

Keresleti modellek számszerűsítése idősoros adatok alapján

1. Bevezetés

A fogyasztói árpolitika megalapozására irányuló különböző számítások [1], [2] keretében kísérletet folytattunk kétféle olyan keresleti modellel, amelyeket az 1960-tól 1974-ig terjedő idősorok adatai alapján számszerűsítettünk. Ez a két modell az ún. konstans elaszticitású modell, amelyet ebben a formában *Houthakker* [3] használt, és a lakosság kiadásainak *Stone*-féle lineáris modellje [4], [5]. Mindkét modellel a lakosság fogyasztásának erősen aggregált vizsgálatát végeztük összehasonlítható adatbázis alapján, ökonometriai módszerekkel.

A keresleti modellek általában a fogyasztási kiadások összetételét elemzik. Ezekkel a modellekkel meghatározott fogyasztási szinten (szinteken) azt vizsgáljuk, hogy a lakosság milyen kiadási tételekre fordítja jövedelmét. Ezért e modellek egyenletei mindig bizonyos „strukturális” rendszert alkotnak, amelyeknek változóit a fogyasztási struktúra összefüggő tételei alkotják. Ezek a modellek tipikusan jövedelem- és árelaszticitást meghatározó függvények, hiszen segítségükkel azt vizsgáljuk, hogy a fogyasztó hogyan osztja meg jövedelmét a „piacon” meghatározott árral rendelkező áruk (termékek és szolgáltatások) között.

A keresleti függvények ökonometriai, matematikai megfogalmazásában elég nagy a változatosság. A legegyszerűbb formák minden *a priori* információ nélkül, a valamely cikk iránt megnyilvánuló keresletet a jövedelem és az illető cikk árának loglineáris függvényeként írják fel. Az ily módon becsült függvények egymástól függetlenek, konstans jövedelem-, ill. saját árelaszticitás becslésére alkalmasak. Ahhoz, hogy kereszt-árelaszticitások is becsülhetők legyenek, a modellek olyan specifikációjára van szükség, amelyekben felhasználják a közgazdasági elmélet *a priori* információit. Feltételezik, hogy a fogyasztó azt a vásárlási struktúrát választja, amely maximálisan megfelel számára, ezért hasznossági függvény maximalizálásából vezetik le a keresleti modelleket. E két végtel között még sokféle — az elmélet követelményeinek is részben, s az egyszerűségnek is részben eleget tevő — keresleti függvény ismeretes. A keresleti függvényekkel foglalkozók közül *Houthakker*, *Taylor*, *Stone*, *Deaton*, *Barten*, *Theil* és *Phlips* nevét emeljük ki ([3]—[5], [7]—[10]).

Az általunk kiválasztott két modell a keresleti modellek két különböző, de jellemző típusát képviseli. Míg a konstans elaszticitású modell különleges elméleti háttér nélküli, különálló egyenleteket tartalmazó, egyszerű loglineáris modell, a kiadások *Stone*-féle modellje hasznossági függvény maximalizálásán alapuló, összefüggő keresleti egyenletekből álló modell, amely változóiban lineáris, de paraméterei vonatkozásában nem lineáris.

A cikkben a két modell elméleti tulajdonságait és alkalmazásukat ismertetjük. Eredményeinket a különböző módszerekkel számított elaszticitások össze-

hasonlításával értékeljük, viszonylag rövidebben tárgyalva a belőlük levonható közgazdasági következtetéseket, amelyekkel részletesen a [2] sz. forrás foglalkozik. A következő 2. pontban bemutatjuk a kétféle modellt, s ismertetjük főbb tulajdonságaikat. A 3. részben a felhasznált adatbázist ismertetjük, majd a 4. rész a becslési módszerekkel foglalkozik. A modellek becslési eredményeit az 5. pont, a becslült jövedelem-, és árugalmasságokat pedig a 6., illetve a 7. pont tartalmazza.

2. A felhasznált modellek

2.1. *A konstans elaszticitású modell*

A konstans elaszticitású modellben az i -edik cikkcsoportból fogyasztott mennyiséget az összkiadásra fordított jövedelem és az i -edik cikkcsoport árának függvényeként fejezzük ki:

$$\log q_i = \alpha_i + \eta_i \log (y/p) + \delta_i \log (p_i/p) + u_i,$$

ahol:

q_i — az i -edik cikkcsoportból fogyasztott mennyiség (itt: változatlan áras fogyasztás),

p_i — az i -edik cikkcsoport fogyasztói ára (itt: az i -edik cikkcsoport fogyasztói árindexe),

$y = \sum_i p_i q_i$, az összkiadásra fordított jövedelem,

p — az általános fogyasztói árindex,

u_i — a függvény véletlen tényezője,

α_i , η_i , és δ_i paraméterek.

A teljes modell a vizsgált fogyasztási cikkek, ill. cikkcsoportok számának megfelelően ($i = 1, 2, \dots, n$.) n db ilyen egyenletet tartalmaz, amelyek között semmiféle kapcsolatnak nem kell lennie. Esetünkben csak annyi kapcsolat volt az egyenletek között, amennyit a felhasznált adatok tartalmaztak, az $y = \sum q_i p_i$ összefüggés révén. (Mivel egy teljes keresleti struktúrát vizsgálunk mindkét modellünkkel.)

A modell η_i paraméterei az i -edik cikk(csoport) jövedelemelaszticitásai, mivel egyszázalékos jövedelemváltozás y -ban, konstans árak mellett, a p_i/p változót nem érintve, éppen egyszázalékos változást okoz y/p változóban.

Nem ez a helyzet az árelaszticitásnál. A p_i ár egységnyi logaritmikus változása ugyanis megváltoztatja a függvény mindkét változóját: y/p -t a p változó révén, p_i/p -t pedig mind p_i , mind p révén. Ezért az árelaszticitás számításánál a következőképpen járunk el. Ha $w_i = p_i q_i / y$ -nal jelöljük az i -edik cikk(csoport) arányát az összkiadásban, és feltételezzük, hogy p -t a p_j értékekből a w_j súlyok felhasználásával nyerjük, akkor feltételezhetjük, hogy p_i egységnyi logaritmus változása ($-w_i$)-nyi logaritmus változást okoz y/p -ben, és $(1 - w_i)$ -nyit p_i/p -ben. Ezért az e_{ii} saját árelaszticitást a következőképpen írhatjuk:

$$e_{ii} = -w_i \eta_i + (1 - w_i) \delta_i = \delta_i - (\eta_i + \delta_i) w_i.$$

Az e_{ii} árelaszticitás mellett kiszámíthatjuk az e_{ii}^* kompenzált árelaszticitást is, amikor p_i változása mellett a jövedelem is megváltozik olyan irányban és úgy, hogy ellensúlyozza az árváltozást. Belátható, hogy ilyenkor a $(-w_i \eta_i)$ tag nullává válik, ezért:

$$e_{ii}^* = (1 - w_i) \delta_i.$$

Összefoglalva a konstans elaszticitású modell tulajdonságait elmondhatjuk, hogy az hasznosságelméleti háttér nélküli, különálló egyenleteket tartalmazó modell, amely a jövedelem- és a saját árelaszticitások számszerűsítésére alkalmas. A klasszikus keresletelmélet általános kikötései (lásd a 2.2. pontban) közül elméletileg egyik sem teljesül a konstans elaszticitású modellre, legfeljebb a gyakorlatban approximativusan. Ez pl. azt jelenti, hogy a rugalmasságok előjelére nézve a modell nem tartalmaz eleve kikötéseket, de a gyakorlatban a becsült mutatószámok túlnyomó részére teljesülnek az elméletileg elvárt helyes előjelek.

Így a modell *előnyei* között egyszerűsége mellett azt a tulajdonságát is említhetjük, hogy nem tartalmaz elméletileg eleve eldöntött premisszákat, de alkalmazása révén alátámasztja vagy éppen kérdéssé teszi azokat. (Ezért is alkalmaztuk a Stone-modell mellett párhuzamosan.) *Hátrányai* között említjük, hogy semmit sem mond a keresztárhatásokról, és nem képez olyan komplett rendszert, amelyre bizonyos alkalmazásokkor (pl. egy népgazdasági modell keretében, vagy előrejelzés céljára) szükség lehet.

2.2. A Stone-modell. A lakosság kiadásainak lineáris modellje

Az összefüggő egyenleteket tartalmazó keresleti modellek jellemző, s igen gyakran alkalmazott fajtája a lakosság kiadásainak lineáris rendszere. Ezt a modellt *Stone*-modellnek is nevezik, mivel R. Stone alkalmazta először az Egyesült Királyság fogyasztói kiadásainak vizsgálatára [4]. Azóta számos országban alkalmazták, sőt számításainkat megelőzve, vagy azzal egyidőben *Éltető Ödön* [12], *Enyedi József* [13] és *Simon András* [14] hazai adatokkal is végzett számításokat a *Stone*-modelllel.

A modell elméleti hátterét az ún. *Stone—Geary*-féle hasznossági függvény képezi. E függvény maximalizálása lényegében és a fogyasztó viselkedésére vonatkoztatva azt fejezi ki, hogy a fogyasztó a legszükségesebb javak megvásárlása után fennmaradó többletjövedelmét olyan árucikkekre fordítja, amelyek maximálisan hasznosak számára. A hasznossági függvény maximalizálását két feltétel mellett végezzük. Az egyik az ún. kiadási korlát: $y = \sum_i p_i q_i$; a másik pedig az a feltételezés, hogy a jövedelem a „szükséges” vagy „alap”-jövedelem felett van, vagyis hogy létezik az ún. többletjövedelem:

$$y > \sum_i p_i \gamma_i.$$

Ha e feltételek mellett végezzük a hasznossági függvény maximalizálását, olyan keresleti függvényeket nyerünk, amelyekre teljesülnek a keresletelméletnek azok az alapvető és általános feltételei, amelyek a fogyasztó (átlag-fogyasztó) ésszerű magatartását kívánják jellemezni. Röviden] vázoljuk e feltételek (tulajdonságok) lényegét:

1. Additivitás vagy aggregáció:

A különböző kiadási csoportok összege megegyezik az összkiadással. Ezt a feltételt általában az adatok konstrukciójával biztosítjuk. Így a modell jövedelemváltozója igazából nem jövedelem, hanem csak az elköltött jövedelem. A modell feladata ennek az elköltött jövedelemnek a különböző irányok szerinti szétoztása, elemzése, s ennek érdekében eltekint a megtakarítások vizsgálatától.

2. Homogenitás:

Ez a tulajdonság lényegében azt jelenti, hogy a jövedelemben és az összes árban bekövetkező arányos változás nem okoz semmilyen változást a fogyasztás szerkezetében.

3. Szimmetria:

A helyettesítési mátrixnak szimmetrikusnak kell lennie. A kompenzált kereszt-árhatásoknak meg kell egyezniük, függetlenül attól, hogy a kompenzáció az i -edik vagy a j -edik cikkesoport arányos árváltozását hivatott kiegyenlíteni. Ezt a feltételt szokás a fogyasztó választási konzisztenciájának is nevezni.

4. Negativitás:

A helyettesítési mátrix negatív szemidefinit. Ez a feltétel a hasznossági függvény maximalizálásából következik és lényegében azt jelenti, hogy azoknak az árucikkeknek a fogyasztása csökken, amelyeknek az ára nő.

E négy tulajdonság képezi a modell elméleti hátterét. Bár ezek elsősorban azt a célt szolgálják, hogy a fogyasztó (azaz a vizsgált átlagfogyasztó) viselkedésének leírását ésszerű keretek közé szorítsák, mint a későbbiek során látni fogjuk, a modell fogyatékoságai is éppen e feltételek viszonylagos szigorúságából valamint a modell linearitásából fakadnak.

A hasznossági függvény maximalizálása a következő n db keresleti függvényből álló rendszerhez vezet:

$$v_i = p_i \gamma_i + \beta_i (y - \sum_j p_j \gamma_j) \quad (i = 1, \dots, n),$$

ahol:

v_i – az i -edik cikkesoportra fordított kiadásokat,

p_i – az i -edik cikkesoport árát,

y – pedig, az összkiadásra fordított jövedelmet jelenti.

A β_i és γ_i paraméterek értelmezésére vizsgáljuk meg közelebbről a függvényt. Adott y jövedelem mellett a fogyasztó először a minimálisan szükséges mennyiségeket, γ_j -ket vásárolja meg, ami összesen $\sum_j p_j \gamma_j$ -t köt le a jövedelméből.

A $\sum_j p_j \gamma_j$ -t ezért „szükséges vagy alapjövedelemnek” nevezzük. A fennmaradó jövedelem a többletjövedelem, amelyet a fogyasztó β_i arányok szerint fordít a különböző fogyasztási javakra. A β_i arányokat marginális kiadási arányoknak szokás nevezni. A modellben a β_i -k 0 és 1 közé esnek és összegük 1.

Újabb jelöléseket bevezetve a modell a következő egyszerű formára hozható:

$$w_i = (1 - |\varphi|) w_i^* + |\varphi| \beta_i \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

ahol:

$w_i = v_i/y$ kiadási arány;

$w_i^* = p_i \gamma_i / \sum_j p_j \gamma_j$ kiadási arány az alapjövedelemen belül;

$\varphi = (y - \sum_j p_j \gamma_j) / y$ a többletjövedelem aránya az összjövedelemen belül.

A w_i kiadási arány tehát súlyozott átlaga az alapjövedelemen belüli kiadási arányoknak (a w_i^* -knek) és a β_i marginális kiadási arányoknak. Súlyként az alap- és többletjövedelem megoszlási súlyai szerepelnek.

Itt jegyezzük meg, hogy a φ -mutató, a többletjövedelem aránya bizonyos jóléti mutatóként, a realjövedelem egy mérőszámaként is felfogható. E mutató negatív reciprok értéke éppen egyenlő a pénz flexibilitásának *Theil*-nél [10], ill. *Frischné* [11] is szereplő mutatójával.

A *Stone*-modellből származtatott jövedelem- és ár rugalmasságok a következők:

jövedelemrugalmasság $e_i = \beta_i / w_i,$

nem kompenzált saját ár rugalmasság $e_{ii} = -1 + (1 - \beta_i) \gamma_i / q_i,$

nem kompenzált kereszt-ár rugalmasság $e_{ij} = -\beta_i p_j \gamma_j / p_i q_i \quad j \neq i,$

kompenzált saját ár rugalmasság $e_i^* = -e_i (1 - \beta_i) \varphi,$

kompenzált kereszt-ár rugalmasság $e_{ij}^* = e_i \beta_j \varphi, \quad j \neq i.$

Összefoglalva a *Stone*-modell tulajdonságait, *előnyös tulajdonságként* a modell jellegét, a kereszt-árhatások számszerűsítésének lehetőségét és az elméleti alátámasztást említjük. A komplett rendszer előnye teljesen kézenfekvő, hiszen a fogyasztási struktúra egyes tételei is összefüggő rendszert alkotnak, az egyes cikkek (vagy cikkesoportok) fogyasztására nemcsak az illető cikkek, hanem a többi cikkeknek (vagy cikkesoportoknak) az ára is hat. Ezért az összefüggő egyenleteket tartalmazó komplett rendszer reálisabban tükrözi a valóságot, s így előrejelzésre is alkalmasabb, mint az egyes cikkek (cikkesoportok) fogyasztását elszigetelten vizsgáló függvények. Ennek a tulajdonságnak következménye az is, hogy a modell képes (ha korlátozott mértékben is) a kereszt-árhatások számszerűsítésére. A modell elméleti alátámasztásának megítélésénél nehezebb a helyzetünk. A hasznossági függvények elmélete mellett és ellen több szempont hozható fel. Amennyiben elfogadjuk azt, hogy a fogyasztó magatartását „ésszerű” keretek közé szorító elvek a hazai fogyasztás vizsgálatánál is felhasználhatók, akkor a *Stone*-modell elméleti alátámasztása is előnyös. Kiindulásként mi elfogadtuk ezt az álláspontot, ezért alkalmaztuk a *Stone*-modellt. Úgy gondoljuk, hogy a fogyasztás elemzésében eredményes lehet, ha

minél többféle módszert, és a módszerek mögött meghúzódó elméletet ki-próbálunk.

A modell *hátrányos tulajdonságai* közül a leglényegesebbeket emeljük ki, amelyek a modell szigorú feltételeiből erednek. Az egyik a modell linearitása, pontosabban a lineáris Engel-görbe feltételezése. Ennek eredményeként a modellből származó rugalmasságok az idő és a jövedelem függvényében eltorzulnak. Ezért a Stone-modell alkalmazása viszonylag nagy jövedelemváltozások és hosszabb időtáv mellett kérdésessé válik. Ezért ebben a formájában a modellt előrejelzésre sem célszerű alkalmazni.

A modell a fogyasztási cikkek direkt additív hasznosságát tételezi fel. Ebből következően nem veszi figyelembe a negatív jövedelemelaszticitású ún. alsóbbrendű javakat valamint a pozitív árrugalmasságú (*Giffen*-féle) javakat.

A Stone-modell felépítésénél fogva erős összefüggést tételez fel a jövedelem-és árhatások között. E tulajdonság annyiban mindenképpen hátrányos, hogy a jövedelemrugalmasságok becslésénél elkövetett hibák halmozottan jelentkeznek az ár-, és méginkább a kereszt-árrugalmasságok számszerűsítésében.

Végül megemlítjük, hogy a Stone-modell hátrányos tulajdonságainak leküzdésére, ill. enyhítésére a modell újabb és újabb változatait dolgozták és dolgozzák ki. Az első módosított változat magának Stone-nak a nevéhez fűződik, aki a modell dinamikus változataként trendtényezőt építve a paraméterekbe, azokat az időtől függővé tette [6]. Ugyancsak hasonló céllal, de más eszközöket is felhasználva dolgozta ki a modell különböző variánsait Deaton [7] és Philips [8] is.

3. A felhasznált adatbázis

Idősoros adatokon alapuló modelljeinket, a konstans elaszticitású modellt és a Stone-modellt azonos adatbázison számszerűsítettük. A kiinduló adatokat és az adatokkal kapcsolatos problémákat részletesen tárgyalja az [1] sz. forrás. Itt csak az adatbázis fő jellemzőit ismertetjük.

Mindkét modellt az *1960-tól 1974-ig terjedő tizenöt éves időszak* alapján a teljes népességre és négy társadalmi rétegre számszerűsítettük. Ezek az idősorok a teljes körű fogyasztási statisztikán [15], valamint a háztartás-statisztikai felméréseknek a Statisztikai Évkönyvekben [16] közzétett összefoglaló adatain alapulnak.

A fogyasztás *cikkcsoportos* bontása is azonos a két modellnél. Hét cikkcsoportos bontást alkalmaztunk. Ezek: az élelmiszerek, az élvezeti cikkek, a ruházati cikkek, a fűtés és háztartási energia, a tartós fogyasztási cikkek, az egyéb iparcikkek és a szolgáltatások. A modellekkel a személyes rendelkezésű jövedelemből származó fogyasztást: a vásárolt és saját termelésű fogyasztást együtt vizsgáltuk.

A *jövedelmet* az összefogyasztással mértük. Erre a Stone-modell egyik feltétele miatt volt szükség. (Lásd a 2.2. pontban az $y = \sum q_j p_j$ feltételt.)

A számításoknál használt *áridexeket* szintén az idézett KSH kiadványokból vettük. Ezek a kiadványok közlik az összlakosság és a négy társadalmi réteg áridexeit a vizsgált hét fogyasztási cikkcsoport bontásában. (Részben ezért is választottuk ezt a cikkcsoportos bontást, szemben a rendeltetés szerinti kategóriákkal.)

Megemlítünk néhány problémát az adatokkal kapcsolatban. Az egyik probléma a saját termelést is magában foglaló fogyasztás vizsgálata szemben a vásá-

rott fogyasztással. Az illesztett modelleket, különösen a Stone-féle modellt, eredetileg a lakosság kiadásaira vonatkoztatták. A modell egyes paraméterei, pl. az alapfogyasztások mennyisége viszont nehezen értelmezhető a saját termelésű fogyasztás nélkül. Hiszen így pl. az a helyzet állana elő, hogy a parasztság alapfogyasztása élelmiszerből lényegesen alacsonyabb lenne, mint pl. a munkásoké. Ugyanakkor kérdéses, hogy a saját termelésű fogyasztás mennyire függ a jövedelem-, és árviszonyoktól. Nyilván nem független azoktól, de a hatások másfajta, mint a vásárolt fogyasztás esetében. Mindenesetre érvek szólnak a vásárolt fogyasztási adatokra külön illesztett modellek vizsgálata mellett.

Problémát jelenthet a jövedelem = összkiadás feltételezés is. Hasznosnak tartjuk azokat az új modellezési kísérleteket [20], amelyek tényleges, sőt dinamikus jövedelemváltozókat alkalmaznak a Stone-modellben.

A fogyasztási cikkszoportok homogenitásának szempontját figyelembe véve, célszerűnek látszik más fogyasztási cikkszoportos bontás, pontosabban a rendeltetés szerinti javak vizsgálata is.

Végül említjük a legfontosabb problémát, azt, hogy a vizsgált háztartás-statisztikai minta nem kellően reprezentatív. Ezért az összlakosság fogyasztása nem tekinthető úgy, mint a rétegek fogyasztásának az átlaga, mivel a megfigyelt mintában nincsen (és teljesen nem is lehet) képviselve minden jövedelemkategória. A számítási kísérlet időpontjában azonban ez volt az egyetlen lehetőségünk a társadalmi rétegek szerinti vizsgálatra. Szükséges lesz a számítások megismétlése az új és jobb háztartás-statisztikai adatfelvétel eredményeit felhasználva.

4. A modellek becslése

Mivel a konstans elaszticitású modell egymástól független loglineáris egyenletekből álló modell, a Stone-modell viszont bonyolultabb, paramétereiben nem lineáris és összefüggő regressziós egyenleteket tartalmazó modell, csak az utóbbi becslés igényel bővebb tárgyalást. A konstans elaszticitású modell paramétereit a klasszikus legkisebb négyzetek módszerével becsültük. A Stone-modell paramétereit is a legkisebb négyzetek elve alapján becsültük egy olyan iterációs eljárással, amelyet Stone javasolt a modell kidolgozásakor [5]. Bár ez a becslési eljárás az azóta kidolgozott módszerekhez képest egyszerűnek tekinthető, nem annyira közismert, hogy tárgyalásától eltekinthetnénk.

Az n egyenletből álló rendszerünk tehát a következő:

$$v_i(t) = p_i(t) \gamma_i + [y(t) - \sum_j p_j(t) \gamma_j] \beta_i + u_i(t).$$

$$(i = 1, 2, \dots, n; \quad t = 1, 2, \dots, T)$$

Az egyenletek számszerűsítése szempontjából lényeges az $u_i(t)$ sztochasztikus tag specifikálása, eloszlási tulajdonságainak előírása.

Stone eredeti javaslata szerint feltételezzük, hogy az $u_i(t)$ változó várható értéke nulla és varianciája konstans. Majd úgy járunk el, hogy a sztochasztikus eltéréseket a legkisebb négyzetek elvének alapján az összes egyenletre és az összes megfigyelésre nézve minimalizáljuk. Így γ_i és β_i becsléseként azokat az értékeket fogadjuk el, amelyekre nézve

$$\sum_i \sum_t [u_i(t)]^2$$

minimális értéket vesz fel. A módszer kihasználja azt a tulajdonságot, hogy a modell adott β_i paraméterek mellett a γ_i paraméterekre, illetve adott γ_i -k mellett a β_i -kre nézve lineáris.

Írjuk fel a modellt a következő formában:

$$\hat{p}q = \beta y + Bp,$$

ahol

$$B = (E - \beta_i') \hat{\gamma}$$

\hat{p} és $\hat{\gamma}$ olyan diagonális mátrixokat jelöl, amelyeknek diagonális elemeit a p_i , ill. γ_i elemek alkotják;

E megfelelő méretű egységmátrixot,

i' pedig összegező sorvektort jelöl.

Miután induló értékeket vettünk fel a β_i paraméterekre (esetünkben $\beta_i^{(0)} = \bar{w}_i$), a modellt olyan formában írjuk fel, hogy abban csak a γ_i paraméterek legyenek ismeretlenek:

$$m_t = X_t \gamma + u_t^*,$$

ahol $m_t = \hat{p}_t q_t - \beta^{(0)} y_t$,

$$X_t = (E - \beta^{(0)'} i') \hat{p}_t.$$

Majd képezzük az m vektort és az X mátrixot:

$$m = \{m_1, \dots, m_n\},$$

$$X = \{X_1, \dots, X_n\}.$$

Ezekután a γ paramétervektor becslése:

$$\gamma^{(0)} = (X'X)^{-1}X'm.$$

Az első lépésben becsült $\gamma^{(0)}$ paramétereket felhasználva a modellt olyan formában írhatjuk fel, ahol csak a β_i paraméterek az ismeretlenek:

$$h_t = Z_t \beta + u_t^{**},$$

ahol $h_t = \hat{p}_t(q_t - \gamma^{(0)})$,

$$Z_t = (y_t - \gamma^{(0)'} p_t) E.$$

Majd képezzük a h vektort és a Z mátrixot:

$$h = \{h_1, \dots, h_n\},$$

$$Z = \{Z_1, \dots, Z_n\}.$$

A β paraméter újabb becslése:

$$\beta^{(1)} = (Z'Z)^{-1}Z'h.$$

A $\beta^{(1)}$ újabb becslést felhasználva, változtatva ismétéljük az eljárást addig, amíg a paraméterértékek a kívánt pontosságot el nem érik. Számításaink során maximum 70 iterációs lépéssel sikerült a paramétereket 1%-os pontossággal megközelítenünk. Az utolsó két iterációs lépés alapján becsültük a paraméterek standard hibáját és kiszámítottuk az illeszkedés jóságáról tájékoztató R^2 determinációs együtthatót is.

A Stone-modell széles körű alkalmazása ösztönzőleg hatott újabb és hatékonyabb becslési módszerek kialakítására. Ezek az újabb módszerek főként a modell sztochasztikus tagjaira tett feltételezésekben különböznek. Míg ugyanis az általunk is alkalmazott módszer feltételezi, hogy a sztochasztikus tag várható értéke nulla és konstans varianciájú, könnyen belátható, hogy az összefüggő egyenletrendszer reziduumaikra nem teljesülnek ezek a feltételek. Sem a függetlenség (autokorreláció mentesség), sem a homoszkedaszticitás nem áll fenn a Stone-modellnél. Ez a körülmény a módszerrel származtatott paraméterek becslésének hatékonyságát rontja, ezért az újabb módszereknél más-képpen specifikálták a sztochasztikus tag tulajdonságait. A reziduumok kovariancia-mátrixáról nem feltételezik azt, hogy az az időtől független diagonális mátrix, hanem csak azt kötik ki, hogy nem negatív definit legyen. E feltétel mellett a paraméterek meghatározására különböző eljárások ismeretesek, amelyek közül a Zellner [18] által általánosított módszert használják a leggyakrabban. Parks [17] kidolgozta a modell paramétereinek a maximális esélyesség elvén alapuló becslését. Megemlítjük még Pollak és Wales [19] nevét, akik egy speciális becslési módszert dolgoztak ki a kiadások lineáris modelljére.

5. A modellek becslési eredményei

5.1. A konstans elaszticitású modell becslési eredményei

Minden rétegre és minden árucsoportra kiszámítottuk az illeszkedés szorosságát kifejező determinációs együtthatót. Az egyes keresleti egyenletekhez tartozó determinációs együtthatók négyzetgyökeit — a többszörös korrelációs együtthatókat — az 1. táblázatban közöljük.

1. táblázat

A konstans elaszticitású modell többszörös korrelációs együtthatói

	Élelmi- szerek	Élvezeti cikkek	Ruházati cikkek	Fűtés, ház- energ.	Tartós fogy- cikkek	Egyéb ipar- cikkek	Szolgál- tatások
Össztlakosság	0,998	0,997	0,989	0,990	0,997	0,993	0,993
Munkások	0,997	0,996	0,996	0,996	0,982	0,828	0,970
Szellemiek	0,919	0,913	0,933	0,938	0,936	0,782	0,932
Parasztság	0,994	0,986	0,998	0,996	0,994	0,984	0,985
Kettős jövödelműek	0,996	0,986	0,996	0,995	0,989	0,992	0,982

A számok arról tanúskodnak, hogy a modell egyenletei minden esetben jól, sőt az esetek többségében *nagyon jól közelítik* a fogyasztási adatokat. Az összlakosságra vonatkozó értékek gyakorlatilag minden esetben elérik vagy meghaladják a 0,99-et. A társadalmi rétegekre vonatkozó számok is általában 0,98 felett vannak, tehát szoros illeszkedést mutatnak. A szellemiek esetében viszont szisztematikusan alacsonyabb, 0,91–0,93 körüli értékeket kaptunk. E réteg egyéb iparcikkvásárlása esetén pedig a determinációs együttható négyzetgyökének értéke már 0,8 alá eszik. Ugyanakkor a munkások egyéb ipar-

cikk vásárlásához tartozó determinációs együttható értéke is viszonylag alacsony, alig magasabb 0,8-nál. Összességében azonban azt mondhatjuk, hogy a konstans elaszticitású modellel a fogyasztás jó közelítését kaptuk.

Áttérve a *paraméterekre*, illetve a paraméterek *szignifikancia-vizsgálatára*, mindenekelőtt emlékeztetünk arra, hogy az η_i jövedelemparaméterek számított értékei azonosak a később tárgyalandó jövedelemrugalmasságokkal. Nem foglalkozunk itt a δ_i árparaméterek számított értékeivel sem, bár azokat az árugalmasságok meghatározása érdekében még transzformálni kell. Az α_i konstans paraméterek az elaszticitásokat nem befolyásolják, ezért számított értékeiket nem is közöljük. A *jövedelem- és árparamétereket a 2. táblázatban* foglaltuk össze. A számított paraméterértékek alatt zárójelben feltüntetjük a hozzájuk tartozó *t arányokat*.

2. táblázat

A konstans elaszticitású modell számított paraméterei a hozzájuk tartozó *t* arányokkal

	Élelmi- szerek	Élvezeti cikkek	Ruházati cikkek	Fűtés, hált. energia	Tartós fogy. cikkek	Egyéb ipar- cikkek	Szolgálta- tások
	μ_i jövedelemparaméterek						
Összlakosság	0,57 (44,95)	1,34 (27,53)	0,86 (17,13)	1,25 (16,51)	1,87 (7,69)	1,66 (14,39)	1,12 (13,32)
Munkások	0,55 (38,97)	1,77 (27,69)	1,08 (24,57)	1,15 (24,74)	1,09 (2,78)	1,21 (2,97)	1,44 (7,45)
Szellemiek	0,36 (7,07)	1,12 (5,85)	0,68 (5,45)	0,72 (4,86)	0,50 (1,61)	0,87 (2,62)	0,59 (3,52)
Paraszság	0,69 (31,32)	1,12 (11,73)	0,91 (59,05)	1,01 (35,30)	2,35 (10,34)	1,44 (15,44)	1,60 (7,92)
Kettős jöv.	0,71 (38,02)	1,15 (11,98)	0,96 (38,56)	0,96 (28,73)	1,88 (7,47)	1,21 (19,56)	1,44 (7,67)
	δ_i árparaméterek						
Összlakosság	-0,21 (1,67)	-0,64 (2,82)	-0,13 (0,44)	-0,46 (1,94)	-1,75 (1,18)	-0,04 (0,05)	-0,76 (1,76)
Munkások	-0,19 (1,44)	-1,11 (4,06)	-0,51 (2,64)	-0,64 (5,12)	-3,33 (1,90)	1,06 (0,57)	-0,70 (0,65)
Szellemiek	0,46 (0,82)	-0,86 (0,80)	-1,15 (1,91)	-1,16 (2,61)	-4,46 (2,59)	-0,12 (0,07)	2,17 (2,37)
Paraszság	0,12 (0,45)	-0,93 (2,22)	0,60 (3,24)	-0,43 (3,99)	0,31 (0,14)	-0,20 (0,12)	-0,72 (0,78)
Kettős jöv.	-0,09 (0,41)	-0,78 (1,90)	0,20 (0,72)	-0,69 (5,93)	-0,85 (0,33)	-0,51 (0,59)	-0,98 (1,01)

A paraméterek becslési eredményei közül a *jövedelemparaméterek* becslései kifejezetten jók. E paraméterek előjele minden esetben pozitív, a *t*-arányok értékei magasak, azaz a becslések standard hibái kicsik. A *t*-próba értékek egyetlen eset — a szellemiek tartós cikk fogyasztása — kivételével nagyobbak a 90%-os valószínűségi szinthez tartozó 1,78-as értéknél, ami azt jelenti, hogy már 90%-os valószínűségi szinten állíthatjuk azt, hogy a jövedelemegyütthatók valóságos értékei különböznek zérustól.

Az *árparaméterek* becslési eredményei már kevésbé jók. A táblázatból látható, hogy bár az áregyütthetők nagy többsége az árváltozás természetes hatását tükrözve negatívnak adódott, találhatunk közöttük néhány pozitív értéket is. Eredményeink ebből a szempontból az összlakosság vonatkozásában a legjobbak, aholis minden egyes cikkcsoport keresleti egyenletének árparamétere negatív előjelű. A táblázatból az is kitűnik, hogy a számított *t*-próba értékek nagyságrendnyivel alacsonyabbak a jövedelemparaméterek esetében kapott számoknál. Nagy részük azonban megfelel az ilyen számításokban megszokott szintnek: a *t*-próba értékek többsége egynél nagyobb szám, ami azt jelenti, hogy a paraméterekre kapott becslések szórása kisebb, mint a becsült paraméterérték. Egyedül az egyéb iparcikkek árparaméterét nem sikerült megfelelően becsülnünk egyik mintán sem, amin nem is kell csodálkoznunk, figyelembe véve ennek az árucsoportnak a nagyfokú heterogenitását.

Bár magukkal a számított paraméterértékekkel itt nem foglalkozunk, meg kell említenünk a jövedelemparaméterek és az árparaméterek összefüggéseinek problémáját, amelyet talán a tartós fogyasztási cikkeknel figyelhetünk meg a leghatározottabb formában. Itt a munkások és a szellemiek esetében a jövedelemparaméterekre kaptunk viszonylag alacsony, és az árparaméterekre viszonylag magas értéket, míg ennek a fordítottja mutatkozik meg — még határozottabban — a parasztság és a kettős jövedelműek esetében. Ezt nyilván a tartós fogyasztási cikk vásárlások rétegsajátosságai magyarázzák. Ugyanakkor fel kell hívnunk a figyelmet a multikollinearitás jelenségére is, aminek szerepe feltehetően szintén nem elhanyagolható, bár erre nem végeztünk statisztikai próbákat.

Összegezve a konstans elaszticitású modell becslési eredményeit, megállapíthatjuk, hogy a keresleti egyenletek a *lakosság* fogyasztásának alakulását viszonylag *pontosan* írják le a jövedelem és az árak függvényében. A *rétegekre* számított eredmények pontossága *is kielégítő*, az előjel vagy a megbízhatóság tekintetében problematikus esetek azonban további módszertani és közgazdasági kontroll szükségességére hívják fel a figyelmet.

5.2. A Stone-modell becslési eredményei

A Stone-modellre is kiszámítottuk az illeszkedés és a megbízhatóság statisztikai mutatószámait. Ezek közül a többszörös korrelációs együtthető értékeit a 3. táblázat tartalmazza.

A számokból jól látható, hogy a Stone-modell *szorosan illeszkedik* az adatokhoz: az együtthetők nagy, még a konstans elaszticitású modell értékeinél is

3. táblázat

A Stone-modell többszörös korrelációs együtthetői

	Élelmi- szerek	Élvezeti cikkek	Ruházati cikkek	Fűtés, hárt. energ.	Tartós fogy. cikkek	Egyéb ipar- cikkek	Szolgálta- tások
Összlakosság	0,997	0,996	0,987	0,984	0,992	0,974	0,998
Munkások	0,997	0,993	0,992	0,992	0,970	0,890	0,981
Szellemiek	0,995	0,959	0,983	0,992	0,968	0,924	0,986
Parasztság	0,984	0,985	0,992	0,992	0,990	0,975	0,985
Kettős jövedel- műek	0,987	0,994	0,993	0,970	0,970	0,985	0,996

nagyobb számok. Az összlakossághoz tartozó mutatószámok 0,97–0,99 feletiek és a rétegekre számított értékek is a fogyasztás jó közelítését mutatják. Viszonylag alacsonyabb számok csak a szellemiek esetében, illetve a tartós fogyasztási és egyéb iparcikkek árucsoportjainál fordulnak elő — itt is inkább a munkásoknál és a szellemieknél —, de a legalacsonyabb érték is eléri a 0,89-et. A Stone-modell tehát statisztikai értelemben jól írja le a fogyasztás alakulását.

A modell *paramétereinek* — az alapfogyasztás γ_i értékeinek és a β_i marginális kiadási arányoknak — számított értékeit a 4. táblázatban foglaltuk össze. A paraméterértékek alatt zárójelben itt is feltüntettük a megfelelő *t*-arányokat. Ez utóbbiak igen nagy számok, még a legkisebb *t*-próba érték is nagyobb 3-nál, de az ennél nagyobb értékek a jellemzőek. Ez azt jelenti, hogy a modell paramétereit statisztikai értelemben pontosak, zérustól szignifikánsan különböznek.

Az *alapfogyasztás* γ_i paramétereivel kapcsolatban emlékeztetünk arra, hogy ezek a $\Sigma p_i \gamma_i$ alapjövedelem, illetve az ebből számítható φ paraméter, azaz a többletjövedelem arányának képzésében játszanak szerepet. Ily módon ezeket az értékeket — mint ahogy az az elaszticitási képletekből kitűnik — végső soron az árugalmasságok számításához kell felhasználnunk. A γ_i számított értékeivel itt csak azért foglalkozunk, mert a keresleti függvényeket csak az alapjövedelemnél nagyobb értékekre értelmeztük.

4. táblázat

A Stone-modell számított paramétereit a hozzájuk tartozó *t* arányokkal

	Élelmi- szerek	Élvezeti cikkek	Ruházati cikkek	Fűtés, házt. energia	Tartós fogy. cikkek	Egyéb ipar- cikkek	Szolgálta- tások
Alapfogyasztás értékei, Ft/fő (γ_i paraméterek)							
Összlakosság	4670 (25,68)	1323 (8,98)	1486 (15,38)	363 (9,78)	493 (4,10)	875 (5,95)	1288 (12,29)
Munkások	4132 (16,03)	454 (3,72)	1326 (6,27)	406 (5,03)	630 (3,11)	1051 (6,23)	984 (4,87)
Szellemiek	5314 (19,43)	876 (6,05)	2252 (10,92)	696 (5,90)	1420 (4,60)	1902 (6,08)	2447 (6,86)
Paraszság	6746 (13,31)	1143 (10,68)	1954 (20,28)	913 (8,95)	1402 (5,50)	2008 (7,44)	1304 (7,86)
Kettős jöve- delműek	5485 (11,67)	1025 (8,61)	2100 (8,64)	657 (7,64)	1369 (4,63)	1749 (6,86)	1209 (7,07)
A marginális kiadási arányok (β_i paraméterek)							
Összlakosság	0,22 (75,86)	0,20 (68,97)	0,11 (37,93)	0,04 (13,79)	0,14 (48,28)	0,17 (58,62)	0,13 (44,83)
Munkások	0,22 (59,46)	0,11 (29,73)	0,16 (43,24)	0,06 (16,22)	0,14 (37,84)	0,13 (35,14)	0,18 (48,65)
Szellemiek	0,17 (19,57)	0,08 (9,78)	0,16 (11,96)	0,06 (6,52)	0,16 (17,39)	0,17 (18,48)	0,21 (23,91)
Paraszság	0,31 (75,61)	0,08 (19,51)	0,12 (29,27)	0,06 (14,63)	0,15 (36,59)	0,17 (41,46)	0,11 (26,83)
Kettős jöve- delműek	0,27 (49,09)	0,10 (18,18)	0,14 (25,45)	0,04 (7,27)	0,15 (27,27)	0,15 (27,27)	0,13 (23,64)

Összehasonlítva az alapfogyasztás számított értékeit adatainkkal, azt tapasztaltuk, hogy az összlakosság a különböző árucsoportok vonatkozásában 1960 és 1963 között érte el a becsült alapfogyasztást. A munkások fogyasztása már 1960-ban minden cikkcsoportnál meghaladta a rétegre kapott alapfogyasztási értékeket; a szellemieknél ez csak 1964 és 1966 között következett be. Alapvetően más eredményeket kaptunk a parasztságnál és a kettős jövedelműeknél: a parasztság tényleges fogyasztása csak 1972-ben, a kettős jövedelműeké pedig 1969—1970-ben jutott el a modell által számított alapfogyasztás szintjére. Az összlakosságra valamint a munkás és szellemi rétegekre vonatkozóan tehát a modell a vizsgált intervallum legnagyobb részében racionálisan írja le a fogyasztást és várhatóan reális árugalmassági értékeket ad. Ugyanakkor a parasztságnál és a kettős jövedelműeknél csak az utolsó évek esnek az értelmezési tartományba, ezért e két rétegnél a Stone-modell alapján számított árugalmasságok nem tekinthetők igazán reálisaknak.

A parasztságra és a kettős jövedelműekre kapott nagy alapfogyasztási értékek miatt a többletfogyasztás aránya — a φ értéke — ezeknél a rétegeknél nagyon alacsony. A modell szerint 1974-ben a többletjövedelem a parasztság esetében az összes jövedelemnek mindössze 7%-a és a kettős jövedelműeknél is csak 24%-a. Ugyanakkor az összlakosságnál a többletjövedelem 43%, a munkásoknál 48%, a szellemieknél pedig 34%. Ezek az eltérések az árugalmasságok rétegenkénti nagyságrendjét is meghatározzák: összességükben a munkásokra vonatkozó árugalmasságok lesznek a legmagasabbak és a parasztság árugalmasságai a legalacsonyabbak.

Az ugyancsak a 4. sz. táblázatban található β_i paraméterekre, azaz a marginális kiadási arányokra — a nagy t -próba értékek tanúsága szerint — szintén pontos becsléseket kaptunk. A legkisebb t -arány is 6,52, de a t -próba értékei túlnyomó többségükben tízes nagyságrendű számok.

A marginális kiadási arányok — amelyek alapvetően meghatározzák a jövedelemrugalmasságok értékeit és az árugalmasságokat is befolyásolják — a lakosságnak, illetve az egyes társadalmi rétegeknek a vizsgált időszakban megfigyelhető vásárlási preferenciáit közelítik. Eredményeink szerint a fogyasztók többletjövedelmüket — a tényleges kiadási arányoknak megfelelően — elsősorban élelmiszerekre költik, a legkisebb összeget pedig fűtésre és a háztartási energia vásárlására fordítják. Ettől eltérően viselkedik a modell szerint a szellemiek rétege, akik többletjövedelmük legnagyobb részéből (21%-ából) szolgáltatásokat vesznek igénybe. „Preferencia-rendszerükben” csak ez után következnek az élelmiszerek, melyek részesedése 17%.

Összefoglalva: a Stone-modell eredményeiből az alábbi következtetéseket kell levonnunk. Az összlakosságra, a munkásokra és a szellemiekre számított eredményeink jók, a paraméterek alapján számítható jövedelemrugalmasságokat és árugalmasságokat elfogadhatjuk, statisztikailag megbízhatóknak tekinthetjük. Ugyanakkor a parasztság és a kettős jövedelműek esetében a számított árugalmasságokat már *fenntartással kell kezelnünk*.

6. A modellek alapján számított jövedelemrugalmasságok

A számítási eredmények fontos ellenőrzési lehetősége az, ha egybevetjük a különböző módon számított rugalmassági értékeket, hiszen tulajdonképpen ebből a célból végeztük el számításainkat különböző módszerekkel. Ebben a pontban először megvizsgáljuk a konstans elaszticitású modell alapján számí-

tott jövedelemrugalmasságokat. Ez után sorra vesszük a Stone-modell alkalmazásával nyert jövedelemrugalmassági értékeket és összevetjük azokat a konstans elaszticitású modell jövedelemelaszticitásaival. — Végül röviden áttekintjük néhány kapitalista országra ugyanezen modellek alapján számított jövedelemrugalmasságokat, összehasonlítva azokat a mi eredményeinkkel.

A konstans elaszticitású modell jövedelemrugalmasságait a Stone-modell jövedelemrugalmasságaival együtt — az 5. táblázat tartalmazza. Ezek az elasztici-

5. táblázat

A konstans elaszticitású modell és a Stone-modell alapján számított jövedelemrugalmasságok

	Élelmi- szerek	Élvezeti cikkek	Ruházati cikkek	Fűtés, hárt. energ.	Tartós fogy. cikkek	Egyéb ipar- cikkek	Szolgál- tatások
	Össztlakosság						
Konstans elaszticitású modell (1960—1974)	0,57	1,34	0,86	1,25	1,87	1,66	1,12
Stone-modell (1967)	0,55	1,32	0,91	1,17	2,16	1,75	1,07
Stone-modell (1974)	0,64	1,17	0,91	1,22	1,65	1,46	1,01
	Munkások						
Konstans elaszticitású modell (1960—1974)	0,55	1,77	1,08	1,15	1,09	1,21	1,44
Stone-modell (1967)	0,54	1,63	1,18	1,19	1,70	1,14	1,39
Stone-modell (1974)	0,60	1,34	1,10	1,23	1,44	1,11	1,22
	Szellemiek						
Konstans elaszticitású modell (1960—1974)	0,36	1,12	0,68	0,72	0,50	0,87	0,59
Stone-modell (1967)	0,47	1,26	1,14	1,19	1,71	1,37	1,23
Stone-modell (1974)	0,48	1,13	1,08	1,28	1,48	1,28	1,10
	Paraszttság						
Konstans elaszticitású modell (1960—1974)	0,69	1,12	0,91	1,01	2,35	1,44	1,60
Stone-modell (1967)	0,66	1,17	0,99	1,00	2,29	1,47	1,41
Stone-modell (1974)	0,77	0,81	0,93	1,17	1,73	1,28	1,11
	Kettős jövedelműek						
Konstans elaszticitású modell (1960—1974)	0,71	1,15	0,96	0,96	1,88	1,21	1,44
Stone-modell (1967)	0,64	1,15	0,98	0,86	1,88	1,23	1,50
Stone-modell (1974)	0,76	1,09	0,94	0,98	1,42	1,14	1,26

tások — különösen az össztlakosság esetében — alapjában véve megfelelnek az elméleti megfontolások alapján várható értékeknek.

Az élelmiszerek jövedelemrugalmasságai 0,5 körüli értékek; a szellemieké a legalacsonyabb, a munkásoké ennél lényegesen magasabb, a parasztoké és a kettős jövedelműeké pedig még magasabb.

Az élvezeti cikkekre kapott számok 1-nél nagyobbak, amint azt várni lehetett.

Figyelemre méltó a munkások kiugróan magas, továbbá a paraszttság és a kettős jövedelműek ennél alacsonyabb értéke. Ez azt mutatja, hogy az élvezeti cikk fogyasztás a paraszti és a kettős foglalkozású népesség körében sokkal nagyobb mértékben a társadalmi csoporthoz tartozás, mint a jövedelmi szín-

vonala által meghatározott, habár természetesen a jövedelmi színvonalnak is nagy a hatása, hiszen a jövedelemrugalmasság 1-nél nagyobb.

A *ruházati cikkek* esetében a munkásság jövedelemrugalmassága 1-nél magasabb, a szellemieké 1-nél lényegesen, a parasztságé és a kettősjövedelműeké pedig 1-nél valamivel alacsonyabb. Eszerint a rétegek közül elsősorban a munkások töreksenek ruházatközpontú színvonaluk javítására, a szellemiek pedig — és ez aligha hihető — legkevésbé. Ugyanez a helyzet a *fűtés és háztartási energia* felhasználása esetében is, ahol a ruházati cikkek jövedelemrugalmasságaival lényegében véve megegyező arányok tapasztalhatók. Ugyanakkor viszont az itt kapott számok meglepően nagyok. Ez nyilván összefügg a lakás-helyzet és lakásfelszereltség — háztartási gépekkel való ellátottság — javulásával. A fűtésre és háztartási energiára kapott jövedelemrugalmasságokat érdemes összevetnünk a *tartós fogyasztási cikkek* elaszticitásaival. A számokból megfigyelhetjük, hogy a főleg falvakban lakó paraszti és kettős jövedelmű réteg fűtés és háztartási energia fogyasztásának viszonylag alacsony jövedelemrugalmassága mellett tartós fogyasztási cikk vásárlásuk elaszticitása magas. Ugyanakkor az inkább városokban lakó munkások magasabb fűtés és háztartási energia rugalmasságához kisebb tartós fogyasztási cikk elaszticitás tartozik. Ez arra utal, hogy a parasztság és a kettős jövedelműek tartós fogyasztási cikk vásárlásaiban nem az energiát fogyasztó háztartási gépek és készülékek, hanem a bútort- és személygépkocsi vásárlás szerepelhetett nagyobb súllyal. A szellemiek eredményeinek ebből a szempontból nyilván a munkásokéhoz kellene közelebb állniuk, ehelyett azonban a tartós fogyasztási cikkekre még a fűtés és háztartási energia számainál is kisebb, irreálisan alacsony jövedelemrugalmasságot kaptunk.

Az *egyéb iparcikkek*nél és a *szolgáltatások*nál a többi cikkesoporthoz hasonlóan a szellemiek rugalmasságai kiugróan alacsonyak. Ezek a differenciák itt sem látszanak reálisnak, különösen az e rétegekre számított értékeknek a többi réteg számaitól való eltéréseinek mértékét tekintve.

Nézzük meg most a *Stone-modell alapján számított jövedelemrugalmasságokat*, melyek — ellentétben a konstans elaszticitású modell jövedelemrugalmasságaival — időben változó értékek. Az 5. táblázatban az 1967-re és az 1974-re, azaz a vizsgált időszak középső és utolsó évére számított elaszticitásokat tüntettük fel. A számokból mindenekelőtt az tűnik ki, hogy azok — különösen az időszak közepén — meglehetősen közel állnak a konstans elaszticitású modell alapján számított értékekhez, de a Stone-modell esetében a jövedelemrugalmasságok rétegenként is és cikkesoportonként is kevésbé szóródnak, lényegesen kiegyensúlyozottabb képet mutatnak. Ennek oka nagyrészt módszertani: mivel a Stone-modell összefüggő egyenletekből áll, a cikkesoportokra számított eredményekben bizonyos kiegyenlítődségi tendencia érvényesül.

Az *élelmiszerek* esetében a számított eredmények jellegükben megfelelnek a konstans elaszticitású modell alapján kapott számoknak. Az 1967-es értékek általában egy árnyalatnyival kisebbek a másik modell számainál; az 1974-re számított elaszticitások már minden esetben nagyobbak, mint a konstans elaszticitású modell megfelelő rugalmasságai. Az élelmiszerekével ellentétben, az *élvezeti cikkek* elaszticitásai mind az összlakosságnál, mind az egyes rétegek-nél csökkenő tendenciát mutatnak. A *ruházati cikkek* ugyancsak csökkenő tendenciájú elaszticitásai közül csupán a szellemiekre számított értékek térnek el jelentősebb mértékben a másik modell eredményeitől, amely itt nagyon alacsony rugalmasságot adott. Nagyjából ugyanez a helyzet a *fűtés és háztartási*

energia esetében is, amelynek rugalmasságai egyébként az élelmiszerekéhez hasonlóan és az összes többi árucsoportétól eltérően a vizsgált időszakban növekedtek. A *tartós fogyasztási cikkek*nél a két modell eredményei között már nagyobb különbségek vannak, különösen a szellemieknél, aholis a Stone-moddellel lényegesen nagyobb jövedelemrugalmasságot kaptunk. Az *egyéb iparcikkek*nél nincsenek nagy differenciák, eltekintve a szellemiektől, aholis — amint ez általános — a Stone-modell 1967-re és 1974-re számított jövedelemrugalmassága egyaránt határozottan nagyobb. Végül, a *szolgáltatások* esetében ismét tapasztalhatjuk a szellemieknél a két modell eredményeinek tendenciózus eltérését.

Összegezve megállapíthatjuk, hogy a Stone-modell eredményei figyelemre méltó mértékben *konzisztensek* a konstans elaszticitású modell alapján számított jövedelemrugalmasságokkal, illetve a *szellemiek esetében korrigálja* a másik modell helyenként irreális eredményeit. Úgy tűnik tehát, hogy a jövedelemrugalmasságokat a fogyasztási szerkezet előreszámítását is lehetővé tevő módon sikerült meghatároznunk.

A továbbiakban megpróbáljuk a konstans elaszticitású modell, illetve a Stone-modell alapján kapott jövedelemrugalmasságokat *összevetni a más országokra* ugyanezen modellekkel számított jövedelemelaszticitásokkal. Ehhez a [21] sz. forrásban található, az OECD 13 európai tagállamára vonatkozó elaszticitásokat használtuk fel, amelyeket az 1948–59. időszak alapján számítottak. A rövideg kedvéért itt a belőlük számított átlagértékeket és a Magyarország-hoz talán leginkább hasonlítható Belgiumra számított rugalmasságokat közöljük. Az árucsoportok közül az élelmiszerek, a ruházati cikkek és a tartós fogyasztási cikkek azok, amelyek hozzávetőleges tartalmi egyezsük miatt összehasonlíthatók a hazai eredményekkel; a rájuk vonatkozó rugalmasságokat a 6. táblázatban foglaltuk össze. A táblázatban — tájékoztatásul — feltüntettük az egyes országok eredményei közül a legkisebb és a legnagyobb értékeket is.

A számokból kitűnik, hogy az eltérő jövedelemszint, keresleti-kínálati viszonyok stb. ellenére az eredmények hasonlóak. Az élelmiszereknél és a ruházati

6. táblázat

A konstans elaszticitású modell és a Stone-modell alapján különböző országokra számított jövedelemrugalmasságok

	Élelmiszerek	Ruházati cikkek	Tartós fogyasztási cikkek
A konstans elaszticitású modell jövedelemrugalmasságai			
Magyarország	0,57	0,86	1,87
Belgium	0,52	0,87	1,91
OECD országok (átlag)	0,61	0,89	2,02
OECD országok (szélső értékek)	0,12	0,23	1,16
és	1,12	és 1,75	és 3,58
A Stone-modell jövedelemrugalmasságai			
Magyarország	0,64	0,91	1,65
Belgium	0,65	1,01	2,22
OECD országok (átlag)	0,68	0,81	1,98
OECD országok (szélső értékek)	0,38	0,04	0,95
és	1,12	és 1,55	és 3,09

cikkeknel csak minimálisak az eltérések, akár a különböző országok, akár a különböző módszerek vonatkozásában hasonlítjuk össze a rugalmasságokat: A tartós fogyasztási cikkeknel már valamivel nagyobbak az eltérések; úgy tűnik azonban, hogy a különböző országok közötti differenciák nagyobbak, mint a különböző módszerek közötti eltérések. Ez egyébként egészen nyilvánvalóan látszik az itt nem közölt részletes számokból. Mindez megerősíti azt a korábbi megállapításunkat, hogy — legalábbis az összlakosságra vonatkozóan — a jövedelemrugalmasságok a konstans elaszticitású modell és a Stone-modell alapján egyaránt viszonylag jól számszerűsíthetők.

7. A modellek alapján számított árrugalmasságok

A két modell árrugalmassági eredményei — mint látni fogjuk — meglehetősen eltérők, és ezek az eltérések sok esetben szisztematikusak is, ezért itt sokkal nehezebb annak az eldöntése, hogy melyik számítási eredményeket kell megbízhatóbbaknak tekintenünk. E cikk keretében ezt meg sem kíséreljük; itt csupán bemutatjuk az árrugalmasságok számított értékeit és röviden összefoglaljuk azok jellegzetességeit. Először a modellek alapján számított saját árrugalmasságokkal, ezen belül azok nem kompenzált és kompenzált változataival, majd a Stone-modell felhasználásával nyert kereszt-árrugalmasságokkal foglalkozunk.

A konstans elaszticitású modell és a Stone-modell alapján számított *nem kompenzált saját árrugalmasságokat* a 7. táblázat tartalmazza.

A táblázatból láthatjuk, hogy a *konstans elaszticitású modell* nem kompenzált saját árrugalmasságai — mint ahogy erről már az ár-paraméterek tárgyalásánál is szó volt — többségükben negatív előjelűek, a 35 számított érték közül 6 azonban pozitív. Az elaszticitások mind az egyes cikkesoportok, mind pedig a társadalmi rétegek vonatkozásában erősen szóródnak.

A *cikkesoportok* rugalmasságainak eltérései az összlakosság esetében nagyrészt reálisaknak tűnnek, a rétegeknél tapasztalt differenciák már kevésbé. A ruházati cikkekre több esetben meglepően alacsony árelaszticitásokat kapunk, a fűtés és háztartási energia rugalmasságai pedig minden esetben ennél magasabb értékek. Ami az egyes *társadalmi csoportok* árrugalmasságait illeti, az egyes cikkesoportokon belüli differenciák az eltérések irányát tekintve elfogadhatóknak látszanak, az eltérések mértéke viszont már nem.

A *Stone-modell* árrugalmasságai sokkal alacsonyabbak, mint a konstans elaszticitású modelléi. Itt az összes szám átlaga mindössze $-0,42$, szemben a másik modell árelaszticitásainak $-0,71$ -es átlagértékével. Emellett, míg a konstans elaszticitású modell az árrugalmasságokra $+1,66$ és $-4,03$ közötti értékeket adott, most sem az egyes cikkesoportok, sem pedig az egyes rétegek értékei között *nincsenek nagy különbségek*, az árrugalmasságok nagyon szűk intervallumban, $-0,13$ és $-0,73$ között mozognak. A cikkesoportok közötti rugalmassági sorrend és a rétegek eredményeinek egymáshoz való viszonya egyébként nagyjából megfelel a konstans elaszticitású modellnél tapasztaltaknak. A két modell eredményei az egyéb iparcikkek árucsoportjánál és a szolgáltatásoknál térnek el a legjelentősebben. Ez természetes is, hiszen az egyéb iparcikkeknel a nagyfokú heterogenitás miatt, a szolgáltatásoknál pedig e cikkesoport jellege miatt a számított árrugalmasságoknak már eleve nem tulajdoníthatunk különösebb jelentőséget. A rétegek közül a parasztságra és a kettős jövedelműekre számított árrugalmasságok a Stone-modell esetében — mint

7. táblázat

A konstans elaszticitású modell és a Stone-modell alapján számított nem kompenzált ár rugalmasságok

	Élelmi- szerek	Élvezeti cikkék	Ruházati cikkék	Fűtés, hátz. energ.	Tartós fogy. cikkék	Egyéb ipar- cikkék	Szolgál- tatások
	Összrakosság						
Konstans elaszticitású modell (1974)	-0,35	-0,76	-0,22	-0,49	-1,76	-0,25	-0,81
Stone-modell (1967)	-0,31	-0,43	-0,29	-0,29	-0,57	-0,50	-0,33
Stone-modell (1974)	-0,44	-0,60	-0,45	-0,54	-0,73	-0,65	-0,49
	Munkások						
Konstans elaszticitású modell (1974)	-0,31	-1,16	-0,60	-0,66	-3,12	+0,76	-0,80
Stone-modell (1967)	-0,31	-0,45	-0,39	-0,33	-0,47	-0,39	-0,43
Stone-modell (1974)	-0,43	-0,65	-0,56	-0,58	-0,71	-0,52	-0,63
	Szellemiek						
Konstans elaszticitású modell (1974)	+0,21	-0,88	-1,08	-1,14	-4,03	-0,23	+1,66
Stone-modell (1967)	-0,18	-0,12	-0,19	-0,09	-0,20	-0,21	-0,24
Stone-modell (1974)	-0,30	-0,39	-0,42	-0,37	-0,49	-0,44	-0,45
	Parasztság						
Konstans elaszticitású modell (1974)	-0,20	-0,95	+0,41	-0,46	+0,07	-0,37	-0,81
Stone-modell (1967)	+0,18	+0,18	+0,14	+0,22	+0,50	+0,18	+0,25
Stone-modell (1974)	-0,35	-0,13	-0,18	-0,13	-0,25	-0,24	-0,18
	Kettős jövedelműek						
Konstans elaszticitású modell (1974)	-0,31	-0,81	+0,03	-0,70	-0,98	-0,60	-1,03
Stone-modell (1967)	-0,21	+0,02	-0,02	+0,09	+0,09	-0,01	+0,02
Stone-modell (1974)	-0,41	-0,30	-0,34	-0,28	-0,43	-0,38	-0,36

ahogy ezt a korábbiakban már láttuk — nem értelmezhető, azokat csupán a teljesség kedvéért közöljük.

A két modell alapján számított ár rugalmasságok jellegzetes eltérései *más országok eredményeiben* is megmutatkoznak, mint ahogy ez a 6. sz. táblázathoz hasonló módon összeállított 8. táblázat számaiból kiderül.

Az ár rugalmasságok között nagyobb eltéréseket tapasztalhatunk, mint korábban a jövedelem rugalmasságoknál. Az élelmiszer és a ruházati cikkek esetében az eredmények ismét közelebb állnak egymáshoz, mint a tartós fogyasztási cikkeké, az eltérések azonban most ezekben az árucsoportokban is nagyobbak, mint a jövedelem rugalmasságok értékei között. Emellett az ár rugalmasságok esetében — szemben a jövedelem rugalmasságok számított értékeinek eltéréseivel — a vizsgált aggregátsági szinten inkább a különböző módszerek közötti differenciák látszanak *nagyobbaknak, mint a különböző országokra vonatkozó eredmények eltérései*. Úgy tűnik tehát, hogy az ár rugalmasságok számszerűsítése nem is annyira a hazai ár helyzetet, mint inkább módszertani nehézségek miatt problematikus, bár az árak stabilitásának a szerepe is kétségtelen.

Tekintsük át ezeketán a modellek alapján számított *kompenzált saját ár rugalmasságokat*, amelyeket a 9. táblázatban foglaltunk össze. A kompenzált

8. táblázat

A konstans elaszticitású modell és a Stone-modell alapján különböző országokra számított nem kompenzált saját árrugalmasságok

	Élelmiszerek	Ruházati cikkek	Tartós fogyasztási cikkek
A konstans elaszticitású modell nem kompenzált saját árrugalmasságai			
Magyarország	-0,35	-0,22	-1,76
Belgium	-0,67	-1,36	-1,07
OECD országok (átlag)	-0,48	-0,29	-1,24
OECD országok (szélső értékek)	-0,08	+0,37	+0,88
és	-1,03	és -1,36	és -2,93
A Stone-modell nem kompenzált saját árrugalmasságai			
Magyarország	-0,44	-0,43	-0,73
Belgium	-0,20	-0,14	-0,31
OECD országok (átlag)	-0,38	-0,26	-0,63
OECD országok (szélső értékek)	-0,15	-0,03	-0,27
és	-0,87	és -0,49	és -1,14

9. táblázat

A konstans elaszticitású modell és a Stone-modell alapján számított kompenzált saját árrugalmasságok

	Élelmiszerek	Élvezeti cikkek	Ruházati cikkek	Fűtés, házt. energ.	Tartós fogy. cikkek	Egyéb ipar-cikkek	Szolgáltatások
Összlakosság							
Konstans elaszticitású modell (1974)	-0,14	-0,53	-0,11	-0,44	-1,60	-0,03	-0,65
Stone-modell (1967)	-0,09	-0,23	-0,18	-0,25	-0,43	-0,33	-0,20
Stone-modell (1974)	-0,22	-0,40	-0,34	-0,50	-0,59	-0,48	-0,36
Munkások							
Konstans elaszticitású modell (1974)	-0,12	-1,02	-0,43	-0,61	-3,02	+0,91	-0,60
Stone-modell (1967)	-0,09	-0,34	-0,23	-0,27	-0,33	-0,26	-0,25
Stone-modell (1974)	-0,21	-0,54	-0,40	-0,52	-0,57	-0,39	-0,45
Szellemiek							
Konstans elaszticitású modell (1974)	+0,32	-0,80	-0,99	-1,11	-3,97	-0,10	+1,77
Stone-modell (1967)	-0,01	-0,03	-0,03	-0,03	-0,04	-0,04	-0,03
Stone-modell (1974)	-0,13	-0,30	-0,26	-0,34	-0,33	-0,27	-0,24
Parasztság							
Konstans elaszticitású modell (1974)	+0,07	-0,84	+0,53	-0,41	+0,28	-0,17	-0,65
Stone-modell (1967)	+0,13	+0,26	+0,26	+0,28	+0,65	+0,35	+0,36
Stone-modell (1974)	-0,04	-0,05	-0,06	-0,07	-0,10	-0,07	-0,07
Kettős jövedelműek							
Konstans elaszticitású modell (1974)	-0,06	-0,71	+0,17	-0,66	-0,74	-0,44	-0,88
Stone-modell (1967)	+0,06	+0,12	+0,12	+0,13	+0,24	+0,14	+0,15
Stone-modell (1974)	-0,14	-0,20	-0,20	-0,24	-0,28	-0,23	-0,23

árrugalmasságokat az egyes cikkcsoportok kiadási arányai mellett a nem kompenzált árrugalmasságok és a jövedelemrugalmasságok értékei határozzák meg. Tekintettel arra, hogy az ezekre kapott eredményeink sajátosságait már ismertettük, úgy véljük, hogy minden további kommentár felesleges — a számok magukért beszélnek.

Az alábbiakban bemutatjuk még a *Stone-modell* alapján számított *keresztárrugalmasságokat* is. Az egyes rétegekre vonatkozó eredmények jellegükben hasonlóak, ezért csak az *össztlakosságra* számított árrugalmasság-mátrixot közöljük. Ennek nem kompenzált és kompenzált változatait a *10. táblázat* tartalmazza. A mátrixok diagonálisában feltüntettük a már ismert saját árrugalmasságokat is. A táblázatban az egyes oszlopok a fejezetben megnevezett cikkcsoportok árváltozásához tartozó rugalmasságokat adják meg, így pl. az első oszlop számai azt, hogy az élelmiszerek árának 1%-os változása esetén hány százalékkal változik az élelmiszerek, az élvezeti cikkek, a ruházati cikkek stb. fogyasztása.

10. táblázat

Az össztlakosság 1974. évre számított árrugalmasság-mátrixai a *Stone-modell* alapján

	Élelmiszerek	Élvezeti cikkek	Ruházati cikkek	Fűtés, házt. energ.	Tartós fogy. cikkek	Egyéb iparcikkek	Szolgáltatások
Nem kompenzált árrugalmasságok							
Élelmiszerek	-0,44	-0,05	-0,05	-0,01	-0,02	-0,03	-0,05
Élvezeti cikkek	0,30	-0,60	-0,09	-0,02	-0,03	-0,06	-0,09
Ruházati cikkek	-0,23	-0,01	-0,45	-0,01	-0,02	-0,04	-0,07
Fűtés, házt. energ.	-0,30	-0,10	-0,09	-0,54	-0,03	-0,05	-0,09
Tartós fogy. cikkek	-0,40	-0,13	-0,12	-0,03	-0,73	-0,07	-0,12
Szolgáltatások	-0,24	-0,08	-0,07	-0,02	-0,02	-0,04	-0,49
Egyéb iparcikkek	-0,33	-0,11	-0,10	-0,02	-0,03	-0,65	-0,10
Kompenzált árrugalmasságok							
Élelmiszerek	-0,22	0,06	0,03	0,01	0,04	0,05	0,04
Élvezeti cikkek	0,11	-0,40	0,06	0,02	0,07	0,09	0,07
Ruházati cikkek	0,09	0,08	-0,34	0,02	0,05	0,07	0,05
Fűtés, házt. energ.	0,12	0,10	0,06	-0,50	0,07	0,09	0,07
Tartós fogy. cikkek	0,15	0,14	0,08	0,03	-0,59	0,12	0,09
Egyéb iparcikkek	0,15	0,11	0,06	0,02	0,08	-0,48	0,08
Szolgáltatások	0,10	0,08	0,05	0,02	0,06	0,07	-0,36

Láthatjuk, hogy az összes nem kompenzált keresztárrugalmasság negatív és valamennyi kompenzált keresztárrugalmasság pozitív érték — ezt, mint tudjuk, a modell eleve biztosítja. Az egyes oszlopokat végignézve pedig az tűnik ki, hogy a keresztárváltozások közül csupán az *élelmiszerárak* változásának a többi cikkcsoport fogyasztására gyakorolt hatása említésre méltó. Az élelmiszerárak változásának tovagyrűző hatása a vizsgált időszakban — a modell szerint — csaknem olyan erős volt, mint magára az élelmiszerfogyasztásra gyakorolt hatása. Ez természetes is az élelmiszerekre fordított kiadások magas aránya miatt. A mátrixok sorait vizsgálva azt figyelhetjük meg, hogy az árak változása legerősebben a *tartós fogyasztási cikkek forgalmát befolyásolja*, a nem kompenzált esetben éppúgy, mint a kompenzált esetben.

Végül, összegezve a két modell alkalmazásával nyert tapasztalatainkat elmondhatjuk, hogy a számítási eredmények biztatóak és a munka folytatására, az adatbázis kibővítésére, a módszerek tökéletesítésére ösztönöznek.

(*Béérkezett: 1978. július 26-án.*)

IRODALOMJEGYZÉK

1. HULYÁK K.—LOSONCZY I.—MUSZÉLY GY.—SZAKOLCZAI GY.: A klasszikus fogyasztáselemzési modellek számszerűsítésének eredményei. Előzetes tanulmány. I. Módszertan és értékelés. II. Ábrák és táblázatok. Számítógéppalkalmazási Kutató Intézet, Budapest, 1978.
2. SZAKOLCZAI GY.—HULYÁK K.—LOSONCZY I.—MUSZÉLY GY.: Klasszikus fogyasztáselemzési modellek felhasználása a fogyasztói árpolitika megalapozásához. Közgazdasági Szemle, 1978. (Előkészületben).
3. HOUTHAKKER, H. S.: New Evidence on Demand Elasticities. *Econometrica*, April, 1965.
4. STONE, R.: The measurement of consumer's expenditure and behaviour in the U. K., 1920—1938. Vol. 1. Cambridge University Press, Cambridge 1954.
5. STONE, R.: Linear expenditure systems and demand analysis: An application to the pattern of British demand. *Economic Journal*, 1954.
6. STONE, R.: The changing pattern of consumption. In: R. Stone, ed.: *Mathematics in the Social Sciences and Other Essays*. Chapman and Hall, London, 1966.
7. DEATON, A.: Models and Projections of Demand in Post-War Britain. *Cambridge Studies in Applied Econometrics*, 1975.
8. PHILIPS, L.: A Dynamic Version of the Linear Expenditure Model. Working Paper 6906. Université Catholique de Louvain, 1969.
9. BARTEN, A. P.: Consumer demand functions under conditions of almost additive preferences. *Econometrica*, 1964.
10. THEIL, H.: Theory and Measurement of Consumer Demand, Volume 1—2. North-Holland, 1975.
11. FRISCH, R.: A Complete Scheme for Computing All Direct and Cross Demand Elasticities in a Model with Many Sectors. *Econometrica*, April, 1959.
12. ÉLTFŐ Ö.: A fogyasztói kiadások lineáris modelljének néhány tulajdonsága a hazai tapasztalatok tükrében. VII. Magyar Operációkutatási Konferencia, Pécs, 1977.
13. ENYEDI J.: A fogyasztói kiadások lineáris modellje. Országos Tervhivatal. Budapest, 1977.
14. SIMON A.: A lakosság kiadásainak és megtakarításainak vizsgálata ökonometriai módszerrel. Konjunktúra- és Piackutató Intézet és Tervgazdasági Intézet, 1977.
15. A lakosság jövedelme és fogyasztása 1960—1970, és 1960—1974. KSH Budapest, 1972. és 1976.
16. Statisztikai Évkönyv, 1960, . . . 1974. KSH Budapest.
17. PARKS, R. W.: Efficient Estimation of a System of Regression Equations when Disturbances Are Both Serially and Contemporaneously Correlated. *Journal of the American Statistical Association*, June 1967.
18. ZELLNER, A.: An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests for Aggregation Bias. *Journal of the American Statistical Association*, June, 1962.
19. POLLAK, R. A. and WALES T. J.: Estimation of the Linear Expenditure System. *Econometrica*, October, 1969.
20. LLUCH, C.: The extended linear expenditure system. *European Economic Review* 1973, 4.
21. GOLDBERGER, A. S., and T. GAMALETOS: A cross country comparison of consumer expenditure patterns. *European Economic Review*, 1970.

QUANTIFICATION OF MODELS OF DEMAND ON THE BASIS OF TIME SERIES DATA

In the framework of computations aimed at the foundation of the consumer price policy, two kinds of consumption models were quantified for the period 1960—1974. The consumption of the population was examined by the two models, the so called model of constant elasticity and Stone's linear expenditure model, respectively, in a strongly aggregated form, broken down according to seven groups of consumption goods. Computations were carried out on a comparable data basis, data referring to the entire population and relying on a comprehensive survey of data, as well as on data of household statistics for four various social strata: blue collar workers, white collar workers, peasants and those of double income.

In the present study the theoretical characteristics of the two kinds of models, their estimation method and the numerical results are presented. Estimated income- and price elasticities are discussed, their analysis and comparison enables also the drawing of certain economic conclusions. Both the indicators of the fitting of models and the estimated elasticity coefficients are promising and stimulate for the continuation of the work, the widening of the data basis and the perfection of methods.

ЧИСЛОВАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МОДЕЛЕЙ СПРОСА НАСЕЛЕНИЯ НА ОСНОВАНИИ ДАННЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

В рамках расчетов для обоснования политики в области цен на период времени с 1960 до 1974 г. было дано числовая реализация двух моделей потребления. Потребление населения исследовалось с помощью двух моделей, т. н. моделью постоянной эластичности и линейной модели расходов населения по Стоуну, при значительной агрегации, в подразделении на семь групп потребительских товаров. Расчеты проводились на основе сравнимой базы данных, полного охвата данных по всему населению и данных по статистике бюджетов домашних хозяйств для четырех различных слоев общества: рабочие, лица умственного труда, крестьяне и лица двойных занятий.

В статье представлены теоретические особенности двух примененных моделей, методы их оценки и результаты, полученные в результате числовой реализации этих моделей. Более подробно рассматриваются полученные эластичности, анализ и сравнение которых делает возможным сделать определенные экономические выводы. Показатели, дающие представление о приемлемости моделей, и коэффициенты эластичности дают обнадеживающие результаты, что побуждает к продолжению работы, расширению базы данных и совершенствованию методов.