Szelényi László

Beruházási keret elosztása paraméteres és dinamikus programozással

A lineáris programozás alkalmazása az utóbbi években egyre jobban terjed a mezőgazdasági tervezés különböző területein. Elég, ha utalunk ezzel kapcsolatban Sebestyén [7], Tóth [9], [10], Csáki [2], Acsay–Csáki–Varga [1], Csete–Megyeri–Mészáros [3], valamint Kubas [6] munkáira, természetesen a teljesség igénye nélkül.

A mezőgazdasági vállalatoknál végzett meliorációs munkák igen nagy beruházási igénye szükségessé teszi, hogy a meliorációs beruházások támogatására fordított állami keretek elosztását az operációkutatás módszereivel vizsgáljuk. Alapproblémánk tehát a következő: a korlátozottan rendelkezésre álló állami támogatási keretet hogyan oszthatjuk el optimális módon az igénylő gazdaságok között.

Tanulmányunk célja a felvetett probléma megoldására alkalmas programozási módszerek kidolgozása és vizsgálata, e módszerek bizonyos mértékű általánosítása.

A beruházási keret elosztásának modellje

Tegyük fel, hogy a meliorációra rendelkezésre álló beruházási keretet az arra illetékes szervnek n darab gazdaság között kell optimálisan szétosztania. Az optimalitás tartalma ebben az esetben az érintett gazdaságok összjövedelmének maximuma. Az optimalizálás végrehajtására alkalmas lineáris programozási modell a következőképpen írható fel:

$$x_1, y_1, x_2, y_2, \dots x_n, y_n, \geq 0$$

$$\begin{array}{lllll}
A_1x_1 + M_1y_1 & & & & \leq b_1 \\
 & A_2x_2 + M_2y_2 & & & \leq b_2 \\
 & \vdots & & & \vdots \\
 & \vdots & \dots & A_nx_n + M_ny_n & \leq b_n \\
m_1^*y_1 & + m_2^*y_2 + & \dots & + m_n^*y_n & = R \\
c_1^*x_1 + c_{m1}y_1 & + c_2^*x_2 + c_{m2}^*y_2 + & \dots & c_n^*x_n + c_{mn}^*y_n & \to \max!
\end{array}$$

A_i = az i-edik gazdaság meliorálatlan területre vonatkozó technológiai mátrixa,

M_i = az i-edik gazdaság meliorált területre vonatkozó technológiai mátrixa,

x_i = meliorálatlan területre vonatkoztatott termelési változók vektora az i-edik gazdaságban,

y_i = meliorált területre vonatkoztatott termelési változók vektora az i-edik gazdaságban,

b_i = a termelési források (kapacitások) vektora az i-edik gazdaságban,

m_i^* = fajlagos meliorációs beruházási igény az i-edik gazdaságban,

R = a gazdaságok között felosztandó beruházási keret;

c_i^* = a meliorálatlan területekre vonatkoztatott fajlagos jövedelem az i-edik gazdaságban;

c_{mi}^* = a meliorált területekre vonatkoztatott fajlagos jövedelem az i-edik gazdaságban.

Könnyen felismerhető a modell speciális szerkezete, gazdaságonként önálló blokkokból épül fel, és az egészet a beruházási keretre vonatkozó egyetlen egyenlet fűzi össze. A modell ebben a formában is minden további nélkül megoldható, a megoldás nem csak a beruházási keret optimális felosztásáról tájékoztat, hanem egyúttal a gazdaságok optimális termelési szerkezetét is szolgáltatja.

Az egyes gazdaságoknak megfelelő blokkok részletességétől és a gazdaságok számától függően azonban a feladat méretei meghaladhatják a rendelkezésre álló számítógép lehetőségeit. Célszerű tehát megvizsgálni, hogy a feladat speciális szerkezetét kihasználva, hogyan lehet kisebb méretű feladatok egymás utáni megoldására redukálni a problémát.

Célunk tehát egy dekompozíciós eljárás konstruálása. A legismertebb ilyen eljárást Dantzig és Wolfe nyomán Krekó Béla [5] ismerteti. Ez általánosabb az általunk vázolt problémánál, amennyiben a ,,központ feltételi rendszere'' nem egyetlen egyenletből áll. A Kornai – Lipták-féle kétszintű tervezési eljárás [4] egyik jellemzője pedig ezen túlmenően az, hogy nem véges ([4] 292. o.). A Simon György által kidolgozott reflektorprogramozás [8] heurisztikus alapokon nyugvó algoritmus nagyméretű lineáris programozási feladatok megoldására.

Megoldás paraméteres és dinamikus programozás összekapcsolásával

Az előző fejezetben ismertetett modellt nevezzük *központi elosztási feladatnak.* Ez a gazdaságok feltételi rendszerének megfelelően *üzemi modellekre* bontható szét. Az i-edik üzemi modell az alábbi formában írható fel,

$$x_i, y_i \geq 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots n)$$

$$A_i x_i + M_i y_i \leq b_i$$

$$m_i^* y_i = R_i$$

$$C_i = c_i^* x_i + c_{mi}^* y_i \to \max!$$

ahol

R_i = az i-edik üzem számára juttatott beruházási keret;

C_i = az i-edik üzemi modell célfüggvényének értéke;

R_i értékét paraméternek tekintve ez egy duális paraméteres programozási feladat [4]. A számításokat elvégezve az optimális program általános formában a következő:

$$(x_i^\circ, y_i^\circ) = \begin{cases} x_{ai}^1 + (R_i - R_i^\circ)x_{bi}^1; \; y_{ai}^1 + (R_i - R_i^\circ)y_{bi}^1, & \text{ha } R_i^\circ \leq R_i \leq R_i^1 \\ x_{ai}^2 + (R_i - R_i^1)x_{bi}^2, \; y_{ai}^2 + (R_i - R_i^1)y_{bi}^2, & \text{ha } R_i^1 \leq R_i \leq R_i^2 \\ \vdots \\ x_{ai}^s + (R_i - R_i^{s-1})x_{bi}^s, \; y_{ai}^s + (R_i - R_i^{s-1})y_{bi}^s, & \text{ha } R_i^{s-1} \leq R_i \leq R_i^s, \end{cases}$$

ahol:

x_i°, y_i° = az optimális megoldás vektora az i-edik üzemi modellben;

x_{ai}^j, y_{ai}^j = az optimális programnak a paramétertől nem függő része a j-edik azonossági tartományban;

$x_{bi}^j\, y_j^{bi}$ = az optimális program paramétertől függő része a j-edik azonossági tartományban;

R_i^j = a paraméter karakterisztikus értékei.

Az optimális célfüggvényérték (C_i°) szintén felírható mint az R_i paraméter függvénye.

$$(1) \qquad C_i^\circ(R_i) = \begin{cases} C_{ai}^1 + (R_i - R_i^\circ)\, C_{bi}^1, & \text{ha } R_i^\circ \leq R_i \leq R_i^1 \\ C_{ai}^2 + (R_i - R_i^1)\, C_{bi}^2, & \text{ha } R_1^1 \leq R_i \leq R_i^2 \\ \vdots \\ C_{ai}^3 + (R_i - R_i^{s-1})\, C_{bi}^s, & \text{ha } R_i^{s-1} \leq R_i \leq R_i^s. \end{cases}$$

Itt

C_{ai}^j = az optimális célfüggvénynek a paramétertől nem függő része a j-edik azonossági tartományban;

C_{bi}^j = az optimális célfüggvénynek a paramétertől függő része a j-edik azonossági tartományban.

Megjegyezzük, hogy az optimális célfüggvény szakaszonként lineáris, folytonos és konkáv függvény. Az egyes szakaszok meredekségét a C_{bi}^j értékek mutatják, melyek egyúttal a beruházási keret egységnyi növelésére jutó jövedelemnövekedést is kifejezik, amit differenciális jövedelemnek, vagy a beruházási keret árnyékárának is nevezhetünk. Fennáll továbbá a $C_{bi}^1 > C_{bi}^2 > > C_{bi}^s$ reláció, ami a függvény konkávitását fejezi ki, vagyis a célfüggvény egyes szakaszainak iránytangensei szigorúan monoton csökkenő sorozatot alkotnak. Ez könnyen belátható, ha meggondoljuk, hogy a paraméteres programozás során először azok a tevékenységek részesülnek a beruházásból, amelyek azt legjobban hasznosítják, később a keret bővítésével olyanoknak is jut, amelyek kevésbé, és így tovább. Megállapítható továbbá, hogy a paraméter karakterisztikus értékei között található egy maximális — R_i^s — amely után a célfüggvény iránytangense 0 vagy negatívvá válik. Ezt úgy értelmezhetjük, hogy ennél nagyobb beruházást az üzem adottságainál fogva már nem képes gazdaságosan hasznosítani. Ennek alapján nyilvánvaló, hogy az elosztás során az $R_i \leq R_i^s$ feltételt biztosítani kell.

Minden egyes üzemi modellre külön-külön elvégezve a duális paraméteres programozást, megkapjuk az üzemek $C_i^\circ(R_i)$ optimális célfüggvényeit. Ezek alapján a következő készletelosztási feladat fogalmazható meg.

$$C_1^\circ(R_1) + C_2^\circ(R_2) + \ldots + C_n^\circ(R_n) \to \max!$$

$$R_1 + R_2 + \ldots + R_n = R$$

A problémát a dinamikus programozás alkalmazásával [11] oldjuk meg. A módszer alkalmazását egy egyszerű példán mutatjuk be.

Tegyük fel, hogy a rendelkezésre álló $R = 200$ egységnyi beruházási keretet négy gazdaság között kell elosztani, melyeknek a duális paraméteres programozás alapján nyert optimális célfüggvényei a következők:

$$C_1^\circ(R_1) = \begin{cases} 320 + 5R_1 & 0 \leq R_1 \leq 40 \\ 520 + 3(R_1 - 40) & 40 \leq R_1 \leq 60 \end{cases}$$

$$C_2^\circ(R_2) = \begin{cases} 200 + 5R_2 & 0 \leq R_2 \leq 40 \\ 400 + 2{,}5(R_2 - 40) & 40 \leq R_2 \leq 60 \end{cases}$$

$$C_3^\circ(R_3) = \begin{cases} 300 + 7{,}5R_3 & 0 \leq R_3 \leq 20 \\ 450 + 2(R_3 - 20) & 20 \leq R_3 \leq 50 \end{cases}$$

$$C_4^\circ(R_4) = \begin{cases} 250 + 3R_4 & 0 \leq R_4 \leq 50 \\ 400 + 2(R_4 - 50) & 50 \leq R_4 \leq 80 \end{cases}$$

A paraméterek felső határainak összege alapján megállapítható, hogy az üzemek összesen 250 egység beruházást tudnának gazdaságosan felhasználni a rendelkezésre álló 200-al szemben. A keretet ebben az esetben úgy kell elosztani, hogy az összjövedelem maximumát érhessük el, azaz

$$C_1^\circ(R_1) + C_2^\circ(R_2) + C_3^\circ(R_3) + C_4^\circ(R_4) \to \max!$$

legyen az $R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 200$ feltétel teljesítése mellett.

A feladatot a dinamikus programozás általános elveinek megfelelően [11] szakaszokra bontjuk — négy szakasz — majd az utolsó szakasztól visszafelé haladva meghatározzuk a feltételes optimális irányítás $[R_i^*]$ és a célfüggvény $[C^*]$ feltételes optimális értékeit. Eljutva az első szakaszig, ott meghatározzuk az alkalmazandó optimális irányítást az összes többi szakaszok maximális összjövedelmének megfelelően, majd visszafelé haladva megállapítjuk a többi szakaszokon alkalmazandó optimális irányítást.

A feladat megoldásának menete tehát a következő.

4. lépés

A rendszernek a 3. lépés utáni állapotát jelöljük u_3-al s ez jelentse az előző lépés után még megmaradt beruházási keretet. Nyilvánvalóan fennáll az $u_3 = 200 - R_1 - R_2 - R_3$ összefüggés. Az u_3 értéke az alábbi intervallumban mozoghat.

$$30 \leq u_3 \leq 200$$

Most meghatározzuk az utolsó lépésen a feltételes optimális irányítást (R_4^*) és az ehhez az irányításhoz tartozó maximális célfüggvényértéket (C_4^*).

Az opt. irányítás

$$C_4^* = \begin{cases} 250 + 3u_3 & 30 \leq u_3 \leq 50 & R_4^* = u_3 \\ 300 + 2u_3 & 50 \leq u_3 \leq 80 & R_4^* = u_3 \\ 460 & 80 \leq u_3 \leq 200 & R_4^* = 80 \end{cases}$$

3. *lépés*

Jelentse u_2 a 2. lépés után megmaradt beruházási keretet.

$$u_2 = 200 - R_1 - R_2 \quad \text{alapján} \quad 80 \leq u_2 \leq 200; \; u_3 = u_2 - R_3$$

$C^+_{3,4} = C^\circ_3 + C^*_4\,(u_3)$ az utolsó két lépés összjövedelme a 3. lépésen alkalmazott tetszőleges és az utolsó lépésen alkalmazott feltételes optimális irányítás mellett. $C^*_{3,4} = \max\limits_{R_3} \{C^\circ_3 + C^*_4\,(u_3)\}$ az utolsó két lépés feltételes maximális összjövedelme.

Feltételezve, hogy a beruházás legkisebb egysége 10, u_2 értékétől függően az alábbi esetek lehetségesek:

3.1.

$$u_2 = 80 \qquad\qquad 30 \leq u_3 \leq 80$$

$$C^+_{3,4} = \begin{cases} 300 + 7{,}5R_3 + 300 + 2(u_2 - R_3) & 0 \leq R_3 \leq 20 \\ 410 + 2R_3 \quad + 300 + 2(u_2 - R_3) & 20 \leq R_3 \leq 30 \\ 410 + 2R_3 \quad + 250 + 3(u_2 - R_3) & 30 \leq R_3 \leq 50 \end{cases}$$

$$C^*_{3,4} = 870 \qquad R^*_3 = 20,\, 30$$

3.2.

$$u_2 = 90 \qquad\qquad 40 \leq u_3 \leq 90$$

$$C^+_{3,4} = \begin{cases} 300 + 7{,}5R_3 + 460 & 0 \leq R_3 \leq 10 \\ 300 + 7{,}5R_3 + 300 + 2(u_2 - R_3) & 10 \leq R_3 \leq 20 \\ 410 + 2R_3 \quad + 300 + 2(u_2 - R_3) & 20 \leq R_3 \leq 40 \\ 410 + 2R_3 \quad + 250 + 3(u_2 - R_3) & 40 \leq R_3 \leq 50 \end{cases}$$

$$C^*_{3,4} = 890 \qquad R^*_3 = 20,\, 30,\, 40$$

3.3.

$$u_2 = 100 \qquad\qquad 50 \leq u_3 \leq 100$$

$$C^+_{3,4} = \begin{cases} 300 + 7{,}5R_3 + 460 & 0 \leq R_3 \leq 20 \\ 410 + 2R_3 \quad + 300 + 2(u_2 - R_3) & 20 \leq R_3 \leq 50 \end{cases}$$

$$C^*_{3,4} = 910 \qquad R^*_3 = 20,\, 30,\, 40,\, 50$$

3.4.

$$u_2 = 110 \qquad\qquad 60 \leq u_3 \leq 110$$

$$C^+_{3,4} = \begin{cases} 300 + 7{,}5R_3 + 460 & 0 \leq R_3 \leq 20 \\ 410 + 2R_3 \quad + 460 & 20 \leq R_3 \leq 30 \\ 410 + 2R_3 \quad + 300 + 2(u_2 - R_3) & 30 \leq R_3 \leq 50 \end{cases}$$

$$C^*_{3,4} = 930 \qquad R^*_3 = 30,\, 40,\, 50$$

3.5.

$$u_2 = 120 \qquad\qquad 70 \leq u_3 \leq 120$$

$$C_{3,4}^{+} = \begin{cases} 300 + 7{,}5R_3 + 460 & 0 \leq R_3 \leq 20 \\ 410 + 2R_3 + 460 & 20 \leq R_3 \leq 40 \\ 410 + 2R_3 + 300 + 2(u_2 - R_3) & 40 \leq R_3 \leq 50 \end{cases}$$

$$C_{3,4}^{*} = 950 \qquad R_3^{*} = 40,\ 50$$

3.6.

$$u_2 \geq 130 \qquad\qquad 80 \leq u_3 \leq 200$$

$$C_{3,4}^{+} = \begin{cases} 300 + 7{,}5R_3 + 460 & 0 \leq R_3 \leq 20 \\ 410 + 2R_3 + 460 & 20 \leq R_3 \leq 50 \end{cases}$$

$$C_{3,4}^{*} = 970 \qquad R_3^{*} = 50$$

2. *lépés*

$$u_1 = 200 - R_1 \text{ alapján} \qquad\qquad 140 \leq u_1 \leq 200$$

$$C_{2,3,4,}^{+} = C_2^{\circ} + C_{3,4}^{*} \qquad\qquad u_2 = u_1 - R_2$$

$$C_{2,3,4,}^{*} = \max_{R_2} \{C_2^{\circ} + C_{3,4}^{*}\}$$

2.1.

$$u_1 = 140 \qquad\qquad 80 \leq u_2 \leq 140$$

$$C_{2,3,4}^{+} = \begin{cases} 200 + 5R_2 + 970 & 0 \leq R_2 \leq 10 \\ 200 + 5R_2 + 950 & R_2 = 20 \\ 200 + 5R_2 + 930 & R_2 = 30 \\ 200 + 5R_2 + 910 & R_2 = 40 \\ 300 + 2{,}5R_2 + 890 & R_2 = 50 \\ 300 + 2{,}5R_2 + 870 & R_2 = 60 \end{cases}$$

$$C_{2,3,4}^{*} = 1320 \qquad R_2^{*} = 60$$

2.2.

$$u_1 = 150 \qquad\qquad 90 \leq u_2 \leq 150$$

$$C_{2,3,4}^{+} = \begin{cases} 200 + 5R_2 + 970 & 0 \leq R_2 \leq 20 \\ 200 + 5R_2 + 950 & R_2 = 30 \\ 200 + 5R_2 + 930 & R_2 = 40 \\ 300 + 2{,}5R_2 + 910 & R_2 = 50 \\ 300 + 2{,}5R_2 + 890 & R_2 = 60 \end{cases}$$

$$C_{2,3,4}^{*} = 1340 \qquad R_2^{*} = 60$$

2.3.

$$u_1 = 160 \qquad\qquad 100 \leq u_2 \leq 160$$

$$C^+_{2,3,4} = \begin{cases} 200 + 5R_2 \quad + 970 & 0 \leq R_2 \leq 30 \\ 200 + 5R_2 \quad + 950 & R_2 = 40 \\ 300 + 2{,}5R_2 + 930 & R_2 = 50 \\ 300 + 2{,}5R_2 + 910 & R_2 = 60 \end{cases}$$

$$C^*_{2,3,4} = 1360 \qquad R^*_2 = 60$$

2.4.

$$u_1 = 170 \qquad\qquad 110 \leq u_2 \leq 170$$

$$C^+_{2,3,4} = \begin{cases} 200 + 5R_2 \quad + 970 & 0 \leq R_2 \leq 40 \\ 300 + 2{,}5R_2 + 950 & R_2 = 50 \\ 300 + 2{,}5R_2 + 930 & R_2 = 60 \end{cases}$$

$$C^*_{2,3,4} = 1380 \qquad R^*_2 = 60$$

2.5.

$$u_1 = 180 \qquad\qquad 120 \leq u_2 \leq 180$$

$$C^+_{2,3,4} = \begin{cases} 200 + 5R_2 \quad + 970 & 0 \leq R_2 \leq 40 \\ 300 + 2{,}5R_2 + 950 & R_2 = 50 \\ 300 + 2{,}5R_2 + 930 & R_2 = 60 \end{cases}$$

$$C^*_{2,3,4} = 1280 \qquad R^*_2 = 60$$

2.6.

$$u_1 = 190 \qquad\qquad 130 \leq u_2 \leq 190$$

$$C^+_{2,3,4} = \begin{cases} 200 + 5R_2 \quad + 970 & 0 \leq R_2 \leq 40 \\ 300 + 2{,}5R_2 + 970 & R_2 = 50 \\ 300 + 2{,}5R_2 + 970 & R_2 = 60 \end{cases}$$

$$C^*_{2,3,4} = 1420 \qquad R^*_2 = 60$$

1. *lépés*

$$u_0 = 200 \qquad\qquad u_1 = 200 - R_1$$

ha $0 \leq R_1 \leq 40$ akkor $160 \leq u_1 \leq 200$

ha $40 \leq R_1 \leq 60$ akkor $140 \leq u_1 \leq 160$

$$C^+_{1,2,3,4} = C^\circ_1 + C^*_{2,3,4}$$

$$C^*_{1,2,3,4} = \max_{R_1} \{C^\circ_1 + C^*_{2,3,4}\}$$

$$C^{+}_{1,2,3,4} = \begin{cases} 320 + 5R_1 + 1420 & R_1 = 0 \\ 320 + 5R_1 + 1420 & R_1 = 10 \\ 320 + 5R_1 + 1380 & R_1 = 20 \\ 320 + 5R_1 + 1380 & R_1 = 30 \\ 320 + 5R_1 + 1360 & R_1 = 40 \\ 400 + 3R_1 + 1340 & R_1 = 50 \\ 400 + 3R_1 + 1320 & R_1 = 60 \end{cases}$$

$$C^{*}_{1,2,3,4} = 1900, \qquad R^{*}_1 = 60$$

Azt kaptuk tehát, hogy $R^*_1 = 60$ irányítás esetén lesz az összjövedelem maximális. Mostmár visszafelé haladva meghatározhatjuk a többi lépésen is az optimális irányítást. Mivel $R^*_1 = 60$ így $u_1 = 140$, az ennek megfelelő (2.1) optimális irányítás a második lépésen $R^*_2 = 60$. Az $u_2 = u_1 - R_2$ alapján $u_2 = 80$, így 3.1-ből $R^*_3 = 20$ ill. $R^*_3 = 30$. Ha $R^*_3 = 20$, akkor $u_3 = 60$ és $R^*_4 = 60$. Ha $R^*_3 = 30$, akkor $u_3 = 50$ és $R^*_4 = 50$.

Az elosztási problémának tehát két alternatív megoldása van:

$$\begin{array}{lcl} R_1 = 60 & \text{vagy} & R_1 = 60 \\ R_2 = 60 & & R_2 = 60 \\ R_3 = 20 & & R_3 = 30 \\ R_4 = 60 & & R_4 = 50 \\ \sum_{i=1}^{4} C_i = 1900 & & \sum_{i=1}^{4} C_i = 1900 \end{array}$$

Láthattuk tehát, hogy a duális paraméteres programozás és a dinamikus programozás összekapcsolásával a beruházás elosztási probléma sikerrel oldható meg.

Megoldás paraméteres és konkáv programozás összekapcsolásával

A dolgozat első részében szó volt arról, hogy a duális paraméteres programozás eredményeként kapott célfüggvények szakaszonként lineáris, konkáv függvények. A konkávitás a feladatnak egy másik módszerrel, nevezetesen a konkáv programozás [5] segítségével történő megoldását is sugallja.

Tekintsük az (1) paraméteresen adott i-edik üzemi célfüggvényt és alakítsuk át a következőképpen:

$$C^0_i(R_i) = C^1_{ai} + (R_{i1} - R^\circ_i)C^1_{bi} + R_{i2}C^2_{bi} + \ldots + R_{is}C^s_{bi}.$$

Az R_i paramétert a karakterisztikus intervallumoknak megfelelően s darab részre $(R_{i1}, R_{i2}, \ldots R_{is})$ osztottuk úgy, hogy fennálljanak az alábbi összefüggések:

$$R_{i1} + R_{i2} + \ldots + R_{is} = R_i$$

$$R^\circ_i \leq R_{i1} \leq R^1_i$$

$$0 \leq R_{i2} \leq R^2_i - R^1_i$$

$$\vdots$$

$$0 \leq R_{is} \leq R^s_i - R^{s-1}_i$$

A fentiek alapján felírhatjuk a konkáv programozási feladat általános alakját.

$$R_{ik} \geq 0 \qquad i = 1, 2, \ldots, n; \qquad k = 1, 2, \ldots, s$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{s} R_{ik} = R$$

$$R_{i1} \geq R_i^{\circ} \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$R_{i1} \leq R_i^{1} \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$R_{ik} \leq R_i^{k} - R_i^{k-1} \qquad i = 2, 3, \ldots, n; \qquad k = 2, 3, \ldots, s$$

$$\sum_{i=1}^{n} C_{ai}^{1} - \sum_{i=1}^{n} R_i^{\circ} C_{bi}^{1} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{s} R_{ik} C_{bi}^{k} \to \max!$$

A célfüggvényben az első két tag konstans, így ezek az optimalizálás során figyelmen kívül hagyhatók.

Az elmondottak alapján előbbi konkrét példánk a következő alakot ölti:

$$R_{11},\ R_{12},\ R_{21},\ R_{22},\ R_{31},\ R_{32},\ R_{41},\ R_{42} \geq 0$$

$$R_{11} + R_{12} + R_{21} + R_{22} + R_{31} + R_{32} + R_{41} + R_{42} = 200$$

$$R_{11} \leq 40$$

$$R_{12} \leq 20$$

$$R_{21} \leq 40$$

$$R_{22} \leq 20$$

$$R_{31} \leq 20$$

$$R_{32} \leq 30$$

$$R_{41} \leq 50$$

$$R_{42} \leq 30$$

$$z = 5R_{11} + 3R_{12} + 5R_{21} + 2{,}5R_{22} + 7{,}5R_{31} + 2R_{32} + 3R_{41} + 2R_{42} \to \max.$$

A modell a szimplex módszer segítségével megoldható. A kapott célfüggvényértékhez hozzáadandó konstansok értéke 1070.

A megoldás során természetesen most is alternatív optimum adódik.

$$\left.\begin{matrix} R_{11} = 40 \\ R_{12} = 20 \end{matrix}\right\} R_1 = 60 \qquad \text{vagy} \qquad \left.\begin{matrix} R_{11} = 40 \\ R_{12} = 20 \end{matrix}\right\} R_1 = 60$$

$$\left.\begin{matrix} R_{21} = 40 \\ R_{22} = 20 \end{matrix}\right\} R_2 = 60 \qquad \qquad \left.\begin{matrix} R_{21} = 40 \\ R_{22} = 20 \end{matrix}\right\} R_2 = 60$$

$$\left.\begin{matrix} R_{31} = 20 \\ R_{32} = 10 \end{matrix}\right\} R_3 = 30 \qquad \qquad \left.\begin{matrix} R_{31} = 20 \\ R_{32} = 0 \end{matrix}\right\} R_3 = 20$$

$$\left.\begin{matrix} R_{41} = 50 \\ R_{42} = 0 \end{matrix}\right\} R_4 = 50 \qquad \qquad \left.\begin{matrix} R_{41} = 50 \\ R_{42} = 10 \end{matrix}\right\} R_4 = 60$$

$$z = 870 \qquad \qquad z = 870$$

Alapproblémánk, amelyből kiindultunk, a meliorációra fordítható állami támogatási keret szétosztásának optimalizálása volt. A modell és a megoldására bemutatott eljárások azonban alkalmazhatók minden olyan esetben, amikor a modell egyes különálló részei, blokkjai közötti kapcsolatot egyetlen egyenlet teremti meg.

(Beérkezett: 1975. július 5.)

IRODALOMJEGYZÉK

1. Acsay F. – Csáki Cs. – Varga Gy.: A vállalati géppark és géphasználat matematikai tervezése. Budapest, 1973. Akadémiai Kiadó.
2. Csáki Cs.: Mezőgazdasági vállalati távlati tervezés matematikai programozással. Budapest, 1969. Akadémiai Kiadó.
3. Csete L. – Megyei F. – Mészáros S.: A termelőszövetkezetek és állami gazdaságok középtávú tervezési eljárása és módszere. Gazdálkodás, 1974. 6. sz.
4. Kornai J.: A gazdasági szerkezet matematikai tervezése. Budapest, 1973. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
5. Krekó B.: Lineáris programozás. Budapest, 1966. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
6. Kubas, P. és munkatársai: Matematikai módszerek a mezőgazdasági vállalatok tervezésében és vezetésében. Budapest, 1971. Mezőgazdasági Kiadó.
7. Sebestyén J.: Matematikai módszerek alkalmazása a mezőgazdasági termelés szolgálatában. Budapest, 1962. Akadémiai Kiadó.
8. Simon Gy.: A reflektorprogramozás elvei és algoritmusa. Szigma. 1973. 2. sz.
9. Tóth J.: A takarmánygazdálkodás matematikai tervezése. Budapest, 1969. Akadémiai Kiadó.
10. Tóth J.: A termelési tényezők felhasználásának optimalizálása a mezőgazdaságban. Budapest, 1973. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
11. E. Sz. Ventcel: A dinamikus programozás elemei. Budapest, 1969. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.

ALLOCATION OF INVESTMENTS BY PARAMETRIC AND DYNAMIC PROGRAMMING

The different melioration works carried out in agriculture require large investments what makes it necessary to examine the allocation of state funds to melioration investments by methods of the operations research.

The linear programming model aimed at the solution of the above problem is composed of independent blocks by farm and the blocks are linked together by one single equation ensuring the allocation of the investment. Depending on the size of the blocks representing the individual farms and on the number of farms the size of the problem may exceed the capacity of the available computer. In this case a decomposition procedure can be developed making use of the special structure of the model.

The central allocation problem can be decomposed into plant models according to the constraints system of the farms. In the plant models the optimum value of the objective functions can be determined by dual parametric programming where the allocated investment is regarded as parameter. Summarizing these objective functions, a stock allocation problem can be formulated that can be solved by dynamic programing. Therefore, the essence of the presented decomposition procedure is the combination of dual parametric and of dynamic programming. The method can be applied in each case when the link between the otherwise independent blocks of the model is established by one single equation.

The second part of the paper deals also with the solution of the problem by the combination of dual parametric and concave programming.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНВЕСТИЦИОННОГО ФОНДА ПРИ ПОМОЩИ ПАРАМЕТРОВОГО И ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Чрезвычайно высокая капиталоемкость различного рода мелиоративных работ, выполняющихся сельскохозяйственными предприятиями, приводит к необходимости оценки распределения государственных средств на дотацию капиталовложений по мелиорации при помощи методов оперативного исследования.

Модель линейного программирования для решения вышеуказанной проблемы состоит из самостоятельных блоков по каждому хозяйству, а блоки соединяются единственным уравнением, обеспечивающим распределение инвестиционного фонда. В зависимости от детальности блоков, соответствующих отдельным хозяйствам, и от числа хозяйств масштабы задания могут превосходить возможности имеющейся вычислительной машины. В этом случае, используя специальную конструкцию модели, можно применить декомпозиционный способ.

Задачу центрального распределения можно разделить на производственные модели в соответствии с системой условий в хозяйствах. Приняв лимит капиталовложения за параметр, в производственных моделях при помощи двойного параметрового программирования можно определить целевые функции производственных моделей, в которых выщеуказанный параметр является переменной.

Путем суммирования этих целевых функций можно сформулировать задание по распределению запасов, решение которого мы можем получить при помощи применения динамического программирования. Следовательно, сущность вышеуказанного декомпозиционного способа заключается в соединении дуального параметрового программирования с динамическим программированием. Этот метод можно применять во всех случаях, когда между самостоятельными блоками модели связь создается единственным уравнением.

Вторая часть исследования рассматривает и решение данной проблемы путем соединения двойного параметрового программирования с конкавным программированием.