

Programok és végrehajtásuk, a hatékonyság értékelése*

I. Bevezetés

Ez a tanulmány a közületi programok eredményességével, valamint azok irányításával foglalkozik. Olyan módozatokra irányul, amelyek révén a program hatékonyságot külön lehet választani a vezetési hatékonyságtól, mégpedig a *kijelölt* program inputokat a *megkívánt* program outputokba átalakító intézményektől (pl. iskolák) vagy más döntéshozó egységektől nyert empirikus megfigyelésekre támaszkodva. Hatékonyság-értékelési eljárásunkat egy nagyarányú társadalmi kísérlet eredményeiből válogatott adatokkal fogjuk szemléltetni. A hátrányos helyzetű gyermekek állami oktatásáról van szó, és a kísérletet Program Follow Through (PFT) néven ismerjük.¹

Ilyen szétválasztásra szükségünk van, ha el akarjuk kerülni azt, hogy a jó vezetés eredményeit rossz programoknak tulajdonítsuk és viszont. Sőt az összezavarás valószínűségét a közületi szektorra vonatkozó kiértékeléseknél még növeli a többszörös outputok és inputok fennforgása. Ha ilyen programokat szubjektív súlyozású egyetlen outputtal mérnek, ez olyan mérvű önkényességet von maga után, ami számos alkalmazásra nézve elfogadhatatlan. Ugyanez áll fenn akkor is, ha objektív adatokat használnak fel azzal a céllal, hogy a többszörös outputokat egyetlen outputra redukálják költség-ár számítások segítségével, noha ezek gyakran az éppen taglalt programoktól távol eső piacokról származnak.

Szemléltető példaként utalhatunk az „önbecsülésre” mint a 11 kívánatos output egyikére vagy a „szülőknek a gyermekek iránt tanúsított figyelmére” mint a 25 input egyikére, mindkettőt fontosnak véljük a PFT kísérlet eredményeinek kiértékelésénél. Hogy miért és hogyan állapították meg épp ezeknek az outputoknak és inputoknak fontosságát, azt nem tesszük vizsgálat tárgyává e tanulmányban.² Ehelyett feltételezzük, hogy a kívánt outputokat és a kijelölt inputokat, valamint azt a módot, ahogyan ezeket mérni kell, már megállapították. Ez megengedi majd, hogy a lényegre, a hatékonyságra összpontosítsunk olyan programok folyamán, amelyeket a következő output és input orientációkra való utalással jellemezhetünk:

* A fordítást a The Institute of Management Sciences engedélyével közöljük. Eredeti megjelenés *A. Charnes, W. W. Cooper and E. Rhodes: Evaluating Program and Managerial Efficiency: An Application of Data Envelopment Analysis to Program Follow Through, Management Science* Vol. 27. No. 6. June 1981, © TIMS, 1981. Fordította: *Vitányi András*.

¹ E kísérletről részletesebb leírást a cikk második része tartalmaz majd.

² Ezekről a témákról [1] és [2]-ben esik szó. Lásd még [43] és [53]. Ahogy *Eric Hanushek* [44] és [45]-ben megjegyzi, az ilyen szülői és családi inputokat általában fontosnak tekintik, talán a legeslegfontosabbnak, kivált a *Coleman* jelentés óta.

I. *Output orientáció*: egy döntéshozó egység (Decision Making Unit: DMU) nem mondható hatékonynak, ha bármely output növelhető valamelyik input növelése és egy másik output csökkentése nélkül.

II. *Input orientáció*: egy DMU nem mondható hatékonynak, ha bármelyik input csökkenthető anélkül, hogy egy másik inputot növelnénk és csökkentenénk valamelyik outputot.

Egy DMU-t akkor és csak akkor mondhatunk hatékonynak, ha nem érvényes rá sem az I. sem a II.

Látni fogjuk, hogy a mi hatékonysági mértékünk lehetővé teszi, hogy a fenti orientációkat egyidejűleg vegyük számításba. Mindamellett a bemutatás nagyobb világossága érdekében az tűnt a legjobbnak, hogy a most következő fejtegetésben elválasszuk őket. Bárhogyan van is, a fenti jellemzések úgy tekintendők, mintha a „Pareto hatékonyság”³ szokásos koncepcióját kiterjesztenénk azáltal, hogy beleérténénk mind az inputokat, mind az outputokat, azzal a feltételezéssel, hogy a felszabadított inputoknak van „valamiféle” értékük más lehetséges felhasználások során. Mint ilyen, a mi mértékünk mentes a súlyozást és árat feltételező megközelítések afféle önkényességétől, amelyre fentebb már utalnuk, legalábbis a hatékonyságot illetően feltétlenül mentes. Nem akarunk azonban pusztán a hatékony és nem-hatékony DMU-k azonosításánál megállni. Ennél is messzebb akarunk jutni azáltal, hogy megadjuk a hatékonyság mennyiségi becsléseit, valamint azokat a dimenziókat (program vagy vezetés) amelyekben előfordulnak.

A „döntéshozó egység” (DMU) kifejezést azért vezettük be a fenti definíciókba, hogy elkerülhető legyen az azonosítás, mely a hosszú használat folyamán rögzült az olyan fogalmakkal mint „vállalat” meg „cég”, melyek a közgazdasági irodalomban természetesen szerepelnek az input és output döntésekkel foglalkozó szervezeti egységekként. Mégis hasznosnak fogjuk találni a kölcsönzést ettől az irodalomtól annak érdekében, hogy a termelési függvény fogalmát alkalmazzuk annak tisztázására, hogy mit is próbálunk elérni a mi hatékonysági kiértékeléseinkkel. Ezt tesszük a bevezető hátralevő részében. Vagyis a termelési függvény fogalmát használjuk fel arra, hogy előzetes képet adjunk a fogalmakról, a módszertanról és az alkalmazásról, melyet a későbbiekben fejtenk ki e cikkben.

Először is írjuk fel

$$y = f(x_1, \dots, x_m) \quad (2)$$

alakban azt az összefüggést, ahol az y az $x = (x_1, \dots, x_m)$ input értékek bármely meghatározott vektorából nyert egyetlen output szintjét jelenti. Ahhoz hogy (2) termelési függvényt jelentsen, az y értékének mindegyik input vektorra maximálisnak kell lennie. Más szóval f „szélső érték”. Egy adott technológia (azaz vezetési és technikai tudás) vonatkozásában határozzuk meg, amely

³ Nevezik *Pareto—Koopmans* hatékonyságnak is. (Lásd [17], IX. fejezet.) Amivel mi itt foglalkozunk, azt *Farell* [36] egy alternatív megközelítésben, amely nem vonatkozik kifejezetten a $P-K$ hatékonyságra, úgy nevezi, hogy „technikai hatékonyság” és megkülönbözteti az „árhatékonyság”-tól. Tanulmányunkban mi sem foglalkozunk árhatékonysági megfontolásokkal. Jóllehet rendelkezésre állnak az erre szolgáló eszközök a helyettesítési határráta értékein keresztül, melyeket — mint látni fogjuk — felhasználunk melléktermékeként az általunk alkalmazott értékelési eljárások során. További fejtegetés [28] és [30] alatt található. A transzformációs elmélet kiterjesztése [30] rendelkezésre áll, amennyiben az idevonatkozó hatékonyság-költség függvényekre szintén szükség lenne.

magában foglalja azt a módot, ahogyan a DMU-n belül a döntéshozatalok meg vannak (vagy meg kellene hogy legyenek) szervezve.⁴

Mivel (2) egy „iparágon” belül minden egyes $j = 1, \dots, n$ „vállalatra” alkalmazható, használhatjuk arra is, hogy bármelyik vállalat hatékonyságát kiértékeljük a következő gondolatmenet révén. Tegyük fel, hogy a j -edik ilyen vállalatnak az x_{1j}, \dots, x_{mj} input értékei adva vannak. A (2)-be történő behelyettesítés az

$$\hat{y}_j = f(x_{1j}, \dots, x_{mj}) \quad (3)$$

összefüggést eredményezi, mint az adott input értékekből nyerhető maximális outputot. Ha az észlelt output értéke y_j , akkor a

$$0 \leq y_j/\hat{y}_j \leq 1 \quad (4)$$

formulát kapjuk, amely a vállalat által elért hatékonyság értékét adja meg. Ez az mérték több mint csupán egy hatékonysági mutató. Teljesen operacionális abban az értelemben, hogy értéke a lehetséges output aránya a ténylegesen elérthez, vagy fordítva: az adott input értékek inefficiens felhasználásából eredő output veszteséget jelöli.⁵

A fent vázolt körülmények között az ilyen inefficiencia a vezetésnek tulajdonítható.⁶ Természetesen a helyzet még bonyolultabb lehet: némely vezetők olyan termelési függvénnyel kell dolgoznia, amelyek a többiekétől eltérnek. Ilyenkor az \hat{y}_j^* -t mint olyan maximális outputot jelölhetjük, amely az egyes $\alpha = 1, 2, \dots, k$ különböző termelési függvények esetén lehetségesek, és hasonlóan jelölhetjük az $x_j^\alpha = (x_{1j}^\alpha, x_{2j}^\alpha, \dots, x_{mj}^\alpha)$ input vektorokat azért, hogy kiértékelhessük a vezetés hatékonyságát a termelési lehetőségek k különböző halmazán.

A termelési lehetőségek ilyen eltérő halmazainak bevezetése jogosan vet fel hatékonyságot érintő kérdéseket. Még ha fel is tételezzük, hogy mindegyik vezető 100%-os hatékonysággal működik, arra lehetünk kíváncsiak, hogy melyik a leghatékonyabb függvény közülük, és hogy mily módon lehetne az ilyenfajta hatékonyságot identifikálni és kiértékelni.

Az ilyen típusú „funkcionális hatékonyság”,⁷ amely a függvények közötti összehasonlítást hozza magával, a „program hatékonyság” és a „vezetési hatékonyság” közötti megkülönböztetéshez vezet el bennünket, amelyet e tanulmány későbbi részében fogunk vizsgálat tárgyává tenni. Az előbbit a vezetési magatartás vonatkozásában mérjük, a megfelelő függvény vagy program mellett. Az utóbbi a különböző függvényeket veti össze az egész program keretében. Ez további komplikációt okoz még akkor is, ha feltételezzük, hogy a vezetési hatékonyságból származó különbségeket már identifikálták és figyelembe vették. Figyeljük meg például, hogy az egyik termelési függvény nagyobb output értékeket adhat az input értékek némely tartomá-

⁴ Carlson [15] és Allen [5] kifejtik, hogy a szervezeti megfontolások — azaz, az a módszer, ahogyan a döntéseket megszervezik és egymással kapcsolatba hozzák — a termelési függvény definíciójának részét képezik.

⁵ Ez a gondolatmenet a [27]-ben használtat követi. Lásd [38]-at is.

⁶ Eltekintünk az észlelési és más hasonló hibák lehetőségétől. Lásd Aigner et al. [3]. Statisztikai kérdésekkel, az általunk javasolt hatékonysági mértékekkel kapcsolatos eloszlás-fajtákkal [29]-ben foglalkozunk, itt nem.

⁷ Az itt alkalmazott „funkcionális hatékonyság” kifejezés eltér attól, amely a [17] 3. oldalán szerepel.

nyában, mint egy másik, de más input tartományok esetében fordítva. Természetesen a helyzet még bonyolultabbá válik, amikor több mint két függvényről van szó. Ennélfogva, habár a mi tárgyalási módunk ilyen kiterjesztést is lehetővé tesz, ebben a cikkben nem fogunk részletesen foglalkozni vele.

Természetesen az a tény, hogy egyik függvény némelyik input érték tartományban hatékonyabb mint a többi, önmagában is jogosan fontos lehet. Ilyen eset áll fenn pl. amikor anyagi eszközöket osztanak szét különböző vállalatokra vagy programokra és ehhez üzemek különböző területekre telepítése vagy pedig különböző programokkal kapcsolatos jogi korlátozások kapcsolódnak.

Analízisünk lehetővé tesz ilyen identifikálást is, ha kell. Egyes közérdekű akciók kiértékelése esetében éppen azt akarhatjuk mérlegelni, hogy a többféle lehetséges függvény közül melyik lenne a legjobb. Ilyen az az eset, amikor döntést kell hozni, hogy több szövetségi állami program közül melyik az az egy, amit folytassunk (mint pl. a PFT esetében), annak ellenére, hogy bizonyos körülmények mellett az egyik program hatékonyabb, más körülmények között a másik.

Annak biztosítása végett, hogy az a hatékonysági hányados, melyet az ilyen kiértékelésre fogunk használni, ne vehessen fel egynél nagyobb értéket, felállítunk egy új függvényt, amely mindig legalább olyan hatékony mint a sorozatban levő bármelyik függvény. A szövegben a függvényre mint „közös burkolóra” utalunk, mivel mintegy beburkolja a sorozatban levő többi függvényt. Ezt úgy is lehet tekinteni, mint olyan „hatékonysági határ” alakú burkolót, amely korlátozó feltételt szab az alattuk működő DMU-k részére. Innen van a Data Envelopment Analysis = DEA (adatburkoló analízis) elnevezés, mely észlelési adatokra alkalmazott azon eljárásokból (és fogalmakból) áll, amelyeket a hatékonysági határok megállapítására használunk.

Tegyük fel, hogy a DMU-knak a vezetői előzetesen csak a program korlátozásai szerint — olyan korlátok ezek, melyeket a saját termelési függvényeik határoznak meg — tudtak cselekedni. Most viszont azt tételezzük fel, hogy a közös burkoló által meghatározott korlátokhoz tudnak igazodni. Ilyen feltételezés mellett az eredményül kapott hatékonysági mértéknek olyan tulajdonságai lesznek, melyek a hatékonyság előbbi definícióját kiterjesztik. A mi megközelítésünk különösen figyelembe veszi a DMU-k eloszlását az egyes programokon belül, valamint azokat az eredményt növelő vagy anyagi forrást megtakarító lehetőségeket, amelyek az egyes programoknál elérhetők azáltal, hogy a régi korlátokon túllépve az új, közös burkolóra térünk rá.

A cikk következő részeiben megvizsgáljuk milyen módon lehet e célt elérni. Ez úgy történik, hogy a matematikai programozás mechanizmusának a vezetési döntéshozatalban szokásos (csak) tervezési felhasználásán túllépve az optimalizálás eszközeit és fogalmát a már végrehajtott döntések kiértékelésére alkalmazzuk.⁸ Ez azt eredményezi, hogy új utak nyílnak az empirikus észlelésekből összefüggések becsülésére. Más megközelítésekkel mint pl. a statisztikai regresszióval az empirikus észlelésekhez való illesztésével nem csak azért végzünk összehasonlítást, hogy a mi javaslataink megértését megkönnyítsük, hanem

⁸ Ez eltér azoktól a felhasználásoktól, amelyekben a programozási (tervezési) modellekből nyert eredményeket régebbi döntésekkel vetik egybe, és a régebbi adatok alapján az eredményeket összehasonlítják a matematikai programozási modellek eredményeivel azzal a céllal, hogy megtudják vajon el lehetett volna-e érni jelentős javulást. Lásd pl. [25] és [46]. Úgyszintén lásd *Theil* [55] munkáját.

azért is, hogy megmutassuk, mikor előnyösebb a mi módszerünk használata és mikor más, a statisztikában megszokottabbaké. A kétféle módszer kombinációja természetesen szintén lehetséges és ezt be is fogjuk mutatni. A tanulmány hangsúlya azonban a hatékonyság mérésén van és nem az extrémális összefüggések becslésén.⁹

2. A döntéshozatal hatékonysága

Ha csak egyetlen programmal foglalkoznánk, akkor a vezetési (döntéshozatali) hatékonyság mértékéül a következő kifejezést vehetnők át [28]-ből és [50]-ből:

$$\max h_0 = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m x_i v_{i0}} \quad (5)$$

feltéve, ha

$$1 \geq \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}}; \quad j = 1, \dots, n;$$

$$u_r, v_i > 0; \quad r = 1, \dots, s; \quad i = 1, \dots, m.$$

Itt, mint eddig is, x_{ij} a j -ik DMU-ra vonatkozóan jelenti az input értékeket, de az outputokat most úgy indexeljük, hogy az y_{rj} az ezekből az inputokból nyert mindegyik $r = 1, \dots, s$ output észlelt mennyiségét jelentse. Azt feltételezzük, hogy az összes outputot és inputot mint pozitív értékeket észleltük. Mindegyik $j = 1, \dots, n$ DMU ugyanazokat az inputokat használja fel és ugyanazokat az outputokat hozza létre: (általában) eltérő mennyiségekben. Voltaképpen azt is mondhatnánk, hogy ez elegendő ahhoz, hogy úgy jellemezzük őket, mintha ugyanahhoz az „iparághoz” tartoznának.

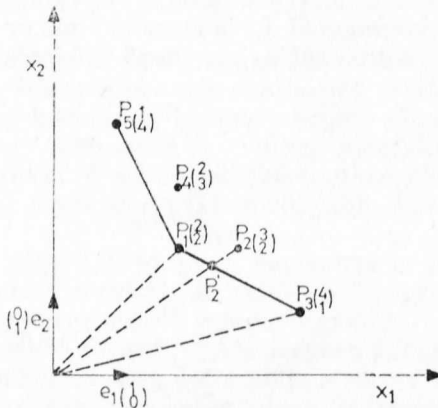
Az (5)-ben szereplő n feltétel nyilvánvalóan biztosítja, hogy egyik DMU sem tud elérni olyan hatékonysági minősítést, amely meghaladná az egységet. A hatékonysági kiértékelés mindegyik fázisára kiszemeljük ennek a halmaznak egy tagját, amelyet mind a célfüggvényben, mind a feltételekben szerepeltetünk. Az ezt követő optimalizálás ezután az u_r^* , v_i^* -nek egy *pozitív*¹⁰ együttesét eredményezi, amely optimális $0 \leq h_0^* \leq 1$ -ot ad, ahol a $h_0^* = 1$ akkor, és csak akkor, ha az így megkülönböztetett DMU az (1) értelmében hatékony.

Most ezekben a h_0^* , u_r^* és v_i^* értékeknek értelmezésére térünk rá, mégpedig úgy, hogy (a lineáris programozás „dualitási” értelmében) a következőképpen kapcsoljuk őket a termelégsgazdaságtan fogalmihoz. Egyelőre tegyük fel,

⁹ További tárgyalás [28]-ban és [50]-ben található.

¹⁰ Lásd a [28]-ra vonatkozó Javításokat avégett, hogy miért vannak ezek pozitív értékekre korlátozva. Ugyiszintén lásd a nem-archimédeszi modell hatékonysági tételét a [24]-ben, amely a lineáris programozási feladatban jelentkező pozitív maradékokat hozza kapcsolatba a nem-archimédeszi elemek megjelenésével a hányados feladat megoldásában.

hogy megint az egyetlen output (közönséges termelési függvény) esetéről van szó. Az 5 DMU mindegyikére két inputról szereztünk észleléseket, az x_1 és az x_2 mennyiségekről. Ezeket az input értékeket ezután a megfelelő outputjukkal normáljuk és az 1. ábra koordináta rendszerében, mint P_1, \dots, P_5 pontokat ábrázoljuk. Az 1. ábrán levő koordináták a különböző inputoknak az egységnyi outputra eső mennyiségét mutatják. A P_2 esetében pl. az egységnyi outputra eső inputok: $x_{12} = 3$, illetve $x_{22} = 2$, ahol a j index (itt $j = 2$) mutatja, hogy az öt DMU közül melyikre vonatkoznak az $i = 1, 2$ inputok.



1. ábra. Hatékony pontok és az isoquant görbe

A könnyebbség kedvéért ezekről az x_{ij} értékekről inkább mint mennyiségekről, mintsem hányadokról fogunk beszélni. Így az 1. ábrán levő összefüggő vonalra mint az „egységnyi isoquantra” utalunk, melyet a következő módon használunk a hatékonysági kiértékelésekre.

Vegyük a P_2 pontot a jelölt koordinátákkal. Ezek az észlelt inputok, amelyekre a 2. sz. DMU-nak szüksége van ahhoz, hogy egységnyi outputot hozzon létre. Másrésztől az origótól a P_2 -ig terjedő sugáron levő P_2' pont az egységnyi isoquanton van. Ez viszont azt jelenti, hogy a P_2' szintén létrehoz egy egységnyiit ugyanebből az outputból, de az inputokból kevesebbet használ fel. Ennél fogva ésszerű, hogy a

$$0 \leq d(OP_2')/d(OP_2) \leq 1 \quad (6)$$

arányt, mint az adott DMU hatékonysági mértékét használjuk, ahol a $d(OP_2')$ az origótól a P_2' -ig terjedő sugár hosszát és $d(OP_2)$ ugyanennek az origó és a P_2 közötti hosszát jelöli.

Nyilvánvaló, hogy a hányados értéke kisebb mint a P_2 -re vonatkozó egységnyi érték, és ugyanez áll a P_4 ponttal kapcsolatos adatokra. Ugyanez az eljárás azonban az 1. ábrában feltüntetett másik három DMU mindegyikére egységnyi értéket adna. Az utóbbiak így mind hatékonyak bizonyulnak, mivel az egységnyi isoquanton vannak, a P_2 és P_4 pontok pedig nem. Ily módon a programozás duális oldalán is kaptunk hatékonysági jellemzést, amely a dualitás révén ekvivalens a hányados kifejezésünkkel. (Lásd [24]-et és [28]-at.) A részletek [28]¹¹-ben vannak kifejtve, és itt nem bocsátkozunk

¹¹ Lásd Rhodes [50]-et is.

ismétlésekbe. Ehelyett egyszerűen felírjuk a P_2 -vel ábrázolt DMU kiértékelésére kapott optimális értékeket:

$$u^* = 1, \quad v_1^* = \frac{1}{6}, \quad v_2^* = \frac{1}{3}, \quad (7)$$

amely

$$h_0^* = \frac{1u^*}{3v_1^* + 2v_2^*} = \frac{6}{7} \quad (8.1)$$

optimális célfüggvény értéket ad és kielégíti az összes idevonatkozó feltételt, azaz

$$\begin{aligned} \frac{1u^*}{2v_1^* + 2v_2^*} &= 1, \\ \frac{1u^*}{3v_1^* + 2v_2^*} &= \frac{6}{7}, \\ \frac{1u^*}{4v_1^* + 1v_2^*} &= 1, \\ \frac{1u^*}{2v_1^* + 3v_2^*} &= \frac{3}{4}, \\ \frac{1u^*}{1v_1^* + 4v_2^*} &= \frac{2}{3}, \end{aligned} \quad (8.2)$$

mint ahogy (5) megköveteli ebben az egyszerű esetben, amikor csak egyetlen (egységnyi értékű) output van.

Látható tehát, hogy P_2 nem hatékony és $h_0^* = 6/7$ valójában azt jelenti, hogy az egységnyi outputot úgy kellett volna elérni, hogy mindegyik megfigyelt inputból csak $6/7$ részt használ fel. Ezt a tényt a P_1 és P_2 adataira utalva állapítjuk meg, amelyek ugyanezen számítás segítségével hatékonyak minősülnek, mint ahogy ez látható is a (8.2)-ben levő első és harmadik feltétel értékeiből.

Ez a példa azt mutatja, hogy bár nem tettünk a priori feltételezéseket a DMU-k termelési szerkezetére, a lineáris programozás dualitása minden hánycas formulához párosít egy „érintő” poliédert vagy „állandó hozamú termelési határfelületet”, amely a kérdéses DMU termelési függvényének lokális approximációja.

Ám bár a mi hatékonysági mértékünk úgy tűnik, mintha a DMU-knak csak a kiértékelés alatt álló részhalmazára vonatkozna, nem szabad elfelejtenünk, hogy az összes többi is résztvevett az egységnyi hatékonyság meghatározásában. Így a P_2 -re vonatkozó $h_0^* = 6/7$ hatékonysági értéket a P_1 és P_3 -ra vonatkozó sugár-eljárással kaptuk, ahol ez utóbbiakat az I. ábrán feltüntetett adatok alapján úgy jellemeztük, mint amelyek e kiértékelés keretében hatékonyak.

Mondanivalónk további megvilágítására a P_4 kiértékelését vesszük szemügyre, amely a fenti módszerrel¹² az

¹² Azaz egy ekvivalens lineáris programot oldunk meg és az optimális megoldást (5)-be helyettesítjük.

$$u^* = 1, v_1^* = \frac{1}{3}, v_2^* = \frac{1}{6} \quad (9)$$

értéket adja, melyre

$$h_0^* = \frac{1u^*}{2v_1^* + 3v_2^*} = \frac{6}{7}. \quad (10.1)$$

Ez ugyanaz a hatékonysági érték, mint amit a DMU₂-re kaptunk. Azonban a DMU₄-re elvégzett hatékonysági értékelés a P₅ és P₁ pontokra utal vissza, ahogy az (5) megfelelő feltételeibe való behelyettesítéssel bizonyítható:

$$\begin{aligned} \frac{1u^*}{2v_1^* + 2v_2^*} &= 1, \\ \frac{1u^*}{3v_1^* + 2v_2^*} &= \frac{3}{4}, \\ \frac{1u^*}{4v_1^* + 1v_2^*} &= \frac{2}{3}, \\ \frac{1u^*}{2v_1^* + 1v_2^*} &= \frac{6}{7}, \\ \frac{1u^*}{1v_1^* + 4v_2^*} &= 1. \end{aligned} \quad (10.2)$$

Ez más helyzet, mint a DMU₂-re kapott $h_0^* = 6/7$ esetében, ahol a sugár hatékonyságra P₁ és P₃ képezte a referencia halmazt. Más szóval a P₂ és P₄-re vonatkozó referencia halmazok különböznek annak ellenére, hogy az eredményül kapott hatékonysági értékek ugyanazt jelzik mindkét esetben a források csökkenthetőségének értelmében.

Amikor a hatékonyság kérdését egy *isoquant* szemszögéből közelítjük meg, magától értetődik, hogy input megtakarításokról beszéljünk. A dolgot meg is lehet fordítani úgy, hogy az output növelést mérlegeljük, sőt az általunk alkalmazott modell-típusok esetében mértékeinket egyidejűleg alkalmazhatjuk mind az inputokra, mind az outputokra, ha úgy tetszik.¹³

További felvilágosítást kapunk arról, hogy ez mily módon végezhető el a (7) és (9)-ben feltüntetett megoldási értékekre hivatkozva. Az ott szereplő v_1^* és v_2^* értékek, melyeket a lineáris programozási megoldásokból nyertünk, az 1. ábrán található megfelelő *isoquant* szakaszokhoz tartozó normálisokat reprezentálják. A P₁-től P₃-ig terjedő szakasz a

$$\left\{ (x_1, x_2): \frac{1}{6}x_1 + \frac{1}{3}x_2 = 1; 2 \leq x_1 \leq 4; 1 \leq x_2 \leq 2 \right\} \quad (11)$$

halmaz, ahol az együtthatók értékét a $v_1^* = 1/6$ és $v_2^* = 1/3$ segítségével nyerjük (7)-ből. Ezek nyilvánvalóan az egyes input változókhoz tartozó marginális termelékenységek. Ezek azonban nem becsülhetők pusztán a P₂ tevékenység

¹³ Lásd [35]-ben azoknak a feltételeknek a további fejtegetését, melyek mellett ez keresztülvihető.

adataiból, hanem tulajdonképpen bármely olyan DMU kiértékelésére alkalmazható *hatékony* marginális termelékenységek, amelyek erre az isoquant szakaszra vonatkoztathatók. Ennélfogva a (11)-ben szereplő egyik x_i , $i = 1, 2$ változónak sincs a DMU-t jelölő j alsó indexe.

Az a tartomány, ahol ezek a termelékenységek érvényesek a (11) jobb oldali részében van feltüntetve. A reláció ezen a tartományon belül lineáris, így a marginális és az átlag termelékenységek itt egyenlők. Ennélfogva, miután a v_i^* értékeket a P_2 -re vonatkozó észlelt értékekre alkalmazzuk, a következő összefüggést nyerjük:

$$v_1^* x_{12} + v_2^* x_{22} = 3v_1^* + 2v_2^* = \frac{7}{6}. \quad (12)$$

Ezáltal 7/6 egységnyi output értékhez jutunk (a hatékonysági arány reciprok értéke) a P_2 -nek megfelelő egy egységnyi output helyett.

A P_2 és P_5 közötti isoquant szakasznak megfelelő termelékenységeket (9)-ből nyerjük és a következő halmazt kapjuk:

$$\left\{ (x_1, x_2) : \frac{1}{3} x_1 + \frac{1}{6} x_2 = 1; 1 \leq x_1 \leq 2; 2 \leq x_2 \leq 4 \right\}. \quad (13)$$

Ez természetesen más mint (11), noha az adatok értelmezése ismét az előbbi eredményt hozza:

$$\frac{1}{3} x_{14} + \frac{1}{6} x_{24} = \frac{7}{6}.$$

Annak ellenére, hogy az output növekedés mindkét esetben ugyanaz, nem szabad elfelejtenünk, hogy ezek az értékek különböző hatékony referencia halmazokból származnak. Ennélfogva hiba lenne a (13)-ban szereplő termelékenységeket a P_2 -re alkalmazni és úgyszintén hiba volna a (11)-ben levő termelékenységeket arra alkalmazni, hogy a P_4 által elfogyasztott inputok hatékonyabb felhasználásából származó lehetséges output növekményt becsüljük fel.

Hangsúlyoznunk kell, hogy a mi termelési felületünk *nem* lineáris, csak szakaszonként lineáris, ami azt eredményezi, hogy a termelékenységek úgyszintén csak szakaszonként állandóak és csak a kijelölt tartományokon belül alkalmazhatók.

Kérdéshetjük persze, hogy nem található-e a szakaszosan lineárisnál általánosabb reprezentáció. A (7) dolgozat pl. megmutatja, hogy ezeket az ideákat ki lehet terjeszteni olyan függvényekre, amelyek szakaszonként Cobb–Douglas-típusúak, valamint a többszörös outputokkal rendelkezőkre és még általánosabb függvényosztályokra. Ez lehetővé teszi olyan esetek vizsgálatát is, amikor a különböző outputokban egyidejűleg jelentkezik növekvő és csökkenő (valamint állandó) hozam.

A később tárgyalandó alkalmazás esetében azonban túlzás lenne, hogy ennyire általános módszert használjunk az elemzésre. Az olyan outputok pontoszással való értékelése, mint egy *gyermek önbecsülése*, vagy olyan inputoké mint a *szülői figyelem*, nem állnak azon a fokon, hogy a növekvő hozam

tényleges megjelenését meg lehetne különböztetni a pontozó mechanizmusok hiányosságaitól. Ilyen körülmények között az tűnik a legjobbnak, ha az eddigi úton haladunk tovább,¹⁴ vagyis olyan egyszerűbb modellekből indulunk ki, mint az ebben a tanulmányban használatos szakaszonként lineáris modell.

Az ilyen eljárásnak további előnye, hogy a kívánt hatékonysági számítások elvégzésére számítógépes programcsomagokat alakítottak ki. Ezek megadják a (más célra is felhasználható) termelékenységi és egyéb koefficiensek becslését is, ha kell.¹⁵ Ezek természetesen az (5)-ben levő többszörös outputok és inputok esetét is tartalmazzák és ennél fogva szükségesnek tűnik, hogy a tanulmánynak ezt a részét azzal zárjuk, hogy előbbi értelmezéseinket kiterjesz-
szük erre a helyzetre is.

Az egyetlen output esetén úgy léphetünk túl, ha a termelési függvény fogalmát általánosítjuk „lehetséges termelési felületekre” és hatékonysági tulajdonságaikra.¹⁶ A határtermelékenység fogalma és a megfelelő *isoquant* határlapok stb. a többszörös output esetében kétértelművé válnak és ez *a fortiori* igaz, amikor ezeket az outputokat egyidejűleg határozzák meg egy tetszés szerinti input kombinációból. Tulajdonképpen ez az, ami bennünket érdekel, ennél fogva a következő típusú értelmezéssel folytatjuk.

A fizikában és technikában használatos természettudományi szaknyelvből kölcsönözve¹⁷ úgy fogunk az (5)-ben szereplő törtek számlálójának értékeire utalni, mint amelyek „virtuális inputot” és a nevező értékeire, mint amelyek „virtuális outputot” adnak. A u_r -t és a v_i -t az észlelt input és output értékekből ezekbe a virtuális inputokba és outputokba átvívó „virtuális transzformációs rátáknak” fogjuk tekinteni. Az eredmény olyan (dimenzió nélküli) hányados lesz, amely akkor alakul át tényleges (hatékonysági mérték) aránnyá, amikor az u_i^* -k és v_i^* -k optimálisak. A v_i^* -kat olyan marginális termelékenységekként értelmezhetjük, amelyek az „output potenciál” mértékével megadott virtuális inputra vonatkoznak. Hasonlóképpen, bármelyik ilyen meghatározott output potenciálra¹⁸ az u_i^* -k hatékony transzformációs határrátákként értelmezhetők az észlelt outputokból a virtuális outputokba, úgy hogy a kapott output-input arány nem nagyobb egynél.

Végezetül azt is megfigyelhetjük, hogy a mi hatékonysági mértékünk skála-független mindegyik inputjában és outputjában. Tehát ha rendelkezésünkre áll az x_{ij} értékek egy együtteséből nyert h_0^* és ezeknek az x_{ij} értékeknek bármelyik részhalmozát mind a függvényben, mind a feltételekben a $\rho_i x_{ij}$, $\rho_i > 0$ új értékekkel helyettesítjük, ez nem változtatja meg az eredeti h_0^* -ot. Ugyanez a tulajdonság érvényes az y_{rj} outputokra vagy az inputok és outputok bár-

¹⁴ Például a lineáris programozás első tényleges ipari felhasználásában, ahol a benzinkeverék minősítésére használt „teljesítmény-számok” által lehetővé tett linearizációt választottuk az oktánszámmal kapcsolatos *non-linearitás* helyett. Lásd [25]. Ügyszintén lásd az A. Charnes és A. Manne közti vitát az *Econometrica* ugyanezen kötetében. Az ezt követő fejlemények természetesen már helyet adtak ilyen és más nem-lineáris vonatkozásoknak azokban a matematikai programozási modellekben, melyeket ma már egyetemesen használnak a benzin- és más jellegű keverési folyamatokban.

¹⁵ Lásd [47].

¹⁶ Lásd [28].

¹⁷ Lásd [17] 645. oldalát, amely az olyan fogalmak programozási alkalmazásairól szól, mint a „virtuális elmozdulás”, „virtuális munka” stb.

¹⁸ Lásd [5]-ben R. G. Allen fejtegetését az egyik outputból a másikba transzformálás határrátájának gazdasági jelentőségéről.

melyik olyan kombinációjára is, amelyek számunkra fontosak lehetnek, feltéve, hogy az ilyen skála változtatások az összes mérlegelés alatt álló DMU-ra vonatkoznak.¹⁹

3. A vezetés (végrehajtás) hatékonysága

Most ki fogjuk terjeszteni a fenti fogalmakat avégett, hogy meg lehessen különböztetni a program hatékonyságát a vezetés hatékonyságától azoknak a DMU-knak különböző referencia halmazában, melyeket tanulmányozni fogunk. Következésképpen bevezetjük (5)-nek a következő kiterjesztését:

$$\max h_0^\alpha = \frac{\sum_{r=1}^{s_\alpha} u_r^\alpha y_{r0}^\alpha}{\sum_{i=1}^{m_\alpha} v_i^\alpha x_{i0}^\alpha}$$

feltéve, ha

(15)

$$1 \geq \frac{\sum_{r=1}^{s_\alpha} u_r^\alpha y_{rj}^\alpha}{\sum_{i=1}^{m_\alpha} v_i^\alpha x_{i0}^\alpha}; \quad j = 1, \dots, n_\alpha$$

$$u_r^\alpha, v_i^\alpha > 0; \quad r = 1, \dots, s_\alpha; \quad i = 1, \dots, m_\alpha,$$

ahol $\alpha = 1, 2, \dots, k$ indexeli az egyes vizsgált halmazokat.

Természetesen mindegyik halmazon belül a hatékonysági mérés helyzete ugyanaz mint korábban volt, azaz $0 \leq h_0^{*\alpha} \leq 1$, és $h_0^{*\alpha} = 1$ akkor és csak akkor, ha az a DMU, melyet a DMU-k α -ik halmazához viszonyítva értékelünk, hatékony. Most viszont úgy akarjuk kiterjeszteni ezeket a fogalmakat, hogy az $\alpha = 1, 2, \dots, k$ halmazokra együttesen alkalmazhassuk őket avégett, hogy megvizsgáljuk a kérdéses programok viszonylagos hatékonyságát.

Hogy elvégezhesük ezeket az összehasonlításokat, szükségünk van a referencia halmazok közös outputjaira és inputjaira. Ideiglenesen úgy képzeljük el ezt, mintha összehasonlítást végeznénk az egyes α „technológiák” között azért, hogy meghatározzuk a közös inputoknak a közös outputokba való átalakításának különböző hatékonysági fokát. Mindegyik ilyen technológia megadja a termelési lehetőségek halmazának egy „határát” a gazdasági elmélet szokványos feltételezései mellett. Mi azonban empirikus adatokból származó következtetésekkel fogunk foglalkozni, melyekben *nem* tételezhetjük fel, hogy az összes DMU eléri ezeket a határokat. Mivel általában nem ismerjük ezeket a határokat valamilyen *a priori* forrásból, csak burkolási eljárással tudjuk őket megállapítani, úgy ahogy az 1. ábrában megmagyaráztuk: a DMU-k megfelelő halmazának leghatékonyabb tagjaiból kiindulva. Ezután a DMU-k eme hatékony részhalmazait fogjuk felhasználni az olyan *viszonylagos* hatékonysági határok megállapítására, amelyekre mint „burkolókra” utalunk azzal a céllal, hogy kihangsúlyozzuk az eltéréseket a közgazdasági elmélet szokásos feltételezéseiről és az empirikus kutatás szokásos módszereitől.

¹⁹ A bizonyítást lásd [18]-ban. Más általánosabb invariancia tulajdonságok vizsgálata [50]-ben található.

Mindenesetre $\alpha = 1, 2, \dots, k$ ilyen burkolót fogunk használni a halmazokból vett minden DMU hatékonyságának mérésére. Utána azzal foglalkozunk, hogy a DMU-k mindegyik részhalmazát a rá vonatkozó burkolóhoz igazítsuk, mielőtt a teljes halmazra vonatkozó hatékonysági összevetéseket készítenénk a tanulmány bevezető részében jelölt módon. Hogy ezeket a burkolók közti összevetéseket el tudjuk végezni, mindegyik DMU-t átvisszük saját referencia halmazának burkolójára, a [28]-ban leírt módon. Leginkább a közületi szektorban található magatartással foglalkozunk — mint pl. az oktatási intézmények magatartása —, ahol a tökéletes verseny piaci erői nem érvényesülnek szabadon. Mindazonáltal, durva analógiára támaszkodva, úgy tekinthetjük ezeket a „burkolóra igazításokat”, mint amelyek megfelelnek a versenyelmélet ama részének, mely szerint a fennmaradásnak feltétele, hogy minden DMU olyan hatékony legyen, mint versenytársai közül a leghatékonyabb.²⁰ Jegyezzük meg azonban, hogy ez nem feltételezés a mi esetünkben, hiszen mi így igazítjuk ki észleléseinket. Ennélfogva a burkolók közti összevetéseket olyan kiigazított adatok alapján végezhetjük, amelyekben már minden DMU olyan hatékony, mint a leghatékonyabb közülük. A burkolók közti összevetéseket ezután arra használjuk, hogy ezeket a burkolókat hatékonyság szerint rangsoroljuk.

Az alkalmazható tesztelési és becslési eljárások statisztikai aspektusaival másutt foglalkozunk — lásd [18] és [50] — és ezeket a jelen tanulmányban nem tárgyaljuk részletesen. Mindazonáltal kihangsúlyozhatjuk a következő szempontokat. Ellentétben az olyan helyzettel, amelyben egy elméletet akarunk tesztelni, itt úgy járunk el, hogy az elméletet arra használjuk, hogy az észleléseket arra a burkolóra hozza, mely az egyes halmazokban hatékonysági határként szolgál. Csak *miután* ez megtörtént lehet a burkolók közti szignifikancia vizsgálatokat elvégezni.

Ez a megközelítés nagymértékben egyszerűsít néhány olyan statisztikai modellt és módszert, melyeket fel lehet használni, és sok olyan alkalmazásmódot tesz lehetővé a stratégiák elemzésének és irányításának területén, amelyekre a szokásos módszerek nem alkalmasak.²¹ Mindenesetre szükségesnek tartottuk, hogy módszerünknek külön nevet adjunk: Data Envelopment Analysis = DEA (adat burkoló analízis). Ezt a következőképpen próbáljuk motiválni: Tegyük fel, hogy rendelkezésünkre áll a közoktatásban alkalmazható két különböző program. Mindkét programnak ugyanolyan (többszörös) outputjai vannak és mindkettő ugyanazokat az inputokat használja fel, mint pl. a PFT kísérletben, melyet rövidesen vizsgálat tárgyává teszünk. Ahhoz, hogy eldöntsük, vajon a PFT jobb-e mint ennek az NFT alternatívája, különféle lehetőségeket kell figyelembe vennünk azon oknál fogva, hogy az észlelések minden egyes PFT és NFT-re vonatkozóan olyan eltéréseket tartalmaznak, melyek visszatükrözik a vezetői döntéseket akkor is, ha a *program* adta lehetőségekkel e döntések nem elég jól éltek.

Azáltal, hogy különbséget teszünk a program hatékonysága és a vezetés-végrehajtás hatékonysága között, a mi DEA megközelítésünk a különféle

²⁰ A burkolókra úgy is fogunk utalni, mint „hatékonysági határok”-ra, annak ellenére, hogy nem élünk a szokásos profit maximáló (ösztönző) feltételezéssel, miszerint a leghatékonyabb DMU-k mindig a technológia engedte optimumot választják.

²¹ Lásd *Griliches* [42] értekezését az oktatás szokványos ökonometriai vizsgálatával ezidáig nyert csekély eredményekről.

stratégiák kiértékelésére irányul. Továbbá a DEA módszer menet közben kiválasztja a hatékony DMU-kat esetleges tanulmányozás végett, miáltal az egyes programok követelményeit és irányítását módosíthatják. Lehetőséget nyújt arra is, hogy teljesen új programokat szintetizáljunk, úgy hogy egyes DMU részhalmazokat válogatunk ki, és belőlük olyan új program-kombinációkat képezünk, amelyek jobbak, mint bármelyik eredeti program. Természetesen még más lehetőségek is rendelkezésre állnak és bárhogyan is van, a DEA módszerrel megkülönböztethetjük a jó programokat, melyeket esetleg rosszul menedzselnek a rosszabbaktól, amelyek inkább a jó vezetés miatt, semmint a program adottságai miatt tűnnek jobbnak. A következőkben a DEA-nak ezt az aspektusát fogjuk hangsúlyozni, de azért a többi lehetőségek közül is megmutatunk néhányat menetközben.

4. A „végig-követő program” (PFT) háttere

A cikk első részében tárgyalt DEA eljárást most egy olyan adathalmazon²² szemléltetjük, amely az Egyesült Államok közoktatásában végzett igen fontos kísérletből származik. Ezt a kísérletet „végig-követő program” (Project Follow Through = PFT) néven ismerik.²³ Mielőtt azonban analízisünk részleteibe bocsátkoznánk, foglaljuk röviden a PFT kísérlet történeti hátterével és kifejlesztésével.

Országos programként a hatvanas évek vége felé kezdeményezték, abból a célból, hogy az oktatásban hátrányos helyzetű alsófokú elemi iskolás tanulóknak javító támogatást nyújtson. A korábban Project Head Start²⁴ néven ismert program céljait és eredményeit volt hivatva továbbvinni. A PFT legjelentősebb indoka éppen az volt, hogy a Head Start-ot, ezt az iskolát megelőző programot egészítse ki, mivel az alsó fokozatokban az általános iskolák nem működtek a Head Start céloknak, tananyagoknak és célkitűzéseknek megfelelően, és így nem tették lehetővé az ilyen gyermekek számára azt, hogy megtartsák vagy felgyorsítsák iskola előtti eredményeiket.²⁵ A PFT volt hivatva megoldani ezt a problémát. Ugyanakkor iskolán kívüli „társadalmi tevékenységi programnak” is tekintették abban az értelemben, hogy közösségi szolgáltatásokat is nyújtának: helyes táplálkozási programot, szociális, egészségügyi és fogászati támogatást, sőt pszichológiai tanácsadó szolgáltatást is.

²² Az adatokat az Egyesült Államok Oktatásügyi Hivatala (USOE) és az Abt Társaság (Cambridge, Mass.) bocsátotta rendelkezésünkre, még mielőtt [1] és [2]-ben publikálták volna. Köszönetünk illeti őket a szokatlan előzékenységért. Hálásak vagyunk *Mary Kennedy*nek is (USOE), a kísérletért felelős tisztviselőnek, aki a [2] és [43] hivatalos jelentéseket rendelkezésünkre bocsátotta.

²³ Lásd az imént hivatkozott [2] és [43] jelentéseket.

²⁴ A Project Head Start-ot mint kora gyermekkori *iskola előtti* közbeavatkozó programot tervezték azzal a céllal, hogy jelentős ismeretbeli és más nyereségeket hozzon létre a hátrányos helyzetű gyermekek körében. Amikor későbbi tanulmányok kimutatták, hogy a Project Head Start hatásai veszendőbe mentek, miután a résztvevők elkezdték az elemi iskolát, mint egyik javító intézkedést a PFT-t javasolták azzal az elképzeléssel, hogy az első néhány osztályban tanúsított különleges figyelem tovább erősítheti azt, amit a Project Head Start előzetesen elkezdett. Lásd a fejtegetéseket az Egyesült Államok Oktatásügyi Hivatal Jelentései IIA kötetének 158–159 oldalain [2]-ben.

²⁵ [53], 2–3. oldal

A PFT elméleti részét úgy értelmezhetjük, mint a Head Start egy formáját, amely ezt az óvodától a harmadik elemi osztályig terjeszti ki. A PFT eredetileg mintegy 200 000 gyermeket magában foglaló programként fogalmazódott meg és lelkes támogatásra talált a különböző oktatásügyi szerveknél. Csalódtak azonban azok, akik egy széleskörű tevékenységre számítottak, a kezdet és a finanszírozás között egy sor olyan fejlemény történt, amely a szövetségi politika megváltozását és az anyagi támogatás csökkentését eredményezte.²⁶ Ez viszont azt hozta magával, hogy újra kellett gondolni a dolgokat, és az előzőleg javasolt tömeges alkalmazást „kísérleti tanulmánnyá” változtatták. Az volt az elgondolás, hogy a statisztika klasszikus szabályai szerint tervezik a kísérletet vagy ezeket legalábbis annyira közelítő megoldásként használják, amelyet az oktatáspolitikai területén csak el lehet érni.²⁷ Mindegyik program variáció „patronálók-kal” volt kapcsolatos (pl. a helyi egyetemeken vagy kutató intézetekben székelő patronálók-kal), akiknek az volt a feladatuk, hogy (1) egy bizonyos variáció alapvető formáját és tartalmát megadják és (2) a variáció végrehajtásában együttműködjenek a kijelölt helyi iskola-körzetekkel.*

A fenti követelmények betartásától függött a szövetségi anyagi támogatás (valamint az ehhez fűződő más természetű előnyök). Ezekhez még hozzájött a követelmény: mindegyik iskola-körzet jelöljön ki egy-egy ellenőrző Non-Follow Through = NFT csoportot a PFT csoport mellé.²⁸

Egy másik nehézség abban jelentkezik, hogy a PFT számos társadalmi, egészségügyi és művelődési szolgáltatást nyújtott a közösségnek. Mivel ez a tevékenység nem tartozott semmiféle kifejezetten tudományos programhoz, nem lehetett meghatározni differenciális hatásait sem. Ennélfogva úgy teszünk, mint más analízis-kiértékelők is tesznek, vagyis egyszerűen mi sem vesszük figyelembe a program eme részeit, és csupán az elméleti részekre összpontosítunk.

E korlátokon belül azonban bizonyos, a mi céljaink szempontjából vonzó sajátosságok is felbukkannak. Elsősorban az, hogy az ilyen méretű programok között egyedülálló módon a PFT tanulmány országos kiértékelésére az összes színhelyen azonos tesztek és mérési szempontokat alkalmaztak. Ez az országos kiértékelés magában foglalta mind az NFT, mind a PFT csoportokat. Továbbá, az előbbi színhelyeket, az NFT-eket, úgy válogatták össze, hogy az utóbbiakhoz hasonló tanulókból álló halmazokat tartalmazzanak. Ily módon a PFT eredményeket a hasonló kontrol-populációkhoz lehet viszonyítani, és nem csak az összesített országos átlaggal összevetni. Mégha ez az összeillesztés nem is volt tökéletes, jobb alapot nyújtott mint az oktatáspolitikai más, „kvázi-kísérlet” típusú tervezetei.²⁹

²⁶ A PFT terjedelmét jellemzi, hogy a bevont tanulók száma 47 ezer és 102 ezer között volt az egyes években és reá 10 tanév alatt (1967—77) központi forrásból 467 millió dollárt fordítottak. Az eredeti cikk erről részletes adatokat tartalmaz. (Szerk.)

²⁷ Felismervén, hogy milyen érzékeny az oktatás (különösen az alsó osztályos oktatás) az emóciókra, a feszültségekre és a tudományos tanulmányok más akadályaira.

* A patronáló intézményeket és a patronált körzeteket felsoroló mellékletet a magyar fordításból elhagytuk. (Szerk.)

²⁸ A különböző patronálói teljesítmények részletes tárgyalását adja [1] és [2].

²⁹ Campbell és Stanley [13] értelmezése szerint.

5. A változók kiválasztása

Már tárgyaltuk néhány tulajdonságát annak a DEA módszernek, melyet a program és a végrehajtás hatékonyságának mérésére javasoltunk. Most megmutatjuk néhány más tulajdonságát is. Figyeljük meg pl., hogy a fenti összeillesztés bizonyos nehézségeket támaszt, amelyekkel a kísérletek tervezésének klasszikus (természettudományos) modelljeiben nem találkozunk és amelyek ezért különös figyelmet igényelnek. Erre példának vehetjük a vezetési (= döntéshozatali) hatékonyság megoszlását a PFT-ben és az NFT-ben levő DMU-k között. Figyelembe kell vennünk a döntéshozatal hatékonyságában rejlő különbségeket, mivel nyilvánvaló, hogy egy „jó programot” rosszul is végre lehet hajtani és viszont. Ennélfogva ahhoz, hogy egy „program” kiértékeléséhez eljussunk, szükségünk van arra, hogy valamilyen módon identifikálni tudjuk a tökéletlenség esetleges forrását.

Ha profitra törekvő egységekkel volna dolgunk, akkor annak érdekében, hogy a hatékonyságokat az eredeti kísérleti tervezetben összevethessük, használhatnánk — legalábbis elvileg — dollárban mért skálát mind az inputokra, mind az outputokra. Itt azonban nem áll ilyen *a priori* bázis rendelkezésünkre és így a DEA módszereinket úgymond „utólagosan” alkalmazzuk avégett, hogy menet közben kizárjuk ki a végrehajtási fogyatékosokat a kívánt PFT-NFT összevetésekből.

Mivel törekvéseinket a DEA módszer fogalmaira és eljárásaira akarjuk összpontosítani, az tűnik a legésszerűbbnek, ha csak néhány változóra szorítkozunk azok közül, amelyekre a PFT kísérletből adatok állnak rendelkezésre. Ez azt jelenti, hogy a módszer alkalmazása a PFT-re csak szemléltető jellegű lesz. Másrészt viszont azok a változók, amelyeket tanulmányozni fogunk, nagyon is fontosak, és ennélfogva kedvezőtlen észrevételeinket nem lehet csak úgy félresöpörni, még akkor sem, ha mi főleg a DEA szemléltetését tartottuk szem előtt. Továbbá, a programból kihagyott részek (mint pl. a szociális szolgáltatásokkal kapcsolatos komponensek) a PFT előnyére befolyásolták volna az eredményeket. Más szavakkal élve, még a PFT-re nézve kedvező eredmény sem lett volna elegendő igazolás a további kiadásokra, és ezért további indokot kellene találnunk, mielőtt a PFT-re pozitív ajánlást lehetne előterjeszteni.³⁰ Az a tény, hogy tanulmányunk nem kedvező a PFT-re az NFT-vel szemben, azt jelenti, hogy más dimenziókban erős hatásokra lenne szükség ennek kiegyenlítése végett.³¹

A tanulmányban felölelt személyek közül csak az egyik évjáratra fogunk összpontosítani a több közül.³² Ennek az évjáratnak is csupán az utolsó (3. osztályos) eredményeit használjuk és így elkerüljük a további bonyodalmakat, melyek a végállapothoz vezető dinamikus vagy átmeneti magatartáshoz kapcsolódnak. A 11 output mérőszám közül csupán a következő hármat választjuk, mivel ezek is elegendően tartalmasak céljainkhoz:

³⁰ Figyeljük meg azonban, hogy az általunk javasolt megközelítés a költség-haszon analízis szokványos dollár skalarizációját csak mint a sok dimenzió egyikét (vagy részhalmazát) tudja befogadni ahelyett, hogy olyan elsőrendű fontosságot tulajdonítsunk ezeknek a dollár skalarizációknak, mint amilyen a költség-haszon megközelítéseknél szokásos.

³¹ A PFT és NFT közötti elkülönülés voltaképpen nem olyan teljes, mint ahogyan kívánatos lenne.

³² A magyar fordításból kihagyott egyik melléklet erről további részleteket közöl. (Szerk.)

y_1 : az ún. „átfogó olvasási eredmény”³³

y_2 : az „átfogó matematikai eredmény”³³

y_3 : az „önbecsülés terjedelme”, melyet Coopersmith módszerével³⁴ mérnek.

Megfigyelhetjük, hogy ez az y_3 mérce az érzelmi magatartásra (vagyis nem tudásbeli növekedésre) irányul, egy olyan dimenzióra tehát, amely a programnak célkitűzései közé tartozott. Az y_1 és y_2 -vel együtt ez az y_3 jól mutatja, miről is van szó az ilyen programok kiértékelésénél. Különösen azt figyeljük meg, hogy eme outputok viszonylagos fontosságának súlyozására nincs kéznél valamilyen könnyen rendelkezésünkre álló módszer, és még az a gondolat is mesterkéltnek, sőt bizarrnak látszik, hogy piaci értéket tulajdonítsunk a hátrányos helyzetű kisgyermekök önbecsülésének. Mindamellett szükségünk van a program hatékonyságának valamilyen „átfogó” mérőszámára ahhoz, hogy a PFT kontra NFT alternatívát kiértékelhessük. Az ehhez szükséges alapadatokat a PFT-ről az 1. és a 2. táblázatban, az NFT-ről a 3. és 4. táblázatban mutatjuk be.

A 2. táblázat az input adatokat adja meg ugyanazokra a PFT helyszínekre, mint az 1. táblázat az output adatokat. Ezeket az input mutatókat 25 mutatószám közül választottuk ki:

x_1 : Az anya műveltségi szintje, az érettségizett anyák százalékos aránya.

x_2 : A család legmagasabb szintű tagjának foglalkozása, előre elrendezett besorolási skála szerint.

x_3 : A szülői látogatás indexe, az iskola helyére történt látogatások száma.

x_4 : A szülői instruktorkodás indexe, iskolai témákban a gyermekkel töltött idő (pl. együtt olvasás stb.).

x_5 : Tanítók száma az adott helyszínen.

Az 1. és 3. táblázatban feltüntetett adatok mind 100 tanulóra vonatkoznak és ugyanez érvényes a 2. és 4. táblázatban szereplő input adatokra is, kivéve az x_5 -öt.³⁵ Figyeljük meg, hogy ismét világosan megmutatkozik az, ami bizonyára más hasonló tanulmányokban is fellelhető, éspedig, hogy kizárólag az x_5 esetében van lehetőség olyan fajta input variációs döntésekre, amilyenek a termelés gazdaságtanában szokásosak. Erőforrásokat persze lehet arra is fordítani, hogy elősegítsék a szülők látogatásait vagy instruktorkodását, de az ilyen ráhatások a legjobb esetben is lazák és még a tanítók száma is csak korlátok közt változtatható.

Mint ahogy azonban már megjegyeztük, mégis folytathatjuk a „hatékonyság” kiértékelését a tekintetben, hogy elértük-e már a maximális outputokat a felhasznált inputokból — legalább is miután már eldöntöttük, hogy melyek a kívánatos outputok és a kijelölt inputok és hogy milyen módszereket használjunk ezek mérésére. Azzal a kérdéssel, hogy pl. a vezetés hatáskörén kívül álló inputok esetén hogyan lehet mérni a hatékonyságot, másutt³⁶ foglalkoztunk, ennek a témának a taglalása itt szükségtelenül bonyolítaná a dolgokat. Ezért úgy folytatjuk ezt a tanulmányt, mintha a PFT minden kiválasztott outputja

³³ E két változó mérési módját a Metropolitan Achievement Test keretében [49] írja le.

³⁴ Lásd [34].

³⁵ [26] és [50] részletesen indokolja a választásokat. Mint már megjegyeztük, a h_0^* értékét, mint viszonylagos hatékonyságot, nem befolyásolja a skála megválasztása, feltéve, ha egyik inputra vagy outputra sem használunk eltérő skálákat a különböző helyszíneken. Lásd [18] és [50].

³⁶ Lásd [24].

1. táblázat

Eredeti PFT output adatok

Körzet	Átfogó olvasási eredmények y_1	Átfogó mate- matikai er- edmények y_2	Coopersmith eredmények y_3
1	54,53	58,98	38,16
2	24,69	33,89	26,02
3	36,41	40,62	28,51
4	14,94	17,58	16,19
5	7,81	6,94	5,37
6	12,59	16,85	12,84
7	17,06	16,99	17,82
8	20,29	30,64	33,16
9	26,13	29,80	26,29
10	46,42	51,59	35,20
11	39,80	37,73	30,29
12	37,84	47,85	25,35
13	26,48	31,36	26,54
14	10,31	10,86	7,47
15	14,39	18,30	14,33
16	32,94	36,03	38,19
17	17,25	20,80	12,07
18	27,55	38,19	20,44
19	41,12	43,80	36,54
20	29,43	42,63	23,34
21	37,46	51,02	27,44
22	19,40	25,18	16,52
23	39,88	47,72	38,97
24	25,72	30,81	16,54
25	24,88	25,27	22,43
26	31,62	40,78	31,16
27	31,31	38,32	25,03
28	21,00	21,30	18,30
29	6,51	7,02	6,16
30	11,64	15,26	15,68
31	12,58	15,90	14,42
32	4,59	6,16	4,99
33	43,76	46,64	39,10
34	32,38	38,55	31,05
35	34,64	45,46	39,22
36	11,52	15,14	13,91
37	15,96	19,21	15,30
38	9,91	12,30	7,22
39	30,44	33,53	29,80
40	22,63	25,24	17,15
41	24,41	27,16	25,30
42	23,11	22,67	17,56
43	21,82	31,45	27,54
44	63,92	79,67	63,11
45	9,47	11,92	8,85
46	33,94	39,18	34,61
47	29,42	35,10	28,42
48	7,70	11,02	9,02
49	12,17	16,03	15,82

2. táblázat

Eredeti PFT input adatok

Körzet	Az anya műveltségi szintje x_1	Foglalkozási index x_2	Szülői látogatás indexe x_3	Instruálás indexe x_4	Tanítók száma x_5
1	86,13	16,24	48,21	49,69	9
2	29,26	10,24	41,96	40,65	5
3	43,12	11,31	38,19	35,03	9
4	24,96	6,14	24,81	25,15	7
5	11,62	2,21	6,85	6,37	4
6	11,88	4,97	18,73	18,04	4
7	32,64	6,88	28,10	25,45	7
8	20,79	12,97	54,85	52,07	8
9	34,40	11,04	38,16	42,40	8
10	61,74	14,50	49,09	42,92	5
11	52,92	11,67	39,48	39,64	5
12	36,00	10,15	37,80	39,52	7
13	39,20	10,80	41,04	41,12	3
14	14,60	2,88	9,64	-11,14	5
15	4,29	5,42	21,45	17,27	9
16	27,25	14,17	56,46	55,26	9
17	22,63	4,43	15,40	15,00	2
18	28,00	7,61	28,73	27,04	9
19	53,56	13,70	53,04	49,85	7
20	25,42	9,05	29,69	31,74	4
21	31,57	10,08	39,34	40,57	6
22	16,34	5,84	20,89	22,10	4
23	44,28	14,14	56,70	52,27	11
24	19,74	6,43	24,20	25,66	3
25	24,40	8,05	33,42	31,29	7
26	41,40	11,70	44,01	46,35	7
27	27,20	9,38	37,80	31,55	4
28	23,92	7,12	25,58	29,01	3
29	10,62	2,55	10,10	9,09	4
30	12,48	6,14	23,13	22,46	6
31	19,32	5,89	24,01	24,74	6
32	6,30	1,93	7,11	7,68	4
33	46,62	14,65	65,71	57,49	10
34	38,95	12,82	47,02	48,92	9
35	61,60	15,56	53,98	50,29	6
36	31,08	6,26	22,18	21,96	4
37	19,35	6,68	22,61	23,31	4
38	11,20	3,08	9,90	10,06	2
39	34,40	11,61	41,79	41,79	5
40	35,55	6,48	21,69	21,69	6
41	30,53	9,30	35,50	35,14	8
42	25,44	7,10	26,81	26,23	3
43	26,66	11,43	41,36	44,63	6
44	39,79	22,49	84,77	76,12	11
45	8,32	3,64	12,92	13,13	2
46	59,78	13,52	48,80	49,69	15
47	39,22	10,06	37,00	38,33	4
48	3,24	3,18	13,12	12,71	5
49	7,14	5,29	23,10	19,06	8

3. táblázat

Eredeti NFT output adatok

Körzet	Átfogó olvasási eredmények $\%_1$	Átfogó mate- matikai eredmé- nyek $\%_2$	Coopersmith eredmények $\%_3$
50	39,07	42,71	27,67
51	9,96	14,34	9,33
52	45,37	51,38	31,61
53	18,23	22,05	17,56
54	59,63	64,41	35,89
55	24,20	28,21	18,74
56	13,53	17,09	15,61
57	28,39	27,65	20,79
58	21,67	26,22	13,66
59	120,17	144,67	88,59
60	15,15	18,04	13,58
61	6,92	7,10	6,35
62	9,35	9,85	7,70
63	13,03	13,40	10,29
64	18,63	24,48	23,13
65	12,28	13,01	9,89
66	16,81	19,72	18,70
67	26,36	28,22	24,46
68	22,85	26,21	28,14
69	8,17	8,70	5,12
70	13,69	14,19	12,99

4. táblázat

Eredeti NFT input adatok

Körzet	Az anya művel- tségi szintje x_1	Foglalkozási index x_2	Szülői látogatás indexe x_3	Instruálás indexe x_4	Tanítók száma x_5
50	68,16	12,28	33,58	34,64	15
51	11,88	3,59	13,41	13,82	8
52	55,30	11,53	36,73	35,78	6
53	16,20	7,02	26,94	26,30	9
54	82,45	15,52	45,00	44,23	13
55	15,81	6,93	23,91	23,61	7
56	4,65	5,50	20,91	23,39	5
57	41,25	8,41	26,23	25,24	10
58	10,44	5,22	17,10	18,93	3
59	139,65	35,03	119,56	130,83	22
60	16,28	4,81	18,20	18,98	5
61	12,06	2,59	8,74	8,17	5
62	4,29	2,64	9,89	11,25	2
63	19,44	3,83	12,87	13,23	5
64	28,38	8,91	30,95	33,33	8
65	13,50	3,61	15,60	12,39	4
66	23,32	7,10	24,96	28,56	22
67	27,60	9,38	32,29	34,01	20
68	11,70	10,53	37,67	43,60	8
69	4,68	1,85	6,22	5,46	5
70	10,44	4,82	17,13	18,21	9

és inputja változtatható lenne, legalább is a jelen tanulmányban ilyenek tekintjük őket a DEA eljárási módok szemléltetése céljából.

Ismételten alkalmazván a (15) modellt $\alpha = 1$ -re (1. és 2. táblázat), illetve $\alpha = 2$ -re (3. és 4. táblázat) megkapjuk a h_0^{*1} és a h_0^{*2} értékeket, melyeket az 5. táblázat tartalmaz. Ezek a h_0^* értékek megadják a DMU-k hatékonyság szerinti minősítését, külön a PFT és az NFT feltételek mellett, amikor is a $h_0^{*z} = 1$ mindkét esetben akkor és csak akkor érhető el, ha a minősítés alatt álló DMU hatékonyan minősül a kérdéses referencia halmazhoz képest. Például a $h_0^{*1} = 1$ az 1. körzetre vonatkozóan azt jelenti, hogy az 1. körzetben levő DMU a PFT-ben szereplő hatékony körzetek valamilyen részhalmazához képest van hatékonyan minősítve, míg a $h_0^{*2} = 0,94$ a 70. körzetre vonatkozóan azt jelenti, hogy ez a DMU csak 94%-ban olyan hatékony, mint a DMU-knak az a hatékony részhalmaza, melyek az NFT halmazból relevánsak. Az összevetés alapjául szolgáló halmazt minden esetben a modell és a számítási eljárás határozza meg az 1. és 2., illetve a 3. és 4. táblázatok adataiból.³⁷

Mielőtt a következő fejezetre áttérnénk, talán még egyszer visszapillantathatunk a statisztikai regresszió számítással és más hasonló módszerekkel való összevetésre. Ezek általában egyenként vezetnek vissza az egyes outputokat azokra az inputokra, melyektől feltehetően függenek.³⁸ Ez viszont arra a kemény feltevésre épül, hogy a vizsgált outputok függetlenek egymástól,³⁹ ellentétben az itt alkalmazott módszerekkel, melyekben az összes outputot *egyidejűleg* vesszük figyelembe a kijelölt inputokkal együtt úgy, hogy megkapjuk azokat az extrémális relációkat, melyek az 5. táblázatban bemutatott hatékonyságoknak szolgálnak alapul.

6. A végrehajtás hatékonyságának kiértékelése

Mint már utaltunk rá, nem kézenfekvő, hogy miként lehet egy kísérlet tervezésében számításba venni az esetlegesen eltérő mértékű vezetési hatékonyságot. Valamit azonban lehet tenni annak érdekében, hogy *miután* megkaptuk a kísérleti eredményeket, kimutassuk ennek a fontos tényezőnek a hatását. Ezt a DEA-val különböző módon kapcsolatban álló statisztikai módszerekkel lehet megvalósítani.

Az egyik lehetőség az, hogy összevetjük az arányait azoknak a h_0^{*z} értékeknek, melyek az 5. táblázatban $\alpha = 1$ és $\alpha = 2$ -re vonatkoznak. Egy alternatív (vagy mellérendelt) lehetőségként kiszámíthatnánk a PFT-re és az NFT-re vonatkozó h_0^{*z} értékek átlagát is. Ezután a becslt arányokra és átlagokra statisztikai szignifikanciát lehet tesztelni, szemben a null-hipotézissel, miszerint a PFT és az NFT közt nincs különbség, és így meggyőződhetünk arról, vajon mutatott-e egyik is a két vizsgált halmaz közül olyan eredményeket, amelyeket inkább a végrehajtásnak, semmint a program hatékonyságának lehetne tulajdonítani.

³⁷ Pl. [28]-ban taglaltuk, hogy a szimplex, vagy a duális módszer, vagy hasonló szomszéd-csúcs módszerek megadják a megfelelő részhalmazokat, a kérdéses módszer bázisjelöltjei alapján. De vegyük figyelembe a [28]-ban kifejtett korrekciókat, valamint ezek kezelését (és bizonyítását) [24]-ben.

³⁸ A regressziós analízis módszerét széles körben alkalmazták a PFT elemzésében is.

³⁹ Másféle eljárások, melyeket szintén lehetett volna alkalmazni, szimultán (ökonometriai) becslési módszereket foglalnak magukban, mint [10] és [11]-ben.

5. táblázat

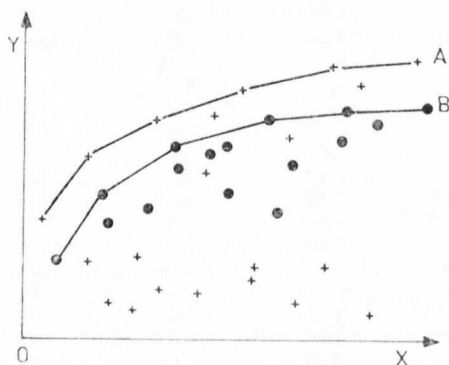
A PFT és az NFT programnak az α -burkoló szerinti hatékonyságai

PFT körzet	h_{α}^{*1} hatékonyság	NFT körzet	h_{α}^{*2} hatékonyság
1*	1,00	50	0,95
2	0,90	51	0,92
3	0,98	52*	1,00
4	0,90	53	0,87
5*	1,00	54*	1,00
6	0,90	55*	1,00
7	0,89	56*	1,00
8	0,91	57	0,92
9	0,87	58*	1,00
10*	1,00	59	0,92
11	0,98	60	0,98
12	0,97	61	0,88
13	0,86	62*	1,00
14	0,98	63	0,96
15*	1,00	64	0,91
16	0,95	65	0,97
17*	1,00	66	0,92
18*	1,00	67	0,92
19	0,95	68*	1,00
20*	1,00	69*	1,00
21*	1,00	70	0,94
22*	1,00		
23	0,96		
24*	1,00		
25	0,97		
26	0,93		
27*	1,00		
28	0,94		
29	0,84		
30	0,90		
31	0,83		
32	0,90		
33	0,94		
34	0,85		
35*	1,00		
36	0,80		
37	0,94		
38	0,94		
39	0,91		
40*	1,00		
41	0,94		
42	0,94		
43	0,87		
44*	1,00		
45	0,89		
46	0,90		
47*	1,00		
48*	1,00		
49*	1,00		

* Egységnyi hatékonyságú körzet.

Tegyük fel, hogy az ilyen tesztek nem eredményeztek statisztikai szignifikanciát,⁴⁰ és így folytathatjuk a két program összehasonlítását. Nagyon fontos dolog, hogy tudatában legyünk: az összehasonlítást továbbra is fertőzik a vezetési elégtelenségek — noha ezt természetesen azon az alapon lehetne igazolni, hogy az ilyen hiányosságokat nem lehet kiküszöbölni és ennél fogva a programok közötti minden választásnak részét képezik.

A DEA-nak és a klasszikus statisztikai vizsgálati módszereknek a kombinálását ilyen módon alkalmaztuk a hatékonyság kiértékelésére.⁴¹ Itt azonban ennél



2. ábra. Megfigyelt adatok az egyes DMU-kra *A*-ban (+) és *B*-ben (·)

is tovább akarunk menni, hogy megpróbáljuk elválasztani a program hatékonyságát a végrehajtás hatékonyságától. A 2. ábrában szemléltetett hipotetikus helyzet lesz segítségünkre ahhoz, hogy megértsük miről van szó. Két DMU halmazt tételezünk fel, melyeknek olyan hasonló outputjaik és inputjaik vannak, amelyek megegyező szinten vannak rögzítve mindegyik DMU-ra, kivéve egyetlen x inputot és y outputot.

Ha egyszerűen csak átlag hatékonyságokat számítanánk ki, vagy akár ha y -nak az x -re vonatkozó regresszióját is, akkor az *A* halmaz alacsonyabb rendűnek minősülne, mint a *B* halmaz. Viszont az *A*-ra vonatkozó hatékonysági határ dominál a *B*-nek a hatékonysági határához képest és így a becslési eljárások eredményei hibás következtetésekhez vezethetnek a *B* és az *A* relatív hatékonyságát illetően. Ezért tűnik indokoltnak, hogy megpróbáljuk kimutatni az inefficiencia különböző forrásainak jelenlétét, mielőtt őket az *A*-val, illetőleg a *B*-vel kapcsolatos programoknak tulajdonítanánk.

Az összevetés végett rövidesen az összes pontot a határokra vetítjük. Természetesen az ilyen típusú előrejelzések eltérnek majd azoktól, amelyeket a 2. ábra adataiból végrehajtott közönséges statisztikai becslések nyújtanak. Különösen arra lesz most szükség, hogy a DEA módszerrel készített előrejelzés megerősítése céljából kiegészítő analíziseket végezzünk és esetleg útmutatásokat, irányítást adjunk a vezetőknek, akik az egyes halmazokban (pl. *A* vagy *B*) szereplő DMU-kal vannak kapcsolatban.

⁴⁰ Ezt az eredményt kaptuk (azaz nem sikerült szignifikanciát elérni) [25]-ben és [50]-ben.

⁴¹ Lásd pl. [26], [50] és [18].

Ez teljesen analóg azzal az esettel, mellyel standardköltség rendszereknél találkozunk, amit az ipari műveletek irányításában alkalmaznak. Az ilyen rendszerekben tanulmányozzák a hatékony eljárásokat, és különböző kombinációkat (anyag, szakértelem stb.) állapítanak meg, melyeket aztán meghatározott outputok létrehozására alkalmaznak. Vannak ún. hatékonysági varianciák, melyek aztán jelzik, ha egy vagy több ilyen előírástól eltértek és így alapot nyújtanak a vizsgálatra.⁴²

Megfigyelhetjük, hogy az utóbbi eredmény eltér attól, melyet úgy kapnánk, hogy egyszerűen regressziószámítást végeznénk a múltbeli teljesítmény adataiból a bekövetkezett technikai tanulmányok és szabályozás nélkül. Hogy ez utóbbit megkülönböztessük, „szabályozott előrejelzésnek” nevezzük majd, szemben a „tisztá előrejelzéssel”, melyet az eredeti (ki nem igazított) észlelésekre alkalmazott regressziós megközelítésből nyerünk. Az ilyen tisztá előrejelzés azt feltételezi, hogy a hatékony és az inefficiens eljárásoknak, anyagfelhasználásnak stb. az a keveréke, amely az észlelésekben tükröződik vissza, a jövőben is folytatódni fog. A szabályozott előrejelzés esetében viszont e variancia megjelenése azt jelzi, hogy egy vagy több előírt eljárástól eltértek. Standard-költség rendszer esetében a jövőre vonatkozó előrejelzések továbbra is a technikai tanulmányokból származó együttthatókra utalnak vissza. Esetünkben azonban ezek az együttthatók nem kizárólag a kiértékelés alatt álló DMU-ból származnak. Hanem abból a hatékony határlapból nyerjük, melyből ennek a DMU-nak a kiértékelését végezzük. Ez azt jelenti, hogy a hatékony transzformáltak, melyeket ezeknek a szélső értékeknek az együttthatói képviselnek, egészen addig nem ismeretesek, míg a megjelölt DMU-ra vonatkozó hatékony határlap nincs meghatározva.⁴³ Énnélfogva a „szabályozott előrejelzések” és a „tisztá előrejelzések” közti különbség ismét nyilvánvaló, mivel az utóbbiakat, amelyeket pl. a szokványos regressziós becslési eljárásokból nyerünk, általában változtatás nélkül alkalmazhatjuk azokra az adatokra, melyekből származnak, míg a miénk az egyes DMU-ból származó adatok változtatásával járnak együtt, és e DMU-k hatékony határlapjaira vonatkoznak.

Elméletileg persze előfordulhat, hogy az ilyen regressziós eredmények egybeesnek a DEA eredményeivel, mint amikor pl. a szabadon működő piacok versenyfeltételei olyan állapotot hoznak létre, melyben az összes DMU a hatékonysági határon vagy hozzá nagyon közel van.⁴⁴ Az ilyen helyzetet hasonlíthatjuk az általunk mérlegelt helyzethez úgy, hogy a következő 2 típusba rendezzük át az ilyen lehetőségek létezésére vonatkozó szokványos gazdasági feltételeket:

1. *Feszültségi feltételek*: Mindegyik vállalat (DMU) olyan hatékonyra kényszerül válni, mint a referencia halmaz leghatékonyabb tagja.

⁴² Figyeljük meg, hogy az ilyen varianciák szintén többet jelentenek, mint esupán egy index (mutató) számot. Gyakran a mértékét is megadják az inefficiencia *fokának*, melyet a standard eljárásoktól, anyagoktól stb. való eltérések okoznak. (Említésre érdemes, hogy *Rajiv Banker* már megmutatta, hogy miként kell a DEA-módszereket alkalmazni a célból, hogy a szokványos standard költség variancia analízist ki lehessen terjeszteni az ikertermékek esetére is.)

⁴³ Az erre szolgáló matematikai eljárást [28] és [24] adja meg, [9]-ben szemléltető példát és ennek taglalását találjuk.

⁴⁴ Elvonatkoztatunk a statisztikai hiba olyan problémáitól, amelyeket a *Bassett és Koenker* tanulmányában [8] tárgyalt becslési módszerekkel lehet kezelni. Ámbátor ez utóbbiakat is ki kellene terjeszteni a többszörös outputokra és a szakaszonként lineáris relációk becslésére, melyeket ebben a tanulmányban használunk.

2. *Ösztönző feltételek*: A leghatékonyabb vállalatok (DMU-k) a technológia által megengedett határookra mozdulnak el.

A feszültségi feltételeket olybá is lehet tekinteni, mint amelyek bármelyik vállalat (hosszú távú) fennmaradásának a feltételét jelentenék a piacgazdaság szokványos feltevései mellett. A feszültségi feltételeket illetően ezeknek a feltevéseknek az érvényességét a viszonylagos vállalati teljesítmény alapján (mégha csak egy *ex post facto* módon is) lehet tesztelni, olyan mutatószámokkal, mint haszon, költség stb. Az ösztönző feltételek tesztelése kevésbé kézenfekvő.

A 2. feltétel nélkül a feszültségi feltételek csak a relatív hatékonyság mérését teszik lehetővé. Azaz, bármely DMU hatékonysága csak a halmaz olyan tagjaihoz képest mérhető, amelyek hatékonyak minősülnek. Eltekintve attól, ha valamilyen *ex cathedra* (pl. műszaki tudományok) információkra lehet támaszkodni, úgy látszik nem áll módunkban meggyőződni róla, hogy a hatékony részalmaz elérte-e azokat a határokat, melyeket a rendelkezésünkre álló technológiák és programok lehetővé tesznek. Ezekben a korlátokon belül azonban az általunk kifejlesztett eljárást úgy lehet tekinteni, mint egy alternatív módját annak, hogy a relatív határok felé mozduljunk el, vagy legalább is annak, hogy kiértékeljük a veszteséget, amely eme határok el nem éréséből ered.

7. A közös burkoló és a program hatékonysága

A 3. ábra megmutatja, miként javasoljuk a „programok hatékonyságát” összehasonlítani. Az ábrában a pontok (\cdot) és az α -ek mutatják a PFT, illetve az NFT észleléseket. Ezek mind hipotetikus adatok, melyek azt kívánják megmutatni, hogy milyen mennyiségű két inputra van szükség ahhoz, hogy több különböző DMU ugyanabból az outputból egy egységnyit hozzon létre a PFT-ben, illetve az NFT-ben. Lásd az 1. ábra taglalását a 2. fejezetben.

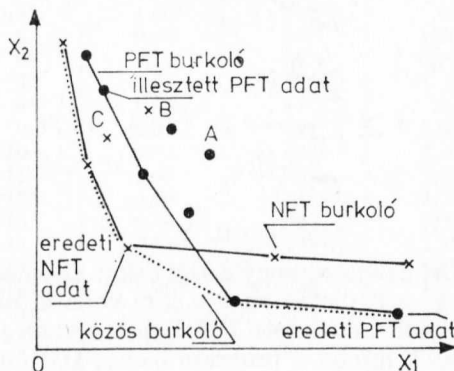
A PFT-re és az NFT-re vonatkozó észleléseket arra használjuk, hogy levezzünk azokat az „egységnyi isoquantokat”⁴⁵, melyek megfelelnek a PFT-re, illetve az NFT-re vonatkozó burkolóknak. Ezeket a burkolókat és ennél fogva a megfelelő *isoquantokat* is úgy határozzuk meg, hogy a (15) feladattal ekvivalens LP feladatot felváltva alkalmazzuk az $\alpha = 1$ és az $\alpha = 2$ -re vonatkozó észlelésekre. Az A -hoz hasonló pontok olyan PFT észleléseket jelentenek, melyek $h_0^* < 1$ értékkel rendelkeznek, mivel nincsenek rajta a PFT α -burkolóján, melyre $h_0^{*1} = 1$ érvényes. Hasonlóképpen, a B és a C pontokhoz $h_0^{*2} < 1$ értékek tartoznak, ezeket az NFT-burkolókhoz képest határoztuk meg.

Miután (15)-öt ismételten alkalmaztuk a burkolók meghatározásához, úgy találjuk — mint ahogy a 3. ábra mutatja —, hogy a PFT α -burkolója hatékonyabb az egyik tartományban, az NFT pedig hatékonyabb egy másik tartományban. Az ilyen tartományok meghatározása akkor lehet hasznos, amikor például anyagi erőforrásokat a szerint utalnak ki az egyes programokra, hogy figyelembe vesszük ezeket az eltérő hatékonyságokat. Más esetekben, amikor el kell dönteni, hogy vajon folytassuk-e a PFT-t, szükség lehet annak meghatározására, hogy melyik program a jobbik valamilyen átfogó hatékonysági értelemben.

⁴⁵ Lásd a 2. fejezet fejtegetéseit.

Az ilyen választás az előzőtől eltérő helyzetet teremt számunkra. Összes kiértékelésünk és igazításunk mostanig csak a hatékonyság javításával foglalkozott. A most említett választás a PFT és NFT programok közötti azonban magával hozhatja azt, hogy egyes DMU-k teljesítménye rosszabbodik azért, hogy más DMU-k teljesítménye javuljon.

Hogy felállítsunk egy vonatkoztatási rendszert, amely lehetővé teszi számunkra, hogy értelmesen foglalkozhassunk az ilyen szituációval, a hipotetikus lehetőségeknek egy újabb halmazát készítjük most elő. Ezek a lehetőségek a



3. ábra. Az α -burkolók és a közös burkoló

eredeti észlelések olyan összeillesztésére vannak alapozva, melyek az erőforrások elosztásának és az output létrehozásának bármely olyan kombinációját megengedik, melyet egyik vagy együttesen a két program lehetővé tesz. Ezt a következő módon végezzük el:

Először is felhasználjuk a [28]-ben leírt eljárásokat arra, hogy az összes észlelést a megfelelő α -burkolókra vigyük át. Azután szerkesztünk egy közös burkolót, amely lehetővé teszi számunkra, hogy a DMU-k egyes csoportjait mind $\alpha = 1$, mind $\alpha = 2$ -re vonatkozóan összehasonlítsuk, ama feltételezés mellett, hogy azok mind a program feltételei által megengedett hatékonysági határokon működnek. Végül a maradék különbségeket az egyes programoknak tudjuk be, a közös burkolóhoz képest, amely mindig legalább olyan hatékony, mint az α -burkolók akármelyike. Ennek bizonyosságául szolgál pl. a 3. ábrában szemléltetett „közös burkoló”.⁴⁶

Hogy a fentieket konkrétabbá tegyük, (15)-öt a következő formulával helyettesítjük a közös hatékony burkoló meghatározása céljából:

⁴⁶ A könnyebb érthetőség végett úgy beszélünk itt, mintha az *isoquant* feltételezés érvényes lenne. Mivel azonban többszörös outputokkal és inputokkal van dolgunk, az *isoquant* koncepciónak nincs értelme és ezt a termelési lehetőségek halmazának általánosabb fogalmával kell helyettesítenünk. Lásd [28]. Ugyanebben a szellemen folytatjuk, úgy mintha az erőforrások megtakarítási lehetőségeivel foglalkoznánk. Valójában azonban számos input eleve rögzítve van vagy pedig, mint ahogy már korábban megjegyeztük a vezetés hatókörén kívül áll. Ennélfogva helyesebb lenne, ha inkább output növekedésről, semmint input redukeiőről beszélnénk a [27] és [24]-ben vázolt gondolatmenetét követve.

$$\max h_0 = \frac{\sum_{r=1}^s u_r \hat{y}_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i \hat{x}_{i0}}$$

feltéve, hogy

$$1 \geq \frac{\sum_{r=1}^s u_r \hat{y}_{rj}^1}{\sum_{i=1}^m v_i \hat{x}_{ij}^1}; \quad j = 1, \dots, n_1 \quad (16)$$

és

$$1 \geq \frac{\sum_{r=1}^s u_r \hat{y}_{rj}^2}{\sum_{i=1}^m v_i \hat{x}_{ij}^2}; \quad j = 1, \dots, n_2.$$

$$u_r, v_i > 0, \quad \forall i, r.$$

A jeleken lévő kalap itt azt jelzi, hogy a DMU-kat az előző fejezetben leírt módon már átvittük az $\alpha = 1$, illetve az $\alpha = 2$ -re vonatkozó burkolókra.⁴⁷

A (16) által legjobbnak minősített DMU₀ jöhet akár az $\alpha = 1$ -ből, akár az $\alpha = 2$ -ből, de a h_0^* érték mindkét program összes DMU-jára együtt érvényes. Így abból, hogy egy DMU hatékony a saját programján belül és ennél fogva az α -burkolóján van, nem következik szükségszerűen, hogy $h_0^* = 1$ értéket vesz fel az új közös burkolóra vonatkoztatva is. Most viszont azt feltételezzük, hogy ez a lemaradás annak a programnak tudható be, amely mellett ez a DMU működött akkor, amikor az \hat{y}_{r0} és \hat{x}_{i0} -ból az y_{r0} és x_{i0} -ba átvittük. Más szavakkal, a $h_0^* < 1$ most inkább a programnak tudható be, semmint a minősítés alatt álló DMU-ban működő vezetés hatékonyságának.

A (16) programozásnak az itt bemutatott alkalmazása a 6. táblázatban feltüntetett h_0^* értékeket eredményezi. Hogy végrehajtsuk a programok kiértékelését, most összehasonlítást kell végeznünk az eredményül kapott eloszlások között.

Az egyik lehetőség az lenne, hogy az összehasonlítást a két eloszlás közti távolság valamilyen mérésével — vagy súlyozott mérésével — végezzük el. Általánosabban ezt ki kellene úgy terjeszteni, hogy egy specifikus vonatkoztatási rendszertől (pl. az előbb vázolt közös burkolótól) való viszonylagos távolságot mérhessünk.⁴⁸ Különleges helyzetekben a sztochasztikus dominancia elvét,⁴⁹ sőt még az egyszerű ránézést is igénybe vehetjük.

A jelen vizsgálat céljára azonban elegendő azt megjegyezni, hogy az összes ilyen módszer, beleértve a 6. táblázat egyszerű átnézését is, ugyanarra az eredményre vezet.⁵⁰ Olyan bizonyítékokat kaptunk, miszerint a PFT nem mutatott

⁴⁷ Egy alternatív eljárás is rendelkezésre áll [50], amely a hatékonysági kiértékelést anélkül valósítja meg, hogy az észleléseket előbb a megfelelő α -burkolóra hozná.

⁴⁸ *S. Kulback* [48] „divergencia statisztikáját” alkalmaztuk ennek a tanulmánynak egy korábbi változatában [26], amely korlátozott példányszámban még mindig rendelkezésre áll a szerzők bármelyikénél. Emé adatok még részletesebb tárgyalása, beleértve a statisztikai eloszlásokra javasolt kanonikus alakok kifejlesztését is, [18] függelékében található.

⁴⁹ *R. Morey* (Duke Egyetem) beszámol arról, hogy ő már végzett ilyen analízist, amely kimutatta, hogy sztochasztikusan az NFT a PFT felett áll.

⁵⁰ Lásd az előző két lábjegyzetet.

6. táblázat

A közös burkolóra vonatkozó hatékonyságok

PFT körzet	h_0^* hatékonyság	NFT körzet	h_0^* hatékonyság
1	0,92	50*	1,00
2*	1,00	51*	1,00
3	0,94	52*	1,00
4*	1,00	53*	1,00
5	0,93	54*	1,00
6*	1,00	55	0,99
7	0,99	56*	1,00
8*	1,00	57*	1,00
9	0,98	58*	1,00
10	0,92	59*	1,00
11*	1,00	60	1,00
12*	1,00	61*	1,00
13	0,99	62*	1,00
14	0,95	63*	1,00
15*	1,00	64*	1,00
16*	1,00	65*	1,00
17*	1,00	66*	1,00
18*	1,00	67*	1,00
19	0,99	68	0,99
20*	1,00	69*	1,00
21*	1,00	70*	1,00
22*	1,00		
23	0,99		
24*	1,00		
25*	1,00		
26	0,99		
27*	1,00		
28*	1,00		
29	0,99		
30*	1,00		
31	0,99		
32*	1,00		
33	0,99		
34	0,98		
35*	1,00		
36*	1,00		
37	0,94		
38	0,99		
39*	1,00		
40	0,95		
41	0,99		
42*	1,00		
43	0,99		
44*	1,00		
45	0,99		
46*	1,00		
47*	1,00		
48*	1,00		
49*	1,00		

* Egységnyi hatékonyságú körzet.

magasabb értékű hatékonyságot az általunk vizsgált adatok alapján.⁵¹ Ezért a korábban előterjesztett okok miatt (pl. a velejáró többlet költségek) a PFT-megvalósítása az NFT-vel szemben nem igazolható, legalábbis a teljes programnak a vizsgálatba bevont része tényállásai alapján nem.

Természetesen nem szükséges (és nem is szabad), hogy a PFT kontra NFT kiértékelése itt véget érjen. Egy sor lehetőség áll még nyitva a kérdés további tanulmányozására. Elvégezhetnénk például mindegyik α -burkolón a DMU-k összehasonlítását is határlaponként külön-külön.⁵² Figyeljük meg például, hogy az azonos határlapra eső DMU-kat az köti össze, hogy ugyanazon optimális bázissal rendelkeznek. Továbbá, eme DMU-k távolságát a közös burkoló megfelelő részétől könnyen kiszámítható irányszámok (irány cosinusok)⁵³ jellemzik és ezek, ha szükséges, határlaponként alkalmazhatók a PFT-NFT lehetőségek egyes részhalmazainak további kiértékelésére.

A „közös burkoló” formájú hipotetikus referencia felületünk megszerkesztése még további lehetőségeket is nyújt. Ez különösen egy olyan újabb program lehetőségére mutat rá, amely a PFT-nek az NFT-vel való kombinációjára épülne. A hipotetikus helyzetet a 3. ábrán például olyan, hogy az NFT előnyösebb az ábra bal oldali részében, a PFT pedig a jobb oldali részében.⁵⁴ A közös burkolónak az a része, amelyik mindkét α -burkoló alatt fekszik (szaggatott vonal) a PFT és az NFT olyan újabb kombinációját sejteti, mely hatékonyabb, mint külön-külön akármelyikük. Az ilyen újabb lehetőségek további, lehetőleg helyszíni tanulmányozást igényelnek, de a lényeg az, hogy nem szabad kizárni őket pusztán azért, mert az eredeti tervezet nem vette explicit formában tekintetbe a PFT-nek és az NFT-nek ezeket a potenciális kombinációit.

8. Összefoglalás és következtetések

Az előzőekben elmondottak kellőképpen jelzik a mi DEA módszerünk nyújtotta lehetőségeket. A módszert itt a PFT-re alkalmazva szemléltettük. Nem szabad azonban úgy tekinteni, mintha csupán erre a programra vagy csak oktatási programokra lenne korlátozva. Szándékunk az, hogy általános fogalmakat és módszert adjunk, melyet számos olyan közérdekű programnál lehet alkalmazni, ahol a profit, a költség, valamint más hasonló tényezők közvetlenül nem alkalmazhatók.⁵⁵

Van egy dolog azonban, amelyről nem szabad megfeledkeznünk, és pedig az, hogy a DEA módszerek és a hatékonysági fogalmaink akkor a legjobbak, ami-

⁵¹ Ez szintén úgy tűnik, mintha megegyezne az Abt Associates által végzett tanulmányokkal, melyek komplettebb adatokra támaszkodnak. Az [1] és a [2]-ben számolnak be ezekről.

⁵² Lásd pl. *Gray és Weldon* [41]. Úgyszintén [51] és [14].

⁵³ Lásd a [17]-ben az A függelékét, amely megmutatja miként lehet megkapni egy ponttól a hipersíkig terjedő távolságot az ilyen értékek segítségével.

⁵⁴ A határlapok identifikálásához szükséges információt az alkalmazott számítási rutinok melléktermékeként kapjuk meg.

⁵⁵ Azaz a költség, profit és más ilyen dollárban mért fogalmaknak nincs döntő jelentőségük, de persze lehet és kell is, hogy legyen szerepük, úgy, hogy legalább is tekintetbe vesszük őket a kiértékelendő inputok és outputok között. További fejtegetés található a [28], [50], valamint a [6] tanulmányban.

kor olyan szituációkra alkalmazzuk, ahol adva van a célok egy halmaza és ahol nem jön szóba, hogy az erőforrásokat más programok felé irányítsák.⁵⁶

Ott, ahol ezek a feltételek teljesülnek, még mindig érdekünkben állhat erőforrások megtakarítása, feltéve, hogy a felszabadított erőforrások máshoz felhasználhatók. Ahogy már előbb is észrevételeztük, a DEA olyan módszert nyújt, amely által megállapítható a program vagy a végrehajtás hatékonyságának növelése révén megtakarítható erőforrások és elérhető output többletek mennyisége. Az azonban, hogy miként lehet a nyert javakat újra szétosztani más tevékenységek között, pl. nem-oktatási tevékenységre, olyan árazási és súlyozási szempontokat vet fel, amelyeneket formuláink nem tartalmaznak.

A 6. fejezet végén lévő megjegyzéseink arra irányultak, hogy megmutassuk, miben különbözik a DEA a szokványos statisztikai módszerektől, valamint arra, hogy a kettő miként használható fel különböző kombinációkban. Azt is megfigyelhetjük, hogy mi megfordítottuk az empirikus kutatásban a statisztikai módszerek és a gazdasági elmélet szokásos sorrendjét. Az utóbbi gyakran az elmélet tesztelésére irányul, és ez nem volt feladatunk. Ehelyett azzal foglalkozunk, hogy felhasználjuk ezt az elméletet (pl. a termelés-elmélet általánosan elfogadott részeit) azzal a céllal, hogy segítségünkre legyen a közérdekű programok kiértékelésében. Azon felül, hogy eljutunk a programoknak (és végrehajtásuknak) a kiértékeléséhez, azzal is foglalkozunk, hogy az elméletet alkalmazzuk erőforrások megtakarítása vagy outputok javítása lehetőségeinek a feltárására, amelyek máskülönben rejtve maradnának.

Természetesen az esetleges újabb lehetőségek modellezését mi az észlelt adatokból levonható következtetésekre korlátoztuk. Azt is javasoltuk, hogy jobb lenne a DEA módszert csak útmutatásnak tekinteni és kiegészíteni további helyszíni tanulmányozással és így megbizonyosodni róla, hogy a jelzett lehetőségek valóban léteznek. De létezésük ténye sem döntő, hacsak olyan módosításokat nem lehet kijelölni (pl. a US. Főkönyvelőség program-revizíós módszerével,⁵⁷ amelyek révén a jelzett javítási lehetőségek megvalósíthatók.

Végezetül ismét szembeállíthatjuk DEA analízisünket a „tisztá előrejelzés” módszerével *Milton Friedman* következő állítása alapján:⁵⁸

„... egy hipotézis érvényességének egyetlen igazi próbája az, ha előrejelzéseit a tapasztalattal hasonlítjuk össze...”

Ez egy, de nem egyetlen helyes nézet arról, hogy a tudományos kutatásban mi az elmélet és a bizonyítási eljárás közti kapcsolat. Nem hangsúlyozza kellően ki az elméletnek felfedezőre vezető értékét, mint amikor pl. az az elmélet, hogy a föld kerek, felfedező útra vezet, vagy mikor a relativitás elmélete arra készlet bennünket, hogy fekete lyukakat keressünk, amelyek mindig is ott voltak. Ez a nézet figyelmen kívül hagyja az irányítási előrejelzéseket, mint amikor egy mechanizmusnak a sikertelensége, hogy a konstrukció műszaki leírásai szerint működjék, arra készlet bennünket, hogy inkább a mechanizmust javítsuk ki semmint a konstrukciót. Ez utóbbi út mentén van alkalom találékonyságra és aktivitásra,⁵⁹ és ezek szintén olyan dolgok, melyekre a közérdekű programokban

⁵⁶ [32] terminológiáját használva: mi itt hatékonysággal foglalkozunk (beleértve a gazdaságosságot is) és nem „hatásossággal” vagy „alkalmassággal”.

⁵⁷ Vagy az ilyen felülvizsgálatoknak ílymódon kiterjesztett változatai révén, hogy számításba lehessen venni a programközi összevetéseket és kiértékeléseket. Lásd *Churchill et al.* [32]. A PFT kiértékelésére vonatkozóan lásd [56]-ot.

⁵⁸ [39], 8—9. oldal.

⁵⁹ Példát találunk erre [40]-ben.

és végrehajtásuknál figyelemmel kell lenni. E programok terjedelme* magában is elegendőnek látszik, hogy figyelemre ösztökéljen, még az állítólagosan kapitalista orientációjú országokban is.

Befejezésül azt is megfigyelhetjük, hogy a találékonyságra és aktivitásra vonatkozó lehetőségek nagy mértékben különböznek az irányított és a nem-irányított programokban.⁶⁰ Hasonlóképpen, az olyan tesztek, melyeket az utóbbi kategóriába eső elmélet igazolására használnak, nem mindig alkalmasak irányítási előrejelzésekre, még akkor sem, amikor ugyanabból az alapvető elméletből következnek.⁶¹

IRODALOM

1. ABT ASSOCIATES: *Education as Experimentation: A Planned Variation Model*, Vol. IA and IB. Abt Associates, Inc., Cambridge, Mass., 1974.
2. ABT ASSOCIATES: *Education as Experimentation: A Planned Variation Model*, Vol. IIIA and IIIB (Cambridge, Mass: Abt Associates, Inc. 1976). Also issued as *The Follow Through Planned Variation Experiment*, Vols. IIA, IIB and IIC, U.S. Office of Education, Washington, 1977.
3. AIGNER, D. J.—AMEMIYA, T.—POIRIER, P. J.: On the Estimation of Production Frontiers: Maximum Likelihood Estimation of the Parameters of a Discontinuous Density Function, *Internat. Econom. Rev.*, Vol. 17, No. 2 (1976), pp. 377—396.
4. AKAIKE, A.: Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle. *Proceedings of the Second International Symposium of Information Theory*, Hungarian Academy of Sciences, Budapest, 1972.
5. ALLEN, R. G. D.: *Mathematical Analysis for Economists*. MacMillan, New York, 1939.
6. BANKER, R.: A Game Theoretic Approach to Measuring Efficiency, *European J. Operational Res.* (to appear).
7. BANKER, R.—CHARNES, A.—COOPER, W. W.—SCHINNAR, A.: A Bi-Extremal Principle for Estimating the Efficiency of Decision Making Units, *Management Sci.* (submitted).
8. BASSETT, G.—KOENKER, R.: Estimation of Efficiency Contours in Flexible Models of Production. A paper prepared for presentation at the 1979 winter meetings of the Econometric Society in Atlanta, Bell Telephone Laboratories, Inc., Murry Hill, N. J.
9. BESSETT, A.—BESSETT, W.: Determining Attributes of Efficient and Inefficient Schools Through Data Envelopment Analysis. *Educational Adm. Quart.* (to appear).
10. BOARDMAN, A.: Policy Models for the Management of Student Achievement and Other Education Outputs, *TIMS Studies in the Management Sciences*. Vol. 8. Management Science Approaches to Manpower Planning and Organization Design, North-Holland, Amsterdam, 1978.
11. BOARDMAN, A.—DAVIS, O. A.—SANDAY, P. R.: A Simultaneous Equations Model of the Educational Process, *J. Public Econom.*, Vol. 7 (1977), pp. 23—49.
12. BOARDMAN, A.—MURNANE, R. J.: The Use of Panel Data in Education Research. *Sociology of Education* (to appear).
13. CAMPBELL, D. T.—STANLEY, J. C.: *Experimental and Quasi-Experimental Designs for Research*. Rand-McNally, Chicago, Ill., 1963.
14. CARLSON, D. E.: *The Production and Cost Behavior of Higher Education Institutions* University of California, Berkeley, Calif., 1972.
15. CARLSON, S.: *The Pure Theory of Production*, P. S. Kind, London, 1939.

* Az eredeti cikkben közölt táblázat szerint ez az egyes tőkésországokban a GDP 27%-ától (USA, 1965) 62%-áig (Svédország, 1977) terjed. (Szerk.)

⁶⁰ Részletesebben lásd [33]-ban.

⁶¹ A szerzők hálaival tartoznak *Arie Lewin* professzornak, valamint számos lektornak, akik észrevételeket tettek egy korábbi kéziratához [26], amelyet 1978 májusban a TIMS/ORSA konferencián mutattunk be New Yorkban. Az észrevételek alapján a kéziratot jelentősen átdolgoztuk.

16. CHARNES, A.—COOPER, W. W.: Auditing and Accounting for Program Efficiency and Management Efficiency in Not-For-Profit Entities, *Accounting, Organizations, and Society*, Vol. 5, No. 1 (1980), pp. 87—107.
17. CHARNES, A.—COOPER, W. W.: *Management Models and Industrial Application of Linear Programming*. Vol. 1. Wiley, New York, 1961.
18. CHARNES, A.—COOPER, W. W.: Management Science Relations for Evaluation and Management Accountability, *J. Enterprise Management*, Vol. 2, No. 2 (1980), pp. 143—162.
19. CHARNES, A.—COOPER, W. W.: Managerial Economics—Past, Present and Future, *J. Enterprise Management*, Vol. 1, No. 1 (1978), pp. 5—23.
20. CHARNES, A.—COOPER, W. W.—DEVÖE, J. K.—LEARNER, D. B.: Demon, Mark II: An Extremal Equation Approach to New Product Marketing, *Management Sci.*, Vol. 14, No. 9 (1968), pp. 513—524.
21. CHARNES, A.—COOPER, W. W.—DEVÖE, J. K.—LEARNER, D. B.: Demon, Mark II: Extremal Equations Solutions and Approximation, *Management Sci.*, Vol. 14, No. 11 (1968), pp. 682—691.
22. CHARNES, A.—COOPER, W. W.—LEARNER, D. B.: Constrained Information Theoretic Characterization in Consumer Purchase Behavior, *J. Operational Res. Soc.*, Vol. 29, No. 9 (1978), pp. 833—884.
23. CHARNES, A.—COOPER, W. W.—LEARNER, D. B.—PHILLIPS, F.: The MDI Method as a Generalization of Logit, Probit and Hendry Analyses in Marketing, A paper presented at the 1980 TIMS/ORSA conference in Washington, D. C., Market Research Corporation of America, Stanford, Conn., May 1980.
24. CHARNES, A.—COOPER, W. W.—LEWIN, A.—MOREY, R.—ROUSSEAU, J.: Efficiency Analysis with Non-Discretionary Resources, Research Report CCS 379, The University of Texas at Austin, Center for Cybernetic Studies, Austin, Texas, October 1980.
25. CHARNES, A.—COOPER, W. W.—MELLON, B.: Blending Avistion Gasoline—A Study in Programming Interdependent Activities in an Integrated Oil Company, *Econometrica* Vol. 20, No. 2 (1952). See also September, 1952, for an exchange between A. Manne and A. Charnes.
26. CHARNES, A.—COOPER, W. W.—RHODES, E.: A Data Envelopment Analysis Approach to Evaluation of the Program Follow Through Experiment in U.S. Public School Education. Management Sciences Research Report No. 432, Carnegie-Mellon University School of Urban and Public Affairs, Pittsburgh, November, 1978. Subsequently revised and issued in May, 1980 as „Data Envelopment Analysis as an Approach for Evaluating Program and Managerial Efficiency—With an Illustrative Application to the Program Follow Through Experiment in U.S. Public School Education”.
27. CHARNES, A.—COOPER, W. W.—RHODES, E.: An Efficiency Opening for Managerial Accounting in Not-For-Profit Entities, in P. Holzer. Editor. *Proceedings of a Conference on Managerial Accounting*, University of Illinois Department of Accountancy, Urbana, 1980.
28. CHARNES, A.—COOPER, W. W.—RHODES, E.: Measuring the Efficiency of Decision-Making Units, *European J. Operational Res.* Vol. 2. No. 6 (1978), pp. 429—444. See also „Corrections”, *op. ci.* Vol. 3. No. 4 (1979), p. 339.
29. CHARNES, A.—COOPER, W. W.—RHODES, E.: On the Distribution of Efficiency Measures for Decision Making Units, University of Texas Center for Cybernetic Studies, Research Memorandum, Austin, Texas, Feb. 1978. Included as an Appendix in [18].
30. CHARNES, A.—COOPER, W. W.—SCHINNAR, A., Transforms and Approximations in Cost and Production Function Relations, Research Report CCS 339. The University of Texas at Austin, Center for Cybernetic Studies, January, 1977.
31. CHARNES, A.—COOPER, W. W.—SEIFORD, L.: Extremal Principles and Optimization Dualities for Khinchin-Kullback-Leibler Estimation, *Math. Operationsforsch. Statist. Ser. Optimization*, Vol. 9, No. 1 (1978), pp. 21—29.
32. CHURCHILL, N. C.—COOPER, W. W.—SAN MIGUEL, J.—GOVINDARAJAN, V.—POND, J.: Comprehensive Audits: Some Findings and Some Suggestions for Research, *Symposium on Auditing Research*, II. Department of Accounting. University of Illinois at Urbana-Champaign, 1977.
33. COOPER, W. W.: Understanding Prediction and Control—And Other Matters Relating to Scientific Research, *SUPALUM Alumni Magazine*, School of Urban and Public Affairs Carnegie-Mellon University, No. 2, April 1974, pp. 25—28.

34. COOPERSMITH, S., *The Antecedents of Self-Esteem*, San Francisco, Calif.
35. FÄRE, R.—LOVELL, C. A. K.: Measuring the Technical Efficiency of Production, *J. Econom. Theory*, Vol. 19 (1978), pp. 150—162.
36. FARRELL, M. J.: The Measurement of Productive Efficiency, *J. Roy. Statist. Soc.*, Vol. 120, Sec. A, pt. 3 (1957), pp. 253—290.
37. FERBER, R.—HIRSCH, W. Z.: Social Experiments in Economics, in D. J. Aigner and C. N. Morris, eds., *Experimental Design in Econometrics*, Annals of Applied Econometrics 1979-2, Supplement to *J. Econometrics*, Vol. 11, No. 1 (1979).
38. FORSUND, F. R.—KNOX LOWELL, C. A.—SCHMIDT, P.: A Survey of Frontier Productions and of Their Relationship to Efficiency Measurement, *J. Econometrics* (May 1980).
39. FRIEDMAN, M.: *Essays in Positive Economics*, University of Chicago Press, Chicago, Ill., 1953.
40. FUMAS, V. S.—WHINSON, A. B.: Flexible Contracting Theory and Case Examples, *European J. Operational Res.*, Vol. 3. No. 5 (1979), pp. 368—378.
41. GRAY, R.—WELDON, K.: An Experiment with Convex Production Functions, Working Paper. National Center for Higher Education Management Systems, Boulder, Colo., Nov. 1978.
42. GRILICHES, Z.: Estimating the Returns to Schooling: Some Econometric Problems, *Econometrica*, Vol. 45, No. 1 (1977), pp. 1—22.
43. HANEY, W.: The Follow Through Planned Variation Experiment, *The Follow Through Evaluation: A Technical History*, Vol. 5. Prepared for the Office of Planning, Budgeting and Evaluation of the U.S. Education Department of HEW by The Huron Institute, Cambridge, Mass., August, 1977.
44. HANUSHEK, E. A.: Conceptual and Empirical Issues in the Estimation of Educational Production Functions, *J. Human Resources*, Vol. 14, No. 3 (1979).
45. HANUSHEK, E. A.: Families, Schools and Achievement, Discussion paper 7906, University of Rochester Public Policy Analysis Program, Rochester, N.Y., 1979.
46. HOLT, C. C.—MODIGLIANI, F.—MUTH, J. F.—SIMON, H. A.: *Planning Production, Inventories and Work Force*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1960.
47. KENNINGTON, J.: A Primal Simplex Code for Computing the Efficiency of Decision Making Units, Technical Report OREM 80001, Dept. of Operations Research, Dalls: Southern Methodist University, January, 1980.
48. KULLBACK, S.: *Information Theory and Statistics*, Wiley, New York, 1959.
49. *Metropolitan Achievement Tests Special Report*, Harcourt Brace Jovanovich, New York, 1971. 50
50. RHODES, E. L.: *Data Envelopment Analysis and Related Approaches for Measuring the Efficiency of Decision-Making Units with an Application to Program Follow Through in U.S. Education*, unpublished Ph. D. thesis, Carnegie-Mellon University School of Urban and Public Affairs, Pittsburgh, Pa., 1978.
51. RODGERS, K. W.: The Realization of National Policy Objectives by Historically Black Colleges, Arthur D. Little, Cambridge, Mass., 1976.
52. SAWA, T.: Information Criteria for Discriminating Among Alternative Regression Models, *Econometrica*, Vol. 46, No. 6 (1978), pp. 1273—1291.
53. STALLINGS, JANE A.: Follow Through Program Classroom Observation Evaluation, 1971—72, Stanford Research Institute, Menlo Park, Calif., 1973.
54. SUMMERS, A. A.—WOLFE, B. L.: Which School Resources Help Learning? Efficiency and Equity in Philadelphia Public Schools, *Business Review of Federal Reserve Bank of Philadelphia*, Feb., 1975. See also Summers and Wolfe „Do Schools Make a Difference?“, *Amer. Econom. Rev.* (to appear).
55. THEIL, H.: *Optimal Decision Rules for Government and Industry*. North-Holland, Amsterdam, 1964.
56. U. S. GENERAL ACCOUNTING OFFICE: *Follow Through: Lessons Learned from Its Evaluation and Need to Improve Its Administration*, U. S. General Accounting Office, Washington, 1975.