TÖRÖK TAMÁS

Társadalmi választás az egyszerű többségi elv általánosítása alapján

1. Bevezetés

K. J. ARROW [1] híres könyvében megmutatta, hogy nem lehet az egyéni preferencia-rendezéseket a társadalom (közösség, kollektíva, csoport) preferenciáivá alakítani, ha ragaszkodunk a teljességhez, a tranzitivitáshoz és az alábbi öt feltétel mindegyikéhez:

F.1. *a)* Az alternatívák száma legalább három.
b) Legalább két egyénből áll a kollektíva.
c) Tetszőleges preferencia-rendezések előfordulhatnak.

F.2. Teljesül a kollektív és az egyéni értékrendek *pozitív asszociációja.*

F.3. Az *irreleváns alternatívák*tól független a társadalmi választás.

F.4. A kollektíva preferencia-rendezéseit nem határozhatja meg az egyéni preferenciáktól független szabály.

F.5. *Nincs diktátor,* aki egymaga döntene a közösség nevében.

Ez az ún. *lehetetlenségi tétel* igaz abban az esetben is, ha az F.2. és F.4. feltételeket akár az erős, akár a gyenge Pareto-elvvel helyettesítjük [2, 3, 4]. Arrow tranzitív egyéni és kollektív preferencia-rendezésekből indult ki, és az öt (ill. négy) feltételt próbálta többé-kevésbé kielégíteni.

Jelen cikkben ellentétes sorrendben haladunk: az öt feltételt kielégítő függvényosztályból indulunk ki és megvizsgáljuk, hogy milyen módon lehet kielégíteni a tranzitivitást.

Ha ezen függvények bármelyikét előre rögzítenénk — függetlenül a konkrét szerkezettől —, akkor a lehetetlenségi tétel miatt nem teljesülne a tranzitivitás minden esetben. Ezért az egyéni preferencia-rendezések figyelembevételének módját nem előre adjuk meg, hanem éppen a konkrét szerkezet függvényében.

Definiálni fogjuk az általánosított többségi döntések osztályát, és minden esetben ebből a függvényosztályból választunk aggregálási módszert úgy, hogy az a lehető legkevésbé térjen el az egyszerű többségi szavazástól, és minden adott esetben tranzitív legyen. Megvizsgáljuk ezen megoldási javaslat és Arrow feltételrendszerének kapcsolatát, végül egy konkrét példán mutatjuk be a javasolt módszer alkalmazását.

2. Jelölések és definíciók

Szükségünk lesz a következő jelölésekre és definíciókra. Tételezzük fel, hogy a közösség k tagból áll, indexük: $h = 1, 2, \ldots, k$. Az alternatívák halmaza legyen $A = \{A_1, \ldots, A_n\}$. A közösség tagjai az alternatíva-halmaz elemeit egy közös T tulajdonság alapján hasonlítják össze. A h-adik egyén *preferálhatja* A_i-t A_j-vel szemben, jele: $A_i P_h A_j$, *indifferens* lehet kettőjükkel, jele: $A_i I_h A_j$, vagy A_j-t preferálja A_i-vel szemben. Az első két eset együttesét $A_i R_h A_j$, az A halmazra vonatkozó teljes, lineáris rendezését pedig R_h jelöli.

Hasonlóan értelmezzük a kollektíva R rendezését, illetve az alternatíva-párokra vonatkozó R, P és I relációját.

Definíciók

Az $n \times n$-es $D = (d_{ij})_{i=1}^{n}{}_{j=1}^{n}$ *döntési mátrixot* a következőképpen értelmezzük:

$$d_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ ha } A_i P A_j \\ 0, \text{ ha } A_i I A_j \\ -1, \text{ ha } A_j P A_i. \end{cases} \tag{1}$$

A döntési mátrix bevezetésére az esetleges *parciális* és *intranzitív* egyéni rendezések, valamint a tranzitivitás eldöntésének egyszerű kezelése miatt van szükség. Mind az egyéni, mind pedig a közösség preferencia-rendezéseit a későbbiekben ilyen döntési mátrixként fogjuk fel.

A döntési mátrix fogalma a tranzitivitás alábbi értelmezését kívánja, ami természetesen ekvivalens Arrow értelmezésével, és a valós számok körében értelmezett „$\geq$" reláció tranzitivitásával analóg:

$$\forall\, 1 \leq i < j < m \leq n \colon (A_i, A_j, A_m) \to (d_{ij}, d_{jm}, d_{im}).$$

(2)

d_{ij}, d_{jm}, d_{im}					
tranzitív			intranzitív		
0	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	−1
0	−1	−1	0	1	0
1	0	1	0	−1	0
−1	0	−1	0	1	−1
1	−1	0	0	−1	1
−1	1	0	1	0	0
1	−1	1	−1	0	0
−1	1	−1	1	0	−1
1	−1	−1	−1	0	1
−1	1	1	1	1	0
1	1	1	−1	−1	0
−1	−1	−1	1	1	−1
			−1	−1	1

a) Az (A_i, A_j, A_m) alternatíva-hármas tranzitív, ill. intranzitív, ha a hozzárendelt (d_{ij}, d_{jm}, d_{im}) hármas (2)-ben tranzitív ill. intranzitív.

b) Egy D döntési mátrix tranzitív, ha valamennyi alternatíva-hármasa tranzitív.

Az $n \times n$-es $P = (p_{ij})_{i=1}^{n}{}_{j=1}^{n}$ *aggregált preferenciák mátrixának* elemei:

(3) $$p_{ij} = |\{h\colon A_i P_h A_j\}|; \quad h = 1, \ldots, k$$

azt mutatják, hogy p_{ij} számú egyén szavaz A_i-re, p_{ji} számú egyén A_j-re és ha az egyéni rendezések teljesek, akkor $k - p_{ij} - p_{ji}$ számú egyén jelöl meg indifferens kapcsolatot A_i és A_j között.

Arrow olyan függvényeket vizsgált, amelyek k számú tranzitív egyéni preferencia-rendezéshez új, de szintén tranzitív, ún. *közösségi preferenciákat* rendelnek:

$$f\colon R_1, \ldots, R_k \to R,$$

vagy döntési mátrixokkal

$$f\colon D_1, \ldots, D_k \to D,$$

ahol f-et *kollektív jóléti függvénynek* (KJF) nevezzük.

Legyen Φ a bevezetésben említett öt feltételt kielégítő függvények halmaza.

Könnyen belátható, hogy ezek a függvények kétváltozósak; első változójuk az „igen”, második változójuk pedig a „nem” szavazatok száma:

(4) $$d_{ij} = \varphi(p_{ij}, p_{ji}) \qquad 1 \leq i, j \leq n.$$

Az F.2. feltétel miatt φ *nem-csökkenő* függvénye p_{ij}-nek és *nem-növekvő* függvénye p_{ji}-nek.

Az *erős Pareto-elv* elfogadása a többségi döntések egyik határesetéhez, (minimális szavazati többség) az *egyszerű többségi döntéshez* (ETD) vezet, amely a következő alakú:

(5) $$d_{ij}^{(0)} = \begin{cases} 1, & \text{ha } p_{ij} > p_{ji} \\ 0, & \text{ha } p_{ij} = p_{ji} \\ -1, & \text{ha } p_{ij} < p_{ji}. \end{cases}$$

A többségi döntések másik határesete (maximális szavazati többség), a *gyenge Pareto-elv* elfogadásán alapuló, ún. *egyhangú többségi döntés*, amely a következő alakú:

(6) $$d_{ij}^{(k-1)} = \begin{cases} 1, & \text{ha } p_{ij} > k-1 \quad (p_{ij} = k) \\ 0, & \text{ha } p_{ij} \leq k-1 \\ -1, & \text{ha } p_{ji} > k-1 \quad (p_{ji} = k). \end{cases}$$

Az *általánosított többségi döntések* (ÁTD) egy φ elemének leírásához bevezetünk egy g *nem-csökkenő, egész-értékű* függvényt, amely azt mondja, hogy p_{ji} $\left(0 \leq p_{ji} < \dfrac{k}{2}\right)$ számú kisebbségi ellenszavazat esetén legalább hány többségi igen szavazatra van szükség ahhoz, hogy a közösség is igent mondjon:

(7) $$d_{ij}^{(g)} = \begin{cases} 1, & \text{ha } p_{ij} > g(p_{ji}) \\ 0, & \text{ha } p_{ij} \leq g(p_{ji}) \quad \text{és} \quad p_{ji} \leq g(p_{ij}) \\ -1, & \text{ha } p_{ji} > g(p_{ij}) \end{cases}$$

Természetesen $\forall i, j$: $g(p_{ji}) \geq p_{ji}$ és $\exists p_{ji}$: $g(p_{ji}) < k - p_{ji}$, hiszen a $\forall i, j$: $g(p_{ji}) \geq k - p_{ji} \geq p_{ij}$ megengedése $D = [0]$-hoz vezetne, ezt pedig az F.4. feltétel tiltja.

Tehát egy φ ÁTD-t egy, a fenti tulajdonságokkal rendelkező g függvény segítségével definiáltunk úgy, hogy megadtuk a φ-hez tartozó D döntési mátrix képzésének módját.

Speciális ÁTD-ek

a) Az egyszerű többségi döntés (ETD), ahol $g(p_{ji}) = p_{ji}$.
b) Az egyhangú többségi döntés, ahol $g(p_{ji}) = k - 1$.
c) Fontos speciális eset az *egyöntetű általánosított többségi döntés* (EÁTD), ahol az *igen* szavazatoknak egy adott számmal kell meghaladnia a *nem* szavazatok számát ahhoz, hogy a közösség is *igennel* döntsön. Azaz $g(p_{ji}) = p_{ji} + t$ minden p_{ji}-re!

Képletben felírva egy EÁTD-t:

$$d_{ij}^{(t)} = \begin{cases} 1, \text{ ha } & p_{ij} - p_{ji} > t \\ 0, \text{ ha } & |p_{ij} - p_{ji}| \leq t \\ -1, \text{ ha } & p_{ji} - p_{ij} > t. \end{cases} \tag{8}$$

Nyilvánvaló, hogy az ETD egyöntetű ÁTD ($t = 0$), míg az egyhangú többségi döntés nem az.

Nevezzünk két: φ, φ'-et ekvivalensnek, jelben: $\varphi \cong \varphi'$, ha $D = D'$.

Figyelemre méltó, hogy ha az egyéni preferencia-rendezések erősek, akkor $\forall \varphi \in \{\text{ÁTD}\}$-hez $\exists \varphi' \in \{\text{EÁTD}\}$: $\varphi \cong \varphi'$. Valóban, ha egy φ ÁTD-t egy g függvénnyel definálunk, akkor a $t = k - 2p$ választás, ahol

$$p = \min_{1 \leq i,j \leq n} \{p_{ji} : g(p_{ji}) > p_{ij}\} \text{ olyan, hogy } \forall i, j\text{: } d_{ij}^{(t)} = d_{ij}^{(g)}.$$

A (7) képlettel definiált $\{\text{ÁTD}\}$ függvényosztály bármelyik eleme ugyan maradéktalanul kielégíti Arrow öt feltételét, azonban egyetlen ÁTD sem tranzitív minden esetben. Arról, hogy még az egyhangú többségi döntés sem tranzitív minden esetben, könnyen meggyőződhetünk az alábbi példa alapján:

Tételezzünk fel egy két főből álló kollektívát, és három (x, y, z) alternatívát. Az egyéni preferencia-rendezések legyenek:

$$zP_1xP_1y$$

$$xP_2yP_2z.$$

Az egyhangú többségi döntés szabályát alkalmazva, a kollektív döntési mátrix:

$$D = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x & y & z \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array},$$

tehát $(d_{xy}, d_{yz}, d_{xz}) = (1, 0, 0)$, ez pedig intranzitív hármas (xPy, yIz, xIz).

Az egyhangú többségi döntés gyakori tranzitivitása ellenére is túl sok esetben „mossa el" a különbségeket az alternatívák között. Ezért kompromisszumra törekszünk: *Az ÁTD-t nem előre adjuk meg függetlenül a konkrét szerkezettől, hanem éppen a konkrét szerkezet függvényében.*

Célunk — a konkrét eset tranzitivitásának biztosításán túl — az, hogy minél kevésbé mossuk el a különbségeket az alternatívák kollektív megítélései között, vagyis minél közelebb legyünk az ETD-hez.

Ahhoz, hogy megoldási javaslatokat tehessünk, szükségünk lesz a következő fogalmakra:

Egy φ rendezés erősebb (tágabb értelemben) mint φ', ha $|d_{ij}| \geq |d'_{ij}|$ minden $1 \leq i < j \leq n$ esetén.

Például az ETD erősebb, mint bármely más ÁTD.

Természetesen vannak erősség szerint össze nem hasonlítható rendezések is.

1. *megoldási javaslat:*

Adott alternatíva-halmaz, és adott egyéni preferenciarendezések esetén vegyük azokat az ÁTD-eket, amelyek tranzitívak. (Ha minden ÁTD intranzitívnak bizonyult, akkor vagy minden alternatívát indifferensnek minősítünk, vagy más módszert választunk.)
Tekintsük közülük a *legerősebbeket*, és ezek közül válasszunk megoldást (KJF-t).

Az $\{$EÁTD$\}$ függvényosztályban ez a javaslat a következőt jelenti:

(9) $$d_{ij} := d_{ij}^{(t)} : D^{(t)} \text{ tranzitív és } t \textit{ minimális}.$$

(A (9) alapján meghatározott $g = t$ természetesen már meghatározza a hozzá tartozó φ EÁTD-t.)

Megjegyzés: Nem tudjuk, hogy hány legerősebb tranzitív ÁTD létezik. Azt sejtjük, hogy mindig csak egy. A megoldás egyértelműségét (ekvivalens ÁTD-ek erejéig) azonban csak erős egyéni preferencia-rendezések esetén tudjuk bizonyítani. Valóban, ekkor az EÁTD-ekkel kell dolgoznunk; minél kisebb a t, annál erősebb a rendezés.

További vizsgálatra lehet szükség:

Egy ÁTD foka: $$\varphi^* = \max_{1 \leq i, j \leq n} \{g(p_{ji}) - p_{ji}\}.$$

Esetünkben tehát van olyan alternatíva-pár, amelynél φ^* szavazattöbblet még nem elegendő a közösségi igenhez, de bármely alternatíva-párnál $\varphi^* + 1$ szavazattöbblet már elegendő.

Például az ETD foka kisebb, mint bármely más EÁTD foka. Természetesen az $\{$EÁTD$\}$-ben $\varphi^* = t$.

2. *megoldási javaslat:*

Az 1. javaslatban szereplő megoldások közül azokat válasszuk, amelyeknek *minimális* a fokuk.

Megjegyzés: Elképzelhető, hogy az 1. javaslat megoldásai különböző fokúak (csak gyenge egyéni rendezések esetén fordulhat elő), tehát a 2. megoldási javaslat szűkíti a megoldások halmazát, esetleg egyértelművé teszi azt. Elképzelhető azonban az is, hogy több azonos fokú megoldás adódik.

3. *megoldási javaslat:*

Az 1. és 2. megoldási javaslatainkról csak szigorú egyéni rendezések esetén állítottuk, hogy egyértelmű megoldást eredményeznek. Gyenge sorrendek esetén viszont valamennyi ÁTD előállítása, és az 1., 2. javaslatok szerinti kiválasztása bonyolult algoritmust igényelne; valójában külön problémakörnek tekinthető.
Ezért a 3. megoldási javaslatunk az, hogy gyenge egyéni rendezések esetén is az $\{$EÁTD$\}$-ben keressünk megoldást, a könnyen megvalósítható (9) alapján.

3. A feltételrendszer és az $\{$ÁTD$\}$ kapcsolata

A 2. fejezetben Arrow-val ellenkező sorrendben haladva, az öt feltételt kielégítő Φ függvényosztályból indultunk ki.
Ezen φ függvények argumentumának, és a hozzájuk tartozó g függvények által meghatározott leképezések tisztázásával az ÁTD-ekhez jutottunk.
Tudtuk, hogy az ETD sok esetben intranzitív kollektív rendezéshez vezet. Láttuk, hogy még a gyenge Pareto-elvet figyelembe vevő egyhangú többségi döntés sem tranzitív minden esetben.
Ezért kompromisszumra törekedtünk: A kollektív preferencia-rendezést képező ÁTD-t Arrow-val ellentétben nem *a priori* adtuk meg, hanem az A alternatíva-halmazra vonatkozó egyéni preferencia-rendezések szerkezetétől tettük függővé. Az 1. és 2. megoldási javaslataink nem állítottak feltétlen egyértelműséget, ily módon az irreleváns alternatíváktól való függetlenség (F.3.) kielégítésének vizsgálata nem is értelmes általában.
Szigorú egyéni preferencia-rendezések esetén megállapítottuk, hogy akkor az EÁTD-ekkel kell dolgoznunk. A 3. megoldási javaslat egy gyengített irrelevancia-feltételt elégít ki, amely a következőképpen szól:

F.3. Tetszőleges két alternatíva esetleges erős preferenciája az alternatívák számának növelésével legfeljebb indifferenciává válhat, de sohasem fordulhat meg, bármekkorára is növeljük az alternatívák számát.

A KJF-ek ezen tulajdonsága azonban egyáltalán nem nyilvánvaló. Nem rendelkezik ezzel a tulajdonsággal pl. a *Kendall*-módszer.
Ennek bizonyítására tételezzünk fel egy három fős kollektívát, és először három: x, y, z alternatívát. Az egyéni preferencia-rendezések legyenek:

$$xP_1yP_1z$$

$$yP_2xP_2z$$

$$zP_3xP_3y$$

Az x összegzett preferencia-gyakorisága 4, y-é 3, z-é pedig 2, tehát a kollektíva preferencia-rendezése: $xPyPz$. Vegyünk fel két új: u, v alternatívát, és az egyéni rendezések legyenek:

$$xP_1yP_1zP_1uP_1v$$
$$yP_2uP_2vP_2xP_2z$$
$$zP_3uP_3vP_3xP_3y$$

Látható, hogy x, y, z viszonya nem változott; x összegzett preferencia-gyakorisága 6, y-é 7, z-é 6, u-é 6, v-é 4. A kollektíva preferencia-rendezése tehát: $yIuPxIzPv$. Az alternatívák számának növelésével xPy-ból yPx adódott.

Az {ÁTD} függvényosztályban a konkrét szerkezettől függő KJF keresésekor minden esetben az aggregált preferenciák P mátrixából indultunk ki. Ez a szerkezet (a döntési mátrixok segítségével) lehetővé teszi, hogy parciális, sőt intranzitív egyéni rendezések esetén is tranzitív kollektív preferencia-rendezést konstruáljunk.

Megemlítjük, hogy kvázi-tranzitivitást megengedve (csak a P reláció tranzitivitását elvárva) az egyhangú többségi döntés módszere univerzális KJF.

4. Egy gyakorlati példa

A 3. megoldási javaslatnak (9) alapján történő kivitelezésére tekintsük az alábbi egyszerű példát:

Tételezzünk fel egy 6 fős kollektívát ($k = 6$), az alternatívák halmaza legyen: $A = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ ($n = 6$). A kollektíva tagjainak preferencia-rendezései legyenek a következők:

$$A_1P_1A_2P_1A_3P_1A_4I_1A_5I_1A_6$$
$$A_1I_2A_2I_2A_3P_2A_6P_2A_4P_2A_5$$
$$A_1P_3A_3P_3A_2I_3A_4I_3A_5I_3A_6$$
$$A_1I_4A_2I_4A_3P_4A_4P_4A_5P_4A_6$$
$$A_1P_5A_2I_5A_3I_5A_4I_5A_5I_5A_6$$
$$A_1P_6A_2P_6A_3P_6A_5P_6A_6P_6A_4$$

Az aggregált preferenciák mátrixa:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 4 & 6 & 6 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 4 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Képezzük a $|p_{ij} - p_{ji}|$ számértékeket, és rendezzük növekvő sorrendbe:

$$0 \quad \boxed{1} \quad 4 \quad 5 \quad 6\,.$$

A (9)-nek eleget tevő t nyilván ezen elemek közül választódik ki.

A $t = 0$ kezdőérték választással (8) alapján:

$$D^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Következik a tranzitivitás ellenőrzése:

Az (A_4, A_5, A_6) hármas intranzitív, tehát az ETD most is intranzitív kollektív rendezéshez vezetett.

A $t = 1$ választással viszont (8) alapján:

$$D^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A tranzitivitás ellenőrzését elvégezve azt tapasztaljuk, hogy $D^{(1)}$ tranzitív döntési mátrix, amiből a kollektíva preferencia-rendezése:

$$A_1PA_2IA_3PA_4IA_5IA_6.$$

Köszönetnyilvánítás: Köszönetemet fejezem ki *Kindler József* kandidátusnak munkám szakmai és szakirodalmi támogatásáért és *Kornai János* akadémikusnak, aki a X. Magyar Operációkutatási Konferencián (Debrecen, 1980.) hozzászólásában érdekesnek és további kutatásra érdemesnek minősítette a társadalmi választással kapcsolatos előadásunkat. Külön szeretném megköszönni *Simonovits András* segítségét, fogalmi pontosításait és azt a javaslatát, hogy jelen cikk ezen formájában készüljön el első változata helyett. Végül *Gyombolai Márton* matematikusnak tartozom köszönettel kritikai észrevételeiért.

(Beérkezett: 1981. február 26-án.)

IRODALOM

[1] ARROW, K. J.: Social choice and individual values. New York, 1963. Wiley. 2. kiadás.
[2] SEN, A. K.: Quasi-transitivity, rational choice and collective decisions. Review of Economic Studies, 34 (1969).
[3] SEN, A. K.: Collective choice and social welfare. London, 1970. Oliver & Boyd.
[4] SEN, A. K.: Social choice theory: a re-examination. Econometrica, 45 (1977).
[5] KENDALL, M. G.: Rank correlation methods. London, 1970. Griffin.
[6] DAVID, H. A.: The method of paried comparisons. London, 1976. Griffin.
[7] BOWMAN, V. J.—COLANTONI, C. S.: Further comments on majority rule under transitivity constraints. Management Sci., 20 (1974).
[8] BLIN, J. M.—WHINSTON, A. B.: A note on majority rule under transitivity constraints. Management Sci., 20 (1974).

[9] KINDLER, J.—PAPP, O.: Komplex rendszerek vizsgálata. Budapest, 1977. Műszaki Könyvkiadó.
[10] KISS, R.—TÖRÖK, T.: Adalék a társadalmi választás problémájához. X. Magyar Operációkutatási Konferencia, 1980. Előadás.
[11] GALÁNTAI, I.—TÖRÖK, T.: Indifferencia-reláció megengedése a páros összehasonlítás módszerénél. SZÁMOLÓGÉP, Megjelenés alatt.
[12] DOBÓ, A.: Elsőbbségi osztályozáson alapuló egyetértés létrehozása. SZIGMA, 1980/3.

SOCIAL CHOICE BASED ON A GENERALIZATION OF THE SIMPLE MAJORITY PRINCIPLE

The paper deals with the social choice problem. K. J. Arrow's investigations departed from transitive individual and social preference orderings and then tried to more or less satisfy his system of conditions in the case of predetermined functions. Here we proceed in the opposite direction: we first define the class of generalized majority decisions satisfying Arrow's conditions and turn to the study of how the transitivity condition can be satisfied afterwards.

If we fixed any one of these functions in advance, then by the virtue of the impossibility theorem transitivity would not generally obtain. Therefore we do not fix a *priori* how individual preference orderings are taken into account, but make it dependent on the actual structure.

In our proposed solutions we always choose a function from the above defined class so as to minimize the deviation from simple majority voting but retain transitivity. We claim that these solutions fully satisfy Arrow's four conditions as well as a non-trivial weakened irrelevance condition. The application of the method is illustrated by an example.

ОБЩЕСТВЕННЫЙ ВЫБОР НА ОСНОВАНИИ ОБОБЩЕНИЯ ПРИНЦИПА ПРОСТОГО БОЛЬШИНСТВА

Настоящая статья занимается проблемой общественного выбора. К. Эрроу в своих исследованиях в этом направлении исходил из личного и коллективного преференциального распределения и пытался по возможности удовлетворить системе ограничений в случае наперед заданных функций.

В настоящей статье, двигаясь в противоположном направлении, сначала даём определение класса обобщенных решений большинства, удовлетворяющих системе ограничений Эрроу, потом исследуем, каким образом можно удовлетворить условие транзитивности.

Если бы мы заранее фиксировали какую-нибудь из функций, независимо от конкретной конструкции, то по теореме о невозможности условие транзитивности не всегда выполнялось бы. Поэтому возможность учета личного преференциального распределения не задается наперед, а именно зависит от конкретной конструкции.

В предлагаемых нами решениях из класса функций обобщенных решений большинства выбираем такой аггрегационный метод, который как можно меньше отличается от простого голосования большинства и во всех случаях транзитивен.

Отметим, что предлагаемые нами решения удовлетворяют четырем условиям Эрроу, а также выполняют нетривиальное, ослабленное условие иррелеванции.

В заключение применение предлагаемого метода демонстрируется на конкретном примере.