики предприятия в случае трех основных целевых функций — максимализации прибыли, максимализации дохода при ограничении прибыли и максимализации дохода. Оптимальная политика производства и использования ресурсов изучаются с помощью двух разных моделирований связи между производством продукта и использованием ресурсов. Мы описываем эту связь, с одной стороны, непрерывной производственной функцией, а с другой стороны линейной моделью производства (зафиксированные удельные веса ресурсов, производственный метод конечной величины). Мы доказываем, что по сравнению с предприятием, максимизирующим прибыль, предприятие, максимизирующее доход, характеризуется в обеих моделях тем, что оно пользуется возможностями производства в большей мере. При оптимальном уровне производства приращение расходов больше цены продукта; приращение дохода, относящегося к отдельным ресурсам меньше, чем цена ресурсов и в то же время пропорции цен продуктов и расходы приращения, так же как цен ресурсов и приращений доходов равнозначны, в случае всех продуктов и ресурсов. А поведение предприятия, стремящегося к максимализации прибыли, характеризует, что по сравнению с предприятием, максимизирующим прибыль, оно употребляет возможности производства в меньшей мере. При оптимальном производственном уровне расходы приращения отдельных продуктов меньше, чем цена продукта, а приращение доходов, приходящееся на приращение ресурсов больше цены соответствующих ресурсов.

Отдельные целевые функции могут приводить к такой политике предприятия, которая косвенно доказывает, что предприятие не стремится в каждом случае к максимализации данной целевой функции.