Dobó Andor

Elsőbbségi osztályozáson alapuló egyetértés létrehozása

Bevezetés

Az utóbbi években számos szerző foglalkozott preferencia-sorrend megállapításával csoportos (kollektív, testületi) döntések, illetve minősítések alapján. Ilyen problémákkal egyre gyakrabban találkozunk különböző területeken, így pl.: új termékek piacra dobásakor, kutatási-fejlesztési tervek elsőbbségének eldöntésénél, szavazási rendszerek tervezésekor stb. Az eljárásokról és alkalmazásuk lehetőségeiről átfogó képet nyújt pl. *Kindler—Papp* [1] és [2] munkája. (Ezekben többek között példák találhatók személygépkocsik minősítésére, beruházási változatok összehasonlítására és értékelésére, gyártmány-struktúra és gyártmányszínvonal vizsgálatára stb.) Számos szerző, közöttük *Black* [3], *Davis* és szerzőtársai [4], valamint *Riker* [5] különösen a választásokkal és a szavazással kapcsolatban végzett tanulmányokat. *Brightwell* és *Mehndirata* [6] a katonai támaszpontokkal kapcsolatos konstrukciós tervek elsőbbségének problémáját vizsgálta. *Brightwell* és *Cook* [7] bemutat egy elképzelést a katonai előléptetési bizottság döntéseinek egyesítésére.

Az irodalomban találhatók más példák is. Lásd pl.: *Shocker* és *Srinivasan* [8], *Dobó* [9], [10], *Dobó* és *Szajcz* [11], *Dobó—Szajcz—Fenyves* [12]. Csaknem minden példában a cél az, hogy az egyéni elsőbbségben részesítést csoportos vélemény nyilvánítási funkcióba vagy egyhangú besorolásba egyesítsék.

Valamennyi besorolási (osztályozási, rangsorolási) feladatot két alapvető kategóriába lehet szétválasztani; nevezetesen *kardinális* és *sorrendi* feladatra. A kardinális besorolás létrehozása olyan esetekben fordul elő, amikor az egyén nemcsak az egyik alternatívának a másikkal szembeni előnyét képes kifejezni, hanem ennek az előnynek a mértékét is. A sorrendi osztályozások általában nem fejezik ki kellően az előny mértékét, jóllehet a legtöbb esetben az osztályozás végrehajtására valamilyen *metrikát* használnak.

Utalásképpen teszünk említést arról, hogy ha az (x, y) pontpár távolságát $d(x, y)$-nal jelöljük, és az $x, y, z \in E$ esetén eleget tesz az alábbi követelményeknek:

$$\text{I. } d(x, x) = 0,$$

$$\text{II. } d(x, y) = d(y, x) > 0 \quad (\text{ha } x \neq y),$$

$$\text{III. } d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z) \quad (\text{háromszög egyenlőtlenség}),$$

akkor az ilyen tulajdonságú $d(x, y)$ *függvényt metrikus függvénynek, vagy röviden metrikának nevezzük.*

Egy igen általánosnak mondható metrika, amely tetszőleges $1 \leq p < \infty$ érték mellett értelmezhető a Minkowski-féle, s ez a következőképpen van definiálva:

$$d_p(x, y) = \left[\sum_{i=1}^{n} |x_i - y_i|^p\right]^{1/p}. \tag{1}$$

A Minkowski metrika $p = 2$ esetén az euklidesi metrikával (d_2) azonos; $p = 1$ esetén pedig a távolságmérő függvény (d_1) a koordinátánkénti eltérések összegével egyenlő.

A *cluster-analízis* alkalmával például ezt a két speciális esetet szokták használni. Erre nézve bővebb információ *Füstös—Meszéna—Simonné* [13], valamint *Párniczky* [14] munkájában található. Ezekből megtudhatjuk azt is, hogy számos esetben a metrika helyett a pontok közötti hasonlóságot definiálják úgy, hogy ennek értéke nulla és egy közé essék. $h(x, y)$-nal jelölve a hasonlóságot, megkövetelik, hogy $x = y$ esetén $h(x, x) = 1$ legyen; vagyis minden pont (tulajdonság, tárgy, objektum stb.) saját magához hasonlítson a legjobban. Ilyen esetben az alkalmazásnál a minimális távolság maximális hasonlóságnak felel meg és fordítva. Ismertebb hasonlósági mérték, például a (0, 1) intervallumra transzformált korrelációs együttható, a *Russel* és *Rao*-, a *Sokal* és *Michener*-, a *Jaccard*- stb. féle formulákkal kifejezett mérték. Különösen sok előnyös tulajdonsággal rendelkezik a [12]-ben tárgyalt *hasonlósági függvény.* (Ebben a dolgozatban a szerzők kimutatják azt is, hogy az általuk kétféle módon származtatott hasonlósági mérték milyen kapcsolatban áll a *Jeffreys*-féle invarianciával, a *Shannon*-féle entrópiával, az információnyerés kifejezésével, a *Hellinger*-integrállal stb. Bemutatják alkalmazását függvényközelítés esetén. Speciális választások mellett valószínűségszámítási értelmezését adják, s ez magában foglalja a korrelációs együtthatót is. Alkalmazási példaként az 1976. évi nyári olimpián elért helyezések alapján az országok közötti rangsorolást számítják ki vele.)

Ezúttal távolságmértékkel kifejezett sorrendiségi feladatokkal s kompromisszumok (kölcsönös engedményekkel járó megegyezések) létrehozásának problémáival foglalkozunk. Célunk: egy sorrendi típusba tartozó feladatnak kardinális típusú feladattá tétele. Mielőtt hozzáfognánk, áttekintjük az irodalmat, s röviden ismertetjük az előzményeket.

Az előzmények áttekintése

Az elsők között *Arrow* [15] volt 1951-ben, aki a közös vélemény kifejezésére alapvető követelményként bizonyos axiómákat állított fel. Amikor az egyéni előnyben részesítések sorrendi besorolások formájában vannak megadva, a közös vélemény legegyszerűbb formája a többségi elven alapuló határozat. *Inada* [16], [17] bemutatott olyan körülményeket, amelyeknél az egyszerű többségi elven alapuló döntés olyan társadalmi jóléti függvény, amely kielégíti *Arrow* feltételeit. *Bowman* és *Colantoni* [18], [19], valamint *Blin* és *Whinston* [20] munkái megmutatták, hogy a többségi elven alapuló feladat tranzitivitás mellett egész értékű programozási modellként megoldható.

Kendall [21] a bizottsági vélemény egy más irányú megközelítését javasolta. Szerinte, ha az érdekeltek az előnyben részesítéseket elsőbbségi vektorok formájában adják meg, akkor a közös vélemény kifejezését úgy származtathatjuk, hogy egyszerűen összeadjuk a tagok által jellemzett vektorokat és azok átlagát vesszük. Bár ez a megközelítésmód nem vezet szükségszerűen olyan közös véleményhez, amely minden esetben rendelkezne egy társadalmi választási függvény által mutatott és elvárható sajátsággal, de az összes rendelkezésre álló eljárás közül valószínűleg a legszélesebb körben elterjedt és használatos.

1962-ben *Kemeny* és *Snell* [22] ezen a területen új irányú kutatást kezdeményezett, s azt javasolták, hogy a bizottsági besorolásokat „távolsági mérték" formájában jellemezzék. A besorolások egy párjára vonatkozó ilyen mérték a besorolások közötti összefüggés (vagy hiányának) kölcsönös kapcsolatát fejezné ki, jellemezné. *Kemeny* és *Snell* olyan axiómák felállítását javasolta, amelyet bármelyik ilyen mérték kielégít; bizonyították ennek létezését és egyértelműségét. Az axiómák megválasztása hasonló az *Arrow* által megadotthoz, kivéve azt, hogy nem igényli a „jelentéktelen alternatívák" kikötését. A választott távolsági függvények mellett (d_1 és d_2 metrikák) *Kemeny* és *Snell* a medián és az átlagbesorolásokat a közös vélemény elfogadható formájaként javasolták. *Cook* és *Saipe* [23] kidolgozott egy elválasztási és korlátozási algoritmust a sorrendi besorolások mediánjának meghatározására. Ennek az algoritmusnak számítógépes tanulmányozását [24]—[26]-ban találjuk. *Bogart* [27], [28] kifejlesztette a részleges sorrendek közötti távolság elméletét. Ez tulajdonképpen a *Kemeny* és *Snell* eredményeinek kifejlesztése egy jelentősen szélesebb feladatkörre. Figyelembe veszi a tranzitív és intranzitív elrendezéseket, bebizonyítja egy egyértelmű távolsági függvény létezését, majd meghatározza annak formáját. Az eddigi megközelítésektől eltérően *Dobó* és *Szajcz* [11] a vélemény nyilvánítások ismeretében a rangsorolást valószínűségszámítási alapon tárgyalja.

Legújabban *Cook* és *Seiford* [29] végzett sikeres és biztató vizsgálatokat a témakörben. Dolgozatukban az I—III metrikus tulajdonságokat axiómának tekintve további három axiómát vezetnek be, vagyis összesen hat igen kézenfekvőnek mondható axiómával dolgoznak, amelyek egyébként hasonlóak *Kemeny*, *Snell* és *Bogart* axiómáihoz. Bizonyítják az axiómákat kielégítő egyértelmű távolsági függvény létezését és leszármaztatják a függvény formáját. Az egyértelmű d-t, amely kielégíti az axiómákat, a következőképpen adják meg:

$$d = d(a, b) = \sum_{i=1}^{n} |a_i - b_i| , \qquad (2)$$

ahol

$$a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

a két besorolást reprezentáló vektor, amelynek komponensei az $(1, 2, \ldots, n)$ számok egy permutációja.

Amennyiben m számú bizottsági tag valamely $T_1, T_2, \ldots, T_n$ tulajdonságra (eseményre, tárgyra, célra stb. vonatkozóan) sorrendi besorolást végez, úgy a k-adik bizottsági tag által rögzített sorrendet az

$$a^k = \begin{bmatrix} a_1^k \\ a_2^k \\ \vdots \\ a_n^k \end{bmatrix}$$

vektor jellemzi. *Cook* és *Seiford* értelmezése (4.1. definíciója) szerint medián rangsorolást eredményez az a $\hat{b}$ vektorral jellemzett besorolás, amely minimálisra csökkenti a teljes abszolút távolságot, vagyis az

$$M(b) = \sum_{k=1}^{m} d(a^k, b) = \sum_{k=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} | a_i^k - b_i | \tag{3}$$

kifejezést. A $b \in R^n$ esetén (itt R^n a rendezett valós szám-n-esek halmaza) $M(b)$ a minimumát akkor éri el, amikor

$$b_i = \text{medián } \{a_i^k\}_{k=1}^{m} = b_i'. \tag{4}$$

Jelölje B az n számú ,,tárgy'' összes besorolásainak a halmazát. [Az axiómák és definíciók értelmében például $n = 2$ esetén három lehetséges besorolás van, éspedig: (1,2), (2,1) és (1,5), (1,5); ez utóbbit ,,zéró besorolásnak'' hívják.]

Legyen b' az a vektor, melynek komponensei $b_1', b_2', \ldots, b_n'$. Ekkor

$$\min_{b \in B} \sum_{k=1}^{m} d(a^k, b) \geq \min_{b \in R^n} \sum_{k=1}^{m} d(a^k, b) = \min_{b \in R^n} \sum_{k=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} | a_i^k - b_i | \tag{5}$$

és

$$M(b') \leq M(b) \text{ minden } b \in B\text{-re.} \tag{6}$$

A közöltek alapulvétele mellett *Cook* és *Seiford* [29]-ben szereplő 4.1. tétele az alábbiakat mondja ki:

Legyen $\{a^k\}_{k=1}^{m}$ a besorolások halmaza és b' komponenseit (4) határozza meg. Ha $b' \in B$, akkor b' medián rangsorolást eredményez. Ezzel kapcsolatban a szerzők megjegyzik, hogy az alkalmazásoknál gyakran elő fog állni, hogy a (6)-nak eleget tevő b' vektor nem jelent besorolást, azaz $b' \notin B$.

Általánosságban a medián rangsorolás egy speciális algoritmust igényelne; erre a kérdésre azonban a szerzők egy következő tanulmányban szándékoznak visszatérni.

Amennyiben korlátozzuk a teljes besorolások halmazát, úgy a problémát a lineáris programozási formulázások valamelyikével lehet kezelni. Erre az esetre *Cook* és *Seiford* két modellt is közöl.

Az 1. modellben a cél olyan b vektor keresése, melynek b_i komponensei a lehető legközelebb esnek a_i^k értékeihez az összes i, k esetében. Felhasználva *Gaiha* és *Gupta* [30] eredményeit, a problémát egy lineáris programozási (LP) feladatra vezetik vissza. Ezt az LP modellt $2^n - 1 + mn$ korlátozó feltétel és $(2m + 1)n$ változó jellemzi. Ebből kifolyólag nagyméretű feladatoknál a számítógépes tárolóigény kritikussá válhat.

A feladatot hatásosabban lehet megoldani úgy, ha hozzárendelési feladatként fogjuk fel. A problémát ilyen értelemben tárgyalja a 2. modell. Eszerint, ha

$$d_{ik} = \sum_{l=1}^{m} | a_i^l - k |, \tag{7}$$

akkor meghatározandó

$$\min_{x_{ik}} \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} d_{ik} x_{ik} \tag{8}$$

feltéve, hogy

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ik} = 1 \quad \text{minden } k\text{-ra}, \tag{9}$$

$$\sum_{k=1}^{n} x_{ik} = 1 \quad \text{minden } i\text{-re} \tag{10}$$

és $x_{ik} \geq 0$ minden i, k-ra. Itt tehát

$$x_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{ha } b_i = k \\ 0, & \text{máskülönben.} \end{cases}$$

A minimalizálás után kapott $[x_{ik}]$ mátrix ismeretében a keresett $\hat{b}$ vektor i-edik komponense azzal a k értékkel lesz egyenlő, amelyre nézve $x_{ik} = 1$.

Mivel a 2. modellben szereplő hozzárendelési feladat megoldására rendkívül hatékony megoldási eljárások léteznek és ezeket a szakirodalom részletesen tárgyalja, ezért *Cook* és *Seiford* ezt a modellt a feladat kezelésére meglehetősen alkalmasnak találja. Hozzáteszik még, hogy ez a megoldásmód lehetővé teszi, hogy a besorolásokat egy polyhedron extrém pontjaival azonosítsuk, így érzékenységi elemzés is végezhető.

A továbbiakban azt vizsgáljuk, hogy a közölt előzmények és eredmények ismeretében hogyan lehet a szóban levő sorrendi problémákat a kardinális problémák kategóriájába helyezni. Más szóval, hogyan lehet olyan információkra szert tenni, amelyek a döntések helyes kimeneteléről, megbízhatóságáról, többet nyújtva, jobban tájékoztatnak bennünket.

Az előzmények felhasználása

Tegyük fel, akár az 1., akár a 2. modell alapján vagy valamilyen más úton már megkaptuk a keresett $\hat{b}$ vektort, amely tehát valamilyen értelmezés mellett bizonyos egyetértést fejez ki, s komponensei az $(1, 2, \ldots, n)$ számok egy permutációja.

A $\hat{b}$ ismeretében képezzük az $a^k - \hat{b} = v^k$ vektort. Jelölje i_k a v^k vektor azon komponenseinek a számát, amelynek értéke nulla. Nyilvánvalóan $0 \leq i_k \leq n$ $(k = 1, 2, \ldots, m)$.

Jelölje A_k azt az eseményt, hogy a k-adik $(k = 1, 2, \ldots, m)$ tag (pl. szakértő) jól ad meg egy komponenst, illetve jó helyre sorol egy tulajdonságot. Legyen $P(A_k)$ az A_k esemény bekövetkezésének a valószínűsége. Továbbá legyen

$$C_{kjl} = \begin{cases} 1, & \text{ha a } k\text{-adik tag a } j\text{-edik helyre sorolja az } l\text{-edik tulajdonságot} \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases} \tag{11}$$

Itt $l = 1, 2, \ldots, n$; $k = 1, 2, \ldots, m$; $j = 1, 2, \ldots, n$.

A tagok által egymástól függetlenül alkalmazott konkrét besorolások ismeretében *Dobó* és *Szajcz* [11] kimutatták: annak a valószínűségét, hogy az l-edik tulajdonságra nézve a j-edik helyre sorolás a helyes helyre sorolás — feltéve, hogy azok a tagok, akik ezt a besorolást választották jónak, a besorolás alkalmával ezt a helyet tüntették fel ténylegesen is — az alábbi kifejezés adja:

$$R_{jl} = 1 - \prod_{k=1}^{m} [1 - P(A_k)]^{c_{kjl}}. \tag{12}$$

Ennek alapján az l-edik tulajdonságot arra a helyre soroljuk, amelynek „jelzőszáma" megegyezik azon j index értékével, melyre R_{jl} értéke maximális.

Amennyiben R_{jl} több j indexre is felveszi a maximumát, akkor ezek közül véletlenszerűen választunk egyet és ez határozza meg a besorolás helyét; vagy valamilyen más meggondolással döntünk a lehetséges besorolási helyek egyike felől. (Ez a „helyre-sorolás" nem feltétlenül eredményez egyértelmű rangsorolást. Hozzárendelési feladatként való értelmezéssel azonban már azt kapunk.)

A $P(A_k)$ valószínűségek ismeretében a számítás gyakorlati kivitelezése nyilván nem okoz gondot. Amennyiben ezek a valószínűségek nem ismeretesek, akkor jobb híján becsüljük $P(A_k)$ értékét a $p_k = \frac{i_k}{n}$ értékkel, s (12) alapján így végezzük el a kívánt számításokat.

Nyilvánvaló, hogy a besorolásról ezáltal többlet információhoz jutunk, mivel nem csupán egy kívánt rangsort kapunk, hanem tájékozódást arra nézve is, hogy hozzávetőlegesen mekkora annak a valószínűsége (R_{jl}), hogy azok a véleményt nyilvánító tagok, akik egymástól függetlenül az l-edik tulajdonságot a j-edik helyre sorolták, nem tévedtek.

A továbbiakban azt vizsgáljuk meg, hogy az egyes tagoknak mennyire egyezett a besorolása a közös véleményt kifejező besorolással. Kézenfekvőnek mutatkozna ezt az értéket a $d_1(a^k, \hat{b})$, illetve $d_2(a^k, \hat{b})$ metrikákkal kifejezni. A d_1 metrika alkalmazásának hátránya, hogy nem eléggé érzékenyen fejezi ki a különbségeket. A d_2 viszont „érzékenyen" reagál valamely komponens jelentősebb eltérésére.

Áthidaló megoldásként célszerűnek látszik az összehasonlítást a

$$H_{\alpha,\beta}(a^k, \hat{b}) = \lambda(P_k, Q) \left[\frac{1}{PQ} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{(a_i^k \hat{b}_j)^\alpha}{(a_j^k \hat{b}_i)^{\alpha-1}} \right]^{\frac{\beta}{1-\alpha}} \tag{13}$$

hasonlósági függvény (lásd [12]) alapján végezni.

Itt $\beta > 0, \alpha \geq 0, \alpha \neq 1$ valós számok:

$$P_k = \sum_{i=1}^{n} a_i^k, \quad Q = \sum_{i=1}^{n} \hat{b}_i ;$$

és

$$0 \leq \lambda(P_k, Q) \leq 1,$$

ahol $\lambda(P_k, Q)$ a P_k és Q változóknak alkalmasan választott szimmetrikus függvénye, amelyre teljesül: $\lambda(P_k, Q) = 1$, akkor és csak akkor, ha $P_k = Q$. Esetünkben $P_k = P = \dfrac{(n+1)n}{2} = Q$. Tovább egyszerűsödik (13) alakja $\alpha = 1/2$, $\beta = 1/4$ választások mellett. Ekkor

$$(14) \qquad H_{1/2,\,1/4}(a^k, \hat{b}) = H = \frac{1}{\sqrt{PQ}} \sum_{i=1}^{n} \sqrt{a_i^k \hat{b}_i} = \frac{2}{(n+1)n} \sum_{i=1}^{n} \sqrt{a_i^k \hat{b}_i}.$$

Példa: Kiindulásul tekintsük *Cook* és *Seiford* [29]-ben közölt példáját, melyben a bizottsági tagok száma $m = 10$; a tulajdonságok száma, melyet rangsorolni kell $n = 5$, az egyes tagok pedig a $T_1, T_2, \ldots, T_5$ tulajdonságok besorolását az alábbi a^k ($k = 1, 2, \ldots, 10$) vektorokkal adják meg:

$$\begin{array}{ccccccccccc}
k\rightarrow & \underbrace{1} & \underbrace{2} & \underbrace{3} & \underbrace{4} & \underbrace{5} & \underbrace{6} & \underbrace{7} & \underbrace{8} & \underbrace{9} & \underbrace{} \\
\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \end{bmatrix} &
\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix} &
\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix} &
\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} &
\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix} &
\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 4 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} &
\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} &
\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 5 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} &
\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} &
\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} &
\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}.
\end{array}$$

A sorbarendezés problémáját hozzárendelési feladatként kezeljük.

$$[d_{ik}] \text{ mátrix}$$

$$\begin{bmatrix} 13 & 11 & 11 & 17 & 27 \\ 21 & 15 & 11 & 11 & 19 \\ 24 & 16 & 12 & 12 & 16 \\ 22 & 16 & 14 & 14 & 18 \\ 20 & 12 & 12 & 16 & 20 \end{bmatrix}.$$

A megoldás:

$$[x_{ik}] \text{ mátrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ennek következtében a $\hat{b}$ vektor:

$$\hat{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix},$$

és így $M(\hat{b}) = 66;\ p_1 = 0{,}6;\ p_2 = 0{,}6,\ p_3 = 0{,}0;\ p_4 = 0{,}4;\ p_5 = 0{,}2;\ p_6 = 0{,}2;$
$p_7 = 0{,}2;\ p_8 = 0{,}6;\ p_9 = 0{,}2;\ p_{10} = 0{,}0.$

Ezek alapján kapjuk:

$[R_{jl}]$ *mátrix*

$$\begin{bmatrix} \boxed{0{,}92} & 0{,}36 & 0{,}60 & 0{,}20 & 0{,}00 \\ 0{,}20 & 0{,}00 & 0{,}40 & 0{,}68 & \boxed{0{,}90} \\ 0{,}20 & \boxed{0{,}84} & \boxed{0{,}68} & 0{,}20 & 0{,}52 \\ 0{,}68 & 0{,}81 & \boxed{0{,}68} & 0{,}20 & 0{,}00 \\ 0{,}00 & 0{,}20 & 0{,}36 & \boxed{0{,}90} & 0{,}68 \end{bmatrix},$$

Ebben rögzített l mellett a legnagyobb R_{jl} értéke van bekeretezve. Mint látható, így is ugyanazt a besorolást kapjuk, mint amit *Cook* és *Seiford* kapott hozzárendelési feladatként való megoldás esetén, csakhogy most tudjuk azt is, hogy hozzávetőlegesen mekkora annak a valószínűsége, hogy azok akik egymástól függetlenül az l-edik tulajdonságot a j-edik helyre sorolták, nem tévedtek.

A $d_1 = d_1(a^k, \hat{b})$ és $d_2 = d_2(a^k, \hat{b})$ metrikák, valamint $\alpha = \dfrac{1}{2}$, $\beta = \dfrac{1}{4}$ esetén H értékének alakulását az alábbi táblázat tünteti fel:

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d_1	2	6	6	4	8	8	8	6	6	12
d_2	1,414	4,243	2,828	2,236	4,690	4,472	4,243	4,243	3,162	5,831
H	0,995	0,933	0,969	0,983	0,931	0,950	0,938	0,955	0,961	0,895

E szerint a tagok rangsorolásukkal az alábbi sorrendben közelítik meg a legjobban $\hat{b}$ értékét:

d_1 *mellett:*	1	4	2	3	8	9	5	6	7	10
d_2 *mellett:*	1	4	3	9	2	7	8	6	5	10
H *mellett:*	1	4	3	9	8	6	7	2	5	10

A keretben foglalt tagok között pusztán a táblázat számai alapján (pontosabban egyezősége miatt) nem lehetett egyértelmű sorbarendezést végezni. Mint látható a d_2-vel és a H-val végzett két számítás esetén a sorrend viszonylag jól egyezik.

A korábbi jelzéseinknek megfelelően az is kitűnik, hogy H az összehasonlítást „finomabban", „érzékenyebben" látja el, amiből kifolyólag a sorrendiség is egyértelműbben áll elő.

Talán nem érdektelen rámutatni arra, hogy a felhozott példánál a vektorok átlagolása mellett kapott sorrendet az a $\bar{b}$ vektor jellemzi, melynek komponensei rendre (1, 3, 5, 4, 2). Mint látható, ez nem egyezik azzal a sorrenddel, melyet *Cook* és *Seiford*, illetve a szerző kapott. Más szóval ez azt jelenti, hogy az alkalmazott feltételek mellett az átlagolással jellemzett ,,kollektív bölcsesség'' nem eredményez megfelelő döntést.

(Beérkezett: 1979. október 12-én.)

IRODALOM

1. KINDLER J.—PAPP O.: Komplex rendszerek egyes összemérési módszerei. A KIPA-eljárás módszertana és alkalmazástechnikája. Budapest, 1975. BME Továbbképző Intézete.
2. KINDLER J.—PAPP O.: Komplex rendszerek vizsgálata. Budapest, 1977. Műszaki Könyvkiadó.
3. BALCK, D.: The Theory of Committees and Elections. Cambridge, 1958. Cambridge Univ. Press.
4. DAVIS, O. A., DE GROOT, M. H. and HINICH, M. J.: Social Preference Orderings and Majority Rule. Econometrica, Vol. 40, No. 1 (1972).
5. RIKER, W. H.: Voting and Summation of Preferences: An Interpretative Bibliographical Review of Selected Developments During the Last Decade. Amer. Political Sci. Rev., Vol. 5 (1961).
6. BRIGHTWELL, S. A. and MEHNDIRATTA, S. L.: Priority Assignment to Command Construction Projects. INFOR, Vol. 13, No. 3 (1975).
7. BRIGHTWELL, S. A. and COOK, W. D.: Unifyng Group Decisions Relating to Cardinal Preference Ranking: With an Application to the Operation of a Military Promotions Boards. Cahiers du Centre d'Etudes de Recherche Operationelle, Vol. 20, No. 1 (1978).
8. SHOCKER, A. D. and SRINIVASAN, V.: A Consumer-Based Methodology For The Identification of New Product Ideas. Management Sci. Vol. 20, No. 6 (1974).
9. DOBÓ A.: Vélemény-nyilvánítással kapcsolatos statisztikai értékelés. Minőség és Megbízhatóság, 1977/6.
10. DOBÓ A.: Egy új diszciplína: a hasonlóságelmélet. Természet Világa, 1979/7.
11. DOBÓ A.—SZAJCZ S.: Szakvélemények értékelése valószínűségszámítási módszerekkel I—II. rész. Minőség és Megbízhatóság, 1976/6, 1977/1.
12. DOBÓ A.—SZAJCZ S.—FENYVES F.: A hasonlósági függvény és néhány tulajdonsága. SZIGMA 1977/1—2.
13. FÜSTÖS L.—MESZÉNA GY.—SIMONNÉ MOSOLYGÓ N.: Cluster analízis. SZIGMA 1977/3.
14. PÁRNICZKY G.: A statisztikai informatika alapjai. Budapest, 1976. Statisztikai Kiadó Vállalat.
15. ARROW, K. J.: Social Choice Individual Values. New York, 1951. Wiley.
16. INADA, K.: A Note on the Simple Majority Rule. Econometrica, Vol. 32, No. 4 (1964).
17. INADA, K.: The Simple Majority Rule. Econometrica, Vol. 37, No. 3 (1969).
18. BOWMAN, V. J. and COLANTONI, C. S.: Majority Rule Under Transitivity Constraints. Management Sci, Vol. 19, No. 9 (1973).
19. BOWMAN, V. J. and COLANTONI, C. S.: Further Comments on Majority Rule Under Transitivity Constraints. Management Sci. Vol. 20. No. 11 (1974).
20. BLIN, J. M. and WHINSTON, A. B.: A Note on Majority Rule Under Transitivity Constraints. Management Sci. Vol. 20, No. 11 (1974).
21. KENDALL, M.: Rank Correlation Methods, 3rd Ed. New York, 1962. Hafner.
22. KEMENY, J. G. and SNELL, L. J.: Preference Ranking: An Axiomatic Approach, in Mathematical Models in the Social Sciences. New York, 1962. Ginn.
23. COOK, W. D. and SAIRE, A. L.: Committee Approach to Priority Planning: the Median Ranking Method. Cahiers du Centre d'Etudes de Recherche Operationelle. Vol. 18, No. 3 (1976).
24. COOK, W. D. and FARR, H.: A Computer Program for Determining the Median of a Set of Rankings. Defence Research Board Staff Note No. 9, Canadian Forces Base, Trenton, 1975.
25. LEESE, E. L.: A Program to Determine the Median of a Set of Rankings. Directorate of Mathematics and Statistics (DMS) Staff Note No. 4, Ottawa, 1974.
26. NORMAN, A.: A program to Determine the Median of a Set of Rankings Using Branch and Bound. DMS Staff Note No. 9, Ottawa, 1974.

27. Bogart, K. P.: Preference Structures I: Distances Between Transitive Preference Relations. J. Math. Sociology. Vol. 3 (1973).
28. Bogart, K. P.: Preference Structures II: Distances Between Asymmetric Relations. SIAM J. Appl. Math. Vol. 29, No. 2 (1975).
29. Cook, W. D. and Seiford, L. M.: Priority Ranking and Consensus Formation. Management Sci. Vol. 24, No. 16 (1978).
30. Gaiha, P. and Gupta, S. K.: Adjacent Vertices on a Permutohedron. SIAM J. Appl. Math., Vol. 32, No. 2 (1977).

ACHIEVING AGREEMENT BASED ON PRIORITY RANKING

The present study is concerned with the ranking and the associated achievement of compromise, determination of order which expresses common judgement. Beyond giving a review of literature the author tries to convert a problem of ordinal type into a cardinal one. This is achieved by using the results of some other ranking method (e.g. median ranking) in the application of probability ranking. It is pointed out that additional information is obtained this way, since we get not only the required ranking but also learn about the approximate probability of the infallibility of the committee members who ranked the I-th aim (quality, object, event, etc.) to j-th place independently of each other. Finally it is pointed out that under the applied conditions the "collective wisdom" obtained by averaging individual opinions results in an inadequate decision.

ФОРМУЛИРОВКА СОГЛАСИЯ НА ОСНОВЕ УПОРЯДОЧЕННОСТИ

В статье обсуждаются задачи упорядоченности и связанные с ними компромисса и последовательность, отражающая однообразие. Помимо обзора литературы, статья ставит перед собой цель преобразовать задачу, принадлежащую к исследуемому типу последовательности, в задачу кардинального типа. Это осуществляется применением результатов других методов, например, результаты медианного метода для применения метода упорядочения, основанного на вычислении вероятностей. Доказывается, что таким образом действительно получается дополнительная информация, потому что дается не только желаемая последовательность, а также сведение о том, приблизительно какова вероятность того, что не ошиблись те члены, которые независимо друг от друга, классифицировали l-товую цель (качество, предмет, событие и т. п.) на i-товое место.

В конце указывается на то, что при введенных условиях «коллективная мудрость», характеризуемая взвешиванием мнений, ведет к несоответствующим решениям.