Fényes Tamás–Sári József

A kamatteher előrebecslése a vállalati gazdálkodásban

A Szigma hasábjain megjelent előző cikkünkben [1] a kamat közgazdasági szerepét, jelentőségét vizsgáltuk és elemeztük a népgazdaságban. Ekkor a szocialista állam központi- és jegybankja kamatlábpolitikájának gyakorlati alkalmazására fogalmaztunk meg egy közgazdasági-matematikai modellt. A jelen cikkben az önálló elszámolást folytató gazdálkodó szervezetek oldaláról mutatjuk be a kamatot azzal a céllal, hogy módszert ismertessünk előrejelzésére a pénzügyi tervezés keretében.

1. A kamat a vállalati önálló elszámolásban

A *kamat* mindenekelőtt *költség* a vállalat gazdálkodásában, s mint ilyen, levonás a nyereségből, ezért szoros kapcsolatban van a vállalati jövedelmezőséggel. Az önálló elszámolás alapelve, hogy a bevételek fedezzék a kiadásokat, s emellett tiszta jövedelmet is eredményezzenek az állami költségvetéssel szembeni kötelezettségek teljesítése, a különböző érdekeltségi alapok, elsősorban az egységes vállalati alap képzése céljára. Az önállóság fő kritériuma éppen az, hogy a vállalat saját pénzeszközökkel rendelkezzék, amelyeket — a jogszabályok keretei között — tetszés szerint használhat fel gazdálkodásában.

A gyakorlatban azonban nem mindenkor fedezik a bevételek a kiadásokat. A kiadási többlet lehet időszakos, eseti, véletlenszerű, vagy tartós, tervszerű, tudatos fejlődés, fejlesztés következménye. A hiány — ha a gazdálkodó szervezet hitelképes — bankkölcsön felvételével pótolható. A hitel tehát a saját erőforrások kiegészítésére szolgál, s a használatáért fizetett díj — amely nemzetközi és hazai vonatkozásban is mind nagyobb terhet ró a vállalatokra — lejön a vállalat tiszta jövedelméből. Így válik *a kamat,* — amely lényegét tekintve eszközteher, de a felszínen a forgalom költségeként jelenik meg — a döntéselőkészítések mércéjévé, a vállalati önálló elszámolás tárgyává, ahol *számviteli, árképzési és tervezési tétel.*

A kamat funkcióját és hatékonyságát a vállalati önálló elszámolás összmechanizmusa és általánosan a kamattal kapcsolatban levő értékkategóriák határozzák meg. Elsődlegesen azonban specifikus tényezők befolyásolják szerepét, mindenekelőtt a hitel nagysága, a kamatláb, a kamatfizetés formája (önköltség terhére vagy nyereségből) és kapcsolata a nyereségérdekeltség rendszerével. A magyar gyakorlat szerint a bankkamatot általában vállalati általános *költségként számolják el* a gazdálkodó szervezetek. Az előírt számlán azonban nemcsak a kamatok jelennek meg, hanem az egyéb *bankköltségek* is, mint amilyen a forgalmi és a rendelkezésre tartási jutalék, a bankgarancia díja és hasonló tételek. Ugyanakkor ezen a számlán írják jóvá a betéti kamatot is megtérülésként. Más a helyzet a *befejezetlen beruházásokra* folyósított hitelek után fizetett kamatok esetében, amelyek *a fejlesztési alapot terhelik*.

Mivel a hitelkamatokat már *bankköltségekkel együttesen könyvelik* a vállalatok a kötelező számlakeret szerint előírt számlákon, ez a gyakorlat sok esetben nem ad elégséges alapot szerepének meghatározására a vállalat gazdálkodásában, sem pedig a kamat jövőbeni alakulásának előrejelzésére. Ezért célszerű statisztikai módszerekkel, tartalmuk szerint csoportosítani a bankkal összefüggő költség- és eredményszabályozó tételeket. Erre a megoldásra számos példa található, különösen azoknál a vállalatoknál, ahol a hitel aránya jelentős a finanszírozásban. Az önálló elszámolás elvéhez tartozik az is, hogy milyen mértékben befolyásolja a kamat a vállalat elhatározásait és hogyan viszonyul ez a költségtétel a vállalati érdekeltséghez. Megállapítható, hogy a jelenlegi feltételek között a kollektív vállalati érdekeltség egyik tétele, és ily módon befolyásolja a képezhető vállalati alapok, ezen belül a részesedési alap nagyságát.

A szabályozás kiterjed a vállalati kalkuláció, vagyis az *árképzés* módjára is. Bár az egyes vállalatoknál (népgazdasági ágakban) bizonyos mértékig eltérhetnek az árképzés feltételei (elsősorban az árrendszer sajátosságai miatt), lényegében mindegyiknél azonos a tárgyunk szempontjából. Az előírások szerint a vállalat köteles *külön számlán összegyűjteni* azokat a költségeket, amelyek figyelembe vehetőek az árképzésnél, és külön azokat, amelyek nem. A kamat a gazdálkodó szerv központi irányításának költségeihez tartozik és (az improduktív költségek között elszámolt fizetett és kapott késedelmi kamat kivételével) részét képezi az önköltségtípusú árnak. Értelemszerűen nem tekinthető az ár alkotó elemének a befejezetlen beruházásokat finanszírozó hitelek kamata, miután azt nem költségként, hanem a fejlesztési alap terhére kell elszámolnia a vállalatnak.

A szocialista termelési módban *tervezik* a gazdasági folyamatokat és jelenségeket. Az értékkategóriák tervezési rendszerében a vállalatok előirányozzák bevételeiket és kiadásaikat, költségeiket és eredményeiket, a hitel- és betétállományokat és ennek függvényében a bankkamatot is. A tervezésnek sajátos szerepe, jelentősége van a vállalatok életében. Nem egyszerűen arról van szó, hogy mennyiségileg meghatározzák, mennyi lesz az elkövetkezendő időszakban a kamat összege, hanem akkor helyes és célirányos ez a munka, ha *mozgosító jellegű*, ha az ésszerű eszközgazdálkodásra és az önköltség csökkentésére ösztönöz. Ez a feltétele annak, hogy az önálló elszámolást folytató vállalatnál gazdaságilag hatékony legyen az igénybevett hitel felhasználása. Ez pedig elsősorban abban jut kifejezésre, hogy a kamatvolumen tervszerű csökkentésével párhuzamosan növekszik a vállalat nyeresége és ezzel együtt az alapképzés lehetősége.

A kamat tervezése nem önálló, formálisan is különálló dokumentumokban történik, hanem

— a vállalati hitelterv,

— az önköltségi (termelési költségek) terv és

— az eredményterv összeállítása keretében.

A kamat elszámolása szerint különböző eljárások adódnak az előirányzat elkészítésére. Az időben lejátszódó változások és a hitel gazdasági rendeltetése szerint is indokolt *két lépcsőben* elvégezni a tervezést, egyrészt a hitelek lejáratának, másrészt az elszámolás módjának a figyelembevételével. *A hitel lejárata alapján* külön tervezendők

— a rövid lejáratú (eseti és likviditási) hitelek és
— a közép és hosszú lejáratú forgóeszköz- és beruházási hitelek után fizetendő kamatok.

Az utóbbiaknál vagyis a *beruházási hiteleknél* megkülönböztetjük továbbá, hogy a kamatot

— a költség terhére, vagypedig
— a fejlesztési alap terhére

kell-e elszámolni az előírások szerint. A terv metodikájától függően a *tervezés időtartamának hossza* alapján megkülönböztethetünk

— folyó évet terhelő és
— hosszabb időszakra vagy több évre előrebecsült

kamatokat a vállalati közép távú tervek részeként.

A tervezés módszertanát és az eredmény megbízhatósági fokát illetően kétségkívül az *éves tervek* bírnak nagyobb jelentőséggel. Ez következik abból, hogy — bár a rövid lejáratú hitel tekintetében is megállapodnak és szerződést kötnek a bankkal — mégis ez a hitel az, amelynek nagysága, időbeli alakulása számos véletlenszerű hatásnak van kitéve.

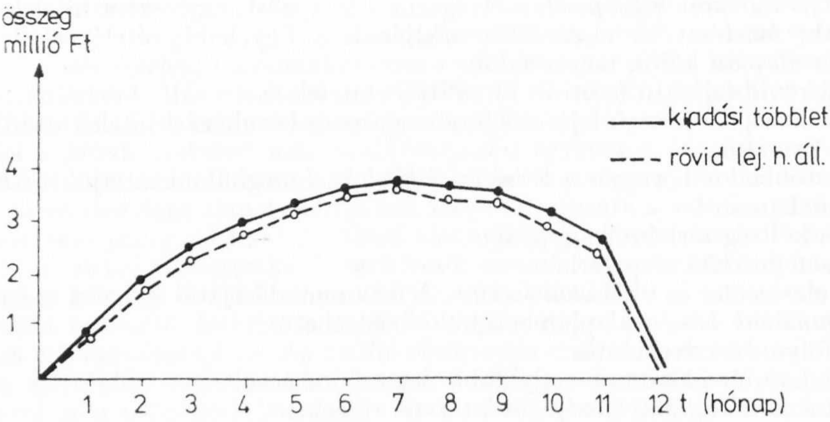
A tervezés kétféle módszerrel történhet:

— *állományszemléletű* vállalati eszköz-forrás különbségre épülő hitelterv és
— *forgalmi szemléletű* bevételi-kiadási mérlegen alapuló hitelszükséglet szerint.

A két módszer lényegében ugyanarra az eredményre vezet, a forgalmi szemléletű tervezés előnye mégis az, hogy pontosabban lehet nyomon követni a hitel fennállásának időtartamát. Egyébként mindkét módszernél felhasználható az előző időszakok tapasztalati számaiból ismert *átlagos* hiteligénybevételi *időtartam* és az ehhez csatlakozó vagy szintén tapasztalati számokból levezetett *átlagos kamatláb*. A múltbeli adatok elsősorban azoknál a vállalatoknál használhatók fel jól a jövőbeni kamatteher előrejelzésére, ahol a vállalat fejlődése egyenletes, a szezonális jelleg esetén pedig az éven belüli alakulás kellően karakterisztikus.

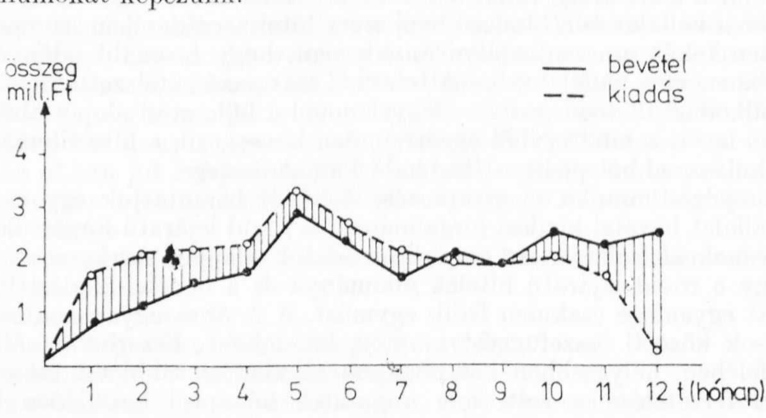
A közép és hosszúlejáratú hitelek kamatjának előrebecslése jórészt adottság, hiszen mind a folyósítási, mind a törlesztési kötelezettség a kamattételekkel együttesen a vállalat és a hitelező bankszerv hitelszerződésében szerepel. Ezen a területen tehát nincs akadálya annak sem, hogy hosszabb időn át előre figyelembe vegye a vállalat a kamatteherből származó kötelezettségeit; a tervévi gazdálkodást illetően pedig — figyelemmel a fejlesztési alap szabad pénzeszközeire is —, a hiteltervből egyértelműen következik a hitelállomány várható alakulása, abból pedig a fizetendő kamat összege.

Az előrejelzési munka megszervezése céljából bemutatjuk egy szezonális jellegű vállalat bevétel-kiadási forgalmának és rövid lejáratú forgóeszközhitelállományának alakulását. Az empirikus adatok alapján szerkesztett 1. ábra jelzi, hogy a rövid lejáratú hitelek állománya és a bevétel-kiadási forgalom halmozott egyenlege csaknem fedik egymást. A 2. ábra ugyanezen bevételek és kiadások közötti összefüggést mutatja havonként. Eszerint a vállalat az év első felében, helyesebben két hónapon át kiadási többletet ért el, s így bankhitel felvételére szorult, míg augusztus hónaptól kezdődően bevételi többlete volt, amelyből törleszteni tudta tartozásait.



1. ábra

Feltételezve, hogy a vállalat bevételi-kiadási adatai tervszámok, belőlük viszonylag könnyen meghatározható a kamat összege. A bevételek és a kiadások halmozott egyenlege alatti terület nagysága ti. a mindenkor fennálló hitelállománnyal azonos. A hitelállományok ismeretében pedig a kamat összege is meghatározható a jellemző függvények segítségével. Ezek a függvények általában szakaszonként folytonosak és differenciálhatóak. A gazdálkodó szervezetek másik — és joggal állíthatjuk, hogy nagyobbik — részénél a bevételek és a kiadások különbségéből szintén egyértelműen adódik a hitelszükséglet, de az állományok alakulása véletlenszerű, a változások diszkrét pontokban mennek végbe, s így viselkedésük nem írható le könnyen kezelhető függvényekkel. Ezeknél a szervezeteknél az időbeli eloszlás valamilyen feltételezésével végezhetjük el a számításokat. Ha pontosabban kívánunk számolni, akkor negyedéves szakaszokra osztjuk a havonkénti bevételi-kiadási forgalmat, mert a magyar gyakorlatban utólagosan, a negyedév utolsó napján számolják el a kamatot a vállalatok terhére. További javítás érhető el, ha az elszámolási időszakon belül bevételi hiányos (hitelszükségleti) és többletes (törlesztéses) intervallumokat képezünk.



2. ábra

Tervkészítéskor azonban még nem ismertek a forgalmi adatok, s így a hitelállományok jövőbeni alakulása sem. A becslések elvégzésére jó alapul szolgálhatnak a rendelésállomány, a tervezett árbevétel összege és az előző évek havi, negyedévi bontásban rendelkezésre álló tapasztalati adatai. Ezt a megoldást indokolja, ha a vállalatnak különböző kamatozású hitelállománya áll fenn, vagy lesz a tervidőszakban, vagy pedig ha a lejárat hosszától függően differenciálja a kamatlábakat a bank. Ebben az esetben ugyanis a becsléseknél feltételezhető, hogy a bevételi többletből mindig azt a hitelt törleszti a vállalat, amelyet előbb vett fel, ha pedig a tényleges lejáratok ismertek (pl. az induló hitelállomány esetében), akkor azok figyelembevételével kalkulálható a lejáratokhoz kapcsolódó kamatláb. A jelenlegi gyakorlatban azonban ilyen megkülönböztetés nem szükséges, mert a Magyar Nemzeti Bank megszüntette az ún. ,,kamatlépcső'' alkalmazását.

A cikk 2. fejezetében — a fentiekben ismertetett adottságokra figyelemmel — *egy folytonos és egy diszkrét modelljét* ismerhetjük a vállalati hitelezésnek, amelyek segítségével becslések, előrejelzések végezhetők a kamat összegére. A feladat megoldásánál feltételezzük, hogy a vállalat ismeri a bankkal szemben fennálló (tervezés, előrejelzés esetén a várható) hitel- és betétállományi adatokat; pénzügyi terve tartalmazza az éves (havi) bevételi-kiadási forgalmat. A forgalom rövidebb időszakokra jutó (várható) értékeit eloszlásfüggvény vagy egyszerűen tapasztalati alapon, megoszlási viszonyszámok segítségével határozhatjuk meg. A kezdő hitelállomány — módosítva a havonkénti bevételek és kiadások különbségével — sorra megadja a hóvégi hiteltartozások nagyságát, amit az adott hónap átlagos hitelállományának tekinthetünk. A számítás pontosbítható, ha a hó elején és végén fennálló állományok egyszerű számtani átlagát tekintjük a kamatszámítás alapjának. Feltételezzük továbbá, hogy a bank minden negyedév utolsó napján terheli meg a vállalat számláját. A terhelés ténylegesen az elszámolási számlán történik, mivel azonban a kamat kiadás, ezért végeredményben ugyanazt az eredményt kapjuk, ha azt a hitelállomány növekedésének tekintjük, feltéve, hogy az elszámolási számla egyenlege (a vállalat követelése) állandó, azaz a kamatterhelés miatt nem változik meg. Ez a feltételezés a gyakorlatban azért fogadható el, mert meghatározott nagyságú tartós pénzügyi szükségletet (ún. diszponibilitást ami 3—5 napi kiadást fedez) a bank figyelembe vesz a hitelezésnél.

2. A feladat matematikai megfogalmazása és megoldása

Az alábbiakban a vállalati hitelezés szakaszonként folytonos függvénnyel leírható eseteit integro-differenciál-egyenlettel, míg a nem szezonszerű és nem egyenletes ütemben működő illetve fejlődő gazdálkodó szervezetekét diszkrét modell segítségével oldjuk meg.

A vállalati hitelezés integro-differenciál-egyenlete

Ebben a pontban a vállalati rövid lejáratú hitelezés folytonos matematikai modelljét ismertetjük. Feltételezzük, hogy a vállalat kiadása és bevétele a időszak adott *folytonos* függvényei. Figyelembe kell azonban vennünk, hogy a vállalat a kamatot nem folyamatosan fizeti minden időpontban, hanem csak a $t = kT$ diszkrét időpontokban (T rögzített pozitív szám, a gyakorlatban három hónap; $k = 0, 1, 2, \ldots$); és az ezekben az időpontokban egy összegben fizetett kamat a szóbanforgó időpontokat megelőző T időszak átlagos hitelállományára vonatkozik.

A vállalati hitelezésnél alkalmazott fogalmakra bevezetjük az alábbi jelöléseket:

$H(t)$ = a vállalat teljes hitelállománya (Ft)
$K(t)$ = a vállalat teljes kamatmentes kiadása (forint/idő)
$B(t)$ = a vállalat teljes bevétele (forint/idő)
T = az időtartam, amire a kamatfizetés vonatkozik (a jelen gyakorlatban negyedévenként utólag számolja el a bank a kamatot)
p = a T időtartamra vonatkozó, állandónak feltételezett kamatláb

Fenti gondolatmenet alapján – ha a folyamatot a $0 \leq t < \infty$ intervallumon vizsgáljuk – a hitelezés alapegyenlete formálisan az alábbi módon írható fel:

$$\frac{dH(t)}{dt} = \begin{cases} \dfrac{p}{T}\displaystyle\int_{t-T}^{t} H(\tau)d\tau + K(t) - B(t), & \text{ha } t = kT \\ K(t) - B(t), & \text{ha } t \neq kT. \end{cases} \tag{1.1}$$

Az (1.1) egyenletek közgazdasági értelmezése: a teljes hitelállomány időegységre eső változása egyenlő a vállalat kamatmentes kiadási-bevételi forgalma különbözetének és a $t = kT$, ($k = 1, 2, \ldots$) időpontokban a T időtartamra utólagosan fizetett kamatnak az összegével.

Fenti egyenletek a klasszikus analízis talaján maradva értelmetlenek. A diszkrét időszakokban történő kamatfizetés miatt a hitelállománynak a $t = kT$ időpontokban ugrása van, így a $H(t)$ függvény nem lévén folytonos, nem is differenciálható, és így klasszikus értelemben nem tehet eleget (1.1)-nek sem. Ahhoz, hogy a folyamatot pontosan leírhassuk, be kell vezetnünk a disztribúció-elméletben matematikailag egzakt módon definiált és az elméleti fizikában régóta használt Dirac-delta függvényt, másnéven Dirac impulzust. E cikk keretében nem foglalkozhatunk a disztribúció-elmélet elemeinek ismertetésével (lásd [2], [3], [4]), de szükségünk lesz a disztribúció elméletben egzakt módon megfogalmazható, alábbi, formális definíciókra és összefüggésekre.

A Dirac-δ függvény definíciója:

$$\delta(t) = 0, \quad \text{ha} \quad t \neq 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1. \tag{1.2}$$

Tetszőleges folytonos $f(t)$ függvény esetén

$$f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t) \tag{1.3}$$

Az egységlökés függvény definíciója:

$$E(t) = \begin{cases} 1, & \text{ha } t > 0 \\ 0, & \text{ha } t < 0 \end{cases} \tag{1.4}$$

A $\sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k E(t-kT)$ végtelen sor általánosított (disztribúció) értelemben konvergens minden α_k együttható sorozat mellett.

Ha $F(t)$ a $0 \le t < \infty$ intervallumon a $t = kT$ $(k = 0, 1, 2, \ldots)$ pontokat kivéve abszolút folytonos és a $t = kT$ helyeken $F(kT+0) - F(kT-0)$ nagyságú véges ugrása van, akkor

$$\frac{dF(t)}{dt} = F'(t) + \sum_{k=0}^{\infty} [F(kT+0) - F(kT-0)]\delta(t-kT), \tag{1.5}$$

és itt a kapott végtelen sor általánosított (disztribúció) értelemben ismét konvergens, továbbá $\frac{d}{dt}$ az általánosított deriválást, a $'$ pedig a $t \ne kT$ helyeken fellépő klasszikus deriválást jelöli.

Ha speciálisan $F(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k E(t-kT)$,

akkor kapjuk a nagyon fontos

$$\frac{dF(t)}{dt} = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k \delta(t-kT) \tag{1.6}$$

összefüggést, amelynek további speciális esete az egyszerű

$$\frac{d}{dt} E(t-kT) = \delta(t-kT) \tag{1.7}$$

formula. Az (1.6) és az (1.7) szerint tehát az egységlökés általánosított deriváltja a Dirac-δ, az egységlökések *tetszőleges* szuperpozíciójának általánosított deriváltja pedig az egyes egységlökések általánosított deriválásából származó Dirac-δ függvények szuperpozíciója.

A Dirac-δ függvény bevezetésével a hitelezés alapegyenlete már matematikailag egzakt módon egy egyenletben összefoglalva írható fel:

$$\frac{dH(t)}{dt} = \left[\frac{p}{T} \int_{t-T}^{t} H(\tau)d\tau\right] \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t-kT) + K(t) - B(t), \quad 0 \le t < \infty, \tag{1.8}$$

ahol természetesen a $\frac{d}{dt}$ az (1.5)-ben értelmezett általánosított (disztribúció) értelemben vett deriváltat jelöli. Az (1.3) alapján

$$\frac{dH(t)}{dt} = \frac{p}{T} \sum_{k=0}^{\infty} \left[\int_{(k-1)T}^{kT} H(\tau)d\tau\right] \delta(t-kT) + K(t) - B(t). \quad 0 \le t < \infty \tag{1.9}$$

Matematikailag (1.9) a $H(t)$-re nézve egy disztribúció értelemben tekintett retardált integro-differenciálegyenlet. Egyértelmű (általánosított) megoldásához elő kell írnunk, mint kezdeti feltételt, a $H(t)$ függvényt a $-T \le t \le 0$ intervallumon. A $H(t)$ megoldás a $t \ne kT$ pontokban folytonos függvény, míg a $t = kT$ pontokban $\frac{p}{T} \int\limits_{(k-1)T}^{kT} H(\tau)d\tau$ nagyságú véges ugrása van.

Közgazdaságilag a hitelállomány a $t \neq kT$ pontokban a folytonosan változó kiadási-bevételi forgalom különbözetének hatására folytonosan változik, míg a $t = kT$ pontokban fellépő *kamat-impulzusok* hatására véges pozitív ugrással bír. A folyamatot a $-T \leq t \leq 0$ bázisintervallumon ismert hitelállomány a jövőre nézve egyértelműen meghatározza.

Bevezetve az

$$A(t) = K(t) - B(t),$$

$$a(t) = \int\limits_0^t [K(\tau) - B[\tau)]d\tau$$

$$\lambda = \frac{p}{T}$$

jelöléseket, (1.9) megoldását az

$$H(t) = H(-0) + \lambda \int\limits_{-T}^{0} H(\tau)d\tau + a(t) + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k E(t - kT) \tag{1.10}$$

alakban keressük, ahol a β_k értékek egyelőre ismeretlen együtthatók, $H(-0)$ a nulla időpontban levő bal oldali határérték. Látjuk, hogy (1.10) a $t = kT$ pontokban véges ugrással bír, $t \neq kT$-re folytonos, a nulla időpontban levő jobb oldali határérték

$$H(+0) = H(-0) + \lambda \int\limits_{-T}^{0} H(\tau)d\tau, \tag{1.11}$$

és így $H(+0) - H(-0)$ megegyezik a bázis-intervallumra fizetett kamat értékével, mint ahogy annak lennie kell.

A β_k együtthatók meghatározására helyettesítsük be (1.10)-et az (1.9)-be. Az (1.6) és (1.11) figyelembevételével kapjuk, hogy — a $k = 0$-nak megfelelő tagot leválasztva —

$$\begin{aligned}(1.12)\quad [\lambda \int\limits_{-T}^{0} H(\tau)d\tau]\,\delta(0) + A(t) + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k \delta(t - kT) &= [\lambda \int\limits_{-T}^{0} H(\tau)d\tau]\,\delta(0) + \\ + \lambda \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \int\limits_{(k-1)T}^{kT} \left[H(+0) + a(\tau) + \sum_{i=1}^{\infty} \beta_i E(\tau - iT) \right] d\tau \right\} &\delta(t - kT) + A(t).\end{aligned}$$

(1.12)-t rendezve elemien adódik, hogy

$$\begin{aligned}(1.13)\quad \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k \delta(t - kT) = pH(+0) \sum_{k=1}^{\infty} \delta(t - kT) + \lambda \sum_{k=1}^{\infty} \left[\int\limits_{(k-1)T}^{kT} a(\tau)d\tau \right] \times \\ \times \delta(t - kT) + \lambda \sum_{k=1}^{\infty} \left[\int\limits_{(k-1)T}^{kT} \sum_{i=1}^{\infty} \beta_i E(\tau - iT) d\tau \right] \delta(t - kT).\end{aligned}$$

(1.13) jobb oldalának utolsó tagja lényegesen egyszerűbben írható, mert rögzített $k > 1$ esetén az i szerint végtelen sornak csak az első $(k-1)$ tagját kell figyelembe venni; $k = 1$ mellett pedig az (1.13) jobb oldalán szereplő utolsó tag eltűnik. U.i., ha $k = 1$, akkor

$$\int_0^T \left(\sum_{i=1}^{\infty} \beta_i E(\tau - iT) \right) d\tau = 0\,,$$

mivel az integrandusz eltűnik a $0 \leq t \leq T$ szakaszon. Ha pedig a $k > 1$, akkor

$$\int_{(k-1)T}^{kT} \left[\sum_{i=1}^{\infty} \beta_i E(\tau - iT) \right] d\tau = \int_{(k-1)T}^{kT} \left[\sum_{i=1}^{k-1} \beta_i E(\tau - iT) \right] d\tau +$$

$$+ \int_{(k-1)T}^{kT} \left[\sum_{i=k}^{\infty} \beta_i E(\tau - iT) \right] d\tau\,.$$

Az utolsó jobb oldali integrál azonban eltűnik, mivel az integrandusz nulla értékű a $(k-1)T \leq t \leq kT$ szakaszon.

E meggondolás alapján $k \geq 1$-re

$$(1.14) \qquad \int_{(k-1)T}^{kT} \left[\sum_{i=k}^{\infty} \beta_i E(\tau - iT) \right] d\tau = \int_{(k-1)T}^{kT} \left[\sum_{i=1}^{k-1} \beta_i E(\tau - iT) \right] d\tau = T \sum_{i=1}^{k-1} \beta_i\,,$$

ha megállapodunk abban, hogy $\sum_{i=1}^{0} \beta_i$ a nullát jelöli. Az (1.13) így az alábbi alakban írható

$$(1.15) \quad \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k \delta(t - kT) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[pH(+0) + \lambda \int_{(k-1)T}^{kT} a(\tau) d\tau + p \sum_{i=1}^{k-1} \beta_i \right] \delta(t - kT)\,.$$

A disztribúció-elmélet elemeiből következik, hogy ha egyenlő argumentumú Dirac-δ függvényekből álló két végtelen sor egymással egyenlő, akkor a megfelelő együtthatók is egyenlőek egymással. Azaz

$$(1.16) \qquad \beta_k = pH(+0) + \lambda \int_{(k-1)T}^{kT} a(\tau) d\tau + p \sum_{i=1}^{k-1} \beta_i\,, \qquad k \geq 1.$$

Az (1.16) pedig egy egyszerű rekurzív formula a β_k együtthatók meghatározására. $\beta_1 = pH(+0) + \lambda \int_0^T a(\tau) d\tau$, $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_{k-1}$ ismeretében β_k meghatározható.

Azonban (1.16) még tovább is egyszerűsíthető. Ha (1.16)-ban k helyére $(k+1)$-et írunk, és az így kapott egyenletből (1.16)-ot kivonjuk, akkor az

$$(1.17) \qquad \beta_{k+1} - (1+p)\beta_k = \lambda \left[\int_{kT}^{(k+1)T} a(\tau) d\tau - \int_{(k-1)T}^{kT} a(\tau) d\tau \right], \qquad k \geq 1$$

elsőrendű differencia-egyenletre jutunk, amelynek a megadott β_1-értéket kielégítő megoldása követlenül felírható.

$$\beta_k = \beta_1(1+p)^{k-1} + (1+p)^k \sum_{\nu=1}^{k-1} \frac{T(\nu)}{(1+p)^{\nu+1}}, \qquad k \geq 1, \tag{1.18}$$

ahol $T(k)$ (1.17) jobb oldalát jelöli, és definíciószerűen legyen (1.18)-ban a szumma a zérus, ha $k = 1$.

Az (1.10)*-ből és* (1.12)*-ből azonban következik, hogy a β_k értékek éppen a $t = kT$ helyeken fellépő kamatimpulzusok nagyságát adják meg.* Így a hitelre vonatkozó integro-differenciálegyenletet az (1.10) felvételével, a Dirac-δ függvények segítségével egy egyszerű – a kamatra vonatkozó – differenciaegyenletre vezettük vissza.

A vállalati hitelezés diszkrét modellje

Az alábbiakban ismertetjük a vállalati rövid lejáratú hitelezésnek a gyakorlati számításokra igen alkalmas diszkrét modelljét. Az időegységet egy hónapnak választjuk, figyelembe vesszük azonban, hogy a kamatot csak háromhavonként utólagosan fizeti a vállalat.

Jelölések:

$H(t)$ = a teljes hitelállomány értéke a t-edik és $t+1$-edik időpont között
$K(t)$ = az összes kamatmentes kiadások értéke a t-edik és $t+1$-edik időpont között
$B(t)$ = az összes bevételek értéke a t-edik és $t+1$-edik időpont között
p = az egy hónapra számított állandó kamatláb.

Ha $A(t) = K(t) - B(t)$, akkor a vállalati hitelezés alapegyenlete

$$\Delta H(t) = p\alpha(t) \sum_{\tau=1} H(t-\tau) + A(t), \qquad t \geq 0 \tag{2.1}$$

ahol

Δ = differenciaképzés szimbóluma.

$$\alpha(t) = \begin{cases} 1, & \text{ha} \quad t = 3k \\ 0, & \text{ha} \quad t \neq 3k. \end{cases} \qquad k = 0, 1, \ldots$$

A (2.1) közgazdságilag úgy értelmezhető, hogy a teljes hitelállomány megváltozása a $t-1$-edik és t-edik időpont között megegyezik a vállalat kamatmentes kiadási-bevételi forgalma különbözetének és a háromhavonta utólagosan fizetett kamatnak az összegével.

A (2.1) egy periódikus együtthatójú lineáris, inhomogén differenciaegyenlet. $\alpha(t)$ periódikus volta miatt a megoldás explicit alakban előállítható $\mathfrak{z}$-transzformáció alkalmazásával. (Lásd [5].)

A (2.1) alapján felírhatók az alábbi összefüggések.

$$H(3k) - H(3k-1) = p[H(3k-1) + H(3k-2) + H(3k-3)] + \\ + A(3k) \tag{2.2}$$

$$\begin{aligned} H(3k+1) - H(3k) &= A(3k+1) \\ H(3k+2) - H(3k+1) &= A(3k+2). \end{aligned} \tag{2.3}$$

A (2.3)-ból

$$(2.4)\qquad \begin{aligned} H(3k+1) &= H(3k) + A(3k+1) \\ H(3k+2) &= H(3k) + A(3k+1) + A(3k+2). \end{aligned}$$

Látható, hogy ha a $H(t)$ értékeit ismerjük a $t = 3k$ időszakokban, akkor a $H(t)$ értékei $t \neq 3k$-ra (2.4)-ből közvetlenül adódnak. Először tehát a $H(3k)$ függvényt kell meghatároznunk.

Írjunk (2.4)-ben k helyére $k - 1$-et. Ekkor

$$(2.5)\qquad \begin{aligned} H(3k-2) &= H(3k-3) + A(3k-2) \qquad k \neq 0 \\ H(3k-1) &= H(3k-3) + A(3k-2) + A(3k-1) \end{aligned}$$

(2.5)-öt a (2.2)-be behelyettesítve és rendezve, adódik, hogy

$$(2.6)\qquad \begin{aligned} H(3k) = {} & (3p+1)\,H(3k-3) + (2p+1)\,A(3k-2) + \\ & + (p+1)\,A(3k-1) + A(3k), \qquad k \neq 0 \end{aligned}$$

Visszaírva k helyére $k + 1$-et

$$(2.7)\qquad \begin{aligned} H(3k+3) = {} & (3p+1)\,H(3k) + (2p+1)\,A(3k+1) + \\ & + (p+1)A(3k+2) + A(3k+3) \end{aligned}$$

A (2.7) már állandó együtthatós differenciaegyenlet. Ezért ha ismerjük a $H(0)$ értéket, akkor (2.7) megoldható a $\mathfrak{z}$-transformációval.

$H(0)$ ismeretéhez meg kell adnunk a $H(-1)$, $H(-2)$, $H(-3)$ kezdeti feltételeket. Ezek birtokában (2.2)-ből kiszámítható $H(0)$

$$(2.8)\qquad H(0) = (p+1)\,H(-1) + pH(-2) + pH(-3) + A(0)$$

Legyen az egyszerűbb írásmód kedvéért

$$A^*(3k) = (2p+1)\,A(3k+1) + (p+1)\,A(3k+2) + A(3k+3)$$

Vezessük be az alábbi $\mathfrak{z}$-transzformáltakat:

$$(2.9)\qquad h(z) = \mathfrak{z}[H(3k)] = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{H(3i)}{z^{3i}}$$

$$\begin{aligned} a(z) = \mathfrak{z}[A^*(3k)] = \beta[(2p+1)\,A(3k+1) + (p+1)\,A(3k+2) + \\ + A(3k+3)] = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(2p+1)A(3i+1) + (p+1)A(3i+2) + A(3i+3)}{z^{3i}}. \end{aligned}$$

A $\mathfrak{z}$-transzformáció egy elemi szabálya értelmében (lásd [3])

$$(2.10)\qquad \mathfrak{z}[H(3k+3)] = z^3[h(z) - H(0)].$$

Képezve tehát (2.7) mindkét oldalának $\mathfrak{z}$-transzformáltját, a (2.9), (2.10) formulák alkalmazásával $h(z)$-re az alábbi algebrai egyenletet kapjuk:

$$(2.11)\qquad z^3[h(z) - H(0)] = (3p+1)\,h(z) + a(z).$$

Ennek megoldása

$$h(z) = \frac{H(0)z^3 + a(z)}{z^3 - (3p+1)}, \tag{2.12}$$

A következő lépésben meg kell határozni a (2.12) inverz-transzformáltját. Ez azonban igen könnyen megy. Ui.

$$\frac{z^3}{z^3-(3p+1)} = \frac{1}{1-\dfrac{3p+1}{z^3}} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(3p+1)^i}{z^{3i}},$$

ha z abszolút értéke elég nagy. Következésképp

$$\mathfrak{z}^{-1}\left[\frac{z^3}{z^3-(3p+1)}\right] = (3p+1)^k, \qquad \text{ha } t = 3k, \tag{2.13}$$

és elemi operátoros szabály szerint

$$\mathfrak{z}^{-1}\left[\frac{1}{z^3-(3p+1)}\right] = \begin{cases} 0, & \text{ha } \; t = 0 \\ (3p+1)^{k-1}, & \text{ha } \; t = 3k, \quad k \neq 0 \end{cases} \tag{2.14}$$

A $\mathfrak{z}$-transzformáció konvolúció tétele értelmében

$$\mathfrak{z}^{-1}\left[\frac{a(z)}{z^3-(3p+1)}\right] = \begin{cases} \sum\limits_{j=0}^{k=1} (3p+1)^{k-j-1} A^*(3j), & \text{ha } \; t = 3k, \quad k \neq 0 \\ = 0, & \text{ha } \; t = 0. \end{cases} \tag{2.15}$$

A (2.13)-ból és (2.15)-ből $h(z)$ inverz transzformáltja, a hitelállomány, explicite felírható

$$H(t) = H(0)\,(3p+1)^k + \sum_{j=0}^{k-1} (3p+1)^{k-j-1} A^*(3j), \quad \text{ha} \quad t = 3k, \quad k \neq 0. \tag{2.16}$$

Továbbá a $t = 0$-ban fennálló $H(0)$ hitel a (2.8)-ból, míg a $t \neq 3k$-ban fennálló hitel a (2.4)-ből számítható

$$\begin{aligned} H(t+1) &= H(t) + A(t+1), \qquad t = 3k \\ H(t+2) &= H(t) + A(t+1) + A(t+2) \end{aligned} \tag{2.17}$$

A hitel ismeretében a kamat már felírható explicit alakban. Azaz a kamat értéke a $t = 3k$ időszakokban, (2.5)-ből

$$\begin{aligned} & p[H(3k-1) + H(3k-2) + H(3k-3)] = \\ & = p[H(3k-3) + A(3k-2) + A(3k-1) + H(3k-3) + \\ & + A(3k-2) + H(3k-3)] = \\ & = p[3H(3k-3) + 2A(3k-2) + A(3k-1)] = \\ & = p[3H(0)(3p+1)^{k-1} + \sum_{j=0}^{k-2} (3p+1)^{k-j-2} A^*(3j) + \\ & + 2A(3k-2) + A(3k-1)], \qquad \text{ha} \quad k > 1. \end{aligned} \tag{2.18}$$

Míg a $k = 1$-re a kamat értéke:

$$p[H(2) + H(1) + H(0)] = p[3H(0) + 2A(1) + A(2)], \tag{2.19}$$

végül $k = 0$-ra a bázis hitelállományából a kamat értéke

$$p[H(-1) + H(-2) + H(-3)].$$

3. Gyakorlati alkalmazás

Az első pontban ábrákon mutattuk be egy idényszerű vállalat kiadási-bevételi forgalmának halmozott és havonkénti egyenlegét, jellemezni kívánván ezzel a forgalom által meghatározott hitelszükségletet. Az ábra lényegében olyan folytonosnak tekinthető függvénnyel leírható folyamatot mutat be, amelyből a kamatteher nagysága viszonylag könnyen kiszámítható. Tekintettel azonban arra, hogy a vállalatok többségénél a bevételek és a kiadások időbeli lefolyása nem fejezhető ki könnyen kezelhető függvényekkel, és ily módon a hitelállományuk is véletlenszerűen alakul, ezért olyan vállalat adatait használtuk fel a gyakorlati számítások céljára, amely az előző pontban ismertetett diszkrét modell szerint kezelhető. Általában is az a véleményünk, hogy a diszkrét modell az, amely célszerűbben alkalmazható a vállalatok tervező munkájában. A hitelállományok és a kamatkiadások nagyságának kiszámítására a diszkrét modellben szereplő (2.1), vagy pedig a (2.18) ill. a (2.19) képleteket használhatjuk fel, amelyek megfelelnek a folytonos modellre (1.9)-ben, illetve az (1.16)-ban és az (1.18)-ban megadott összefüggések közelítésének.

A vállalat 1981-re várható havi forgalmi adatait az értékesítési tervéből, továbbá a rendelésállományok, valamint a szállítói visszaigazolások adataiból határoztuk meg oly módon, hogy az éven belüli havi adatok kialakításánál figyelemmel voltunk az 1980-as év kiadásainak és bevételeinek időbeli megoszlási arányaira is. Az éven belüli megoszlás pontosabb meghatározása több év adatainak az ismeretét tenné szükségessé, jelen esetben azonban ettől el kellett tekintenünk az 1980. január 1-vel életbelépett új árrendszernek az összetételt módosító hatása miatt. Az adatok szerint ugyanis több vonatkozásban megváltozott a vállalati bevételek és kiadások viszonylati összetétele és időbeli alakulása. Az általunk kalkulált idősorokat a cikkhez *csatolt táblázat* tartalmazza. Az 1981-re várható forgalmi adatokból, valamint az 1980 év utolsó negyedévének hitelállományaiból viszonylag könnyen levezethető a vállalat hitel-, ill. kamatprognózisa, a fentebb megadott képletek segítségével. A gyakorlati feladatnál különös gondot kell fordítani arra, hogy a havi kiadási és bevételi forgalom adatainak különbsége az adott t időszak utolsó napjára jelzi az előző hó utolsó napjához képest bekövetkezett, ill. várható hitelállomány változást. Ebből következik, hogy a forgalmi számokból levezetett tartozás az egyes hónapok utolsó napjára vonatkozik.

A hivatkozott képletekből látható az is, hogy a kamatszámításnál minden esetben az 1 időszakkal előbbi pontról indulunk el és a következő időtartam az, amely alatt a meghatározott és a táblázatban szereplő hitelállomány kamatozik. Mindebből következik, hogy a negyedév utolsó napján fennálló hitelállomány, amely időpontban a kamatot a bank felszámítja, az adott t időszakban már nem kamatozik. A számításnak ez a módja elfogadható pontosságú eredményre vezet abban az esetben, ha a hónapok első napjaiban elégíti ki hitelszükségletét a vállalat, ill. ha a hitelállomány csökken, a lejárt tartozások törlesztése is nagyjából a hó elején történik. Komolyabb letérés lehetséges azonban akkor, ha a forgalom a hónap folyamán egyenletesen, esetleg teljesen véletlenszerűen növekvő vagy csökkenő hitelállományokat indukál.

Tekintettel arra, hogy a válllat nem napról-napra veszi fel a gazdálkodásához szükséges összegeket, ill. törleszti a lejárt tartozását, hanem meghatározott diszkrét időpontokban (ennek az időpontnak az előrebecslése azonban teljesen lehetetlen), ezért azt a gyakorlatot célszerű követni, hogy a kamat-

Egy nem idényszerű vállalat becsült adatai

Összegek millió Ft-ban

Év, hó	Forgalom: kiadás (kamat nélkül)	Forgalom: bevétel	Hitelállomány: havi változása	Hitelállomány: hó végén	Kamat összege: (2.1) képlet szerint	Kamat összege: havonkénti átlagok szerint	Év, hó, nap
							1980.
				389			IX. 30.
				389			X. 31.
				429			XI. 30.
				253	8,9	9,5	XII. 31.
				261,9			
1981.							1981.
jan.	537	383	154	415,9			I. 31.
febr.	291	562	−271	144,9			II. 28.
márc.	718	432	286	430,9	8,3	7,4	III. 31.
				439,2			
ápr.	478	387	91	530,2			IV. 30.
máj.	392	396	− 4	526,2			V. 31.
jún.	503	554	− 51	475,2	12,8	12,6	VI. 30.
				488,0			
júl.	595	581	14	502,0			VII. 31.
aug.	370	350	20	522,0			VIII. 31.
szept.	486	509	− 23	499,0	12,7	12,6	IX. 30.
				511,7			
okt.	546	552	− 6	505,7			X. 31.
nov.	370	332	38	543,7			XI. 30.
dec.	526	714	−188	355,7	11,7	12,3	XII. 31.
				367,4			
1981. év összesen	5812	5752	+ 60	105,5	45,5	44,9	

összeg kiszámításánál nem az előző t időszak utolsó, ill. — ami ezzel teljesen megegyező — a jelen időszak első napján fennálló hitelállományt vesszük a kamatozás alapjául, hanem sorban 2—2 időpontban fennálló hitelállomány számtani átlagát. Ezzel azt érjük el, mintha a vállalat minden hitelműveletét az adott t időszak közepén hajtaná végre. Ily módon az előrebecslés pontosbítható,[1] bár hosszabb időszakot tekintve a kamatösszegekben viszonylag nem túl nagy az eltérés. (L. a táblázatot.)

Az előzőekben már utaltunk arra, és ezt a képletekben is kifejezésre juttattuk, hogy a kamatot minden negyedév végén, az utolsó napon terhelik a vállalat számlájára. Ezt a gyakorlatot érzékeltetjük a táblázatban is. A kamat összege tehát ezen a napon növeli a kiadások összegét, és egyidejűleg megnöveli a hitelszükségletet, ill. a hitelállományt. Igaz ez a megállapítás abban az esetben, ha feltételezzük, hogy a vállalat rendelkezésére álló betétállomány (elszámolási számla egyenlege), változatlan marad az év folyamán. A gyakorlatban természetesen az elszámolási számla egyenlege napról-napra változik. Ezen a számlán könyvelik a bevételeket és a kiadásokat, többek között a kamatot is. Mivel pedig a hitelezés nem követheti ilyen gyorsan a pénzállomány változását, a vállalat hiányzó pénzeszközeinek pótlása csak diszkrét időpontokban, a hó folyamán valamikor, bármely napon (napokon) lehetséges. Ebből következik, hogy az állományok rendezése, vagyis a pénzügyi egyensúly helyreállítása is csak bizonyos, a tervezés időpontjában még pontosan nem látható napokon történik. A hitel- ill. a kamatmodell diszkrét változata a folyamatot nem képes minden időpontban visszatükrözni, ezért csak feltételesen igaz az, hogy a pénzállomány állandó. A konstans pénzállomány feltételezése azonban elégséges a gyakorlat számára ahhoz, hogy az éves pénzügyi terv keretében elvégezhető legyen a kamatok becslése.

A hazai kamatlábak mai színvonala miatt (a rövid lejáratú hiteleknél pl. évi 10%)[2] a bankkamat nem elhanyagolható tétel a vállalatok kiadásaiban. Tájékoztatásul megemlítjük pl. hogy a vállalatokat terhelő forgóeszköz hitelek után fizetett átlagos éves kamatláb 9,6% volt 1980-ban. A teljes kamatteher elérte a vállalati összes költség 2,5%-át. Még plasztikusabb a kamat súlyának bemutatása, ha azt a kamatérzékenységi mutató segítségével (kamatösszeg/nyereségösszeg) fejezzük ki. 1980-ban a kamat összege közel $^1/_4$-e volt a nyereségnek. Az ismertetett adatok országosan átlagos értékek, amiből következik, hogy különösen azoknál a vállalatoknál kell komolyan venni a kamatköltséget és jó vállalati gazdálkodással csökkenteni mértékét, ahol a hitelsáv, vagyis az eszközök hitellel való megfinanszírozásának aránya viszonylag magas.

A jelen cikkben bemutatott példa is arra hívja fel a figyelmet, hogy nem lebecsülendő a kamatteher a vállalat pénzügyeiben. Ezúttal csak a rövid lejáratú hitelek kamatainak előrejelzését mutattuk be, mégis megállapítható, hogy a táblázatban szereplő 60 millió forint éves kamatnélküli hiteligény mellett a kamatok miatt további kereken 45 millió forint hitelszükséglet keletkezik. A vállalat teljes kamatterhe természetesen ennél jóval nagyobb is lehet attól függően, hogy milyen nagyságú közép és hosszú lejáratú hitellel tartozik a banknak. Ezeket a tételeket azonban tudatosan nem vettük számításba cikkünkben, mert — amint már az első fejezetben is utaltunk rá — azok

[1] Pl. az 1981. I. f. évi kamat ténylegesen 19,3 millió Ft volt.
[2] 1981. szeptember 1-én 11%-ra emelkedett.

összegét, igénybevételének és törlesztésének ütemét, valamint a kamatfeltételeket szerződésekben rögzítette a vállalat és a bank. Ily módon ezek becslése bármely következő időszakra (évre) könnyen és viszonylag pontosan elvégezhető. Ahhoz azonban, hogy teljes kamatterhét figyelembe vehesse a vállalat a terveiben és az árkalkulációjában, a rövid lejáratú hitelek kamataihoz hozzá kell adni ezeket a tételeket (kivéve azt a részt, amely a fejlesztési alapot terheli). Az elmondottakból következik az is, hogy a közép és hosszú lejáratú hiteleknek a költség terhére elszámolt kamatai részei a vállalat kiadásának, következésképpen ezekkel a kamatösszegekkel is növekszik a vállalat hitelszükséglete.

Az ismertetett eljárás alapjában véve igen egyszerű, nem haladja túl a kamatszámítás műveleti igényeit; mégis úgy véljük, hogy a tervezés során azért is foglalkozniok kell vele a vállalatoknak, mert nem mindegy, hogy a hitel felvétele és törlesztése melyik hónapra, az év melyik szakaszára (pl. elejére vagy végére) esik. A kamat összege ti. nemcsak a hitelállománytól és a kamatlábtól, hanem a hiteltartozás fennállásának időtartamától is függ. Az időtartam pedig olyan tényező, amely a fő bizonytalanságot okozza az előrejelzésekben. Ezért rendkívül fontos, hogy a bevételek és a kiadások éven belüli ütemét jól határozzuk meg, mert az döntően kihat a kamatbecslés minőségére.

Végezetül szeretnénk hangsúlyozni, hogy az általunk javasolt előrejelzési módszernek nemcsak abban van a szerepe, hogy választ ad a kamat nagyságára — bár ez sem lebecsülendő eredmény —, hanem abban is, hogy széles körben elemeznie kell a vállalatnak pénzügyi bevételeit és kiadásait. Az értékfolyamatok folyóáras számbavétele megnöveli az értékkategóriák szerepét, a pénzügyi egyensúly létrehozásának szükségességét a vállalati gazdálkodásban, erősíti az anyagi és az értékfolyamatok közötti kapcsolatok szorosságának tudatát. Az értékfolyamatok időbeli lefolyása visszahat az anyagi folyamatokra, a termelés, a forgalmazás, az értékesítés rendjére, ütemére. A folyamatok időbeli lefolyása feltárja az év közben jelentkező likviditási helyzetet, jelzi a diszponibilitás időszakonként fellépő hiányát, amelynek pótlásáról a vállalat ennek megfelelően tud időben gondoskodni. A hiány fedezése hitellel vagy más forrásból a gazdálkodás tervszerű, tudatos szervezésével mind olyan tevékenység, amely a vállalatok munkájának minőségi jellemzője. A pénzügyek ésszerű megszervezése, a pénzügyi egyensúly megteremtése a vállalat elsőrendű érdeke. Ennek részeként mutattuk be a hitel- és a kamat összegek előrejelzésére szolgáló módszert.

(Beérkezett: 1981. augusztus 17-én)

IRODALOM

[1] Fényes T.—Sári J.: Kamatlábpolitika közgazdasági-matematikai modellel. Szigma 1980./4. sz.

[2] Cristescu, R.—Marinescu, G.: Bevezetés a disztribúcióelméletbe és alkalmazásaiba. Műszaki Könyvkiadó, Bp. 1969.

[3] Vlagyimirov, V. Sz.: Bevezetés a parciális differenciálegyenletek elméletébe. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.

[4] Zemanian, A. H.: Distribution theory and transform analysis. New York—San Francisco—Toronto—London—Sidney, 1965.

[5] Jury, E. I.: Theory and application of the Z-transform method John Wiley, Sons. New York—London.

FORECASTING INTEREST BURDENS IN ENTERPRISE MANAGEMENT

The authors present interest from the viewpoint of economic organizations with independent accounting aiming at submitting a method for its forecasting in the framework of financial planning. Interest is first of all a kind of enterprise *costs* and as such is closely connected with profitability. Interest may thus become a measure of decision preparation, a subject of independent enterprise accounting where it means an item in accountancy, price formation and planning.

Planning may be made with two methods, namely according to credit plan based on the difference between assets and resources of enterprises in a stock approach, and according to credit demand based on money process balances of incomes and expenditure in a turnover approach.

The area below functional curves expressing the cumulated balance of incomes and expenditures is always identical with the existing credit stock; and, in the knowledge of debts also the amount of interests may be determined. These functions are piecewise continuous and differentiable. With another part of economic organizations credit demand is unambiguously given by the difference between incomes and expenditure, but the development of stocks is random, changes occur at discrete dates, thus their behaviour may not be described by functions easy to handle. With these organizations computations may be made with the assumption of some distribution in time. The stock of orders, the amount of planned sales receipts and empirical data of previous years available in monthly and quarterly breakdowns may serve as a basis for this.

With the above particularities in view the authors present a *continuous and a discrete model* of enterprise credit policy. In case of the continuous model it is assumed that expenditure and incomes of the enterprise are given as continuous functions of time. However, the enterprise does not pay interest continuously, but only at discrete dates (in the practice every three months) after the average stock of credit of the period.

The basic equation of the discrete model may be interpreted in such a way that the change in the entire stock of credit between dates t-1 and t is equal to the sum of the difference between interest-free expenditure and incomes of the enterprise and of the interest paid every three months subsequently. In general, a discrete model may be better applied in the planning activity of enterprises. The authors present practical computations also using this kind of model.

The importance of the suggested forecasting method lies not only in that it determines interest burdens, but also in that the enterprise has to make wide-range analysis concerning the development of its financial incomes and expenditure. The accounting of value processes at current prices increases the role of value categories, draws attention to the necessity of financial equilibrium in enterprise management and strengthens relations between material and value processes.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВЫПЛАТ ПО ПРОЦЕНТАМ В ХОЗЯЙСТВОВАНИИ ПРЕДПРИЯТИЙ

Авторы представляют проценты со стороны хозяйственных организаций, находящихся на хозяйственном расчете с тем, чтобы демонстрировать — в рамках финансового планирования — свой метод прогнозирования. Проценты являются, в первую очередь, расходами предприятия и в качестве таковых тесно увязываются с прибыльностью. Таким образом проценты станавятся критерием принятия решений, предметом хозяйственного расчета предприятий, в которых представляют собой позицию учет, ценообразование и планирование.

Планирование может осуществляться при использовании двух методов, т. е. соответственно кредитному плану, базирующемуся на различиях в источниках средств предприятия при подходе с точки зрения фондов и потребности в кредитах, базирующейся на балансе процессов поступлений и выплат при подходе с точки зрения оборота.

Величина территории под кривыми зависимостей, выражающих совокупный баланс поступлений и выплат в любом случае аналогична наличию кредитов на определенный момент; зная величину кредитов может быть установлена и сумма процентов. Эти зависимости — чаще всего по отдельным этапам — являются непрерывными и могут быть дифференцированы. В других хозяйственных организациях на основании разницы между поступлениями и выплатами со всей определенностью может быть установлена потребность в

кредитах, однако формирование этих сумм является случайным, изменения п роисходят в дискретные сроки и поэтому их поведение не может описываться посредством легко обрабатываемых зависимостей. В этих организациях расчеты погут проводиться при предположении какого-то распределения по времени. Основой для этого могут быть совокупность заказов, сумма планируемых поступлений по ценам и конкретные данные по предшествующим годам в разбивке по месяцам и кварталам.

С учетом вышеизложенных особенностей авторы излогают одну непрерывную и одну дискретную модель кредитования предприятий. Относительно непрерывной модели они предполагают, что расходы и поступления предприятия являются непрерывным зависимостями какого-то определенного времени. Однако предприятие выплачивает проценты не непрерывно, а лишь в какие-то дискретные сроки (практически через каждые три месяца) и на основании средней наличности кредитов на соответствующий период.

Основное уравнение дискретной модели в экономическом смысле может тольковаться так, что изменение общей величины кредитов в период между t_1 и t совпадает с суммой разницы беспроцентного оборота предприятия и процентов, выплачиваемых по истечении каждых трех месяцев. Дискретная модель, вообще, может с большим использоваться в рамках работы предприятий по планированию. С учетом этого авторы приводят соответствующие практические расчеты.

Предлогаемый метод прогнозирования играет определенную роль не только в том, что дает ответ на величину выплат по процентам, а и в том, что необходимо проводить развернутый анализ по формированию денежных поступлений и выплат предприятия. Учет стоимостных процессов по текущим ценам увеличивает роль стоимостных категорий, обращает внимание на необходимость обеспечения финансового равновесия в хозяйствовании предприятий ,усиливает увязку между материальными и стоимостными процессами.