Molnár András

Üzemtelepítési feladatok gyakorlati megoldása

A hozzárendelési feladatok egyik általános megfogalmazása a telepítés problémája. A telepítési feladatokban a rendelkezésre álló területen kell — a gyártási (technológiai) folyamatok figyelembevételével — az egyes üzemrészeket (gyártó berendezéseket) úgy elhelyezni, hogy az anyagmozgatási költség minimális legyen, azaz:

(1) $$C(p) = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} h(i, j) \cdot r_p(i, j) \to \min!,$$

ahol

n = a telepítési pontok (ill. üzemrészek) száma

$h(i, j)$ = az i. és j. telepítési pont ($i < j$) távolsága (méter, ... stb. mértékegységben)

$r_p(i, j)$ = az i. és j. pontra telepített üzemrészek között áramló összes anyagmennyiség távolságegységre eső szállítási költsége (Ft/m, ... stb. mértékegységben), az üzemrészek p-edik elrendezése (permutációja) esetén.

Az (1) kifejezésben $r_p(i, j)$ értékét az anyagmérleg adatai és a távolsággal egyenesen arányos változó fajlagos szállítási költség szorzataként szokásos meghatározni a következőképpen:

(2) $$r_p(i, j) = k_p(i, j) \cdot m_p(i, j) + k_p(j, i) \cdot m_p(j, i)$$

ahol: $i < j$

$k_p(i, j)$ = az i. és j. pontra telepített üzemrészek között a fajlagos szállítási költség (Ft/kp/m, ... stb. mértékegységben) a p-edik permutáció esetén, ahol feltételezzük, hogy az üzemrészek között a fajlagos szállítási költség oda és vissza egyenlő $[k_p(i, j) = k_p(j, i)]$,

$m_p(i, j)$ = az i. pontra telepített üzemrészből a j. pontra telepített üzemrészbe áramló anyagmennyiség (kp, ... stb. mértékegységben) a p-edik permutáció esetén.

A $k_p(i, j) = k_p(j, i)$ egyenlőséget felhasználva

(3) $$r_p(i, j) = k_p(i, j) \cdot [m_p(i, j) + m_p(j, i)]$$

Az $R_p = [r_p(i, j)]$ mátrixból (és hasonlóképpen a $K_p = [k_p(i, j)]$, $M_p = [m_p(i, j)]$ mátrixból) egy újabb, q permutációhoz tartozó $R_q(K_q, M_q)$ mátrixot a sorok és oszlopok megfelelő átrendezésével kaphatunk meg.

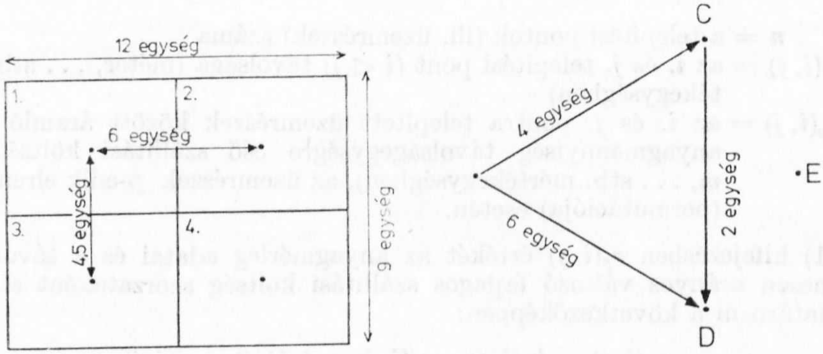
Mint ismeretes, a feladatnak $n!$ lehetséges megoldása van, amely miatt nagyobb méretű feladatok esetén a teljes leszámlálással való megoldás gyakorlatilag lehetetlen.

A továbbiakban nem a feladat megoldásának valamely új algoritmusát mutatjuk be, (számításainkban a feladat megoldására Gilmore algoritmusát alkalmaztuk), hanem a feladat feltételrendszerének kismértékű módosításával, valamint célszerű adatcsoportosítással a telepítési problémák megoldásában gyakorlatilag hasznosítható eredmények elérésére törekedtünk.

Annak érdekében, hogy érzékeltetni tudjuk megoldásaink lényegét, a feladat egy általános és szokásos megfogalmazásából indulunk ki.

Alapfeladat

Adva van egy 12.9 egység méretű telepítési terület 4 telepítési ponttal, valamint ugyancsak négy, B, C, D, E jelölésű üzemrész (munkahely), meghatározott anyag (költség) áramlási kapcsolatokkal. A telepítési területnek, valamint az üzemrészek kapcsolatának (vagyis az anyagáramlásnak a) sémáját az 1. ábra mutatja:



1. ábra

Megjegyezzük, hogy az E üzemrész nem rendelkezik technológiai kapcsolattal, (ez lehet pl. javítóműhely, irodaépület, stb.), ilyen üzemrészek létével azonban konkrét gyártelepítési vizsgálatoknál általában számolni kell.

A távolság- és költségadatokat — mátrix formába rendezve — az alábbi táblázatok tartalmazzák:

Távolságmátrix (H)

i \ j	1	2	3	4
1	—	6,0	4,5	10,5
2		—	10,5	4,5
3			—	6,0
4				—

Költségmátrix (R')

u \ v	B	C	D	E
B	—	4	6	—
C	—	—	6	—
D	—	2	—	—
E	—	—	—	—

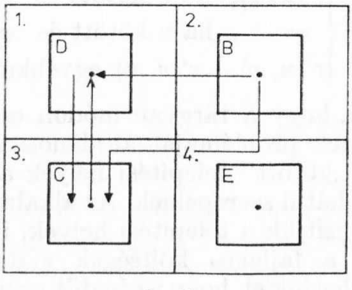
$r'(u, v) = k(u, v) \cdot m(u, v)$, ahol u, ill. v az egyes üzemrészeket jelentik, egy konkrét elrendezés esetén.

A költségmátrixból az általunk használt R_p mátrix a következőképpen áll elő:

$$r_p(i, j) = r'(u, v) + r'(v, u)$$

Az R' mátrix felírásából, illetve az R_p mátrix meghatározásából látszik, hogy az üzemrészek sorrendje indulásnál tetszőleges lehet.

A feladatot megoldva a minimális költségű elrendezést a 2. ábra mutatja.



2. ábra

Az elrendezés tanulmányozásából megállapítható, hogy több egyenértékű, minimális költségű megoldás is létezik, ez azonban későbbi megfontolásainkat nem befolyásolja.

Az optimális megoldás célfüggvényértéke:

$$C_{(\text{opt})} = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=i+1}^{4} h(i, j) \cdot r_{\text{opt}}(i, j) = h(1, 2) \cdot r_{\text{opt}}(D, B) + h(1,3) \cdot r_{\text{opt}}(D, C) +$$

$$+ h(1,4) \cdot r_{\text{opt}}(D, E) + h(2,3) \cdot r_{\text{opt}}(B, C) + h(2,4) \cdot r_{\text{opt}}(B, E) + h(3,4) \cdot r_{\text{opt}}(C, E) =$$

$$= 6 \cdot 6 + 4{,}5 \cdot 8 + 10{,}5 \cdot 0 + 10{,}5 \cdot 4 + 4{,}5 \cdot 0 + 6 \cdot 0 = 114.$$

1. *Kiegészítés*

Gyakorlati feladatok vizsgálata esetén általában nem lehet elkerülni, hogy egyes üzemrészek meghatározott telepítési helyhez legyenek rendelve, vagyis kötött helyű üzemrészek létezzenek. Ilyen lehet pl. a feldolgozandó anyag beérkezési pontjához rendelt „anyagfogadás", vagy a feldolgozott anyag kiszállítási pontjához rendelt „kiszállítás". A megoldás algoritmusának tehát biztosítania kell, hogy kötött telepítési pontok esetén a meg nem engedett elrendezések eleve kiessenek az optimális megoldáshoz vezető út közben.

A fenti kikötés teljesülését úgy érhetjük el, hogy a meg nem engedett megoldásokat olyan „büntetőköltségekkel" sújtjuk, amelyek miatt azok eleve nem jöhetnek számításba az egymással mintegy versengő elrendezési lehetőségek között. A követelményt, mint feltételt, matematikailag annak a felismerésnek az alapján fogalmazhatjuk meg, hogy valamely kötött telephelyű üzemrész figyelembevétele esetén az adott üzemrésznek feltétlenül meg kell előznie a technológiai sorban utána következő valamennyi üzemrészt, vagy valamennyi, a technológiai sorban őt megelőző üzemrész után kell következnie. Ha tehát pl. az A üzemrésznek az 1. pontra kell kerülnie, akkor minden AB . . . , AC . . . , stb. elrendezés lehetséges, de a BA . . . , CBA . . . , elrendezések nem lehetségesek.

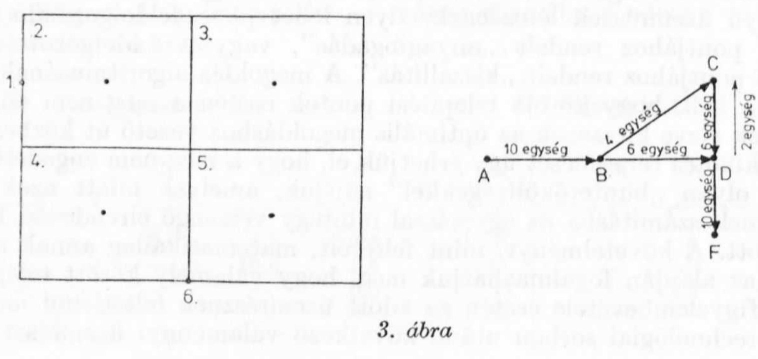
Ha az üzemrészeket a technológiai folyamat sorrendjében indexeljük az előbbiekben bemutatott költségmátrixban, és azokat a költségeket, amelyek a kötött telephelyű üzemrész után következő üzemrészekhez történő költség átadását mutatják, ,,végtelennek'' vesszük, akkor az alábbi feltétel teljesítésével elérhetjük a sorrendek kívánt kiválogatását:

$$r_p(i, j) = \begin{cases} r'(u, v), & \text{ha } u \text{ kötött és } u < v \\ \infty, & \text{ha } u \text{ kötött és } u > v \\ r'(u, v) + r'(v, u) & \text{egyébként.} \end{cases} \tag{4}$$

Meg kívánjuk jegyezni, hogy a tárgyalt módon csak akkor lehet a kötött telepítési helyű üzemrészek problémáját általánosan kezelni, ha a telepítési helyek átrendezésével a ,,kötött'' telepítési helyek a telepítési helyek között sorrendben legelöl, ill. leghátul szerepelnek. Az alkalmazott eljárásnak ugyanis az az alapja, hogy ha rögzítjük a telepítési helyek, illetve az üzemrészek egy adott sorrendjét, akkor a fajlagos költségek mátrixát a tárgyalt módon asszimmetrikussá téve érhetjük el, hogy az i-edik üzemrész az i-edik telepítési pontra kerüljön (ha itt kívánjuk rögzíteni). ,,Mellékhatásként'' azonban bármely, az i-nél kisebb sorszámú üzemrész csak az i-nél alacsonyabb sorszámú telephelyre kerülhet. Hasonló következmény érvényes természetesen a magasabb sorszámokra is. Ha tehát van az i-nél kisebb, illetve nagyobb sorszámú nem kötött üzemrész is, ezek lehetséges helyét a (4) felírásához figyelembevett sorrendek is befolyásolják, nemcsak a kötött helyek. Mivel azonban a feladat megfogalmazásánál (indulásnál) mind a telepítési helyek, mind az üzemrészek sorrendbe állítása (indexelése) tetszőleges lehet, az adatok megfelelő csoportosításával a kívánt hatást elérhetjük.

Egészítsük ki az előbbiekben ismertetett feladatunkat egy A-val jelölt anyagfogadással és egy F-fel jelölt termék kiszállítási ,,üzemmel''. Számozzuk át telepítési pontjainkat oly módon, hogy az 1. pont legyen az anyag beérkezési helye, a 6. pont legyen a késztermék kiszállítási helye, és írjuk elő, hogy az A üzemrész kerüljön az 1. pontra, az F üzemrész pedig a 6. pontra.

A fentiek szerint meghatározott kiegészített telepítési területnek és technológiai folyamatnak a sémáját a 3. ábra mutatja.



3. ábra

A nem megengedett megoldások kizárása érdekében az adatmegadást a következő táblázatok mutatják (a távolságmátrix csak az új telepítési pontok által meghatározott távolság viszonylatokkal bővült):

Távolságmátrix

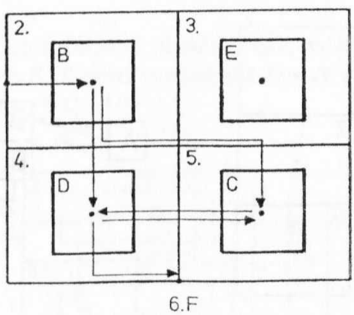
i \ j	1	2	3	4	5	6
1	—	3,75	9,75	8,25	14,25	13,50
2		—	6,00	4,50	10,50	9,75
3			—	10,50	4,50	9,75
4				—	6,00	5,25
5					—	5,25
6						—

Költségmátrix

u \ v	A	B	C	D	E	F
A	—	10	—	—	—	—
B	∞	—	4	6	—	—
C	∞	—	—	6	—	—
D	∞	—	2	—	—	10
E	∞	—	—	—	—	—
F	∞	∞	∞	∞	∞	—

(Gyakorlatilag a „végtelen" természetesen az alkalmazott számítógép adottságaitól függő igen nagy szám.)

A számítások elvégzése után az optimális megoldás a 4. ábrán látható. A célfüggvény értéke a (4) feltétel figyelembevételével: 207



4. ábra

Az elrendezésből megállapítható, hogy ehhez az alapfeladat alternatív optimumaiból semmilyen átrendezéssel sem érhettünk volna el, tehát az anyagfogadás és termékkiszállítás figyelembevétele megváltoztatta az optimális elrendezést.

2. *Kiegészítés*

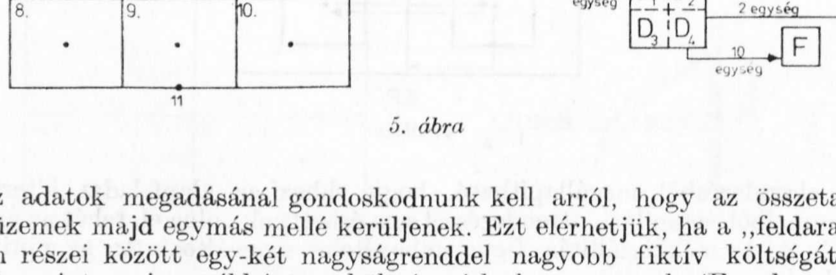
Az alapfeladat hallgatólagosan feltételezte, hogy az üzemrészek azonos méretűek. A valóságos telepítési problémákban az üzemrészek eltérő mérete gyakran nem hanyagolható el. Ekkor a feladat megoldására az az elvi megfontolás szolgálhat, hogy a probléma megoldható lenne akkor, ha biztosítani tudnánk, hogy egyes üzemrészek biztosan egymás mellé kerüljenek. Ebben az esetben ugyanis az eltérő méretű üzemrészeket „feldarabolva", és azonos méretű „kockákból" összerakva, a telepítési pontok számának növelése árán pusztán azáltal lehetne biztosítani az egyes üzemrészek eltérő méretének figyelembevételét, hogy gondoskodunk az egyes üzemrészeket jelentő „kockák" (részüzemek) egymás mellé kerüléséről.

A részüzemek egymás mellé kerülését viszont úgy lehetne biztosítani, hogy egy kellően nagy költség felvétele esetén — figyelembe véve, hogy a költség két üzemrész között a távolsággal szorozva kerül a célfüggvény értékbe — az egymáshoz legközelebb eső, vagyis az egymás mellett lévő pontokra telepített üzemrészek kerülnek az optimális elrendezésbe.

Megfontolásainkban tehát azt a lehetőséget használjuk ki, hogy két részüzemet feltétlenül egymás mellé „húzhatunk" annak révén, hogy közöttük egy meglehetősen nagy (és persze fiktív) költségátadást feltételezünk. Így a lehetséges megoldások közül (a távolsággal való szorzás következtében) az az elrendezés kerül az optimális megoldásba, amelyben ez a két részüzem egymáshoz a legközelebb, azaz egymás mellett van.

Tételezzük fel, hogy az előbbiekben tárgyalt üzemrészek közül B és C kétkét „egységterületű" (B1 és B2, ill. C1 és C2 jelöléssel), a D üzemrész négy egységterületű és D1, D2, D3, D4, jelölésű, Az A, E, F, üzemrészeket egységterületűeknek tekintjük. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy ilyen feltételezések esetén már bizonyos kapcsolódások figyelembevételére is lehetőség nyílik, hiszen legalább azt feltételezhetjük, hogy az üzemrész eleje fogadja az anyagot és a vége adja tovább.

A fentiek szerint megváltoztatott telepítési területet és technológiai sémát az 5. ábra mutatja:



5. *ábra*

Az adatok megadásánál gondoskodnunk kell arról, hogy az összetartozó részüzemek majd egymás mellé kerüljenek. Ezt elérhetjük, ha a „feldarabolt" üzem részei között egy-két nagyságrenddel nagyobb fiktív költségátadást írunk, mint ami egyébként a költségmérlegben szerepel. (Ennek a fiktív költségnek — itt nem részletezett okok miatt — kisebbnek kell lennie, mint az előbbiekben felvett „végtelen" költségnek.)

A távolságmátrix és költségmátrix adatait az alábbi táblázatok tartalmazzák:

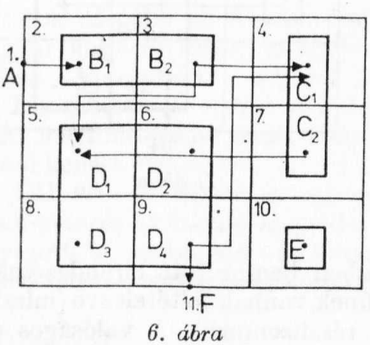
Távolságmátrix

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	—	2	6	10	5	9	13	8	12	16	13,5
2		—	4	8	3	7	11	6	10	14	11,5
3			—	4	7	3	7	10	6	10	7,5
4				—	11	7	3	14	10	6	11,5
5					—	4	8	3	7	11	8,5
6						—	4	7	3	7	4,5
7							—	11	7	3	8,5
8								—	4	8	5,5
9									—	4	1,5
10										—	5,5
11											—

Költségmátrix

u \ v	A	B1	B2	C1	C2	D1	D2	D3	D4	E	F
A	—	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—
B1	∞	—	1000	—	—	—	—	—	—	—	—
B2	∞	∞	—	4	—	6	—	—	—	—	—
C1	∞	—	—	—	1000	—	—	—	—	—	—
C2	∞	—	—	∞	—	6	—	—	—	—	—
D1	∞	—	—	—	—	—	1000	1000	—	—	—
D2	∞	—	—	—	—	∞	—	1000	1000	—	—
D3	∞	—	—	—	—	∞	∞	—	1000	—	—
D4	∞	—	—	2	—	—	∞	∞	—	—	10
E	∞	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
F	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	—

Az optimális megoldást szemléltető elrendezést, valamint az optimális megoldás célfüggvény értékét a 6. ábrán mutatjuk be. A célfüggvény értéke: (a fiktív költségértékeket elhagyva): 161



6. ábra

3. *Kiegészítés*

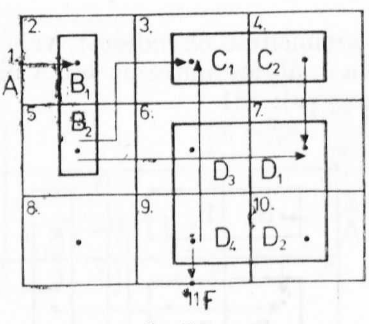
Az előző feladatban a megoldást azzal a feltétellel kerestük, hogy az egymás mellé „húzott" üzemrészek sorrendje megegyezzék az indexelési sorrenddel. Másszóval csak az a megoldás szerepelhetett a megoldások között, amelyben pl.: a D üzemrész esetében a D_1, D_2, ... D_4 részüzemek a telepítési pontok növekvő sorrendjéhez ugyancsak növekvő sorrenddel vannak rendelve. Általánosságban ez a kikötés nem szükséges, és ha egyébként technológiailag lehetséges, megengedhetjük a részüzemek „keverését". Ez a lehetőség következményeiben egyenértékű lehet az üzemrész elforgatásával.

A gyakorlati megoldásban ezt a lehetőséget azzal teremthetjük meg, hogy az oda-vissza áramlások mindkét irányát megengedjük, azaz nem zárjuk ki „végtelen költséggel" az áramlás egyik irányát, és egy megfelelően nagy költséggel a részüzemek egymás mellé kerülését mindkét irányban biztosítjuk. Az előző feladathoz képest módosított költségmátrix az alábbi (a távolságmátrix értelemszerűen nem változik):

Költségmátrix

$u \backslash v$	A	B1	B2	C1	C2	D1	D2	D3	D4	E	F
A	—	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—
B1	∞	—	1000	—	—	—	—	—	—	—	—
B2	∞	1000	—	4	—	6	—	—	—	—	—
C1	∞	—	—	—	1000	—	—	—	—	—	—
C2	∞	—	—	1000	—	6	—	—	—	—	—
D1	∞	—	—	—	—	—	1000	1000	—	—	—
D2	∞	—	—	—	—	1000	—	—	1000	—	—
D3	∞	—	—	—	—	1000	—	—	1000	—	—
D4	∞	—	—	2	—	—	1000	1000	—	—	10
E	∞	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
F	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	—

Az optimális megoldás ez esetben a 7. ábrán látható. A célfüggvény értéke (a fiktív költségeket elhagyva): 141.



7. ábra

4. *Kiegészítés*

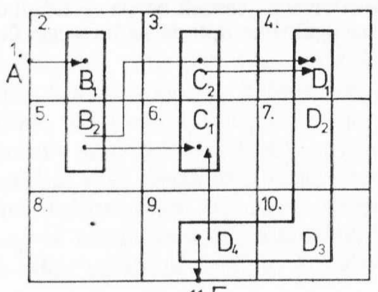
A 2. és 3. kiegészítésben bemutatott elrendezések a D üzemrész esetére, mondhatnánk tömbszerűnek vannak feltételezve (minden részüzem közvetlenül érintkezik minden más részüzemmel). A valóságos esetekben a részüzemek elhelyezkedése más alakú is lehet, történetesen a részüzemek ,,vonalasan'' is követhetik egymást, amikor nincs minden egyes részüzemnek közvetlen kapcsolata más részüzemekkel. Megfelelő adatelrendezéssel a vonalas elrendezést is biztosíthatjuk az optimális megoldásban.

Megengedve a részüzemek 3. feladat szerinti kötetlen sorrendjét, az adatmegadást az alábbi költségmátrix szemlélteti:

Költségmátrix

u \ v	A	B1	B2	C1	C2	D1	D2	D3	D4	E	F
A	—	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—
B1	∞	—	1000	—	—	—	—	—	—	—	—
B2	∞	1000	—	4	—	6	—	—	—	—	—
C1	∞	—	—	—	1000	—	—	—	—	—	—
C2	∞	—	—	1000	—	6	—	—		—	—
D1	∞	—	—	—	—	—	1000	—	—	—	—
D2	∞	—	—	—	—	1000	—	1000	—	—	—
D3	∞	—	—	—	—	—	1000	—	1000	—	—
D4	∞	—	—	2	—	—	—	1000	—	—	10
E	∞	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
F	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	—

Az optimális megoldás a 8. ábrán látható A célfüggvény értéke (a fiktív költségek nélkül): 147.



8. ábra

Alkalmazás

A bemutatott megoldások alapján az Alumíniumipari Tervező és Kutató Intézetben egy timföldgyár konkrét telepítési problémáját vizsgáltuk, tőkés export tervezés keretében. A telepítési területet ill. az üzemrészeket 26 ,,egységre'' bontottuk. Tekintettel a feladat méretére, azt tűztük ki célul, hogy a szokásos műszaki megfontolások alapján kialakított telepítési megoldáshoz képest költségcsökkenést érjünk el. A számítóprogramot a Magyar Alumíniumipari Tröszt CII 90—40 típusú számítógépén futtattuk. Az első próbaszámítás szerinti elrendezés az induló megoldáshoz képest 22%-os költségcsökkenést eredményezett. A próbaszámítás elemzése alapján megállapítható, hogy a további alkalmazás során még kedvezőbb eredmények is elérhetők.

(Beérkezett: 1978. máj. 29-én)

PRACTICAL SOLUTION OF THE PLANT LOCATION PROBLEMS

The author deals with a general formulation of the assignment problem of operation research which is the problem of plant location. The paper does not present any new algorithm for the solution of the problem, but is aimed at obtaining results which can be practically utilized in the solution of location problems by insignificant modification of the system of conditions of the problem as well as by expedient data grouping. A procedure is submitted for the solution of such location problems where certain parts of the plant (working places) are assigned to determined location points (shops with fixed location) and problems are made solvable where shops with considerably deviating geometric dimensions and forms are involved, too. When presenting his procedure the author draws attention to the fact that actual connections among the shops might be taken into consideration as well. The solutions presented were applied for large-size real-life problems.

ПРАКТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО РАЗМЕЩЕНИЮ ПРЕДПРИЯТИЙ

Автор рассматривает общую формилиировку задач о размещении в теории исследования операций, т. к. проблему размещения предприятий. В данной работе не рассматривается какой-либо новый алгоритм решения этой задачи, а посредством незначительного изменения системы ограничений задачи, а также целесообразной перегруппировки данных автор стремится к получению практически используемых результатов решения проблемы размещения. В статье приводится такой метод решения задач по размещению, когда отдельные производственные подразделения (цеха) поставлены в соответствие к какой-либо определеннойточке (цеха с заведомо установленным местом размещения), а также когда могут решаться такие задачи, в рамках которых фигурируют производственные подразделения, различныепо геометрическим размерам и форме. В ходе изложения данного метода автор обращаетвнимание на то, что метод предоставляет возможность учитывания фактических связей подразделений предприятия. Предлагаемые решения использовались и на практике при решении задач больших размеров.