Bródy András

# A tervezett és a valóságos megtakarításról

Az árak segítségével a gazdaság szereplői látszólag képesek kiszámítani döntéseik következményeit. A lovak és a traktorok ára segít eldönteni, hogy a parasztgazdaságnak érdemes-e traktorral szántani.

Csakhogy az ilyen döntések – ha valóban általánosak – visszahatnak az árakra is. Ha a mezőgazdaság átnyergel a lóról a traktorra, akkor a lovak (a kereslet csökkenése következtében) olcsóbbodnak, míg a traktorok (a kereslet növekedése folytán) viszonylag drágulnak. Így valószínű, hogy az új technika bevezetése után, az új árrendszeren kiszámított és ténylegesen elérhető megtakarítás egészen más lesz, mint a tervezett.

A tőkés és szocialista termelés mintegy két évszázados folytonos „modernizálása" ellenére hatékonyságuk fő mutatója, az elért átlagos évi növekedési ütem nem gyorsult számottevően, sőt az utóbbi évtizedekben még lassul is világszerte. A tervezett nyereségek tehát nem váltak valóra.

Ha növekvő hozadékú termelésről csökkenő hozadékú termelés felé helyettesítünk, akkor könnyen akadhat olyan eset is, amelyben a helyettesítés előzetes számítás alapján igen gazdaságosnak tűnik, azonban éppen végrehajtása révén a vélt megtakarítás valóságos veszteséggé válik. (Lásd például az olajjal helyettesített szénenergia esetét.)

A gazdasági döntéseket korunkban tehát többnyire valóságos következményeik mérlegelése, ismerete, sőt megismerhetősége nélkül hozzák meg.

A matematikai gazdaságtan kínál ugyan valamelyes segítséget, azonban csak mesterséges feltételezések bevezetésével: ha feltesszük, hogy a termelés hozadéka konstans minden ágazatban és az érintett termékek korlátozás nélkül újratermelhetők.

A feltevés alapján a termelés és az árak összefüggéseit jól közelíthetjük egy Leontief–Sraffa típusú input-output rendszerrel, ahol is a következőképpen érvelhetünk:

Legyen az eredeti rendszer ráfordítási együtthatóinak mátrixa $A$ és árrendszere $p$. Akkor az árrendszer és az elsődleges ráfordítások[1] $v$ értéke közt a következő összefüggés áll fenn:

$$p = pA + v, \tag{1}$$

[1] Szándékosan nem specifikáltam $v$ értékét pontosabban. Ez lehet munkaóra, ha értékre gondolunk, profit vagy adó ha egyéb árrendszerekben kívánjuk interpretálni a gondolatainkat. A fontos, hogy minden ami változhat magában az $A$ mátrixban szerepeljen, s így $v$ tartalmazhatja mindazt a maradékot, amit a döntés nem érint.

amiből a Leontief-inverz, $Q = (1 - A)^{-1}$, felhasználásával következik, hogy

$$p = vQ. \tag{2}$$

Adódjanak most új technikai lehetőségek, amelyeknek a tervezett és a tényleges kihatását össze kívánjuk vetni. Az új technika mellett az együtthatók mátrixa megváltozik

$$A^* = A - H. \tag{3}$$

A $H$ mátrix tehát az új technológiák bevezetéséből származó „helyettesítési" mátrix, amelynek általában pozitív *és* negatív elemei lesznek. A negatív elemek a többletráfordítást, a pozitív elemek a megtakarítást jelzik a régi technológiákkal szemben.

Akkor döntünk az új technológiák bevezetése mellett, ha $pH$ minden eleme pozitív (tehát a megtakarítás mindenütt meghaladja a többletráfordítást). A megtakarítás vélt, „ex ante" nagyságát a

$$\mu = pHx \tag{4}$$

bilineáris szorzat adja meg. Itt $x$ a teljes termelés vektora, amelyet az (1) egyenlet duálisaként az

$$x = Ax + y \tag{5}$$

összefüggésből kapunk meg.[2]

A döntések megtörténte után azonban nemcsak az együttható-mátrix, hanem $p$ és $x$ értéke is változni fog és a megtakarítás tényleges „ex post" nagyságát a

$$\mu^* = p^*Hx^* \tag{6}$$

érték adja meg.

Az „ex ante" és „ex post" megtakarítás közt mármost a következő összefüggés áll fenn[3]

$$\mu^* = p^*Hx^* = pH(1 + QH)^{-2}x. \tag{7}$$

Mivel $QH$ általában pozitív elemekből áll (hiszen $pH > 0$ a hatékonyság feltétele és $p$ a $Q$ mátrix sorainak pozitív lineáris kombinációja) az „ex post" megtakarítás általában kisebb, gyakran sokkalta kisebb, mint az „ex ante" remélt.

Ha csak egyetlen szektort vizsgálunk, akkor az összefüggés még frappánsabb. Legyen ugyanis a vélt megtakarítás a termelés egységén

$$\mu = ph, \tag{8}$$

ahol $p$ az árrendszersor, $h$ az $i$-edik szektorban vizsgált helyettesítési lehetőség oszlop-vektora. Ekkor

$$\frac{\mu - \mu^*}{\mu^*} = Q_i h. \tag{9}$$

[2] Itt $y$ a végtermék. Értékét ismét nem határozzuk meg pontosabban; ez az a vektor, amelyet az új technika bevezetése nem érint. Lehet személyi fogyasztás vagy export stb. — ugyanolyan maradék, mint az imént $v$ értéke volt.

[3] A bizonyítást lásd a függelékben.

Az egységnyi megtakarítás „ex ante'' felmérésénél elkövetett relatív hiba gyorsan számítható a Leontief-inverz ismeretében: nem más, mint a helyettesítési $h$ mennyiségek megtermeléséhez szükséges teljes termelés az érintett $i$. szektor termékeiből. Ha ez a mennyiség negatív, akkor alábecsüljük, ha pedig pozitív (általában pozitív lesz), akkor fölébecsüljük az elérhető megtakarítást.

A (9) egyenletben jelzett világos és egyszerű számítást el lehetne végezni minden gazdasági döntés mérlegelésekor, persze csak olyan — általában elégtelen, közelítő — részletességgel, ahogyan az inverz rendelkezésre áll.

Vegyünk példának egy képzelt mezőgazdasági újítás esetét, amikor a vegyiparból származó 10 fillérnyi műtrágyával a mezőgazdaságból származó 20 fillérnyi vetőmagot lehet megtakarítani. Az „ex ante'' megtakarítás tehát egy forintnyi termelésre 10 fillér. Mivel azonban az inverz megfelelő koefficienseinek értéke az 1979. évben [1] 0,17, illetve 1,43 volt, ezért $Q_i h$ értéke kereken 0,26, ami azt jelenti, hogy az „ex post'' megtakarítás valamivel 8 fillér alatt lesz a (9) képletnek megfelelően. A különbség ugyan csekély, de nem jelentéktelen: a tervezett és a tényleges megtakarítás közt 26 százalékos az eltérés, az utóbbi rovására, s akkor még nem vettük figyelembe, hogy az újítás következtében a teljes termelési értékek is változni fognak és szintén csökkentik az eredetileg remélt megtakarítás végösszegét.

*(Beérkezett: 1981. november 16-án.)*

## FÜGGELÉK

1. *Állítás:*

Ha $Q = (1 - A)^{-1}$, akkor $Q^* = (1 - A + H)^{-1} = Q(1 + HQ)^{-1} = (1 + QH)^{-1}Q$

*Bizonyítás:*

$(1 - A + H)Q(1 + HQ)^{-1} = (1 + HQ)(1 + HQ)^{-1} = 1$

illetőleg $(1 + QH)^{-1}Q(1 - A + H) = (1 + QH)^{-1}(1 + QH) = 1$

2. *Állítás:*

Ha $p = vQ$, akkor $p^* = p(1 + HQ)^{-1}$

*Bizonyítás:*

$p^* = vQ^* = vQ(1 + HQ)^{-1} = p(1 + HQ)^{-1}$

3. *Állítás:*

Ha $x = Qy$, akkor $x^* = (1 + QH)^{-1}x$

*Bizonyítás:*

$x^* = Q^*y = (1 + QH)^{-1}Qy = (1 + QH)^{-1}x$

4. *Állítás:*

$p^*Hx^* = pH(1 + QH)^{-2}x$

*Bizonyítás:*

$p^*(1 + HQ) = p$

amiből $\quad p^*H + p^*HQH = pH$

azaz $\quad p^*H = pH(1 + QH)^{-1}$

amiből $\quad x^* = (1 + QH)^{-1}x$-el való szorzás után az állítás következik.

## IRODALOM

1. Ágazati kapcsolatok mérlege 1970—1979. Budapest, 1981. Központi Statisztikai Hivatal. 90—91. o.
2. HENDERSON, H. V., SEARLE, S. R. (1981): On deriving the inverse of a sum of matrices Siam Review, Vol. 23. No. 1.

## ON PLANNED AND REAL SAVINGS

Technological decisions made on the basis of prices have a repercussion on prices, therefore calculated and effective savings do deviate from each other. A method is given how this difference may be computed from the Leontief-Sraffa model.

## ПЛАНИРУЕМАЯ И РЕАЛЬНАЯ ЭКОНОМИЯ

Принятые на основе цен технологические решения могут оказать обратное воздействие на цены, и поэтому запланированная и фактическая экономия могут быть различными. В статье представлен метод вычисления этого различия с помощью модели Леонтьева—Шраффа.