Kornai János—Simonovits András

Beruházás, hatékonyság és hiány: egy makronövekedési modell*

1. Bevezetés

Témaválasztásunkat a kelet-európai szocialista országok jelenlegi gazdasági nehézségei inspirálták. A következő folyamatok közti összefüggéseket szeretnénk leírni: (i) A hiány intenzitása az említett országok egyikében sem csökken lényegesen, sőt egyes országokban jelentősen fokozódik. (ii) Mind a termelés, mind a beruházás hatékonysága több országban fokozatosan romlik. (iii) Jelentősen lassul, esetenként megáll a beruházások, a termelés és a fogyasztás növekedése. (iv) Egyes szocialista országokban a kapacitások bővítési ütemét a beruházási hányad fokozatos emelésével próbálják fenntartani — akár a fogyasztás korlátozása, akár a hiány kiélezése árán.

A felsorolt jelenségek nyilvánvalóan összefüggnek egymással. Például csökkenő beruházási hatékonyság állandó beruházási hányad mellett csökkenő növekedési ütemet okoz a kapacitásoknál, s ezt a beruházási hányad emelése is csak részben tudja ellensúlyozni; sőt a túlberuházás által okozott fokozódó hiány tovább rontja a beruházási hatékonyságot.

Tanulmányunkkal szeretnénk összekapcsolni a közgazdasági irodalom két régióját. Az egyik régió: a *növekedéselmélet*, amelynek hagyományos témája a beruházási hányad, a beruházási hatékonyság és a növekedési ütem összefüggéseinek vizsgálata.[1] Kimutatható (bár ezt mi cikkünkben a terjedelem korlátai miatt nem tehetjük meg), hogy a növekedéselmélet egyes klasszikus tételei megfogalmazhatóak saját modellünk keretei között is, annak alkalmas specifikálása esetén. A másik régió: *a szocialista gazdaság leíró elmélete*, pontosabban: annak az a változata, amelyet Magyarországon dolgoztak ki, s amelynek összefoglaló munkája *Kornai* „A hiány" c. könyve (1980). Ennek az elméleti irányzatnak a keretében már tettünk kísérletet a szocialista gazdaság makrodinamikájának modellezésére [lásd *Kornai* (1982) és *Kornai—Simonovits* (1982)].[2] A jelen dolgozat közvetlen folytatása e két tanulmánynak; az

* Köszönettel tartozunk hasznos megjegyzéseikért V. *Benacek*nek, *Halpern* Lászlónak, *Körösi* Gábornak, *Martos* Bélának, *Molnár* Györgynek, *Rimler* Juditnak és J. W. *Weibull*nak a tanulmány első fogalmazványához fűzött értékes megjegyzéseikért.

[1] Áttekintő összefoglalását lásd például *Hahn—Matthews* (1964) cikkében vagy Sen bevezetőjében az általa szerkesztett *Sen* (1970) kötethez. A szocialista gazdaság növekedéselméleti elemzésének klasszikus modellje *Kalecki* (1972). Kísérletek történtek a hagyományos növekedéselmélet és a disequilibrium-elmélet összekapcsolására. (Lásd *Henin—Michel* (1982)). Saját megközelítésünk némi rokonságot mutat ezzel a francia kutatási irányzattal. A készletek szerepét hangsúlyozza a disequilibrium-elméletben *Honkapohja* és *Ito* (1980), a beruházásokét *Malinvaud* (1980). A disequilibrium-elmélet és a szocialista gazdaságok kapcsolatával foglalkozó statikus modellek közül megemlítjük *Portes* (1981)-et.

[2] A magyar irodalomból a fent említett munkákon kívül elsősorban a következő művek adtak támpontokat a jelen tanulmányhoz: *Kornai—Martos* (1981): az árjelzések nélküli

elméleti háttér részletesebb megismerése végett a korábbi munkához utaljuk az olvasót. Dolgozatunk azonban több vonatkozásban különbözik a szóbanforgó két tanulmánytól. Egyfelől meglehetősen leegyszerűsítjük a korábbi modellt: eltekintünk a folyamatok késleltetéseitől és egzogénnek vesszük a fogyasztási hányadot. Másfelől viszont előrehaladásról számolhatunk be. Megszabadulva a korábbi modell Neumann-típusú feltevéseitől, sikerült olyan modellt kialakítani, amelyben a termelés, a beruházás és a fogyasztás növekedési üteme nemcsak rövidtávon, hanem hosszútávon is eltérhet egymástól. A korábbi modell mesterkélt additív hiányindexe helyett a könnyebben értelmezhető multiplikatív mutatóval dolgozunk. Általában elmondhatjuk: új modellünk analitikusan jobban kezelhető, mint a régi.

Tanulmányunk a tiszta elmélet keretei között marad. Nem foglalkozunk azzal, hogy ökonometriai elemzés céljaira milyen módosításokat kell végrehajtani a modellen.

A tanulmány 2. fejezetében ismertetjük a modellt és a feltevéseket. A 3. fejezet a stacionárius pálya stabilitási és működőképességi tulajdonságait elemzi. A 4. fejezet olyan növekedési pályákat elemez, amelyeken a romló beruházási és termelési hatékonyság miatt lassul a kapacitások növekedési üteme. A segédtételek matematikai bizonyítását a Függelék tartalmazza.

2. A modell

2.1. *Alapfeltevések*

Előrebocsátjuk az alapfeltevéseket; a további speciális feltevéseket a modell leírása és elemzése során ismertetjük.

1. Egyetlen homogén makrotermék van.
2. Az árak rögzítve vannak. Az aggregálást e rögzített árakon végezzük.
3. A pénznek nincs explicit szerepe.
4. A fogyasztási hányad egzogén módon adva van.
5. Az egyetlen termelési tényező a kapacitás, melyet beruházás hoz létre. A munkának nincs explicit szerepe. A technikai haladással explicite nem foglalkozunk.
6. Kizárólag raktározható termékekkel foglalkozunk.
7. Nincsenek időbeli késleltetések a reál-, illetve a szabályozási folyamatokban.
8. A gazdaság zárt, nincs külkereskedelem.
9. Az idő folytonos változó és a modell paraméterei folytonosan differenciálható függvények.

A fenti feltevések – különösen a 4. és 8. számúak – lehetővé teszik, hogy aránylag egyszerű és áttekinthető összefüggéseket mutathassunk be. A fogyasztás és a külkereskedelem endogén kezelése elvégezhető; kezünkben vannak azok az elemzések, amelyekben ezt meg is tettük. Ismertetésük azonban feleslegesen megterhelné az első expozíciót. Emellett kívánatos is, hogy a

---

szabályozás modellezése; *Bauer* (1981): a szocialista országokban megfigyelhető beruházási ciklus elmélete és tényanyaga; *Lackó* (1980): a beruházási folyamat ökonometriai vizsgálata.

probléma vizsgálatát olyan modellel kezdjük, amely a beruházási folyamatra összpontosítja a figyelmet, mert itt van a szocialista gazdaság működésében és növekedésében mutatkozó szabályosságok magyarázatának a magva.

2.2. *Változók*[3]

A rövidség kedvéért a t argumentumot elhagyjuk.

V = *készlet.* Előző dolgozatainktól eltérően csak a termelő outputkészleteit szerepeltetjük változóként, s eltekintünk attól, hogy a termelő és a fogyasztó inputkészleteit külön változóként írjuk le.

X = (brutto) *termelés.*

K = *kapacitás.* A korábban felhalmozott állótőke és inputkészlet segítségével „elméletileg" elérhető maximális termelés, amelyet azonban a valóságos termelés még a csúcspontokon sem ér el.

H = *fogyasztás.*

I = *beruházás.* Az állótőke és a termelői inputkészlet nettó növekményét biztosító felhalmozást tekintjük beruházásnak. E ráfordítások késleltetés nélkül hozzájárulnak a kapacitás növekedéséhez.

B = *kapacitásnövekmény.*

A = *termelői felhasználás.* Magában foglalja a pótló beruházásokat.

Az eddig felsorolt hét változó szokványos kardinális mutatószám, amely a „homogén makrotermék" volumenében mérődik. Eltér tőlük a következő mutatószám, amely ordinális jellegű.

Z = *a hiány foka.* Értéke annál nagyobb, minél nagyobb a hiány. Magyarázatára később térünk vissza.

2.3. *A modell egyenletei*

Mérlegegyenletek

Definíció szerint teljesülnek a következő — differenciálegyenletként megfogalmazott — mérlegegyenletek:

Készletváltozás:

$$\dot{V} = X - A - I - H \tag{1}$$

Kapacitásváltozás:

$$\dot{K} = B \tag{2}$$

A változók hányadosai

Modellünkben fontos szerepet játszanak majd a változók bizonyos hányadosai. Egyelőre nevüket és képletüket soroljuk föl:

Készlet forgási sebessége:

$$v = X/V \tag{3}$$

[3] *Jelölési elveink* a következők. A modell *abszolút* változóit latin nagybetűvel, megfelelő *relatív* változóit pedig ugyanazon latin kisbetűvel jelöljük. A *hiánymentes rendszer* (időben változó) paramétereit ~ jellel különböztetjük meg a *tényleges* rendszer paramétereitől. Az *állandókat* (pl. a hiány szerinti rugalmasságokat) általában görög kisbetűvel jelöljük, kivételt képeznek a normával rendelkező változók *normái* és szélsőértékei; ezeket — noha szintén állandók — csillaggal, illetve alsó indexszel különböztetjük meg latin kisbetűs megfelelőjüktől.

Kapacitás kihasználása:

$$k = X/K \tag{4}$$

Ráfordítási együttható:

$$a = A/X \tag{5}$$

Beruházási hatékonyság:

$$b = B/I \tag{6}$$

Beruházási hányad:

$$i = I/X \tag{7}$$

Fogyasztási hányad:

$$h = H/X \tag{8}$$

A hagyományos *lineáris* növekedési modellekben a most bevezetett hányadosokról fölteszik, hogy kívülről (egzogén módon) meghatározott *állandók*. Ebben a dolgozatban a szóbanforgó hányadosok időben változnak és bizonyos összefüggések érvényesülnek egyes változók között. Ezek leírásához azonban először ismernünk kell a hiány fokát meghatározó egyenletet.

A hiány foka

A „hiány" szóhasználatunkban egy széles jelenségcsoportra utal, amely milliónyi elemi mikroeseményből tevődik össze: a vevők nem képesek kielégíteni eredeti konkrét keresletük egy részét, megpróbálkoznak kereséssel, hogy megtalálják a kívánt árut, vagy kényszerhelyettesítést hajtanak végre, vagy későbbre halasztják a vásárlást. Ezeknek az elemi eseményeknek a gyakoriságát és súlyosságát reprezentáljuk – a makroelemzés keretei között – egy szintétikus hiányindex-szel.[4] A most következő egyenlet azt írja le, hogy *mitől függ Z*, a hiány foka, míg az utána következő három egyenlet azt fogja megvilágítani, mi a hiány *hatása* a modell többi változójára.

A krónikus hiánygazdaságban mutatkozó hiány teljes magyarázatát sok tagból álló összetett oksági láncolat adná meg. [Lásd *Kornai* (1980)]. Ebben az egyszerű növekedési modellben csupán az oksági láncolat utolsó tagjaival foglalkozunk (illetve még ezeknek is csupán egy részével). Feltesszük, hogy a hiány annál intezívebb, minél nagyobb a készlet forgási sebessége és minél feszítettebb a kapacitás kihasználása, azaz minél gyakoribb, hogy a termelés a kapacitás konkrét mikro-korlátaiba a géppark vagy az anyagellátás szűk keresztmetszeteibe ütközik. Ennek az összefüggésnek a bemutatására elegendő lenne egy általános $Z(k, v)$ függvényt megadnunk, amely mindkét argumentumában növekvő. Célszerűbbnek tartottunk azonban, hogy ehelyett a $Z(k, v)$ függvény egy speciális alakját válasszuk:

$$Z = \left[1 - \left(\frac{k}{k_m}\right)^{\sigma}\right]^{-\zeta} \left[1 - \left(\frac{v}{v_m}\right)^{\tau}\right]^{\zeta - 1}, \quad \text{ahol } \zeta < 1; \tag{9}$$

[4] A *Z ordinális* index, a „hiány foka" rokonságban áll, de nem azonos a standard elméletben használatos *kardinális* jellegű aggregált túlkereslet fogalmával. Terjedelmi korlátok miatt nem vállalkozhatunk arra, hogy itt kifejtsük: miért részesítjük előnyben ezt az indexet a szokványos aggregált túlkereslettel szemben. Ugyancsak nem foglalkozhatunk Z mérésének problémáival. (Lásd ezekről a kérdésekről *Kornai* (1982), 20–32, 41–46 és 152–155).

ahol k_m a kapacitáskihasználás és v_m a készlet forgási sebességének *maximális* megengedett értéke, σ és τ pozitív állandók. Z minimális értéke 1, ami $k = 0 = v$-nél valósul meg.[5] Z maximális értéke ∞, ami $k = k_m$ vagy $v = v_m$ fennállásakor valósul meg. Minél nagyobb a ζ, annál inkább függ a hiány foka a kapacitáskihasználtságtól és annál kevésbé függ a készletek forgási sebességétől. Minél nagyobb a σ, annál gyorsabban nő a hiány foka a kapacitáskihasználás növekedésekor; minél nagyobb a τ, annál gyorsabban nő a hiány foka a forgási sebesség növekedésekor.

A rendszer *működőképességét* a következőképpen definiáljuk:

$$0 < v < v_m \text{ és } 0 < k < k_m.$$

Megjegyzések. A (9) függvény specifikációjának megválasztásakor két szempont vezetett bennünket. Egyrészt: ez könnyen kezelhető forma. Másrészt: „Cobb—Douglas-szerű" alakja ismerős és jól értelmezhető a közgazdász számára. A (9) formula jól tükrözi az okozati összefüggést abban a helyzetben, amikor egyszerre áll fenn az outputkészlet nagy forgási sebessége *és* a szűk keresztmetszetekbe gyakran beleütköző magas kapacitáskihasználás (utóbbi a feszített outputtervek és „rohammunkák" következtében). Viszont a formulának van egy lényeges fogyatékossága. A krónikus hiány körülményei között rendszeresen megtörténik, hogy éppen mert valamelyik erőforrás szűk keresztmetszetnek bizonyul, a többi komplementer erőforrás kihasználása nem teljes, s ezért az összes erőforrás együttes átlagos kihasználása alacsony. Ez a jelenség csupán dezaggregált modellben írható le kielégítően. A mi determinisztikus aggregált modellünkben a kapacitás magasfokú kihasználása tulajdonképpen azt a sztochasztikus mikroszintű jelenséget fejezi ki, hogy a termelésben gyakori a szűk keresztmetszetekbe ütközés és ez szélesen tovagyűrűző hatással jár.

Hasonlóan kirekesztjük elemzésünkből a makrováltozókon belül meglevő *strukturális* vonatkozásokat; pl. azonos készletforgási sebesség egészen különböző hiányhelyzeteket takarhat.

A hiány reálhatása

Míg az előzőkben a hiányt az erőforrások feszített kihasználtságával magyaráztuk; most a fordított hatásirányt írjuk le: a fokozott hiányt tesszük felelőssé az erőforrások rossz hatékonyságú kihasználásáért.

Képzeljünk el először egy *hiánymentes rendszert*, ahol az időben általában változó *anyagráfordítási együttható* $\tilde{a}$ és a *beruházási hatékonyság* $\tilde{b}(i)$ értékű volna. Egyelőre nem foglalkozunk a szóbanforgó időfüggvények tulajdonságaival, csak annyit jegyzünk meg, hogy a beruházási hatékonyság csökkenő függvénye a beruházási hányadnak az $\tilde{a}$ és a $\tilde{b}(i)$ paramétereket egzogén időfüggvényeknek tekintjük.

Modellünkben azonban a *tényleges* ráfordítási együttható és beruházási hatékonyság szerepel. Föltesszük, hogy a ráfordítási együttható növekvő, a beruházási hatékonyság csökkenő függvénye a hiány fokának. Valóban, a

[5] Elméletileg helyesebb volna úgy módosítani a Z függvény (9) alakját, hogy pozitív v-re és k-ra legyen $Z = 1$. Egyébként a σ és τ paraméterek megfelelő választása lehetővé teszi, hogy már valódi v-k és k-k esetén is Z közelítőleg 1 legyen. Numerikus számításainkban ilyen paraméterek szerepelnek.

hiány okozta kényszerhelyettesítés minőségromláshoz és anyagpazarláshoz vezet, a túlhajszolt beruházási tevékenység a megvalósítás gyakori fennakadását, az üzembe helyezések elhúzódását idézi elő, ez viszont gyakran párosul költségtúllépéssel és a tervezett hatékonyságtól való elmaradással. A továbbiakban $\tilde{a}$-t *minimális* ráfordítási együtthatónak, $\tilde{b}$-t *maximális* beruházási hatékonyságnak nevezzük. A hiány hatékonyságrontó hatását *állandó rugalmasságú* függvényekkel írjuk le. A hiány fokának 1%-os növekedése α%-kal növeli a ráfordítási együtthatót és β%-kal csökkenti a beruházási hatékonyságot. Képletben:

$$a = \tilde{a}Z^{\alpha} \tag{10}$$

és

$$b = \tilde{b}(i)Z^{-\beta} \tag{11}$$

Speciálisan föltesszük, hogy a maximális beruházáshatékonyságnak a beruházási hányad szerinti rugalmassága is állandó:

$$\tilde{b}(i) = \tilde{c}i^{-\omega}, \tag{12}$$

ahol $\omega < 1$ és $\tilde{c}$ egzogén időfüggvény.

Megjegyzés. A (11) – (12) függvény mögött rejlő közgazdasági gondolat némileg rokon *Branko Horvat* (1958), (1968) megfigyelésével: a beruházás túlhajszolása csökkenti a hatékonyságot. Hasonlóképpen rokonság mutatható ki a beruházások csökkenő határhatékonyságát feltételező neoklasszikus növekedési modellekkel.[6] Az eltérés főként abban van – formai különbségektől eltekintve, – hogy mi explicit módon elsősorban a gazdaság makroállapotával, „kihasználtságával", „feszítettségével" hozzuk összefüggésbe a beruházás hatékonyságát. *Emellett* modellünk figyelembe veszi azt *is*, hogy a beruházási hatékonyság függhet a beruházási hányadtól.

Méginkább újdonságnak tekinthető a (10) függvény. A folyó inputráfordítás függvényét szinte minden növekedési modell egzogén adottságnak tekinti. Itt viszont endogén módon függ a gazdaság makroállapotától, a hiány fokától.

A hiány szabályozási hatása

Eddig a hiány reálhatásával foglalkoztunk, most rátérünk a hiány szabályozási hatására.

A *beruházási hányad* alakulását két tényezővel magyarázzuk. Kiindulunk egy egzogén adott, de időben változó $\bar{i}$ maximális beruházási hányadból, amelyet a gazdaság akkor valósítana meg, ha nem lenne hiány. A tényleges gazdaságban azonban hiánnyal találkozik a döntéshozó, és kénytelen-kelletlen csökkenti a beruházási hányadot. (Vigyázat, modellünkben $\bar{i}$ nem a tervezett beruházási hányad, amely esetleg túlteljesíthető. Modellünkben $\bar{i}$ a beruházási hányad felső határa, amelytől a gazdaság mindig kénytelen lefelé eltérni.)

[6] A növekedéselméleti irodalomban a következő alternatív feltevések ismeretesek A Harrod–*Domar* modellben $\omega = 0$, amennyiben a növekedési ütem kisebb a „természetes"-nél. A neoklasszikus növekedési modellben (pl. *Phelps* (1961)) $\omega = 1$. Megemlítjük, hogy *Eltis* (1963) egy $\tilde{b}(i) = \tilde{c}_0 + \tilde{c}_1 i$ alakú függvényt választott. (Az említett szerzők mindegyike időben állandó beruházási hatékonysággal dolgozott.)

Itt is hatványfüggvénnyel írjuk le a tényleges beruházási hányad alakulását. A hiány 1%-os növekedése ι%-kal csökkenti a beruházási hányadot:

$$i = \tilde{\imath} Z^{\iota} \tag{13}$$

Rátérve a *kapacitáskihasználás* leírására, mindenekelőtt megjegyezzük, hogy most kényelmetlen volna a Z mutatót szabályozási jelként használni, hiszen Z is függ k-tól, azaz implicit egyenlethez jutnánk. Ezért a következő összefüggés számbavételére szorítkozunk: a folyó termelés szabályozása készletjelzés alapján megy végbe. Ha a készlet forgási sebessége a *normájához* képest megnő (ami egymagában is a hiány-intenzitás növekedését jelzi), akkor a termelést és vele együtt a kapacitáskihasználást a normájához képest növelni kell és *vice versa*.[7]

Legyen k^* és v^* a kapacitás kihasználásának, illetve a készlet forgási sebességének időben változatlan *normája*. Feltesszük, hogy a tényleges kapacitáskihasználás arányos saját normájával és a forgási sebesség minden 1%-nyi többlete saját normájához képest $\varkappa$ %-kal növeli a tényleges kihasználást:

$$k = k^* \left(\frac{v}{v^*} \right)^{\varkappa}, \quad \text{ahol} \quad \varkappa < 1. \tag{14}$$

Megjegyzés: A $\varkappa \geq 1$ esetet azért kell kizárni, mert $\varkappa > 1$ esetén az abszolút változókra vonatkozó $X = X(K, V)$ termelési szabály nagyobb készlethez nagyobb termelést rendelne; a $\varkappa = 1$ esetben pedig a termelési szabály nincs is definiálva.[8]

Végül feltesszük, hogy a *fogyasztási hányad* tényleges értéke megegyezik a hiánymentes rendszerével; mely utóbbi szintén egzogén adott függvény:

$$h = \tilde{h}. \tag{15}$$

Összefoglalva a modell egyenleteit:

$$a = \tilde{a} Z^{\alpha},\ b = \tilde{c} Z^{-\beta - \iota\omega}\, \tilde{\imath}^{-\omega},\ i = \tilde{\imath} Z^{-\iota},\ k = k^*(v/v^*)^{\varkappa},\ h = \tilde{h}, \tag{16}$$

ahol

$$Z(v) = \left[1 - \left(\frac{k^* v^{\varkappa}}{k_m v^{*\varkappa}} \right)^{\tau} \right]^{-\zeta} \left[1 - \left(\frac{v}{v_m} \right)^{\tau} \right]^{\zeta - 1} \tag{17}$$

2.4. *Alapegyenlet*

A modell elemzését megkönnyítjük azzal, hogy a változók közül kiemelünk egy *fő változót* és megfogalmazzuk a rávonatkozó differenciálegyenletet, amelyet *alapegyenletnek* nevezünk. Mint látni fogjuk, igazolható: ha egyértelműen meghatároztuk a fő változó pályáját, akkor – az eredeti egyenletrendszer felhasználásával – egyértelműen meghatározható a többi eredeti változó pályája is.

[7] Ez – a jelen nem-lineáris modell keretei között – rokon a *Kornai–Martos* (1981) kötetben szereplő lineáris készletjelzéses modellek szabályozási elvével.

[8] Nyilvánvaló, hogy a (14) szabály a legnagyobb kapacitáskihasználást a legnagyobb készletforgási sebességhez, v_m-hez rendeli. Természetesen előfordulhat, hogy az így kapott kapacitáskihasználás, $k^*(v_m/v^*)$- nagyobb mint a maximálisan megengedett kapacitáskihasználás. k_m. Ilyenkor módosítani kell a v korlátját v_m-ről $v_k = v^*(k_m/k^*)^{1/k}$-ra. A továbbiakban feltesszük, hogy $v_k \geq v_m$, tehát v_m marad a felső korlát.

Kényelmi szempontból a készlet forgási sebességét, v-t választottuk fő változónak (bár választhattunk volna más változót is erre a célra a modell eredeti változói közül).

Mindenekelőtt a kapacitásnövekedési *ütemet* kell meghatároznunk. *Harrod* (1939) és *Domar* (1946) képletéhez hasonlóan teljesül a következő azonosság: a kapacitásnövekedési ütem = kapacitáskihasználás szorozva beruházási hatékonyság szorozva beruházási hányad. A hiánymentes és a tényleges rendszer kapacitásnövekedési ütemét jelöljük $\tilde{r}$-mal, ill. r-rel és írjuk föl képletünket matematikai alakban:

$$\tilde{r} = k^*\tilde{b}(\tilde{\imath})\tilde{\imath} \text{ és } r = kb(i)i. \tag{18}$$

A két növekedési ütem közti összefüggés a következő:

$$r = \tilde{r}z^{-\beta-\iota\vartheta}\left(\frac{v}{v^*}\right)^{\varkappa}, \ \tilde{r} = k^*\tilde{c}\tilde{\imath}^{\vartheta}, \ \vartheta = 1 - \omega. \tag{19}$$

Rátérünk az alapegyenlet ismertetésére:

$$\dot{v} = \frac{v^2}{1-\varkappa}[\tilde{h} - g(v)], \tag{20}$$

ahol

$$g(v) = 1 - \tilde{a}Z(v)^{\alpha} - \tilde{\imath}Z(v)^{-\iota} - \tilde{r}Z(v)^{-\beta-\iota\vartheta}v^{\varkappa-1}(v^*)^{\varkappa}. \tag{21}$$

1. *segédtétel.* A (20) differenciálegyenlet egyértelműen megoldható a $(0, v_m)$ intervallumban

2. *segédtétel.* Az eredeti modell megoldása létezik és egyértelmű, továbbá egyértelműen meghatározható az alapegyenlet megoldásából.

Mindkét segédtétel bizonyítását a Függelék közli.

3. Stabilitás és működőképesség

Ebben a fejezetben az alapegyenletet tanulmányozzuk. Az így kapott eredmények könnyen átvihetők az eredeti modellre.

A dinamikai vizsgálatokban központi szerepet játszik a *stacionárius pont*, amelyből indítva dinamikus rendszerünket a rendszer a stacionárius pontban marad. Képletben:

$$v_0 = \bar{v} \text{ mellett } v(t) = \bar{v} \text{ minden } t\text{-re.} \tag{22}$$

A (20) értelmében a stacionárius pont(ok) azonos(ak) a

$$g(v) = \tilde{h} \tag{23}$$

egyenlet gyöke(i)vel, amikor is $\dot{v} = 0$.

Megjegyzés. Felhívjuk az Olvasó figyelmét arra, hogy a stacionárius ponthoz tartozó eredeti változók távolról sem állandóak; sőt még a növekedési ütemek is változóktól és időpontoktól függően változhatnak. Mindössze a készlet forgási sebességének, illetve a hiány fokának kell időben állandónak lennie. A stacionárius pont sajátos nem-walrasi dinamikus egyensúly: a rendszer olyan állapota, amelyben a hiánymentes walrasi állapottól való eltérés ,,foka'' állandósult, krónikus ,,normál'' hiány áll fenn. A továbbiakban azt a pályát, amely kielégíti a (23) feltételt, azaz mindvégig a stacionárius pontban marad, *állandó hiányú* pályának nevezzük.

3.1. *Időben változatlan paraméterű rendszer*

Elöljáróban célszerű lesz az *időben változatlan paraméterű* rendszereket vizsgálni, ahol

$$\tilde{a}(t) = \tilde{a},\ \tilde{\imath}(t) = \tilde{\imath},\ \tilde{b}(t, i) = \tilde{b} \text{ és } \tilde{h}(t) = \tilde{h}. \qquad (24)$$

A $g(v)$ függvénynek a Függelékben adott elemzéséből kitűnik, hogy létezik a

$$\hat{h} = \max_{v} g(v) \qquad (25)$$

mennyiség, amelyet *kritikus fogyasztási hányadnak* nevezünk. Az elnevezés jogosságát mutatja az a tény, hogy ha a fogyasztási hányad nagyobb mint a kritikus érték, akkor (20) szerint $\dot{v} \geq v^2(\tilde{h} - \hat{h}) > 0$, tehát tetszőleges $v(0)$ induló állapot mellett a rendszer előbb vagy utóbb *működésképtelenné* válik: $v(t_1) = v_m$. Ilyenkor persze nincs *stacionárius állapot.*

Ellenben ha a *fogyasztási hányad kisebb, mint a kritikus érték,* akkor *legalább két* stacionárius állapot létezik, hiszen $g(0) = -\infty = g(v_m)$, tehát a maximumhelytől balra is és jobbra is létezik legalább egy-egy stacionárius állapot.

3. *segédtétel.* A $g(v) = \tilde{h}$ *egyenletnek legfeljebb két gyöke van.* A bizonyítást a Függelék közli.

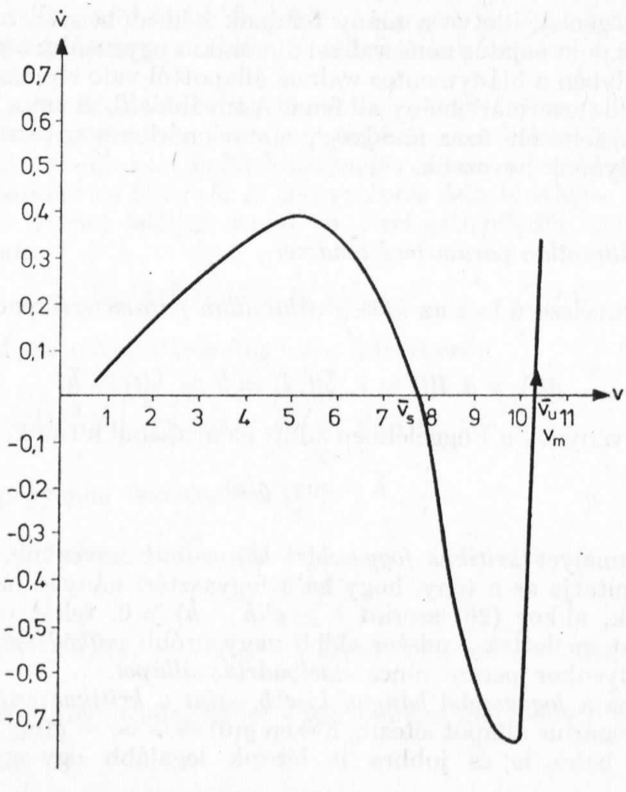
Eddigi megállapításainkból közvetlenül következik az

1. *tétel.* Időben állandó paraméterű rendszerben a stacionárius állapotok száma 0, 1 vagy 2 attól függően, hogy a $\tilde{h}$ fogyasztási hányad nagyobb, egyenlő vagy kisebb a $\hat{h}$ kritikus értéknél.

Megjegyzések. Később világossá váló okokból jelöljük $\bar{v}_s$-sel (stabil), illetve $\bar{v}_u$-val (instabil) a *kisebbik,* illetve a *nagyobbik* stacionárius pontot. Megemlítjük, hogy $\bar{v}_u(v^*)$ *növekvő* függvény, $\bar{v}_s(v^*)$ pedig *csökkenő* függvény. Belátható továbbá, hogy létezik olyan v_u^* és v_s^* számpár, amelyre $\bar{v}_u(v_u^*) = v_u^*$ és $\bar{v}_s(v_s^*) = v_s^*$.

Az 1. ábra[9] a készletforgás gyorsulását a forgási sebesség függvényében ábrázolja a (20) összefüggés alapján. A stacionárius pontok a görbe és az abszcissza tengely metszéspontjai.

[9] Az 1. és a 2. ábra megszerkesztéséhez zömében ugyanazokat az adatokat használtuk fel, mint a 4. fejezetben ismertetésre kerülő szimulációban (lásd még a 10. lábjegyzetet).



1. ábra. A készletforgás gyorsulása a készletforgás függvényében és a két stacionárius állapot

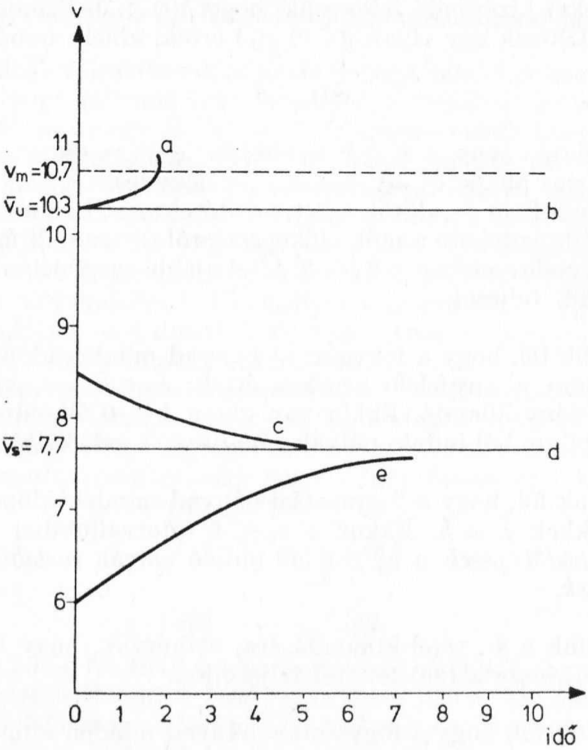
Rátérünk a nem stacionárius állapotokból induló pályák *stabilitásának és működőképességének* a vizsgálatára. Az 1. ábra alapján triviálisan bizonyítható a

2. *tétel.* Időben állandó paraméterű rendszerben teljesüljön $\tilde{h} < \hat{h}$. Ekkor a $v_0 < \bar{v}_u$ intervallumból induló pályák *stabilak* ($\bar{v}_s$-hez tartanak) és *működőképesek*; a $v_0 = \bar{v}_u$-ból induló pálya ($v(t) = \bar{v}_u$ minden t-re) *instabil* és *működőképes*; végül a $\bar{v}_u < v_0 < v_m$ intervallumból induló pályák *instabilak* és *működésképtelenek*. (Lásd a 2. ábrát.)

A 2. tételhez hasonlóan bizonyítható a következő két tétel.

3. *tétel.* Időben állandó paraméterű rendszerben teljesüljön $\tilde{h} = \hat{h}$. Ekkor $\bar{v}_u = \bar{v}_s = \bar{v}$ és a $v_0 \leq \bar{v}$ intervallumból induló pályák *stabilisak* és *működőképesek*, míg a $\bar{v} < v_0 < v_m$ intervallumból induló pályák *instabilak* és *működésképtelenek*.

4. *tétel.* Időben állandó paraméterű rendszerben teljesüljön $\tilde{h} > \hat{h}$. Ekkor *nem létezik stacionárius állapot* és minden pálya *működésképtelen*.



2. *ábra*. Stabil és instabil pályák
Jelölések a = instabil és működésképtelen pálya, b = instabil és működőképes pálya, c, d és e = stabil és működőképes pályák

3.2. *Időben változó paraméterű rendszer*

Rátérünk az *időben változó paraméterű* rendszerek vizsgálatára. Ekkor nem várható, hogy a (23) egyenlet gyökei időben állandóak legyenek. Elméleti szempontból azonban érdemes e kivételes esetet is tanulmányozni. Triviális, de hasznos az

1'. *tétel. A* $\bar{v} < v_m$ állapot akkor és csak akkor *stacionárius állapot*, ha minden t-re teljesül a

$$\bar{h}(t) = g(t, \bar{v}). \tag{26}$$

konzisztencia-feltétel.

Megjegyzések Felvetődik a következő kérdés: Mikor ad a (26) feltétel *stabil* stacionárius állapotot? Mielőtt a kérdésre válaszolunk, be kell vezetni egy jelölést és egy feltevést: Adott $t \geq 0$ mellett a $g(t, v)$ függvény maximumhelye legyen $\hat{v}(t)$. Mellesleg ekkor a kritikus fogyasztási hányad a következőképpen írható fel az időben változó paraméterek esetében:

$$\hat{h}(t) = \max g(t, v) = g[t, \hat{v}(t)].$$

A triviális eseteket kizárandó feltesszük, hogy $\hat{h}(t) > 0$. Kimondjuk a következő feltevést: Létezik egy olyan $\bar{\bar{v}} \in (0, v_m)$ érték, amely minden t-re kisebb mint $\hat{v}(t)$:

$$v(t) > \bar{\bar{v}}. \tag{27}$$

Könnyen belátható, hogy a $\bar{v} \geq \bar{\bar{v}}$ feltétel teljesülése esetén a (26) feltétel *stabilis* stacionárius állapotot ad: $\bar{v} = \bar{v}_s$. Természetesen a (26) feltételt kielégítő $\bar{v}_u(t)$ általában függ az időtől, ezért a 2. tétel most kimondandó párjában csak gyengébb állítás tehető a működőképességről és a stabilitásról. Az időben változó paraméterek esetében a 2. és 3. tétel alábbi megfelelői bizonyíthatók; feltéve, hogy (26) teljesül.

2'. *tétel.* Tegyük föl, hogy a fogyasztási hányad minden időpontban *határozottan kisebb*, mint a megfelelő kritikus érték: $\tilde{h} < \hat{h} - \varepsilon$, ahol $\varepsilon > 0$ egy tetszőlegesen kicsiny állandó. Ekkor van olyan $\delta > 0$ állandó, hogy a $v_0 < \bar{v}_s - \delta$ intervallumból induló pályák *stabilisak és működőképesek.*

3'. *tétel.* Tegyük föl, hogy a fogyasztási hányad minden időpontban *egyenlő* a kritikus értékkel: $\tilde{h} = \hat{h}$. Ekkor a $v_0 \leq \bar{v}$ intervallumból induló pályák *stabilisak és működőképesek*, a $v_0 > \bar{v}$-ből induló pályák *instabilak* és gyakran *működésképtelenek.*

Mielőtt rátérünk a 4'. tétel kimondására, aláhúzzuk, hogy kimondadó feltevésünk kizárja, hogy a (26) feltétel teljesüljön.

4'. *tétel.* Tegyük föl, hogy a fogyasztási hányad minden időpontban *határozottan nagyobb*, mint a megfelelő kritikus érték: $\tilde{h} > \hat{h} + \varepsilon$, ahol $\varepsilon > 0$ tetszőlegesen kicsiny állandó. Ekkor *nincs stacionárius állapot* és minden pálya *működésképtelen.*

Megjegyzések. Az elemzés legfontosabb kvalitatív eredménye: időben változó paraméterű rendszerben is létezhet működőképes és stabil állandó hiányú pálya; a gazdaság olyan állapota, amelyben a walrasi egyensúlytól való eltérés „foka", a krónikus hiány intenzitása állandósult. A rendszer képes endogén módon úgy szabályozni önmagát, hogy az állandó hiányú pályáról letérve oda visszatérjen. Ehhez a szabályozáshoz elégséges jelzést ad a hiány foka, illetve a készlet forgási sebessége.

Ugyanakkor felhívjuk a figyelmet arra, hogy alapjában véve egzisztenciatételeket mondtunk ki az állandó hiányú pályáról, továbbá megadtuk ilyen pályák létezésének feltételét, de korántsem tisztáztuk a stabilitás és a működőképesség összes szükséges és elégséges feltételét. Nemcsak a működőképes és működőképtelen állapotokat *elválasztó* állapotot nem tudjuk az időben változó paramétereknél meghatározni, de még az elválasztó állapot létezése is bizonytalan.

Ugyancsak adósak maradunk a *vegyes esetek* elemzésével, amikor pl. $\tilde{h} < \hat{h} - \varepsilon$ és $\tilde{h} > \hat{h} + \varepsilon$ felváltva teljesülnek, pl. ciklikusan váltakozva.

4. Alternatív növekedés stratégiák összehasonlítása

Miután az előző fejezetben kvalitatív jellegű tételeket fogalmaztunk meg a stacionárius pont (állandó hiányú pálya) létezéséről, működőképességéről és stabilitásáról, most egy lépést teszünk apparátusunk közgazdasági alkalmazása felé. Nem törekszünk egyik vagy másik ország valóságos történelmi útjának vagy jövendő fejlődési lehetőségeinek számszerű, ökonometriai vizsgálatára. Továbbra is a *tiszta elmélet* síkján maradunk. A korábbi feltevéseken kívül kiegészítő feltevéseket vezetünk be, s ezek következményeit mutatjuk be. A szemléltetés kedvéért néhány szimulációs számítást végeztünk, stilizált magyar adatokból kiindulva.[10] Hangsúlyozni szeretnénk, hogy ezek kizárólag az elméleti gondolatmenet illusztrációját szolgálják és nem tekinthetők a történelmi fejlődés reális visszatükröződésének.

A kelet-európai szocialista országokban az utóbbi évtizedben végbemenő hatékonyság-romlási folyamat egzogén és endogén tényezőit próbáljuk az alábbiakban szemléltetni.[11] Egzogénnek tekintjük azt a hatékonyságromlást, amely a hiánymentes rendszerben is végbemenne. Számításainkban ezt a jelenséget a következőképpen formalizáltuk:

$$\tilde{a}(t) = \tilde{a}_0 + (\Delta\tilde{a})t \tag{28}$$

és

$$\tilde{c}(t) = \tilde{c}_0 - (\Delta\tilde{c})t. \tag{29}$$

Célszerű lesz az eddig használt *bruttó* termelés és az ehhez viszonyított beruházási hányad helyett áttérni a *nettó* termelésre, illetve az ehhez viszonyított nettó beruházási hányadra. Megkülönböztetésül a nettó mennyiségeket n alsóindexszel különböztetjük meg bruttó megfelelőjüktől.

$$\tilde{i}_n = \tilde{i}/(1 - \tilde{a}),\ i_n = i/(1 - a),\ X_n = (1 - a)X. \tag{30}$$

Állandó hiányú pályán a négy beruházási hányad, $\tilde{i}$, $\tilde{i}_n$, i és i_n egymással arányosan változik, a többi pályán azonban bonyolultan változik egymáshoz viszonyított értékük.

Rátérünk a hatékonyságromlás endogén tényezőinek elemzésére. Makroszemléletünkhöz híven eltekintünk a strukturális kérdésektől, s elsősorban a növekvő erősségű hiánnyal magyarázzuk a ráfordítási együtthatónak a növekedését az egzogén növekedésen túl, illetve a beruházási hatékonyságnak a csökkenését az egzogén tényezőn túl.

Három jellegzetes növekedési stratégiát hasonlítunk össze, amelyek kizárólag egy-egy stratégiai tényezőben (beruházási vagy fogyasztási hányadban) különböznek egymástól.[12]. Feltesszük, hogy a külső körülmények és a kezdőértékek mindhárom pályán azonosak.

[10] Általában a 70-es évek magyar makroadatait vettük alapul, kivéve a hiányparamétereket. Ez utóbbiak önkényesen felvett értékek. Ábráink a szimulációval kiszámított pályákat szemléltetik. Az adatok ismertetésétől eltekintünk, hiszen számításunkkal kizárólag elméleti összefüggések illusztrálására törekszünk.

[11] *Jánossy* (1982) és *Bródy* (1982) foglalkoztak a hatékonyságromlás és a növekedési ütem kapcsolatával.

[12] *Augusztinovics* (1981) a távlati tervezés céljait szolgáló numerikus vizsgálataiban szintén alternatív növekedési stratégiát vizsgált: a MAXIMOST rokon a mi *A* stratégiánkkal, a MAXIMAJD pedig még a mi *B* stratégiánknál is jobban összpontosít a beruházási hányad növelésére. Lásd még erről a kérdésről *Erdős* (1982).

A három stratégia jellemzőit az 1. táblázat tartalmazza, s a növekedési pályákat a 3., 4. és 5. ábra szemlélteti.

1. táblázat

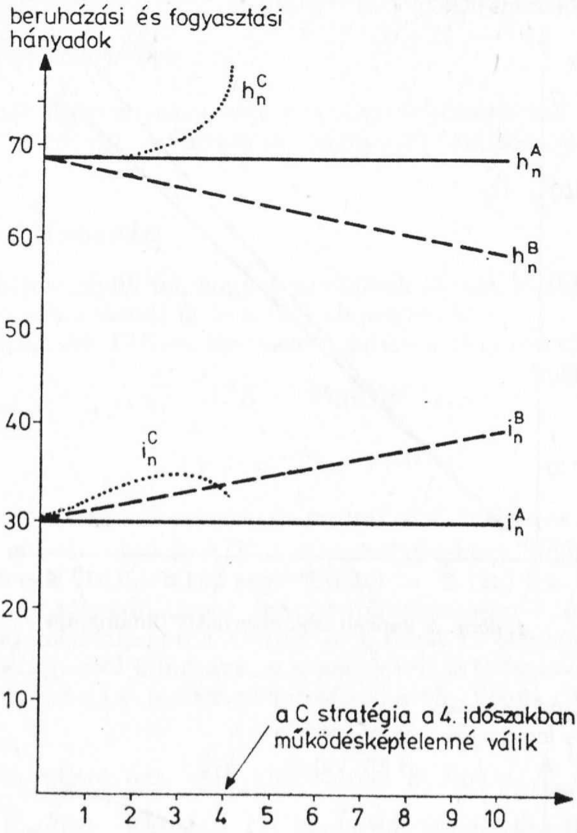
Alternatív növekedési stratégiák összehasonlítása

A stratégia jele	A	B	C
A STRATÉGIA TULAJDONSÁGAI			
Egzogén tényezők			
A ráfordítási függvény	nő $a^A(t, Z) =$	nő $a^B(t, Z) =$	nő $a^C(t, Z)$
A beruházási hatékonyság függvénye	csökken $b^A(t, i, Z) =$	csökken $b^B(t, i, Z) =$	csökken $b^C(t, i, Z)$
Stratégiai tényezők			
Maximális nettó beruházási hányad	állandó $\tilde{i}_n^A(t) = i_0$	nő $< \tilde{i}_n^B(t) =$	nő $\tilde{i}_n^C(t)$
Nettó fogyasztási hányad	alig nő $\tilde{h}_n^A(t) \sim \tilde{h}_n(0) >$	csökken $\tilde{h}_n^B(t) <$	alig nő $\tilde{h}_n^C(t) = \tilde{h}_n^A(t)$
A hiány foka	állandó $Z^A(t) = Z(0) =$	állandó $Z^B(t) <$	növekvő $Z^C(t)$
Következmények			
Működőképesség	végig	végig	időlegesen
Kapacitásnövekedés	lassul $K^A(t) <$	lassul, de kevésbé $K^B(t) >$	lassul $K^C(t) \sim K^A(t)$
Nettó termelés növekedése	lassul, majd megáll	kevésbé lassul	gyors, majd csökkenésbe fordul
Fogyasztásnövekedés	arányos	időleges	időleges

Röviden utalunk a három stratégia azonosságaira és különbségeire.

Az *A stratégia* a termelési és beruházási stratégia romlása ellenére is kitart a kezdeti nettó (maximális) beruházási hányad mellett. Belenyugszik a kapacitás növekedési ütemének csökkenésébe, de fenntartja a hiány kezdeti intenzitását és az ezzel konzisztens fogyasztási hányadot. Az 1'. tétel (26) konzisztencia feltétele szerint számított fogyasztási hányad lényegében állandó. Az A stratégia viszonylag kiegyensúlyozott növekedést biztosít: a nemzeti jövedelem és a fogyasztás egymással arányosan nő, bár az ütem lassuló.

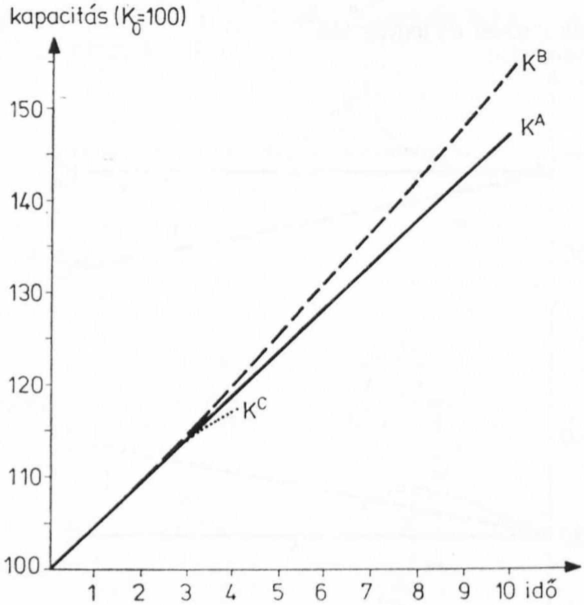
A *B stratégia* nem akar belenyugodni a növekedés ilyen fokú lassulásába és a nettó beruházási hányad emelésével megpróbálja legalább fékezni a növekedési ütem süllyedését. Ez a stratégia is ragaszkodik azonban a hiány kezdeti intenzitásához, s a konzisztencia feltétellel összhangban jelentősen csökkenti a fogyasztási hányadot. Nem meglepő, hogy a B stratégiánál mind a kapacitás, mind a nemzeti jövedelem gyorsabban nő, mint A-nál, a fogyasztás azonban nemcsak, hogy elmarad A-étól, de a kezdeti szerény növekedés csökkenésbe vált át.



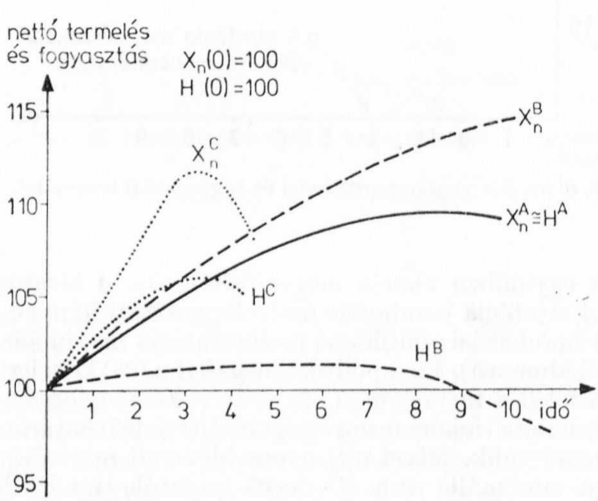
3. ábra. Alternatív beruházási és fogyasztási hányadok

A *C stratégia* egyidőben akarja megvalósítani az *A* stratégia fogyasztási politikáját (az *A* stratégia maximális nettó fogyasztási hányadát alkalmazva) és a *B* stratégia beruházási politikáját (a *B* stratégia maximális nettó beruházási hányadát alkalmazva). Ez a politika megsérti a (26) konzisztencia feltételt, és egyre jobban feléli a tartalékokat: az output készlet forgási sebessége és a kapacitás kihasználása fokozatosan megközelíti felső határát, s a rendszer működésképtelenné válik. Mivel $a(t)$ gyorsabban nő mint $\tilde{a}(t)$, a nettó és a bruttó, illetve a maximális és a tényleges mutatók trendje jelentősen eltér egymástól. Felhívjuk a figyelmet a nettó termelés gyors kezdeti növekedésére, amely a kapacitáskihasználás fokozásából adódott, amelyet azonban hamarosan csökkenésbe fordít a hiány nyomában járó hatékonyságromlás.

A dolgozat végére érve a következő megjegyzéseket tehetjük. A szocialista országok növekedési problémáinak megértéséhez nem elegendő egy egyszerű keynesi vagy neoklasszikus növekedési modell. Még időben változatlan paraméterű rendszerben sem lehet kizárólag a *maximális* növekedési ütem meghatározására szorítkozni (mint pl. *Phelps* (1961) klasszikus munkája teszi), s eltekinteni a nagyon is jelentékeny hiányhatásoktól. Úgy véljük, jelentősen



4. ábra. A kapacitások alternatív dinamikája



5. ábra. Alternatív nettó termelési és fogyasztási pályák

növeli modellünk realizmusát, hogy növekedéselméleti aranykori pályák helyett olyan fejlődési utakat vizsgálunk, amelyekre a beruházás és a fogyasztás eltérő üteme jellemző.

Adósak vagyunk még a külkereskedelem és a fogyasztási szféra részletesebb vizsgálatával. Ez, mint említettük, későbbi cikkeink feladata lesz.

FÜGGELÉK: A SEGÉDTÉTELEK BIZONYÍTÁSA

Az 1. segédtétel bizonyítása

A paraméter-függvényekre tett simasági feltételek miatt a (20) differenciálegyenlet a $(0, v_m)$ intervallum bármelyik kezdőértékére egyértelműen megoldható.

A 2. segédtétel bizonyítása

Kiindulásként tegyük fel, hogy a modellnek létezik legalább egy megoldása. Ebből a feltevésből vezetjük le a (20) alapegyenletet.

Helyettesítsük be $V/K = k/v$ összefüggésbe a (14) összefüggést:

$$V/K = k^*/(v^{*\varkappa}v^{1-\varkappa})$$

Fejezzük ki v-t:

$$v = (k^*K/v^{*\varkappa}V)^{1/(1-\varkappa)}$$

Differenciáljuk v-t az idő szerint, és vegyük figyelembe az (1)—(8)-ból adódó $\dot{V}/K = (1 - a - i - h)k$ és $\dot{K}/K = r$ összefüggéseket. Némi számítás után — behelyettesítve a (16) és (19) egyenleteket — a (20) összefüggéshez jutunk.

Adott (V_0, K_0) kezdőállapot fenti képletünk szerint egyértelműen meghatározza a v_0 kezdőállapotot. Oldjuk meg tehát az alapegyenletet a kiszámított v_0 kezdőállapottól kiindulva; v ismeretében (17) segítségével Z, majd (16) segítségével a, b, i és k rendre meghatározhatók. Végül r-t (18)-ból határozzuk meg.

Az abszolút változókra való visszatérést a $K(t) = K_0 \exp \int_0^t r(s)ds$ képlet segítségével kezdjük. Ekkor a (4) képletből meghatározható X, (3)-ból V, (5)-ből A, (7)-ből I, (6)-ból B és (8)-ból H.

A. 3. segédtétel bizonyítása

Kényelmi okokból térjünk át $w = 1/v$-re, és $Q(w) = 1/Z(v)$-re. Szorozzuk be a $g(w) - \tilde{h}$ kifejezést Q^α-val és jelöljük $G(w)$-vel a kapott kifejezést:

$$G(w) = \tilde{a} - (1 - \tilde{h})Q(w)^\alpha + \tilde{\imath}Q(w)^{\alpha+\iota} + r^*w^{*\varkappa}w^{1-\varkappa}Q(w)^{\alpha+\beta+\iota\vartheta}.$$

Állításunk ismert tételre vezethető vissza, (*Pólya* és *Szegő* (1981) II. kötet V. rész 77. feladat), ha $\varkappa = 1$. (Vigyázat: ez a paraméter érték tulajdonképpen nincs is megengedve!)

A $0 \leq \varkappa < 1$ esetben azonban egyszerűbbnek tűnik egy közvetlen bizonyítást adni, mint megpróbálni a feladatot visszavezetni az i.m. 7. §-ára. Indirekt bizonyítunk:

Legyen $G(w)$-nek legalább három különböző gyöke a $w < w_m$ intervallumban: $\bar{w}_1 < \bar{w}_2 < \bar{w}_3$. Egyszerű rendezéssel a következő összefüggéshez jutunk:

$$1 - \tilde{h} = \tilde{\imath} \cdot \frac{Q(\bar{w}_2)^{\alpha+\iota} - Q(\bar{w}_1)^{\alpha+\iota}}{Q(\bar{w}_1)^\alpha - Q(\bar{w}_1)^\alpha} + r^*w^{*\varkappa}\frac{\bar{w}_2^{1-\varkappa}Q(\bar{w}_2)^{\alpha+\beta+\iota\vartheta} - \bar{w}_1^{1-\varkappa}Q(\bar{w}_1)^{\alpha+\beta+\iota\vartheta}}{Q(\bar{w}_2)^\alpha - (Q\bar{w}_1)^\alpha}.$$

Használjuk föl Cauchy elemi középértéktételét a jobb oldalon álló két törtre külön-külön: Létezik két olyan szám w_{12} és $\hat{w}_{12}$ a $(\bar{w}_1, \bar{w}_2)$ intervallumban, hogy a törtek rendre egyenlőek a számláló és a nevező deriváltjának a hányadosával – a megfelelő w_{12} ill. $\hat{w}_{12}$ helyen. Mivel $[Q(w)^\alpha]' = \alpha Q(w)^{\alpha-1}Q'(w)$ stb. Egyenlőségünk helyett a következő összefüggést írhatjuk:

$$1 - \tilde{h} = \tilde{\iota}\,\frac{(\alpha + \iota)Q(w_{12})}{\alpha} + r^* w^{*\varkappa} w_{12}^{1-\varkappa}\,\frac{(\alpha + \beta + \iota\vartheta)Q(\hat{w}_{12})^{\beta+\iota\vartheta}}{\alpha} +$$

$$+ r^* w^{*\varkappa}(1 - \varkappa)\,\frac{\hat{w}_{12}^{1-\varkappa}Q(\hat{w}_{12})^{\beta+\iota\vartheta+1}}{Q'(\hat{w}_{12})}.$$

Hasonlóan igazolható egy olyan $(w_{23}, \hat{w}_{23})$ számpár létezése, amelynek mindkét eleme a $(\bar{w}_2, \bar{w}_3)$ intervallumba esik és az utolsó összefüggést kielégíti. Igenám, de az első és második tag nyilvánvalóan növekvő függvény, a harmadik tag ról ugyanez igazolható némi számolással. Valóban,

$$\frac{Q'(w)}{w^{-\varkappa}Q(w)} = \zeta\left[1 - \frac{k^*}{k_m}\left(\frac{w^*}{w}\right)^\sigma\right]^{-1}\frac{k^*}{k_m}\left(\frac{w^*}{w}\right)^{\sigma-1}\frac{(\sigma - 1)w^*}{w^{2-\varkappa}} +$$

$$+ (1 - \zeta)\left[1 - \left(\frac{w_m}{w}\right)^\tau\right]^{-1}\tau\left(\frac{w_m}{w}\right)^{\tau-1}\frac{w_m}{w^{2-\varkappa}}$$

s ez valóban csökkenő függvény.

De ekkor ellentmondást kaptunk, mert $(w_{12}, \hat{w}_{12})$ és $(w_{23}, \hat{w}_{23})$ nem elégítheti ki a szóban forgó összefüggést egyszerre.

(Beérkezett: 1983. március 3-án)

IRODALOM

AUGUSZTINOVICS M. (1981) A gazdasági növekedés üteme Magyarországon 1950–2000 között. *Közgazdasági Szemle 28,* 523–539. o.

BAUER T. (1981) *Tervgazdaság, beruházás, ciklusok,* Budapest, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.

BRÓDY A. (1982) *Lassuló idő,* sokszorosítvány, MTA KTI

DOMAR, E. E. (1946) *Capital Expansion, Rate of Growth and Expansion, Econometrica 14,* 137–147. o. (magyarul: Szakolczai szerk. (1963) 137–168. o.)

ELTIS, W. A. (1963) Investment, Technical Progress and Economic Growth, *Oxford Economic Papers, New Series 15* 32–53. o. (magyarul: Szakolczai szerk. (1967) 244–265. o.)

ERDŐS T. (1982) Gazdasági növekedésünk üteme és az új növekedési pálya, *Közgazdasági Szemle 29,* 1281–1302. o.

HARROD, R. (1939) An Essay in Dynamic Theory, *Economic Journal 49,* 14–33. o. (magyarul: Szakolczai szerk. (1963) 169–192. o.)

HONKAPOHJA, S.–ITO, T. (1981) Inventory Dynamics in a Simple Disequilibrium Macroeconomic Model, *Scandinavian Journal of Economics 82,* 184–198. o.

HORVAT, B. (1958) The Optimum Rate of Investment, *Economic Journal, 68.*

HORVAT, B. (1968) The Rule of Accumulation in a Planned Economy, *Kyklos 21,* 239–268. o.

HAHN, F. H.–MATTHEWS, R. C. O. (1964) The Theory of Economic Growth: a Survey, *Economic Journal 74,* 779–903. o.

HENIN, P. Y. és MICHEL, P. (1982) *Croissance et Accumulation en Desequilibre,* Párizs, Economica.

KALECKI, M. (1982) *A szocialista gazdaság működéséről*, Budapest, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.

KORNAI J. (1980) *A hiány*, Budapest, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.

KORNAI J. (1982) *Növekedés, hiány és hatékonyság*, Budapest, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.

KORNAI J.—MARTOS B. szerk. (1981) *Szabályozás árjelzések nélkül*, Budapest, Akadémia.

KORNAI J.—SIMONOVITS A. (1982) Egy makronövekedési modell matematikai tulajdonságairól, *Szigma 15*, 133—147. o.

LACKÓ M. (1980) Feszültségek felhalmozása és leépítése. A magyar beruházási ciklus alakulásának egyszerű modellje, *Közgazdasági Szemle 27*, 923—940. o.

PÓLYA GY.—SZEGŐ G. (1981) *Válogatott feladatok és tételek az analízis köréből*, I—II. kötet, Budapest, Műszaki Kiadó.

PHELPS, E. E. (1961) The Golden Rule of Accumulation: A Fable for Growthmen, *The American Economic Review 60*, 638—643. o. (magyarul: Szakolczai szerk. (1967) 266—275. o.)

SZAKOLCZAI GY. (1963) *A gazdasági fejlődés feltételei*, Budapest, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.

SZAKOLCZAI GY. (1967) *A gazdasági növekedés feltételei*, Budapest, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.

INVESTMENT, EFFICIENCY AND SHORTAGE: A MACRO-GROWTH MODEL

In our paper we try to analyze problems of growth and efficiency of East-European socialist countries by means of pure theory, with special regard to phenomena observed in the last decade. Deviating from traditional growth models our attention is concentrated on the modelling of the following processes: (i) partly for external and partly for internal reasons the *efficiency* of both current production and investment is continuously *deteriorating*. (ii) In order to counterbalance the slowdown and occasional stop of growth the continuous increase of the rate of investment is often tried. (iii) At such occasions the strengthening of shortage cannot be prevented but by a continuous decrease of the rate of consumption. If there is no harmony between the rate of consumption and that of investment, shortages will become gradually stronger and stronger endogeneously impairing efficiency.

In Chapter 1 of the paper the sphere of problems is introduced to the reader. Chapter 2 reviews the model. Chapter 3 deals with viability and stability properties of the stationary (constant shortage) path.

The most important qualitative result of the analysis is that there exists a viable and stable constant shortage path even for a system with time-dependent parameters; a state of the economy, where the "degree" of deviation from Walrasian equilibrium, the intensity of chronic shortages became constant. The system is able to control itself in an endogeneous way so that it returns to the constant shortage path even after eventual deviations. For this control the degree of shortage and the circulation speed of stocks, respectively, give sufficient signalling. In Chapter 4 alternative growth paths are examined through numerical examples. Mathematical proofs may be found in the Appendix.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ КАПИТАЛЬНЫХ ВЛОЖЕНИЙ И ДЕФИЦИТ — МАКРОМОДЕЛЬ РОСТА

В своей работе авторы с помощью чисто теоретических средств пытаются проанализировать проблемы роста и эффективности в социалистических странах Восточной Европы, в особенности те явления, которые наблюдаются в последнее время. В отличие от традиционных моделей роста внимание авторов обращено на моделирование следующих процессов: (I) отчасти в результате внешних, а отчасти внутренних причин имеет место постоянное *ухудшение эффективности* как текущего производства, так и капиталовложений, (II) замедление, а иногда и полную остановку роста пытаются возместить постоянным повышением доли капиталовложений, (III) в этих случаях для того, чтобы помешать усилению дефицита, должна постоянно сокращаться доля потребления. Если доля потребления и доля капиталовложений не находятся в соответствии, *дефицит* постоянно растет и изнутри *ухудшает эффективность*.

В первой части статьи авторы знакомят читателя с проблемой. Во второй части знакомят с моделью. В третьей части рассматривают функциональные и стабильные особенности стационарной (инвариантной по отношению к дефициту) траектории. *Важнейший качественный результат анализа: и в системе с изменяющимися во времени параметрами также существует действующая и стабильная инвариантная по отношению к дефициту траектория, такое состояние экономики, при котором степень отклонения от Вальрасового равновесия, интенсивность хронического дефицита становится постоянной. Система способна саморегулироваться изнутри и возвращаться на инварительную траекторию дефицита.* Достаточным сигналом для регулирования является степень дефицита, а также скорость оборота запасов. В четвертой части на числовом примере анализируются альтернативные траектории роста. В приложении дается математическое обоснование.