

A devizakintlevőségek megtérülésének egy determinisztikus modellje

Az 1983 évi népgazdasági terv a népgazdaság külső egyensúlyi helyzetének javításában határozza meg a gazdasági munka fő célját. A feladat teljesíthetőségét a nemzetközi gazdasági kapcsolatok bővítésére, elsősorban a kivitel számottevő növekedésére alapozza a terv. Ennek érdekében erőteljesen kell javítani a termelés exportképességét, mérsékelni a ráfordításokat és növelni a hatékonyságot. A népgazdasági tervben megfogalmazott cél elérése feltételezi a gazdaságirányítás korszerű eszköztárának ésszerű alkalmazását, amikor a termelés prioritásában fogalmazódik meg az exportképesség növekedése és a külgazdasági egyensúly javításának lehetősége. *Pénzügyi oldalról* nézve azonban nem elegendő csupán megtermelni és eladni a külső piacokon a termékeket, hanem legalább ugyanilyen fontos feltétele az egyensúlynak, hogy a devizaellenértékek kellő időben megtérüljenek, a követelések a kötésekben megszabott lejáratkor befolyjanak. A tőke körforgását jellemző egyszerű $P - \dot{A} - P'$ összefüggésből is következik, hogy a befektetések megtérülése csak akkor teljes, ha a termelés megelőlegezése érdekében felhasznált pénz — megnövekedett értékben — ismét a népgazdaság, ill. a vállalat rendelkezésére áll; vagyis esetünkben akkor, ha az exportkintlevőségek kiegyenlítése megtörténik.

Az *exportkintlevőség* az ország devizakészletének szerves része; lényegét tekintve egyenértékű a mobil készletállománnyal. Következik ebből a tartalmi sajátosságból, hogy a devizakövetelés valóságos anyagi érték, és hogy ebben a formában rendelkezésre álló eszközökre is érvényes mindaz a vállalati gondosság, amelyet a készletgazdálkodásban nyilvánvalónak tartunk. A forgóeszközök gyorsabb megtérülése, forgási idejének lerövidítése, általában a *forgási sebesség növelése* megtakarítást eredményez a népgazdaság számára; az exportkintlevőségek gyorsabb megtérülése ezen túl hozzájárulhat a gazdaság külső egyensúlyának javításához, az ország *likviditásának*, fizetőképességének javításához. A devizakövetelések időbeni kiegyenlítése közvetve csökkenti az ország nemzetközi terheit, mert a jobb likviditás egyben kisebb hitelszükséglettel és kevesebb kamatfizetési kötelezettséggel jár.

Ahhoz, hogy a népgazdaság nemzetközi likviditása elfogadható mértékű legyen, elsőrendű feltétel a vállalatok devizaeszközeinek, exportkintlevőségeinek jó mobilitása. A fogalmat a vonatkozó szakirodalom [1] a következőképpen határozza meg: „*Mobilitás*: A gazdálkodó szerv eszközeinek dologi formából pénzformába való átalakulása, e folyamat mozgási sebessége, a mozgósítható eszközöknek az összes eszközökhöz viszonyított aránya.” A mobilitás definíciójából következik, hogy az eszközök pénzzé tehetőségének sorrendiségéről, valamely nem pénzjellegű eszköznek pénzeszközzé való átalakulási idejéről van szó. Ugyancsak a fent hivatkozott szakirodalomban található a lik-

viditás fogalma, amelyet nem mindig a megfelelő értelemben használnak. A két fogalom közötti különbség jobb megértése céljából idézzük „*Likviditás*: olyan fizetőképesség (felkészültség), amely biztosítja a kötelezettségek pontos teljesítését.” Ebben az értelemben a likviditás nem más, mint realizált mobilitás, azaz a likviditásnak előfeltétele a mobilitás. Ezért foglalkozunk a jelen cikkben elsődlegesen a mobilitással, amely a külföldi pénznem meghatározott, szállítási szerződésekben (kötésekben) megszabott határidőn belüli megtérülését, a Magyar Nemzeti Bank számláján való jóváírását jelenti. Végeredményben ez a tény a feltétele annak, hogy a vállalat is hozzájuthasson a deviza forintellenértékéhez; a népgazdaság pedig rendelkezze azokkal a külföldi fizetőeszközökkel, amelyek az esedékes nemzetközi kötelezettségek teljesítésének fedezetét képezik. A kérdéssel való beható foglalkozást az teszi időszerűvé, hogy a konvertibilis elszámolási viszonylatokban kedvezőtlen tendenciák alakultak ki az elmúlt években. Erre utal az ebben a témában megjelent cikk [2], amelyben a szerző megállapítja, hogy 1979-től 1981-ig 13,5%-kal nőtt az exportforgalom és ugyanakkor 22%-kal a devizakintlévőségek nagysága, s ezen belül a *lejárt* követeléseké, 97,7%-kal. Nagymértékben növekedett a *kétes* követelések aránya is (34%). Hasonló tendenciát tapasztalhatunk az iparvállalatok országos adataiból számított *forgási időből*¹ is. A tőkés exportkintlévőségek átlagos forgási ideje az 1979 évi 76,9 napról 1981-ben 88,7 napra növekedett. A forgási idő meghosszabbodására ellentétesen hatott két tényező; a forgalom növekedése 7,4 nap csökkenést, az állományok felhalmozódása pedig 19,2 nap növekedést okozott.

Felvetődik a kérdés, miért romlott ilyen nagy mértékben az exportkintlévőségek forgási ideje, ill. a követelések mobilitása. Az okok között leggyakrabban a világgazdasági helyzetet, a világpiacon recessziót, és ezzel együtt a vevők fizetőképességének és -képességének romlását szokták említeni a vállalatok. Hozzátehetjük azonban, hogy a magyar vállalatok sem tettek meg mindent annak érdekében, hogy a kötésekben számukra előnyös fizetési feltételeket szabjanak meg és kintlévőségeiket a szállítási szerződésekben megadott időre behajtsák. Ennek elsődleges oka az, hogy a népgazdasági és vállalati érdek között ellentmondás van: a vállalatok lényegében csak az áru kilépésében érdekeltek, a népgazdaság viszont abban, hogy a devizaellenérték mielőbb jóváírassék az MNB számláin. A továbbiakban röviden áttekintjük a mobilitás vizsgálati módszereit, konkrét számadatok segítségével elemzést végzünk az exportkintlévőségek mobilitására; foglalkozunk a fizetési feltételek javításának lehetőségeivel. Ezt követően bemutatjuk a devizakintlévőségek megtérülésének egy dinamikus modelljét; végül pedig utalunk arra, hogyan lehetne javítani a vállalatok mobilitását és likviditását.

¹ Az átlagos forgási időt a gyakorlatban alkalmazott és általánosan ismert módon számítjuk ki; azaz a vevőállomány és a nettó árbevétel hányadosaként. Az évre vonatkoztatott forgási idő:

$$f_i = \frac{360 \cdot \text{átlagos vevőállomány}}{\text{export bevétel.}}$$

A devizakintlevőségek mobilitása

A könyvben [1] ismertetett mobilitás-vizsgálat tájékoztatást ad mind a belföldi, mind a külgazdasági kapcsolatokban keletkezett kintlevőségek számbavételére, elemzésére. A vizsgálat elvégezhető egy-egy időpontban fennálló követelésállományra vonatkozóan (mérleg adat — statikus helyzet), de lehet a forgalmi adatok alapján is méréseket végezni az üzletesemények lebonyolítási sorrendjében, a követelések keletkezésének és megszűnésének folyamatában is. Az előbbi, gyakorlatilag a mérlegkészítések időpontjában, esetleg a hóvégi állapotokról ad hasznos felvilágosítást, az utóbbi pedig egy-egy hosszabb-rövidebb időtartamról, általában két mérlegkészítési időpont közötti időtartamról (negyedév, év). Ha figyelembe vesszük, hogy az egyes időpontokban fennálló állományok várható kiegyenlítési idejét a felek a szállítási szerződésekben (kötésekben) rögzítik, és ugyanakkor bizonyos tapasztalatokkal rendelkezünk arról is, hogy ténylegesen milyen mértékben térnek el az egyes külföldi partnerek a várt fizetési kötelezettségek időbeni teljesítésétől, akkor a bármely napon felvett kintlevőségi állomány tételenkénti adataiból következtetni lehet a vállalat várható exportárbevételére és ennek időbeli eloszlására, ütemére is. A kintlevőségek megfigyelése forgalmi folyamatok szerint arról tájékoztat, hogy az áru kiszállítása (számlázása) és a kötésekben meghatározott fizetési időpontok, ill. az ellenértékek tényleges beérkezésének napja között mennyi idő telik el. Ennek a megfigyelésnek abban van a jelentősége, hogy minden egyes áruértékesítési ügylet kapcsán következtetni lehet a vállalat jövőbeni likviditási helyzetére, a kintlevőségek várható megtérülésére.

A megfigyelés és elemzés céljától függően osztályozhatjuk az exportkintlevőségeket elszámolási viszonylatok és fizetési módok szerint. A devizakintlevőségek keletkezésének megfigyelése lényegében kettős pilléren nyugszik. Mégpedig:

- *népgazdasági* számbavétel a nemzetközi elszámolási mérlegben,
- *vállalati* nyilvántartás az árbevétel elszámolását tükröző számlákon.

Az üzleti eseményeknek ez az ún. *eredmény szemléletű* könyvelése a gyakorlatban időbelileg megegyezik az áru számlázási, ill. kilépési napjával. Ekkor azonban még csak követelés (kintlevőség) keletkezik a külfölddel szemben. Az eszközök valóságosak a devizaellenérték tényleges beérkezésével, a számla bankközi kapcsolatokban eszközölt kiegyenlítésével térülnek meg; pénzügyileg tehát csupán az MNB külföldi devizaszámlájára jóváírt összeggel realizálódik. Ezt a folyamatot tükrözi a nemzetközi fizetési mérleg ill. a *pénzforgalmi szemléletű* elszámolásokban megfigyelt adat, amely gyakran több hónappal később követi a szállítás időpontját.

Mind vállalati, mind népgazdasági szempontból különös jelentőséget tulajdonítunk a számláknak a szállítási szerződésekben meghatározott időpontra történő, pontos kiegyenlítésének. A kötésekben rögzített és a tényleges kiegyenlítés egybeesése teszi lehetővé ugyanis a tervszerű pénz- és devizagazdálkodást, ad biztonságot a devizalikviditás fenntartására, saját kötelezettségeink rendszeres teljesítésére. A szerződés szerinti és a tényleges teljesítés közötti időkülönbség jellemzi a *fizetési morált*. A tapasztalati adatokból megfelelő valószínűséggel következtetni lehet a várható eltérésekre, az ebből származó veszteségekre.

Az információ megfigyelése megfelelő szervezettséget és gépi felszereltséget igényel. Bár kevés tétel esetén a feladat kisgépes eljárással is elvégezhető, na-

gyobb vállalatoknál, — és a külkereskedelmi forgalmat lebonyolító vállalatok általában ilyenek, — azonban csak lyukkártya-rendszerű vagy elektronikus gépi adatfeldolgozás teszi lehetővé az adatok naprakész állapotban tartását, a kintlevőségi állomány lejárati szerinti feltérképezését. Ez utóbbi gépi eljárásnál mód nyílik arra is, hogy a tényleges kiegyenlítés időpontjaiban olyan kimutatásokat lehessen készíteni, amelyek tájékoztatnak a szállítási és a teljesítési időpontokról, továbbá a közöttük eltelt időtartamok hosszáról is.

A megfigyelés alaphozonylatai lehetnek:

— a *vállalati mérlegbeszámolók*, ahol a vállalat egészére vonatkozó állományi és forgalmi adatokból lehet forgási sebesség mutatókat számítani;

— a *vállalat különféle nyilvántartásai* (könyvelés, számlázás, lejárati napló), amelyek tételes adataiból részletesebb kimutatások készíthetők a fennálló devizakintlevőségi állományok esedékességéről;

— a *bankok devizaelszámolásai*, ahol pénznemek, országok és fizetési viszonylatok szerint állnak rendelkezésre a nemzetközi elszámolási és fizetési mérlegre vonatkozó adatok. Ha a fenti két mérlegben szereplő azonos tételeket egyedileg kölcsönösen szembeállítjuk egymással, akkor lényegében az árumozgás és a pénzmozgás közötti időkülönbségre, az ún. *devizafutamidőre* lehet következtetni.

A *devizakintlevőségek összetételének* vizsgálatát a vállalati mérlegben, ill. a leltárakban, számlakivonatokban szereplő állományadatok lejárati szerinti csoportosításával kezdhetjük, amikor is kiszámítjuk az egy-egy csoportba tartozó összeg arányát a teljes állományhoz. Ekkor a megosztási viszonyszámok jellemzik a kintlevőségi állomány szerkezetét. A viszonyszámok időbeli összehasonlítása tájékoztatást ad arról is, hogy tendenciájában javul-e vagy romlik a vállalat, ill. a népgazdaság devizakintlevőségeinek mobilitása. Ha ti. növekszik a rövidebb esedékességű követelések aránya a teljes devizaállományon belül, akkor javuló, ellenkező esetben rosszabbodó mobilitásról beszélhetünk.

A napi jegyzékekből (naplókából) összeállított forgalmi kimutatás teljes képet nyújt az *áruszállítások lejárati szerkezetéről* és arról, hogyan változnak a mobilitást jellemző futamidők az egyes időszakokban. A szerkezet-vizsgálat továbbá lehetővé teszi a különböző viszonylatok (\$, Rbl, országok, devizanemek) forgási sebesség-mutatóinak időbeli összehasonlítását. A *forgási sebesség kiszámítása* kétféleképpen végezhető: először az ún. klasszikus módszerrel, ami gyakorlatilag az egyazon pénznemben lebonyolított áruforgalom és a hozzá tartozó átlagos kintlevőségi állomány hányadosa (lásd I. sz. lábjegyzetet), másodsor pedig az egyes időosztályközökbe tartozó átlagos időhosszaknak az adott osztályközben tartozó exportforgalommal súlyozott átlagával. Ez a számítási módszer az előbbinél pontosabb eredményt ad, és alkalmasabb a részletek feltárására.

A mérlegkészítési időpontokban végzett elemzésekkel statikus állapotot vizsgálunk, noha az esedékességek szerkezetének bemutatásával, a különböző lejárati idők összefüggéseit előrevetítve, hosszabb-rövidebb időszak várható bevételeit térképezik fel. Ennek érzékelésére szolgál az *I. táblázat*.

Számításaink szerint a vevőállomány mobilitási jellemzője a vizsgált vállalatnál:

1980. június 30-án	27,1 nap,
szeptember 30-án	26,6 nap,
1981. június 30-án	34,1 nap,
szeptember 30-án	24,2 nap.

1. táblázat

Az osztályközöket jellemző átlagos futamidők a negyedév záró napjától számítva

Időszak (nap)	1980		1981	
	jún. 30.	szept. 30.	jún. 30.	szept. 30.
1—4	3,1	2,1	2,3	1,6
5—11	8,9	8,1	8,9	8,3
12—20	16,9	16,2	15,7	15,7
21—30	22,7	25,5	25,6	25,3
31—45	38,0	37,1	39,8	39,2
46—60	53,8	56,0	52,3	51,6
61—90	75,6	65,1	79,9	64,4
91 napon túl	118,0	127,9	112,9	115,4

A kintlevőségek várható időtartamainak összefüggése — annak feltételezésével, hogy az összetétel rövid időn belül nem változik meg lényegesen —, bizonyos előrejelzéseket is lehetővé tesz a vállalati eszközök megtérülésére, ill. annak becslésére. Az ily módon tehát a mérlegben szereplő devizaállomány- adatokból számított mobilitási mutató (M) egy adott időpontban meglévő állomány pénzzé válásának időtartamát tükrözi a futamidőkből képzett osztályközök és viszonylatok szerint.

A 2. táblázat adataiból (a 2. sz. lábjegyzet alapján) kiszámítható, hogy a II. n. évi összes kintlevőség teljes átlagos futamideje 46,6 nap, szemben a mérlegkészítés időpontjában fennálló június 30-i devizaállomány 34,1 napjával.

2. táblázat

A kintlevőségek kiegyenlítési ideje a számlázás időpontjától számítva értékesítési irányok szerint 1981. II. n. évben
%-ban

Időszak (nap)	Belföld	Export	Kintlevőség összesen
1—10	4,8	0,6	3,9
11—14	18,4	—	14,5
15—20	5,5	1,0	4,5
21—30	11,8	6,2	10,6
31—45	19,1	14,5	18,2
46—60	20,9	8,7	18,2
61—90	16,3	19,5	17,0
91 napon túl	3,2	49,5	13,1
Összesen	100,0	100,0	100,0

A viszonylati csoportosításból egyidejűleg megállapítható az is, hogy a devizakintlevőségek 78,5 napos és a belföldi forintkintlevőségek 37,4 napos átlagos futamideje között minőségi különbség mutatkozik a belföldi követelések javára. Figyelemmel továbbá arra, hogy a vállalat általában 3 havi (90 nap) fizetést köt ki a konvertibilis viszonylatú export-szállításaira, az időben

történő kiegyenlítés 71,0 napra (7,5 nappal) csökkentené a devizakintlevőségek futamidejét.

A következő 3. táblázatban az áruk raktárból történő kiszállítását követő számlázás adatai szerepelnek. Ez a nyilvántartás lehetőséget ad a vállalati kintlevőségek teljes mobilitásának megfigyelésére, a bármely időpontban keletkező kintlevőség várható kiegyenlítési időtartamának meghatározására. Ezt a mobilitási mutatót M_v -nek nevezzük.² Az M_v mutató *folyamatában* jellemzi (esetleg napról napra) az egyes időpontokban keletkezett vevőállomány (devizakintlevőség) fennállásának teljes időhosszát.

3. táblázat

Nem rubel viszonylatú devizakintlevőségek
(devizanem, ország, árufélcsoport, fizetési mód szerint részletezésben)

Számlázás (ill. árukiszállítás kezte)	Összeg (ezer Ft-ban)	Határ- átlépés kezte	Fizetés (kiegyenl.) kezte		Kiegyenlítés időtartama		Eltérés + — nap (7—6)
			szereződés sz.	ténylegesen	szereződés sz. (4—3)	ténylegesen (5—3)	
1	2	3	4	5	6	7	8
.							
.							
.							
hó, n. év, év összesen							

A devizakintlevőségek elszámolásában — a táblázat fejezatából adódóan — *három nevezetes időpontot* különböztethetünk meg, mégpedig:

- 1. a *követelés keletkezését* (számlázás, ill. a határátlépés időpontja);
- 2. a *pénzügyi teljesítés szállítási szerződésben kikötött időpontját* a (kötelezettség kiegyenlítésének várható ideje);
- 3. a *pénzügyi teljesítés tényleges időpontját* (a Magyar Nemzeti Bank által elszámolt devizaellenérték jóváírása a vállalat elszámolási számláján).

Az előbbi három nevezetes időpont összehasonlításából figyelemmel a kapott időtartamokra, a következő mutatók számíthatók:

— a $2 - 1 =$ a szállítási szerződésekben kikötött határidőkből *várható mobilitási jellemző*;

² A vállalat egészére jellemző mutatót a vevőállománnyal (abszolút összeggel vagy megoszlási viszonysszámmal) súlyozott átlagként határozzuk meg. Ezek alapján a vevőállomány mobilitási mutatója:

$$M_v = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \cdot V_i}{\sum_{i=1}^k V_i}$$

ahol n = az osztályköz átlagos (illetve az egyes tétel egyedi) kiegyenlítési ideje napokban,

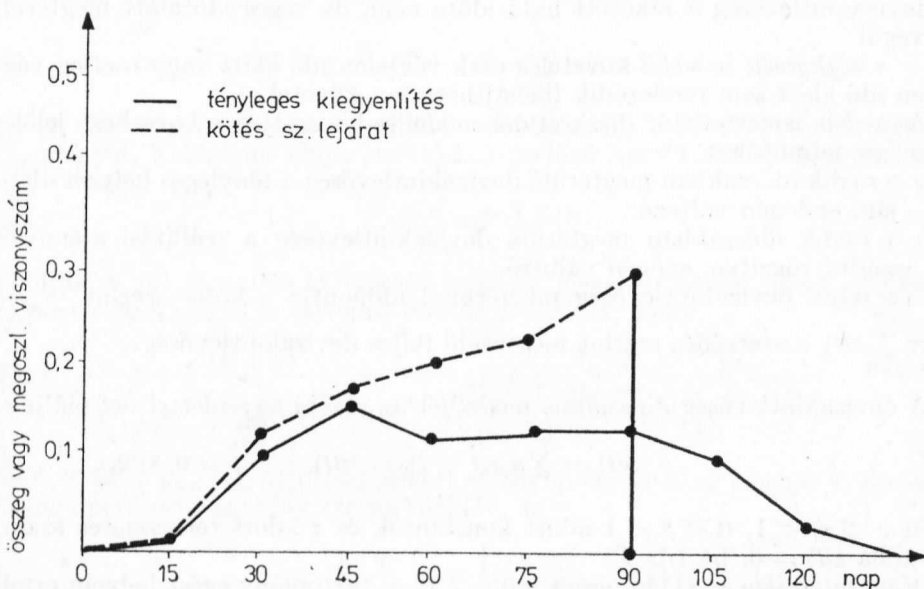
V = a vevőállomány,

i = az osztályközök (tételek) száma ($i = 1, 2, \dots, k$).

— a 3—1 = a *tényleges* kiegyenlítési időtartamokból adódó *mobilitás*, a kintlevőségek megtérülésének valóságos hossza;

— a 3—2 = a szerződéstől eltérő teljesítések miatti *időkülönbözet*, ami jellemzi a fizetési fegyelmet, s a be nem tartásából származó veszteségeket (késedelem esetén) vagy nyereségeket (előbbi teljesítés).

Az elemzés egyik fontos módszere, hogy nem csak a futamidő különbségeket vizsgáljuk, hanem azt is megállapítjuk, hogy az áruszállítás teljesítését követő fizetési határidők milyen időbeli eloszlást mutatnak a kötések és a *tényleges* teljesítések szerint. Hasznos információkat kaphatunk ebben a tekintetben



1. ábra

a szóródás-számítással, a leggyakrabban előforduló időszakok (módusz) megállapításával és az egész folyamat függvényyszerű ábrázolásával. A *tényleges* és a kötés szerinti fizetési időpontok (időtartamok) két függvényének különbsége tájékoztatja a vállalatot arról, hogy egy adott t időpontban exportált áru ellenértéke mikorra érkezik be nagy valószínűséggel. Az elmondottakat szemlélteti az 1. ábra.

Az eddigiekben közgazdasági és banktechnikai oldalról közelítettük a devizakintlevőségek mobilitásának problémáját; az ismertetett jellemző módszerek sem mentek túl a statisztikai-matematika eszköztárán. A következő pontban bemutatjuk a devizakintlevőségek megtérülésének egy dinamikus modelljét.

Devizakintlevőségek megtérülésének dinamikus modellje

A devizakintlevőségek keletkezése és pénzügyi kiegyenlítése időben lejátszódó, sztochasztikus folyamat. Ezért emeltük ki az elemző módszerek között a leíró függvények szerepét és a valószínűségszámítás jelentőségét a fizetési

határidők várható értékeinek meghatározására. A cikk jelen pontjában — éppen a sajátos jelleg hangsúlyozása, a szokványostól való eltérés és a könnyebb kezelhetőség érdekében mégsem sztochasztikus, hanem egy viszonylag egyszerű determinisztikus dinamikus modellt ismertetünk. Előljáróban megjegyezzük még, hogy a matematikai modellben a mobilitást a közgazdasági fogalomnál szigorúbban és differenciáltabban definiáljuk. Mégpedig:

— a *mobilitás* azt jelenti, hogy a devizakintlevőség a szállítási szerződésben (kötésben) megszabott határidőre (határidőn belül) kiegyenlítődik;

— az *ideiglenesen immobil* fogalmát azokra az esetekre értelmezzük, amikor a devizakintlevőség a kikötött határidőre nem, de véges idő alatt megtérül, és végül

— a *véglegesen immobil* követelés csak végtelen idő alatt vagy esetleg végtelen idő alatt sem rendeződik (behajthatatlan követelés).

Az alább ismertetendő diszkrétidős modellre bevezetjük a következő jelöléseket és definíciókat.

$x(t)$ a t -edik időszakban megtérülő devizakintlevőség a tényleges helyzet alapján, endogén változó,

$z(t)$ a t -edik időszakban megtérülő devizakintlevőség a szállítási szerződés szerint rögzítve, exogén változó,

T a teljes devizakintlevőség megtérülési időpontja a kötés szerint,

$Z = \sum_{t=0}^T z(t)$ a szerződés szerint megtérülő teljes devizakintlevőség.

A devizakintlevőség dinamikus modelljét az alábbi egyenlettel definiáljuk.

$$(1) \quad x(t) = \sum_{i=1}^{\tau} \alpha_i x(t-i) + \beta z(t), \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

ahol $0 < \alpha_i < 1$, $0 < \beta < 1$ adott konstansok és τ adott természetes szám, továbbá $z(t) = 0$, ha $t > T$.

Matematikailag az (1) kifejezés a $0 \leq t < \infty$ tartomány egész helyein értelmezett τ -ad rendű inhomogén differencia-egyenlet az $x(t)$ -re nézve.

Közgazdaságilag (1) egy feltételezett magatartási egyenletnek fogható fel. Azt fejezi ki, hogy a t -edik időpontban fennálló tényleges megtérülés (pénzügyi realizálás) értéke a α_i és β súlyok szerint függ az előző időszakok tényleges megtérüléseitől és a t -edik időpontban fennálló szerződés kötelezettségtől.

Az alábbiakban operátorszámítással megoldjuk az (1) differenciaegyenletet, majd a kapott eredmények alapján foglalkozunk a folyamat mobilitásának és a modell működőképességének kérdéseivel.

Tekintsük az $x(t)$ és $z(t)$ függvényeket a diszkrét operátortest elemeinek az alábbi alakban:

$$(2) \quad x = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{x(j)}{(1+q)^j}, \quad z = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{z(j)}{(1+q)^j};$$

ahol az absztrakt q elem az ún. differencia-operátor és $1/(1+q)$ az eltolási operátor. A (2)-ben a konvergencia operátoros értelemben triviálisan teljesül. (Lásd [3], [4]). Az eltolási operátor ismert tulajdonságának és (2)-nek a figyelembevételével (1) az alábbi alakban írható át:

$$(3) \quad x = \sum_{i=1}^{\tau} \frac{\alpha_i}{(1+q)^i} + \sum_{i=1}^{\tau} \sum_{k=1}^i \frac{x(-k)}{(1+q)^{i-k}} + \beta z,$$

ahol az $x(-k)$ értékek a feladat kezdeti értékei, és ezek biztosítják az (1) megoldásának egyértelműségét. Ezek az értékek azonban nullák, mert a megtérülés folyamatát konkrét esetben úgy tekintjük, hogy az a $t = 0$ időpontban kezdődik. Ily módon a (3)-ból az $x(t)$ megtérülés operátorára kapjuk, hogy

$$(4) \quad x = \frac{\beta z(1+q)^\tau}{(1+q)^\tau - \sum_{i=1}^{\tau} \alpha_i (1+q)^{\tau-i}}.$$

A (4)-hez tartozó (5) polinomot

$$(5) \quad Q(1+q) = (1+q)^\tau - \sum_{i=1}^{\tau} \alpha_i (1+q)^{\tau-i}$$

az (1) karakterisztikus polinomjának nevezzük. Írjuk fel (4)-et mint a t időfüggvényét. Tekintsük ehhez az (5)-höz tartozó karakterisztikus egyenletet,

$$(6) \quad \xi^\tau - \sum_{i=1}^{\tau} \alpha_i \xi^{\tau-i} = 0.$$

Jelöljük a (6) egyenlet különböző gyökeit ξ_k -val, multiplicitásait pedig σ_k -val. Ekkor parciális törtre bontással adódik, hogy

$$(7) \quad \frac{(1+q)^\tau}{(1+q)^\tau - \sum_{i=1}^{\tau} \alpha_i (1+q)^{\tau-i}} = (1+q) \sum_{k=1}^M \sum_{p=1}^{\delta_k} \frac{\gamma_{k,p}}{(1+q - \xi_k)^p},$$

ahol M és a $\gamma_{k,p}$ együtthatók ismert elemi módszerekkel meghatározhatók. Elemi operátoros szabály szerint fennáll, hogy

$$\frac{1+q}{(1+q - \xi)^p} = \left\{ \xi^{t-p+1} \binom{t}{p-1} \right\}$$

minden ξ -re és természetes p -re. A diszkrét konvolúció-tétel alkalmazásával a (4)-et és a (7)-et figyelembe véve kapjuk, hogy

$$(8) \quad x(t) = \beta \sum_{i=0}^t z(i) \sum_{k=1}^M \sum_{p=1}^{\delta_k} \gamma_{k,p} \xi_k^{t-i-p+1} \binom{t-i}{p-1},$$

mely kifejezés leegyszerűsödik abban a gyakorlatilag majdnem mindig teljesülő esetben, amikor a (6) karakterisztikus egyenlet összes gyökei különbözőek ($\sigma_k = 1$). Ekkor

$$(9) \quad x(t) = \beta \sum_{i=0}^t z(i) \sum_{k=1}^M \gamma_k \xi_k^{t-i}.$$

Az alábbiakban az egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy a gyökök különbözőek. Ezzel a modelltől levonható mobilitási és működőképességi viszonyok vizsgálatát nem korlátozzuk, az azokra kimondott feltételek és kritériumok a gyökök multiplicitásától lényegében függetlenek.

Megjegyezzük, hogy a ξ_k gyökök között komplexek is lehetnek, a (9) értelemszerűen ekkor is valós értékű függvényt állít elő, amely trigonometrikus függvényeket tartalmaz, és ekkor rezgések léphetnek fel.

A mobilitás és működőképesség definíciója:

A devizamegtérülésnek (1)-ben differencia-egyenlettel leírt folyamatát mobilisnak nevezzük, ha

$$Z = \sum_{t=0}^T z(t) \leq \sum_{t=0}^T x(t).$$

A devizamegtérülés (1)-gyel leírt folyamatát ideiglenesen immobilisnak, illetőleg a matematikai modellt működőképésnek nevezzük, ha

$$Z = \sum_{t=0}^T z(t) > \sum_{t=0}^T x(t)$$

és létezik olyan $T_1 > T$ véges időpont, melyre fennállnak az alábbi feltételek:

$$\sum_{t=0}^T z(t) \leq \sum_{t=0}^{T_1} x(t) \quad \text{és} \quad \sum_{t=0}^T z(t) > \sum_{t=0}^{T_1-1} x(t).$$

A fentiek közgazdaságilag plauzibilisek. A mobilitás, amint azt a modell általános bevezetőjében definiáltuk, azt jelenti, hogy az összes devizakintlevőség a szállítási szerződésben rögzített határidőig megtérül. Az ideiglenes immobilitás, illetve a matematikai modell működőképessége azt jelenti, hogy az (1)-gyel leírt összes devizakintlevőség a szerződésben rögzített határidőn túl ugyan, de véges időtartam alatt megtérül. Láthatjuk, hogy a modell működőképessége az immobilitáshoz kapcsolódik. Mobilitás esetén nem beszélünk a modell működőképességéről. A modell ilyen értelmű megfogalmazását indokolja az a jelenleg fennálló külgazdasági környezet, amely a követelések kiegyenlítésének időpontját többé-kevésbé a végtelen felé tolja el a kötésekben megszabott lejáratokhoz képest.

Alapvető fontosságú a működőképesség kritériumainak, illetve a T_1 -időpontnak a meghatározása. Ide kapcsolódik az alábbi két tétel.

1. tétel. Tegyük fel, hogy a folyamat nem mobilis és legyenek a (6) karakterisztikus egyenlet gyökei különbözőek. Ha a (6)-nak van egynél nagyobb abszolút értékű gyöke, akkor a modell működőképes.

Az állítás könnyen belátható. Az (1)-ből nyilvánvaló, hogy $x(t) > 0$ minden $t \geq 0$ -ra.

Mivel $z(t) = 0$, ha $t > T$, (9)-ből kapjuk, hogy a $t > T$ tartományban

$$(10) \quad x(t) = \beta \sum_{i=0}^T z(i) \sum_{k=1}^r \gamma_k \xi_k^{t-i} = \beta \sum_{k=1}^r \gamma_k \xi_k \sum_{i=0}^T z(i) \xi_k^{t-1} = \beta \sum_{k=1}^r \delta_k \xi_k^t,$$

ahol

$$(11) \quad \delta_k = \gamma_k \sum_{i=0}^T z(i) \xi_k^{t-1}.$$

Mivel a (6) legnagyobb abszolút értékű gyöke egynél nagyobb, ezért (10)-ből

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \infty,$$

következésképp kell léteznie egy egyértelműen meghatározott T_1 időpontnak, amelyre nézve teljesülnek a

$$(12) \quad \begin{aligned} \sum_{t=0}^T z(t) &\leq \sum_{t=0}^{T_1} x(t), \\ \sum_{t=0}^T z(t) &> \sum_{t=0}^{T_1-1} x(t) \end{aligned}$$

feltételek. A modell tehát működőképes.

A T_1 meghatározásával kapcsolatban az alábbiakat állíthatjuk. Írjuk fel a $t > T$ tartományban a ténylegesen megtérült devizakintlevőséget. A (10)-ből és (11)-ből adódik, hogy

$$(13) \quad \begin{aligned} \sum_{l=0}^t x(l) &= \sum_{l=0}^T x(l) + \sum_{l=T+1}^t x(l) = \beta \sum_{l=0}^T \sum_{i=0}^l z(i) \sum_{k=1}^{\tau} \gamma_k \xi_k^{l-i} + \\ &+ \beta \sum_{l=T+1}^t \sum_{k=1}^{\tau} \delta_k \xi_k^l = P + \beta \sum_{k=1}^{\tau} \delta_k \sum_{l=T+1}^t \xi_k^l, \end{aligned}$$

ahol a $0 \leq t \leq T$ intervallumon megtérült összes devizát P -vel jelöltük. A véges mértani sor összegképletének alkalmazásával nyerjük, hogy

$$(14) \quad \sum_{l=0}^t x(l) = P + \beta \sum_{k=1}^{\tau} \delta_k \frac{\xi_k^{T+1} - \xi_k^{t+1}}{1 - \xi_k}, \quad t > T.$$

A kapott összefüggés a $t > T$ tartományban egyszerűen számítható és így a konkrét esetben a (12) feltételeknek eleget tevő T_1 szám numerikusan meghatározható.

2. tétel. Tegyük fel, hogy a folyamat nem mobilis és legyenek a (6) karakterisztikus egyenlet gyökei különbözőek és egynél kisebb abszolút értékűek. A modell akkor és csakis akkor működőképes, ha

$$(15) \quad Z = \sum_{t=0}^T z(t) < P + \beta \sum_{k=1}^{\tau} \delta_k \frac{\xi_k^{T+1}}{1 - \xi_k}.$$

Bizonyítás. Mivel (6) összes gyökére nézve $|\xi_k| < 1$, elvégezve a (14)-ben a $t \rightarrow \infty$ határátmenetet kapjuk, hogy

$$(16) \quad \sum_{l=0}^{\infty} x(l) = P + \beta \sum_{k=1}^{\tau} \delta_k \frac{\xi_k^{T+1}}{1 - \xi_k}.$$

Ha a (15) fennáll, akkor a (16) alapján világos, hogy létezik pontosan egy $T_1 < \infty$ természetes szám, amely eleget tesz a (12) feltételeknek. A modell tehát működőképes.

Fordítva tegyük fel, hogy a (15) nem teljesül, azaz

$$(17) \quad Z = \sum_{t=0}^T z(t) \geq P + \beta \sum_{k=1}^{\tau} \delta_k \frac{\xi_k^{T+1}}{1 - \xi_k}.$$

A (16) és a (17) szerint

$$(18) \quad \sum_{l=0}^T z(t) \geq \sum_{l=0}^{\infty} x(l).$$

Ez pedig azt jelenti, hogy ha a (18)-ban az egyenlőség fennáll, akkor a teljes devizakintlevőség csak végtelen hosszú idő alatt térül meg. Ha viszont az egyenlőtlenség áll fenn, akkor a teljes devizakintlevőség még végtelen hosszú idő alatt sem térül meg. A modell tehát nem működőképes.

Megjegyzések

1. Ha a karakterisztikus egyenlet gyökeire érvényes, hogy $|\xi_k| \leq 1$, vagyis egy abszolút értékű gyökök is felléphetnek, akkor az (1) differencia-egyenletet nem tekinthetjük egy stabil közgazdasági folyamat modelljének. Ekkor ugyanis az α_i és β együtthatók tetszőlegesen kicsiny megváltoztatása az egy abszolút értékű gyököket a komplex egységkör külsejébe vagy belsejébe viheti át, mely esetekben már az előző tételekben kimondott működőképességi kritériumok érvényesek.

2. Ha a modell működőképes, akkor a teljes devizakintlevőség a $t = T_1$ időpontig megtérül, a folyamat itt befejeződik, és a $t > T_1$ tartományban az (1) közgazdaságilag már semmit sem reprezentál. Ennek ellenére — mint ahogy azt az előző tételekben láttuk — a működőképesség kritériumainak levezetésénél az (1) differencia-egyenlet megoldásának a $t > T_1$ tartományban való viselkedése alapvető szerepet játszik.

3. A 2. tételben szereplő működőképességi kritériumot az alábbi alakban is írhatjuk.

$$Z - P < K,$$

ahol

$$K = \beta \sum_{k=1}^r \delta_k \frac{\xi_k^{T+1}}{1 - \xi_k}.$$

Ez az egyenlőség pedig azt az egyszerű tényt fejezi ki, hogy a szállítási szerződésben rögzített T lejáratú időpontig, a szerződés szerinti és a ténylegesen megtérült teljes devizakintlevőség különbségének egy K korlát alatt kell maradnia. Ha ez nem teljesül, akkor a szerződés szerinti teljes devizakintlevőség már nem térülhet meg.

4. Az ideiglenes immobilitás mérőszámára bevezethetjük az

$$\eta = \frac{T_1 - T}{T_1} = 1 - \frac{T}{T_1}$$

mennyiséget. Nyilvánvalóan $0 < \eta < 1$; és minél kisebb a T/T_1 arány, annál nagyobb az η és annál erősebb a folyamat immobilitása.

*

A jelen cikkben ismertetett modell megfogalmazásánál szem előtt tartottuk, hogy az elemző módszerek széles körben alkalmazhatóak legyenek, és hogy a matematikai apparátus ne adjon bonyolultabb feladatot, mint amelyet viszonylag egyszerű számítógépekkel el lehet végezni. A téma időszerűsége egyben

felveti azt az igényt, hogy mielőbb össze kell hangolni a népgazdasági és a vállalati érdeket a devizakintlevőségek viszonylagos és tényleges csökkentése érdekében. Ezért a pénzintézeteknek — elsősorban a Magyar Nemzeti Banknak — fokozottabb figyelemmel kell kísérniök a vállalati kötésekben a fizetési feltételeket, hogy azokat a népgazdaság érdekei szerint befolyásolhassák. Ezen túlmenően a vállalatoknak szorgalmazniok kell a kintlevőségek időbeni behajtását, és jogi eszközökkel is biztosítaniok a késedelmes és a behajthatatlan követelések rendezését.

A cél elérése érdekében rendszeresen figyelemmel kell kísérni a devizakintlevőségek állományának alakulását, a forgalmi folyamatok lebonyolítását a devizakövetelés keletkezésétől egészen a pénzügyi kiegyenlítésig. Ennek érdekében a cikkben javasolt megfigyelésű és elemző módszereket — beleértve az általunk megadott modellt is — fel kellene használni a vizsgálatoknál és a következtetések levonásánál. Mind népgazdasági, mind vállalati szinten el kellene érni, hogy a devizakintlevőségek mobilitása a jelenlegihez képest jelentősen javuljon, és ezáltal jobb legyen a népgazdaság likviditása is. A devizafutamidők rövidítése népgazdasági megtakarítást eredményez, mert csökkenti a külfölddel szembeni hiteligényt és a kamatteher miatti veszteségeket.

Az eddigiekben ismertetett módszer nagy előnye, hogy rendkívül egyszerű, gyakorlatilag könnyen alkalmazható, hátránya viszont, hogy nem veszi figyelembe a fellépő véletlen jelenségeket. Ezért az alábbiakban *Malinvaud* [5] alapján röviden ismertetünk egy sztochasztikus modellt is, melyre a működőképesség 2. tétele értelemszerűen alkalmazható. Ennek lényege, hogy a devizamegtérülés $[0, T]$ intervallumon felvett ismert értékeiből kiindulva matematikai-statisztikai módszerrel megkíséreljük a megtérülés értékeit a $t > T$ tartományba előre jelezni.

Azzal a feltételezéssel élünk, hogy a tényleges megtérülés időszora egy olyan stacionárius folyamatot reprezentál, melynek létezik az autoregresszív reprezentációja, azaz fennáll az

$$(19) \quad x(t) - \bar{x} = \sum_{i=1}^k \gamma_i [x(t-i) - \bar{x}] + \omega(t)$$

összefüggés úgy, hogy a (19)-hez tartozó

$$(20) \quad y(t) = \sum_{i=1}^k \gamma_i y(t-i) = 0, \quad y(t) = x(t) - \bar{x}$$

homogén differenciaegyenlet karakterisztikus egyenletének valamennyi gyöke egynél kisebb abszolút értékű. Fentiekben \bar{x} az $x(t)$ átlaggal becsült várható értékét jelöli és $\omega(t)$ véletlen stacioner folyamat, melynek változói függetlenek, egyenlő eloszlásúak nulla várható értékkel.

Először meg kell határozni a folyamat tapasztalati korrelogramját, mely az ún. autokorrelációs együtthatók sorozatát adja meg. Ezek definíciója (lásd [5]):

$$(21) \quad r(\theta) = \frac{T \sum_{t=1}^{T-\theta} (x(t) - \bar{x})(x(t+\theta) - \bar{x})}{(T-\theta) \sum_{t=1}^T (x(t) - \bar{x})^2}, \quad \theta = 1, 2, \dots,$$

Az $x(t)$ $[0, T]$ intervallumon felvett értékeinek \bar{x} átlagát meghatározva az autokorrelációs együtthatók közvetlenül kiszámíthatók. A korrelogramból leolvashatjuk, hogy mely időszakokhoz tartozó γ_i együtthatókat kívánunk (19)-ben tekintetbe venni: azokat, melyek olyan időeltolódásokhoz tartoznak, ahol szoros az autokorreláció. A k értékét nem érdemes túl nagyra választani, nehogy a számítások hosszadalmasak legyenek. A γ_i együtthatókat a legkisebb négyzetek módszerével becsülve az alábbi normál egyenletrendszerre jutunk:

$$(22) \quad \mathbf{A}\gamma = r,$$

ahol γ az ismeretlen vektor, komponensei $(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k)$ a keresett együtthatók becslései, r az autokorrelációvektor, komponensei a tapasztalati korrelogramból kiolvasott $r(1), r(2), \dots, r(k)$ értékek. Az \mathbf{A} mátrix szimmetrikus, főátlójában csupa 1-es van, sémája az alábbi:

$$\begin{array}{cccccc} 1 & r(1) & r(2) & r(3) & \dots & r(k-1) \\ & 1 & r(1) & r(2) & \dots & r(k-2) \\ & & 1 & r(1) & \dots & r(k-3) \\ & & & 1 & \dots & \cdot \\ & & & & \dots & \cdot \\ & & & & & 1 \end{array}$$

A (22) egyenletrendszerből a $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k$ együtthatók becsült értékei kiszámíthatók. (Megjegyezzük, hogy a félreértés veszélye nélkül az elméleti együtthatókat és azok becsléseit ugyanúgy jelöljük.)

Ezután a (20) differenciaegyenlet közvetlenül felhasználható a $t > T$ tartományban való előrejelzésre. A $[0, T]$ bázisintervallumon felvett kezdeti értékek alapján a megoldás a cikkben ismertetett módszerrel explicit felírható a $t > T$ tartományban. Könnyen belátható, hogy a 2. tétellel analóg tétel fogalmazható meg az előrejelzett értékek ismeretében. Az előrejelzés hibája is meghatározható, ennek ismertetésébe nem kívánunk belemenni.

(Beérkezett: 1983 április 5-én)

IRODALOM

1. KOVÁCS, K.—SÁRI, J.: *Mobilitás, likviditás, diszponibilitás*. Budapest, 1977. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
2. SZALAY, GY.: Lejárt követelések; devizabevételekre várva *Figyelő*, XXVII. évf. 3. sz. 1983. január 20.
3. BUTZER, P. L.—SCHULTE, H.: *Ein Operatorenkalkül zur Lösung gewöhnlicher und partieller Differenzgleichungssysteme von Funktionen diskreter Veränderlicher und seine Anwendungen*. Köln und Opladen, 1965. Westdeutscher Verlag.
4. JURY, E.: *Theory and Application of the z-Transform Method*. New York, 1964. Wiley and Sons.
5. MALINVAUD, E.: *Az ökonometria statisztikai módszerei*. Budapest, 1974. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.

A DETERMINISTIC MODEL OF THE RETURNS OF FOREIGN EXCHANGE OUTSTANDINGS

The national economic plan considers the improvement of external equilibrium of the country as the main objective of economic work in the present period. In the interest of this exportability of production should be considerably improved, inputs diminished and efficiency increased. From the *financial side*, however, it is not enough only to produce

and sell goods on external markets, but at least as important equilibrium condition is that foreign exchange countervalue be paid in due time and outstandings come in as fixed in contracts. *Export outstandings* form an integral part of the foreign exchange stock of the country; practically they are equivalent with mobile stocks. It results from this property that foreign exchange outstanding asset is a real material value, therefore, a *faster velocity of circulation* may bring about savings for the national economy; the faster return of export outstandings may contribute to the improvement of external equilibrium, liquidity and solvency of the country.

Following these general statements the authors define the notion of mobility and liquidity, then discuss international and domestic reasons for irregularities of payment, risk factors and the mode of payment as a determinant factor. Beside the circulation speed they stress the importance of structural composition. Special importance is attributed to three dates: the day when the outstanding debt began, the day of payment fixed in the contract and the day of actual payment. A dynamic model of the returns of foreign exchange outstandings is presented in the second part. Here the authors distinguish mobile, temporarily immobile and finally immobile assets, and define viability constraints of the model connected with these notions.

ДЕТЕРМИНАНТНАЯ МОДЕЛЬ ВОЗМЕЩЕНИЯ ВАЛЮТНЫХ ДЕБИТОРСКИХ ЗАДОЛЖЕННОСТЕЙ

Как основную цель хозяйственной деятельности в настоящее время народнохозяйственный план определяет улучшение внешнеэкономической сбалансированности. Для этого необходимо постоянно улучшать экспортную способность производства, снижать затраты и повышать эффективность. Однако с *финансовой точки зрения* мало произвести и продать товары на внешних рынках, по крайней мере таким же важным условием равновесия является своевременное поступление стоимости экспорта в валюте и покрытие дебиторских задолженностей в определенные договором сроки. *Дебиторские валютные задолженности* являются органической частью валютных запасов страны, по существу они однозначны оборотной части запасов. Из этой их существенной особенности следует, что дебиторские валютные задолженности представляют реальную материальную ценность и поэтому *повышение скорости их оборота* ведет к экономии в народном хозяйстве. Быстрое возмещение экспортных задолженностей может способствовать улучшению внешнего равновесия и улучшению *ликвидности* и платежеспособности экономики страны.

Затем авторы дают определение понятий мобильности и ликвидности и подробно рассматривают международные и внутренние причины платежных нарушений, факторы риска и способы оплаты как один из определяющих факторов. Они вносят предложение по наблюдению и анализу процессов валютного обращения и образования валютных запасов. Наряду с показателем скорости оборота они придают большое значение лучше выражающему мобильность средств структурному составу как с точки зрения срока платежа, так и оплаты. Особое значение они придают трем конкретным временным моментам: возникновение задолженности, определенный договором срок выплаты и фактический срок выплаты. Рассмотрев анализ мобильности с экономической точки зрения и банковской техники, авторы дают динамичную модель возмещения валютных задолженностей, в которой они оперируют понятиями мобильный, временно и окончательно иммобильный, показывая и определяя условия и ограничения функционирования модели связанные с этими понятиями.