Kovács Margit—Várlaki Péter

A kompetitív piaci mechanizmus érvényesülési fokának becslése fuzzy mértékkel a szállításban*

1. Bevezetés

Tanulmányunkban a kompetitív fuvarpiaci mechanizmus érvényesülésének „mérési" és „becslési" kérdéseivel foglalkozunk a szállításban. A piaci mechanizmus érvényesülési fokának becslését a szállítási vállalatokra jellemző költségvetési korlátok és a fuvarpiacra jellemző ún. versenyzési korlátok keménységének, illetve puhaságának figyelembevételével végezzük el, messzemenően felhasználva a *Kornai János* által kidolgozott disequilibrium típusú vizsgálati módszert [1, 2].

Általánosságban megállapítható, hogy az áruszállításban a vállalatokat kevéssé kemény költségvetési korlát jellemzi, vagyis — az újabb közgazdasági szabályozók ellenére — a közlekedési vállalatok inkább az áralakító, mint az árelfogadó viselkedést mutatják, továbbá hitelfeltételeik csak az utóbbi időben váltak részben keményebbé, ezenkívül önfinanszírozó jellegük, ha eltérő mértékben is, de most is korlátozott.

Az áruszállítási feladatok teljesítésének esetleges színvonalbeli hiányosságai nem okoznak olyan mértékű veszteségeket, hogy az a szállítási vállalatok piaci helyzetét jelentősen befolyásolná, sőt a késedelmes teljesítés vagy a fuvar visszautasítása nem jár a versenyhelyzet erősebb romlásával. Ennek elsődleges oka a versenyzési korlátok keménysége, vagyis az a tény, hogy a szállítási piacon a versenyképtelenné válás kockázata még azokban az alágazatokban is kicsi, ahol számottevő versenyről van szó.[1]

Az elmondottak alapján a szállítási piac erőforráskorlátos jellegűnek is nevezhető, vagyis az „eladók piaca" szituáció érvényesül [1]. Ennek ellentéte a keresletkorlátos áruszállítási piac, ahol a szállítási vállalatok számára az áruszállításban (szigorú és következetesen normatív szabályozás mellett) tökéletesen kemény költségvetési korlát és teljesen puha versenyzési korlát

* A XII. Magyar Operációkutatási Konferencián (Kőszeg, 1982. szept. 6—10 között) elhangzott előadás szövege.

[1] A piaci mechanizmusnak és a kompetitív tarifa alakulásának, azaz általában a versenynek a közlekedésben értelmezett fogalmát vizsgálva, eléggé elterjedt hiba a közlekedési munkamegosztás és a szállítási verseny fogalmának összekeverése. Például amikor azt mondjuk a közlekedési munkamegosztással kapcsolatban, hogy a vasút versenyez a közúttal, akkor a szállításgazdasági értelemben nem versenyről van szó, hanem munkamegosztásról, melyet rövid távon az határoz meg, hogy a ténylegesen versenyző fuvarozók és a szállítmányozók az adott költségek és lehetőségek figyelembevételével milyen arányban veszik igénybe fuvarszervezéseik és azok lebonyolítása során a „közúti pályákat", illet e „vasúti síneket". Tehát kompetitív esetben a fuvaroztatók nem alágazati monopóliumokkal állnak szemben, hanem versenyző, fuvarozó, illetve szállítmányozó vállalatokkal. Ezen utóbbi vállalatok „aggregált" működése, kompetitív esetben meghatározza az optimális közlekedési munkamegosztást [8].

van érvényben. Itt a szállítási vállalatokra az árelfogadó szerep a jellemző, a hitelfeltételek szigorúak és az önfinanszírozás ,,tisztán" érvényesül. A szolgáltatási színvonal és a gazdaságosság alapvetően meghatározza a versenyképességet és igen jelentős a kockázat a versenyképtelenné válásra, vagyis a kiszorulásra a piacról.

Mindezek a gyakorlatban természetesen nem érvényesülnek ,,sterilen", vagyis a tények az ,,átmeneti állapotoknak" felelnek meg, a szocialista és a tőkés országok szállítási piacain egyaránt.

Magyarországon napjainkban a közlekedéspolitika intenzíven támogatja a versenyhelyzet kialakulását a fuvarpiacon, továbbá olyan szállítási technológiák elterjesztését szorgalmazza új vállalkozások és a szállítmányozási tevékenység útján is, amelyek az egyes alágazatok optimális rendszerkapcsolatait segítik elő.

2. Az egyensúly fogalmának értelmezése a fuvarpiacon

2.1 *A walrasi egyensúly feltételei*

A közgazdasági elmélet a gazdaság (piac) walrasi egyensúlyáról akkor beszél, ha az összes kínálat kielégíti az összes keresletet [3]. Ez csak a vállalatok kemény költségvetési és puha versenyzési korlátja mellett, tökéletesen súrlódás mentes alkalmazkodás esetén valósulhat meg.

A kemény költségvetési korlát [1] elégséges feltétele, hogy az alábbi kritériumok teljesüljenek:

K1: a (szállítási) vállalat teljesen árelfogadó, képtelen befolyásolni az árakat;

K2: az adózási rendszerben a normativitás teljesen érvényesül, az adózási elvek exogén módon, minden vállalatra egyformán, objektív kritériumokkal meghatározottak, és egyformán érvényesülnek;

K3: a (szállítási) vállalat teljesen önfinanszírozó, semmilyen szubvenciót, ingyenes beruházási hozzájárulást nem élvez;

K4: a hitelfelvételek feltételeinél semmilyen kedvezmény nincs, sem kamat, sem visszafizetési mód tekintetében;

K5: a vállalat külső pénzbefektetéssel kapcsolatosan is normatív elbírálás alá esik, a külső pénzforrás csak fejlesztésre és nem a pénzügyi nehézségek leküzdésére használható, a külső befektetést nem ösztönzik központilag, azt a nyereség, illetve a haszon orientálja.

A fenti öt kritérium [1]-ben részben a majdnem kemény költségvetési korlátot írja le. Következményeiben — esetünkben — ezek ugyanolyanok, mint ott a (tiszta) tökéletesen kemény költségvetési korlát kritériumai.

Megjegyezzük, hogy a teljesen puha költségvetési korlát a tökéletesen centralizált (hadi típusú) gazdaságirányítási rendszernek felel meg.

A fenti feltételek általában a piaci mechanizmus érvényesülésének fokát jellemzik, de nem adnak információt az adott iparág, piac kompetitivitásának mértékéről (pl. lehet szó oligopolista versenyről). Ezen utóbbit a verseny korlátozásának puhaságával vagy keménységével jellemezhetjük.

A puha versenyzési korlátot [4] meghatározó elégséges feltételrendszer a következő:

V1: a fuvarpiacon nagyszámú (szállítási) vállalat versenyez szolgáltatásainak (termékeinek) értékesítéséért;

V2: a vállalati teljesítmények és szolgáltatások jellegét tekintve a szállítási kereslet homogénnek tekinthető, nincs jellegénél fogva kielégíthetetlen kereslet;

V3: a fuvarpiacról való kilépés és a piacra való belépés nem korlátozott, vállalatok szűnhetnek meg és jöhetnek létre;

V4: az egyes vállalatok döntéseiket a piaci információk és belső helyzetük ismeretében egymástól függetlenül hozzák;

V5: a versenyhelyzetet közvetlenül nem befolyásolják a fuvarpiacon kívüli átalakító tényezők.

Természetesen a fenti feltételek nem axiomatikus felépítésű, független feltételek és kialakításuk is többféleképpen képzelhető el.

Megjegyezzük, továbbá, hogy a K1. . .K5 feltétel elemzése önmagában csak a piaci mechanizmus létének (és nem feltétlenül kompetitivitásának) vizsgálatát, illetve érvényesülésének számszerű jellemzését adhatja, a V1 . . . V5 feltételek külön vizsgálata pedig a működő piaci mechanizmus kompetitivitási mértékének meghatározását.

2.2 *A walrasi egyensúlyi feltételek gyakorlati érvényesüléséről*

Nyilvánvaló, hogy a felsoroltak egy adott fuvarpiac (ágazat) izolált, szélsőségesen zavartalan kompetitív egyensúlyi működését körvonalazzák, ami a gyakorlatban természetesen nem érvényesülhet. Magyarországon a szállítási vállalatok nagy többsége — legalábbis az inputok és outputok egy részére vonatkozóan — ármeghatározó, az árak nagyságát legfeljebb a tranzakciós partnerek ellenállása, végső soron az összes szállítási kereslet korlátozott volta szabályozza. Különösen az outputok (a szállítási teljesítmények) árainál érvényesül a költségvetési korlát felpuhulása, a szállítási vállalatok egy része képes költségeinek emelkedését a tarifa emelésével a fuvaroztatóra áthárítani.

Az adózási rendszerre vonatkozó feltétel sem teljesül mindig tiszta formában, a szállítási vállalatok képesek az adózási előírásokat befolyásolni, a kivetett adókra kedvezményt kaphatnak. A szállítási vállalatok önfinanszírozó jellege, ha eltérő mértékben is, de korlátozott. Ilyenkor belép a dotáció, a állami ártámogatás stb. [1].

A szállítási-kínálati viszonyok alakulása ma még az ideálist jól közelítő versenyhelyzetet — a közúti fuvarozás bizonyos területeit kivéve — általában nem teremt a közlekedésben. A központilag meghatározott vagy maximált tarifák a versenyhelyzetet kedvezőtlenül befolyásolják. Főhatósági, tröszti tervegyeztetések a független döntések számát is csökkentik.

3. A kompetitív piaci mechanizmus érvényesülési fokának értelmezése

3.1 *A matematikai modell*

Az előző pontban elmondottak arra utalnak, hogy a költségvetési és versenyzési korlátok adott feltételei egy konkrét fuvarpiacon az egyes szállítási vállalatok viszonylatában különböző mértékben teljesülnek. Ez a mérték számszerűsített formában alkalmas lehet a különböző szállítási vállalatok egységes kezelésére.

Jelölje H az adott kompetitív piacon kínálattal jelentkező vállalatok halmazát, és minden K_j feltételhez legyen adva egy $\mu_{K_j}: H \to [0, 1]$ leképzés, ahol

$\mu_{K_j}(h)$ — a költségvetési korlát keménységére vonatkozó j. feltétel kielégítését mennyiségileg jellemző érték a $h \in H$ vállalatra vonatkozóan. $\mu_{K_j}(h) = 1$, ha a feltétel tisztán teljesül és $\mu_{K_j}(h) = 0$, ha a feltétel egyáltalán nem teljesül, egyénként $0 < \mu_{K_j}(h) < 1$.

Ekkor

$$\mu_{H_{K_j}} = \{(h, \mu_{K_j}(h)) : h \in H, \mu_{K_j}: H \to [0, 1]\}$$

a vállalatoknak a K_j feltételnek megfelelő fuzzy halmaza és $\mu_{K_j}(h)$ a fuzzy halmaz tartalmazási függvénye [5]. Pl. $\mu_{H_{K_1}}$ az árelfogadó vállalatok fuzzy halmaza.

A kemény költségvetési korláttal rendelkező vállalatok fuzzy halmazát az öt feltétel együttes teljesülése határozza meg, azaz a megfelelő fuzzy halmazok metszete adja:

$$\mu_{H_K} = \bigwedge_j \mu_{H_{K_j}}. \tag{1}$$

Dolgozatunkban a fuzzy halmazok metszetét mindenütt a

$$\mu_{A \wedge B}(h) = \min(\mu_A(h), \mu_B(h))$$

tartalmazási függvénnyel értelmezzük. (1)-ben a metszet fuzzy halmaz $\mu_K(h)$ tartalmazási függvényére $\mu_K(h) = 1$ a teljesen kemény és $\mu_K(h) = 0$ a teljesen puha költségvetési korláttal rendelkező vállalatok esetén.

Hasonló megfontolásokkal, legyen minden V_j feltételhez adott a H halmaznak egy $\mu_{V_j}: H \to [0, 1]$ leképzése, ahol

$\mu_{V_j}(h) =$ a versenyzési korlát puhaságára vonatkozó j. feltétel kielégítését jellemző mérték a $h \in H$ vállalatra vonatkozóan. Itt is igaz kell legyen, hogy $\mu_{V_j}(h) = 1$ akkor és csak akkor, ha a j. feltétel a $h \in H$ vállalatra tisztán teljesül és $\mu_{V_j}(h) = 0$ akkor és csak akkor, ha a j. feltétel egyáltalán nem teljesül.

Ez a függvény is tekinthető egy fuzzy halmaz, nevezetesen a vállalatoknak a V_j feltétel szerinti $\mu_{H_{V_j}}$ fuzzy halmazának a tartalmazási függvényének.

A puha versenyzési korláttal rendelkező vállalatok fuzzy halmazát a

$$\mu_{H_V} = \bigwedge_j \mu_{H_{V_j}} \tag{2}$$

képlettel írjuk le. Itt is igaz, hogy $\mu_V(h) = 1$ a teljesen puha és $\mu_V(h) = 0$ a kemény versenyzési korláttal rendelkező vállalatokra, ahol $\mu_V(h)$ a μ_{H_V} fuzzy tartalmazási függvénye.

Az iparági (piaci) vállalatoknak a kompetitív piaci mechanizmus érvényesülését tükröző fuzzy halmazát a μ_{H_K} és μ_{H_V} fuzzy halmazok metszete adja, azaz

$$\mu_H = \mu_{H_K} \bigwedge_j \mu_{H_V},$$

és jelölje $\mu(h)$ a μ_H fuzzy halmaz tartalmazási függvényét.

A kompetitív piaci egyensúly érvényesülési fokát a valóságos piaci állapotnak az ideális (walrasi) egyensúlytól való eltérésével jellemezhetjük. A csupán kvalitatív vizsgálat során az eltérés mértékét egy $0 \leq q \leq 1$ paraméterrel írjuk le, melyre igaz, hogy $q = 1$ akkor és csak akkor ha a piac az ideális egyesúly állapotában van: továbbá, ha a piac közeledik a walrasi egyensúly állapotához, akkor $q \to 1$-hez tart. A piaci mechanizmus s érvényesülési fokának valódi értéke a gyakorlatban nem ismert, csak becsülhető. A fuzzy technikával a q értékét a

$$\bar{q}_H = \frac{\sum\limits_{h \in H} P(h)\mu(h)}{\sum\limits_{h \in H} P(h)}$$

értékkel becsülhetjük, ahol $P(h)$ a $h \in H$ vállalat termelési értéke, ezzel reprezentáljuk a vállalat „súlyát" az adott fuvarpiacon. Súlyozótényezőként a termelési érték helyett más, például a vállalati nettó bevétel is tekinthető.

Megjegyezzük, hogy míg a tiszta piaci mechanizmus szerint működő vállalatok klasszikus halmaza üres, mivel a walrasi egyensúly feltételei ideális formában sohasem valósulnak meg, és a K_j, V_j feltételek bármelyikének nem teljesülése kizárja a vállalatot a további vizsgálódás köréből, addig a fuzzy halmazokat alkalmazó megközelítéssel a $\mu(h)$ tartalmazási mérték erejéig minden szállítási vállalat figyelembe vehető a kompetitív fuvarpiaci mechanizmus érvényesülésének meghatározásához.

A piaci mechanizmus q érvényesülési fokának valamely becsült $\bar{q}$ értékét konzisztensnek mondjuk, ha a valódi egyensúlynak az ideálishoz való konvergenciájával a megfelelő becslések is tartanak az ideális állapotnak megfelelő 1 értékhez az alábbi értelemben

$$|\bar{q} - q| \to 0, \text{ ha } q \to 1.$$

A becslés konzisztenciájának ellenőrzése rendkívül fontos, mivel a gyakorlatban csak a becsült értékek 1-től való eltérése mérhető. A $\bar{q}_H$ becslés konstrukciójából nyilvánvaló, hogy az konzisztens becslése a piaci mechanizmus q érvényesülési fokának.

Mindeddig csupán *egy termék* keresletére-kínálatára értelmezték a piaci mechanizmus érvényesülési fokát leíró mértéket. Ha egy *alágazatra*, vagy a piacok adott *halmazára* nézzük a fenti $q_1, q_2, \ldots, q_M$ becsléseket, akkor az adott gazdaságra jellemző kompetitív piaci mechanizmus érvényesülését, azaz a valós és ideális egyensúly helyzet közötti távolságot a $q = (q_1, \ldots, q_M)$ vektorral jellemezhetjük.

3.2 *A μ_{K_j} és μ_{V_j} tartalmazási függvények meghatározása (becslése)*

A fuzzy halmazok tartalmazási függvényeinek „becslésére" egyértelműen meghatározott módszer nincs, mindig a konkrét feladatból kell kiindulni. [1] a költségvetési korlát teljesülésére vonatkozó mutatókat az „atomisztikus" fogyasztói és vállalati viselkedés (pl. várakozó sorok hossza, feleslegek, készletek nagysága, ún. kényszerhelyettesítések száma stb.) részletes elemzésével, statisztikai vizsgálatok alapján javasolja meghatározni. Mivel a gazdasági életben szubjektív tényezők is jelentős mértékben hatnak az egyes feltételek teljesülésére (melyek klasszikus valószínűségi mértékkel nem írhatók le), gyakran jól használhatók a szubjektív valószínűségi módszerek, különösen az *a posteriori* szubjektív valószínűségeloszlások alkalmazása.

A μ_{K_j} és μ_{V_j} fuzzy tartalmazási függvények megadására kétféle módszert ismertetünk. Ezek mindegyike hordoz bizonyos valószínűségi elemet is, de teret ad a feltételek érvényesülésére ható szubjektív döntések figyelembevételének is.

I. módszer:

Ez a módszer a vállalati (ágazati stb.) statisztikák és szakértői becslések együttes figyelembevételén alapul. A vállalati szakemberek által a vállalati szolgáltatások struktúrájáról, a bevételek és kiadások összegéről, a fizetési módozatokról stb. adott információkat veszi figyelembe.

Egyszerű példaként tekinthetők a következő összefüggések:

$$\mu_{K_1}(h) = \frac{\text{a szállítási teljesítménynek az a része, amelyben a vállalat árelfogadó}}{\text{a szállítási teljesítmény}}$$

$$\mu_{K_2}(h) = 1 - \frac{\text{az adóösszegnek az a része, amelynek feltételeinek kialakításába a vállalat beleszólása érvényesült}}{\text{a teljes adóösszeg}};$$

$\mu_{K_3}(h) = 1 -$ a finanszírozásban az állami támogatás hányada;

$$\mu_{K_4}(h) = 1 - \frac{\text{a kedvezményezett hitelösszeg}}{\text{összes hitel}};$$

$\mu_{K_5}(h) = 1 -$ a külső befektetésből a vállalat pénzügyi helyzetének javítására fordított hányad.

Hasonlóan értelmezhetünk tartalmazási mértékeket a versenyzési feltételekkel kapcsolatban. Például:

$$\mu_{V_1}(h) = 1 - \frac{\text{a vállalat szállítási kapacitása}}{\text{az adott piacon jelentkező vállalatok összkapacitása}};$$

$$\mu_{V_2}(h) = 1 - \frac{\text{a kereslet hiányában nem realizálódott szállítási teljesítmények összértéke}}{\text{a vállalat szállítási kapacitása}};$$

$\mu_{V_3}(h) =$ a fuvarpiacon realizálódó szállítási teljesítmény összetételében bekövetkezett változás mértéke;

$\mu_{V_4}(h) = 1 -$ a termelési értéknek (szállítási teljesítménynek) tervegyeztetés útján létrejött hányada;

$\mu_{V_5}(h) = 1 -$ a termelési értéknek (a realizálódott bevételnek) a külső áralakító tényezőktől befolyásolt hányada.

Megjegyezzük, hogy az itt adott $\mu_{V_2}(h)$ mérték a homogenitás kritériumát még nem fedi le teljesen, mivel az nagymértékben függ a többi vállalat helyzetétől is.

II. módszer

Ez a módszer akkor alkalmazható, ha valamilyen (pl. szakértők által becsült) rendezési sorrend ismert (az adott fuvarpiacon) a szállítási vállalatok között az előző feltételek teljesülését illetően. Jelöljön $\succ$ egy részben rendezést a következő értelemben:

$$h_i^{K_j} \succ h_k^{K_j},$$

ha az i-edik vállalat költségvetési korlátjának j. feltétele erősebben teljesül (keményebb), mint a k-adik vállalat esetében. Hasonlóan

$$h_i^{V_j} \succ h_k^{V_j},$$

ha az i-edik vállalat versenyzési korlátjának j. feltétele erősebben teljesül (puhább), mint a k-adik vállalatnál. Itt az „erősebb" csak mint reláció jelenik meg, mennyiségi ismérvet nem hordoz. Ha a két vállalat között valamelyik feltétel szerint nem tehető különbség, akkor az $\approx$ jelet használjuk: $h_i^{K_j} \approx h_k^{K_j}$ vagy $h_i^{V_j} \approx h_k^{V_j}$. A $\succeq$ teljes rendezés.

Tekintsük a következő mátrixokat:

$$\mu^{K_j} = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} \vdots \\ \cdots\cdots \mu_{ik}^{K_j} \cdots\cdots \\ \vdots \end{array}\right] i \\ k \end{array} \quad \text{és} \quad \mu^{V_j} = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} \vdots \\ \cdots\cdots \mu_{ik}^{V_j} \cdots\cdots \\ \vdots \end{array}\right] i \\ k \end{array}$$

A μ^{K_j} (μ^{V_j}) mátrix $\mu_{ik}^{K_j}$ ($\mu_{ik}^{V_j}$) eleme azt mutatja, hogy a K_j (V_j) feltétel az i-edik vállalatnál erősebben vagy gyengébben teljesül, mint a k-adik vállalatnál, azaz

$$\mu_{ik}^{K_j} = \begin{cases} 1, & \text{ha } h_i^{K_j} \succeq h_k^{K_j} \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$$

és

$$\mu_{ik}^{V_j} = \begin{cases} 1, & \text{ha } h_i^{V_j} \succeq h_k^{V_j} \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

A fenti mátrixok elemeit választhatnánk 0 és 1 közé eső számoknak is, ezzel hangsúlyozva a reláció teljesülésének erősségét is, azonban az így bevezetett paraméterek gyakorlati megadása újabb problémákat vetne fel.

A μ^{K_j} és μ^{V_j} mátrixok segítségével a K_j, illetve V_j feltételeknek megfelelő fuzzy halmazok tartalmazási függvénye a következőképpen definiálható:

$$\mu_{K_j}(h_i) = \begin{cases} \dfrac{1}{N} \displaystyle\sum_{k=1}^{N} \mu_{ik}^{K_j}, & \text{ha létezik legalább egy } h_k \text{ vállalat,} \\ & \text{melyre } h_i^{K_j} \succ h_k^{K_j} \\ 0, & \text{egyébként,} \end{cases} \tag{3}$$

illetve

$$\mu_{V_j}(\mu_i) = \begin{cases} \dfrac{1}{N} \displaystyle\sum_{k=1} \mu_{ik}^{V_j}, & \text{ha létezik legalább egy } h_k \text{ vállalat,} \\ & \text{melyre } h_i^{V_j} \succ h_k^{V_j} \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases} \tag{4}$$

Ha a vállalatok termelési értéke nagyságrendben eltér, célszerű itt is a tartalmazási mértéket a termelési érték súlyozásával figyelembe venni, azaz

$$
(5) \qquad \bar{\mu}_{K_j}(h_i) = \begin{cases} \dfrac{\sum_{k=1}^{N} \mu_{ik}^{K_j} P(h_k)}{\sum_{k=1}^{N} P(h_k)}, & \text{ha létezik } h_k\colon h_i^{K_j} \succ h_k^{K_j} \\ 0 \text{ egyébként,} & \end{cases}
$$

$$
(6) \qquad \bar{\mu}_{V_j}(h_i) = \begin{cases} \dfrac{\sum_{k=1}^{N} \mu_{ik}^{V_j} P(h_k)}{\sum_{k=1}^{N} P(h_k)}, & \text{ha létezik } h_k\colon h_k^{V_j} \succ h_i^{V_j} \\ 0 \text{ egyébként.} & \end{cases}
$$

A fenti vizsgálattal a kemény költségvetési korláttal rendelkező vállalatok fuzzy halmazának és a puha versenyzési korláttal rendelkező vállalatok fuzzy halmazának tartalmazási függvénye is közvetlenül becsülhető, ha a költségvetési korlát keménységére, illetve a versenyzési korlát puhaságára vonatkozóan rendelkezésünkre áll a vállalatok rendezése. Ez egyúttal kontrollként is használható az *a priori* rendezésekre vonatkozóan, mivel a (3) vagy az (5) és (1) formulával kapott $\mu_K(h)$, jellegét tekintve hasonló kell legyen a közvetlenül becsült $\mu_K(h)$ függvényhez (pl. szélsőértékeit közel ugyanott kell, hogy felvegye).

A 3. pontban bemutatott módszer lehetőséget ad arra, hogy jellemezzük a konkrét piacok, illetve ,,iparágak'' esetén az ideális (walrasi) egyensúlytól való eltérés irányát és mértékét. Így a részleteiben nehezen modellezhető valós egyensúlyi helyzeteket az ideális (walrasi) egyensúlyi helyzethez való viszonyuk, ,,irányuk'' és ,,távolságuk'' szerint (ez már könnyebben modellezhető) idetifikálhatjuk.

4. A fuzzy piaci egyensúlyi modellek vizsgálata

4.1 *A fuzzy egyensúlyi modell általános értelmezése és stabilitása*

Eddig nem-kvantitatív módon mértük a megvalósult, tényleges egyensúlyi állapotnak az eltérését az ideális egyensúlytól. Ezután természetesnek tűnik, hogy a piaci mechanizmus érvényesülési fokának becsült értékeit az egyensúlyi helyzet meghatározására használjuk fel.

A feladatot általánosan, több piaccal rendelkező szállítási ágazatra vizsgáljuk.

Mozogjon az adott szállítási ágazat (iparág) kereslet-kínálat ,,vonalán'' M számú szállítási szolgáltatás (termék). E ,,termékek'' mindegyikére megadható egy $T_{D_i}^{*}$ $(r_1, \ldots, r_M)$, $i = \overline{1, M}$ aggregált optimális (ideális) szállítási keresleti függvény, mely maximalizálja a ,,fuvaroztatók'' nyereségét, és a szállítási teljesítmény (volumen) beállításával kölcsönhatásban függ a fuvarpiacon mozgó szolgáltatás árától.

Analóg módon megadhatók a $T^*_{S_i}(r_1, \ldots, r_M)$ aggregált optimális kínálati függvények. Az (iparági) „gazdaság" akkor van az ún. „általános egyensúly" állapotában, ha minden szállítási módban a kínálat egyenlő a kereslettel, azaz a „termékek" mozgása olyan r_i^*, $i = \overline{1, M}$ optimális árakon valósul meg, melyekkel fennállnak a

$$T^*_{D_i}(r_1^*, \ldots, r_M^*) = T^*_{S_i}(r_1^*, \ldots, r_M^*), \quad i = \overline{1, M},$$

egyenlőségek. Innen a kompetitív szállítási árakat, az egyensúlyi árrendszer egzisztenciáját feltételezve, az egyenletrendszer megoldásával kapjuk. A további stabilitási vizsgálatok kedvéért megjegyezzük, hogy az r_i megoldások nem feltétlenül egyértelműen meghatározottak. Ekkor r_i^* gyanánt általában a legkisebbet fogadjuk el. Ilyen tulajdonságú megoldást kaphatunk az

$$\inf_{R^M_+} \Big(\sum_{i=1}^{M} T_{D_i}(r_1, \ldots, r_M) - T_{S_i}(r_1, \ldots, r_M) + \alpha \sum_{i=1}^{M} r_i^2\Big), \; R_+ = [0, \infty)$$

segédfeladat $r_i(\alpha)$ megoldásából az $r^*_i = \lim\limits_{\alpha \to +0} r_i(\alpha)$ összefüggéssel [6].

Az így kialakított r_i^* árak és a $T_i^* = T^*_{D_i} = T^*_{S_i}$ szállítási teljesítmények a társadalom számára a legnagyobb gazdasági hatékonyságot biztosító áraknak és realizált teljesítményeknek tekinthetők [3]. Ez az egyensúly tulajdonképpen az adott gazdaság walrasi egyensúlyi állapota. Mint már a korábbiakban említettük, ez az egyensúly reális gazdasági helyzetben sohasem áll fenn.

A költségvetési korlát puhasága, illetve a versenyzési korlát keménysége miatt a keresleti és a kínálati függvények alakulása eltér az optimális esettől. Másrészt a költségvetési korlát nem elég keménysége ill. a versenyzési korlát nem elég puhasága a priori korlátokat is jelenthet a kialakuló árakra.

Feltételezzük, hogy a keresleti és kínálati függvényeknek a piaci mechanizmus érvényesülési fokától való függése ismert és a q vektorral adott. Ebben az esetben az általános egyensúlyt illusztráló egyenletrendszer a következő alakban adható meg:

$$T_{D_i}(r_1, \ldots, r_M; q_1, \ldots, q_M) = T_{S_i}(r_1, \ldots, r_M; q_1, \ldots, q_M), \tag{7}$$

ahol $q = (q_1, \ldots, q_M)$ a piaci mechanizmus érvényesülési foka az adott „termékek" vonatkozásában. A (7) egyenletrendszerrel megadott egyensúlyi helyzetet nevezzük a továbbiakban *fuzzy egyensúlyi állapotnak*. A piaci mechanizmus érvényesülési fokának rögzített, aktuális értéke mellett a (7) egyenletrendszer a

$$\tilde{T}_{D_i}(r_1, \ldots, r_M) = \tilde{T}_{S_i}(r_1, \ldots, r_M), \quad i = \overline{1, M} \tag{8}$$

alakot ölti, ahol a $\tilde{T}_{D_i}(r_1, \ldots, r_M)$ már a reális a hiányokat, feleslegeket,' sorbanállást stb. is figyelembe vevő aggregált keresleti függvény, a kínálati oldalon pedig egy nem optimális, a slacket (kedvezőtlen feleslegeket) is figyelembe vevő reális aggregált kínálati függvény helyezkedik el.

A (7) egyenletrendszer kapcsán felvetődik a kérdés, hogy ha $q \to \mathbf{1}$ (ahol $\mathbf{1} = (1, \ldots, 1)$), vajon a (7) vagy (8) egyenletrendszerből kapott $r_1^{(q)}, \ldots, r_M^{(q)}$ árak is tartanak-e az $r_1^*, \ldots, r_M^*$ ideális egyensúlyi árakhoz. (Itt és a továbbiakban vektorok konvergenciáján az euklideszi normában való konvergenciát értjük, azaz $\sum_{i=1}^{n} (q_i - 1)^2 \to 0$).

A fenti kérdést másképpen megközelítve, ha $\alpha \to \mathbf{1}$, akkor valóban tart-e a (7), illetve (8) valós egyensúlyi helyzet az ideális (walrasi) egyensúlyi állapothoz, azaz megteremthető-e a kapcsolat a dolgozat első részében ismertetett nemkvantitatív (az egyensúlyi állapot feltételeit minősítő) disequilibirum elemzés és a kvantitatív (keresleti és kínálati görbékkel meghatározott) egyensúlyi vizsgálat között.

Az lenne a várható, hogy ha $q \to \mathbf{1}$, akkor a (7) vagy (8) egyenletrendszerből kiszámított árak tartanak az ideális [a (6) egyenletrendszerből kapott] egyensúlyi árakhoz. Sajnos ez teljes általánosságban nem igaz. Azonban a keresleti-kínálati függvények elég széles osztálya esetén a Tyihonov regularizációs technikával az eredeti feladathoz hozzárendelt

$$\inf_{R^M_+} \Big(\sum_{i=1}^{M} |T_{D_i}(r_1, \ldots, r_M; q_1, \ldots, q_M) - T_{S_i}(r_1, \ldots, r_M; q_1, \ldots, q_M)| + \alpha \sum r_i^2 \Big)$$

segédfeladat $\tilde{r}(\alpha, q) = (\tilde{r}_1(\alpha, q), \ldots, \tilde{r}_M(\alpha, q))$ megoldására már igaz, hogy ha a q vektor a δ skalár paraméteren keresztül tart az $\mathbf{1}$ vektorhoz, azaz $q(\delta) \to \mathbf{1}$, ha $\delta \to 0$, akkor

$$\lim_{\substack{\delta \to 0 \\ \alpha \to 0 \\ \delta/\alpha \to 0}} \lim_{q(\delta) \to \mathbf{1}} \tilde{r}(\alpha, q(\delta)) = r^*,$$

ahol — több megoldás esetén — r^* a minimális normájú egyensúlypont [6]. Vagyis a regularizációs technika segítségével biztosítható, hogy ha az ideális egyensúlytól való eltérést jellemző mértékek 1-hez tartanak, akkor a megfelelő fuzzy egyensúlysorozat megközelíthető legyen egy olyan sorozattal, amely az ideális egyensúlyhoz tart. Ily módon ténylegesen sikerült megteremtenünk az értelemszerű kapcsolatot a nemkvantitatív és a kvantitatív disequilibrium vizsgálatok között.

4.2 *Az ideális egyensúlyi helyzet és az „algebrai hiány" becslése fuzzy módszerekkel*

További fontos feladatnak látszik a nemkvantitatív elemzés, a valódi (megfigyelt) egyensúlyi helyzet, valamint kiegészítő szakértői becslések alapján megbecsülni az ideális egyensúly feltételezhető „helyét", helyzetét [8]. Feltételezzük, hogy rendelkezünk bizonyos *a priori* információval egy fuzzy mérték (lehetőségsűrűség függvény [7]) formájában az ideális r_0 egyensúlyi árak értékeiről. Ha $r = (r_1, \ldots, r_M)$ és $R_+ = [0, \infty)$, akkor ez az *a priori*nak tekinthető információ megadható olyan fuzzy halmazként, melynek $\mu_R(r)$ tartalmazási függvénye azt mutatja, hogy milyen mértékben tartható r az ideális egyensúlyi árnak. Ezen alapvető *a priori* jellegű információ megléte esetén az „ideális" egyensúlyi helyzet kvantitatív becslését a következő három alapvető esetben végezhetjük el.

1. Ismert a valódi egyensúly, továbbá a valódi és ideális egyensúly „távolságát" jellemző q mérték;
2. Csak a valódi egyensúlyi helyzet ismert;
3. Egyik fenti információval sem rendelkezünk, de további szakértői becslésekre támaszkodhatunk.

Tekintsük át az ideális egyensúlyi helyzet becslését a fenti három eset mindegyikére.

1. *eset*

Legyen $\bar{q}$ a piaci mechanizmus becsült érvényesülési foka, feltételezve, hogy a becslés konzisztens, azaz $q \to 1$ esetén $\bar{q} \to 1$. Legyen továbbá adott a μ_R korlátozó fuzzy feltétel az egyensúlyi árakra vonatkozóan. (Ennek tartalmazási függvénye pl. lehet a normális sűrűségfüggvénynek megfelelő normális lehetőség sűrűségfüggvény [7].)

Mivel ebben az esetben az r_0 megfigyelt egyensúlyi ár adott, az ártartományon megadható egy μ_0 fuzzy halmaz, melynek tartalmazási függvényét a $\mu_R(r)$ tartalmazási függvénynek az r_0 pontra való eltolásával kapjuk. Vagyis

$$\mu_0^R(r) = \mu_R(r-c)$$

ahol a c eltolási értéket a

$$\mu_R(r_0-c) = \bar{q}$$

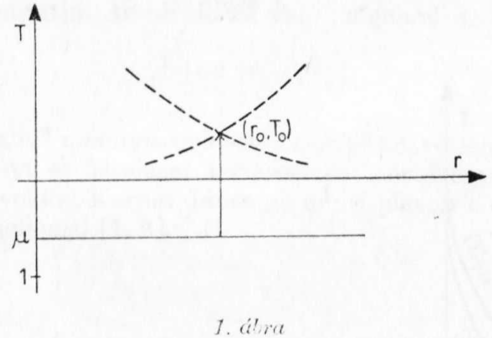
összefüggésből határozhatjuk meg (ld. 1–3. ábrák).

Az ideális egyensúlyt jellemző egyenletrendszer megoldásából kapott r^* árnak tekinthetjük azt a μ_R^* fuzzy halmazt, melyet a μ_0^R és μ_R fuzzy halmazok metszeteként kapunk:

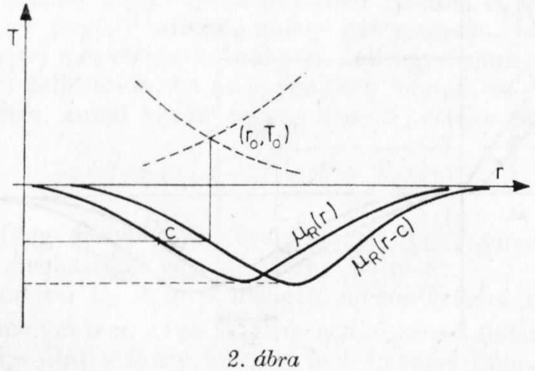
$$\mu_R^* = \mu_0^R \wedge \mu_R.$$

Az ideális egyensúlyi árakat becslő ár a μ_R^* fuzzy megoldásnak olyan eleme, amelyre a tartalmazási függvény maximális, azaz

$$r_R^* \in \arg\sup_r \mu_R^*(r).$$



1. ábra

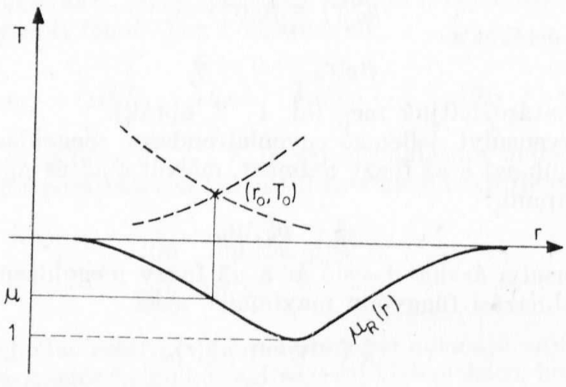


2. ábra

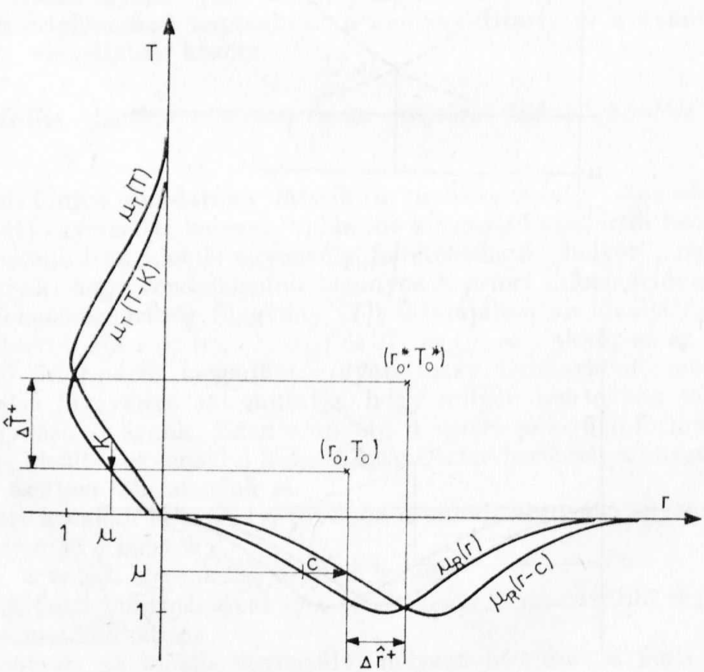
A megoldást egy piac esetén a 4. ábra illusztrálja. Megjegyezzük, hogy eléggé általános feltételek között r_0^* egyértelműen meghatározott vektor.

A $\mu_R^*(r)$ függvény gyakorlatilag függ a $\bar{q}$ becsült ,,távolság'' mértékétől. Ha a valódi egyensúly tart az ideálishoz, azaz $q \to \mathbf{1}$, a fenti szélsőérték feladat megoldása instabil lehet. Azonban a regularizációs technikával kapott

$$\sup_{R^M_+} (\mu_R^*(r) - \alpha\|r\|^2), \; \|r\|^2 = \sum_{i=1}^{M} r_1^2,$$



3. ábra



4. ábra

segédfeladat $r^*(q, \alpha)$ megoldására a tartalmazási függvények elég széles osztályán [9] már igaz, hogy

$$\lim_{\substack{\delta\to 0\\ \alpha\to 0\\ \delta/\alpha\to 0}} \lim_{q(\delta)\to 1} r^*(q(\delta), \alpha) = r^*.$$

A fentiekkel teljesen analóg eljárással becsülhetjük az ideális szállítási teljesitményt, illetve áruvolument az *a priori* (szakértői becsléssel kapott) μ_T fuzzy halmaz, — melynek $\mu_T(T)$ tartalmazási függvénye azt mutatja, hogy milyen mértékben tartható T az ideális egyensúlyi áruvolumennek — és a T_0 valódi egyensúlyi pontok figyelembevételével.

E szerint

$$T_0^* \in \arg\sup_T \mu_T^*(T),$$

ahol

$$\mu_T^* = \mu_0^T \wedge \mu_T;$$

és

$$\mu_0^T(T) = \mu_T(T - K),$$

ahol a K eltolást a $\mu_T(T_0 - K) = \bar{q}$ összefüggésből határozhatjuk meg.

A $\Delta T_0^+ = |T_0 - T_0^*|$ mennyiség pedig a hiány vagy a felesleg (algebrai hiány) nagyságát mutatja. Az ideálistól való „algebrai árrést" pedig a

$$\Delta r_0^+ = |r_0 - r_0^*|$$

formula adja.

Az előbbi „naturális" mennyiségek segítségével közvetlen kapcsolat teremthető azokkal a hiányt és felesleget természetes mértékegységekben kifejező, módszerekkel, amelyekkel Kornai János az adott piacon a walrasi egyensúlytól való távolságot jellemzi [1, 2].

2. *eset*

Ekkor nem ismerjük a valódi (megfigyelt) egyensúlyi helyzethez tartozó q mértékeket. Ez esetben a (8) egyenletrendszer minden egyenletéhez hozzárendelhető egy $\mu_{T_i}(r)$ (segéd) mérték, amely azt mutatja, mennyire teljesül az egyenlőség. A $\mu_{T_i}(r)$ megválasztásánál arra kell ügyelnünk, hogy $\mu_{T_i}(r) = 1$ akkor és csak akkor teljesüljön, ha az egyenlőség fennáll, és minél nagyobb a két oldal közti eltérés, annál kisebb legyen a $\mu_{T_i}(r)$ értéke. Pl. választható a

$$\mu_{T_i}(r) = \exp\left(-|\tilde{T}_{D_i}(r) - \tilde{T}_{S_i}(r)|\right)$$

függvény. A $\mu_{T_i}(r)$ függvénnyel, mint tartalmazási függvénnyel a (8) egyenlet minden egyenlete meghatároz egy μ_{T_i} fuzzy halmazt.

A (8) egyenletrendszer μ_R feltétel melletti megoldásának tekinthetjük azt a fuzzy halmazt, amelyet a μ_{T_i}, $i = \overline{1, M}$ és a μ_R fuzzy halmazok $\tilde{\mu}$ metszeteként kapunk. Jelölje $\tilde{\mu}(h)$ e fuzzy halmaz tartalmazási függvényét.

A fuzzy egyensúlyt realizáló ár a fuzzy megoldáshalmaznak olyan eleme, amelyre a tartalmazási függvény maximális, azaz

$$\tilde{r}^* \in \arg\sup_r \tilde{\mu}(r).$$

A számítás menetét egy piac esetén az 5. ábra illusztrálja. Gyakorlatilag $\tilde{r}^*$ függ a piaci mechanizmus q érvényesülési fokától, azaz $\tilde{r}^*(q)$. Minthogy az általános egyensúlyi állapot a $q = \mathbf{1}$ érvényesülési fokhoz tartozik, itt is felmerül a kérdés, vajon igaz-e, hogy

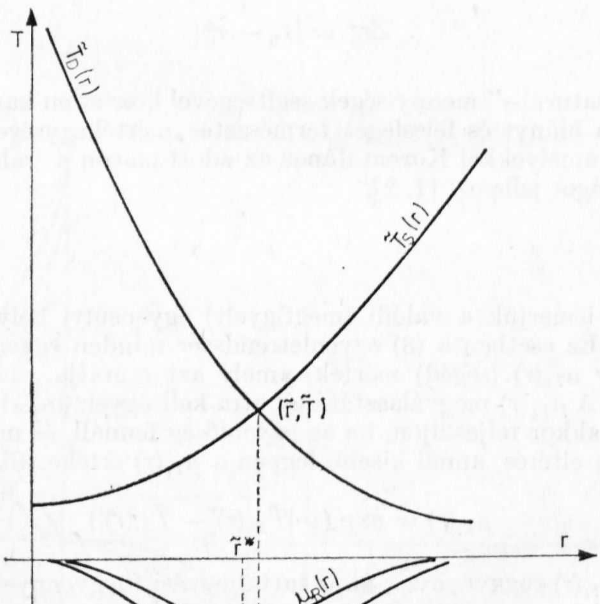
$$\lim_{q \to \mathbf{1}} \tilde{r}^*(q) = r^*.$$

Sajnos általánosságban nem, de a regularizálási technikával meghatározott

$$\sup_{R^M_+} (\tilde{\mu}(r) - \alpha \|r\|^2)$$

segédfeladat $\tilde{r}(q, \alpha)$ megoldására a $\tilde{\mu}(r)$ tartalmazási függvényre tett kiegészítő feltételek mellett [9]

$$\lim_{\substack{\delta \to 0 \\ \alpha \to 0 \\ \delta/\alpha \to 0}} \lim_{q(\delta) \to \mathbf{1}} \tilde{r}(q(\delta), \alpha) = r^*,$$



5. ábra

azaz az ideális egyensúly megközelíthető egy stabil, a reális egyensúlysorozatot az ideális egyensúly közelében jól approximáló fuzzy egyensúlyi ársorozattal.

3. *eset*

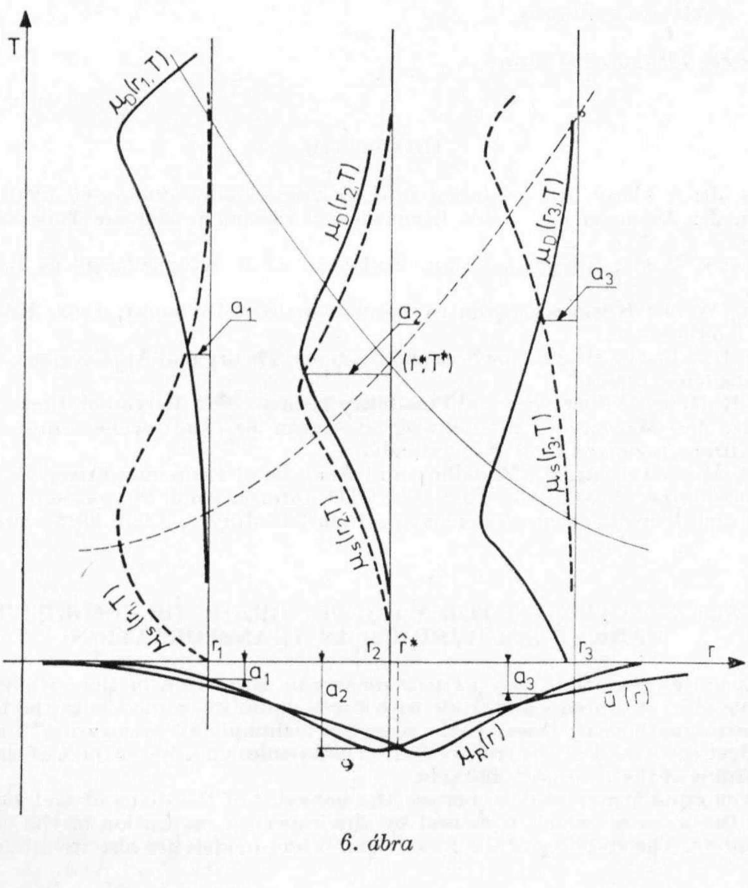
A gyakorlatban gyakran sem a keresleti és kínálati függvényeknek a piaci mechanizmus érvényesülési fokától való függése, sem a tényleges egyensúlyi helyzet nem ismert. Helyette azonban szakértői becslések alapján megadható, hogy a piaci mechanizmus adott érvényesülési szintjénél rögzített áraknál a keresleti, illetve a kínálati függvény melyik értéket milyen mértékig vehet fel. Azaz megadhatók a

$$\mu_{\overline{T}_{Di}}(r, T_{D_i}) \quad \text{és} \quad \mu_{T_{Si}}(r, T_{S_i})$$

fuzzy függvények, illetve a nekik megfelelő μ_{D_i} és μ_{S_i} fuzzy halmazok az $R^M \times R^1$-en.

A kereslet-kínálat egyenlőségét leíró fuzzy függvény a

$$\mu(r, T) = \min_i \min \left[\mu_{D_i}(r, T), \mu_{S_i}(r, T)\right]$$



6. ábra

tartalmazási függvénnyel adható meg. Ez az árhalmazon meghatároz egy preferált egyensúlyi fuzzy halmazt

$$\bar{\mu}(r) = \max_T \mu(r, T)$$

tartalmazási függvénnyel.

A fuzzy egyensúlyi árhalmaz ekkor a

$$\hat{\mu} = \bar{\mu} \wedge \mu_R$$

formulával írható le, ahonnét a realizálható fuzzy egyensúlyi ár az

$$\hat{r}^* \in \arg \sup_r \hat{\mu}(r),$$

és a hozzó tartozó egyensúlyi kereslet-kínálati függvényérték a

$$\hat{T}^* \in \arg \sup_T \mu(\hat{r}, T)$$

értékkel valósul meg [6. ábra].

Az $\hat{r}$ és $\hat{T}$ egyensúlyi becslések stabilitásvizsgálata további kutatást igényel. Ugyancsak további vizsgálatok tárgyát képezi az egyensúlyi árak r_0^*, $\bar{r}^*$, $\hat{r}^*$ becslései közti összefüggés.

(Beérkezett: 1983. április 25-én)

IRODALOM

1. Kornai, J.: A hiány. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. Budapest, 1980.
2. Kornai, J.: Az egyensúly, mint közgazdasági kategória. Magyar Tudomány, 1982, N° 8—9.
3. Samuelson, P. A.: Közgazdaságtan. Budapest, 1976. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
4. Baumol, W. J.: Közgazdaságtan és operációanalízis. Budapest, 1968. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
5. Dubois, D.—Prade, H.: Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications. New York, 1980. Academic Press.
7. Yager, R. R. (ed.): Fuzzy Set and Possibility Theory. 1982. Pergamon Press, New York
8. Várlaki, P.—Magyar, J.: Szállításgazdaságtan és piaci mechanizmus. Budapest, 1983. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
9. Kovács, M.—Várlaki, P.: Modelling and Analysis of Economic Fuzzy Equilibriums, In: Proceedings of ACI 83, First IASTED International Symposium on Applied Control and Identification, Copenhagen, June 28—July 1, 1983, 23/27—31.

FUZZY ESTIMATIONS FOR VALIDITY GRADE OF COMPETITIVE MARKET EQUILIBRIUM IN TRANSPORTATION

The paper discusses the fuzzy measurement and estimation of the validity grade of competitive market systems and deals with fuzzy equilibrium models of the transportation. The examinations are based on the fuzzy set technique by "measuring" the hardness of the budget constraint of the transportation companies and the softness of the competition constraint of the transport markets.

The given equilibrium models analyse the behavior of the demand and supply functions, the fuzziness of which is caused by the imperfect realization of the competitive market system. The stability of the fuzzy equilibrium models are also investigated.

НЕЧЕТКИЕ ОЦЕНКИ СТЕПЕНИ РЕАЛИЗАЦИИ РЫНОЧНОГО РАВНОВЕСИЯ В ТРАНСПОРТЕ

В данной работе исследуется мера степени реализации сопернической рыночной системы и ее оценки и кроме того разрабатываются некоторые модели нечеткого равновесия. Исследования базируются на нечетких множествах, нечеткости которых вызвана несовершенной жесткостью бюджетного лимита транспортных агенств и несовершенной жесткостью бюджетного лимита транспортных агенств и несовершенной мяхкостью сопернического лимита транспортного рынка. Модели нечеткого равновесия рынка анализируют поведения функций спроса и предложения, которые являются нечеткими функциями из-за неполной реализации сопернической рыночной системы. Исследуется также и устойчивость моделей нечеткого равновесия.