

SZIGMA

Matematikai közgazdasági folyóirat

A Magyar Közgazdasági Társaság Matematikai-Közgazdasági

Szakosztályának lapja

Szerkeszti:

MARTOS BÉLA

Társszerkesztők:

ANDORKA RUDOLF, BÁGER GUSZTÁV, BOD PÉTER, PONGRÁCZ TIBOR

Szerkesztő bizottság:

AUGUSTINOVICS MÁRIA, BÁCSKAY ZOLTÁN, BÉKÉSI GÁBOR, BOD PÉTER, BRÓDY ANDRÁS, DOBÓ ANDOR, ÉLTETŐ ÜDÖN, FORGÓ FERENC, GANCZER SÁNDOR, GYIRES BÉLA, HALABUK LÁSZLÓ, HEPPES ALADÁR, HOSSZÚ MIKLÓS, KÁDAS KÁLMÁN, KORNAI JÁNOS, KREKÓ BÉLA, MESZÉNA GYÖRGY, ORMÓS ZSOLT, PRÉKOPA ANDRÁS, SEBESTYÉN JÓZSEF, SÓLYOM CSABA, STAHL JÁNOS, SZAKOLCZAI GYÖRGY, SZÉP JENŐ, TARDOS MÁRTON (elnök), THEISS EDE, TÓTH JÓZSEF, ZIERMANN MARGIT

*

E szám szerzői:

ANDORKA RUDOLF, a Központi Statisztikai Hivatal munkatársa, JEAN PASCAL BENASSY, az Institute of Business and Economic Research Center for Research in Management Science, University of California, Berkeley munkatársa, DÁNIEL ZSUZSA, az Országos Tervhivatal Tervgazdasági Intézete főelőadója, HEGEDÜS MIKLÓS, a Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem adjunktusa, KÁDAS SÁNDOR, az MTA SZTAKI tudományos segédmunkatársa, MARTON ÁDÁM, kandidátus, a Központi Statisztikai Hivatal osztályvezetője, SARKADI KÁROLY, az MTA Matematikai Kutató Intézet munkatársa, SIMON ANDRÁS, a Konjunktúra- és Piackutató Intézet főelőadója, SZÉP JENŐ, a matematikai tudományok doktora, a Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem tanszékvezető egyetemi tanára

Szerkesztőség: 1051 Budapest V., Münnich F. u. 7.

Terjeszti a Magyar Posta. Előfizethető bármely postahivatalnál, a kézbesítőknél, a Posta hírlapüzleteiben és a Posta Központi Hírlap Irodájánál (KHI. 1900 Budapest V., József nádor tér 1.) közvetlenül vagy postautalványon, valamint átutalással a KHI. 215—96161 pénzforgalmi jelzőszámára. Egyes példányok beszerezhetők az 1055 Budapest V., Bajcsy-Zsilinszky út 76. sz. alatti hírlapboltban

Előfizethető és példányonként megvásárolható: az AKADÉMIAI KIADÓ-nál, 1363 Budapest V., Alkotmány u. 21. Telefon 111—010. Pénzforgalmi jelzőszámunk: 215—11488., és az AKADÉMIAI KÖNYVESBOLT-ban, 1368 Budapest V., Váci u. 22. Telefon: 185—612. Előfizetési díj egy évre: 40,— Ft

Disequilibrium-elmélet*

(I. rész)

TARTALOMJEGYZÉK

Bevezetés

1. Fejezet Hatékony kereslet
2. Fejezet Rövidtávú keynesi egyensúly
3. Fejezet Egy egyszerűsített keynesi modell
4. Fejezet Hosszútávú dinamika
5. Fejezet Monopolista egyensúly
6. Fejezet Időleges keynesi egyensúly
7. Fejezet Más vizsgálatokhoz való viszony

Következtetések

Függelék: Az érzékelt választási halmazok folytonossága

Bevezetés

Marx és Keynes úttörő vizsgálataitól óta, a nem-egyensúlyi állapotok vizsgálata sokkal kevesebb elméleti munkát vonzott, mint az általános egyensúlyi rendszereké; nagyobb gyakorlati jelentőségük ellenére. Ez bizonyára annak tudható be, hogy hiányzanak a kielégítő eszközök a nem-egyensúlyi gazdasági helyzetek elemzésére.

Mostanában azonban egy erőteljes újjáéledés lehetőségét teremtték meg Clower (1965) és Leijonhufvud (1968) azzal, hogy újraértékeltek a keynesi gazdaság-elméletet. Megmutatták: a szokásos keresleti és egyensúlyi fogalmak teljesen használhatatlanná válnak, amint nem tesszük fel, hogy az árak azonnal igazodnak egyensúlyi értékükhöz (vagy ami ugyan azt jelenti, nem tesszük föl az „újraserződési” tételt).

Először, a kereslet szokásos fogalma nem érvényes egyensúlytalanság esetén; ha az egyedek és a cégek racionálisan viselkednek, akkor e fogalmat új fogalommal, a hatékony kereslet fogalmával kell helyettesíteni, amelyet Clower (1965) vezetett be. Másodszor, az egyedek közötti piaci kölcsönhatás nemcsak árigazodásban jelentkezik, hanem volumen-igazodásban is, amely végülis utat nyit a keynesi multiplikátor hatásoknak, amint azt Leijonhufvud (1968) leírta. A rendszer által megvalósított egyensúlyi helyzetek — ha egyáltalán léteznek — alapvetően különbözőek lesznek a hagyományos általános egyensúlytól és — minden esetre — alapvetően függeni fognak a volumenek és az árak egymáshoz viszonyított alkalmazkodási sebességétől.

* Angol eredetiből fordította: *Simonovits András*. A cikk második, befejező részét következő számunkban közöljük.

Ezért először a hatékony kereslet formális definícióját adjuk meg. Azután egy szélsőséges keynesi feltevessel élünk — nevezetesen, hogy a volumenek végtelenül gyorsabban reagálnak, mint az árak — a rövidtávú egyensúly egyik első fogalmát mutatjuk be, amely lényegében közel van a hagyományos keynesi egyensúlyhoz.¹ Ez lehetővé teszi számunkra, hogy megfelelően leírjuk az összes rövidtávú „egyensúlyi” helyzeteket (amelyek a hagyományos terminológia szerint egyensúlytalanságok lennének) — beleértve az adott árakat is.²

Rátérve most a hosszú távra, ahol az árak szabadon mozoghatnak, látni fogjuk, hogy a gazdaságnak lehetnek olyan stacionárius állapotai, amelyek különböznek az általános egyensúlyi állapottól még akkor is, ha az árak a szokásos módon reagálnak a túlkeresletre. Egy másik érdekes speciális eset a monopolista és oligopolista verseny, amely egy nem-egyensúlyi ármeghatározás alternatív modelljé- és egy új „egyensúly”-fogalmát nyújtja számunkra.

Az itt kapott eredmények mindegyike lényegében teljesül egy monetáris gazdaságban, ahol a pénz teljesíti a csereeszközök és a kincs („érték-tár”) szerepét, és ez nyilvánvalóan reálisabb. Ennek megfelelően a pénz mint érték-tár közvetett hasznosságának elméletét fogjuk nyújtani, és látni fogjuk, hogy ez hogyan vezet az időleges egyensúly valamilyen fajtájának létrehozásához.

Ezenkívül, abból a célból, hogy ezt a tanulmányt valamilyen történelmi távlatba helyezzük, megpróbáljuk összevetni más művekkel, és különösen Marxéval. Ez az egybevetés új és mély betekintést nyújt számunkra.

A tanulmány terminológiája és általános kerete azonos Debreu „Értékelmélet” című munkájában található terminológiával és kerettel, ennek ismeretét feltételezzük. A technikai részeket a legszükségesebbre csökkentettük és általában átugorhatónak a folyamatosság elvesztése nélkül.

1. Fejezet

Hatékony keresletek

1. Korlátozás és kiutalás az egyensúlytalanság esetén

Mint láttuk, a „nem-újraszerződés” feltétele maga után vonja, hogy a csere nem-walrasi árakon megy végbe: Így általában túlkereslet vagy túlkínálat lép fel a különböző piacokon és néhány „kereskedő”-t korlátozni kell.

Abból a célból, hogy meghatározzuk, hogy kit kell korlátozni, a szokásos „önkéntes csere” feltevessel élünk, azzal, hogy senkit (sem egyént, sem céget) nem lehet arra kényszeríteni, hogy többet adjon vagy vegyen, mint amennyit akar. Következésképpen a teljes tranzakció tényleges szintjét a piac „rövid” oldala határozza meg (azaz a kínálat oldala, ha túlkereslet van, a kereslet oldala, ha túlkínálat van), és az egyének a felesleg („hosszú”) oldalon korlátozva lesznek tranzakcióikban (egy speciális kiutalási rendszer szerint, amelyet később

¹ A végtelen gyors volumen-igazodás feltevése végsőkéig megszorítónak látszhat, és elrejtí a folyamat dinamikus természetét. De az egyensúly létezésének tőlünk származó konstruktív bizonyítása magában foglal egy rekurzív folyamatot, ebből természetesen megszerkeszthető ugyanaz a modell véges sebességű időszakelemzés segítségével.

² Ennek a hagyományos keynesi egyensúly egy nagyon speciális esete.

pontosabbá teszünk). Ha ők racionálisak, akkor módosítani fogják keresleteiket és kínáataikat az összes többi piacon, figyelembe véve az általuk érzékelt korlátozásokat. Ezeket a módosított keresleti függvényeket nevezzük „hatékony keresleteknek”. A hagyományos, vagy „eszmei” keresletek többé nem jelennek meg a piacon.

2. A hatékony keresletek definíciója

Mint mondtuk, ahhoz, hogy minden egyes piacon meghatározza keresleteit, a racionális „kereskedőnek” minden rendelkezésre álló információt fel kell használnia a többi piacon levő lehetőségeiről.

Ha az egyén nem tapasztal korlátozást, az az optimális, hogy egysapásra meghatározza összes keresletét és kínálatát, most azonban már ez nem igaz, mint erre Clower (1965) rámutatott. Keresletét és kínálatát lépésenként célszerű kifejeznie, figyelembe véve a többi piacról származó információit.

Így az egyén hatékony keresletének azt a keresletet nevezzük, amelyet kialakít, hogy maximalizálja hasznosságfüggvényét (vagy bármi más kritériumot) azon feltétel mellett, hogy teljesül a költségvetési korlátozás és a mennyiségi korlátozások, amelyeket megfigyel a többi piacokon (tehát figyelmen kívül hagyva azokat a korlátokat, amelyeket magán a mérlegelt piacon érzékelhet).

Az i -edik egyed hatékony keresletére a következő egyszerűen formalizált definíciót adhatjuk:

l áru van ($h = 1 \dots l$), melyek árai rögzítettek és egyenlők $\bar{p}_h$ -val. Az egyénnek ω_i kezdeti készlete van és $u_i(x_i) = u_i(\omega_i + z_i)$ a hasznosság-függvénye, ahol z_i a nettó tranzakcióinak a vektora.

Legyen D_i az egyed által keresett áruk halmaza, S_i pedig az általa kínált áruk halmaza és $\bar{z}_{ih}$ a h -adik piacon megfigyelt korlát szintje.³ A h -adik árura irányuló nettó hatékony kereslet, $\bar{z}_{ih}$, a következő programozási feladatból határozható meg:⁴

Max ! $u_i(\omega_i + z_i)$ feltéve

$$\begin{cases} \bar{p} \cdot z_i \geq 0 \\ z_{ih'} \leq \bar{z}_{ih'} & h' \in D_i \quad h' \neq h \\ z_{ih'} \geq \bar{z}_{ih'} & h' \in S_i \quad h' \neq h \end{cases}$$

Ezen utóbbi halmaz az egyed által megfigyelt választási halmaz, amikor meg kell határozni a h . árura irányuló hatékony keresletét: ezt $\gamma_{ih}(\bar{p}, \bar{z}_i)$ -vel jelöljük.

Így a $\bar{z}_{ih}$ hatékony kereslet szintje a fenti optimalizáló vektor h -adik komponense.

Az érzékelt korlátok, azaz $\bar{z}_{ih}$, különbözhetnek a tényleges korlátoktól (például ha az egyén több periódusú problémát old meg, a jövőbeli korlátokat csak anticipálhatja); egy későbbi részben látni fogjuk, hogy ezek hogyan határo-

³ Itt úgy teszünk, mintha minden egyes jószág minden egyes egyednél „specializálva” volna, azaz vagy kínálja vagy keresi. Ténylegesen sok árut keres is és kínál is az egyed, és ennek megfelelően mind a keresletre, mind a kínálatra korlátozásokat kellene adni. Ezt vizsgálni fogjuk az érzékelt korlátozásokról szóló szakaszban, de megtartjuk a feltevést a definíciókban, hogy egyszerűsítsük a jelölést.

⁴ Az egyszerűség kedvéért minden pozitivitási korlátot elhagyunk, hasonlóan a fogyasztási halmazhoz való tartozást, stb. mindezt implicite kell felfogni.

hatók meg. Hangsúlyozni szeretnénk, hogy ezek *folyó* vásárlásokra és eladásokra vonatkozó korlátok. Ha vannak állományváltók, akkor nem az állományokra magukra, hanem csak növekedésükre, illetve csökkenésükre vonatkoznak a korlátozások.

Egy több periódusú döntési feladatnál a jövőbeli megfigyelt korlátok vizsgálata is alaposabb elemzést érdemel: a fenti megfogalmazásban impliciten fel tesszük, hogy az egyén megfelelő várakozásokkal él a jövő árakról és a jövőben megfigyelt korlátokról, így képes az egész több-időszakos problémát egy időpontban megoldani. (Ebben az esetben a több időszakra vonatkozó költségvetési korlátot ki kell egészíteni „a jelenlegi likviditási korláttal”.)

Amikor a jövőbeni árak és korlátozások csak valószínűen vannak előre jelezve, kényelmesebb lehet a programozási feladatot rekurzívan, időszakról időszakra haladva, megoldani. A végső programban, amely többé már nem intertemporális és amely megadja a hatékony keresleteket: a kritérium közvetett lesz, ellentétben az eredetivel. Az időleges keynesi egyensúlyról szóló fejezetben látni fogjuk, hogy hogyan lehet e módszert használni.

A vállalat hatékony kínálata a h . áruból³ $\tilde{Y}_{jh'}$ majdnem ugyan úgy található meg, azaz a profit (vagy bármely más kritérium) maximalizálásával a „termelési függvény” és a többi piacon megfigyelt mennyiségi korlátok feltétele mellett: $\text{Max } \bar{p} \cdot y_j$ feltéve

$$\begin{cases} y_j \in Y_j \\ y_{jh'} \geq \bar{y}_{jh'} & h' \in D_j \quad h' \neq h \\ y_{jh'} \leq \bar{y}_{jh'} & h' \in S_j \quad h' \neq h \end{cases}$$

Ezt a halmazt a vállalat h . árura irányuló megfigyelt választási halmazának nevezzük, és $X_{jh}(\bar{y}_j)$ -vel vagy $X_{jh}(\bar{z}_j)$ -vel jelöljük.

Ismét, a h . áru hatékony kínálata, $\tilde{y}_{ih}$, az optimális vektor h -adik komponense lesz. Az egyéni problémánál tett megjegyzések most is figyelembe veendőek.

Ezen a ponton felvethető, vajon ez a definíció a legjobb-e a hatékony keresletre, azaz ez-e az a kereslet, amely *ténylegesen megjelenik a piacon*. És valóban lehet, hogy nem ez a helyzet, például a következő esetekben:

— ha léteznek tranzakciós-költségek (a piacra menés költsége, hosszú várakozó sorok stb.) és az egyén erősen feltételezi, hogy csak kiutalt adagot kap: lehet, hogy nem megy azonnal a piacra és így semmilyen keresletet sem fejez ki.

— Fordítva: lehet hogy egy egyén, aki erősen megszorított kiutalást feltételez előre, a valóban kívátnál jóval nagyobb rendelést ad fel (azaz többet, mint a hatékony kereslet), azt remélve, hogy a megvalósuló tranzakciói magasabbak lesznek, és tudva, hogy mindenképp közvetlenül újra eladhatja tetszőleges nagyságú feleslegét a kiutalásban részesülő fogyasztótársainak (fekete piac).

— Ugyanezt a fajta inflálódo keresletet látjuk, amikor a sikertelen fogyasztók ugyanarra az árura sok boltban adnak fel rendelést.⁶

³ A szokásos előjel-konvencióval élve y_j -t illetően, a kibocsátások pozitívak a felhasználások negatívak. A következőkben egyaránt használjuk y_j vállalati nettó kínálati vektort vagy $z_j = -y_j$ vállalati nettó keresleti vektort.

⁶ Bár definíciónk érvényes lenne ebben az esetben, ha ugyanazt az árut különböző rak-tárakban különböző áruknak tekintjük.

De, mint könnyen látjuk, a piacra kerülő kereslet és a mi hatékony keresletünk közötti torzító eltérés csak akkor jelenik meg, ha az egyén (vagy a vállalat) a felesleg („hosszú”) oldalon van, komolyan megszorító kiutalásokat kap és további különleges körülményeknél (tranzakció-költségek, lehetséges a kiutalási rendszert befolyásolni . . .). Továbbá látni fogjuk később, hogy elméletünk nem tételezi fel, hogy a felesleg oldal kívánt tranzakciói helyesen jelenjenek meg a piac másik oldalán. Így elfogadhatjuk, hogy definíciónk jól közelíti a ténylegesen leadott jelzéseket a legtöbb esetben, és ha mégsem, akkor sincs ennek súlyos elméleti következménye.

3. *Példák*

A makro-közgazdasági elmélet sok ismert relációja elméletileg megalapozható a hatékony kereslet függvénye segítségével, míg ez lehetetlen volna egy teljesen neo-klasszikus elemzéssel. Két igen ismert példát említünk:

— Mint Clower rámutatott, a fogyasztási függvény korlátozott keresleti függvény olyan egyedeknél, akiknek nem sikerül eladni teljes munkájukat, amelyet szeretnének; jövedelmük megszorító korlát lesz és változóként lép be az áruk iránti keresletbe. Valójában nemcsak a jelenlegi jövedelmi korlátokat kell számbavennünk (mint a „naiv” fogyasztás-függvényekben), de a jövőbeli várható korlátokat is: vö. a fogyasztás élettartam-ciklus elméleteket (pl. Modigliani, Brumberg (1954)).

— Az akcelerátor — mint Grossmann (1972) megmutatta — olyan vállalat beruházási kereslete, amely nem tudja eladni az eszmei kibocsátását (azaz a profit-maximalizáló kibocsátást). Az eladott mennyiség korláttá válik (nem marad döntési változó), és belép a beruházási keresletbe az árváltozóval együtt. Mint Grossmann példája mutatja, itt az előrejelzett korlátok alapvető fontosságúak.

4. *Egy monetáris gazdaság*

Egész tanulmányunkban monetáris gazdasággal foglalkozunk, azaz egy gazdasággal, ahol egyetlen egy csereeszköz van, a pénz, amely minden tranzakció egyik oldalán feltétlenül megjelenik.⁷ Ebben a keretben a pénz azzal a különleges vonással bír, hogy soha nem „adagolják”. Egy egyén akkor és csak akkor nem kapja meg azt a pénzt, amit akar, ha nem tudja megvalósítani eladási szándékát bizonyos termékekből.

Mivel a pénz általában az érték tárolója, megjelenik a hasznossági függvényben, legalábbis közvetetten.⁸ Így az összes hatékony keresletet (beleértve a pénzt is, ha akarjuk) a fent leírt módon határozzuk meg, de azzal az egyéni jellemzővel, hogy a *pénz-áramlatot* nem korlátozzuk, (természetesen kivéve a végső pénzkészlet pozitivitására vonatkozó feltételt).

⁷ A gazdaságok ezen típusát részletesebben jellemezte R. Clower (1967).

⁸ Látni fogjuk az időleges egyensúlyról szóló fejezetben annak pontos módját, ahogy ez felmerül.

Ha ki akarjuk emelni a pénzt, a költségvetési korlátot újrafogalmazzuk:

$$\begin{array}{ll} p z_i + m_i \leq 0 & m_i: \text{pénzáram} \\ \text{vagy } p z_i + M_i \leq \bar{M}_i & M_i: \text{végső pénzkészlet} \\ & \bar{M}_i: \text{kezdő pénzkészlet} \end{array}$$

De eltekintve a megnövekedett realizmustól, amit a pénz visz az elméletbe, a pénz bevezetése központi szerepet játszik elméletünkben, mert megengedi, hogy a hatékony kereslet legyen az igazi és *egyetlen* keresleti jel, amely megjelenik a piacon. Amikor egy egyed kifejezi $\tilde{z}_{ih}$ hatékony keresletét a h . áruból, megfelelő kísérője $p_h \tilde{z}_{ih}$ mennyiségű pénz; a valódi kínálat ténylegesen nem jelenik meg a piacon.

Például a munkanélküli, aki munkaerejét kínálja, képtelen a termelőknél jószágokra irányuló hatékony kereslettel fellépni (amelyet elég pénz támogat), bár amit valójában ki akar cserélni munkája ellenében, az áru, és nem pénz.

Az optimalizációs programunk fogalmai szerint

$$\text{Max! } u_i(\omega_i + z_i) \quad z_i \in \gamma_{ih}(\bar{p}, \bar{z}_i).$$

Csak a h . komponens, és nem az egész optimális vektor vivődik át.

A pénz szerepét az „egyenértékek” átvivődésének megakadályozásában Keynes nagyon jól felismerte (vö. pl. az „Általános elmélet” 16. fejezetének első oldalait) és ezt ragyogóan tovább fejlesztették Clower (1965), Leijonhufvud (1968), (1972).

5. Adagolás és tényleges tranzakciók

Vizsgáljunk most sok egyedet és vállalatot (amelyeket egységes indexszel $i = 1, \dots, n$ fogunk jelölni), amelyek nem egyensúlyi helyzetben vannak. Általában, az aggregált hatékony túlkínálatok különbözni fognak 0-tól, a legtöbb, vagy akár az összes piacon. Ha egy konkrét piacot vizsgálunk, n hatékony (nettó) tiszta keresletünk lesz, z_{ih} , amelyek összege nem 0.

$$\sum_{i=1}^n \tilde{z}_{ih} = \tilde{z}_s \neq 0$$

Mivel a tényleges tranzakciók, $\tilde{z}_{ih}$ -k összege 0 kell hogy legyen, valamilyen kiutalási rendszer szükséges, hogy $\tilde{z}_{ih}$ hatékony keresletekből $\tilde{z}_{ih}$ tényleges tranzakciók legyenek. Feltesszük,⁹ hogy

$$\tilde{z}_{ih} = F_{ih}[\tilde{z}_{ih}, \dots, \tilde{z}_{nh}].$$

Az F_{ih} függvények ki kell hogy elégítsék a következő azonosságot:

$$\sum_{i=1}^n F_{ih}[\tilde{z}_{ih}, \dots, \tilde{z}_{nh}] \equiv 0$$

A következő tulajdonságok joggal megkívánhatók minden kiutalási rendszertől:

⁹ Itt valamilyen „decentralizált” kiutalási rendszert tételezünk fel. A tényleges tranzakciók függhetnek az áraktól is vagy más piacokon való hatékony keresletektől, anélkül hogy módosítanák eredményeinket. Lásd például Grossman (1971), Dreze (1972).

α) Ha a hatékony túlkereslet 0, semmelyik egyén sem kerül kiutalási korlátozás alá:

$$\tilde{z}_h = 0 \Rightarrow \bar{z}_{ih} = z_{ih} \text{ minden } i\text{-re.}$$

β) „Rövid” oldalon levő egyedek realizálhatják hatékony keresletüket (ez a mi „önkéntes csere” feltevésünk):

$$\tilde{z}_h \tilde{z}_{ih} \leq 0 \Rightarrow \bar{z}_{ih} = \tilde{z}_{ih}$$

γ) Semelyik egyén sem kényszeríthető, hogy megváltoztassa hatékony keresletének előjelét:

$$\bar{z}_{ih} \tilde{z}_{ih} \geq 0$$

δ) Végül szeretnénk elvárni, hogy a tényleges tranzakciók folytonosan fűggenek a hatékony keresletektől (és bármely más változótól).

Mindezek a feltételek számos kiutalási séma esetén teljesülnek, így elvárhatjuk, hogy a valódi mechanizmusok, amelyek különböző formákat öltenek, mind konzisztensek feltevéseinkkel. Például: szokásos árukiutalási rendszer a sorbanállás (ahol a kiszolgálási sorrend azonos az érkezési sorrenddel); erős áruhiányok idején (pl. háború) jegyrendszer használható. A munkaerőpiacon a következő tényezők súlyozódnak: kor, képzettség, stb.; ezek határozzák meg, hogy kit alkalmaznak és kit nem.

Megjegyzés: Mivel kiutalási sémákat tanulmányozunk, fontos lehet itt megvizsgálni az „önkéntes csere” feltevés érvényességét. Míg e feltevés biztosan nagyon valószínű a legtöbb piacon, mégis hibás lehet különleges esetekben: például, jól ismert, hogy a vállalat kötelezheti a munkásokat, hogy akaratuk ellenére is túlórázzanak.

Problémánk megfogalmazásában a fő változás a megfelelő piacok kiutalási rendszerében lenne, amely nagyobb súlyt adna a hatékony keresleteknek a „hosszú” oldalon. Azonban nem mondhatjuk, hogy a „hosszú” oldal mindig megvalósítja kívánt tranzakcióit, mivel a „rövid” oldal alapvető „fizikai” korlátozásai, esetleg preferenciái, figyelembe veendőek. (Egy vállalat kötelezhet valakit, hogy többet dolgozzon, mint amennyit akar, de mindenképpen kevesebbet mint 24 órát egy nap.) Így ebben az esetben a kiutalási rendszer figyelembe kellett volna hogy vegye a kiinduló készleteket, a hatékony kereslet és más változók mellett.

Továbbá, egyenlőségek kell, hogy helyettesítsék az egyenlőtlenségeket abban a programban, amely a hatékony keresleteket adja a megfelelő javak esetében. Az érzékelt korlátozásokat is értelemszerűen módosítani kellene.

Megjegyezzük, hogy egzisztencia-bizonyításaink, amelyek a fenti fizikai korlátokon alapulnak, lényegében ugyanazok maradnának.

Mostantól kezdve ismét kizárólag önkéntes cserével fogunk foglalkozni.

6. Érzékelt korlátozások

a) Először olyan piacokon érzékelt korlátokról beszélünk, amelyeken a hatékony keresletek ki vannak vagy ki voltak fejezve. Mint várható, az érzékelés igen eltér a „rövid” és a „hosszú” oldalon. A „hosszú” oldal egyedei számára természetes, hogy azonosítsák a tényleges tranzakciókat az érzékelt korlátok-

kal, mivel ők ténylegesen *tapasztalják* ezeket a korlátokat. A „rövid” oldal egyedei számára, például azoknak, akik képesek realizálni hatékony keresleteiket valamilyen piacon, a szokásos közelítés az lenne, hogy nem-korlátozottaknak vennék őket ezen a piacon. Azonban ez inkonzisztens feltevés lenne azzal, ahogy az egyedek érzékelik a korlátozásokat.

Valójában, mégha az egyed vagy a vállalat a piac „rövid” oldalán van, és így jelen hatékony kínálata nem korlátozott, nem igaz, hogy teljesen korlátozatlanak érezheti magát ezen a piacon; ha növelné keresletét, egy bizonyos ponton megnövekedett kereslete átvinné a „hosszú” oldalra. Így ténylegesen korlátozott ezen a piacon még akkor is, ha minden tranzakciót megvalósít, amit jelenleg kíván.

Ezért specifikálni fogjuk minden egyed számára az egyes piacokon érzékelt korlátokat és a következő jellemzőket feltételezzük:

— A „hosszú” oldalon levő egyedek tényleges tranzakcióikat mint a lényeges korlátokat fogják érzékelni. Így érzékelt korlátaik „objektívak”.

— A „rövid” oldal egyedei olyan korlátot érzékelnek, amely némi „slack-et” hagy további tranzakciókra. Mivel nincs teljes információjuk a többi egyedek keresletéről és stratégiájáról, ezek a korlátok lényegében szubjektívak lesznek. Azonban folytonosan kell hogy változzanak a hatékony kereslet függvényében (ezzel implikáljuk, hogy az egyedeknek legalábbis valamilyen bizonytalan elképzelésük van a piac helyzetéről).

Legyen $\bar{z}_{ih}$ az i -edik egyed érzékelt korlátja a h . piacon

$$\bar{z}_{ih} = G_{ih}[\bar{z}_{ih}, \dots, \bar{z}_{nh}]$$

A G_{ih} függvények rendelkezzenek a következő tulajdonságokkal

$$\alpha) \quad \bar{z}_h \bar{z}_{ih} > 0 \Rightarrow \bar{z}_{ih} = \bar{z}_{ih}$$

azaz a tapasztalt korlátok egyenlőek a tranzakciókkal, ha az egyed a „hosszú” oldalon van.

$$\beta) \quad \bar{z}_h \bar{z}_{ih} < 0 \Rightarrow (\bar{z}_{ih} - \bar{z}_{ih}) \bar{z}_h < 0$$

azaz a „rövid” oldal egyedei érzik, hogy nagyobb tranzakcióra is képesek volnának a megfelelő irányban.

$$\gamma) \quad \bar{z}_h = 0 \Rightarrow \bar{z}_{ih} = \bar{z}_{ih}$$

azaz, ha a piac pontosan egyensúlyban van, semelyik egyed sem érzi, hogy több tranzakcióra volna képes, mint a tényleges tranzakciója.

δ) Minden G_{ih} függvény folytonos változóiban.

Így látjuk, hogy egyensúlyhiányban valahogy minden gazdasági egység köteles úgy viselkedni, mint egy „monopolista”, abban a különleges értelemben, hogy köteles „kitalálni” azokat a mennyiségeket, amelyeket képes adni-venni — mint ahogy ezt hangsúlyozta Arrow (1959).

E találgatások gyakorlati körülményei jelentősen különbözni fognak a konkrét esetektől függően. Globális és ágazati munkanélküliségről vagy betöltetlen állásokról szóló jelentések hasznos jelzések a munkaerőpiacon, a fogyasztók könnyen megfigyelhetik a boltok teli vagy üres polcait, úgyszintén a sor hosszát, a vállalatok közvetlen információt szerezhetnek marketing kutatással stb.

b) Az előző szakaszban burkoltan feltételeztük, hogy minden egyed számára minden áru „specializált” (azaz mindig keresett vagy mindig kínált), ezért a tapasztalt korlát előjele azonos lehetett a hatékony keresletével. Míg ez a feltevés érvényes lehet bizonyos piacokon (árúk, munkaerő, . . .), addig biztosan rossz feltevés más piacokon (kötvények, törzsrészesvények, . . .). Így szükségünk van minden árunál pontos, érzékelhető korlátokra, mindkét oldalon. Mivel a hatékony kereslet oldalán levő korlátok már adóttak, a másikat adjuk a következőkben:

- A „rövid” oldal egyede nem tud nagyobb tranzakciót lebonyolítani a másik oldalon; például ha keres valamit, $\tilde{z}_{ih} > 0$, a kínálatra vonatkozó korlátja a következő:

$$\bar{z}_{ih}^s = 0$$

Ez túl „erős” korlátnak tűnhet feltéve, hogy ha tényleg átmenne a másik oldalra, a kiutalási rendszer adna neki „valamit”. De ez stratégiák nyelvén van kifejezve és azt, amit mi ki akarunk jelölni neki, nem más mint egy pillanatnyi korlát.

- A „hosszú” oldal egyede azt tapasztalja, hogy képes pozitív tranzakcióra a másik irányban. Például, ha keres valamit, akkor a kínálati korlátja szigorúan negatív:

$$\bar{z}_{ih}^s < 0$$

e korlát pontos szintje szubjektív, de folytonosan változik a piac hatékony keresleteivel.

A közbülső eset, $\tilde{z}_{ih} = 0$, nyilvánvaló. (Tranzakció lehetséges abban az irányban, mint a „rövid” oldal, nem lehetséges a másik irányban.)

A következőkben visszatérünk a „specializált” esethez, de csak jelölési egyszerűség céljából (az összes tétel érvényes a nemspecializált árukra is).

c) Mostanáig olyan piacok érzékelhető korlátjairól beszéltünk, amelyek jelenleg aktívak vagy aktívak voltak, azaz amelyeken hatékony kereslet ki volt fejezve. De egész analízisünk szempontjából a legfontosabbak a jövőbeli érzékelhető korlátok, azaz olyan piacok korlátai, amelyekre nézve még a hatékony kereslet nem volt kifejezve. A fenti megfogalmazás nyilvánvalóan nem alkalmazható erre az esetre. Ami szükséges volna itt, az a racionális várakozások, vagy érzékelések elmélete, amely sajnos még nem létezik általános esetekre. A legjobb, amit tehetünk, hogy a múlt és a jelen információi alapján a jövőbeli korlátokra várakozásokat készítünk, amelyek biztosan vagy valószínűséggel érvényesek.¹⁰ Speciálisan, múlt és jelenlegi érzékelt korlátok a legjobb információk közé tartoznak a jövőt illetően, és ezt a típusú várakozást fogjuk vizsgálni az időleges egyensúlyról szóló fejezetben.

De rendszerint az „egyensúlyi” helyzetek érdekelnek legjobban, ahol egy nagyon egyszerű „racionális” várakozási mintát feltételezünk burkoltan.

¹⁰ Például bármilyen Bayes-i várakozás kielégítene ezt a specifikációt, és ez nagyon széles.

2. Fejezet

Rövidtávú keynesi egyensúly

1. Általános keret

Mielőtt megadnánk az egyensúly definícióit és a bizonyításokat, jó lesz legelőbb valamilyen elképzelést adni a tanulmányozott gazdasági rendszer típusáról — szembeállítva a walrasi általános egyensúlyi rendszerrel.

A walrasi rendszerben lényegében minden egyetlen időszak alatt történik. Az árak változnak és újraszereződnek mindaddig, amíg minden túlkereslet zérus nem lesz. És csak ekkor mennek végbe ténylegesen a tranzakciók.

Mivel elutasítjuk az „újraszereződési” feltételt, rendszerünkben mindenképpen lehetetlen megőrizni az egyetlen döntési periódus fikcióját (ez egyébként is különösen irreális lenne). Az időt inkább mint elemi szakaszok sorozatát szeretnénk tekinteni. Minden egyes periódus alatt a különböző szereplők hasonló döntési problémákkal találkoznak a gazdaságban (például a tipikus időszakban, a fogyasztó kiválasztja, hogy mennyit fogyasszon és mennyi időt dolgozzék); néhány paraméter és döntés csak hosszabb időszak alatt változhat, mint az elemi időszak (például minden modellünkben a volumen gyorsabban mozog, mint az árak), és ez is változó igazodási sebességekkel írható le.

A tipikus volumen-döntések egy elemi időszakban áramlatra vonatkozó döntések lesznek vagy tisztán áramlatokra vonatkozó döntések (fogyasztás, munka), áramlatokra vonatkozó vagy állományváltozásokat kifejező döntések.

Minden elemi döntés összekapcsolódik időben a különböző készletek (pénz, kincs, fizikai vagyon) széles körén keresztül az információ felhalmozása révén, valamint a döntési kritériumok (hasznosság, profitok stb.) intertemporalitása miatt.

Ebben a dinamikus összefüggésben az egyensúly hagyományos definíciói nyilvánvalóan értelmetlenek.

Ami a következőket illeti, szeretnénk az egyensúlyt olyan szélesen értelmezni, ahogy csak lehetséges. Így az „egyensúlyt” mint „stabil”, azaz dinamikusan önreprodukáló állapotot vagy idő alakzatot definiáljuk. Ezzel a definícióval, például még egy ciklus is egyensúlynak nevezhető, ha elég szabályos. A rendszert „stabilnak” vagy önreprodukálónak nevezzük, ha az állapot egyszer ebbe az állapotba vagy ebbe az időalakzatba kerül, a rendszer végtelenségig ottmarad. Ez semmi esetre sem azonos a stabilitás hagyományos fogalmával, azaz a rendszer visszatérési képességével, ha egyszer kimozdították az egyensúlyból. (És tényleg látni fogjuk, hogy rendszereinkben tendencia van bizonyos hagyományos értelemben vett instabilitásra.)

Azonban, ezzel az egyensúlyfogalommal nagyon nehéz lenne jellemezni dinamikus rendszerünk egyensúlyi helyzetait, ha feltételeznénk, hogy minden változó, minden elemi időszakban változhat. (Volumenek, árak, várakozások, információfajták, . . .) Ezért a következőkben, az elemzési periódus és a reakció sebességek megfelelő definiálásával, ezen tényezők némelyikét rögzítjük, míg másokat hagyunk változni, és egy sor különböző egyensúlyi fogalmat kapunk ezen a módon.

2. Rövidtávú „keynesi” egyensúly

A szokásos walrasi rendszerben a kereslet és kínálat különbözőségére árváltozások és újraszerződések történnek, addig, amíg minden túlkereslet el nem tűnik. Ehelyett mi a szélsőségesen ellentétes „keynesi” feltevessel élünk: a volumenek végtelenszer gyorsabban reagálnak mint az árak, így a kereslet és kínálat eltérésére a volumenek változnak. Ennek megfelelően elemzési periódusunkban az árak rögzítettek, de a volumenek szabadon mozoghatnak. Mint Leijonhufvud (1968) mondja, ez megfelel a „multiplikátor hatásidejének” (ez a feltevés az árak és a volumenek relatív sebességéről a tanulmány egészében érvényes). A rövidtávú egyensúly elemzésénél „a stabil várakozások” implicit feltevésével is élünk (melynek fő célja, hogy a pénz vagy más értéktárolók számára egy stabil közvetett hasznosságunk legyen). Az időleges egyensúlyról szóló fejezetben explicitebbé tesszük e feltevést és gyengítjük is.

Rövidtávú keynesi egyensúlynak (vagy röviden K-egyensúlynak) nevezzük — adott árrendszer mellett — azt a helyzetet, ahol a volumeneknek nincs változási tendenciájuk, vagy pontosabban szólva az önreprodukáló hatékony keresletek halmazát. Ezek olyan érzékelt korlátokat származtatnak, amelyek az őket létrehozó hatékony kereslet halmazt generálják.

Itt láthatjuk, hogy milyen értelemben mondhatjuk, hogy a gazdasági egységeknek „racionális várakozásaik” vannak az egyensúlyban: Mivel az érzékelt korlátok szintén önreprodukálóak az egyensúlyban, ezek halmaza, amelyeken az egységek döntéseiket hozzák, megegyeznek a következő időszakok ténylegesen tapasztalt korlátaival, így a volumenre vonatkozó várakozásaik mindig teljesülnek.

Ez a nagyon egyszerű „racionalitási” követelmény sok várakozási típus mellett teljesül. Ezek rendszerint ugyanazt az egyensúlyi helyzetet származtatják (de nyilvánvalóan nagyon különböző dinamikus viselkedéseket).

A dinamikus folyamat, amely egy más helyzetből elvezet egy K-egyensúlyi helyzethez (természetesen, ha a K-egyensúly stabil), könnyen kikövetkeztethető az előzőekben mondottakból: bizonyos időpontban az egyének és a vállalatok kifejezik hatékony keresleteiket a különböző piacokon; ezek rendszerint inkonzisztensek és az egyének korlátokat érzékelnek minden piacon. Ezek az érzékelt korlátok új hatékony keresletek kifejezésére készítetik őket egy későbbi időpontban, stb. Egy K-egyensúly egyszerűen e rekurzív folyamat” „fix-pontja”.

Mielőtt megkezdénénk a pontosabb definiálást és az egzisztencia-bizonyítást, a fenti folyamat nagyon egyszerű példáját adjuk, a hagyományos tankönyvbeli keynesi multiplikátort:

$$\begin{cases} C_t = cY_{t-1} \\ Y_t = \bar{I} + C_t \end{cases}$$

Itt két korlátozott keresleti- (vagy kínálati) függvényt azonosíthatunk.

— Az egyén munkaerőkínálata korlátozott, ezért fogyasztási függvénye szintén.

— A vállalat árukínálata korlátozott: csak $\bar{I} + C_t$ mennyiséget tud eladni (míg profitmaximalizáló kibocsátása több lehetne a folyó áron). Ezért csak X_t termeléséhez szükséges munkaerőt keres, és csak X_t mennyiségű jövedelmet oszt szét.

A nem-egyensúlyi helyzetből az egyensúlyi pont felé történő közeledést grafikusan a szokásos „keynesi kereszttel” ábrázolhatjuk, amely a multiplikátor időbeli hatását mutatja.

Ez az egyedi dinamikus pálya a korlátok érzékeléséről vagy az alkalmazkodási sebességekről tett konkrét feltevéseknek tudható be, nevezetesen:

- Az egyén fogyasztása az előző periódus munkaerő korlátjának felel meg.
- A vállalat termelése a jelenlegi eladási korlátoknak felel meg.

Az érzékelt korlátok más formái más dinamikus pályához vezethetnek.

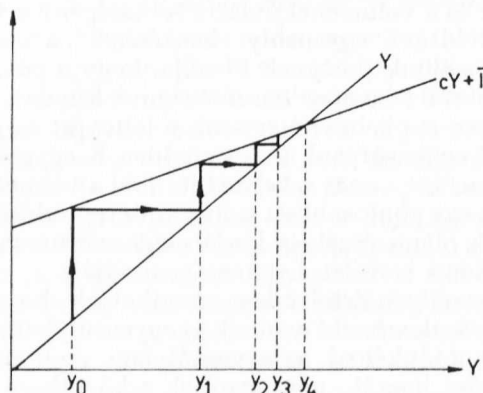


Fig. 1.

Az egyensúlyt magát úgy találtuk meg, hogy feltettük, hogy mindenki a „helyes” korlátokat (azaz a mai korlátokat) érzékeli:

$$\begin{cases} C_t = cY_t \\ Y_t = \bar{I} + C_t \end{cases}$$

vagyis

$$Y_t = \frac{\bar{I}}{1 - c},$$

amely a mi rövidtávú keynesi egyensúlyunk. Ami az elemzés tartamát illeti (amely „sok” elemi periódus egyesítése), bizonyos azonnali multiplikátor hatások működtek.¹¹

3. Egy egyensúly létezése

Mint Debreu (1959)-nél, egy egyensúly létezésének konstruktív bizonyítása bizonyos transzformáció fixpontjának létezésén alapszik, ahol a transzformáció szorosan kapcsolódik a fentemlített dinamikus folyamathoz. (A bizonyítást egy cseregazdaság esetére adjuk, de egyenes úton kiterjeszthető egy termelő gazdaság esetére is.)

A lényeges változók: az összes hatékony túlkereslet halmaza:

$$\tilde{z}_{ih} \quad i = 1, \dots, n; \quad h = 1, \dots, l$$

¹¹ V.ö. Leijonhufvud (1968). A hatékony keresletek azonnali igazodásának más példáit lásd Barro, Grossman (1971), Grossman (1971).

és a transzformáció ebből a halmazból (R^{nl} egy részhalmazából) önmagába visz. A transzformációt kényelmesen két lépésre bonthatjuk:

a) A hatékony keresletekből közvetlenül kiszámíthatjuk az érzékelt korlátokat

$$\bar{z}_{ih} = G_{ih}[\tilde{z}_{ih}, \dots, \tilde{z}_{nh}]$$

bár nem szerepelnek a transzformációban, érdekes kiszámítani a tényleges tranzakciókat is:

$$\bar{z}_{ih} = F_{ih}[\tilde{z}_{1h}, \dots, \tilde{z}_{nh}]$$

b) Ismerve $\bar{z}_{ih}$ érzékelt korlátokat, $\tilde{z}_{ih}$ hatékony túlkeresletek egy új halmazát származtatjuk az ismert programok megoldásával:

$$\text{Max! } u_i(\omega_i + z_i) \quad z_i \in \gamma_{ih}[\bar{p}, \bar{z}_i]$$

$$\text{azaz} \quad \bar{p}z_i \leq 0$$

$$z_{ih'} \leq \bar{z}_{ih},$$

$$h' \in D_i \quad h' \neq h$$

$$z_{ih'} \geq \bar{z}_{ih} \quad h' \in S_i \quad h' \neq h.$$

Világos, hogy e transzformáció fixpontja a keynesi egyensúly, a fent definiált értelemben (és megfordítva, definiálhattuk volna az egyensúlyt mint e transzformáció fixpontját). Ez a fixpont létezik, ha a transzformáció felülről félig folytonos, kompakt konvex halmaz ugyanebbe a halmazba transzformál, konvex értékekkel, amit a következő részben igazolunk.

4. Egy fixpont létezése

a) E transzformáció valamilyen fixpontjának létezését bizonyítandó (más transzformációknál úgy szintén), mindig egy hasonló technikai problémával találkozunk, amely a hatékony keresletek korlátosságával kapcsolatos. A teljes bizonyítás tipikusan a következő lépéseket foglalná magában:

- Igazoljuk, hogy a hatékony keresletek az egyensúlyi helyzetben korlátosak (speciálisan, vagy valamilyen K kompakt konvex halmaz belsejéhez tartoznak).
- Módosítjuk az eredeti transzformációt úgy, hogy az „új” hatékony keresletek tartozzanak K -hoz. Ezt úgy érhetjük el, ha az egyének és a vállalatok választási halmazát K -val való közös részükre szűkítjük.
- Bizonyítsuk be az új transzformáció fixpontjának létezését.
- Bizonyítsuk be, hogy egyensúlyban ugyanazokat a hatékony keresleteket választottuk volna, ha nem lettek volna leszűkítve K -ra.

E probléma teljes és részletezett megoldása hasonló összefüggésben megtalálható Debreu „Értékelmélet” (1959) könyvében, (különösen 5. 7. részében), és elhagyjuk a bizonyítás azon részeit, amelyek egyszerűen az ottani módszer reprodukálásából állnának.

Így rendszerint bizonyításainkban a hatékony keresletek korlátosságát bizonyítjuk (első lépés), csak közvetetten használjuk a módosított transzformációt (második lépés), bebizonyítjuk egy fixpont létezését (harmadik lépés) és teljesen elhagyjuk az utolsó részt (negyedik lépés).

b) Kezdjük a bizonyítást a korlátosság, a konvexitás és a felülről félig folytonosság bizonyításával a csere gazdaságnál. Utólag jelezzük a kiterjesztést egy termelő gazdaságra.

α) *Korlátosság*: az egyén nem kínálhat több árut eladásra, mint amennyi árúja van:

$$\tilde{z}_{ih} \geq -\omega_{ih}$$

Másrészt, nem kívánhat többet venni, mint amennyit képes kifizetni:

$$\tilde{z}_{ih} \equiv \frac{\bar{p}\omega_i}{p_h}$$

ahol a jobboldal véges, ha feltesszük, hogy $p_h > 0$ minden h -ra.

Mindegyik hatékony kereslet egy zárt kompakt intervallumhoz tartozik:

$$-\omega_{ih} \leq \tilde{z}_{ih} \leq \frac{\bar{p}\omega_i}{p_h}$$

Minden K konvex kompakt halmaz, amely tartalmazza belsejében ezen intervallumok Descartes-szorzatát, kielégíti követelményeinket.

β) *Konvexitás*: Minden hatékony kereslet egy konkáv hasznosságfüggvény a megfelelő $\gamma_{ih}(\bar{p}, \bar{z})$ konvex halmaz fölötti maximalizálásából származik. Az eredmény nyilván konvex és nem üres.

γ) *Felülről-félig-folytonosság*: (f.f.f.) Mivel a maximalizálandó hasznosságfüggvény folytonos, a transzformáció f.f.f. lesz, ha a $\gamma_{ih}(p, \bar{z})$ halmaz folytonosan függ a kezdeti hatékony keresletektől, ez viszont triviális, hiszen $\bar{z}_i$ érzékelt korlátok folytonosan függnak a hatékony keresletektől.

c) Termelő gazdaságra ugyanolyan egyszerű a konvexitás és a felülről félig-folytonosság bizonyítása, mint a csere gazdaságra.

A termelők választási halmazai, $Y_{ih}(\bar{y}_j)$:

$$\begin{cases} y_j \in Y_j \\ y_{jh'} \geq y_{jh} & h' \in D_j & h' \neq h \\ y_{jh'} \leq y_{jh} & h' \in S_j & h' \neq h \end{cases}$$

konvexek és folytonosan függnak a kezdeti hatékony keresletektől, továbbá a maximalizálandó (profit) függvények folytonosak és konkávak.

A hatékony keresletek korlátosságának bizonyítása a következőképpen történik:

α) A profitokat az árak és a tényleges tranzakciók határozzák meg. Mivel a megengedett tranzakciók korlátosak és az árak rögzítettek, a profitok korlátosak lesznek.

β) Mivel a profitok korlátosak, az egyes egyének gazdagsága

$$w_i = \bar{p} \omega_i + \sum_j \vartheta_{ij} \bar{p} y_j$$

szintén korlátos és hatékony kereslete minden árura vonatkozóan korlátos:

$$-\omega_{ih} \leq \tilde{z}_{ih} \leq \frac{w_i}{p_h}$$

γ) Mivel minden elsődleges áru hatékony kínálata és minden végső áru hatékony kereslete egyedenként korlátos, a hatékony keresletek és kínálatok minden vállalatnál korlátosak.

5. Néhány megjegyzés a K -egyensúlyi helyzetekről

a) Mint láttuk, jól viselkedő gazdaságokban (azaz, amelyekre létezik walrasi egyensúly), a K -egyensúly rendszerint létezik tetszőleges áraknál, és speciálisan, az általános egyensúly egy ezek közül a K -egyensúlyi helyzetek közül.

Sőt a K -egyensúly létezhet minden árnál, még ha a várakozások rugalmatlansága kizárja a szóbanforgó piacokon egy reguláris egyensúly létezését, amint ezt látni fogjuk az időleges egyensúlyról szóló fejezetben.

Így minden helyzetben a K -egyensúly használata a gazdaságok általánosabb egyensúlyi vagy nem-egyensúlyi elemzését teszi lehetővé.

b) Egyik legfontosabb kérdés, amelyet fel kell tennünk vizsgálatunk folytatása előtt, a K -egyensúly fogalmának konzisztenciája, nevezetesen, kielégítik-e a tényleges tranzakciók az egyensúlyban az egyedi és a globális megvalósíthatósági feltételeket?

A globális megvalósíthatóságot biztosítottuk magánál a modell felépítésénél, mivel megköveteltük, hogy a tényleges tiszta tranzakciók összege azonosan nulla legyen.

Ami az egyedi megvalósíthatóságot illeti (azaz a tényleges tranzakciók hozzátartoznak a költségvetési halmazhoz, vagy a tényleges termelési vektor hozzátartozik a termelési halmazhoz) ez nem beépített tulajdonság, hanem a következő egyszerű megjegyzésből fakad: ha az optimális programot, amely egy nem korlátozott jószág hatékony keresletét adja, *egyensúlyban* vizsgáljuk, akkor a termelési vektor a tényleges tranzakció vektorát adja. (Ez azért igaz, mert egyensúlyban az egyed vagy a vállalat ismeri a többi árura vonatkozó valódi korlátokat, és a hatékony kereslet, amit e nemkorlátozott jószágnál kiválaszt, saját tényleges tranzakciója ebből az áruból.) Mivel legalábbis a pénz nem korlátozott, mindig van ilyen program.

És mivel minden program tartalmazza az egyéni megvalósíthatósági feltételeket mint korlátokat, a tényleges tranzakciók vektora kielégíti ezeket a feltételeket.

c) Az előző megjegyzés másik következménye, hogy egy K -egyensúlyban a pénz hatékony túlkereslete nulla.¹²

Az ezt adó program minden egyénél

$$\tilde{m}_i + \sum_h p_h \tilde{z}_{ih} = 0$$

$\tilde{m}_i$ a pénz hatékony tiszta kereslete,

$$\sum_i \tilde{m}_i + \sum_h p_h \sum_i \tilde{z}_{ih} = 0$$

mivel

$$\sum_i \tilde{z}_{ih} = 0$$

minden h -ra.

$$\sum_i \tilde{m}_i = 0$$

Ez a tulajdonság, amely önmagában nem túl érdekes, az általános egyensúly zérus eszmei tiszta túlkeresletének a megfelelője. Ez mutatja, hogy a csere-eszköz iránti kereslet pusztán más áruk iránti keresletet tükröz.

¹² A pénz hatékony keresletére ugyanazt a definíciót fenntartva mint a többi jószágra.

d) Így a K -egyensúly fogalma lehetővé teszi számunkra a gazdaság azon állapotainak tanulmányozását, amelyek megfelelnek a mi „rövidtávú” (azaz „multiplikátor hatásidejű”) szakaszainknak. Ezen a távon feltételezzük, hogy végtelen gyors sebességű igazodás történik, vagy ami egyenértékű, a volumennek valamiféle „újra szerződése”.

Ha most a gazdaságot ezen perióduson *belül* akarjuk követni, akkor végtelenül lassúbb alkalmazkodási sebességet kell mérlegelni, amely azt jelenti, hogy bizonyos gazdasági szereplők nem optimálisan válaszolnak.¹³ A legjobbjik példa a hagyományos keynesi példa, ahol a vásárló optimális válasza

$$C_t = cY_t$$

„lenne”, de valamilyen okból egy periódusú késés van, így fogyasztása

$$C_t = cY_{t-1}$$

ez létrehozza a multiplikátor jólismert dinamikus pályáját ezen a szakaszon belül.

Ezek a véges alkalmazkodási sebességek olyan tényezőknek tudhatók be, amelyek elhanyagolása megengedhető elemzési periódusunk választása miatt, mint például:

- rövidtávú volumen várakozási alakzatok vagy
- a volumenváltoztatás rövidtávú költségei.

Így a perióduson belüli gazdasági vizsgálat céljából továbbra is szükségünk lesz a hatékony keresletre, a kiutalási rendszerre, stb. de beépítve az optimalizálási programba a rövidtávú várakozásokat és alkalmazkodási költségeket.

Az így kapott hatékony keresletekben hasonló hatások tűnnek fel, mint az „állandó jövedelem” vagy a „rugalmas akcelerator” hatások.¹⁴

6. Walras törvény

Ebben a keretben világos, hogy a szokásos Walras-törvény lényegtelen, mivel nem az eszmei, hanem a *hatékony* keresletek jelennek meg a piacon, így ami lényeges, az az összes hatékony túlkereslet összege, melyet a fennálló árakon értékelünk, azaz

$$\sum_{h=1}^I \bar{p}_h \bar{z}_h$$

Mint a példákból láthatjuk, nincs ok arra, hogy ez az aggregált hatékony túlkereslet zéró legyen (függetlenül attól, hogy magában foglalja-e a pénzt vagy sem). Tényleg, általánosult inflációs helyzetek keletkezhetnek, ahol az összes hatékony túlkereslet pozitív (mivel a minden egyes piacon jelentkező kielégítetlen kereslet elárasztja a többi piacot, növelve az inflációs rést.)

Ez az eredmény már szerepel Bent Hansennél (1951), (192. és a köv. oldalak), aki az „ex-ante rést” (amely a szokásos névleges túlkínálatnak felel meg)

¹³ Valóban ez nagyon rossz szakkifejezés. „Eltérnek” a rövidtávú válasz-függvénytől, ez elhanyagol bizonyos perióduson belüli tényezőket, amelyek fontossá válnak, amikor az időszak rövidül.

¹⁴ Vö. például Lucas (1967), Grossman (1972). Ez utóbbi dolgozat jól mutatja az igazodási költségek és a különböző várakozási típusok kölcsönhatását.

szembeállította az „inflációs réssel”, amely az összes *aktív* túlkereslet összege (ez szellemében hasonló fogalom, mint a mi hatékony túlkínálatunk). A fordított helyzet is fennállhat, amelyet az általánosult deflációnak nevezhetünk (a szokásos „keynesi” eset), mint azt Clower (1965) megmutatta.

A pénz mint csereeszköz létezése, — amely megengedi az egyedeknek, hogy vásárlási és eladási óhajaikat egymástól függetlenül a piacra vigyék — nyilvánvalóan alapvető abban, hogy a Walras-törvény érvénytelen. Ezt több mint 100 esztendeje Karl Marx már hangsúlyozta, mint azt egy későbbi fejezetben látni fogjuk.

7. Pareto-optimalitás

a) Az általános egyensúly fogalmának egyik legvonzóbb tulajdonsága, hogy nagyon gyenge feltételek mellett Pareto-optimális állapotnak felel meg. Mint könnyen kitalálható, most nincs nagy remény, hogy K -egyensúlyi helyzeteink Pareto-optimálisak lesznek a szokásos értelemben (hacsak az árrendszer véletlenül nem azonos az általános egyensúly árrendszerével).

Esetünkben természetesen adódó fogalom a p -optimalitás fogalma:¹³

Egy $x_i^* = \omega_i + z_i^*$ allokáció p -optimum, ha nincs más x_i^{**} allokáció, amely tranzakciókkal megvalósítható az adott p árak mellett, úgy hogy növelné minden egyes egyed hasznosságát,¹⁶ azaz olyan, hogy

$$\begin{cases} \bar{p}x_i^{**} \leq \bar{p}\omega_i & \text{minden } i\text{-re} \\ \sum_i x_i^{**} = \sum_i \omega_i \\ u_i(x_i^{**}) > u_i(x_i^*) & \text{minden } i\text{-re.} \end{cases}$$

A következő Lagrange-függvény tartozik a problémához:¹⁷

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i u_i(x_i) - \sum_{i=1}^n \mu_i [\bar{p}x_i - \bar{p}\omega_i] - \sum_{h=1}^l \delta_h \left[\sum_{i=1}^n x_{ih} - \sum_{i=1}^h w_{ih} \right]$$

Differenciálhatóságot és belső maximumokat feltételezve, optimalitási feltételeink a következők:

$$\frac{\partial u_i(x_i)}{\partial x_{ih}} = \frac{\mu_i \bar{p}_h + \delta_h}{\lambda_i},$$

így minden úgy történik, mintha létezne p_{ih}^* „árnyékárak” egy halmaza, melyet a következő összefüggés ad egyenként:

$$p_{ih}^* = \bar{p}_h + \frac{\delta_h}{\mu_i} \quad \mu_i \geq 0$$

Azt gondolhatjuk, hogy $(1/\mu_i)$ az egyéni kiutalás valamilyen indexe, míg δ_h az árukra vonatkozó kiutalási index: Pozitív, ha az áru túlkereslete pozitív, negatív, ha a túlkínálat pozitív.

¹³ Ez a fogalom H. Uzawa (1962)-tól származik. A p -optimum kifejezést Y. Younés (1970a) használta.

¹⁶ És bármely vállalat profitját, egy termelő gazdaságban. Egyszerűség kedvéért itt csak a cseregazdaságot tanulmányozzuk.

¹⁷ A λ_i -k és a μ_i -k pozitívak, δ_h tetszőleges előjelű.

Megjegyzés: Látjuk itt, hogy az árnyékár egy egyednél különbözik a $\bar{p}_h$ piaci ártól minden egyensúlyhiányos áru esetén, ha $\bar{p}$ -optimumban vagyunk. Ha most egy K -egyensúly tényleges tranzakcióit megadó optimalizálási programot felírjuk,¹⁸ könnyen beláthatjuk, hogy az árnyékárak csak azoknál az áruk-nál különböznek a piaci áraktól, $\bar{p}_h$ -któl, ahol az egyed kiutalásra szorul (jegyrendszer!).

Így annak szükséges feltétele, hogy egy keynesi egyensúly egy $\bar{p}$ -optimum legyen az, hogy ha egy egyed nem szorul kiutalásra valamelyik piacon egyensúlyhiánynál, akkor nem részesül kiutalásban egyetlen más piacon sem.

E feltételnek alkalmazását fogjuk látni alábbi példánkban: A „stagflációs egyensúly”, ahol a vállalat nem részesül kiutalásban semmilyen mértékben sem, p -optimum akárcsak a „monopolista” egyensúly, ahol az egyedek nem részesülnek kiutalásban.

Általában azonban a K -egyensúlyi helyzetek nem $\bar{p}$ -optimumok; ezek között a nem optimális állapotok között hasznos bevezetni az alábbi osztályozást:

- Először, ezek közül a K -egyensúlyi helyzetek közül némely kielégíti a fenti szükséges feltételt (azaz az egyedek vagy korlátozottak, vagy nem-korlátozottak; minden piacon egyszerre), de az árnyékárak nem elégítik ki a fenti arányossági feltételeket; ebben az esetben az optimalitás hiánya nyilvánvalóan a rossz kiutalási rendszernek tudható be, amely nem optimálisan osztotta el a kiutalásra kerülő árukat a kiutalásban részesülő fogyasztók között. Így ez az eset nem túlzottan érdekes
- Fontosabbak elemzésünkben azok az esetek, ahol néhány egyed nem elégíti ki a szükséges feltételt, azaz egyes piacokon korlátozzák őket, míg más piacokon nem korlátozzák őket: ez lehetővé teszi az egyensúlyi zavarok átterjedését egyik egyéntől a másikra, és így az egyensúlyhiány erősödő multiplikátor hatásait, ahol a terjedés körkörösé válik.

b) Multiplikátor hatások lesznek a gazdaságban, ha a kezdeti zavar az egyik piacon átkerül a cserefolyamat által más piacokra és végül visszahat az első piacra, a gerjesztett zavarok új hullámaint hozva létre.

Ez a jelenség történik, pl. ha valaki talál egy k fogyasztóból és k áruból álló olyan láncot, hogy:

$$\begin{aligned} \text{az 1. fogyasztó} & \begin{cases} \text{korlátozva van az 1. jószágból} \\ \text{nincs korlátozva a 2. jószágból} \end{cases} \\ \text{a 2. fogyasztó} & \begin{cases} \text{korlátozva van a 2. jószágból} \\ \text{nincs korlátozva a 3. jószágból} \end{cases} \\ & \dots \\ \text{a k. fogyasztó} & \begin{cases} \text{korlátozva van a k. jószágból} \\ \text{nincs korlátozva az 1. jószágból} \end{cases} \end{aligned}$$

Látható, hogy ez a helyzet nem hatékony, és lehetséges olyan elosztást találni az adott árak mellett, amely mindenkinek növeli a hasznosság függvényét.

¹⁸ Azaz egy fenti megjegyzés szerint, bármilyen programot, amely egy nem-korlátozott áru keresletét adja K -egyensúlyinál.

Ebben a helyzetben a kezdeti zavar, például az egyensúlytalanság fokozódása az 1. piacon, átkerül a többi piacra, súlyosbítva az egyensúlytalanságot, ha a túlkereslet előjele azonos mint az 1. piacé, csökkentve azt az ellenkező esetben. Végül visszahat, általában tompítva, az 1. piacra, a zavarok új hullámmát indítva el.

Egy különösen érdekes eset, amelyre talán a „multiplikátor” kifejezést fenn kellene tartani, az az eset, amikor mindegyik túlkereslet azonos előjelű a láncban. Ebben az esetben a kezdeti zavar vagy mindegyik piacon súlyosbítja, vagy mindegyik piacon csökkenti az egyensúlytalanságot.

Általában sok ilyen láncot lehet találni. Multiplikátor hatások leginkább az általánossá vált túlkínálat vagy túlkereslet esetében figyelhetők meg.

Ezeknek a nem- p -hatékony állapotoknak a legismertebb példája nyilvánvalóan a deflációs keynesi eset: ott a foglalkoztatás növelése növelné mind a vállalatok profitját, mind az egyének hasznosság függvényét. De sajnos a piac nem mutatja semmi jelét ilyen hasznos cserének.

c) Az inefficiencia oka. Mint az előző szakaszban láttuk, a keynesi egyensúlyi helyzetek inefficiencia tulajdonságai nemcsak a rugalmatlan árak inefficienciájával kapcsolatosak. De nyilván létezik egy információs és jelzési probléma is, mivel gyakran a tranzakciók lebonyolítói nem valószínűsítanak meg olyan cserét, amely pedig lehetséges és hasznos volna mindenkinek.

Ez az információs sikertelenség jól láthatóan a hatékony kereslet függvényeinek egyedi természetéből fakad és különösen abból a tényből, hogy a kívánt egyenértékesek nem jelennek meg a másik félnél.¹⁹ A vételnek és eladásoknak a pénz által lehetővé tett elválasztása bizonyára megnövekedett rugalmasságot jelent, de ugyanakkor nem engedi meg az összes kívánt csere végrehajtását; mint ezt Leijonhufvud mondja, a keynesi defláció példáját hozva: „Olyan gazdaságokban, amelyek fizetőeszközöket használnak, bérjavakra irányuló túlkereslet — munkaerőtúlkínálatnak felelve meg — csak „eszmei”, nem jut a foglalkoztató információi közé mint kibocsátásra irányuló hatékony kereslet.”²⁰ „Mivel nem képesek érzékelni termékeikre irányuló eme potenciális keresletet, a termelők nem akarják felszívni a munkaerő túlkínálatát...”²¹

Azonban az inefficiencia végső okát távolabb kellene keresni, a modern gazdaságok cseréjének komplexitásában és specializáltságában: még ha minden fél képes lenne átadni a kívánt jószág egyenértékét a vele kereskedőknek, kevés remény van arra, hogy a helyzet lényegesen megjavuljon.

„Az a tény, hogy létezik egy potenciálisan előnyös természetbeni csere a jószágok és a munkaszolgálatok között, amely kölcsönösen előnyös lehetne a termeltetők mint csoport és a munkások csoportja számára, lényegtelen a rendszer mozgása szempontjából. Az egyéni acélgyáros nem fizethet az újonnan felvett bér munkásnak saját termékével (a munkás sem próbálja családját másfél tonna hidegen hengerelt acéllal etetni egy hétig). „A szükségletek kölcsönös egybeesésének” az egyéni munkáltatók és alkalmazottak közötti hiánya teszi elsősorban szükségessé a fizetési eszközök használatát.”²²

¹⁹ Matematikailag szólva, csak $\bar{z}_{it}$, minden egyes optimalizáló vektor h . eleme jelenik csak meg.

²⁰ Leijonhufvud (1968), 98. o.

²¹ Uo. 90. o.

²² Uo. 90. o.

3. Fejezet

Egy egyszerűsített keynesi modell

Itt egy gazdaság nagyon egyszerű modelljét²³ vázoljuk, amelyet a hagyományos keynesi modellből származtatunk, és amely segíteni fog a fentebb vázolt fogalmak illusztrálásában. Bemutatunk néhány típust a $\bar{K}$ -egyensúlyi helyzetekből, köztük a hagyományos munkanélküliséggel kísért „egyensúlyt”.

1. A gazdaság

A legegyszerűbb monetáris gazdaságot vizsgáljuk.²⁴ Három gazdasági árunk van; pénz, munkaerő és kibocsátás. Két aggregált gazdasági szereplőnk van, a háztartások és a vállalatok.

a) A vállalatoknak $Y^S = F(L^D)$ termelési függvényük²⁵ van, amely konkáv L -változójában. Nem ruháznak be, nincs se pénzük, se készletük.

b) A háztartásoknak

$$U = \alpha_1 \text{Log } C^D + \alpha_2 \text{Log } \frac{M^D}{p} + \alpha_3 \text{Log } (L_0 - L^S)$$

hasznossági függvényük van, ahol $L_0 - L^S$ a szabadidő. Feltesszük, hogy a pénznek közvetett hasznosságfüggvénye van, mint értéktárnak (ezt az időleges egyensúlyról szóló részben vezetjük be). A speciális logaritmikus formulát azért választottuk, hogy egyszerű multiplikátorokat kapjunk.

A háztartások költségvetési korlátja a következő:

$$C^D + \frac{M^D}{p} + \frac{w}{p} [L_0 - L^S] = \frac{M_0}{p} + \pi + \frac{w}{p} L_0$$

ahol π az adott vállalati profit és M_0 a kezdeti pénzkészlet.

2. Nem-korlátozott keresleti függvények

a) A vállalatok nem-korlátozott keresleti függvényei a profitmaximalizáló függvények, azaz

$$L^D = (F')^{-1} \left(\frac{w}{p} \right)$$

$$Y^S = F \left[F'^{-1} \left(\frac{w}{p} \right) \right]$$

²³ Ezt a modellt már más munkákban is használták. Vö. Barro és Grossman (1971), (1972); Younés (1970b.).

²⁴ Ennek kidolgozását olvashatjuk Clowernál (1967)-ben.

²⁵ S és D indexek a kínált illetve keresett javakat jelölik.

b) A háztartások nem-korlátozott keresleti függvényei a következők:

$$C^D = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \left[\frac{M_0}{p} + \pi + \frac{w}{p} L_0 \right]$$

$$\frac{M^D}{p} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \left[\frac{M_0}{p} + \pi + \frac{w}{p} L_0 \right]$$

$$\frac{w}{p} (L_0 - L^S) = \frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \left[\frac{M_0}{p} + \pi + \frac{w}{p} L_0 \right]$$

3. Korlátozott keresleti függvények

a) A vállalat korlátozva lehet a termék és a munkaerőpiacon.

(1) Ha az eladások alacsonyabb szinten vannak, mint amit a vállalat kíván és Y^s -nél vannak korlátozva, a vállalat csökkenteni fogja hatékony munkaerő-keresletét

$$\tilde{L}^D = F^{-1}(\bar{Y}^S)\text{-re.}$$

(2) Ha a vállalat nem tud annyi munkást felfogadni, mint amennyit akar és foglalkoztatási korlátja $\bar{L}^D$, akkor csökkenteni fogja termelését.

$$\tilde{Y}^S = F(\bar{L}^D)\text{-re.}$$

b) A háztartásokban hasonlóképpen:

(1) Ha a háztartások korlátozva vannak a munkaerőpiacon, akkor nem tudnak eladni annyi munkát, amennyit akarnak. $\bar{L}^S$ az a mennyiség, amennyit képesek eladni, ez külső változó számukra; de kényelmesebb a teljes jövedelmet venni külső változóként, mivel $\bar{Y} = \pi + \frac{w}{p} \bar{L}^S$. A költségvetési korlát:

$$C^D + \frac{M^D}{p} = \frac{M_0}{p} + \bar{Y}$$

és a hasznosság maximalizálási program közvetlenül adja, hogy

$$\tilde{C}^D = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} \left(\bar{Y} + \frac{M_0}{p} \right)$$

ez a hagyományos fogyasztási függvény.

(2) Ha a háztartások korlátozva vannak az árupiacon, azaz nem tudnak annyit venni, mint amennyit akarnak, fogyasztásuk $\bar{C}^D$ -re van beállítva.

Költségvetési egyenlegük most a következő:

$$\frac{M^D}{p} + \frac{w}{p} [L_0 - L^S] = \frac{M_0}{p} + \pi + \frac{w}{p} L_0 - \bar{C}^D$$

és szabadidőre irányuló hatékony keresletük

$$\frac{w}{p} [L_0 - \tilde{L}^s] = \frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2} \left[\frac{M_0}{p} + \pi + \frac{w}{p} L_0 - \bar{C}^D \right]$$

Látjuk, hogy a háztartások vásárlási korlátozásukra megnövekedett szabadidővel válaszolnak.

4. A különböző rendszerek

Anticipálva egy keveset a következő részekből, látni fogjuk, hogy a keynesi egyensúlyi helyzeteknek 3 fő típusa van, a reálbér értéke, w/p , és a pénz reálmenyisége, M_0/p , szerint:

— *stagfláció*, ahol munkaerő túlkínálat és áru túlkereslet van,
 — *defláció*, munkaerő- és kibocsátás túlkínálattal,
 — *infláció*, munkaerő- és kibocsátás iránti túlkereslettel. Először ezekre az esetekre meghatározzuk a tranzakciók szintjét, majd meghatározzuk a paraméterek értékét, amelyekre fennállnak.

a) *Stagfláció*: Ebben az esetben a vállalat mindkét piacon a „rövid” oldalon van, így képes lesz megvalósítani (realizálni) eszmei árukínálatát és munkaerőkeresletét. L_1 -nek illetve Y_1 -nek nevezzük a profitmaximalizáló mennyiségeket:

$$L_1 = F^{-1} \left(\frac{w}{p} \right) \quad Y_1 = F(L_1).$$

Ezek a tranzakciók valósulnak meg a két piacon.

b) *Defláció*: Itt a fogyasztók korlátozva vannak a munkaerőpiacon; árura irányuló hatékony keresletük:

$$\tilde{C}^D = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} \left(\bar{Y} + \frac{M_0}{p} \right)$$

Mivel azonban a fogyasztók az árupiac „rövid” oldalán vannak, a fenti mennyiség egyenlő a tényleges kibocsátással is, azaz

$$Y = \tilde{C}^D = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} \left(Y + \frac{M_0}{p} \right)$$

$$Y = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_2} \cdot \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} \frac{M_0}{p} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \frac{M_0}{p}$$

Itt a hagyományos keynesi multiplikátort ismerjük fel: $(\alpha_1 + \alpha_2)/\alpha_2$ a multiplikátor, míg $[\alpha_1/(\alpha_1 + \alpha_2)] \cdot M_0/p$ játssza az autonóm kiadás szerepét.

L_2 -nek nevezzük a munkaerőre irányuló megfelelő hatékony keresletet:

$$L_2 = F^{-1} \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \frac{M_0}{p} \right)$$

c) *Infláció*: Itt a háztartások korlátozva vannak keresletük oldaláról az árupiacon. Hatékony munkaerőkínálatunk:

$$\frac{w}{p} [L_0 - \tilde{L}^S] = \frac{\alpha_3}{\alpha_2 + \alpha_3} \left[\frac{M_0}{p} + \pi + \frac{w}{p} L_0 - \bar{Y} \right]$$

Mivel a vállalatok a munkaerőpiac „hosszú” oldalán és az árupiac „rövid” oldalán vannak, $\bar{Y}$ hatékony kibocsátást a munkaerő hatékony kínálata határozza meg:

$$\bar{Y} = F(\tilde{L}^S) = \Pi + \frac{w}{p} \tilde{L}^S$$

Nevezzük L_3 -nak a munkaerő eme korlátozott kínálatát, amelyet

$$\begin{aligned} \frac{w}{p} [L_0 - \tilde{L}^S] &= \frac{\alpha_3}{\alpha_2 + \alpha_3} \left(\frac{M_0}{p} + \frac{w}{p} L_0 - \frac{w}{p} \tilde{L}^S \right) \\ L_3 = \tilde{L}^S &= L_0 - \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{\alpha_2} \frac{\alpha_3}{\alpha_2 + \alpha_3} \frac{M_0}{p} = L_0 - \frac{\alpha_3}{\alpha_2} \frac{M_0}{p} \end{aligned}$$

kifejezések adnak, ahol $(\alpha_2 + \alpha_3)/\alpha_2$ az inflációs multiplikátor, amelyet már Barro és Grossman (1971), (1972) felfedeztek és tanulmányoztak: az egyének képtelenek elfogyasztani annyit, amennyit akarnak, kényszerű megtakarításuk egy részét a szabadidő megnövelésére használják, így tovább csökkentik a kibocsátást és növelik az inflációs rést. Ebben az esetben a pénz tényleges mennyiségének növekedése csökkenteni fogja a kibocsátást ahelyett, hogy növelné, mint a deflációs esetben.

5. Hatékony túlkeresletek

Az előző pontban az egyes piacok „rövid” oldalának hatékony keresleteit és kínálatait számítottuk ki, amelyek a tényleges tranzakciós szinteket adják. Most a „hosszú” oldal hatékony keresleteit számítjuk ki, hogy kifejezhessük a túlkeresleteket.

Egyszerű számítás mutatja, hogy ezek a hatékony túlkeresletek csak a stagflációs esetben specifikálhatók további feltevések nélkül. A két „multiplikátoros” esetben függeni fognak az érzékelt korlátozó függvények egyedi formájától, amelyek maguk is folytonosan függnek a „reális” korlátoktól.

a) *Stagfláció*:

$$\bar{Y}^D - \bar{Y}^S = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} (Y_2 - Y_1)$$

$$\tilde{L}^D - \tilde{L}^S = \frac{\alpha_2}{\alpha_2 + \alpha_3} (L_1 - L_3)$$

b) *Defláció*: Itt a vállalatok $\bar{L}^S$ hatékony munkaerőkínálatot érzékelik az egyedektől (ez egyenlő lehet $\tilde{L}^S$ igazi hatékony kínálattal). Hatékony kibocsátási keresletük:

$$\tilde{Y}^S = \min \{F(L_1), F(\bar{L}^S)\}.$$

Az egyének $\bar{Y}^S$ hatékony árukínálatot érzékelnek (ez egyezhet $\bar{Y}^S$ igazi hatékony kínálattal). Hatékony munkaerőkínálatunk a következő:

$$\tilde{L}^S = \min \left\{ L_0 - \frac{p}{w} \frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \left(\frac{M_0}{p} + \pi + \frac{w}{p} L_0 \right), \right. \\ \left. L_0 - \frac{p}{w} \frac{\alpha_3}{\alpha_3 + \alpha_2} \left(\frac{M_0}{p} + \pi + \frac{w}{p} L_0 - \bar{Y}^S \right) \right\}$$

c) *Infláció*: Szimmetrikus módon²⁶

$$\tilde{Y}^D = \min \left\{ \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3}{\alpha_1} \left(\frac{M_0}{p} + \pi + \frac{w}{p} L_0 \right), \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} \left(\frac{M_0}{p} + \pi + \frac{w}{p} \bar{L}^D \right) \right\}$$

$$\tilde{L}^D = \min \{L_1, F^{-1}(\bar{Y}^S)\}.$$

6. Az általános eset

Eddig a túlkínálat és a túlkereslet három lehetséges kombinációját tanulmányoztuk alaposabban, és mindegyik esetben sikerült meghatároznunk a kibocsátást és a foglalkoztatás tényleges szintjét (L_1 , L_2 és L_3). Most még meg kell határoznunk, hogy a három esethez milyen paraméterek tartoznak.

Mivel a piac „rövid” oldala mindig uralkodik, a tényleges foglalkoztatottság például a következő lesz:

$$L = \min (L_1, L_2, L_3).$$

E mennyiségek rendjének megfelelően $\{M_0/p, w/p\}$ sikot három tartományra oszthatjuk. Az I. tartomány a stagflációs esetnek felel meg, a II. tartomány a deflációs esetnek, a III. tartomány az inflációs esetnek. A túlkeresletek folytonosan változnak, mindkét paraméter szerint. Lerajzoltuk a hatékony túlkereslet zéróhelyeit mind a kibocsátásnál, mind a munkaerőnél. (2. ábra.)

Néhány megjegyzést teszünk a jelen példa K -egyensúlyi helyzeteinek tulajdonságairól.

a) Érdekes először is, hogy miért nem létezik a munkaerő túlkeresletének és az áru túlkínálatának tartománya. Ennek az az oka, hogy merev kapcsolat van a foglalkoztatottság és az eladások között a termelési függvényen keresztül, ez biztosítja, hogy a vállalat ne legyen korlátozva mindkét piacon. A megfelelő tartomány a zérus hatékony keresletek egyetlen vonalává fajul mindkét piacon.

Ha a foglalkoztatás-eladások kapcsolata nem lenne ilyen merev, például ha a vállalat rendelkezne készletekkel, ez a tartomány nem fajulna egyetlen vonallá.

b) Néhány különösen érdekes K -egyensúlyt jelölhetünk ki az ábrán: a W pont a walrasi általános egyensúlynak felel meg; az összes K -egyensúlyi helyzet közül ennek van a legmagasabb foglalkoztatási és termelési szintje,²⁷ és ez az egyetlen Pareto-optimum.

A K -hoz hasonló pontok a tankönyvbéli keynesi egyensúlyi helyzeteknek felelnek meg, ahol részleges egyensúly van az árupiacon. A „szimmetrikus” pontok, mint például I, olyan helyzetet ábrázolnának, ahol inflációs rés van és a munkaerőpiac részleges egyensúlyban van.

²⁷ A diagramon levő háromszögek az egyenlő kibocsátás és foglalkoztatás szintjei. A kibocsátás nő, ahogy a belső háromszögek és a W pont felé haladunk.

²⁶ Itt $\pi = X_3 - wL_3$

Az M -hez hasonló pontok a monopolista egyensúlyi helyzeteknek felelnek meg, mint később látni fogjuk.

c) Csak a stagfláció esetében (azaz amikor a vállalat az elégtelen kapacitás miatt versenyez) van határozott (és negatív) kapcsolat a reálbér és a kibocsátás között. A többi esetben ilyen kapcsolat nem létezik, ez inkább megfelel a megfigyelt tényeknek.

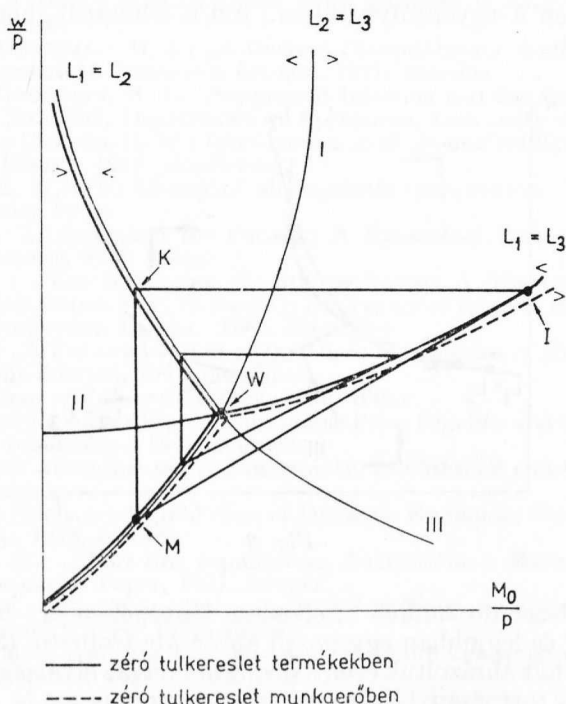


Fig. 2

d) Kényszerű munkanélküliség van, a III. tartomány kivételével, kényszerű árukiutalás van, a II. tartomány kivételével. Ezek a jelenségek nyilvánvalóan nem következhetnek be a walrasi általános egyensúlyi modellben, hasonlóan nem jelennek meg a munkanélküliségről szóló jelenlegi munkákban (mint például Phelps és Alien (1970), melyek soha nem tanulmányozzák a kényszerű munkanélküliséget, csak az önkéntes munkanélküliséget. (Jegyezzük meg, hogy egy egyedi formájú önkéntes munkanélküliség modellünkben megjelenik a III. tartományban.)

e) Láttuk, hogy két „multiplikátor”-típusú egyensúly létezik (II. és III. tartomány), ahol az egyensúlyhiány mindkét piacon kölcsönösen erősíti egymást. Megjegyeztük, hogy ezek az egyensúlyi helyzetek különösen nem hatékonyak ($\bar{p}$ -inefficiensek), mivel a jelenlegi cserearányoknál bármilyen kiegészítő áru-munkaerő csere növelné mind a vállalat profitját, mind az egyének hasznossági függvényét. Ezzel ellentétben, ilyen cserek nem léteznek („kompetitív”) stagflációnál és monopolista egyensúlyi helyzeteknél, melyek $\bar{p}$ -efficiensek

7. Dinamikus magatartás

A szokásos walrasi rendszerrel szembeítendő — ahol újraszereződés van — ennek az egyszerű rendszernek a dinamikus viselkedését tanulmányozzuk itt, felhasználva azt a szokásos feltevést, hogy a hatékony túlkeresletre az ár előjelt megőrzően válaszol. (Továbbra is feltesszük azt a szélsőséges feltevést, hogy a volumenek végtelenszer gyorsabban változnak, mint az árak, így a gazdaság mindig valamilyen K -egyensúlyban lesz.) Azt is feltesszük, hogy a pénz mennyisége rögzített.

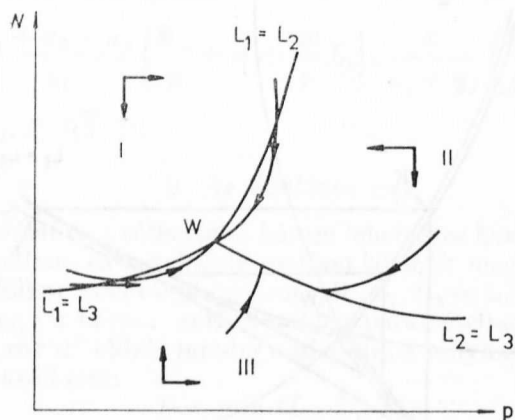


Fig. 3

Ekkor a rendszer dinamikus viselkedése lényegében ár- és bérmozgásokra egyszerűsödik,²⁸ és legjobban egy (w, p) ábrán ábrázolható. (3. ábra) I., II. és III. tartományokat ábrázoltuk ezen a diagrammon (az elválasztóvonalak lejtése helyes, mégha a tartományok formája esetleg nem is az).

A nyilak és a diagrammon az árak és a bérek különböző tartománybeli mozgását jelölik. Mi néhány tipikus pályát rajzoltunk le.

Egy igen fontos dolgot kell megjegyeznünk, nevezetesen azt, hogy a kezdeti áraknak és béreknek egy egész tartománya van ahonnan kiindulva a rendszer soha nem éri el a W általános walrasi egyensúlyt. (Ez a tartomány legalábbis tartalmazza azt a tartományt, ahol az árak magasabbak és a bérek alacsonyabbak mint az általános egyensúlyi megfelelőik.)

Ebből a területből kiindulva, a rendszer mindig a „monopólium vonal” valamilyen pontjára érkezik. Ez a vonal azokat az állapotokat képviseli, ahol a vállalat kielégíti a hatékony árkeresletet és az egyének hatékony munkaeffort-kínálatát, de az ár a marginális költség fölött van.

Ez az eredmény az első megnyilvánulása a „tovagyűrűző” hatás egyensúlybontó hatásainak a multiplikátoros esetekben. Mint látjuk, ezek nemcsak a volumenekre, hanem az árváltozásokra is hatnak és a „kvázimonopólium” helyzetekhez vezetnek — ahol a kezdetben „kompetitíven” viselkedő vállalat — végül monopolistává válik.

²⁸ A megfelelően mozgó K -egyensúllyal, és így tranzakciós szintekkel.

IRODALOM

1. ABRAMOWITZ, M. (szerk.): *The Allocation of Economic Resources*. Stanford, 1959. Stanford University Press.
2. ARROW, K. J.: „Towards a Theory of Price Adjustment.” ABRAMOWITZ (szerk.): *The Allocation of Economic Resources*. Stanford, 1959. Stanford University Press.
3. ARROW, K. J.—HAHN, F. H.: *General Competitive Analysis*, San Francisco, 1971. Holden Day.
4. BARRO, R. J.: „A Theory of Monopolistic Price Adjustment.” *Review of Economic Studies*. 1972. január
5. BARRO, R. J.—GROSSMAN, H. I.: „A General Disequilibrium Model of Income and Employment.” *American Economic Review*. 1971. március
6. BARRO, R. J.—GROSSMAN, H. I.: „Suppressed Inflation and the Supply Multiplier,” Working Paper No. 7235, Department of Economics, University of Chicago. 1972.
7. BUSHAW, D. W.—CLOWER, R. W.: *Introduction to Mathematical Economics*, Richard D. Irwin, Inc., Illinois, 1957. Homewood.
8. CHAMBERLAIN, E. H.: *The Theory of Monopolistic Competition*. Cambridge, 1933. Harvard University Press.
9. CLOWER, R. W.: „Keynes and the Classics: A Dynamical Perspective” *Quarterly Journal of Economics*, 1960. május
10. CLOWER, R. W.: „The Keynesian Counterrevolution: A Theoretical Appraisal.” HAHN, R. H.—BRECHLING, F. P. R. (szerk.): *The Theory of Interest Rates*. Proceedings of an I. E. A. Conference. London, 1965. Macmillan.
11. CLOWER, R. W.: „A Reconsideration of the Micro-foundations of Monetary Theory.” *Western Economic Journal*, 1967. december.
12. DEBREU, G.: *Theory of Value*. New York, 1959. Wiley.
13. DREZE, J.: „Existence of an Equilibrium under Price Rigidity and Quantity Rationing.” kiadatlan tanulmány, 1972. február.
14. DREZE, J. (szerk.): *Allocation under Uncertainty, Equilibrium and Optimality*. megjelenés előtt Macmillan.
15. GALE, D.: „Pure Exchange Equilibrium of Dynamic Economics Models.” *Journal of Economic Theory*. 1973. február.
16. GRANDMONT, J. M.: „Short-run Equilibrium Analysis in a Monetary Economy.” CEPREMAP Discussion Paper, 1971. február.
17. GRANDMONT, J. M.: „Continuity Properties of a Von Neumann-Morgenstern Utility.” *Journal of Economic Theory*. 1972. február.
18. GRANDMONT, J. M.—LAROUE, G.: „Money in the Pure Consumption Loan Model.” CEPREMAP Discussion Paper, 1972. május.
19. GRANDMONT, J. M.—LAROUE, G.: „On Money and Banking.” CORE Discussion Paper No. 7228, 1972. november.
20. GROSSMAN, H. I.: „Money, Interest and Prices in Market Disequilibrium.” *Journal of Political Economy*. 1971. szeptember.
21. GROSSMAN, H. I.: „A Choice-theoretic Model of an Income Investment Accelerator.” *American Economic Review*. 1972. szeptember.
22. HAHN, F.: „On Some Problems of Proving the Existence of an Equilibrium in a Monetary Economy.” HAHN—BRECHLING (szerk.): *The Theory of Interest Rates*. Proceedings of an I. E. A. Conference. London, 1965. Macmillan.
23. HAHN, F. H.—BRECHLING, F. P. R. (szerk.): *The Theory of Interest Rates*. Proceedings of an I. E. A. Conference. London, 1965. Mac-Millan.
24. HANSEN, B.: *A Study in the Theory of Inflation*. London, 1951. Allen and Unwin.
25. HANSEN, B.: *A Survey of General Equilibrium Systems*. New York, 1970. McGraw-Hill.
26. HANSEN, B.: „Excess Demand, Unemployment, Vacancies and Wages.” *Quarterly Journal of Economics*. 1970. február.
27. HICKS, J. R.: *Value and Capital*. (második kiadás). London, 1946. Oxford University Press.
28. IWAI, K.: „Towards Keynesian Micro-dynamics of Price, Wage, Sales and Employment.” Working Paper No. 174. C. R. M. S. Berkeley, december 1972. University of California.
29. KEYNES, J. M.: *The General Theory of Employment, Interest and Money*. Macmillan, London, 1936. (A foglalkoztatás, a kamat és pénz általános elmélete. Budapest, 1965. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.)

30. KOLM, S. C.: „Une note sur l'inflation de productivité.” *Revue Economique*. 1970. november.
31. KORNAI, J.: *Antiequilibrium: On Economic Systems Theory and the Tasks of Research*, North-Holland, Amsterdam, 1971. *Antiequilibrium*, Budapest, 1971. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
32. KURIHARA, K. K. (szerk.): *Post-Keynesian Economics*. New Brunswick — New Jersey, 1954. Rutgers University Press.
33. LEIJONHUFVUD, A.: *On Keynesian Economics and the Economics of Keynes*. London, 1968. Oxford University Press.
34. LEIJONHUFVUD, A.: „Effective Demand Failures.” Discussion Paper No. 27, Los Angeles, 1972. november University of California.
35. LUCAS, R. E., JR.: „Optimal Investment Policy and the Flexible Accelerator.” *International Economic Review*. 1967. február
36. MARSCHAK, T. — SELTEN, R.: *General Equilibrium with Pricemaking Firms*. Berlin — Heidelberg — New York, 1973. Springer-Verlag.
37. MARX, K.: *Capital: A Critique of Political Economy*, Charles H. Kerr and Company, Chicago, 1909. (A tőke I. kötet, Budapest, 1955. III. kötet, Budapest, 1967. Szikra.)
38. MARX, K.: *Theories of Surplus Value*, New York, 1952. International Publishers. (Értéktöbblet-elméletek, II. rész Budapest, 1961.)
39. MODIGLIANI, F. — BRUMBERG, R.: „Utility Analysis and the Consumption Function,” KURIHARA: *Post-Keynesian Economics*. New Brunswick, 1954. Rutgers University Press.
40. MUTH, J. F.: „Rational Expectations and the Theory of Price Movements.” *Econometrica*. 1961. július.
41. NAGATANI, K.: „A Monetary Growth Model with Variable Employment.” *Journal of Money, Credit and Banking*, 1969. május.
42. PATINKIN, D.: *Money, Interest and Prices* (második kiadás), New York, 1965. Harper and Row.
43. PHELPS, E. H.: *Microeconomic Foundations of Inflation and Employment Theory*. New York, 1970. Norton.
44. ROBINSON, J.: *The Economics of Imperfect Competition*. London. 1933. Macmillan.
45. ROBINSON, J.: *An Essay on Marxian Economics*. London, 1942. Macmillan.
46. ROTHCHILD, M.: „Models of Market Organization with Imperfect Information: A Survey.” H. I. E. R. Discussion Paper No. 224, 1971. december, Harvard University.
47. SOLOW, R. M. — STIGLITZ, J. E.: „Output, Employment and Wages in the Short-run.” *Quarterly Journal of Economics*. 1968. november.
48. STEIN, J. L.: *Money and Capacity Growth*. New York, 1971. Columbia University Press.
49. SWEETZ, P. M.: *The Theory of Capitalist Development*. New York, 1942. Monthly Review Press.
50. TRIFFIN, R.: *Monopolistic Competition and General Equilibrium Theory*, Cambridge, 1940. Harvard University Press.
51. UZAWA, H.: „On the Stability of Edgeworth's Barter Process.” 1962. május. *International Economic Review*.
52. YOUNES, Y.: „Sur une notion d'équilibre utilisable dans le cas où les agents économiques ne sont pas assurés de la compatibilité de leurs plans.” 1970. január
53. YOUNES, Y.: „Sur les notions d'équilibre et de déséquilibre utilisées dans les modèles décrivant l'évolution d'une économie capitaliste,” CEPREMAP, Paris, 1970. július.

DISEQUILIBRIUM THEORY

Ever since the pathbreaking contributions of Marx and Keynes to the domain, the study of disequilibrium states has attracted far much less theoretical work than the study of general equilibrium systems, in spite of its greater empirical relevance. But recently, the possibility of a strong revival of disequilibrium economics has emerged with the reappraisal of Keynesian Economics by Clower (1965) and Leijonhufvud (1968).

Using their concept of effective demand, we have been able to characterize the disequilibrium behaviour of individuals and firms in a consistent manner.

Then, by considering the stable positions resulting from this behaviour, we could define a broad class of equilibria (*K*-equilibria), among which some particular interest

may be singled out: The Walrasian general equilibrium; the Keynesian unemployment equilibrium; Bent Hansen's quasi-equilibrium; monopolistic equilibrium.

Most importantly, this approach allows a successful integration of micro- and macro-economic theory, since it enables to describe such phenomena as the multiplier, the accelerator, unemployment, the Phillips curve, utility of money and many others. It might also provide a useful tool for studying the important issues of Marxian economics.

Though, as it turned out in the course of the study, many problems remain unfold, and we hope this will stimulate research in this long neglected field.

ТЕОРИЯ СОСТОЯНИЯ НЕРАВНОВЕСИЯ (дизэквилибриум)

Со времени первоначальных фундаментальных исследований Маркса и Кейнса исследование состояния неравновесия привлекло меньше теоретических работ, чем исследование общих систем равновесия, несмотря на их более важное теоретическое значение. Однако в настоящее время Клауер (1965) и Лижонхуфвуд (1968) создали возможность сильного возрождения тем, что переоценили экономическую теорию Кейнса.

Используя введенное ими понятие эффективного спроса, мы могли консистентным образом характеризовать поведение отдельных лиц и предприятий в неравновесных положениях. Исходя из анализа стабильных положений этого поведения, мы могли определить широкий класс равновесных положений (К-равновесные положения), среди которых особый интерес представляют: общее равновесие Валраса, равновесие Кейнса, связанное с безработицей, состояние квазиравновесия Бен Хансена, монопольное равновесие и т. д. Самое важное то, что это приближение создает возможность успешного совмещения теории микро- и макроэкономик, с его помощью можно описать такие явления как мультипликатор, акселератор, безработица, кривая Филиппа, полезность денег и др. Далее это очень полезное средство при изучении важных вопросов марксистской экономики. В заключение можно сказать, что много вопросов остались открытыми. мы надеемся, что этот факт стимулирует дальнейшее исследование в этой давно игнорированной области.

A magyar külkereskedelem vizsgálata ökonometriai módszerrel

A Konjunktúra- és Piackutató Intézetben kutatások folynak arra vonatkozóan, hogy az elmúlt évek magyar külkereskedelmében észlelt törvényszerűségek elővetítésével következtetéseket tudjunk levonni a külkereskedelem várható alakulásáról. A cél egy olyan népgazdasági ökonometriai modell felállítása, amely alkalmas a külkereskedelem alakulásának előrebecslésére.

A tőkés gazdaság számtalan modellje mellett egyre több kísérlet történt az utóbbi években a szocialista országokban is a teljes népgazdaságot átfogó ökonometriai modellek felállítására. Közről sem teljes listaként említhetők a főbb [1]—[6] művek. E modellek jellegzetessége azonban, hogy a külkereskedelmet csak elnagyoltan, néhány igen összevont egyenletben tartalmazzák. Nyilvánvaló, hogy a külkereskedelmi előrebecslési célokra kialakítandó modellben a külkereskedelemnek lényegesen nagyobb hangsúlyt kell kapnia.

Tekintettel a feladat újszerűségére, a teljes modell kialakítása előtt célszerűnek látszott a figyelmet kizárólag a külkereskedelemre koncentrálni megvizsgálni, hogy vannak-e egyáltalán a magyar külkereskedelemben sztochasztikus függvényekkel leírható összefüggések. Erről a vizsgálatról számol be a cikk. Következtetései tehát nem tekinthetők véglegesnek, csak egy nagyobb kutatás első fázisában elért előzetes eredményeknek.

18 egyenletet állítottam fel, és az említett célnak megfelelően ezek túlnyomó többsége, számszerint 14, a külkereskedelmi áramlások magyarázatára szolgál. A népgazdaság többi szektorában érvényesülő összefüggéseket feltáró többi négy egyenlettel egészülnek ki az egyenletek szimultán egyenletrendszeré, vagyis az egyes változók között nemcsak egyirányú oksági, hanem kölcsönös összefüggéseket is feltáró egyenletrendszeré. Ez utóbbi négy egyenlet természetesen rendkívül elnagyolja a népgazdaság működését, a változók kölcsönös összefüggését is csak egyetlen változó (Y) biztosítja.

Nevezzük a továbbiakban a felállított egyenletrendszert az egyszerűség kedvéért modellnek, noha kétségtelen, hogy az említett egyszerűsítés miatt ez az elnevezés talán túlzottan hízlelő.

A népgazdasági szintű ökonometriai modellek kialakításánál általában az a cél, hogy csak olyan változók legyenek exogének, melyek népgazdaságon kívüli tényezők (világpiaci árak, kereslet) vagy a gazdaságpolitika, illetve a tervezés által közvetlenül adottak. Látni fogjuk, hogy e célnak az alábbi modell nem felel meg maradéktalanul. Nem vizsgálja például, hogy egyes, nem csak gazdaságon kívüli tényezőktől függő változók alakulása (mint pl. a mezőgazdasági termelés) milyen további tényezőkre vezethető vissza. Egyes gazdaságpolitikai intézkedések hatását sem közvetlenül tárja fel, hanem csak más változók (pl. készletek) alakulásán keresztül.

Ezen a problémán valószínűleg egy nagyobb részletességű modellel sem lehetne segíteni. Mind az adminisztratív szabályozási eszközök, mind az úgynevezett pénzügyi szabályzók ugyanis olyan sokfélék és típusaik olyan változóak a vizsgált időszak folyamán, hogy a megfigyelések száma nem tenné lehetővé hatásuk matematikai statisztikai eszközökkel való felmérését. A problémát súlyosbítja az adminisztratív intézkedések számszerűsítésének nehézsége.

Végül az olvasó esetleg a modell hibájául róhatná fel azt is, hogy nem szerepelnek benne — mint ahogy az egy külkereskedelmi modelnél illene — magyarázó változóként világpiaci árak, vagy esetleg a belföldi költségek és külföldi árak aránya. Ennek elkerülésére kijelentem, hogy ilyen változók azért nem kerültek a modellbe, mert véleményem szerint nincs szignifikáns hatásuk külkereskedelmünkre. Ez az állítás az 1968. előtti időre az adatok ismerete nélkül is nyilvánvaló, hiszen semmilyen kapocs nem létezett a külföldi árak és a külkereskedelmi döntések között. 1968 utánra ilyen kategórikus megállapítás már nem tehető. Az azonban megállapítható, hogy a forgalmi adatok nem igazolnak egyértelműen pozitív összefüggést az exportárak és az exportvolumen, sem negatív összefüggést az importárak és az importvolumen között.¹

A becslés

A szimultán rendszert alkotó első 16 egyenlet paramétereit a kétfokozatú legkisebb négyzetek módszerével, a különálló mezőgazdasági egyenletek paramétereit az egyszerű legkisebb négyzetek módszerével becsültük. Tekintettel arra, hogy a predeterminált változók száma (21) meghaladta a megfigyelési időszak éveinek számát (13) a kétfokozatú legkisebb négyzetek módszerének első fokozata nem volt alkalmazható minden változtatás nélkül.² A probléma áthidalására egy számítástechnikailag rendkívül egyszerű módszert választottam.³ A 21 predeterminált változót két csoportra osztottam, majd az exogén változókat kifejeztem mindkét csoport változóinak sztochasztikus függvényeként. Elhagyva azokat a változókat, melyek ezekben az egyenletekben az F próba alapján kevésbé szignifikánsnak bizonyultak, a két csoportból összesen csak 12 változót használtam fel az instrumentális változók meghatározásához. E módszer bizonyíthatóan torzítatlan és konzisztes, ha nem is hatékony becslésre vezet.⁴

Regressziós összefüggések megállapításánál igen csekély szerepe van annak, hogy mennyire kifinomult becslési módszert alkalmazunk. A koefficiensek értékeinek pontosabb meghatározására általában csak akkor lehet szükség, ha az egyenleteket prognózis, vagy hosszabb időszakra szóló szimulációs számítás céljára akarjuk használni.

Tekintettel a modell egyszerűségére és korlátozott céljaira, teljesen megengedhető volt ennek az elméleti szempontból nem kielégítő módszernek az alkalmazása. Sőt, állítható, hogy az egyszerű legkisebb négyzetek módszerének alkalmazása sem sértette volna a számítások korrektségének követelményét.

¹ [3]-ban találunk utalást az exportszorzó és az export közötti sztochasztikus kapcsolat igazolására végzett eredménytelen számításra.

² Erről a problémáról lásd [7] 532—536. o. A kétfokozatú módszer leírása [7] 451—454. o. található.

³ A módszer ötlete Bánkövi Györgytől és a számításokat végző Veliczki Józseftől származik.

⁴ Szimultán egyenletek becslésének konzisztenciájára és hatékonyságára vonatkozóan lásd [2].

A modell

A modell a következő öt termékcsoport külkereskedelmét meghatározó egyenleteket tartalmaz: *a)* nem-mezőgazdasági eredetű anyagok és félkésztermékek; *b)* beruházási jellegű gépek és berendezések; *c)* ipari fogyasztási cikkek; *d)* állati eredetű mezőgazdasági és élelmiszeripari termékek; *e)* növényi eredetű mezőgazdasági termékek. Általában különböznek az egyenletek attól függően is, hogy szocialista vagy nem-szocialista viszonylatú kereskedelemről van-e szó.

A következőkben felsorolom a modell egyenleteit. Az egyes egyenletek kapcsán kitérek a modell megalkotásakor felmerült egyes problémákra.

A számítások alapjául szolgáló idősorok 1960—72. éveket ölelik fel. (A késeltetett változókra ez az időtartam 1959—1971.) *R* jelenti a korrelációs hányadost, *M* a függő változó értékeinek átlagát, *Se* a függő változó becslésének standard hibáját és *DW* a Durbin—Watson hányadost. Az egyes változók együtthatója alatt zárójelben levő szám a megfelelő együtthatónak és a szórásnégyzetének a hányadosa. Ha nincsen másként feltüntetve, minden változó Ft-ban, 1968-as áron van megadva. Mindegyik egy évre jellemző mennyiségeket jelöl és a *t*-edik időpontra vonatkozik, hacsak egy —1 index nem utal a *t*—1-edik évre. Az exogén változók * -gal vannak megjelölve.

$$(1) Y = F + B + K^* + Z^* + EASz + EAT + EGSz + EGT + EFSz + \\ + EFT - IASz - IAT - IGSz - IGT - IFSz - IFT$$

ahol:

- Y* — a nem-élelmiszer ágazatokban keletkezett hozzáadott érték
F — lakossági és közületi nem-élelmiszer fogyasztás
B — nem-mezőgazdasági eredetű és nem-készletjellegű felhalmozás
*K** — nem-mezőgazdasági eredetű készletfelhalmozás
*Z** — az élelmiszer- és nem-élelmiszer ágazatok közötti nettó termékáramlás + a külkereskedelmi és a nemzeti jövedelem statisztikák adatbázisának eltéréseiből fakadó különbözet
EASz — nem-mezőgazdasági eredetű anyagok és félkésztermékek szocialista exportja
EAT — nem-mezőgazdasági eredetű anyagok és félkésztermékek tőkés exportja
EGSz — beruházási javak szocialista exportja
EGT — beruházási javak tőkés exportja
EFSz — nem-mezőgazdasági fogyasztási cikkek szocialista exportja
EFT — nem-mezőgazdasági fogyasztási cikkek tőkés exportja
IASz — nem-mezőgazdasági eredetű anyagok és félkésztermékek szocialista importja
IAT — nem-mezőgazdasági eredetű anyagok és félkésztermékek tőkés importja
IGSz — beruházási javak szocialista importja
IGT — beruházási javak tőkés importja
IFSz — nem-mezőgazdasági fogyasztási cikkek szocialista importja
IFT — nem-mezőgazdasági fogyasztási cikkek tőkés importja

Az egyenlet azt az azonosságot fejezi ki, hogy (az élelmiszergazdaságot kizárva) a népgazdaságban létrejött hozzáadott érték egyenlő az összes felhasználás (belföldi beruházási és fogyasztási, valamint külföldi) és az import különbségével. Az élelmiszer- és a nem-élelmiszer-ágazatok közötti termékáramlások egyenlegét és a készletfelhalmozás változóját exogénnek tekintjük.

Ha a modell valamilyen változatát a későbbiekben gazdasági előrejelzésre akarjuk felhasználni, a modellben exogénnek tekintett változók értékeit valamilyen modellen kívüli módszerrel kell becsülnünk. Hogyan becsülhetjük meg az említett két változót? Az előbbi a tapasztalatok szerint meglehetősen egyenletesen alakul: az évek során egyre nőnek a nem-élelmiszer ágazatból az élelmiszerágazatokba irányuló szállítások az ellenkező irányú termékmozgásokkal szemben. A készletfelhalmozás azonban, mint az alábbi ábrából látható, igen nagy ingadozásokat mutat.

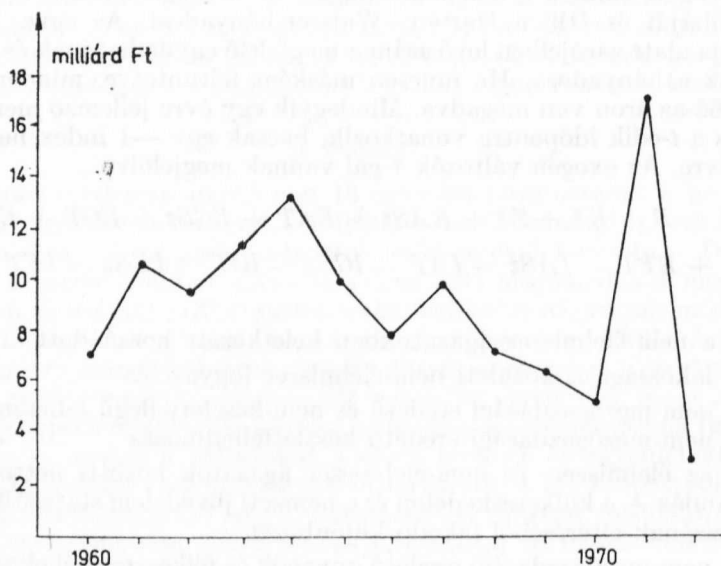


Fig. 1

Valószínűleg nem lehetne minden egyes év készletfelhalmozásának ingadozásait csak egy vagy néhány tényezővel megmagyarázni. Az ilyen adatoknál valószínűleg nagy szerepe van a statisztika pontatlanságának is. A gazdaságpolitikailag jellegzetes 1965, 1971, 1972. évek készletfelhalmozásának alakulása mégis azt a gondolatot sugallja, hogy döntő szerepe közvetve a gazdaságpolitikának van; az 1965-ös és 1972-es készletfelhalmozás csökkenésnek a tőkés import erőteljes visszafogása, az 1971-es növekedésnek az import-„liberalizálás” lehet az oka. Ez a gondolat természetesen feltételezi, hogy a készletek változásában döntő szerepe van az importtermékeknek: a vállalatok elsősorban a legbizonytalanabb tőkés importtermékekből vagy tőkés importot tartalmazó termékekből törekszenek készletek felhalmozására. Amikor tehát az importlehetőségek csökkennek, csökken a vállalatok készletfelhalmozása is. Az import és a készletek alakulásának ilyen összefüggését igazolja majd a tőkés anyagimportra vonatkozó (6) egyenlet is.

Az elmondottak alapján tehát a készletfelhalmozás tekinthető a gazdaságpolitikát jelző változónak, melynek becslése csak a modellen kívül szerzett információ alapján alapulhat.

$$(2) \quad F\ddot{O} = c + 0,70 \cdot Y \\ (58,3)$$

$$M = 184465 \quad Se = 2059 \quad DW = 1,58 \quad R = 0,998$$

$$(3) \quad F = c + 0,79 \cdot F\ddot{O} \\ (48,2)$$

$$M = 123341 \quad Se = 1969 \quad DW = 2,38 \quad R = 0,998$$

ahol

$F\ddot{O}$ — lakossági és közületi fogyasztás.

c — konstans

Az össz fogyasztás függvénye a nem-élelmiszergazdaság hozzáadott értékének, a nem-mezőgazdasági fogyasztás pedig függvénye az összes fogyasztásnak. E két egyenlet kétségtelenül igen leegyszerűsíti a gazdasági folyamatok közötti összefüggéseket. Nyilvánvaló, hogy a fogyasztás nem közvetlenül a hozzáadott értéktől, hanem a személyi jövedelemtől és a társadalmi fogyasztásra szánt összegtől függ. Ez utóbbiak nem függetlenek a hozzáadott értéktől, de nagyságukat a gazdaságpolitika is befolyásolja. E modellben azonban a hangsúly a külkereskedelmet meghatározó tényezőkön van, így a gazdaságnak ez a területe csak elnagyoltan, a modell teljessége kedvéért szerepel.

$$(4) \quad B = c + 1,07 \cdot B^{-1} + 326,1 \cdot MT_{-1}^* - 6728 \cdot D1482^* \\ (36,2) \quad (4,10) \quad (4,80)$$

$$M = 66116 \quad Se = 2130 \quad DW = 2,24 \quad R = 0,996$$

ahol

MT_{-1}^* — a nem-szocialista export az import %-ában folyóáron, a $(t - 1)$ -edik évben

$D1482^*$ — minőségi változó, értéke 1961, 1964, 1968, 1972-ben 1, a többi években 0.

A beruházások volumene függvénye az előző évi beruházásnak, a tőkés kereskedelmi mérleg előző évi egyenlegének és egy minőségi változónak, amelynek értéke 1 azokban az években, amelyekben szigorú intézkedésekkel korlátozták a beruházásokat (új beruházások elkezdésének elhalasztása, stb.) és 0 a többi évben.

Az egyenlet specifikációja a jó illeszkedés ellenére sem nevezhető kielégítőnek. Ismert tény, hogy a beruházások volumenének kialakulásában szerepe van a tőkés külkereskedelmi mérlegnek: kedvező mérleg a beruházási kereslet élénkítését teszi lehetővé, kedvezőtlen mérleg restriktív gazdaságpolitikát eredményez. A mérleg hatása azonban nem érvényesül olyan szabályszerű éves késéssel, hogy az említett minőségi változók nélkül magyarázhatóak lennének egyes évek beruházásainak megtorpanásai. Elméletileg problematikus az egyenletben tükröződő olyan feltételezés is, hogy a beruházások függetlenek a népgazdaságban keletkező jövedelemtől. A hozzáadott érték szerepeltetésétől

mégis el kellett tekintenem, mert az előzetes számítások során hatása nem mutatkozott szignifikánsnak.

$$(5) \quad IASz = c + 0,17 \cdot Y + 0,11 \cdot K^* \\ (36,4) \quad (1,94)$$

$$M = 21840 \quad Se = 769 \quad DW = 1,66 \quad R = 0,996$$

Az anyagok és félkésztermékek szocialista importja az egyenlet szerint a nem-élelmiszer ágazatokban keletkezett hozzáadott értéktől és a készletfelhalmozástól függ. Ismert, hogy hosszabb távon a szocialista anyagimport a hosszú lejáratú szerződésektől függ. A szerződések tartalma pedig többek között a többi termékcsoportban megvalósuló exportnak és importnak is függvénye. Rövid távon azonban feltehető, hogy azokban az években, amikor a termelés vagy a készletek felhalmozásának üteme viszonylag gyorsabb, a megnövekvő kereslet viszonylag nagyobb importot indukál a hosszú távon adott kereteken belül.

$$(6) \quad IAT = c + 0,09 \cdot Y + 0,16 \cdot K^* + 1447 \cdot T8 - 72^* \\ (8,25) \quad (2,67) \quad (4,74)$$

$$M = 14391 \quad Se = 761 \quad DW = 2,38 \quad R = 0,995$$

ahol

$T8-72$ — mesterséges változó, melynek értéke 1968-tól 1972-ig a természetes számok 1-től 5-ig, a többi években 0.

Az egyenlet szerint az anyagok és féltermékek nem-szocialista importja részben a termelés technológiailag meghatározott szükségleteit fedezi, részben készletként halmozódik fel.

A tapasztalatok szerint 1968 óta meggyorsult a termelés tőkés importigényességének növekedési üteme. E tény magyarázható a vállalatok megnőtt igényeivel a korszerű tőkés félgyártmányok és vegyitermékek iránt. E tényezőt olyan mesterséges változó segítségével vettem figyelembe, melynek értéke 1967-ig 0, 1968-tól pedig egy növekvő számsorozat értékeit veszi fel.

Az egyenlet jól igazolja a készletek és az import közötti összefüggést. A készletfelhalmozás együttthatója nem egyezik meg a statisztikailag kimutatható, közvetlenül tőkés importból származó anyagkészletek arányával, (ezek mennyisége a statisztika szerint gyakorlatilag 0.). Az együtttható, amely azt fejezi ki, hogy 1 Ft készletfelhalmozás 0,16 Ft tőkés importtal jár, nyilván tükrözi a belöldi előállítású termékek tőkés importtartalmát is.

$$(7) \quad EASz = c + 0,40 \cdot IASz \\ (12,5)$$

$$M = 9181 \quad Se = 901 \quad DW = 2,33 \quad R = 0,966$$

A szocialista országokba irányuló anyagexport a szocialista anyagimport függvényeként van felírva. E megfogalmazáshoz az a megfontolás vezetett, hogy a hosszútávú kereskedelmi szerződésekben leginkább ez az a tényező, melyhez az anyagexport volumene kötődik. Bár rövid távon az export néhány

ingadozását e változóval nem lehet magyarázni, nem sikerült ennél jobb megoldást találni.

$$(8) \quad EAT = c + 0,08 \cdot Y - 1916 \cdot D81^* \\ (24,4) \quad (-4,49)$$

$$M = 7550 \quad Se = 507 \quad DW = 1,94 \quad R = 0,992$$

ahol

$D 81^*$ — minőségi változó, értéke 1968-ra és 1971-re 1, a többi évekre 0.

A nem-szocialista országokba irányuló anyagexportot jórészt a termelési kapacitások határozzák meg. A modell feltevése szerint a belföldön fel nem használt többlet exportra kerül. A termelést a nem-élelmiszer ágazatok hozzáadott értékének változója reprezentálja az egyenletben, a belföldi kereslet alakulásában pedig két rendkívüli változást vettünk figyelembe egy minőség változó segítségével: az 1968-ban a mechanizmus reform első évében feltételezett nyersanyagfelhalmozást és az 1971-es különlegesen nagy készletfelhalmozást.

$$(9a) \quad IGSz = c + 0,43 \cdot B - 0,11 \cdot Y \\ (2,39) \quad (-1,37)$$

$$M = 11402 \quad Se = 1644 \quad DW = 1,37 \quad R = 0,942$$

$$(9b) \quad IGSz = c + 0,22 \cdot B - 0,05 \cdot Y + 0,40 \cdot K^* + 2,11 \cdot EGT \\ (2,33) \quad (-1,26) \quad (5,8) \quad (3,90)$$

$$M = 11402 \quad Se = 767 \quad DW = 2,13 \quad R = 0,990$$

A szocialista gépipportot magyarázó egyenletnek két változata van. Az első változat szerint a gépipport a beruházásoktól és a hazai termeléstől függ. A második változatban két további változó szerepel: a készletfelhalmozás és a nem-szocialista gépexport. Ez a függvény sokkal jobban közelíti a tényadatokat, ennek ellenére az itt szereplő változók hatása sokkal kevésbé meggyőzően indokolható, mint az előbbi változatban.

A készletfelhalmozás hatása, ha a készleteket gazdaságpolitikát tükröző változónak tekintjük, esetleg magyarázható úgy, hogy a vállalatok beszerzési lehetőségeinek szélesítése vagy szűkítése befolyásolja azok beruházási importját. A nem-szocialista gépexport hatására nőhet a szocialista gépipport, mivel ezek a termékek (csekély) részben helyettesíthetik egymást. A számításból adódó 2,11-es koefficiens azonban ez esetben feltétlenül túlzott, és nyilván valamilyen más ismeretlen közös tényezőnek a hatását tükrözi.

$$(10) \quad IGT = c + 0,06 \cdot B + 0,62 \cdot IGT_{-1} - 1960 \cdot D8^* \\ (3,30) \quad (3,47) \quad (-3,46)$$

$$M = 4513 \quad Se = 482 \quad DW = 2,08 \quad R = 0,986$$

ahol

$D8^*$ — minőségi változó, értéke 1968-ban 1, a többi években 0.

A beruházási javak nem-szocialista importja a beruházásoknak, a tőkés gépipport előző évi értékének és egy minőségi változónak a függvénye, amely

az 1968. év különlegesen alacsony tőkés gépimportját magyarázza. A beruházások és a gépimport kapcsolatához nem szükséges magyarázat. Az előző évi gépimport hatása valószínűleg azt tükrözi, hogy a vállalatok importigényüket az előző évben már engedélyezett import alapján alakítják ki (ez a gyakorlat főleg az 1968 előtti helyzetre lehetett jellemző).

$$(11) \quad EGSz = c + 30,2 \cdot KGSTIG^* + 0,53 \cdot IGSz_{-1} \\ (6,15) \quad (5,51)$$

$$M = 15321 \quad Se = 724 \quad DW = 1,56 \quad R = 0,989$$

ahol

$KGSTIG^*$ — a KGST-országok gépimportjának súlyozott bázis indexsora. A súlyokat az ezekbe az országokba irányuló magyar gépexport képezi.

A beruházási javak szocialista exportja a KGST-országok gépimportjával és a szocialista gépimport előző évi alakulásával magyarázható. Az előbbi változó a KGST-országok beruházási keresletét tükrözi, az utóbbi pedig a partnerországok kereskedelempolitikáját. E politika szerint a partnerek a gépszállítások kölcsönös kiegyenlítésére törekedve csak akkor hajlandók gépvásárlásaikat növelni, ha biztosítva látják saját gépexportjuk növekedését is.

Logikusnak tűnne — és sok külkereskedelmi szakember véleményével egyezne — egy olyan elmélet, miszerint a hazai beruházások elszívó hatásuk révén negatív hatást gyakorolnak a szocialista gépexportra. A számítások azonban nem igazolták ezt a feltevést (a B változó koefficiensének értéke pozitívnak adódott), így a B változó nem szerepel az egyenletben.

$$(12) \quad EGT = c + 14,1 \cdot VIG^* - 417 \cdot D7^* - 766 \cdot D8^* \\ (13,1) \quad (-1,49) \quad (-2,74)$$

$$M = 2069 \quad Se = 268 \quad DW = 2,36 \quad R = 0,976$$

ahol

VIG^* — a magyar nem-szocialista gépexport főbb piaci importjának súlyozott bázis indexsora

$D7^*$ — minőségi változó, értéke 1967-ben 1, a többi években 0.

A beruházási javak nem-szocialista exportja a magyar gépexport főbb piaci összimportjának növekedésétől, mint keresleti tényezőtől, valamint két minőségi változótól függ. Az 1967-es és 1968-as évek rendkívüli körülményeit figyelembe véve az egyik minőségi változó értéke 1967-ben, a másik 1968-ban 1-gyel egyenlő, a többi években 0.

$$(13) \quad IFSz = c - 307 \cdot D1452^* + 509 \cdot D770^* + 0,96 \cdot IFSz_{-1} + 0,09 \cdot F$$

$$M = 3845 \quad Se = 324 \quad DW = 1,98 \quad R = 0,992$$

ahol

$D 1452^*$ — minőségi változó, értéke 1961, 1964, 1965, 1972-ben 1, a többi években 0

$D 770^*$ — minőségi változó, értéke 1967-ben és 1970-ben 1, a többi években 0.

A fogyasztási cikkek szocialista importját lényegében a szocialista kereskedelmi mérleghelyzet határozza meg. Nagyobb aktívum növelőleg, passzívum csökkentőleg hat az importra. E tényezőt két minőségi változó tükrözi. Az egyiknek az értéke azokban az években egy, amikor a két megelőző évben az összes szocialista export kisebb, mint az import 95 százaléka. A másik változó értéke akkor 1, amikor a két megelőző évben az export több mint 5 százalékkal meghaladta az importot. A többi években e változók értéke 0. A szocialista fogyasztási cikkimport késleltetett változója arra mutat, hogy e termékcsoportban az import volumenének meghatározásában döntő szerepe van annak, hogy az előző évben mekkora volt a forgalom. A nem-élelmiszer fogyasztás növekménye, mint magyarázó változó, az életszínvonalpolitikának az importra gyakorolt hatását tükrözi.

$$(14) \quad IFT = c + 0,03 \cdot F - 622 \cdot D8 \\ (14,6) \quad \quad \quad (-2,75)$$

$$M = 1240 \quad Se = 216 \quad DW = 1,86 \quad R = 0,977$$

A fogyasztási cikkek nem-szocialista importja a nem-élelmiszer fogyasztás növekedésével, valamint az új mechanizmus első évének hatását figyelembevevő minőségi változóval magyarázható. E termékcsoport forgalmára rövidtávú kereskedelmi-mérleg-megfontolások hatása nem volt kimutatható.

$$(15) \quad EFSz = c + 61,2 \cdot KGSTIF^* - 0,09 \cdot \Delta F \\ (19,2) \quad \quad \quad (-1,83)$$

$$M = 9416 \quad Se = 763 \quad DW = 1,79 \quad R = 0,988$$

A fogyasztási cikkek szocialista exportja a KGST-országok összkeresletétől és a belföldi fogyasztás alakulásától függ. A kereslet alakulását a KGST-országok összes fogyasztási cikk importjának olyan súlyozott indexsorával jelöltük, ahol a magyar fogyasztási cikk export adta a súlyokat. A belföldi fogyasztás növekménye, áruelszívó hatása folytán, mint az exportot csökkentő változó szerepel.

$$(16) \quad EFT = c + 1,06 \cdot EFT_{-1} - 509 \cdot D89^* - 0,04 \cdot F \\ (24,6) \quad \quad \quad (-2,60) \quad \quad \quad (-2,62)$$

$$M = 5368 \quad Se = 227 \quad DW = 2,14 \quad R = 0,994$$

ahol

$D 89^*$ — minőségi változó, értéke 1968-ra és 1969-re 1, a többi években 0.

A nem-szocialista fogyasztási cikk exportot magyarázó első két változó a termelés hatását tükrözi. A késleltetett változó az export állandó egyenletes növekedésének tendenciáját jelzi, míg a minőségi változó az új mechanizmus első két évének hatását tükrözi. A hazai fogyasztás növekménye jelzi a belföldi kereslet exportcsökkentő hatását.

$$(17) \quad E-IN = c + 0,46 \cdot XG^*_{-1} + 0,10 \cdot XN^* - 0,17 \cdot X\Delta L^* \\ (6,63) \quad \quad \quad (1,36) \quad \quad \quad (-3,35)$$

$$M = -81 \quad Se = 536 \quad DW = 2,60 \quad R = 0,926$$

ahol

- E-IN* — növényi eredetű mezőgazdasági termékek összes exportjának és importjának különbsége
XG₋₁* — gabonatermelés bruttó értéke a $(t - 1)$ -edik évben
*XN** — nem-gabonajellegű növénytermelés értéke
*XÁL** — állattenyésztés bruttó értéke

Az összes (szocialista + tőkés) növényi eredetű mezőgazdasági export és import egyenlege az előző évi gabonatermeléstől, az egyéb növények azévi termelésétől és az állattenyésztés volumenétől, mint takarmányfogyasztó (és így exportcsökkentő) tényezőtől függ.

Az eddigi termékcsoportokkal ellentétben itt nem különböztettük meg a szocialista és tőkés forgalmat. Mivel a rendelkezésre álló adatok szocialista exportként tartalmazták a nem-bilaterális keretek között lebonyolódó forgalmat is, félrevezető lett volna a forgalom szocialista és nem-szocialista felosztása.

Az export és az import különválasztására sem volt lehetőség az időnként nagyvolumenű ún. lecserélési ügyletek miatt, melyek külön-külön meg nem magyarázható nagyarányú növekedést okoznak mind az export-, mind az importforgalomban.

$$(18) \quad E-I\dot{A}L = c + 0,48 \cdot X\dot{A}L^{*-1} \quad (11,4)$$

$$M = 5929 \quad Se = 662 \quad DW = 2,28 \quad R = 0,960$$

ahol

E-I\dot{A}L — állati eredetű mezőgazdasági és élelmiszeripari termékek összes exportjának és importjának különbsége.

Az állati eredetű mezőgazdasági és élelmiszeripari termékek összes exportjának és importjának egyenlege az állattenyésztés előző évi volumenétől függ. A szocialista és nem-szocialista, valamint az export- és importforgalom megkülönböztetésére az előbbi egyenletnél felmerült indokok alapján itt sem volt lehetőség.

A növényi eredetű termékeket feldolgozó élelmiszeripar exportjára és importjára felállított egyenletekben megkísértem a forgalmat a külföldi kereslet és a belföldi fogyasztás függvényében felírni. Az így kapott eredmények azonban nem voltak kielégítőek és így nem közlöm őket. Valószínűnek látszik, hogy jobb eredményeket csak a modell olyan továbbfejlesztésével kapnánk, mely a termelés alakulását is figyelembe venné.

$$(19) \quad \Delta F = F - F_{-1}$$

Az azonosság a fogyasztás növekményének definiálására szolgál.

Értékelés

Mint a bevezetőben említettem, a modell kísérleti jellegű, amelynek a célja időben viszonylag stabil összefüggések keresése a magyar külkereskedelemben. Megállapítottuk, hogy az összefüggések leírhatók sztochasztikus egyenletek segítségével, bár az eredmények nem egyértelműen megnyugtatóak. A sok minőségi változó szerepeltetése arra utal, hogy sokszor kénytelenek vagyunk

egy-két év jelenségeit mintegy kiemelni a feltárt törvényszerűségek hatálya alól. Ez azt bizonyítja, hogy viszonylag nagy szerepük van előre nem látható eseményeknek, vagy egyszeri, azonos formában többé elő nem forduló tényezőknek. Mindezek a jelenségek korlátozzák az ökonometriai eredmények felhasználhatóságát, de nem jelentik azt, hogy a modell eredményei kétségsbe vonnák a módszer használatának jogosultságát a népgazdaság e területének további kutatása során.

A feltárt összefüggések segíthetik a népgazdaság, illetve a külkereskedelmi ágazat működésének jobb megértését, de a modell maga jelenlegi formájában semmiképpen sem használható közvetlenül gazdaságpolitikai következtetések levonására. Nem várható például, hogy kizárólag az egyenletekbe foglalt számszerű összefüggések alapján megbízható prognózisokat készítsünk. A kutatás további feladata a modell olyan fejlesztése, hogy az a gazdasági jelenségek közötti kapcsolatok elemzésén túlmenően minél inkább közvetlen gyakorlati célokra is alkalmas legyen. Véleményem szerint ez a cél elsősorban a belföldi kapcsolatok alaposabb feltárása révén valósulhat meg. A modell bonyolultabb változatában elképzelésem szerint az ágazatok szerinti termelés és beruházás, valamint a jövedelmek és a fogyasztás alakulásának magyarázata szerepel majd részletesebben. E modellben előreláthatóan nagyobb szerepet kapnak majd a tervezés által meghatározott értékű változók is.

(Beérkezett: 1973. december 4.)

IRODALOM

1. BARCZAK, A. — PAWŁOWSKI, Z.: Model ekonometriczny gospodarski Polski ludowej, PWN, Warszawa, 1968.
2. BRUNDY, J. M. — JERGENSON, D. W.: Efficient Estimation of Simultaneous Equations by Instrumental Variables. The Review of Economics and Statistics, 1971 augusztus, pp. 207 — 224.
3. GERGELY, K. — KOLEK, J. — ORSÁGOVÁ, J. — SUJAN, I. — TRAC, M.: Dinamický prognostický model ekonomiky CSSR, Vyskumna proca VVS (OSN), Bratislava, 1972.
4. HALABUK L. — HULYÁK K. — NYÁRY Zs. — VITHALM Z.: Az M-2 modell: becslés és struktúra. Budapest, 1970. Központi Statisztikai Hivatal.
5. JEMELJANOV, A. Sz. — KUSNYIRSZKIJ, F. I.: Ekonometriczeszkaja model razvitija narodnogo hozajsztovo Ukrainzskoj SzSzR. Kiev, 1972.
6. MACIEJEWSKI, W.: Ekonometryczny model gospodarski Polski KP-1. Centrum Obliczeniowe Komisji Planowania, Warszawa, 1972.
7. ORMÓS Zs.: A magyar népgazdaság makroökonómiai modellje: Budapest, 1971. Gazdaságkutató Intézet.
8. Theil, H.: Principles of Econometrics. Amsterdam, 1971. North-Holland Publishing Company.

THE ANALYSIS OF THE HUNGARIAN FOREIGN TRADE USING ECONOMETRIC METHOD

The paper gives account of some preliminary results of a major research. On the basis of 13 yearly observations it sets up 14 regression equations for socialist and non-socialist exports and imports of some commodity groups. Consumption and investment are explained in three equations and an identity expresses the equality of the inputs and outputs of the non-agricultural sector.

The experiences of the calculations show the existence of stochastic relationships in the Hungarian foreign trade sector, but the numerous dummy variables in the equations indicate the important role of non recurring political and external factors. Nevertheless, the difficulties in this area of research do not render the usefulness of the method questionable.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕНГЕРСКОЙ ВНЕШНЕЙ ТОРГОВЛИ
МЕТОДОМ ЭКОНОМЕТРИИ

В данной статье дается отчет о некоторых предварительных результатах одного более широкого исследования.

На основе 13-летних временных рядов составляется 14 уравнений регрессии для социалистического и капиталистического экспорта и импорта по некоторым группам товаров. В трех уравнениях регрессии объясняется формирование потребления и капиталовложения, и одно тождество выражает совпадение выпуска и потребления несельскохозяйственного сектора.

По опытам расчетов видно, что во внешней торговле существуют взаимоотношения, описываемые стохастическими функциями, но наличие в уравнениях многих качественных переменных показывает, что большую роль играют разовые, в одной и той же форме не повторяющиеся экономико-политические или внешние факторы. Однако эти трудности не подвергают сомнению правомочие применения метода в этой области исследования.

Egyensúlyi rendszerek II.

2.1. A lánc és bejárhatósági tartomány fogalmának általánosítása*

Legyen $1 \leq r \leq n$ és legyen $x, y \in \Sigma$. Ha az x és y legfeljebb r számú komponensben különbözik egymástól, akkor azt mondjuk, hogy az x és az y legalább $n-r$ -ed rendben összehasonlítható. Ha a különböző kompoensek indexei rendre $i_1, i_2, \dots, i_r$ akkor azt a továbbiakban az

$$x \xrightarrow{(i_1, \dots, i_r)} y$$

módon jelöljük. (Világos, hogy egy vektor önmagával akármilyen rendben összehasonlítható, valamint a reláció megfordítható, de nem tranzitív.)

$$\text{Ha } x \xrightarrow{(i_1, \dots, i_r)} y \text{ és } y_{i_j} \in \Phi_{i_j}(x) \quad (j = 1, 2, \dots, r),$$

akkor az y -t az x -ből r -ed rendben elérhetőnek nevezzük és az

$$x \xrightarrow{(i_1, \dots, i_r)} y$$

szimbólummal jelöljük.

Világos, hogy a reláció nem megfordítható és nem tranzitív, továbbá, ha $x \in L$ és $x \xrightarrow{(i_1, \dots, i_r)} y$, akkor az $y \in L$ következik.

Legyen adott a Σ elemeinek egy

$$x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$$

véges vagy végtelen sorozata. Az $\{x_n\}$ sorozatot r -ed rendű láncnak nevezzük, ha a sorozat bármelyik tagja az előtte levőből r -ed rendben elérhető. A sorozat jelölésére ebben az esetben az

$$\mathcal{L}^{(r)} = \{x_n\}$$

szimbólumot használjuk.

Ha y tagja egy, az x -ből kiinduló $\mathcal{L}^{(r)}$ láncnak, akkor azt mondjuk, hogy az y az x -ből r -ed rendű láncsal elérhető, és ezt a ténnyt az

$$x \xrightarrow{\mathcal{L}^{(r)}} y$$

módon jelöljük.

Világos, hogy a bevezetett reláció nem megfordítható, de tranzitív, továbbá, ha $x \in L$ és $x \xrightarrow{\mathcal{L}^{(r)}} y$, akkor $y \in L$.

* A cikk első részét 1973 évi 4. számunkban közöltük.

Ezek után rátérünk a monotonitás fogalmának általánosítására. Legyen $x, y \in \Sigma$ és $x \xrightarrow{(i_1, i_2, \dots, i_r)} y$. Ha

$$\sum_{j=1}^r F_{i_j}(x) - \sum_{j=1}^r K_{i_j}(x, y) \leq \sum_{j=1}^r F_{i_j}(y) - \sum_{j=1}^r C_{i_j}(x, y),$$

akkor azt mondjuk, hogy y az x -nek $(i_1, \dots, i_r)$ -ben egy javítása. Ha pedig

$$\sum_{j=1}^r F_{i_j}(x) - \sum_{j=1}^r K_{i_j}(x, y) < \sum_{j=1}^r F_{i_j}(y) - \sum_{j=1}^r C_{i_j}(x, y),$$

akkor az y -t az x egy szigorú javításának nevezzük $(i_1, \dots, i_r)$ -ben.

Ezeket a tényeket a továbbiakban az

$$x \stackrel{(i_1, \dots, i_r)}{\leq} y$$

és az

$$x \stackrel{(i_1, \dots, i_r)}{<} y$$

módon jelöljük.

Legyen az $\{x_n\}$ a Σ elemeinek egy r -ed rendű lánc. Ha a lánc minden tagja az előtte levőnek (a megfelelő indexekben) javítása ill. szigorú javítása, akkor a láncot *monotonnak* ill. *szigorúan monotonnak* nevezzük.

Egy $x \in \Sigma$ pontra $\tau_{\leq}^{(r)}(x)$ jelölje az x -ből r -ed rendű monoton láncsal elérhető elemek összességét. Hasonlóan $\tau_{<}^{(r)}(x)$ jelölje az x -ből szigorúan monoton r -ed rendű láncsal elérhető elemek összességét. A $\tau_{\leq}^{(r)}(x)$ -et az x r -ed rendű bejárhatósági, a $\tau_{<}^{(r)}(x)$ -et az x r -ed rendű szigorú bejárhatósági tartományának nevezzük.

A $\tau_{\leq}^{(r)}(x)$ és a $\tau_{<}^{(r)}(x)$ bejárhatósági tartományokat valódi i -eknek nevezzük, ha a Σ valódi részhalmazai. A korábbiak szerint, ha $x \in L$, akkor

$$\tau_{\leq}^{(r)}(x), \tau_{<}^{(r)}(x) \subset L.$$

Továbbá minden $x \in \Sigma$ -ra $\tau_{<}^{(r)}(x) \subset \tau_{\leq}^{(r)}(x)$, valamint ha $y \in \tau_{\leq}^{(r)}(x)$, akkor $\tau_{\leq}^{(r)}(y) \subset \tau_{\leq}^{(r)}(x)$, hasonlóan ha $z \in \tau_{<}^{(r)}(x)$, akkor $\tau_{<}^{(r)}(z) \subset \tau_{<}^{(r)}(x)$.

2.2 Az egyensúlypont, stabilitási halmaz, egyensúlyhalmaz fogalmának általánosítása

A korábbiak segítségével megfogalmazhatjuk a játékelméletből ismert (Nash-féle) egyensúlypont fogalmának általánosítását.

Egy $x^{*(r)} \in L$ pontot az S rendszer r -ed rendű egyensúlypontjának nevezzük, ha a szigorú bejárhatósági tartománya az üres halmaz.

Ez tehát azt jelenti, hogy bármelyik $x^{*(r)} \in L$ pont az S rendszer egy r -ed rendű egyensúlypontja, ha

$$\sum_{j=1}^r F_{i_j}(x^{*(r)}) - \sum_{j=1}^r K_{i_j}(x^{*(r)}, y) \geq \sum_{j=1}^r F_{i_j}(y) - \sum_{j=1}^r C_{i_j}(x^{*(r)}, y),$$

bármilyen $i_1, \dots, i_r$ index r -esre miközben $y_{i_j} \in \Phi_{i_j}(x^{*(r)})$, $j = 1, \dots, r$.

Világos, hogy az $r = 1$ esetben a játékelmélethez ismert egyensúlypontot kapjuk vissza.

A stabilitási halmaz fogalmát is hasonlóan általánosíthatjuk. Egy $H_{\leq}^{(r)}$ halmazt az S rendszer egy r -edrendű *stabilitási halmazának* nevezzük, ha minden $x \in H_{\leq}^{(r)}$ -ra

$$[\tau_{\leq}^{(r)}(x)] = H_{\leq}^{(r)},$$

továbbá egy $H_{<}^{(r)}$ halmazt az S rendszer r -ed *rendű szigorú stabilitási halmazának* nevezzük, ha minden $x \in H_{<}^{(r)}$ -re

$$[\tau_{<}^{(r)}(x)] = H_{<}^{(r)}.$$

Végül általánosítjuk az egyensúlyhalmaz fogalmát is. Egy $H_{\leq}^{*(r)} \subset L$ halmazt az S rendszer egy r -ed *rendű egyensúlyhalmazának* nevezzük, ha minden $x \in H_{\leq}^{*(r)}$ -re

$$\tau_{\leq}^{(r)}(x) = H_{\leq}^{*(r)}.$$

Ha egy $H_{<}^{*(r)} \subset L$ halmaz esetén minden $x \in H_{<}^{*(r)}$ -re

$$\tau_{<}^{(r)}(x) = H_{<}^{*(r)},$$

akkor a $H_{\leq}^{*(r)}$ halmazt az S rendszer egy *szigorú egyensúlyhalmazának* nevezzük.

A $H_{\leq}^{(r)}$, $H_{<}^{(r)}$, $H_{\leq}^{*(r)}$, $H_{<}^{*(r)}$ halmazokat *valódi*-nak nevezzük, ha a Σ ill. az L valódi részhalmazai.

A definíciókból következnek, hogy ha $x^{*(r_1)}$ és $x^{*(r_2)}$ az S rendszer egyensúlypontjai és $r_1 \leq r_2$, akkor $x^{*(r_1)}$ az S -nek egyben egy r_1 -ed rendű egyensúlypontja is, és ugyanezt elmondhatjuk a stabilitási, valamint az egyensúlyhalmazokról is.

Érvényes tehát a következő

5. T É T E L

Ha $H_{\leq}^{(r_1)}$, $H_{<}^{(r_1)}$, $H_{\leq}^{*(r_1)}$, $H_{<}^{*(r_1)}$ továbbá $H_{\leq}^{(r_2)}$, $H_{<}^{(r_2)}$, $H_{\leq}^{*(r_2)}$, $H_{<}^{*(r_2)}$ a rendszer r_1 ill. r_2 rendű stabilitási ill. egyensúlyhalmazai és $r_1 < r_2$ akkor

$$H_{\leq}^{(r_1)} \supseteq H_{\leq}^{(r_2)}, \quad H_{<}^{(r_1)} \supseteq H_{<}^{(r_2)}, \quad H_{\leq}^{*(r_1)} \supseteq H_{\leq}^{*(r_2)}, \quad H_{<}^{*(r_1)} \supseteq H_{<}^{*(r_2)}.$$

2.3. Az r -ed rendű egyensúlypont és egyensúlyhalmaz „egyensúly” tulajdonsága

Megemlítjük, hogy egy r -ed rendű egyensúlypont (mint egyetlen elemből álló halmaz)-egyben egyensúlyhalmaz is, valamint hasonlóan a korábbiakhoz, most is igaz, hogy ha az r -ed rendű egyensúly és szigorú egyensúly halmazok zártak, akkor azok egyben stabilitási ill. szigorú stabilitási halmazok is. Továbbá minimális tulajdonságúak abban az értelemben, hogy nincs hasonló tulajdonságú valódi részhalmazuk. Ezen kívül az r -ed rendű stabilitási és egyensúlyhalmazoknak megvan az a tulajdonságuk is, hogy a különbözőek egyben diszjunktak is.

Ezek után megvizsgáljuk az egyensúlypont „egyensúly” tulajdonságát.

Ha egy S rendszer már egy

$$x^{*(r)} = (x_1^{*(r)}, x_2^{*(r)}, \dots, x_n^{*(r)})$$

egyensúlypontba jutott, ez azzal a következménnyel jár, hogy egyetlen olyan „kimozdulási kísérlet” sem „kifizetődő” a kimozdulni kívánók összességére nézve, mely kimozdulási kísérletben nem több mint r számú résztvevő szerepel. Ugyanis minden ilyen, legfeljebb r tagot számláló csoport kimozdulása esetén a preferenciafüggvényeik összege csak csökkenhet illetve nem nőhet. Vagy másképpen fogalmazva, ha x^* egy ilyen egyensúlypont és az S rendszernek legalább $n-r$ tagja már ebbe az állapotba jutott, akkor a kimaradók egészére nézve célszerű, hogy ők is idejussanak, mert minden más esetben együttesen csak „rosszabbul járhatnak.”

Világos, hogy az egyensúlyi helyzetnek megfelelő „stabilitás” annál erősebb, minél nagyobb az r . Fontos lesz a két szélső esetnek megfelelő $r = 1$ és $r = n$ eset. Az $r = 1$ eset a játékelmélethez ismert közönséges egyensúlypontnak felel meg, míg az $r = n$ esetben az egyensúlypont a preferenciafüggvények összegének egy totális maximumát jelenti.

Lényegében ugyanezeket mondhatjuk el az egyensúlyhalmazokról is. Ha ugyanis az S rendszer egy

$$H^{*(r)} = \{H_1^{*(r)}, H_2^{*(r)}, \dots, H_n^{*(r)}\}$$

egyensúlyhalmazba jutott, akkor egy legfeljebb r tagot számláló

$$S_{i_1}, S_{i_2}, \dots, S_{i_k} \quad (k \leq r)$$

csoport „mozgása” csak a

$$H_{i_1}^{*(r)}, H_{i_2}^{*(r)}, \dots, H_{i_n}^{*(r)}$$

halmazokon belül „kifizetődő”.

2.4. Az r -ed rendű stabilitási halmaz létezésének a kérdése

Bevezetünk egy definíciót. Legyen $x \stackrel{(i_1, \dots, i_r)}{\leq} y$. Ha az x, y párhoz és az $i_1, \dots, i_r$ indexekhez léteznek olyan valós változós folytonos $t \rightarrow x_{ij}(t)$ ($t \in [\alpha, \beta]$; $x_{ij}(t) \in \Sigma_{i_j}$; $j = 1, 2, \dots, r$) függvények, hogy

$$x_{ij}(\alpha) = x_{ij}$$

$$x_{ij}(\beta) = y_{ij} \quad (j = 1, 2, \dots, r),$$

és valahányszor $\alpha < t_1 < t_2 < \beta$, mindannyiszor

$$x(t_1) \stackrel{(i_1, \dots, i_r)}{\leq} x(t_2),$$

ahol $x(t)$ -vel azt a vektort jelöljük, ahol az $i_1, \dots, i_r$ komponensek helyén az $x_{i_1}(t), \dots, x_{i_r}(t)$ szerepel, akkor azt mondjuk, hogy az y az x -ből r -ed rendű folytonos javítással elérhető, ha pedig

$$x(t_1) \stackrel{(i_1, \dots, i_r)}{<} x(t_2),$$

akkor pedig az y -t az x -ből r -ed rendű folytonos szigorú javítással elérhetőnek nevezzük.

Megállapodunk továbbá még abban, hogy a $\Phi_1, \dots, \Phi_n$ környezetfüggvénye-
ket r -ed rendben egyenletesen összefüggőnek nevezzük, ha valahányszor

$$x \xrightarrow{(i_1, \dots, i_r)} y \text{ és } \varrho(x, y) < \delta,$$

mindannyiszor

$$y_{ij} \in \Phi_{ij}(x) \quad (j = 1, 2, \dots, r).$$

Ezek után hebizonyítjuk a következő segédteételt:

Lemma

Legyenek a $\sum_i$ halmazok korlátosak és zártak, az F_i függvények folytonosak, a C_i, K_i függvények pedig az $x \neq y$ helyeken folytonosak, Φ_i függvények r -ed rendben egyenletesen összefüggők. Ha minden $x \in \Sigma$ -ra annak minden r -ed rendű javítása egyben x -nek r -ed rendű folytonos szigorú javítása is, akkor a $[\tau_{\leq}^{(r)}(x)]$ halmazok minden $x \in \Sigma$ -ra zártak abban az értelemben, hogy minden $y \in [\tau_{\leq}^{(r)}(x)]$ -re $\tau_{\leq}^{(r)}(y) \subset [\tau_{\leq}^{(r)}(x)]$.

Bizonyítás

Legyen $y \in [\tau_{\leq}^{(r)}(x)]$. Meg kell mutatnunk, hogy

$$\tau_{\leq}^{(r)}(y) \subset [\tau_{\leq}^{(r)}(x)].$$

Ha $y \in \tau_{\leq}^{(r)}(x)$, akkor nyilván

$$\tau_{\leq}^{(r)}(y) \subset \tau_{\leq}^{(r)}(x) \subset [\tau_{\leq}^{(r)}(x)],$$

ezért elegendő a bizonyítást arra az esetre elvégezni, amikor y határpontja $\tau_{\leq}^{(r)}(x)$ -nek, és $y \notin \tau_{\leq}^{(r)}(x)$,

A bizonyítást indirekt módon végezzük. Tegyük fel, hogy

$$\tau_{\leq}^{(r)}(y) \not\subset [\tau_{\leq}^{(r)}(x)],$$

azaz van olyan $y^* \in \tau_{\leq}^{(r)}(y)$, hogy $y^* \notin [\tau_{\leq}^{(r)}(x)]$.

A feltevés szerint az y^* az y -ből r -ed rendű szigorúan monoton láncsal elérhető. Legyen y^* mindjárt a lánc első olyan eleme, amelyik nem tartozik $[\tau_{\leq}^{(r)}(x)]$ -hez, és legyen továbbá

$$y \quad < \quad y_1 \quad < \quad \dots \quad < \quad y_k$$

$(i_1^{(1)}, \dots, i_r^{(1)}) \quad (i_1^{(2)}, \dots, i_r^{(2)}) \quad (i_1^{(k)}, \dots, i_r^{(k)})$

ahol y_k az y^* -ot a láncban közvetlenül megelőző pont.

Mivel $y^* \notin [\tau_{\leq}^{(r)}(x)]$, ezért szükségképpen

$$y_i \notin \tau(x), \quad (i = 1, 2, \dots, k).$$

Másrészt, mivel a feltevésünk szerint y^* a lánc első olyan eleme, amelyik nem tartozik a $[\tau_{\leq}^{(r)}(x)]$ -be, így az y_i pontok ugyancsak határpontok.

Legyen egyszerűség kedvéért $u = y_k$. Kaptuk tehát, hogy a $\tau_{\leq}^{(r)}(x)$ -nek van olyan u határpontja, ahonnan egy y^* -ed rendű javításra lépve, már kikerülünk $[\tau_{\leq}^{(r)}(x)]$ -ből.

Legyen

$$u \quad < \quad y^*.$$

A feltételekből megmutatjuk, hogy $\tau^{(r)}(x)$ -nek egyben olyan határpontja is létezik, amiből tetszőlegesen közeli olyan r -ed rendű javítás is elérhető, amelyik már szintén nem tartozik a $[\tau^{(r)}(x)]$ -hez.

A feltevésünk szerint y^* egyben folytonos szigorú javítása is u -nak, azaz léteznek olyan

$$t \rightarrow y_{ij}(t), \quad (t \in [\alpha, \beta]; y_{ij}(t) \in \Sigma_{ij}; j = 1, 2, \dots, r).$$

folytonos függvények, hogy

$$\begin{aligned} y_{ij}(\alpha) &= u_{ij}, \\ y_{ij}(\beta) &= y_{ij}^* \quad (j = 1, 2, \dots, r), \end{aligned}$$

és valahányszor $\alpha \leq t_1 < t_2 \leq \beta$, mindannyiszor

$$y(t_1) \stackrel{(i_1, \dots, i_r)}{<} y(t_2).$$

A definíció szerint

$$\begin{aligned} y(\alpha) &= u \in [\tau^{(r)}(x)] \\ y(\beta) &= y^* \notin [\tau^{(r)}(x)]. \end{aligned}$$

Legyen

$$t^* = \sup\{t : t \in [\alpha, \beta] \& y(t) \in [\tau^{(r)}(x)]\},$$

Mivel a $[\tau^{(r)}(x)]$ halmaz zárt és az $y(t)$ a t -nek folytonos függvénye, ezért szükségképpen $y(t^*) \in [\tau^{(r)}(x)]$. Másrészt $y(t^*)$ ugyancsak határpontja a $\tau^{(r)}(x)$ -nek. Az $y(t^*)$ definíciójából következik, hogy minden poz. δ^* -hoz van olyan poz. δ , hogy valahányszor $t > t^*$ és $t - t^* < \delta$, mindannyiszor

$$\varrho(y(t), y(t^*)) < \delta^*$$

és

$$y(t) \notin [\tau^{(r)}(x)].$$

Ezzel megmutattuk, hogy a $\tau^{(r)}(x)$ -nek valóban létezik olyan határpontja, amely nem tartozik a $\tau^{(r)}(x)$ -hez, és amelyből tetszőlegesen közeli r -ed rendű javításra kilépve már kikerülünk a $[\tau^{(r)}(x)]$ -ből. Legyen ezek után $u = y(t^*)$.

A feltevésünk szerint a Φ_i ($i = 1, 2, \dots, n$) környezetfüggvények r -ed rendben egyenletesen összefüggőek, azaz létezik olyan poz. δ , hogy valahányszor

$$x \stackrel{(i_1, \dots, i_r)}{\sim} y \text{ és } \varrho(x, y) < \delta,$$

mindannyiszor

$$y_{ij} \in \Phi_{ij}(x) \quad (j = 1, 2, \dots, r).$$

A korábbiak szerint van a $\tau^{(r)}(x)$ -nek olyan u határpontja, amelyhez van olyan z , hogy

$$u \stackrel{(i_1, \dots, i_r)}{\sim} z$$

és $z \notin [\tau^{(r)}(x)]$, valamint $\varrho(u, z) < \frac{\delta}{2}$.

Mivel az u határpontja a $\tau_{\leq}^{(r)}(x)$ -nek, ezért van a $\tau_{\leq}^{(r)}(x)$ -elemeinek egy olyan $u^{(m)}$ sorozata, amelyik az u -hoz konvergál. Az egyszerűség kedvéért legyen $i_j = j$ ($j = 1, 2, \dots, r$) és vezessük be az alábbi jelöléseket:

$$u = (u_1, u_2, \dots, u_r, u_{r+1}, \dots, u_n)$$

$$z = (z_1, z_2, \dots, z_r, u_{r+1}, \dots, u_n)$$

$$u^{(m)} = (u_1^{(m)}, u_2^{(m)}, \dots, u_r^{(m)}, u_{r+1}^{(m)}, \dots, u_n^{(m)})$$

$$z^{(m)} = (z_1, z_2, \dots, z_r, u_{r+1}^{(m)}, \dots, u_n^{(m)})$$

A definícióból következik, hogy

$$\lim_{m \rightarrow \infty} z^{(m)} = z.$$

Minden elég nagy m -re elvégezhető az alábbi becslés:

$$\varrho(u^{(m)}, z^{(m)}) \leq \varrho(u^{(m)}, u) + \varrho(u, z) < \frac{\delta}{2} + \frac{\delta}{2} = \delta.$$

Másrészt mivel minden m -re

$$u^{(m)} \xrightarrow{(i_1, \dots, i_r)} z^{(m)} \quad (m = 1, 2, \dots)$$

így, kihasználva, hogy a Φ_i -k r -ed rendben egyenletesen összefüggőek, kapjuk, hogy

$$z_i \in \Phi_i(u^{(m)}) \quad (i = 1, 2, \dots, r)$$

azaz minden m -re

$$u_i^{(m)} \xrightarrow{(i_1, \dots, i_r)} z^{(m)} \quad (m = 1, 2, \dots).$$

Ezek után azt is meg fogjuk mutatni, hogy minden elég nagy m -re

$$u^{(m)} \overset{(i_1, \dots, i_r)}{<} z^{(m)}.$$

A korábbiak szerint

$$u \overset{(i_1, \dots, i_r)}{<} z,$$

azaz

$$\sum_{j=1}^r F_{i_j}(u) - \sum_{j=1}^r K_{i_j}(u, z) < \sum_{j=1}^r F_{i_j}(z) - \sum_{j=1}^r C_{i_j}(u, z).$$

Legyen

$$\left[\sum_{j=1}^r F_{i_j}(z) - \sum_{j=1}^r C_{i_j}(u, z) \right] - \left[\sum_{j=1}^r F_{i_j}(u) - \sum_{j=1}^r K_{i_j}(u, z) \right] = \delta_1 > 0.$$

A feltevés szerint az F_i, C_i, K_i ($i = 1, 2, \dots, n$) függvények folytonosak ($x \neq y$), így minden elegendően nagy m -re

$$\left| \sum_{j=1}^r F_{i_j}(z^{(m)}) - \sum_{j=1}^r F_{i_j}(z) \right| < \frac{\delta_1}{5}$$

$$\left| \sum_{j=1}^r C_{i_j}(u^{(m)}, z^{(m)}) - \sum_{j=1}^r C_{i_j}(u, z) \right| < \frac{\delta_1}{5}$$

$$\left| \sum_{j=1}^r F_{i_j}(u^{(m)}) - \sum_{j=1}^r F_{i_j}(u) \right| < \frac{\delta_1}{5}$$

$$\left| \sum_{j=1}^r K_{i_j}(u^{(m)}, z^{(m)}) - \sum_{j=1}^r K_{i_j}(u, z) \right| < \frac{\delta_1}{5}$$

minden $j = 1, 2, \dots, r$ -re.

Ezek után minden elég nagy m -re elvégezhető a következő becslés:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^r F_{i_j}(z^{(m)}) - \sum_{j=1}^r C_{i_j}(u^{(m)}, z^{(m)}) - \left[\sum_{j=1}^r F_{i_j}(u^{(m)}) - \sum_{j=1}^r K_{i_j}(u^{(m)}, z^{(m)}) \right] = \\ &= \sum_{j=1}^r F_{i_j}(z^{(m)}) - \sum_{j=1}^r C_{i_j}(u^{(m)}, z^{(m)}) - \left[\sum_{j=1}^r F_{i_j}(z) - \sum_{j=1}^r C_{i_j}(u, z) \right] + \\ &+ \left[\sum_{j=1}^r F_{i_j}(z) - \sum_{j=1}^r C_{i_j}(u, z) \right] - \left[\sum_{j=1}^r F_{i_j}(u) - \sum_{j=1}^r K_{i_j}(u, z) \right] + \\ &+ \left[\sum_{j=1}^r F_{i_j}(u) - \sum_{j=1}^r K_{i_j}(u, z) \right] - \left[\sum_{j=1}^r F_{i_j}(u^{(m)}) - \sum_{j=1}^r K_{i_j}(u^{(m)}, z^{(m)}) \right] = \\ &= \left[\sum_{j=r}^r F_{i_j}(z^{(m)}) - \sum_{j=1}^r F_{i_j}(z) \right] - \left[\sum_{j=1}^r C_{i_j}(u^{(m)}, z^{(m)}) - \sum_{j=1}^r C_{i_j}(u, z) \right] + \\ &+ \left\{ \left[\sum_{j=1}^r F_{i_j}(z) - \sum_{j=1}^r C_{i_j}(u, z) \right] - \left[\sum_{j=1}^r F_{i_j}(u) - \sum_{j=1}^r K_{i_j}(u, z) \right] \right\} + \\ &+ \left[\sum_{j=1}^r F_{i_j}(u) - \sum_{j=1}^r F_{i_j}(u^{(m)}) \right] - \left[\sum_{j=1}^r K_{i_j}(u, z) - \sum_{j=1}^r K_{i_j}(u^{(m)}, z^{(m)}) \right] > \\ &> -\frac{\delta_1}{5} - \frac{\delta_1}{5} + \delta_1 - \frac{\delta_1}{5} - \frac{\delta_1}{5} = \delta_1 - \frac{4\delta_1}{5} = \frac{\delta_1}{5} > 0. \end{aligned}$$

Ezzel bebizonyítottuk, hogy minden elég nagy m -re

$$u^{(m)} \stackrel{(i_1, \dots, i_r)}{<} z^{(m)},$$

ez pedig azt jelenti, hogy minden elég nagy m -re

$$z^{(m)} \in \tau_{<}^{(r)}(u^{(m)}) \subset \tau_{<}^{(r)}(x) \subset [\tau_{<}^{(r)}(x)].$$

Mivel a $[\tau_{<}^{(r)}(x)]$ zárt halmaz, ezért

$$\lim_{m \rightarrow \infty} z^{(m)} = z \in [\tau_{<}^{(r)}(x)],$$

ami ellentmondás. Ellentmondásra jutván a Lemmát bizonyítottuk.

A Lemma segítségével az r -ed rendű szigorú stabilitási halmazokra egy egzisztenciátételt bizonyítottunk be.

6. T É T E L

Legyen Σ_i megszámlálható bázisú tér részhalmaza és a Σ_i halmazok korlátosak és zártak, az $F_i(x)$, $C_i(x, y)$, $K_i(x, y)$ függvények folytonosak ($x \neq y$), a Φ_i függvények r -ed rendben egyenletesen összefüggők. Ha minden $x \in \Sigma$ -ra annak bármely r -ed rendű javítása egyben x -nek r -ed rendű folytonos szigorú javítása, akkor létezik minden $[\tau^{(r)}(x)]$ -ben az S rendszernek r -ed rendű szigorú stabilitási halmaza.

B i z o n y í t á s

Megmutatjuk, hogy minden $x \in \Sigma$ -ra nézve a $[\tau^{(r)}(x)]$ részhalmazai között szükségképpen van r -ed rendű szigorú stabilitási halmaz.

Legyen $x \in \Sigma$. A Lemma szerint $[\tau^{(r)}(x)]$ zárt az r -ed rendű szigorú javításra nézve. Ha maga a $[\tau^{(r)}(x)]$ nem szigorú stabilitási halmaz, akkor van olyan $x_1 \in [\tau^{(r)}(x)]$, hogy

$$[\tau^{(r)}(x_1)] \subset [\tau^{(r)}(x)] \text{ és } [\tau^{(r)}] \neq [\tau^{(r)}(x)].$$

Ha $[\tau^{(r)}(x_1)]$ nem szigorú stabilitási halmaz, akkor van olyan $x_2 \in [\tau^{(r)}(x_1)]$, hogy

$$[\tau^{(r)}(x_2)] \subset [\tau^{(r)}(x_1)] \subset [\tau^{(r)}(x)] \text{ és } [\tau^{(r)}(x_2)] \neq [\tau^{(r)}(x_1)].$$

Ha véges lépésben ilyen módon nem jutunk el egy szigorú stabilitási halmazhoz, akkor egy szigorúan fogyó

$$[\tau^{(r)}(x)] \supset [\tau^{(r)}(x_1)] \supset [\tau^{(r)}(x_2)] \supset \dots$$

sorozathoz jutunk.

Amennyiben ezek közös része (Kántor-tétele!) nem szigorú stabilitási halmaz, akkor erre újra megismételjük az eljárásunkat. Az így kapott láncra alkalmazva a Baire—Hausdorff-féle tételt kapjuk, hogy egy α indextől kezdve

$$[\tau^{(r)}(x_\alpha)] = [\tau^{(r)}(x_{\alpha+1})] = \dots,$$

ami ellentmondás.

Ellentmondásra jutván a tételt igazoltuk.

2.5 Az r -ed rendű egyensúlyhalmazok létezésének a kérdése

Mivel az 1. fejezetben ismertetett összefüggések az egyensúly és a stabilitási halmazok között érvényben maradnak, így a 6. TÉTEL-ből már következik a szigorú egyensúlyhalmazok létezésére az alábbi

7. T É T E L

Legyenek a Σ_i halmazok korlátosak és zártak az F_i függvény folytonos, a C_i és K_i függvények az $x = y$ helyek kivételével folytonosak, valamint legyenek a Φ_i környezetfüggvények r -ed rendben egyenletesen összefüggők. Ha a K_i függvények a Σ halmazon $\varepsilon(x) > 0$ ($x \in \Sigma$) pontosságúak és minden $x \in \Sigma$ -ra annak minden r -ed rendű szigorú javítása egyben r -ed rendű folytonos szigorú javítása is, akkor létezik az S -rendszernek r -ed rendű szigorú egyensúlyhalmaza.

2.6 Az ellenstabilitási és ellenegyensúlyhalmazok értelmezése

Az I. részben és a II. 2.1-ben bevezetett 1. rendű ill. r -edrendű $\tau_{\leq}^{(r)}(x)$, $\tau_{\leq}^{(r)}(x)$ bejárhatósági tartományok mintájára megfogalmazhatók a $\tau_{\leq}^{(r)}(x)$ ill. $\tau_{\leq}^{(r)}(x)$ ellenirányú bejárhatósági tartományok, amelyek a „csökkenő”

$$x \underset{(i_1, \dots, i_r)}{\geq} y \quad \text{illetve}$$

$$x \underset{(i_1, \dots, i_r)}{>} y$$

láncokból állnak elő.

Ennek alapján értelmezzük az ellenegyensúlypont, ellenstabilitási ill. ellenegyensúlyhalmaz fogalmakat.

Az $y^{*(r)} \in L$ pontot az S rendszer *ellenegyensúlypontjának* nevezzük, ha szigorú ellenirányú bejárhatósági tartománya az üres halmaz.

Ez tehát azt jelenti, hogy minden $y^{*(r)} \in L$ pont az S rendszer egy r -edrendű ellenegyensúlypontja, ha fennáll

$$\sum_{j=1}^r F_{i_j}(y^{*(r)}) - \sum_{j=1}^r K_{i_j}(y^{*(r)}, x) \geq \sum_{j=1}^r F_{i_j}(x) - \sum_{j=1}^r C_{i_j}(y^{*(r)}, x)$$

bármilyen $i_1, \dots, i_r$ index r -esre, miközben $x_{i_j} \in \Phi_{i_j}(y^{*(r)})$, $j = 1, \dots, r$.

Az ellenstabilitási és ellenegyensúlyhalmaz fogalmát is hasonlóan értelmezzük:

Egy $H_{\geq}^{(r)}$ halmazt az S rendszer egy r -edrendű *ellenstabilitási halmazának* nevezzük, ha minden $x \in H_{\geq}^{(r)}$ -re

$$[\tau_{\geq}^{(r)}(x)] = H_{\geq}^{(r)}$$

továbbá egy $H_{\leq}^{(r)}$ halmazt az S rendszer r -edrendű *szigorú ellenstabilitási halmazának* nevezünk, ha minden $x \in H_{\leq}^{(r)}$ -re

$$[\tau_{\leq}^{(r)}(x)] = H_{\leq}^{(r)}.$$

Végül egy $H_{\leq}^{*(r)} \subset L$ halmazt az S rendszer egy r -edrendű *ellenegyensúlyhalmazának* nevezünk, ha minden $x \in H_{\leq}^{*(r)}$ -re

$$\tau_{\leq}^{(r)}(x) = H_{\leq}^{*(r)}.$$

Ha egy $H_{\leq}^{*(r)} \infty L$ halmaz esetén minden $x \in H_{\leq}^{*(r)}$ -re

$$\tau_{\leq}^{(r)}(x) = H_{\leq}^{*(r)}$$

teljesül, akkor a $H_{\leq}^{*(r)}$ halmaz az S rendszer szigorú *ellenegyensúlyhalmaza*.

A $H_{\geq}^{(r)}$, $H_{\leq}^{(r)}$, $H_{\geq}^{*(r)}$, $H_{\leq}^{*(r)}$ halmazokat *valódi-aknak* nevezzük, ha a Σ ill. az L valódi részhalmazai.

A 2.4-ben bevezetett „ r -ed rendű folytonos javítás” mintájára értelmezhető az „ r -ed rendű folytonos csökkentés” fogalma is.

Teljesen analóg módon, mint ahogy a 6. és 7. tétel esetében történt, igazolhatók a következő tételek:

8. $T \acute{E} T E L$

Legyen Σ megszámlálható bázisú tér részhalmaza és a Σ_i halmazok korlátosak és zártak, az $F_i(x)$, $C_i(x, y)$, $K_i(x, y)$ függvények folytonosak ($x \neq y$), a Φ_i függvények r -ed rendben egyenletesen összefüggők. Ha minden $x \in \Sigma$ -ra annak bármely r -ed rendű csökkentése egyben x -nek r -ed rendű folytonos szigorú csökkentése, akkor létezik az S rendszernek r -ed rendű szigorú ellenstabilitási halmaza, minden ellenirányú bejárhatósági tartományban.

9. $T \acute{E} T E L$

Legyen Σ megszámlálható bázisú tér részhalmaza és a Σ_i halmazok korlátosak és zártak, az $F_i(x)$, $C_i(x, y)$, $K_i(x, y)$ függvények folytonosak ($x \neq y$), valamint legyenek a Φ_i környezetfüggvények r -ed rendben egyenletesen összefüggők.

Ha a K_i függvények a Σ halmazon $\varepsilon(x) > 0$ ($x \in \Sigma$) pontosságúak és minden $x \in \Sigma$ -ra annak minden r -edrendű szigorú csökkentése egyben r -edrendű folytonos szigorú csökkentése is, akkor létezik az S rendszernek r -edrendű szigorú ellenegyensúlyhalmaza minden ellenirányú bejárhatósági tartományban.

2.6 Kritériumok a stabilitási halmaz és egyensúlyhalmaz valódiságára

Amint tudjuk a $H_{\leq}^{(r)}$, $H_{<}^{(r)}$ stabilitási halmazok valódiak, ha Σ -nak valódi részei, továbbá $H_{\leq}^{*(r)}$, $H_{<}^{*(r)}$ egyensúlyhalmazok valódiak, ha L -nek (nem üres) valódi részei.

Világos, hogy mind a stabilitási halmazok, mind az egyensúlyhalmazok diszjunkt halmazok. Ennek közvetlen következménye, hogy ha a S rendszernek van valódi stabilitási ill. egyensúlyhalmaza, akkor minden stabilitási ill. egyensúlyhalmaza valódi. Speciálisan, ha S -nek van egyensúlypontja és L nem egyetlen pontból áll, akkor S -nek minden szigorú stabilitási és egyensúlyhalmaza valódi.

10. $T \acute{E} T E L$

Ha az r -ed rendben való elérhetőség relációja megfordítható és minden x -re a $\tau_{\leq}^{(r)}(x)$ és $\tau_{<}^{(r)}(x)$ tartományok tartalmaznak egyensúly ill. ellenegyensúly halmazt, akkor ha az S -nek létezik valódi egyensúly halmaza, úgy valódi ellenegyensúlyhalmaza is létezik és megfordítva, ha S -nek létezik ellenegyensúlyhalmaza, úgy valódi egyensúlyhalmaza is létezik.

Bizonyítás

Legyen $H_{\leq}^{*(r)}$ az S egy valódi egyensúlyhalmaza, és legyen $x \in L$ és $x \notin H_{\leq}^{(r)}$. Tekintsük a $\tau_{\leq}^{*(r)}(x)$ tartományt. Megmutatjuk, hogy

$$\tau_{\leq}^{(r)}(x) \cap H_{\leq}^{*(r)} = \emptyset.$$

Ha ugyanis $y \in \tau_{\leq}^{*(r)}(x) \cap H_{\leq}^{*(r)}$, akkor van az x -től az y -ba vezető r -ed rendű csökkenő lánc. Az r -ed rendben való elérhetőség relációjának a megfordíthatósága miatt ugyanez a lánc az y -tól az x -be nemcsökkenve vezet. Így az egyensúlyhalmaz definíciója miatt $x \in H_{\leq}^{*(r)}$ ami ellentmondás. A feltevés miatt a $\tau_{\leq}^{(r)}(x)$ tartalmaz egy $H_{\leq}^{*(r)}$ ellenegyensúlyhalmazt, ami szükségképpen valódi.

A fordított állítás hasonlóan bizonyítható.

11. T É T E L

Ha az r -ed rendben való elérhetőség relációja megfordítható és minden x -re a $\tau_{\leq}^{(r)}(x)$ és $\tau_{\geq}^{(r)}(x)$ tartományok tartalmaznak szigorú egyensúly ill. ellenegyensúly halmazokat, akkor ha S -nek létezik valódi szigorú egyensúlyhalmaza, úgy valódi szigorú ellenegyensúlyhalmaza is létezik és megfordítva, ha az S -nek létezik valódi szigorú ellenegyensúlyhalmaza, úgy valódi szigorú egyensúlyhalmaza is létezik.

B i z o n y í t á s

A bizonyítást a korábbi tétel bizonyításához hasonlóan végezhetjük el. Ha ugyanis $H_{\leq}^{*(r)}$ valódi és $x \notin H_{\leq}^{*(r)}$, úgy két eset lehetséges. Vagy $\tau_{\leq}^{(r)}(x) = 0$, akkor x ellenegyensúlypont, így egyben ellenegyensúlyhalmaz is, vagy $\tau_{\leq}^{(r)}(x) \neq 0$. Ekkor a feltevés szerint $\tau_{\leq}^{(r)}(x)$ tartalmaz szigorú ellenegyensúlyhalmazt. Erről ugyanúgy, mint a 6. TÉTEL bizonyításánál kimutathatjuk, hogy valódi.

12. T É T E L

Ha az r -ed rendben elérhetőség relációja megfordítható és a $H_{\leq}^{*(r)}$, $H_{\geq}^{*(r)}$ és $H_{\leq}^{(r)}$, $H_{\geq}^{(r)}$ halmazpárok különbözőek, akkor diszjunktok.

B i z o n y í t á s

Legyen a $H_{\leq}^{*(r)}$ és a $H_{\geq}^{*(r)}$ az S rendszer tetszőleges egyensúly ill. ellenegyensúly halmaza.

Megmutatjuk, hogy ha

$$H_{\leq}^{*(r)} \cap H_{\geq}^{*(r)} \neq \emptyset.$$

akkor

$$H_{\leq}^{(r)} = H_{\geq}^{(r)}.$$

Legyen $x \in H_{\leq}^{*(r)} \cap H_{\geq}^{*(r)}$ és legyen y a $H_{\geq}^{*(r)}$ egy tetszőleges eleme. Mivel $\tau_{\geq}^{(r)}(y) = H_{\geq}^{*(r)}$, így van egy, az y -től az x -be vezető növekvő r -ed rendű lánc. Mivel $x \in H_{\leq}^{*(r)}$ és $\tau_{\leq}^{(r)}(x) = H_{\leq}^{*(r)}$, így ugyanezen lánc miatt $y \in H_{\leq}^{*(r)}$, azaz $H_{\leq}^{*(r)} \subset H_{\geq}^{*(r)}$. A $H_{\leq}^{*(r)} \supset H_{\geq}^{*(r)}$ tartalmazás hasonlóan bizonyítható. A bizonyítás ugyanígy elvégezhető a $H_{\leq}^{(r)}$, $H_{\geq}^{(r)}$ halmazpárra is. Ezzel a tételt bebizonyítottuk.

13. T É T E L

Amennyiben az r -ed rendben elérhetőség relációja megfordítható és a $H_{\leq}^{*(r)}$, $H_{\geq}^{*(r)}$ halmazpár valamelyike nyílt abban az értelemben, hogy van legalább egy kivezető r -ed rendű lánc, úgy a $H_{\leq}^{*(r)} = H_{\geq}^{*(r)}$ eset csak a $H_{\leq}^{*(r)} = H_{\geq}^{*(r)} = L$ esetben állhat fenn. Ugyanez érvényes a $H_{\leq}^{(r)}$, $H_{\geq}^{(r)}$ halmazpárra is.

B i z o n y í t á s

Legyen $H_{\leq}^{*(r)} = H_{\geq}^{*(r)}$ és tegyük fel, hogy van legalább egy, a $H_{\leq}^{*(r)}$ -ből kivezető r -ed rendű lánc. Ha x a lánc utolsó eleme, amely még a $H_{\leq}^{*(r)}$ -ben van és y az x -et a láncban közvetlenül követő elem, úgy szükségképpen

$$\begin{matrix} (i_1, \dots, i_r) \\ x > y \end{matrix}$$

De $x \in H_{\geq}^{*(r)}$, így $y \in H_{\geq}^{*(r)}$, viszont a $H_{\geq}^{*(r)} = H_{\leq}^{*(r)}$ miatt $y \in H_{\leq}^{*(r)}$ következik, ami ellentmondás.

A tétel a $H_{\leq}^{*(r)}$, $H_{\geq}^{*(r)}$ halmazpárra hasonlóan bizonyítható.

Az ellenegyensúlyhalmaz közgazdasági interpretációjára most nem kívánunk kitérni. Mindenesetre úgy tűnik, hogy meglehetősen általános feltételek mellett az egyensúlyhalmaz létezéséből szükségképpen következik ellenegyensúlyhalmaz létezése és viszont. E két halmazcsoport disjunkt, amelyek valamiféle „pólus-antipólus” tulajdonsággal rendelkeznek.

Ismételten hangsúlyozzuk, hogy eddig nem beszéltünk a rendszer ill. a rendszer szerveinek céljáról csupán az általunk vázolt mozgások következményeit vizsgáltuk.

(Beérkezett: 1974. március 19.)

IRODALOM

1. ALEXANDROV, P. SZ.: Bevezetés a halmazok és függvények általános elméletébe. Budapest, 1952. Akadémiai Kiadó
2. ARROW, K. J. — DEBREU, G.: Existence of an equilibrium for a competitive economy, *Econometrica* 22 (1954)
3. BLAUIERE, A. — GÉRARD, F. — LEITMANN, G.: Quantitative and Qualitative Games, Academic Press 1969
4. BURGER, E.: Einführung in die Theorie der Spiele. Berlin, 1959.
5. GALE, D.: The law of supply and demand. *Math. Scand.* 3, 155 — 1659 (195)
6. MCKENZIE, L.: On equilibrium in Graham's model of world trade and other competitive systems. *Econometrica* 22 (1954)
7. NIKAIIDO, H.: On the classical multilateral exchange problem. *Metroeconomica* 8 (1956), 9 (1957)
8. NIKAIIDO, H. — ISODA, K.: Note on noncooperative convex games, *Pacific J. Math.* 5-807 — 815 (1955)
9. SZÉP, J.: On foundation of game theory. DM 70 — 3. Közgazdasági Egyetem
10. SZÉP, J. — HEGEDŰS, M.: Equilibrium systems I. DM 73 — 4 Közgazdasági Egyetem
11. SZÉP, J. — HEGEDŰS, M.: Equilibrium systems II. DM 74 — 3 Közgazdasági Egyetem

EQUILIBRIUM SYSTEMS II.

This paper is an organic continuation of the „Equilibrium Systems I.”. Let $1 \leq r \leq n$ and $x, y \in \Sigma$. If x and y differ from each other at most in r components then we say that x and y are comparable at least in order $n - r$. Following this the concept of accessibility of order r , moreover the concepts of a chain of order r and of a domain with the property of allowing a circuit of order r are introduced.

There are theorems analogous to those proven in part I in connection with the r -order equilibrium set and stable set. At the end the concepts of the r -order counter-equilibrium set and of the r -order counter-stable set are introduced. They are defined by means of the counter-direction decreasing chains and of the counter-direction circuit allowing domains. In connection with the equilibrium- and the counter-equilibrium sets, beside other theorems, it is proved that under rather general conditions an equilibrium set and any counter-equilibrium set are either disjoint or, if they have a common element, identical.

РАВНОВЕСНЫЕ СИСТЕМЫ II.

Данная работа является органическим продолжением статьи «Равновесные системы I». Пусть $1 \leq r \leq n$ и $x, y \in \Sigma$. Если x и y отличаются друг от друга по крайней мере на r составляющих, мы скажем, что x и y сопоставимы минимум в $n-r$ -ном порядке. После этого вводятся следующие понятия: достижимость в r -ном порядке, цепь r -ного порядка и область обходимости r -ного порядка. Доказываются теоремы, аналогичные уже доказанным в первой части, в связи с множеством равновесия и стабильности r -ного порядка. Наконец, вводится понятие множества противоравновесия и противостабильности, которые определяются с помощью убывающих цепочек противоположного направления, а также с помощью области доступности противоположного направления. В связи с множествами равновесия, а также с множествами противоравновесия между прочим доказывается, что при достаточно общих условиях множество равновесия является либо дизъюнктивным по отношению к любому множеству противоравновесия, либо, если они имеют общий элемент, то оно является равным ему.

Megjegyzések Imrényi: „Kanonikus korrelációs-számítás” című cikkéhez*

A fentemlített, ismertető jellegű cikk a kanonikus korrelációs együtthatók definícióját és az egzisztenciájukra vonatkozó tételt a forrástól eltérően, kifogásolhatóan adja meg.

A cikk állítása szerint (279. oldal, 4. bekezdés) a (2.15) egyenlet minden egyes megoldása a korrelációs együttható lokális maximumának felel meg. Az állítás bizonyítását illetően [1] forrásra hivatkozik, itt azonban sem ilyen állítás, sem annak bizonyítása nem található. A szerző állítása könnyen meg is cáfolható (határozzuk meg az (a_i, b_i) és (a_1, b_1) súlyozott közepének megfelelő változók korrelációs együtthatóit.)

A valóságban a kanonikus korrelációs együtthatók definíciójában lényeges szerepet játszik a kisebb indexű kanonikus változók rögzítésének feltétele. Ez a szerző cikkében sehol sem szerepel.

* Sigma, 1972 évi 3.—4. szám

HIBAIGAZÍTÁS

(Simonovits András: „A Leontief-inverz alá- illetve fölébecslésének egyik okáról”, Sigma, 1973. 309-315 o.)

Dolgozatom egyes helyein a sor- és oszlopindexek felcserélődtek. A (18) nevezőjében $u'Bv$ helyett $v'B^{-1}u$ írandó, (19) nevezőjében $e u'Q^0 v^2$ helyett pedig $(e v'Q^0 u)^2$ írandó. Következésképp (3) és (20) harmadik tényezője helyesen $q_{ji}^0 - q_{hi}^0 + q_{hg}^0 - q_{jg}^0$. E javítások nem érintik sem a javított állítások lényegét, sem pedig a többi állítást.

KÖNYVEKRŐL

SZÉP J.—FORGÓ F.: *Bevezetés a játékelméletbe* Budapest, 1974. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. 313 p.

A Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó gondozásában megjelent könyv első kötete egy új sorozatnak, melyet a kiadó „Korszerű matematikai ismeretek gazdasági szakemberek számára” címmel indított, s amely a „legkorszerűbb ismereteket kívánja nyújtani a közgazdászok, üzemgazdászok és általában a gazdasági szakemberek részére”. E célkitűzésnek jól megfelel ez az alapos, matematikailag igényes, 7 fejezetre és függelékre tagolódó mű, amely a matematika egy viszonylag fiatal ágának, a stratégiai játékok elméletének első átfogó, magyar nyelvű tárgyalása.

A szerzők jó érzékkel válogatták össze a téma ma már igen kiterjedt irodalmából az adott terjedelem mellett legérdekesebbeknek és legfontosabbaknak mondható részeket. Jelentős teret szenteltek a klasszikus, részben John von Neumann-tól származó, eredmények mellett a játékelmélet modernebb fejezeteinek is, — pl. konvex mátrixjátékok, bimátrixjátékok, egységnégyzetben lejátszott játékok, oligopol játék és kooperatív játékok — sok eddig csak szétosztótan, folyóiratcikkekben szereplő eredményt foglalva így egységes keretbe. Ezzel a szerzők feltétlenül eleget tesznek a korszerűség követelményének.

Ismert dolog, hogy a játékelméletet sok támadás érte gyakorlati problémák operatív megoldására való alkalmatlansága miatt. Ez a vád nézetem szerint csak részben jogos: tény, hogy a játékelmélet nem hasznosítható olyan mértékben, mint pl. a matematikai programozás (különösen a lineáris programozás), de bizonyos esetekben a játékelméleti megközelítés kimondottan „testre szabott”, továbbá remélhető az alkalmazási terület jövőbeni kibővítése. Jelentős a játékelméleti fogalmak, megfontolások szemléletformáló ereje is. Erdeme a könyvnek, hogy bemutat néhány

gazdasági alkalmazási lehetőséget kidolgozott példák formájában, s helyenként utal az adott matematikai probléma gyakorlati, gazdasági gyökereire is. A könyvben szereplő gazdasági illusztrációk, alkalmazások mennyisége ennek ellenére kevés. Ha matematikusoknak írott könyvről volna szó, akkor ez a bírálat nem lenne jogos, de szerintem, mivel itt gazdasági szakembereknek írott műről van szó, ez a szempont fontos. Igaz, nehéz összegyűjteni nagyobb mennyiségű találó és érdekes alkalmazást. De az ilyenek gyűjtése és értékelése iránti szükséglet talán még égetőbb, mint az elmélet korszerű és egységes tárgyalási igénye, mivel a gazdasági szakemberek általában a gyakorlat oldaláról indulnak ki, és az alkalmazhatóság kérdéseire, problémáira a nemzeközi irodalomban is nehezebb választ kapni, mint egy-egy részterület meglevő elméleti eredményeit összegyűjteni, felmérni. Ezt a szempontot fokozottabban figyelembe lehetne venni a kiadó által indított sorozat további köteteinél. A játékelmélet esetében a szerzők mentésére szolgál, hogy a matematika e területének eddig kevés találó gazdasági alkalmazása született. Mindenesetre ezt a tényt nem ártott volna a könyvben megemlíteni.

A könyv matematikailag igényes, fogalmazásmódjában pontos és világos. Bár nem tételez fel az egyetemi közgazdászképzésben szereplő matematikai tananyagná több ismeretet, sőt legtöbbször csak elemi eredményeket használ fel, egyes részeinek követése a matematikában nem eléggé otthonos olvasó számára nehéz lehet. Elegáns és újszerű az 1. fejezetben az egyensúlyi rendszereknek, mint az n -személyes játékok általánosításának a tárgyalása. Kár viszont, hogy a tárgyalásban nem szerepel, hogy mi indokolja ennek az általánosításnak a szükségességét, milyen problémák modellezéséhez kell ez az általánosítás. Véleményem szerint a könyvben szereplő tételek közül sok alaposabb megvita-

gítást, magyarázatot igényelne, hogy az olvasó könnyebben felismerhesse az egyes állítások jelentőségét, helyét az elméletben. Nem elég részletes az egyes játéktípusok megoldására bemutatott módszerek értékelése sem. A témában nem eléggé járatos olvasó valószínűleg nem fogja kellőképpen érzékelni az egyes játéktípusok konkrét, számítógépes megoldása közötti nehézségbeli különbségeket. Persze ez a kifogás részben csak akadémikus, mivel a legtöbb játéktípus numerikus megoldását a gyakorlatban érdekes nagyobb méretek mellett még nem végezték el, az ilyen jellegű számítástechnikai tapasztalatokat tárgyaló irodalom nem túl bőséges.

Néhány kisebb részlet nem egészen világos és pontos — pl. a rendszer egyensúlyi állapothalmazának definíciója, vagy az egyensúlyi rendszerekre bevezetett környezetfüggvényeknek az n -személyes játékokra való specializálása —, de ezek súlya elenyésző. Egy formai megjegyzés: a tételek megfogalmazása és a bizonyítás nyomda-technikailag jobban elkülöníthető lett volna (pl. vastagbetűs „tétel” és „bizonyítás” szedéssel és a bizonyítás végére lezáró-jel helyezésével, valamint a bekezdések erősebb tagolásával), ami az áttekinthetőséget, kezelhetőséget javította volna. Kár, hogy néhány sajtóhiba maradt a könyvben, de ezek száma szerencsére nem nagy. Értékes az alapos, igen bő irodalomjegyzék.

Az első fejezet az egyensúlyi rendszerekkel foglalkozik, ez a szerzők szavaival élve „egy olyan általános koncepciót vázol, amelyben a játékelméletspeciális esetként jelentkeznek”. A rendszert véges vagy végtelen sok „szerv” együttese alkotja, s az egyes szervek állapotát — esetleg csak sztochasztikusan — a többi állapota határozza meg. A definiált környezetfüggvény határozza meg, hogy egy szerv a többi szerv állapotának rögzítése mellett milyen állapotokat vehet fel, a preferenciafüggvény pedig azt, hogy az egyes szervek milyen irányba törekednek elmozdulni. Bevezetésre kerül a diszkrét és a folytonos állapotpálya, valamint az egyensúlyi állapothalmaz fogalma, és szerepel az egyensúlyi rendszerekkel kapcsolatos néhány érdekes problémakör felvetése.

A könyv második fejezete *Az n -személyes játék* a harmadik pedig *Az egyensúlyipont és az egyensúlyhalmaz egzisztencia-tételei* címet viseli. Az előbbi bevezeti a játék alapfogalmait, a játékos, a stratégia, a stratégiahalmaz, a kevert stratégia, a kifizetőfüggvény, a véges és végtelen játék és a stratégiai ekvivalencia fogalmát. Az utóbbi néhány definíciót ad: Nash-féle egyensúlyipont, fával ábrázolható játék,

teljes információs játék, diszjunkt partíció, csoport egyensúlyipont; majd rátér az egyensúlyipont, ill. -halmaz különböző feltételek melletti létezését biztosító egzisztenciátételek ismertetésére és bizonyítására. Összesen 11 ilyen tétel szerepel.

Ezek közül a 3. mondható a legfontosabbnak, mivel a leglényegesebb egyensúly egzisztencia tételek ennek következményeként nyerhetők. E szerint az n -személyes játéknak van egyensúlyipontja, ha a játékosok stratégiiahalmazai konvexek, kifizetőfüggvényeik folytonosak és konkávak, s teljesül még egy bonyolultabb feltétel is. Ennek következménye többek között az az állítás is, hogy minden n -személyes véges játék kevert bővítésének van egyensúlyipontja. Az itt szereplő tételek jelentőségét, szerepét — különösen a 8–11 tételek esetében — meg kellett volna világítani valamilyen formában, kísérletet kellett volna tenni annak bemutatására, hogy egy-egy általánosabb egzisztenciátételnek milyen alkalmazások (esetleg csak matematikán belüli alkalmazások) esetében van jelentősége.

A negyedik fejezet a kétszemélyes játékok elméletét tárgyalja, s ez teszi ki a könyv terjedelmének közel kétharmad részét. Ez indokolt is, hiszen a játékelméletnek ez a területe a legfejlettebb, s a legtöbb bevált alkalmazás is ide sorolható. A szerzők néhány bevezető tétel és definíció után rátérnek a zérus összegű, véges, kétszemélyes játékok, vagy más néven mátrixjátékok tárgyalására. E terület elmélete elég egyszerű, az eredmények szemléletesek, a mátrixjátékok viszonylag jól kezelhetők. Szerepel az egyensúlyi stratégiiahalmaz szerkezetének leírása, a szimmetrikus játékok speciális tulajdonságainak ismertetése, a mátrixjátékok és a lineáris programozás kapcsolatának tárgyalása. Helyt kapott itt a mátrixjátékok numerikus megoldására szolgáló három módszer leírása is, így a leginkább elterjedt lineáris programozási módszer, a fiktív lejátszás módszere és Neumann módszer. Külön rész foglalkozik a speciális játékok esetében alkalmazható, megoldást könnyítő módszerekkel, így a nyeregponttal rendelkező mátrixok esetével, a dominancia relációkkal, a $2 \times n$ -es játékokkal, a konvex (konkáv) játékokkal, a mátrixjátékok dekompozíciójával, a teljesen kevert játékokkal. Szerepel négy példa is a mátrixjátékok gyakorlati alkalmazására.

A következő rész a kétszemélyes, véges, de nem zérus-összegű játékokkal, más néven bimátrix (két mátrixszal jellemezhető) játékokkal foglalkozik. Felhívja a figyelmet, hogy sok, a mátrixjátékoknál beve-

zetett fogalom itt nem értelmezhető, és korábbi előnyös tulajdonságok ez esetben hiányoznak. Bevezeti a dominancia és a megoldhatóság különböző fokozatainak (gyenge, normál, erős) fogalmát, valamint a támadó és védekező stratégiákat, a minimális stratégiahalmaz, az optimális stratégiafüggvények és az erős egyensúlyi pont fogalmát. Bizonyítás nélkül felsorol néhány érdekes tételt a teljesen kevert bimátrix játékok elméletéből. Ezután néhány, bimátrix játékok megoldására szolgáló, módszer tömör ismertetése következik. Az egyik módszer a bimátrix játék megoldását egy kvadratikus programozási feladat, egy másik módszer pedig egy lineáris vegyes (folytonos-diszkrét) változós programozási feladat megoldására vezeti vissza. Ezek az eredmények szerintem igen érdekesek. A vektor kifizetőfüggvényű játékokra vonatkozó néhány fogalom bevezetése után a bimátrix játékokra vonatkozó két gazdasági példa szerepel, ezek a mátrixjátékoknál szerepeltetett példáknál találhatóbbaknak mondhatók.

Részletesen tárgyalja a könyv az egy-szempontú lejátított játékok elméletét, melyek a mátrixjátékok kézenfekvő általánosításainak tekinthetők. Itt is, mint a mátrixjátékoknál, a kevert bővített játszék alapvető szerepet. Ebben az esetben a kifizető függvény a tiszta stratégiákat reprezentáló függvénynek a két játékos stratégiafüggvényei szerint vett kettős Stieltjes-integrálja. Az integrál magfüggvényének speciális tulajdonságai szerint szokás ezeket a játékokat csoportosítani. Néhány fogalom – stratégia spektruma, véges típusú stratégia, lényeges tiszta stratégia, ekvalizátor stratégia – bevezetése után a két legfontosabb speciális eset, a szeparábilis játékok és a konvex játékok tárgyalása következik. Sajnos hiányoznak az alkalmazási példák, pedig ilyenek bizonyára lennének. Ezután további két speciális eset, az analitikus és a harang alakú játékok tárgyalása következik. Nagyon érdekes az ún. időjátékokat behatóan tárgyaló rész, de ezek alkalmazhatóságának tárgyalásával is lehetett volna egy kicsit többet foglalkozni. Szerepel egy, az egy-szempontú lejátított játékok közelítő megoldására szolgáló módszer vázlatos leírása is.

További végtelen stratégiahalmazú játékokkal foglalkozik a *Konvex-konkáv és poliéder játékok*, valamint a *Dinamikus (vagy szekvenciális) játékok* c. rész. Érdekes problémákat tárgyal a fejezet befejező része *A természet elleni játékok és a statisztikai döntésmélet* címmel. Nagyon jól szolgálja a teljesebb megértést, hogy itt

a bayesi döntés szemléltetésére szerepel egy egyszerű numerikus példa.

Az ötödik fejezet speciális n -személyes játékokat tárgyal. Két érdekes tételt láthatunk először arra vonatkozóan, hogy mi biztosítja az n -személyes játék egyensúly-pontjának egyértelműségét. Ezután a gazdasági alkalmazhatóság szempontjából igen érdekes oligopol játék tárgyalása következik. A tétel bizonyos feltételek mellett az oligopol játék egyensúlypontjának egyértelműségét biztosítja. A bizonyítás alapján numerikus eljárás adható az oligopol játék megoldására, melynek működését egy kidolgozott példa szemlélteti. A következő részben véges n -személyes játékok egy megoldási módszere szerepel, amely egy nemlineáris programozási feladatra való visszavezetésen alapul.

A hatodik fejezet a kooperatív játékok elméletével foglalkozik (az eddigiekben csak nem-kooperatív játékok szerepeltek). Először néhány fogalom kerül bevezetésre: koalíció, koalícióstruktúra, karakterisztikus függvény, elosztás, lényeges és nem lényeges játék, dominancia valamely koalícióra nézve, koalíciós játékok ekvivalenciája és izomorfiaja, normalizáltsága, majd néhány egyszerű tétel következik. Ezután a kooperatív játékok különböző megoldás-fogalmának ismertetése következik. Ezek: a Neumann megoldás, a Shapley megoldás, a Nash megoldás, Nash status quo javaslata, Raiffa megoldás koncepciója, Braithwaite megoldás koncepciója. A következő rész a megegyezéssel (bargaining) halmaz érdekes problémáival foglalkozik, bevezeti a nyerő és a vesztes koalíció, különféle stabilitások, a quota játék fogalmát és néhány tételt közöl bizonyítás nélkül. Érdekes problémákkal foglalkoznak a fejezet további részei, ezek: *Participiófüggvénymel adott játék*, *Kompensáció nélküli játékok*, *Egy piaci játék*.

A hetedik fejezet a koalíciómentes játékokra vonatkozó Nash-féle egyensúlyi stratégiákkal (melyek a mátrixjátékok speciális esetében a minimax stratégiák) kapcsolatban felmerülő értelmezési problémákkal, az ilyen egyensúlyi stratégiák jóságának, indokoltságának kérdésével foglalkozik. Ez a problémakör a játékelmélet ért sok bírálat forrása volt, részben annak figyelmen kívül hagyása miatt, hogy az egyensúlyi stratégia nem jelent valami optimális viselkedésmódot, és alkalmazása csak bizonyos feltételek teljesülése esetében javasolható.

A függelékben néhány, a könyvben segédeszközként felhasznált elméleti eredmény bizonyítása szerepel.

Összefoglalva megállapíthatjuk, hogy ez a matematikai igényességgel megírt könyv

átfogó és alapos ismereteket nyújt a matematika egyik új ágáról, a játékelméletről. a magyar könyvpiacra a mű minden bizonynyal hézagpótló. Remélhetőleg a Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó most megindított sorozatának további kötetei is hasonló, magas színvonalú munkák lesznek.

KÁDÁS SÁNDOR

GOLDBERGER, A. S.—DUNCAN, O. D. (szerk.): *Structural equation models in the social sciences*. New York—London, 1973. Seminar Press. 358 p.

Az elmúlt tíz évben a társadalomtudományokban — így a szociológiában, szociálpszichológiában, politológiában is — megnőtt az érdeklődés az ökonometriai módszerek alkalmazása iránt. Olyan problémákra próbálták azokat alkalmazni, mint a nemzedékek közötti társadalmi mobilitás, a faji megkülönböztetés, az iskolai tanulmányi eredmények és a továbbtanulás meghatározói, szociálpolitikai programok eredményeinek mérése. Az ilyen irányú törekvések módszereit nevezték szimultán egyenletrendszereknek, lineáris kauzális sémáknak, útelemzésnek, strukturális egyenletekből álló modelleknek stb. Közös vonásuk, hogy — mivel laboratóriumi kísérleteket nem lehet alkalmazni — statisztikai adatokat kell felhasználni és matematikai statisztikai módszerekkel kell a különböző összefüggéseket meghatározni. Gyakran szerepelnek ezekben a modellekben olyan látens változók, amelyeket közvetlenül nem lehet mérni, csak különböző jelzőszámok alapján lehet alakulásukról következtetni. Például az intellektuális képességekre következtethetünk különböző tesztek eredményeiből, a motivációkra következtethetünk különböző kérdésekre adott válaszokból. Ebből következően sokszor előfordul e modellekben a túlidentifikáltság problémája: egy látens változó értékére több megfigyelt jelzőszám értékéből is következtethetünk. Jellemzi ezeket a modelleket a rendszer-jelleg is: több egyenletről állnak, amelyek között kölcsönös összefüggések is vannak.

A kötet egy konferencia előadásait tartalmazza. Ezen részt vettek ökonometerek, közgazdászok, szociológusok, pszichológusok. Közös törekvésük a társadalomtudományok matematizálása és kvantifikálása, módszertani problémák megoldása. Ezek elsősorban: a szimultán egyenletek becslése, a meg nem figyelhető változók beépítése a modellbe megfigyelhető jelzőszámok

alapján, ezzel összefüggésben a túlidentifikáltság és a változóknak hibát tartalmazó egyenletek kezelése.

E problémák megoldásánál lényeges szerepet játszik az a tény, hogy nem egyszerű regressziós modelleket alkalmaznak, hanem a strukturális egyenletekből álló modelleket. Az utóbbiakon azt kell érteni, hogy az egyenletek ok-okozati összefüggéseket fejeznek ki. Ezért használnak gyakran útmodelleket, ahol az okozati összefüggéseket az utábrán nyilakkal és a melléjük írt útegyütthatókkal jellemzik. Az utábrák nagyon határozott hipotéziseket tartalmaznak arra vonatkozóan, hogy a különböző változók közötti ok-okozati összefüggések milyen irányúak és bizonyos változók közötti összefüggéseket nemlétezőeknek vesznek, így a megfelelő korrelációkat nem is vizsgálják. Ennek következtében e modellek sokszor szigorúan rekurzív vagy legalább blokk-rekurzív természetűek. Ezért a legkisebb négyzetek módszerét lehet a paraméterek becslésére használni.

A könyv első kétharmad része főképpen becslési problémákkal foglalkozik. Ilyenek a következők: a paraméterek becslése dichotóm változók esetében, abban az esetben, ha a megfigyelhető dichotóm változó csak kisebb-nagyobb hibával jelzi a vizsgálni kívánt változó értékét; a nem megfigyelhető változók paramétereinek becslése megfigyelhető jelzőszámok alapján; az egyenletekben levő hibákat és a változóknak levő hibákat egyaránt figyelembe vevő modellek paramétereinek becslése; a legkisebb négyzetek módszerének módosított változata az olyan kis adatbázisok esetére, amikor a predeterminált változók száma nagyobb a megfigyelések számánál; a túlidentifikált modellek hatékony becslése a különféle jelzőszámokból kapott becslések súlyozott átlagolása alapján; a közös faktor meglétének vizsgálata több változónak panel-adatok alapján becsült modellje esetén a szinkron korrelációk, autokorrelációk és keresztkésses korrelációk alapján; az indikátorok hibáinak felkutatása olyan modellekben, amelyekben a ténylegesen vizsgálni kívánt változókat nem tudjuk mérni, de több indikátorunk van alakulásukra vonatkozóan; az arányszámok változóként való felhasználásának veszélyei útmodellekben.

A könyv utolsó egyharmada különböző empirikus vizsgálatoknak strukturális modellekkel való elemzését mutatja be. A következőkben leírt példa érdekelte, hogy milyen jellegű modellekről van szó. Blau és Duncan eredetileg egy olyan útmodell segítségével elemezték a társadalmi mobilitást Amerikában, amelyben két exogén

változó szerepelt: az apa foglalkozása és iskolai vezettsége. A három egyenlet három endogén változót tartalmazott: az összeírt férfi iskolai végzettségét, első kereső foglalkozását és az összeíráskori foglalkozását. Mindegyik változó értékét egy pontszám fejezte ki. A modell rekurzív: az iskolai végzettség a két exogén változótól függ, az első kereső foglalkozás az iskolai végzettségtől és az exogén változóktól függ, az összeíráskori foglalkozás az iskolai végzettségtől és az első foglalkozástól, valamint az exogén változóktól függ. A könyvben több kísérletet tesznek ennek az alapmodellnek — különböző adatforrások alapján végzett — kibővítésére. Például az exogén változók közé felveszik a szülők jövedelmét, az intelligenciát és a vallási-kulturális hátteret. Feltételezik, hogy az exogén változók nem közvetlenül, hanem bizonyos pszichológiai változókon, például a foglalkozási aspirációkon és a továbbtanulási szándékon, keresztül befolyásolják az összeírt karrierjét. Ezeket a pszichológiai változókat nem lehet közvetlenül mérni, csupán bizonyos közvetett információk alapján. A továbbtanulást befolyásolja a környezet részéről kapott ösztönzés, ennek három ösztönzőjét különböztetik meg: a szülők és a tanárok ösztönzését, valamint a barátok továbbtanulási szándékait. Mind-ezen összefüggéseket számszerűsítik és a

becsült paraméterek alapján elemzik a különböző tényezők hatásának egymáshoz viszonyított erősségét.

A könyvben tárgyalt másik modell, amely közgazdaságtani problémára vonatkozik, érzékelteti a túlidentifikáltság problémáját. Két változót tartalmaz a modell: a gazdasági és a politikai fejlettséget. Az az alapfeltételezése, hogy a gazdasági fejlettség határozza meg a politikai állapotokat. Azonban sem a gazdasági, sem a politikai fejlettséget nem lehet közvetlenül mérni, csupán jelzőszámaik alapján következtethetünk rájuk. A gazdasági fejlődés három figyelembe vett jelzőszáma az egy főre jutó nemzeti jövedelem, az energiafogyasztás és a munkaerő ágazati megoszlásának egy mutatója. A politikai állapotokat hat jelzőszám jellemzi, mint például a kormányok stabilitása, az országgyűlés szerepe stb. A jelzőszámokból — a faktoranalízis technikájával — számítják ki a két alapvető változót, majd a közöttük levő korrelációs kapcsolatot. Különböző alternatív modellekkel, egyes jelzőszámok elhagyásával próbálják ki, hogy melyik jelzőszám mennyire jól mutatja a megfelelő alapváltozó alakulását, és hogy a feltételezett összefüggések mekkora hibákat tartalmaznak.

ANDORKA RUDOLF

TUDOMÁNYOS ÉLET

Az Ökonometriai Társaságról

Az Ökonometriai Társaság (The Econometric Society) talán a legrégebbi, legelső olyan nemzetközi társaság, amely a közgazdaságtudománynak a statisztikai és matematikai módszerekkel vizsgálható problémáit tekinti elsősorban érdeklődési területének. 1930. december 29-én alapították.

A Társaság Alapszabályának I. szakasza a célokról, a tevékenység jellegéről a következőket mondja: „Az Econometric Society nemzetközi társulás a közgazdasági elmélet statisztikai és matematikai vonatkozásainak előmozdítására. A Társaság mint teljesen érdekmentes tudományos szervezet kíván működni politikai, társadalmi, pénzügyi, vagy nemzetiségi részrehajlás nélkül. Fő célkitűzése oly tanulmányok előmozdítása, amelyek a közgazdasági problémák egységes elméleti-quantitatív és empirikus-quantitatív megközelítését szolgálják olyan konstruktív és szabatos gondolkozásmódtól áthatva, mint amilyen a természettudományok világában uralkodik. Minden tevékenységet, amely végső eredményében a közgazdasági elméleti és gyakorlati tanulmányok ilyen egységesítését tűzi ki célul, a Társaság érdekkörébe tartozónak tekinti.”

A Társaság nyitva áll bárki számára, aki a célkitűzése iránt komolyan érdeklődik. Intézmények is lehetnek tagjai a Társaságnak, ha elfogadják az előzőekben vázolt célokat, és részt vesznek az Ökonometriai Társaság munkájában. A Társaságnak helyi szervezeti egységei nincsenek.

Az Ökonometriai Társaság tevékenysége ismert a magyar közgazdászok körében. A különböző rendezvényeken legtöbb esetben magyarok is résztvesznek, sőt részt vállalnak a tudományos programban és a szervezési feladatok lebonyolításában is. Az elmúlt évek során a hazai folyóiratokban rendszeresen jelentek meg közlemények a fontosabb konferenciákról. Mégis úgy véljük, számos olyan jellegzetessége van a Társaság életének, amely mind ez ideig nem eléggé ismert. Ezekről a következőkben adunk összefoglaló áttekintést.

A Társaság nagy tudományos tekintélynek örvendő folyóirata az *Econometrica*, amely korábban negyedévenként, újabban már kéthavonként jelenik meg és egy-egy száma mintegy 200 oldalból áll.

Az *Econometrica* olvasása közben, valamint a Társaság által szervezett konferenciák nagyszámú résztvevőjét látva szembetűnik a világ minden részéről megnyilvánuló nagyfokú érdeklődés. Nem áll rendelkezésre adat arról, hogy hány tagja van a Társaságnak, de köztük minden földrész képviselői megtalálhatók.

A Társaság szervezeti életének legfontosabb része az évenként több alkalommal, különböző jelleggel és különböző helyeken megrendezésre kerülő konferenciák, szemináriumok. A rendszeresen sorakerülő találkozások három, jellegükben különböző csoportba oszthatók:

Öt évenként Világkongresszust rendeznek. Első alkalommal 1965-ben Rómában, a második Cambridge-ban volt 1970-ben. A harmadik 1975-ben Torontóban, Kanadában lesz. Ezek a kongresszusok nagy szabású megmozdulásai a Társaságnak, általában ezer körüli résztvevővel. A tudományos program átfogó módon felöleli a közgazdaságtudomány szinte minden területét. Abban az évben, amikor világkongresszus volt, más konferenciát nem szerveztek.

Évenként három területi konferenciát tartanak. Ezek közül a legjelentősebb az Európai Konferencia, (European Meeting of the Econometric Society), amelyet minden évben más európai városban rendeznek meg, augusztus végén vagy szeptember elején. Az érdeklődés szinte alig marad el a világkongresszusok mögött, mert minden alkalommal sok résztvevő érkezik Amerikából és más távoli országokból is.

Az Európai Konferenciát első alkalommal 1966-ban tartották szocialista országban, Varsóban és másodsor, 1972-ben Budapesten. Mindkét konferencia különösen jó alkalom volt arra, hogy a szocialista és a tőkés országok közgazdaszjai találkozzanak és megvitatassák az őket kölcsönösen érdeklő problémákat. A Budapesti Konferencia iránt igen nagy volt az érdeklődés. A résztvevők száma meghaladta a hatszázat. Az az általános vélemény alakult ki, hogy mind a tudományos program, mind a szervezés igen jól sikerült. A Társaság elnöke levelében az utóbbi évek legsikerültebb európai konferenciájának nevezte a budapesti találkozót.

Minden évben karácsony és újév között valamelyik Egyesült Államokbeli városban rendezik az Amerikai Konferenciát más hasonló jellegű, társadalomtudományokkal foglalkozó társaságokkal együtt. Tekintettel arra, hogy sokszor 10–12 társaság tart egyidejűleg konferenciát, a résztvevők száma több ezer. Ezek a konferenciák nagyjából amerikaiak vesznek részt, mivel a jelentős utazási költségek, valamint a konferenciák téli időpontja miatt távoli országokból csak kevesen tudnak megjelenni. Sajátos színtérjait ezek a megmozdulások az amerikai tudományos életnek, mivel lehetőséget adnak arra, hogy a közgazdaságtudomány egymástól távolos területén dolgozók is találkozhassanak, és így képet kapjanak a többi társaság munkájáról.

Az utóbbi évek során néhányszor a nyár folyamán rendezték meg a távol-keleti konferenciát. (Far Eastern Meeting), minden alkalommal Japánban.

A kongresszusokon és konferenciákon nemcsak a Társaság tagjai, hanem bárki részt vehet, benyújthat előadást. A Társaság Helyi Szervezőbizottságot és Programbizottságot delegál minden konferenciára, amelyek feladata egyrészt a konferencia szervezési teendőinek elvégzése, másrészt a program összeállítás, döntés arról, hogy mely előadások milyen szekciókban kerüljenek napirendre. Rendszerint jóval több előadást nyújtanak be, mint amennyinek előadására a rendelkezésre álló időben lehetőség van. Ezért azokat az előadásokat, melyek témájuknál és színvonaluknál fogva megfelelőek, de nem kerülhetnek előadásra, ún. Contributed Paper-ként szerepelnek a programban. Ez azt jelenti, hogy a Konferencián szétosztják azokat, de érdemi megvitatásukra idő hiányában nem kerülhet sor. A legutóbbi, 1973. évi oslovi konferencián történt az a figyelemreméltó kezdeményezés, hogy külön szekció ülés keretében lehetőséget adtak a Contributed Paper-ek rövid ismertetésére és megvitatására is.

Meg kell még említeni a Társaság által évenként szervezett szűkkörű, meghívottakból álló, téli szemináriumokat (Winter Seminar), amelyeken 30–40 többségükben fiatal közgazdász vesz részt és vitát meg néhány témát. Csak olyanok vehetnek részt, akik korábban még nem szerepeltek ilyen rendezvényen. A szeminárium témaköre egyébként nincs szigorúan körülhatárolva, így lehetőség van arra, hogy a résztvevők széleskörű áttekintést kapjanak egymás kutatási területéről. Legutóbb 1974. februárjában Magyarországon volt ilyen szeminárium. Közel 30 résztvevő készített tanulmányt s vitatta meg többek között az egysúly-elmélet matematikai-közgazdasági modellezésének problémáit.

A Társaság szervezetéről. A Társaság „törvényhozó testülete” a „fellow”-k kollektívája. A fellow-kat a Társaság tagjai közül, tevékenységük, munkájuk, tudományos eredményeik alapján választják. Minden alapvető kérdésben (alapszabály módosítás, tisztségviselők választása stb.) ők döntenek, általában levelezés útján lebonyolított szavazással. A fellow-k testülete „önmegújító”: ők maguk választják az újabb fellow-kat a tagok közül. A fellow-ság örökös megválasztást jelent. A fellow-k minden évben legalább egyszer az európai konferencián, vagy a világkongresszusokon üléseznek.

A gyakorlati vezetést két testület végzi: egy szélesebb, a „Council”, amelynek névsora az Econometrica hátlapján található, valamint a Council tagjaiból választott hét tagú Végrehajtó Bizottság (Executive Committee). Mindkettőben „rotáció” van. A Council tagjainak megválasztásánál bizonyos területi elvek is érvényesülnek: minden földrésznek biztosítják a képviseletet.

Van a Társaságnak még néhány speciális jellegű bizottsága mint pl. az Európai Állandó Bizottság, amelyben Európa különböző régiói egyaránt képviselve vannak. Az elnök személye ebben a bizottságban is rotációs alapon évenként változik.

A Társaság élén az elnök és a két alelnök áll. Az elnök megbízatása rotációs alapon egy évre szól. Az elnököt a következőképpen választják. Az igazi választás a második alelnök kijelölése, aki egy évvel később automatikusan előlép első alelnökké, majd a következő évben elnökké. A Végrehajtó Bizottságnak hivatalból tagja a második, az első alelnök, az elnök és az előző évi elnök. Így a rendszer a rotáció ellenére biztosítja a folyamatossgot, mivel ha valakit alelnökké választanak, hivatalból négy évig tagja marad a végrehajtó bizottságnak. A végrehajtó bizottság munkájában tanácskozási joggal hivatalból résztvesz az Econometrica szerkesztője is. Az egyedüli állandó tisztségviselők a titkár

és a pénztáros. (Az elmúlt évek során Kornai János személyében magyar tagja is volt a Councilnek és a Végrehajtó Bizottságnak).

A Társaság munkájában mindig részt vettek néhányan a szocialista országok, s így Magyarország közgazdászai közül is. Az 50-es évek átmeneti eltávolodása után a 60-as évektől ismét közvetlenebbé vált a Társasággal való kapcsolat. Minden európai szocialista országban vannak tagjai a Társaságnak. A tagok száma néhány tízre tehető országonként. Magyarországon több mint 50 tagja van a Társaságnak.

Az 1970. évi II. Világkongresszuson Cambridgeben Magyarországról 27-en vettek részt és nyolcan tartottak előadást, 1971-ben Barcelónában 13 volt a magyar résztvevők száma, és két előadás hangzott el. Az 1972. évi budapesti konferencián a magyar résztvevők száma meghaladta a százat és 28 előadást jelentettek be. A múlt évi konferenciára 25-en utaztak hazánkból Oslóba és öt magyar előadás szerepelt a programban.

A Társaságnak nincs hivatalos nyelve. Mint a Társaság vezetői nem hivatalos beszélgetések keretében mondták, azért használják túlnyomó részt az angol nyelvet, néha a franciát, mert azt értik meg legtöbbször. Célyszerűségi okokból alakult ki ez a gyakorlat.

Az Ökonometria Társaság tagjai tagdíjat fizetnek és a tagdíj fejében megkapják a Társaság folyóiratát, az Econometricát. A tagdíjakat dollárban állapítják meg, azonban a 60-as évek során azért, hogy a Társaság munkájában való részvételt elősegítsék, egyes országokban, ahol átutalási korlátozások vannak, lehetővé tették a tagdíj hazai pénzben való befizetését is. Ilyen esetben az ún. „Member Representative”-k képviselik a Társaságot, gondoskodnak a tagdíjak befizetéséről és a rendelkezésre álló pénzt kezelik. Erről tájékoztatást ad az Econometrica hátsó borítólapján található közlemény.

A Társaság közvetlen anyagi eszközeit a tagdíjak képezik, azonban az eddigi gyakorlat szerint bizonyos célokra különböző forrásokból más anyagi eszközök is rendelkezésre állnak. Ennek egyik legszámottevőbb formája az, hogy néhány fiatalabb közgazdász számára, akiknek benyújtott előadását programra tűzték, biztosítják az utazási és részvételi költségeket (travel grant). A kialakult gyakorlat szerint 2—2 travel grant minden konferencia esetében rendelkezésre állt olyanok számára, akik más kontinensen élnek. A II. Világkongresszus esetében még további anyagi támogatást nyújtott a Társaság azoknak a szocialista országokból utazó előadóknak, akik saját anyagi eszközökkel nem rendelkeztek az utazási és tartózkodási költségek fedezésére. Ezeket az utazással kapcsolatos anyagi támogatásokat pályázati rendszer keretében lehetett elnyerni a tervezett előadás bővebb vázlatának előzetes benyújtásával.

Mint már említettem a Társaságnak helyi, országonkénti szervezete nincsen. Az eddigi kialakult gyakorlat szerint a magyarországi tagokkal kapcsolatos ügyek lebonyolítását a Közgazdasági Társaság Matematikai Alkalmazási Szakosztályának vezetősége és a Társaság Member Representative-ja bonyolította le. Amennyiben az 1975. évi III. Világkongresszussal kapcsolatban ismét rendelkezésre fognak állni travel grant-ok, arról a Társaság tagjait értesíteni fogják.

Az évi tagsági díj 320,— Ft, amelyet az OTP-nél arra a célra vezetett zárolt Ft számlára kell befizetni. Mindazok, akik a Társaság munkája iránt érdeklődnek a tagsággal kapcsolatos kérdésekről tájékoztatást kaphatnak a Társaság magyarországi Member Representative-jától. (Dr. Marton Ádám. Központi Statisztikai Hivatal. 1525. Bp. Keleti Károly u. 5—7. Telefon: 358—530.)

A Társaság adminisztratív központja Amerikában van. Címe: Box 1264, Yale Station New Haven, Conn. U. S. A.

MARTON ÁDÁM

A VII. Nemzetközi Input-Output Konferenciáról

Bécsben 1974. április 22—26. között rendezték a VI. Nemzetközi Input-Output Konferenciát. Az input-output technikával foglalkozó tudományos kutatók és gyakorlati alkalmazók hatodik nemzetközi találkozója minden tekintetben nagyobb szabásúnak tűnt az előzőeknél. A témák sokrétűsége és szerteágazása, a szekciók és ezen belül az előadások mennyisége, a résztvevők száma egyaránt ezt bizonyította. W. Leontief az input-outputosok seregszemléjének is nevezhető megnyitó ülésen — úgyis mint e sereg szellemi főparancsnoka — bevezetőjében megállapította: ha az input-output konferenciák résztvevőinek száma olyan mértékben növekszik továbbra is, mint az első konferencia óta, rövidesen nem lehet a konferencia megrendezésére alkalmas helyiséget találni. Ez a jelenleg mennyiségi oldala. Ami a módszerek elterjedésének minőségi vonatkozását illeti, nem

ilyen egyszerű a számbavétel és még kevésbé az értéktétel. Igaz, az elmúlt években sok új terület integrálódott az input-output módszerek alkalmazási körébe. Minden egye konferencia valami új vonást mutatott, és a VI. nemzetközi találkozó is néhány új terület meghódításáról adott tanúbizonyságot. Színvonalas és izgalmas előadások is elhangzottak az új alkalmazási területekről. Mégis némi elégedetlenséget keltett ez a konferencia, amely inkább széleskörűnek, mintsem mélynek ítéltető meg.

Beszámolómban nem adhatok részletes áttekintést valamennyi szekció munkájáról csupán felsorolásszerűen ismertetem a szekciók tárgyát. Kiemelek és röviden ismertetem viszont néhány előremutató előadást.

A konferenciára benyújtott mintegy 80 előadás az alábbi szekciókban került megvitatásra:

- A környezet problémái
- Az energia és szennyeződés problémái
- Nemzeti alkalmazás tapasztalatai
- Technológia, termelés, beruházás
- Business alkalmazás
- Területi kapcsolatok modelljei
- Optimalizáló modellek
- Jövedelem elosztás
- Fejlődő területekre és országokra vonatkozó alkalmazási lehetőségek
- Előrejelző modellek
- Társadalmi rendszerek modellezése
- Árak
- Nemzetközi kereskedelem

A konferencia új vonását három a környezet, az energia és szennyeződés, valamint a társadalmi rendszerek modellezésével foglalkozó szekció munkája képviselte.

Az utóbbi években világossá vált, hogy bármely társadalom jólétének növelése érdekében nemcsak az ártermelés és szolgáltatások növelésének természeti és környezeti korlátait kell figyelembe venni, de figyelmet kell fordítani a természet megőrzésére is. A természet és környezet védelmét szolgáló politikának ugyanakkor összhangban kell lennie a gazdasági szerkezet hatékony fejlesztésével.

A környezet problémáival foglalkozó szekcióülésen elhangzott előadások közül a legelőrehaladottabb kutatásról JOHN H. CUMBERLAND és BRUCE N. STRAM előadása számolt be *Környezeti problémák megoldására alkalmazott input-output modellek empirikus eredményei* címmel.

Az általuk alkalmazott gazdasági-környezeti rendszerek modelljét sematikusán is bemutatom. A modell (A) blokkja egy tradicionális ágazatközi mérleg, amely a rendszer gazdasági folyamatát írja le. A gazdasági tevékenységek az (F) környezeti blokkból merítik erőforrásaikat és végül ugyanoda térnek vissza, természetesen megváltozott formában.

A (B) blokk a bruttó maradványt, vagyis a termelési és fogyasztási folyamat hulladékaiként jelentkező szemetet, szennyeződést reprezentálja. A (C) rész a rendszer által termelt maradvány különböző kezelési módjait és lehetőségeit mutatja be, illetve méri azok költségeit. A hulladék kezelése ugyanis valóságos erőforrások inputját is igényli a velejáró költségekkel. Általában feltételezik, hogy ezek a költségek az elmozdított hulladék százalékos arányának függvényében nőnek, ahogy azt a (C) ábra aszimptotikusan növekvő költségfüggvénye is mutatja. Ezek a technikai kezelési folyamatok átalakítják, gyengítik a szennyeződést, elszállítják a hulladékokat, de a természet fizikai törvényei értelmében azt megsemmisíteni nem képesek. Ezért a kezelt vagy kezeletlen hulladék ismét áttevődik a környezetbe, ahogy azt a (D) blokk jelzi. A környezet is képes bizonyos átalakításra, felszívásra, asszimilálásra. A hulladéknak a környezeti folyamatok átalakító hatása után még fennmaradó része azonban már közvetlenül hat az emberre, a társadalomra. Az (E) blokk alapján a modell szerkesztői feltételezik, hogy a károsodás nem lineáris függvénye a hulladék és szemet mennyiségének. Az emberre és társadalomra gyakorolt hatáson túl ez a szennyeződés visszatér a természetbe, ahogy azt az (F) ábrával kapcsolatban már említettük.

Marginális költség-függvény írható le a (C) blokk alapján és marginális károsodási függvény (tehát ennek alapján a megelőzött károsodás hasznára vonatkozó marginális függvény) határozható meg az (E) blokk adatai alapján. E két függvény szerepel együtt a (G) blokkban, szimbolizálva a tradicionális benefit-cost analízis módszerét. A (G) blokkban jelzett optimum elérésére és biztosítására szolgáló eszközök a (H) blokkban találhatók. Ezek az eszközök befolyásolják az ágazatközi folyamatot közvetlenül és közvetve a fogyasztást, a beruházást, az igazgatást és a kereskedelmet.

A GAZDASÁGI-KÖRNYEZETI RENDSZEREK MODELLJE

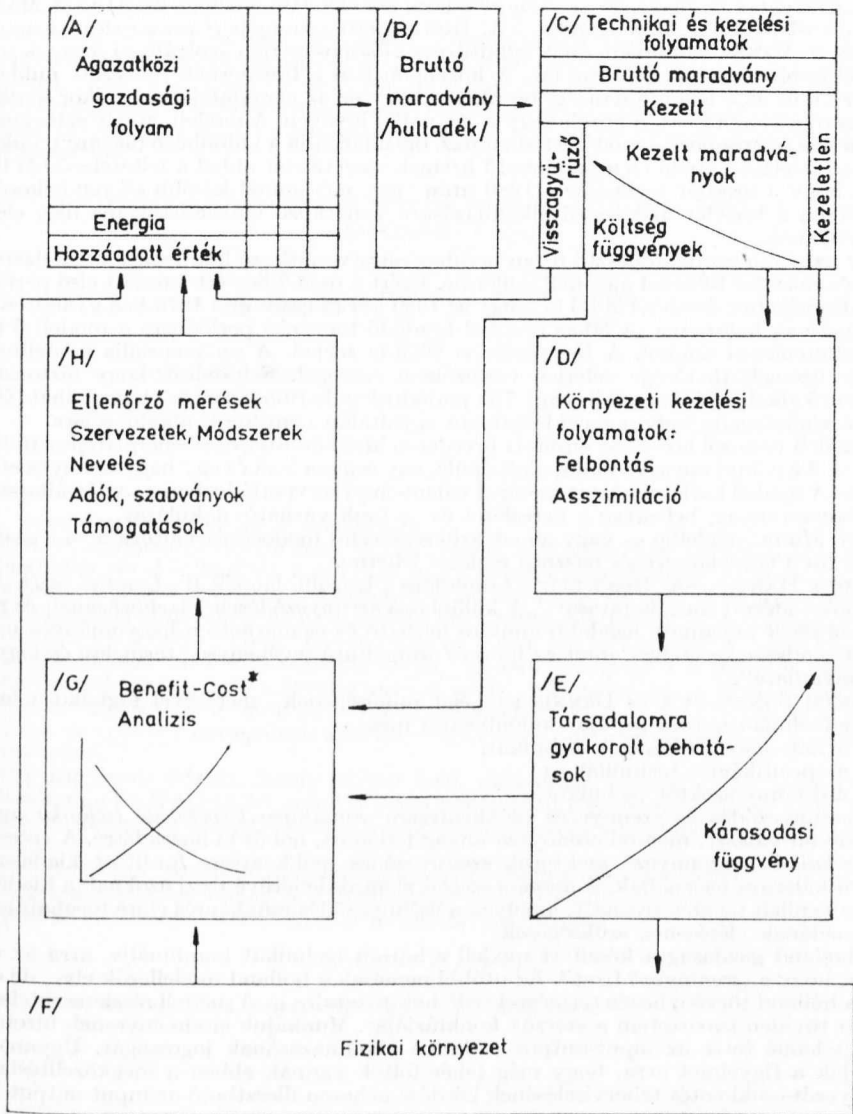


Fig. 1

A modell mint rendszer is működtethető, de egyes blokkjai külön-külön is életképesek. A szerzők empirikus tapasztalatai ma még elsősorban az A, B és C blokk működésére vonatkoznak.

Az „Energia és szennyeződés” szekció előadásai közül kettőt emelnék ki: ALAN S. MANNE *Breederre várva*¹ és H. DEN HARTOG—A. HONWELING szerzőpár *Szennyeződés, szennyező-*

ALAN S. MANNE tanulmányának célkitűzése villamosenergia szolgáltató üzemek optimális összetételének meghatározása. A középpontban a breedernek¹ nevezett nukleáris reaktor áll és az a bizonytalansági probléma, hogy ez az energiafejlesztő mikor kerülhet üzemserű alkalmazásra, a közeli vagy a távolabbi jövőben. A modell, amely sztochasztikus lineáris programozási módszert alkalmaz, optimalizálja a különböző (ásványi, nukleáris) energiabázisra épülő energiafejlesztő üzemek összetételét abból a feltételezésből kiindulva, hogy a breeder technológia 1980 után vagy még annál később áll rendelkezésre. Úgy tűnik, a breeder üzemserű alkalmazására vonatkozó időbecslések ma még eléggé bizonytalanok.

Egy nagyobb energiafejlesztő üzem beruházására vonatkozó határozatnak az üzembehelyezés előtt 5—10 évvel meg kell születnie. Ezért a modellben értelmezett első periódus 1980 közepéig tart és abból indul ki, hogy az 1980 körüli összetétel 1974-ben gyakorlatilag már meg van határozva. A 80-as évekkel kezdődő tervezési periódusra a modell 5 éves intervallumokban számol. A tervperiódus 2025-ig terjed. A szekvenciális modellben a breeder üzemeltethetősége véletlen változóként szerepel. Feltételezi, hogy biztonságos üzemserű alkalmazására a 3-ik vagy 7-ik periódusban kerülhet sor, de előfordulhat (50%-os valószínűséggel), hogy a tervidőszakban egyáltalán nem kerül alkalmazásra.

A modell változói között az említett breederen kívül öt alternatív energiafejlesztő típus szerepel: 3 ásványi anyagra (szén, olaj) épülő, egy csúcserőmű és egy hagyományos atomreaktor. A modell korlátai között szerepel valamennyi tervperiódusban a „világ állapotát” jelző ismeretanyag, beleértve a keresletet és az árak várható alakulását.

A. S. Manne modellje — vagy annak szükségsszerűt módosított változata — a magyar hosszú távú energiatervezés hasznos eszköze lehetne.

H. DEN HARTOG—A. HONWELING tanulmánya igazolni látszik W. Leontief és D. Ford mottóként idézett megállapítását: „A különböző szennyeződések létrehozásának és megszüntetésének folyamata legalább annyira leírható és elemezhető a hagyományos input-output rendszer keretében, mint az ipari és szolgáltató tevékenység termelési és fogyasztási folyamata”.

HIRSCH SONENBEUM és DENNIS az „élet minőségének” mérésével foglalkozó input-output technika három fajtáját különbözteti meg:

- a kapcsolódó (linkage) technikát,
- a specifikációs technikát és
- a dummy szektor technikát.

A szennyeződés és szennyezés csökkentésére vonatkozó *kapcsolódó technika* arra a kérdésre ad választ: mennyi szennyező anyag fejlődött, hol és ki hozta létre. A *specifikációs technikát* a szennyező szektorok szennyeződés csökkentésére fordított kiadásainak kvantifikálására használják. A *dummy szektor* elemzés lehetővé teszi azoknak a kiadásoknak az explicit meghatározását, amelyek a szennyeződés-csökkentés előre meghatározott színvonalának eléréséhez szükségesek.

A holland gazdaságra készített modell e három technikát kombinálja, arra az elvre építve, hogy a „szennyező fizet”. Ez utóbbi nemcsak a holland modellezők elve, de érvényes a holland törvényhozás természetvédő határozataira is. A modell részletesebb leírása helyett röviden ismertetem a szerzők konklúzióját. Munkájuk eredményesnek bizonyult, kétségtelenné tette az input-output technika alkalmazásának jogosságát. Ugyanakkor felhívják a figyelmet arra, hogy még fehér foltok vannak ebben a megközelítésben; a szennyezés-csökkentés teherviselésének kérdése nehezen illeszthető az input-output keretekbe.

Szinte lehetetlen feladat összefoglalni vagy egy-két előadással reprezentálni a *társadalmi rendszerek modellezése* szekció lényegét. Meg kell azonban említeni két érdeklődésre számotartó előadást.

¹ A „breeder” kifejezés szó szerinti keltetést, megtermékenyítést, fogantatást jelent. Itt az atomenergia hasznosításának egy speciális módjára utal. Egy szűkösebb energia-hordozó felhasználásával „megtermékenyítenek” egy második fokozatú energiafejlesztőt, amely bővebben rendelkezésre álló olcsóbb energiahordozót használ fel.
dés csökkentés, gazdasági struktúra című tanulmányait.

RICHARD STONE: *Véletlen bolyongás a társadalom-tudományokon keresztül* (Input-output és Markov modellek a társadalomtudományi kutatásban) c. tanulmánya egy standard Stock-Flow mátrixra épül. A mátrix lényeges vonása, hogy a belvilágot, azaz „országunkat”, vagy az egyének más aggregátumát, megkülönbözteti a külvilágtól; továbbá, hogy az „országunkra” vonatkozó flow tételek oszlopösszege a nyitóállományt, sorösszege a záróállományt adja. A mátrix oszlopaiból az „országunkra” vonatkozó differenciaegyenletek sora írható fel. Az input-output analízis és a Markov lánc matematikai hasonlósága ismeretes. Stone professzor azonban közgazdasági tartalommal tölti meg és társadalmi példák egész során keresztül mutatja be az input-output modellek hasonlóságát a Markov lánchoz, bizonyítja a módszer alkalmazhatóságát. A gondolatot a szerző az alábbi példával illusztrálja:

A θ év nyitó és záróállományára, valamint a θ flowra vonatkozó demográfiai mátrix

θ év eleji állapot $\theta + 1$ év eleji állapot	Külvilág	Az országunk: nyitó állapotok	Záró készletek
Nyitó készletek	α	d'	
Külvilág			
Az országunk:	b	S	An
Záró állapotok		n'	

A szimbólumok jelentése a következő:

- α skalár, azoknak az egyéneknek az összességét jelzi, akik θ év folyamán beléptek az országba, de el is hagyták azt, tehát sem a nyitó, sem a záróállományban nincsenek számbavéve. Pl. egy csecsemő születik az év folyamán, de még ez évben meghal.
- b egy oszlopvektor, amely az új belépőket jelzi, nevezetesen azokat, akik országunkban születtek a θ évben, illetve ugyanebben az évben bevándoroltak. Az egyedek figyelembe vannak véve a záróállományban, de nem szerepelnek a nyitóállományban.
- d' egy sorvektor (a vonás a transzponálást jelzi), mely az országot elhagyó egyedeket írja le, vagyis azokat, akik az év folyamán meghaltak, illetve elhagyták az országot. Ezek az egyedek szerepelnek a nyitó állományban, de nem szerepelnek a záró állományban.
- S egy négyzetes mátrix, amely azokat jelzi, akik egész éven keresztül jelen voltak, tehát mind a θ évi nyitó, mind a záróállományban figyelembe vannak véve. Nyitó állapotuk szerint vannak osztályozva az oszlopokban és záróállapotuk szerint a sorokban.
- n' egy sorvektor, amely a nyitóállományt jelzi valamennyi állapotban.
- An egy oszlopvektor, amely a záróállományt jelzi minden állapotban.
- A jelzi az eltolás operátort, amelyet az alábbi összefüggés ír le:

$$A^{\tau}n(\theta) = n(\tau + \theta)$$

A táblázat országunkra vonatkozó sorából látható, hogy

$$\begin{aligned} An &= Si + b \\ &= Cn + b \end{aligned} \quad (1)$$

ahol i jelzi az összegzővektort és C a koefficiens mátrixot, amelyet az S oszlopelemeinek a megfelelő n elemmel történő osztásával kapunk meg. Ez másképpen

$$C = S\langle n \rangle^{-1} \quad (2)$$

Az (1) egyenlet azt fejezi ki, hogy a záróállomány vektora, An megfelel az n nyitó állományvektor C mátrixszal vett transzformáltjának és a b vektornak az összegével. Ha csupán azokra akarjuk korlátozni elemzésünket, akik végig „jelen voltak”, meghatározhatjuk a D mátrixot, mondván, hogy

$$D = S\langle n - d \rangle^{-1} \quad (3)$$

A keret általános; amit eredményül kapunk attól függ, hogy mit tettünk be, vagyis azoktól a kategóriáktól, vagy állapotoktól, amelyre az S -t felosztottuk. Ahhoz, hogy a folyamat reprezentálható legyen egy Markov láncsal, az szükséges, hogy: (i) az állapotok úgy legyenek meghatározva, hogy egyik állapotból a másik állapotba való átmenet valószínűsége független legyen attól a pályától, amelyen az állapotot elérték; (ii) a népesség homogén legyen; (iii) az átmeneti koefficiensek konstansak legyenek. A Stone professzor által bemutatott alkalmazások közül csupán felsorolok néhányat: munkaerőáramlás, jövedelem elosztás, családi állapot, társadalmi mobilitás elemzése.

H. AUJAC *Egy új társadalmi input-output tábla felé: a társadalmi csoportok és intézmények dinamikája* c. tanulmánya egy olyan input-output modellre tesz javaslatot, amely nem a termelési kapcsolatokat, hanem magát a társadalmat elemzi; a modell technikai koefficiensei társadalmi csoportok és intézmények stratégiáit írják le.

Értékelve a konferencián szerzett tapasztalatokat, úgy tűnik, hogy az elhangzott előadások két csoportba oszthatók: a gyakorlattól független, szinte steril, technikai jellegű kutatások és a gyakorlattal szoros kapcsolatot tartó, időszerű problémákkal foglalkozó kutatások, illetve alkalmazások. Az utóbbi csoportba tartozó előadások keltettek nagyobb érdeklődést a konferencián és számíthatnak szélesebb körű érdeklődésre a későbbi publikációk alapján.

DÁNIEL ZSUZA

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki szerkesztő: Sós Attila

A kézirat nyomdába érkezett: 1974. VII. 26. Terjedelem: 6,3 (A5) ív
74.713 Akadémiai Nyomda Budapest — Felelős vezető: Bernát György

CONTENTS

JEAN PASCAL BENASSY: Disequilibrium theory	135
ANDRÁS SIMON: The analysis of the Hungarian foreign trade using econometric methods	165
JENŐ SZÉP—MIKLÓS HEGEDÜS: Equilibrium systems II.	177
KÁROLY SARKADI: Notes on IMRÉNYI's article „On canonical correlation”	191

BOOK REVIEWS

JENŐ SZÉP—FERENC FORGÓ: Introduction to game theory (<i>Sándor Kádás</i>)	193
A. S. GOLDBERGER—O. D. DUNCAN (ed.): Structural equation models in the social sciences (<i>Rudolf Andorka</i>)	196

SCIENTIFIC LIFE

ÁDÁM MARTON: On the Econometric Society	199
ZSUZSA DÁNIEL: On the 6th International Input-Output Conference	201

СОДЕРЖАНИЕ

ЖАН ПАСКАЛ БЕНАССИ: Теория состояния неравновесия (дизэквилибриум).....	135
АНДРАШ ШИМОН: Исследование венгерской внешней торговли методом эконометрии	165
ЕНЁ СЕП—МИКЛОШ ХЕГЕДЮШ: Разновесные системы II.	177
КАРОЙ ШАРКАДИ: Заметки к статье Имрени „О калькуляции канонической корреляции”	191

О КНИГАХ

ЕНЁ СЕП—ФЕРЕНЦ ФОРГО: Введение в игровую теорию (Шандор Кадаш)	193
А. С. ГОЛЬДБЕРГЕР—О. Д. ДАНКЕН (ред.): Структурные модели уравнения в общественных науках (Рудольф Андорка)	196

НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

АДАМ МАРТОН: Об Эконометрическом Обществе	199
ЖУЖА ДАНИЕЛ: О шестой международной конференции ввода-вывода	201

Ára: 12,— Ft

Előfizetés egy évre: 40,— Ft

INDEX: 26793

TARTALOM

JEAN PASCAL BENASSY: Disequilibrium-elmélet	135
SIMON ANDRÁS: A magyar külkereskedelem vizsgálata ökonometriaival módszerrel	165
SZÉP JENŐ—HEGEDÜS MIKLÓS: Egyensúlyi rendszerek II.	177
SARKADI KÁROLY: Megjegyzések Imrényi: „Kanonikus korrelációs számítás” című cikkéhez	191

KÖNYVEKRŐL

SZÉP JENŐ—FORGÓ FERENC: Bevezetés a játékelméletbe (<i>Kádas Sándor</i>)	193
A. S. GOLDBERGER—O. D. DUNCAN (szerk.): Structural equation models in the social sciences (<i>Andorka Rudolf</i>)	196

TUDOMÁNYOS ÉLET

MARTON ÁDÁM: Az Ökonometria Társaságról	199
DÁNIEL ZSUZSA: A VI. Nemzetközi Input-Output Konferenciáról	201



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST