Benedikt Vera

Egy egészértékű feladat heurisztikus megoldása

(Öntöde termelésének programmozása)

1. Bevezetés

Dolgozatomban egy nagyméretű egészértékű feladat heurisztikus megoldását ismertetem: az egészértékű feladat egy öntöde termelési programjának matematikai modellje. A feladat így elég speciális és a megoldásban kihasználom az öntödei adottságokat. A feladat megfogalmazása előtt tehát először azokat az öntödében végbemenő folyamatokat kell megismerni, amelyeket a modell figyelembe vesz.

2. Öntödei technológiák

Feladatunk egy öntöde vasfelhasználásának optimalizálása volt. A vaskihasználást csak két technológia befolyásolta: a formázás és az öntés.

2.1. *Formázás*

A formázás formázógépeken történik. A formázóállványra mintát szerelnek. Erre ráraknak egy ,,szekrény''-t (ez egy mindkét oldalán nyitott láda), a szekrénybe homokot öntenek és gép segítségével a homokot jól ledöngölik; majd leemelik a szekrényt az állványról. Így a homokban megmarad a termék helye. Egy terméket két szekrény összerakásával lehet majd kiönteni. Az így összerakott formázószekrénypáron hagynak egy nyílást és itt öntik be a vasat.

2.2. *Formázás fajtái*

A formázást három fajta technológiával végzik: kisgépes, nagygépes vagy kézi technológiával. Azt, hogy egy termék melyik fajta technológiához tartozik, a szekrényméret és a formázás munkaigényessége határozza meg. A technológiák ezen kívül vasigényben, formázó időigényben és átállási (mintacsere) időben különböznek egymástól. Az egyes formázó technológiákat a következőkben jellemezhetjük:

a) *Kisgépes* formázógépeken kis vasigényű termékeket formáznak. A formázóidő itt nagyon kicsi. A mintacsereidő általában 0,55 óra. Négy pár formázógép van, amelyek egy konveyort szolgálnak ki. A konveyor egyik végén vannak a formázógépek, a másikon öntik a vasat. Amint megformáznak egy terméket, azonnal konveyorra rakják. Itt nincs raktározási lehetőség. Tehát összesen annyi szekrényt tudnak formázni, amennyi a konveyorra ráfér. A konveyort lehetőleg teljesen le kell terhelni. A konveyor kapacitása szekrény-darab/óra dimenzióban adott szám. A nagy mintacsere idő miatt egy sorozatot lehetőleg folyamatosan kell formázni, legfeljebb két óránként szabad mintát cserélni.

b) *Nagygépes* formázás: Ide a nagyobb vasigényű és formázóidejű termékek tartoznak. Mintacsereidejük kb. 0,85 óra. Itt van raktározási lehetőség, amelyre jelenleg a modellben nem vettünk figyelembe korlátot. Két pár formázógép van. Egy sorozatot lehetőleg folyamatosan kell formázni, itt azonban nincs korlát a folyamatosságra.

c) *Kézi* formázás: Itt részben olyan termékeket formáznak, amelyekből csak egy-két darabot kell gyártani, tehát nem érdemes géppel formázni, vagy olyan vasigényes termékeket, amelyek méreteik miatt nem férnek el egy formázógépen sem; vagy olyan munkaigényes termékeket, amelyek csak kézzel formázhatók. Itt is van raktározási lehetőség és itt sem vettünk figyelembe erre korlátot. Három munkacsoport tartozik ide, amelyeket a továbbiakban mint különböző gépeket kezelünk és formailag is gépnek nevezünk.

A formázó technológiáknál teljesülnie kell annak a feltételnek, hogy egy időben (azaz párhuzamosan), egy fajta terméket csak egy formázógép-páron lehet formázni, mivel minden termékhez egy minta tartozik és minden mintából csak egy van. Tehát, mint az előzőekben említettem, egy mintához tartozó sorozatot folyamatosan érdemes formázni, kivéve a kézi technológiát, mivel ott nincs mintacsere idő.

Előre rögzített, hogy melyik termék mely formázó technológiához tartozik. A kézi formázással formázandó termékeknél a munkacsoport is előre adott; a kis-, illetve nagygépeknél a négy-, illetve két formázógép-pár egymás között konvertálható.

2.3. *Öntés*

Az öntéshez a vasat egy kúpolóban olvasztják. Általában tekinthetjük úgy hogy a kúpolóból óránként 3 tonna vasat lehet lecsapolni. Pontosabban ez az adott mennyiség ε eltéréssel lehet több vagy kevesebb. Ha egy órában $\pm\varepsilon$-nál több, illetve kevesebb vasat használunk fel, az csak a következő órában vehető figyelembe. Ezt a $3 \pm \varepsilon$ tonna vasat kell a három technológiára, illetve azokon belül formákra elosztani úgy, hogy a vaskihasználás a lehető legjobb legyen. Az olvasztott vasat tégelyekben viszik a kis-, nagy-, illetve kézi formáshoz és ott öntik be a kész szekrényekbe. Az öntés gyakorlatilag nem használ el időt.

3. A feladat megfogalmazása

Feladatunkat ezekután a következőképpen fogalmazhatjuk meg:

Egy hónap (negyedév) minden órájára olyan ütemtervet kell készíteni, hogy a kúpolóból óránként nyerhető vasat anyagveszteség nélkül fel lehessen használni az alábbi szempontok figyelembevételével:

a) A kisgépes formázáshoz tartozó konveyort teljesen leterheljük.

b) Egy terméksorozatot nem formázhatunk párhuzamosan több formázógéppáron.

c) Figyelembevesszük a formázógépek sajátosságait, valamint a formázógép-párok leterhelését. A kis-, illetve nagy formázógép-párok homogén gépcsoportnak tekintendők, a kézi formázás egyedi gépeken történik.

d) A kis- és nagygépeknél mintacsereidőt (átállási időt) veszünk figyelembe.

e) A nagy- és kézi formázógépeknél korlátlan raktározási lehetőséggel számolunk; a kisgépeknél nincs raktározási lehetőség.

f) Egy terméksorozatot a kis- és nagygépeken lehetőség szerint folyamatosan öntünk. Minimálisan két óránként lehet mintacsere.

4. A feladat matematikai modellje

Az ütemtervet egy egészértékű, (0,1)-es feladat megengedett megoldása adja. Jelölések:

- I indexhalmaz; a kisgéppel formázandó öntvények indexeinek halmaza
- J indexhalmaz; a nagygépes termékek indexhalmaza
- K indexhalmaz; a kézi formázáshoz tartozó termékek indexhalmaza
- x_i^k egy (0,1) komponensű vektor eleme, mely 0, ha az i-edik öntényt a k-adik órában nem öntjük és 1, ha igen
- s_i^k, S_i^k az i-edik termékből a k-adik órában elkészített termékek darabszáma (s_i^k kisgépes, S_i^k nagygépes és kézi formázásra vonatkozik)
- a_i az i-edik termék 1 darabjának vasigénye
- f_i az i-edik termék 1 darabjának formázóideje
- p_i az i-edik termékhez tartozó mintacsereidő
- P_i^m az i-edik termékből az m-edik hónapban készítendő darabszám
- T_i^k az aktuális darabszám (P_i^m-ből kivonva az i-edik termékből már eddig elkészült formák darabszámát)
- D_0 egy óra alatt a konveyor leterheléséhez szükséges szekrény darabszám
- L_0 egy óra alatt a kúpolóból nyerhető vas

Ezen jelölések alapján valamelyik nap k-adik órájára a következőknek kell teljesülniök:

$$kL_0 - \varepsilon \leq \sum_{l=1}^{k-1} L_l + \sum_I a_i x_i^k S_i^k + \sum_J a_i x_i^k S_i^k + \sum_K a_i x_i^k S_i^k \leq kL_0 + \varepsilon \tag{1}$$

$$L_l = \sum_I a_i x_i^l S_i^l + \sum_J a_i x_i^l S_i^l + \sum_K a_i x_i^l S_i^l \qquad l = 1,2,\ldots, k\text{-}1$$

$$D_0 - \delta \leq \sum_I s_i^k \leq D_0 + \delta \tag{2}$$

$$s_i^k \leq \begin{cases} \min\left\{T_i^k;\ \max\left[\dfrac{\lambda_\nu^{k-l} + 1 - p_i}{f_i}\right]\right\} & \text{ha } x_i^{k-1} = 0,\ x_i^k = 1 \ (i \in I) \\ & \nu = 1, 2, 3, 4 \\ \min\left\{T_i^k;\left[\dfrac{1}{f_i}\right]\right\} & \text{ha } x_i^{k-1} = x_i^k = 1, \quad (i \in I) \\ 0 & \text{különben} \end{cases} \tag{3}$$

ahol $0 \leq \lambda_\nu^{k-1} \leq 0{,}55$

$$(4)\quad S_i^k \leq \begin{cases} \min\left\{T_i^k; \left[\dfrac{1+\omega_\nu^{k-1}}{f_i}\right]\right\} \text{ ha } x_i^{k-1} = x_i^k = 1\,, & (i \in J) \quad \nu = 1, 2 \\ \min\left\{T_i^k; \left[\dfrac{1 - p_i + \max\{\omega_\nu^{k-1}\}}{f_i}\right]\right\} \text{ ha } x_i^{k-1} = 0\,, x_i^k = 1\,, & (i \in 1) \quad \nu = 1, 2 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

$$\text{ahol } \omega_\nu^k = \omega_\nu^{k-1} + 1 - \sum_J f_i^k S_i^k - \sum_{k-1} p_i \qquad \nu = 1{,}2$$

$$\text{ha } x_i^{k-1} = 0, x_i^k = 1, (i \in J); k = 1,...,8$$

Az (1) feltétel a vas folyamatos leterhelését biztosítja. Mivel optimalizálásra nem törekedtünk, $\pm\varepsilon$-nyi óránkénti eltérést veszünk figyelembe.

A (2) feltétel a konveyor leterhelésére vonatkozik. A tapasztalat alapján itt sem lehetséges a szigorú egyenlőség (kezdetben azzal számoltunk). Így itt is $\pm\delta$ eltérést veszünk figyelembe.

A (3) összefüggéssel a kisgépes termékből a k-adik órában öntendő darabszámot számoljuk ki, amely vagy annyi, amennyit (a) a sorozatból még gyártani kell, vagy amennyit (b) maximálisan formázni tudunk egy óra alatt. Ha már az előző, $(k - 1)$ órában elkezdtük a formázást, akkor az (a), (b) minimuma az a maximális termékmennyiség, amennyit a k-adik órában önteni tudunk. Ha az előző órában az i-edik terméket még nem kezdtük el formázni, akkor a formázásra fordítható időt úgy kapjuk meg, ha az egy órához hozzávesszük az előző órából a tekintett formázógép-páron fennmaradt időt, λ_ν^{k-1}-t, ha az a mintacsere időnél nem nagyobb. A formázásra fordítható időből azonban le kell vonni az átállási időt (p_i-t). Tehát új termék esetén a ν-edik kisgépes formázógéppáron maximum

$$\min\left\{T_{k'}^i; \frac{1 - p_i + \lambda_\nu^{k-1}}{f_i}\right\}$$

darabot formázhatunk. A (4) feltétel ugyanilyen meggondolás alapján a nagy-, ill. kézi formázással formázandó termékek darabszámát adja, de mivel a nagy-, ill. a kézi formázógép-pároknál van raktározási lehetőség, tehát annyit tudunk formázni az i-edik termékből a ν-edik gépen, amennyi a ν-edik gép szabad kapacitása. A szabad kapacitást az (5) feltétellel számoljuk ki. Nagygépeknél új termékválasztás esetén, így érdemes azon formázógép-páron formázni, ahol a k-adik óráig a legtöbb szabad kapacitás van.

5. Az algoritmus ismertetése

Feladatunk megoldását az előző fejezetben leírt egészértékű feladat óráról-órára történő megoldása adja. Az I, J, K halmazok 300—300 eleműek, így egy 900 változós feladatot kellett megoldanunk. A feladat nagy mérete miatt egy heurisztikus módszert dolgoztunk ki.

A heurisztikus módszer kidolgozásánál két fő szempontot vettünk figyelembe: elsősorban a változók számát akartuk csökkenteni, másodsorban az iterációk számát. Mindkét szemponthoz célszerűnek látszott a változókat úgy csoportosítani (osztályba sorolni), hogy a feladat megoldása során ezeket az osztályokat vagy az osztályok egy elemét tudjuk változóként kezelni. Az alapfeladatból egy kézenfekvő csoportosítás adódott: olyan termékosztályokat készítsünk, hogy az egyes osztályokhoz tartozó termékek óránkénti vasigényére adott valamilyen becslést. Így a megoldás során ha már van rögzített termék,, elegendő csak azokat az osztályokat nézni, aminek a vasigénye a maradék vasnál nem több.

Az iterációk számának csökkentésére is adódik az alapfeladatból egy kézenfekvő lehetőség. Ha minden nap első órájára egy olyan megoldást keresünk a kisgépes termékekre és, ha lehet, a nagygépes termékekre is, amelyek előreláthatólag egész napra (osztálytól eltekintve) — azaz kb. 8 iterációra — jók. A többi 7 iterációnál így már csak egy 300 változóból álló feladatot, ill., az osztálybasorolástól függően, még kevesebb változóból álló feladatot kell megoldani.

Végül felmerül az a kérdés, hogyan biztosítható, hogy az eljárás végén is kapjunk megoldást. Mivel a kisgépes termékeket állandóan kell formázni, és a vasigényük nem számottevő: csak a nagygépes és a kézi termékek ütemezését kell meghatározni. A kézi- és a nagygépes termékek maradék (még be nem ütemezett) összformázóideje adott egy jó előrebecslést arra, hogy mely gépre még mennyit kell ütemezni, azaz melyik gépet kell először leterhelni. Az eddigiek alapján az algoritmus két részből áll:

1. A változók osztálybasorolásából.
2. Leszámolási algoritmusból.

Első fázis: A termékeket óránkénti vasigényük alapján osztályokba soroltuk. Az osztályokat gyakoriságszámítás alapján határoztuk meg. Meghatároztunk „-tól-ig" határokat és egy osztályba soroltuk azokat a termékeket, amelyek óránkénti vasigénye a meghatározott határok közé esett. Ilymódon egy osztályba kerültek azok a termékek, amelyek öntéséhez (ha az öntésük egy órán keresztül folyamatosan történik) kb. ugyanannyi vas szükséges. Az így elkészített osztályokat kezeltük változóként. Az egyes csoportok óránkénti vasigényét az osztályba tartozó termékek átlag vasigénye adta.

Második fázis: A leszámolási algoritmus csak egy napi megoldást ad. A megoldás során feltételeztük a 8 órás munkanapot. A továbbiakba a „választás" azt jelenti, hogy a különböző osztályokat tekintjük egy-egy változónak és így a leszámolási algoritmussal keresünk új megoldást. A megoldás tulajdonképpen a kiválasztott osztály első olyan elemét jelenti, amit még nem ütemeztünk. Ezt megtehetjük, mert így az eltérések $\pm\varepsilon$-nál nem lesznek nagyobbak (az osztályhatárok meghatározásánál ezt figyelembevettük).

A „cserélés" azonos osztályból való termékek cseréjét jelenti.

A leszámolási algoritmus lépései:

1. Olyan megoldást választunk kisgépekre, amely teljesíti (2)-t és amely legalább két órán keresztül folyamatos gyártást biztosít. Minden olyan terméket, amivel a rögzített termékek a (2) feltételt nem teljesítik, letiltunk.

2. A vasmennyiséget csökkentjük az (1)-ben választott termékek vasigényével. Megnézzük, hogy a nagygépes vagy a kézi termékek igényelnek-e több formázóidőt. Ha a nagygépesek igényelnek többet, GO TO 3. Ha a kéziek, GO TO 4.

3. Az első olyan legnagyobb osztálytól, amelynek vasátlaga nem kisebb, mint a maradék vas, választunk termékeket a nagygépre.

3/a. Megnézzük, folytathatók-e az előző órában rögzített nagygépes termékek.
Ha igen, GO TO 3/b.
Ha nem, cserélünk és GO TO 3/b.
Ha nem tudunk cserélni, GO TO 3.
3/b. Kiszámítjuk a maradék vasat. Ha nincs több vas: GO TO 5.
Ha van még vas, megnézzük: kézi terméket már választottunk-e.
Ha választottunk, GO TO 8.
Ha nem választottunk, GO TO 4.
4. Választunk kézi termékeket abból az első legnagyobb osztályból, aminek a vasátlaga nem kisebb a maradék vasnál.
Kiszámítjuk a maradék vasat
Ha nincs több vas, GO TO 5.
Megnézzük, kézitermékeket választottunk-e.
Ha igen, GO TO 5.
Ha nem, és ha $k \neq 1$, BO TO 3/b.
Különben GO TO 3
5. Kiszámítjuk az S_i^k-ket, s_i^k-ket, ω-kat, λ-kat, T_i^k-ket. Legyen $k = k+1$. GO TO 6.
6. Megvizsgáljuk, van-e még termék. Ha minden terméket beütemeztünk, akkor vége. Ha még nem ütemeztünk be minden terméket, és $k = 8$, akkor a letiltott termékeket felszabadítjuk és $k = 0$. GO TO 1.
Ha $k \neq 8$, GO TO 7.
7. Megvizsgáljuk, folytathatók-e a kisgépes termékek.
Ha igen, GO TO 2.
Ha nem folytathatók, akkor cserélünk és GO TO 3.
Ha nem tudunk cserélni, GO TO 1.

6. Számítási tapasztalatok

Az előző fejezetben leírt algoritmusra IBM 360/40 gépre program készült· A program kb. 20—30 perces CPU (belső idővel ütemezett be egy hónapot· (Kb. 180 iteráció).

Az algoritmust eléggé gyorsította az, hogy a csoportosítással elértük hogy 3—400 változó helyett elég volt 40—50-nel számolni. Általában csak az utolsó napokra nem kaptunk megengedett megoldást termékhiány miatt. Az algoritmus során mindig csak egy megengedett megoldásra törekedtünk és így az optimumról, vagy annak közelségéről semmit sem tudunk mondani.

A program úgy készült, hogy valamilyen hiba esetén bárhonnan újra lehet kezdeni.

(Beérkezett: 1974. január 9.)

HEURISTIC SOLUTION TO AN INTEGER PROBLEM (PRODUCTION SCHEDULE FOR A FOUNDRY)

The paper outlines the heuristic solution of a large-scale (900 variable) integer programming problem. This problem is the mathematical model of the production scheduling of a foundry. The solution makes use of special features of the problem, and hence before formulating it the foundry problem itself is described.

In the first part of the paper the industrial problem and its mathematical model are outlined. The mathematical model itself is a large-scale integer programming problem. The heuristic solution of this integer problem consists of two stages, these are: the reduction of the number of variables and an enumeration algorithm.

The paper sums up the computational experience.

ЭВРИСТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

(Программирование литейного производства)

Настоящая работа излагает эвристическое решение целочисленной задачи большого размера (900 переменных). Целочисленная задача является математической моделью производственной программы литейного цеха. Решение основано на особенностях задачи, поэтому перед описанием задачи излагаем задачу литейного цеха.

В первой части данной работы излагается решаемая промышленная проблема, затем ее математическая модель. Математическая модель является целочисленной задачей большого размера. Эвристическое решение целочисленной задачи производится в двух этапах: сокращение числа переменных, затем алгоритм отсчета.

В заключении в работе подводится итог опытов расчетов.