SZIGMA

Matematikai-közgazdasági folyóirat

A Magyar Közgazdasági Társaság Matematikai-Közgazdasági Szakosztályának lapja

*

E szám szerzői:

ÁBEL ISTVÁN, a Pénzügykutatási Intézet tudományos munkatársa, AUGUSZTINOVICS MÁRIA, a közgazdaságtudomány doktora, az MTA Közgazdaágtudományi Intézet tudományos tanácsadója, dr. KOMLÓSI SÁNDOR kandidátus, a Janus Pannonius Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar egyetemi docense, RAY REES, University College Cardiff és Department of Managerial Economics and Decision Sciences, J. L. Kellogg, Graduate School of Management, Northwestern University, RIMLER JUDIT kandidátus, az MTA Közgazdaságtudományi Intézet tudományos főmunkatársa, SIMONOVITS ANDRÁS kandidátus, az MTA Közgazdaságtudományi Intézet tudományos főmunkatársa

Szerkesztőség: Budapest XI., Budaörsi út 43—45.

Levélcím: 1502 Budapest, Pf. 262.

Terjeszti a Magyar Posta. Előfizethető bármely hírlapkézbesítő postahivatalnál, a Posta hírlapüzleteiben és a Hírlapelőfizetési és Lapellátási Irodánál (HELIR) Budapest V., József nádor tér 1., 1900, közvetlenül vagy postautalványon, valamint átutalással a HELIR 215-96 162 pénzforgalmi jelzőszámra.

Előfizethető és példányonként megvásárolható az *Akadémiai Kiadó*nál (1363 Budapest, Alkotmány utca 21., tel.: 111-010) és az Akadémiai Kiadó *Stúdium* (1368 Budapest, Váci utca 22., tel.: 185-881) és *Magiszter* (1052 Budapest, Városház utca 1., tel.: 382-440) könyvesboltjaiban. Előfizetési díj egy évre: 104,— Ft

Külföldön terjeszti a KULTURA Külkereskedelmi Vállalat, H-1389 Budapest, Pf. 149

Rimler Judit

Fejlődéselemzés évjárat-modellel

A klasszikus növekedési modellek a tőkét, mint termelési tényezőt, az egyszerűsítés kedvéért egyneműnek, homogénnak tételezik fel. E modellek gyakorlati alkalmazásának elterjedését követően vált világossá, hogy a technikai fejlődés gazdasági növekedésben betöltött vizsgálatához célszerű e feltevést feloldani: a tőkeállományt az üzembehelyezés éve, úgynevezett *évjárata* szerint megbontani.

Az évjárati megkülönböztetés előnyeit és lehetőségeit taglaló elméleti munkák a hatvanas évek fordulóján kezdenek feltűnni. (Például Johansen, 1959; Solow, 1962; Phelps, 1963.) A gyakorlati alkalmazásban a hagyományokhoz híven most is a holland közgazdászok jártak az élen. Den Hartog és Tjan (1974) kidolgozzák a foglalkoztatottság, a beruházások, az állóeszközök kihasználása, a termelés és a termelési tényezők javadalmazása közötti összefüggések úgynevezett clay-clay évjárat-modelljét[1] és közlik a számítás első, az egész holland nemzetgazdaságot átfogó eredményeit. Később (1980) a szerzőpáros az első modellt számos vonatkozásban továbbfejlesztette. A magyar számításokban ezt az új modellt használtuk fel.[2]

A modell

A modell[3] reálfolyamatok volumenei közötti összefüggéseket fejez ki, azzal a speciális feltétellel, hogy a mennyiségek változását bizonyos *értékviszonyokban* bekövetkező módosulások szabályozzák.

[1] Az angolszász irodalomban a modellek jellemzésére gyakran használják a *putty* és a *clay* kifejezéseket, annak illusztrálására, hogy a termelési tényezők egymáshoz viszonyított aránya milyen. Mivel angolul putty a még formálható agyag, clay pedig a már kiégetett, a többé nem változtatható, ha egy modell putty, az azt jelenti, hogy a termelési tényezők aránya változtatható, ha clay akkor nem. A jelzők ismételt használatával a múltra, illetve a jövőre hivatkoznak. A clay-clay modellekben ezek szerint a tényezőarányok a múltban és a jövőben is rögzítettek.

[2] Ezúton is köszönetet mondok a holland kollégáknak, akik szellemi és anyagi támogatásával készült az első kísérleti számítás, amelynek eredményeiről az 1983-as tanulmányom és az 1985-ös cikkem számol be. A további kutatásban közreműködött Kőrösi Gábor, aki a holland modellt és programot a magyar körülményekhez igazította, a programokat futtatta, segített az adatgyűjtésben és hasznos észrevételeivel nagyban hozzájárult a most következő beszámoló eredményeihez.

[3] A továbbiakban minden hivatkozás den Hartog és Tjan 1980-as modelljére, illetve annak magyar változatára vonatkozik és nem általában az évjárat-modellekre.

A reálfolyamatok az input-output kapcsolatok: a termelés, illetve a termelési kapacitás változása a két fő ráfordításnak, a munkaerő és az állóeszközök (jelen számításban csupán a gépi állóeszközök) alakulásának függvényében. A ráfordítások évjáratonként kötöttek, de az egész állományt tekintve helyettesíthetik egymást.

A termelési kapacitás a modellben a múltbeli beruházásoktól, a fizikai tönkremenetel miatti selejtezésektől, mint exogén tényezőktől, és az endogén módon meghatározásra kerülő gazdasági avulástól függ. A gazdasági avulást leíró összefüggés a modell értékben kifejezett szabályozó feltétele, amely szerint ki kell selejtezni azokat az évjáratokat, ahol a termelt termék értékéből már az évjáraton dolgozók javadalmazása sem fedezhető. Bár a munka termelékenysége egy-egy évjáraton az idő folyamán nem változhat, a termék értéke és költsége igen. Ha a munka részesedése a termék értékében nő, régi, de technikailag még üzemképes évjáratok válhatnak gazdaságilag avulttá.

A termelési kapacitás alakulása ily módon nemcsak a beruházástól és a technikai selejtezéstől függ, hanem a gazdasági avulás miatt a keletkezett jövedelmeknek a munka és a tőke, vagy helyesebben a fogyasztás és a felhalmozás közötti megosztásától, illetve annak változásától is.

Modellünknek, mint minden évjárat-modellnek, megkülönböztető vonása, hogy a termelési összefüggéseket először évjáratonként írja fel és csak ezután határozza meg az évjárati jellemzők összegeként egy-egy adott év teljes aggregált termelését, gépállományát, munkaerő igényét. Ezért kezdjük a modell leírását is az évjáratonkénti érvényes összefüggésekkel.

Évjáratonkénti termelési kapcsolatok

Az első egyenlet egy adott τ évjárat gépeinek[4] — ez a τ évben üzembehelyezett gépek együttese — termelési kapacitását mutatja valamely későbbi t évben:

$$y^*_{t,\tau} = \frac{1}{\varkappa_\tau} h_t^{\gamma_1} i_{t,\tau}, \quad t \geq \tau, \ \gamma_1 > 0, \tag{1}$$

ahol $y^*_{t,\tau}$ = a τ évjáratú gépek t évben még üzemelő részének termelési kapacitása

$\varkappa_\tau$ = a gép-termelés arány a τ évjáraton

h_t = a heti munkaidő változását kifejező index értéke a t évben

γ_1 = a termelési kapacitás elaszticitása a heti munkaidő változására

$i_{t,\tau}$ = a τ évjáratú gépeknek a t évben még üzemelő része.

A τ évjáratból a t évben rendelkezésre álló gépállomány a feltételezések szerint:

$$i_{t,\tau} = \Omega_{t-\tau} \cdot i_{\tau,\tau}, \quad t \geq \tau, \tag{2}$$

ahol $\Omega_{t-\tau}$ = a túlélési függvény szerint az egységnyi beruházásból t év eltelte után még üzemben levő rész aránya.

[4] Gépeken ezentúl a gépek, berendezések és járművek együttesét értjük. Az épületek két ok miatt nem szerepelnek a számításokban. Egyfelől a gépektől eltérő túlélési tulajdonságaik miatt, másfelől azért, mert a későbbiekben bemutatott gazdasági avulási egyenletben az értelmezés nehézségekbe ütközne.

A τ évjárat tőkekoefficiensére, illetve annak reciprokára, a modell a következő összefüggést fogalmazza meg:

$$\frac{1}{\varkappa_\tau} = \frac{1}{\varkappa_0}(1+\varrho)^\tau, \quad \varrho \gtreqless 0 \tag{3}$$

ahol $\varkappa_0$ = a nulladik évjárat tőkekoefficiense;
ϱ = a tőkekoefficiens évjáratról évjáratra való változásának üteme.[5]

$\varkappa$ az *évjárati tőkekoefficiens*, egy-egy évjáratra speciálisan jellemző tőketermelés arány. Az évjárati tőkekoefficiens különbözhet az átlagostól, amely nem egy-egy évjáratra, hanem egy év egész tőkeállományára (ami a különböző évjáratok különböző keveréke) vonatkozik.

Összefoglalva az (1) egyenletet: *a τ évjáratú gépek t évbeli termelési kapacitása attól függ, hogy 1. eredetileg mennyit ruháztak be; 2. milyen fiatal az évjárat; 3. fizikai kopás miatt milyen ütemben megy tönkre; 4. milyen hosszú a munkaidő és 5. mekkora az évjárati tőkekoefficiens.*

A τ évjáratú gépek t évben üzemképes állományának teljes kapacitással való üzemeltetéséhez a modell szerint a következő létszámra van szükség:

$$a^*_{t,\tau} = \frac{y^*_{t,\tau}}{h_t^{\gamma_2}} \cdot \frac{1}{\Phi_\tau}, \quad \tau < t, \ \gamma_2 > 0 \tag{4}$$

ahol $a^*_{t,\tau}$ = a τ évjáratú gépek t évben rendelkezésre álló állományának teljes kapacitású üzemeléséhez szükséges létszám,
γ_2 = a termelési kapacitás elaszticitása a heti munkaidő változására,
Φ_τ = a munka termelékenysége a τ évjáraton.

A feltételezések szerint

$$\Phi_\tau = \Phi_0(1+\mu)^\tau, \quad \mu \gtreqless 0 \tag{5}$$

ahol Φ_0 = a munka termelékenysége a nulladik évben,
μ = a munkatermelékenység évjáratról évjáratra való változásának üteme.[6]

Az évjárati tőkekoefficienshez hasonlóan megkülönböztetjük az *évjárati munkatermelékenységet* az átlagos munkatermelékenységtől. Az évjárati munkatermelékenység egy-egy évjáratra speciálisan jellemző, az átlagos pedig egy-egy év különböző évjáratokból összetevődő állományára.

Az évjáratonkénti termelési összefüggések (1)—(5) a következő főbb egyszerűsítő feltevéseket rejtik magukban:

[5] Den Hartog és Tjan a ϱ paramétert másképpen nevezte. Ők azt feltételezték, hogy ϱ nem-negatív, vagyis a tőkeigényesség nem nőhet az időben. A tőkekoefficiens csökkenését, ha volt ilyen, a tőkében megtestesült technikai fejlődés hatásának tudták be, és ezért ϱ-t is így nevezték. Az itt közölt megfogalmazás ennél általánosabb.

[6] Den Hartog és Tjan feltételezte, hogy a munka termelékenysége évjáratról évjáratra a munkában megtestesült technikai fejlődés hatására nő. A mi megfogalmazásunk ennél általánosabb.

1. A termelés, a munkaerő és a gépek homogének. Egyfajta munkaerő egyfajta géppel egyfajta terméket termel.
2. Az évjárati tőkekoefficiens, az évjárati munkatermelékenység és az évjárati gép—munka arány technikailag meghatározott állandók. Adott évjáratú gépet az üzembehelyezéstől a kiselejtezésig ugyanolyan létszámú személyzet kezel, s ez az ember—gép együttes, ha a munkaidő nem változik, ugyanolyan mennyiségű terméket állít elő. Az évjárati tényező-hatékonyság és -arány csupán a munkaidő változásával változhat.
3. Az évjárati tényező-hatékonyság évjáratról évjáratra módosulhat a technika változása következtében. A technika változása egyszerre lehet gép és munka megtakarító, illetve fogyasztó, de lehet munka megtakarító és tőke fogyasztó is, vagy fordítva.
4. A feltételek szerint a τ évjárat gépei az idő folyamán fokozatosan használódnak el, a Ω túlélési függvény által meghatározott menetrend szerint. A túlélési függvény szerint elhasználódott gépeket a termelésből azonnal és maradéktalanul kivonják.

A túlélési függvény

Az évjárat-modellben szereplő Ω-val jelölt ún. túlélési függvény tulajdonságairól és különböző függvényformákról e folyóirat hasábjain jelent meg cikkem (RIMLER, 1983).

Az ismétlések elkerülése érdekében ezért itt a túlélési függvényekről részletesen nem szólok. Csupán annyit célszerű megjegyezni, hogy számításainkban a (6) összefüggésben megadott, a gépek fizikai elhasználódását kifejező ún. egyszerű cosinus túlélési függvény szerepelt.

$$\Omega_t = \frac{1}{2}\left[1 + \cos\frac{\pi}{t_\nu} \cdot t\right], \quad t < t_\nu \tag{6}$$

ahol: t_ν = a *maximális* gépélettartam.

A gazdasági avulás

A τ évben üzembehelyezett gépállomány az évek múlásával egyre kisebb lesz. Volumene a túlélési függvény által előírt menetrend szerint csökken míg a működő állományból teljesen el nem tűnik maximális életkorának elérésekor.

A τ évjáratot a maximális élettartam elérése előtt ki kell selejtezni akkor, ha a gépek gazdaságilag avulnak. *Egy-egy évjárat*, a feltételezések szerint *akkor avul el, ha az évjáraton termelt termékek eladásából származó bevételből már a termelés során felmerült munkaköltségek sem fedezhetők*. Azaz, ha fennáll a következő összefüggés:

$$y^*_{t,\tau} p_t \leq a^*_{t,\tau} l_t, \tag{7}$$

ahol p_t = a termék ára a t évben
l_t = egy fő foglalkoztatásának évi költsége, röviden a bér a t évben.

A (7) összefüggésből (feltételezve, hogy az éppen egyenlőségre teljesül) meghatározható a *gazdasági élettartam*.

$$v_t = \frac{\ln \dfrac{l_t}{p_t} - \gamma_2 \ln h_t - \ln \Phi_0}{\ln (1+\mu)}, \tag{8}$$

ahol v_t = a legidősebb t évben még üzemben levő évjárat üzembehelyezésének ideje.

A t évben még működő legidősebb évjárat üzembehelyezésének ideje v_t és vele együtt a gazdasági élettartam $(t-v_t)$ a bér és az ár arányától, a munkaidőtől és az évjárati munkatermelékenységtől függ. A gazdasági élettartam annál rövidebb; 1. minél magasabb a bér, illetve alacsonyabb az ár; 2. minél rövidebb a munkaidő és 3. minél alacsonyabb a munkatermelékenység a τ évjáraton, minél kisebb Φ_0 és μ.

A gazdasági élettartam időbeni változása, rövidülése, hosszabbodása (8) alapján ($\ln (1+\mu)$-t μ-vel közelítve) a következők szerint határozható meg.

$$\frac{d(t-v_t)}{dt} = \frac{\mu - \left[\dfrac{dl_t}{dt}\cdot\dfrac{1}{l_t} - \dfrac{dp_t}{dt}\cdot\dfrac{1}{p_t} - \dfrac{dh_t}{dt}\cdot\dfrac{1}{h_t}\right]}{\mu} \tag{9}$$

A gazdasági élettartam alakulását tehát az évjárati munkatermelékenység mellett az árak, a bérek és a munkaidő százalékos változása befolyásolja.

Aggregált termelési egyenletek

Az évjáratonkénti termelési összefüggések, a gépek fizikai tönkremenését kifejező túlélési függvények és a gazdasági avulás alapján már meghatározhatók az aggregált termelési egyenletek.

A teljes termelési kapacitás a t évben ezek szerint az összes még üzemelő évjárat kapacitásának összege lesz. Az (1)—(3) összefüggéseket felhasználva:

$$y_t^* = \sum_{\tau=v_t}^{t} y_{t,\tau}^* = \frac{1}{\varkappa_0} h_t^{\gamma_1} \sum_{\tau=v_t}^{t} \Omega_{t-\tau}(1+\varrho)^\tau i_{\tau,\tau}, \tag{10}$$

ahol y_t^* = a teljes termelési kapacitás a t évben.

A t évi kapacitás üzemeltetéséhez szükséges létszám az évjárati létszámigények összege: Az (1)—(5) összefüggésekből:

$$a_t^* = \frac{1}{\varkappa_0}\frac{1}{\Phi_0} h_t^{\gamma_1-\gamma_2} \sum_{\tau=v(t)}^{t} \Omega_{t-\tau}(1+\varrho)^\tau \frac{i_{\tau,\tau}}{(1+\mu)^\tau} \tag{11}$$

ahol a_t^* = a t évbeli teljes kapacitás létszámigénye.

A számításba kívülről bevitt tényleges termelés és a (10) összefüggés által meghatározott teljes termelési kapacitás hányadosaként kiszámítható a kapacitáskihasználás a t-edik évben:

$$q_t = \frac{y_t}{y_t^*}, \tag{12}$$

ahol q_t = a kapacitáskihasználási arány
y_t = a tényleges termelés a t évben.

A modell szerint, ha vannak kihasználatlan kapacitások, azaz a tényleges termelés tartósan és jelentős mértékben elmarad a (10) egyenlet által meghatározott termelési lehetőségektől, a munkaerőigény a teljes kapacitáshoz tartozónál alacsonyabb lesz. Hosszú távon a feltételezések szerint az alkalmazkodás teljes, rövid távon pedig részleges. Rövid távon azért részleges, mert nem lehet előre tudni, hogy a kapacitás éppen aktuális kihasználatlansága mennyire lesz tartós. A valóságban ezért nem érdemes azonnal elbocsátani a pillanatnyilag feleslegessé vált munkaerőt, hiszen előfordulhat, hogy a visszaesést gyors ütemben követi a fellendülés, és ekkor nemcsak nehéz ismét megfelelő munkaerőt találni, de vállalni is kell az ismételt munkábaállítás és a betanítás költségeit. A modellel ezt a valóságos alkalmazkodási folyamatot próbáljuk követni.

A munkaerőigénynek a kapacitás kihasználatlansághoz való rövid és hosszú távú alkalmazkodását a (13) egyenlet fejezi ki:

$$\hat{a}_t = a_t^* q_t^\eta \left(\frac{a_{t-1}}{a_{t-1}^*}\right)^\lambda, \quad 0 \leq \eta, \lambda \leq 1, \tag{13}$$

ahol $\hat{a}_t$ = korrigált munkaerőigény a t évben
η = a rövid távú alkalmazkodási paraméter
λ = a rövid távút követő és azt teljessé tevő alkalmazkodási paraméter.

A módosított évjárat-modell

Az eddig tárgyalt alapmodellben a termelés évjárati tőkeigényessége lehet növekvő, csökkenő vagy éppen konstans, attól függően, hogy a technika megváltozása hogyan módosítja a tőke-termelés arányt, hogy ϱ nagyobb, kisebb vagy egyenlő nullával a (3) egyenletben. A megfogalmazásból adódóan a ϱ által kifejezett változás állandó és hosszú távú: évjáratról évjáratra ugyanazon ütemben és természetesen ugyanazon irányban változik a tőkeigényesség az egész vizsgált időszakban.

A tőke-termelés arány azonban nemcsak az előbbi módon változhat. Egyik évről a másikra nőhet (vagy csökkenhet) a termelés tőkeigényessége — az évjárati változások mellett, illetve azokon túl — strukturális és technikai módosulások következtében. Az alapmodell revideált változata alkalmas ezeknek a változásoknak a kifejezésére is. A módosított modell bemutatásánál feltételezzük, hogy $\varrho = 0$, az évjárati tőkeigényesség nem változik és ezért a kezdeti tőkekoefficiens $\varkappa_0$ lesz minden évjáratra jellemző. Ezt csupán az egyszerűsítés kedvéért mondjuk ki, mert a modell egyszerre tudja kezelni a kétféle (az évjárati és az évenkénti) tőkeigény-változást.

A modell módosítása abból áll, hogy a kapacitás egyenletbe bekerül egy új tag, y_0^*, amelynek segítségével kifejezhető az évjárati módosulásoktól független tőkeigény növekedés (illetve csökkenés):

$$y_t^{**} = y_t^* + y_0^*, \tag{14}$$

ahol y_t^{**} = a módosított termelési kapacitás t évben
y_t^* = az „eredeti" [a (10) egyenletben szereplő] termelési kapacitás a t évben
y_0^* = a lineáris tőkeigény változást megengedő paraméter.

Az új tag, y_0^* bevezetésével $\varkappa_0$-tól eltér a következőképpen definiált átlagos tőke-termelés arány:

$$\bar{\varkappa}_t = \frac{h_t^{\gamma_1} \sum_{\tau=v_t}^{t} \Omega_{t-\tau} i_{\tau,\tau}}{\frac{1}{\varkappa_0} h_t^{\gamma_1} \sum_{\tau=v_t}^{t} \Omega_{t-\tau} i_{\tau,\tau} + y_0^*}, \tag{15}$$

ahol $\bar{\varkappa}_t$ = a t évi átlagos tőke-termelés arány.

A teljes kapacitású termelés munkaerőigényét kifejező (11) egyenlet annyiban módosul y_0^* bevezetésével, hogy $1/\varkappa_0$ helyett $1/\bar{\varkappa}_t$ szerepel a megfelelő helyen.

A modell többi összefüggése nem változik, eltekintve attól, hogy a (12)-es kapacitás egyenletben y_t^* helyett most természetesen y_t^{**} fog állni.

Változók, paraméterek és késleltetések a modellben

A modellben összesen 15 változó, 7 paraméter és 2 késleltetés szerepel. A modell 15 változójából hat exogén, kilenc endogén. A becslésnek a következőkben bemutatott módja miatt az exogén és endogén változók között átfedés van, éspedig az aggregált termelési kapacitás, illetve az annál kisebbnek (egyenlőnek) tételezett tényleges termelés, illetve a korrigált munkaerőigény és a tényleges foglalkoztatottság tekintetében. A rexogén változók idősorai különböző statisztikákból származnak, illetve becslések. Az adatforrásokról és a becslésekről a következő részben számolunk be.

Az *exogén* változók a következők:
a beruházások: $i_{\tau,\tau}$
a tényleges termelés (GDP): y_t
a tényleges foglalkoztatottság: a_t
a GDP deflátor árindexe: p_t
a bérek: l_t
a heti munkaidő: h_t.
Az *endogén* változók a következők:
az évjárati termelési kapacitás: $y_{t,\tau}^*$
az évjárati létszámigény: $a_{t,\tau}^*$
a legidősebb évjárat üzembehelyezési éve: v_t
az évjárati gépállomány: $i_{t,\tau}$
az aggregált termelési kapacitás: y_t^*
az aggregált munkaerőigény: a_t^*
az alkalmazkodással korrigált munkaerőigény: $\hat{a}_t$
az aggregált gépállomány: i_t
a kapacitáskihasználás: q_t.

A hét paraméter közül kettőt a számításoktól függetlenül becsültünk és viszünk be a modellbe. E két paraméter γ_1 és γ_2: a termelési kapacitás rugalmassága a heti munkaidő változására a gépeknél és a munkaerőigényt kifejező összefüggésben.

Előre meghatározott még a beruházások és a gazdasági avulás miatti kiselejtezések időbeli eltolódásának mértékét kifejező két késleltetés. Feltételezzük, hogy egy adott évben üzembe helyezett beruházásoknak a termelési kapacitást növelő hatása fél éves késéssel jelentkezik. Az állóeszközök gazdasági avulását szabályozó bér-jövedelem aránynál pedig egy éves a késleltetés.

Az *endogén* paraméterek a következők:

a bázis évjárat tőkekoefficiense: $\varkappa_0$
az évjárati tőkekoefficiens változási üteme: ϱ
munkatermelékenység a bázis évjáraton: Φ_0
az évjárati munkatermelékenység változási üteme: μ
a munkaerőigény alkalmazkodási paramétere: η.

A becslés módszere

A modell paramétereit több lépésben próbálgatással határozzuk meg. Az endogén paraméterekre külső információk alapján meghatározunk egy-egy intervallumot, amelyben értékeket vehetnek fel. Minden paraméter kombinációhoz egy-egy egymástól különböző fejlődési út tartozik. A különböző alternatívák közül a program a valóságot a legjobban közelítő megoldást választja.

A feltételezések szerint az a változat közelíti meg legjobban a valóságot, amelynél a modell által becsült termelési kapacitás a lehető legközelebb halad a tényleges termeléshez és a becsült foglalkoztatottság a tényleges foglalkoztatottsághoz, azaz ahol a (16) célfüggvény értéke minimális.

$$S = \sqrt{U_a \cdot U_y}, \tag{16}$$

ahol

$$U_a = 100 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \left[\frac{a_t - \hat{a}_t}{a_t} \right]^2} \tag{17}$$

U_a = a korrigált munkaerőigény és a tényleges foglalkoztatottság átlagos eltérése
n = a megfigyelések száma,

$$U_y = 100 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \left[\frac{y^* - y}{y} \right]^2} \tag{18}$$

ahol U_y = a tényleges termelés átlagos eltérése a teljes kapacitás szerintitől.

A modellről és a becslés módszeréről további részletek találhatók den Hartog és Tjan idézett munkáiban és magyar nyelven e cikk szerzőjének 1983-as tanulmányában.

A számítások

Az előbbiekben megismert évjárat-modellel különböző célú számítások végezhetők: múltbeli adatokat felhasználva ex-post fejlődés elemzés, történeti idősorok kivetítésével prognózisok, tervadatokat behelyettesítve fejlődési koncepció kontrollok, hogy csak a legáltalánosabb lehetőségeket említsük.[7]

[7] A számítások az Országos Tervhivatal megrendelésére készültek. Megbízásunk az 1982–1984-es időszakra szólt. Ez indokolja, hogy a tényidősorok utolsó adata az 1982. évi.

Den Hartog és Tjan a foglalkoztatottság alakulásáról kívántak többet megtudni a számításokból. Tényadatok alapján múltbeli összefüggéseket határoztak meg, majd ezeket felhasználva rövid távú előrebecslést készítettek a holland gazdaságot fenyegető munkanélküliség várható alakulásáról és kiváltó tényezőiről.

A magyar számítások a hollandhoz hasonló indíttatásúak voltak. A már idézett kísérleti szakaszban a foglalkoztatottság változásának elemzése volt előtérben. De már akkor, és a későbbiek során, a tervezésbeli felhasználásnál a többi reál-folyamat részletesebb elemzése is hasznosnak bizonyult.

Bármilyen célra is használjuk fel a számításokat, egyformán fontos, hogy a modell jól illeszkedjen a tényadatokhoz. Számítás-sorozatot végeztünk a legtényszerűbb variáció megtalálására. Mielőtt ennek eredményeiről szóló beszámolónkat elkezdenénk, röviden ismertetjük a vizsgálat körét és a számításhoz szükséges adatokat forrásaikkal együtt.

A vizsgálat köre és időhorizontja

A vizsgálat, amiről beszámolunk a népgazdaság egészére és öt, a következőkben felsorolt ágára terjed ki:

Ipar

Építőipar

Mező- és erdőgazdaság

Termelő szolgáltatások (kereskedelem, vízgazdálkodás, szállítás és hírközlés)

Nem anyagi szolgáltatások (egészségügyi és szociális ellátás, kulturális ellátás, lakásellátás és egyéb szolgáltatás, pénzügyek),

A tényidőszak, amelyre a modellt illesztjük, az 1960—1982-es periódus.

A ténymodell paramétereit és bizonyos tervadatokat (lásd a következőkben) felhasználva prognózis készült az 1983., 1984. és 1985. évekre.

Az adatbázis

A számításokhoz szükséges exogén változók idősorait a következő forrásokból vettük, illetve a következő feltételezéseket elfogadva becsültük.

A hozzáadott érték (GDP) sorokat az 1976—1982-es időszakra a *Népgazdasági Mérlegek* (1984) kiadványból vettük. Az 1976 előtti értéket az OT adattárából.

Az üzembe helyezett gépek, berendezések adatai a *Nemzeti vagyon és állóeszközállomány* (1974) és (1984) kiadványokból származnak.

A változatlan áras GDP-t az ún. deflátor árindexszel változtatjuk a folyóáras bérekkel szembeállítható értékké.

Négyféle árindexet határoztunk meg. A hivatalosnak nevezett indexeket Csikós-Nagy (1980) könyvéből vettük. A hivatalos árszintváltozást kifejező indexek mellett kísérleteztünk konstans ütemű évi értékvesztést kifejező indexekkel is. Az inflálódás évi ütemét tekintve szektoronként különböző feltételezésekkel (is) éltünk. Emellett a hozzáadott érték (GDP) implicit árindexével (folyó/változatlan áras érték) is végeztünk számításokat.

Csikós-Nagy (1980) könyvében és Dániel (1975) tanulmányában becslést készít arról, hogy az egyes szektorok egymáshoz viszonyítva milyen mértékben vannak az árrendszer sajátosságaiból adódóan alul-, illetve felülbecsülve.

Csikós-Nagy az ipari árszintet 5, Dániel 15 százalékponttal becsüli magasabbra, a többi szektorra Dániel becslései rendre a következők: az építőipari árszínvonal 20 százalékponttal magasabb, a mezőgazdasági 13, a termelő szolgáltatások 5, a nem termelő szolgáltatások 113 százalékponttal alacsonyabb a kelleténél.

A fentieket figyelembe véve az öt szektorra összesen 25 árindexet számoltunk ki.

1968-tól állnak rendelkezésre a szükséges adatok a közvetlen munkaköltség (ezentúl bérköltség vagy egyszerűbb bérek) meghatározásához a *Jövedelemelosztás a népgazdaságban* c. KSH kiadványokban. Az 1960—67-es időszakra a bérköltségeket becsültük az 1968-as adatból az egy főre jutó átlagos havi kereset indexét felhasználva. Az egyes szektorok átlagkeresetére a szakmai évkönyvekben találtunk adatokat. A létszámadatok a *Statisztikai Évkönyvek*ből származnak.

Az extrapolációhoz szükséges 1983—85-ös adatok közül a tervezett változatlan áras GDP-t, a létszámot és az üzembe helyezésre kerülő gépberuházásokat az OT Közgazdasági és Beruházási Főosztályai bocsátották rendelkezésünkre.

A bérek változását az *OT Tájékoztató az 1983., 1984. és 1981—85. évi népgazdasági tervről és a tervhez készült számítások* c. kiadványokban közölt adatok alapján becsültük. Feltételeztük, hogy a modellben szereplő bérváltozások indexe megegyezik a tájékoztatók kereset-változási indexével. Kivétel az 1985-ös év, ahol az iparra és az építőiparra, valamint a népgazdaság egészére egy-egy számítást is végeztünk, amelyben már a felemelt béradó szerepel.

Az árindexek meghosszabbításához az iparnál a tervezett folyóáras GDP-re is szükség volt. Ezt az adatot a már említett OT forrásból tudtuk beszerezni. A többi szektor árindexét mechanikusan meg lehetett hosszabbítani, hiszen az előrebecslésnél ugyanazzal a feltétellel éltünk, mint a ténymodell számításnál. Nevezetesen, hogy a deflátor árindex egységesen évről évre 2,5%-kal emelkedik. (Lásd később.)

A számításokról általában

Az iparra és az építőiparra 7—7, a többi népgazdasági ágra 4—4 variációt számoltunk. E számítások előtt több, ún. próbaszámítás készült, a modell egyes paramétereinek, illetve az adatok konzisztens variációinak megtalálására. Az egyes variációk a deflátor árindexekben, az árszintekben és az ún. skála paraméter nagyságában különböztek egymástól. (A skála paraméter azt fejezi ki, hogy az 1958 előtti munkában, illetve tőkében megtestesült technikai fejlődés évjáratonkénti változásának üteme 1958 előtt a későbbinek hány %-a volt.)

A legjobb számítások főbb jellemzőit az 1. táblázatban foglaljuk össze.

Megjegyzések és magyarázat az 1. táblázathoz:

— *Az árindex:* A legjobb számításokban kétféle árindex szerepelt. Az iparnál az ún. implicit árindex. A többi szektorban a 2,5%-os inflációt feltételező ár.

— *Az árszint korrekciói:* A legjobb számítások Dániel Zsuzsa már említett árkkorrekcióival készült variánsok.

— *A skála paraméter:* Az 1. táblázatban közöltek szerint a legjobb számításokban az iparnál, építőiparnál és a népgazdaság egészére a 0,25-ös, azaz a lassabb, a többi ágazatnál a 0,50-es, azaz a gyorsabb múltbeli fejlődést kifejező

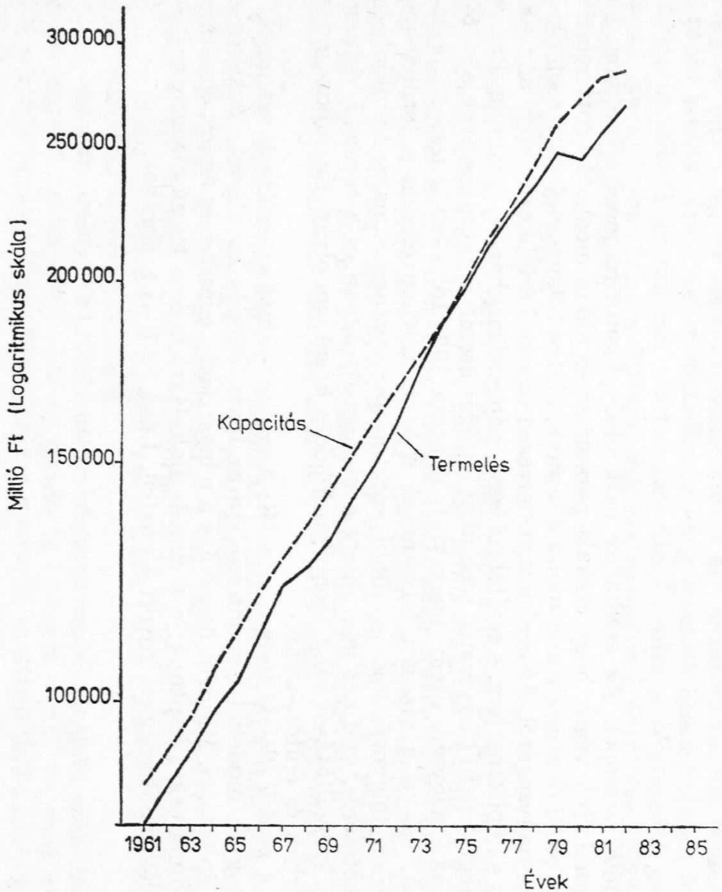
1. táblázat

A legjobb számítások megkülönböztető vonásai és a tényadatokhoz való illeszkedés pontossága

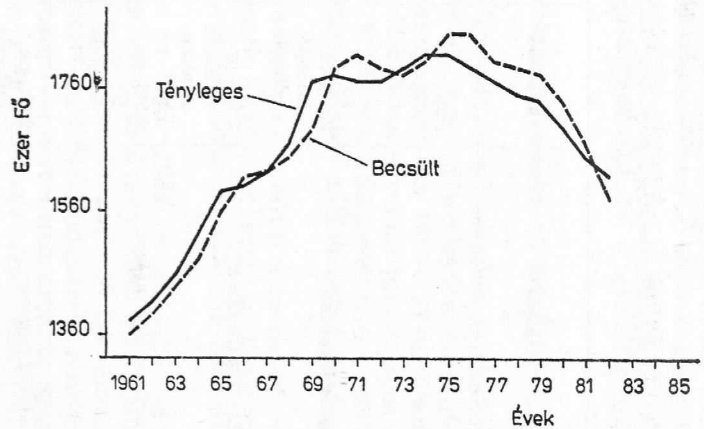
Ágazat	Az árindex	Az árszint korrekciójának mértéke	A skála paraméter értéke	A modell illeszkedésének mutatói százalékban		
				a termelésre	a létszámra	együttesen
Ipar	implicit	0,85	0,25	3,8	1,7	2,5
Építőipar	2,5%-os inflációt feltételező	0,80	0,25	6,7	3,1	4,5
Mező- és erdőgazdaság	2,5%-os inflációt feltételező	1,13	0,50	8,1	1,4	3,3
Termelő szolgáltatások	2,5%-os inflációt feltételező	1,05	0,50	8,6	1,5	3,6
Nem anyagi szolgáltatások	2,5%-os inflációt feltételező	2,13	0,50	7,3	1,1	2,8
Népgazdaság összesen	2,5%-os inflációt feltételező	nincs	0,25	4,1	1,0	2,0

paraméter szerepel. Az eredmény csak első pillantásra meglepő, akkor, ha nem gondoljuk végig, hogy a skála paraméter az előbb meghatározott relatív értéket jelöli és semmit sem mond a munka, illetve tőkemegtakarító technikai fejlődés nagyságáról. Az eredményt helyesen úgy kell értelmezni, hogy az iparban és az építőiparban, s ezáltal az egész népgazdaságban is, a munka, illetve tőkemegtakarító (fogyasztó) technikai fejlődés üteme a hatvanas évek elejétől mostanáig négyszer olyan nagy volt, mint az 1920-tól 1960-ig terjedő periódusban, vagyis a vizsgált folyamatok a közelmúltban ezeken a területeken jelentősen felgyorsultak. A többi szektorban ugyanez a nagyságkülönbség csak kétszeres, ami azt jelzi, hogy a mezőgazdaságban és a termelő- és nem anyagi szolgáltatásoknál a technikai fejlődés közel sem olyan dinamikus, mint az iparban és építőiparban.

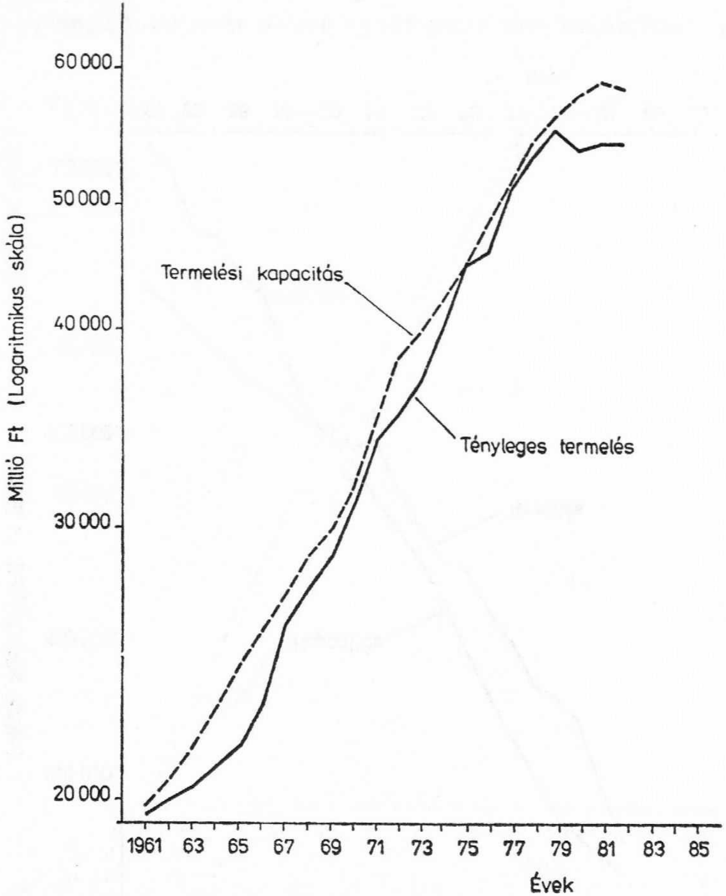
— *A modell illeszkedésének mutatói:* A szektor-szintű számítások azt mutatják, hogy a modellel legpontosabban az ipari fejlődés követhető, legkevésbé jól az építőipari. Mindent összevéve a népgazdaság egészére és ágaira egyaránt jó eredményeket kaptunk: a termelés alakulását is és a létszám változását is megfelelő pontossággal követi a modell. Lásd az 1–12. ábrákat.



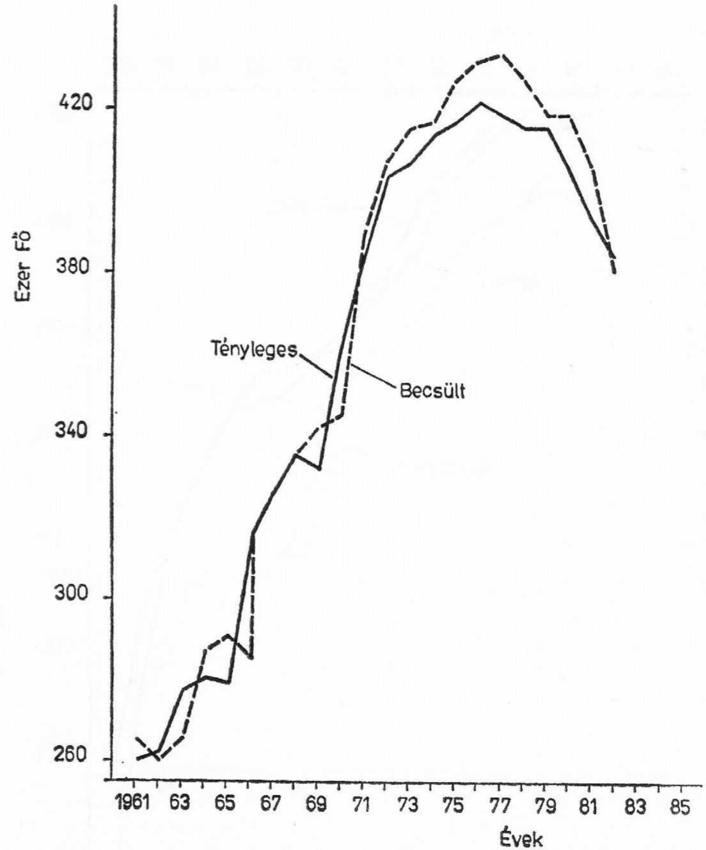
1. ábra. Termelés és termelési kapacitás az iparban



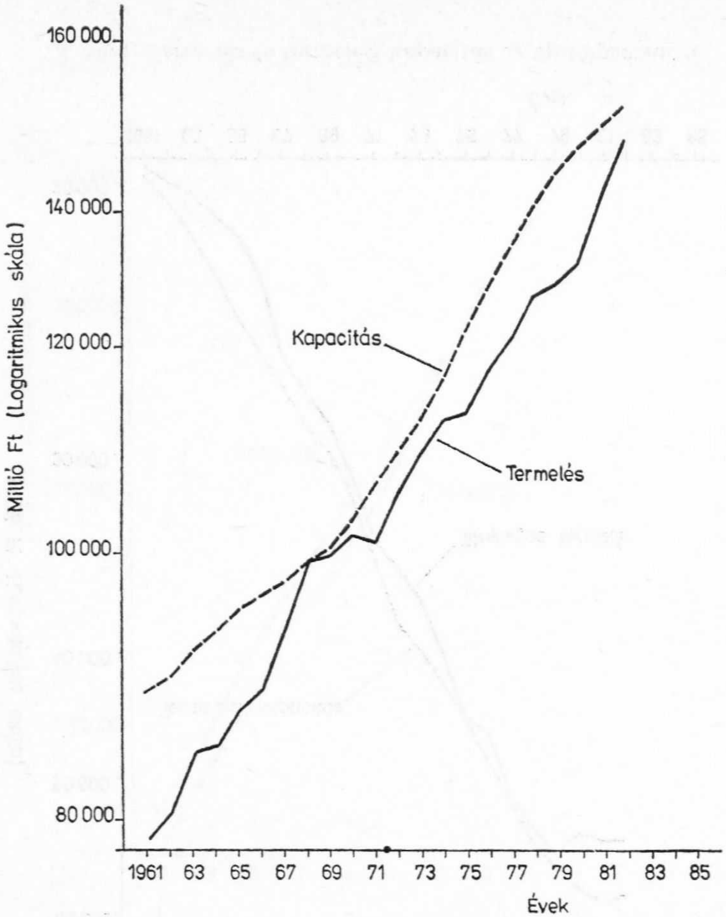
2. ábra. Tényleges és becsült foglalkoztatottság az iparban



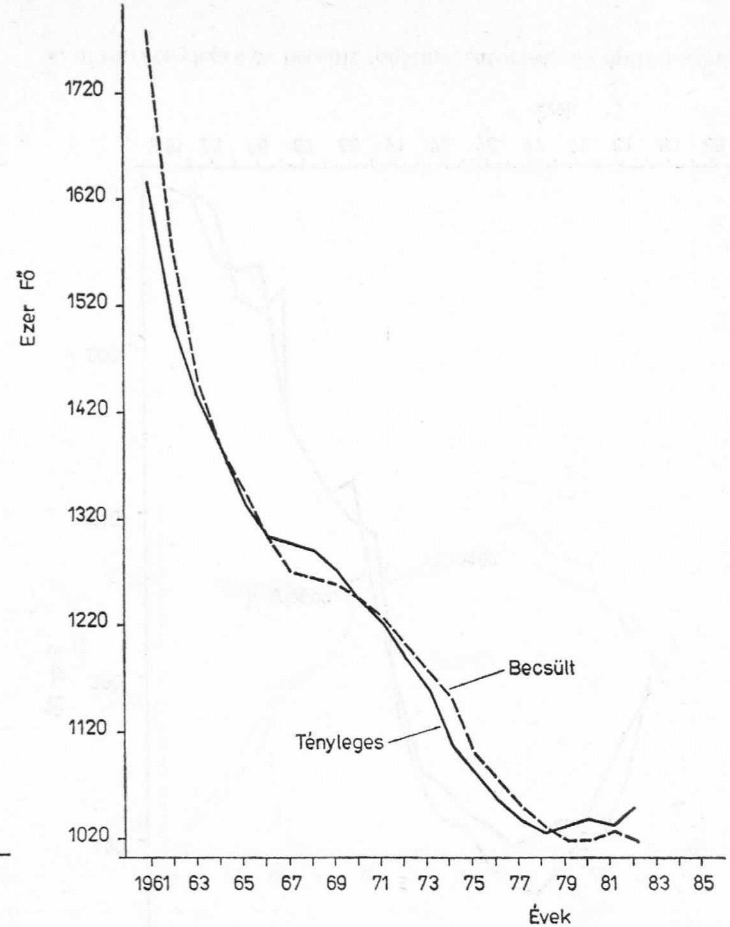
3. ábra. Termelés és termelési kapacitás az építőiparban



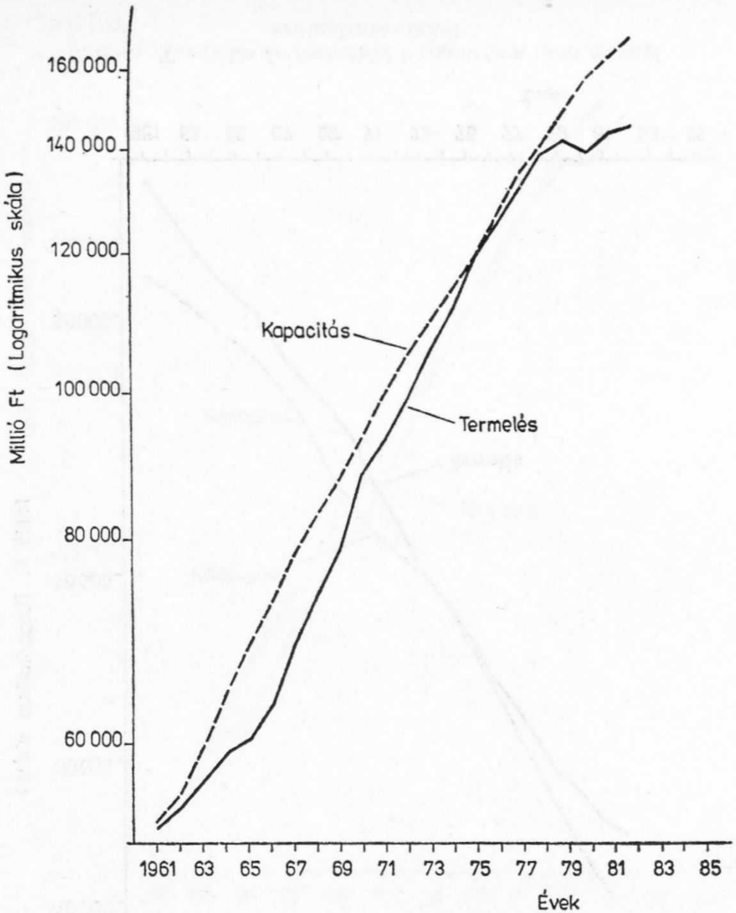
4. ábra. Tényleges és becsült foglalkoztatottság az építőiparban



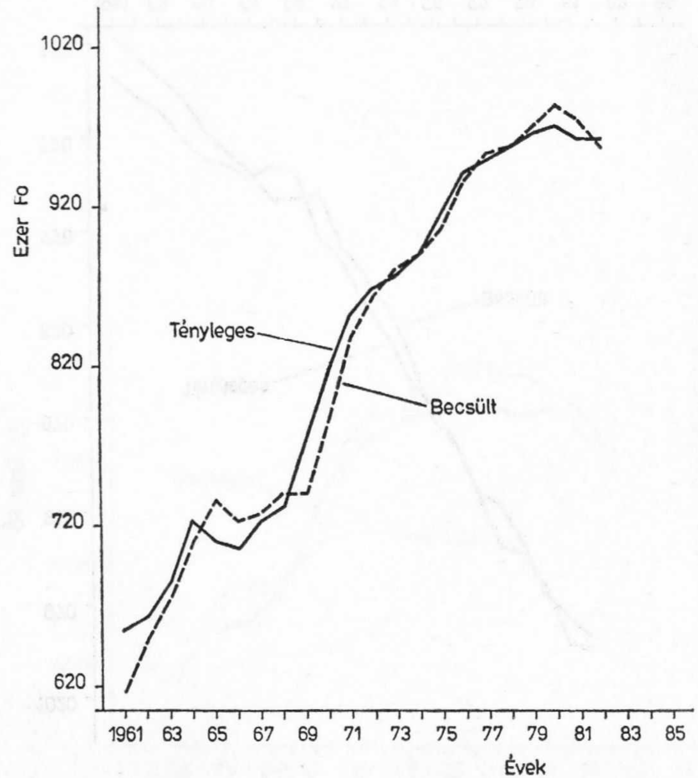
5. ábra. Termelés és termelési kapacitás a mezőgazdaságban



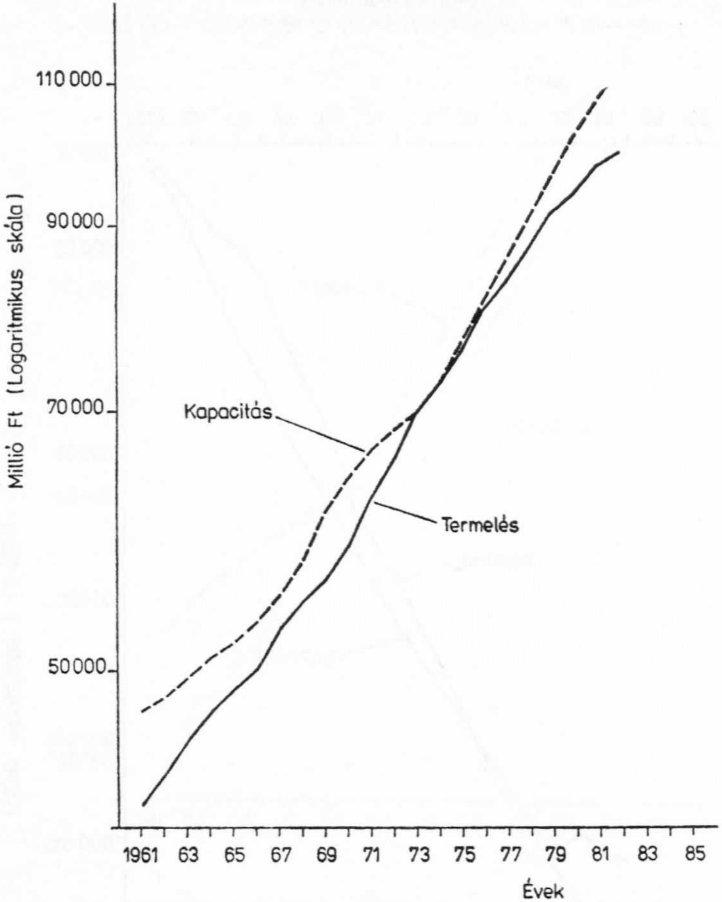
6. ábra. Tényleges és becsült foglalkoztatottság a mezőgazdaságban



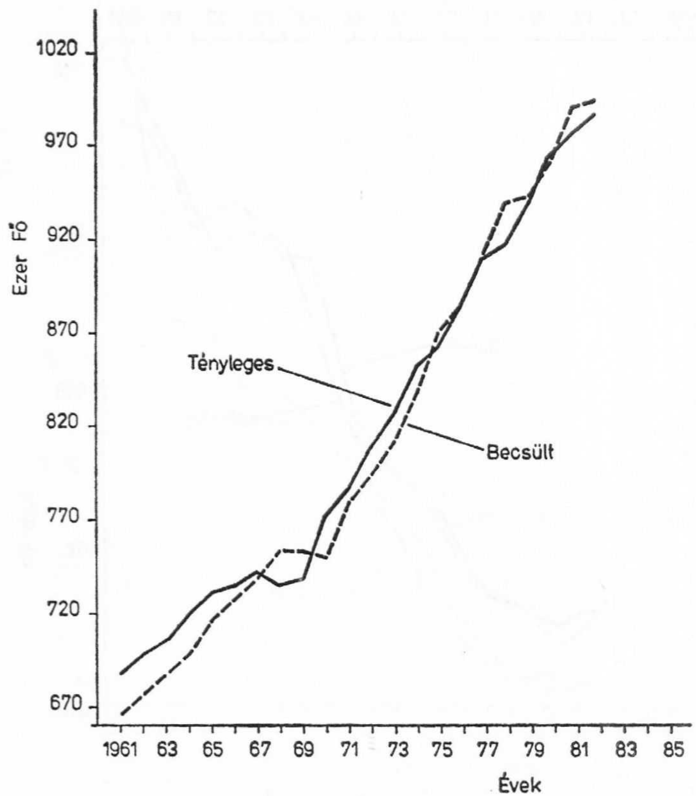
7. ábra. Termelés és termelési kapacitás a termelő szolgáltatásoknál



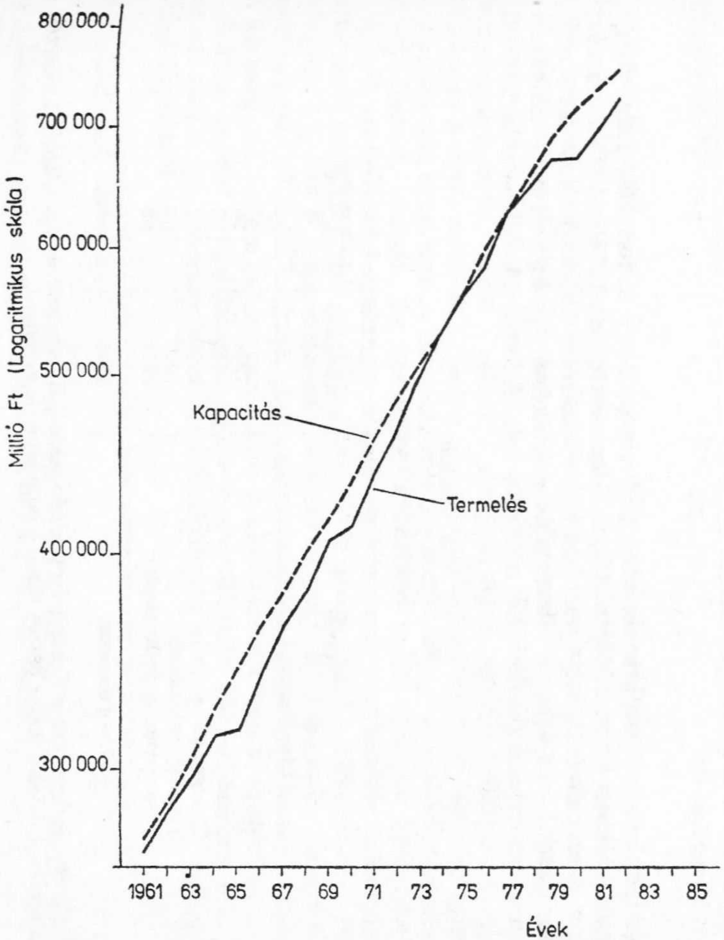
8. ábra. Tényleges és becsült foglalkoztatottság a termelő szolgáltatásoknál



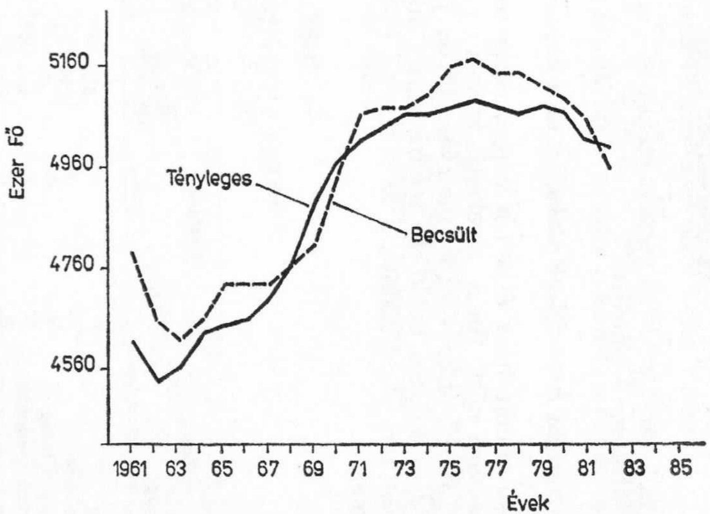
9. ábra. Termelés és termelési kapacitás a nem anyagi szolgáltatásoknál



10. ábra. Tényleges és becsült foglalkoztatottság a nem anyagi szolgáltatásoknál



11. ábra. Termelés és termelési kapacitás népgazdaság összesen



12. ábra. Tényleges és becsült foglalkoztatottság népgazdaság összesen

Az 1961—1982 tényidőszak elemzése

Az évjárat-modellel végzett számítások eredményeit a most következőkben tematikusan elemezzük.

A termelési kapacitások alakulása és a kapacitáskihasználás

Az elmúlt húsz évben a népgazdaság termelési kapacitása közel háromszorosára nőtt. Ha a növekedés időben egyenletes lett volna, ez a változás évi 5%-os átlagos kapacitás-gyarapodást jelentene, ami a mai világban jó közepes fejlődés. Csakhogy a kapacitások növekedése a vizsgált időszak végén jelentősen mérséklődött, s ez már nem ítélhető egyértelműen pozitív jelenségnek.

2. táblázat

A termelési kapacitások változása
(1961—1982)

Szektor / A kapacitás	nagysága 1982-ben (1961 = 100)	évi átlagos növekedési üteme %-ban 1961—1982	1961—1980	1980—1982
Ipar	338	6	6	3
Építőipar	296	5	6	1
Mezőgazdaság	170	3	3	2
Termelő szolgáltatás	308	6	6	3
Nem anyagi szolgáltatások	238	4	4	5
Népgazdaság összesen	273	5	5	3

A mezőgazdaságot kivéve, ahol tudvalevő, hogy a termelés mennyisége nagymértékben függ az időjárástól, minden szektorban 1974 és 1975 a csúcsév, ekkor hasznosították legteljesebben a rendelkezésre álló kapacitásokat a számítás szerint. Az átlagos kihasználás mértékében, és időbeli megoszlásában azonban már jelentős eltérések mutatkoztak. A kapacitás-kihasználás időbeli

3. táblázat

Kapacitás-kihasználás

Szektor	A legmagasabb kihasználás éve	A kihasználás átlagos értéke (1961 és 1982 között) %-ban
Ipar	1974	96
Építőipar	1975	93
Mezőgazdaság	1968	92
Termelő szolgáltatás	1975	92
Nem anyagi szolgáltatások	1974	93
Népgazdaság összesen	1975	96*

* Mivel a szektoronkénti számítások a népgazdasági összesentől függetlenek, az összes nem a részek átlaga. Ez az összes többi eredményre is érvényes.

változása az iparban, építőiparban és a termelő szolgáltatásoknál némi hasonlóságot mutat. Az esetek többségében az iparhoz képest a másik két szektor egy-egy évet késik. Az eredmények szerint tehát az ipar az elöljáró, a másik két — az ipart bizonyos értelemben kiszolgáló — szektor a követő a kapacitáskihasználást tekintve.

A gépállomány alakulása

A termelési kapacitás nagyságát — a modellben — a gépállomány volumene és a tőkeigényesség mértéke határozza meg. A gépállományt a múltbeli beruházásokból, a túlélési függvény által előírt selejtezést és a gazdasági avulást figyelembe véve becsüljük a számítás során.

4. táblázat

A gépállomány változása
(1961–1982)

Szektor	Volumen 1982-ben (1961 = 100)	Évi átlagos növekedési ütem %-ban		
		1961—1982	1961—1980	1980—1982
Ipar	497	8	8	4
Építőipar	845	10	11	2
Mezőgazdaság	547	8	9	5
Termelő szolgáltatás	250	4	4	3
Nem anyagi szolgáltatások	385	6	6	7
Népgazdaság összesen	382	6	7	4

A becsült gépállomány — az átlagos változásokat véve alapul — egy %-kal nőtt gyorsabban, mint a népgazdasági termelési kapacitás. Az ütemeltérésre a tőkeigényesség változásának elemzésekor adunk magyarázatot.

A gépállomány az építőiparban nőtt a leggyorsabban, és itt is a legnagyobb a visszaesés 1980 után. Hasonlóképpen gyors növekedés jellemző az iparra és mezőgazdaságra, és itt is jelentős, de nem olyan nagy mértékű az ütemcsökkenés a nyolcvanas évek elején. A gépállomány növekedése, éppúgy mint a népgazdaság egészében, e két szektorban is meghaladja a termelési kapacitás növekedésének ütemét. Az ütem-eltérés azonban szektoronként különböző.

A két szolgáltatási szektorra alapjában véve más tendenciák jellemzők: A termelő szolgáltatások gépállománya nő az összes közül a leglassabban, évi átlagban 4%-kal. E lassú ütem csak kevéssé mérséklődik 1980 után. Ez egyébként az egyetlen olyan szektor, ahol a gépállomány a termelésnél lassabban nő. A jelenség mikéntjére és magyarázatára a későbbiekben még visszatérünk.

A nem anyagi szolgáltatások fejlődési specifikuma: 1980 után sem a termelés, sem a gépállomány gyarapodásának üteme nem csökken, sőt egy-egy százalékponttal nő.

A beruházások alakulása

A beruházás a modell exogén változója. Külső tényezőként határozza meg (a selejtezéssel együtt) a gépállomány s ezzel a kapacitások alakulását.

5. táblázat

A beruházások változása
(1961–1982)

Szektor	Volumen 1982-ben (1961 = 100)	Évi átlagos növekedési ütem %-ban		
		1961—1982	1961—1980	1980—1982
Ipar	358	6	8	– 5
Építőipar	387	6	12	– 25
Mezőgazdaság	490	8	9	5
Termelő szolgáltatás	413	7	9	– 10
Nem anyagi szolgáltatások	567	8	9	– 1
Népgazdaság összesen	404	7	9	– 4

A népgazdaságra jellemző átlagnál valamivel lassabban nőttek a beruházások az iparban és az építőiparban az egész időszak átlagát tekintve. Megjegyzendő, ezek az átlagos ütemeltérések nem jelentősek, hogy aztán annál nagyobbak legyenek a különbségek az 1980 utáni beruházás visszafogásában, amikor is a mezőgazdaságban még 5%-kal nő évről évre az üzembe helyezett gépek mennyisége, míg az építőiparban már 25%-kal csökken!

A gépállomány változása két ok miatt nem követi egy az egyben a beruházások szeszélyeit. Egyfelől azért, mert ezek a változások csak önmagukhoz mérve nagyok: a beruházások az állomány százalékában közel sem olyan gyorsan változnak. A máisk okot a selejtezések mérséklő hatásában találjuk majd meg.

6. táblázat

Üzembe helyezett gépberuházások a gépállomány %-ában

Szektor \ Év	1961	1980	1982
Ipar	9	8	7
Építőipar	13	10	6
Mezőgazdaság	11	10	10
Termelő szolgáltatás	6	13	10
Nem anyagi szolgáltatások	8	14	12
Népgazdaság összesen	9	11	9

Az iparban és az építőiparban az új gépek egyre kisebb részét képezik az állománynak. A mezőgazdaságban a beruházás-állomány arány konstans. A két szolgáltatási szektorban nemcsak 1980-ban, de még a csökkenés után 1982-ben is magasabb az új üzembe helyezések részaránya, mint az időszak elején volt.

A selejtezések alakulása

A modellben kétféle selejtezés szerepel: a fizikai kopás miatti és a gazdasági avulásnak tulajdonítható. A fizikai kopás miatt a modellbe kívülről bevitt túlélési függvény szerint selejteznek, a gazdasági avulás miatti selejtezés mértékét a számítás folyamán határozzuk meg. Az összes selejtezés a vizsgált időszakban a 7. és 8. táblázatokban közöltek szerint alakult.

A szűken értelmezett termelő szektorokban a selejtezési százalék azért magasabb, mert itt a számítások szerint a fizikai kopást meghaladó gazdaság

7. táblázat

A selejtezések változása
(1961–1982)

Szektor	A selejtezések volumene 1982-ben (1961 = 100)	Évi átlagos változási ütem %-ban		
		1961—1982	1961—1980	1980—1982
Ipar	716	9,4	9,5	8,6
Építőipar	2164	14,6	14,2	19,2
Mezőgazdaság	390	6,5	5,6	14,9
Termelő szolgáltatás	145	1,8	1,5	4,4
Nem anyagi szolgáltatások	193	3,1	2,7	6,7
Népgazdaság összesen	292	5,1	4,9	6,6

avulás miatt is selejteztek. A hetvenes évek közepétől az iparban, az építőiparban és a mezőgazdaságban megindult a gazdasági selejtezés. A gazdasági avulás az építőiparban a leggyorsabb. Az időszak utolsó évében, 1982-ben, a gazdaságilag még el nem avult legidősebb évjárat 13 éves.

A számítások szerint a termelő és nem anyagi szolgáltatásoknál gazdasági avulás miatt a modell nem selejtez.

A statisztikákban nyilvántartott és a modell által becsült gépállományt összehasonlítva, a modell által javasolt selejtezés az iparban és a mezőgazdaságban teljes mértékben igazolódik. A többi szektorban magasabb a statisztikai

8. táblázat

Selejtezés a gépállomány százalékában

Szektor	1961	1980	1982
Ipar	2,6	3,4	3,7
Építőipar	2,5	4,5	6,4
Mezőgazdaság	3,5	2,0	2,5
Termelő szolgáltatás	4,8	2,7	2,8
Nem anyagi szolgáltatások	4,4	2,2	2,2
Népgazdaság összesen	3,2	2,3	2,5

9. táblázat

A legidősebb még üzemelő évjáratok kora (években)

Évek / Szektor:	Ipar	Építőipar	Mező-gazdaság	Termelő szolgáltatás	Nem anyagi szolgáltatás	Népgazda-ság összesen
1961	40	40	37	40	40	40
1962	40	40	38	40	40	40
1963	40	40	39	40	40	40
1964	40	40	40	40	40	40
1965	40	40	40	40	40	40
1966	40	40	40	40	40	40
1967	40	40	40	40	40	40
1968	40	40	40	40	40	40
1969	40	40	40	40	40	40
1970	40	40	40	40	40	40
1971	40	40	40	40	40	40
1972	40	40	40	40	40	40
1973	40	40	39	40	40	40
1974	40	40	38	40	40	40
1975	38	39	36	40	40	40
1976	34	30	35	40	40	40
1977	30	19	33	40	40	40
1978	24	16	31	40	40	40
1979	22	15	30	40	40	40
1980	21	14	30	40	40	40
1981	21	14	29	40	40	40
1982	20	13	27	40	40	40

állomány mint a becsült, ami azt jelenti, hogy a modell a ténylegesnél többet selejtez. Ezt az eredményt különbözőképpen kell értelmezni az építőiparban, ahol gazdasági avulás is van, mint a másik két szektorban, ahol nincs. Az építőiparban a valóságban még üzemelnek olyan évjáratok, amelyeket – ha a gazdasági avulás fentiekben meghatározott módját elfogadnánk – már ki kellett volna selejtezni. A termelő és nem anyagi szolgáltatások szektoraiban és az egész népgazdaságban pedig még annyit sem selejteznek, mint amennyit a 40 éves maximális élettartammal számoló túlélési függvények javasolnak.

10. táblázat

A statisztikai és a becsült gépállomány aránya

Szektor	1982
Ipar	1,0
Építőipar	1,2
Mezőgazdaság	1,0
Termelő szolgáltatás	1,3
Nem anyagi szolgáltatások	1,4
Népgazdaság összesen	1,3

Az eredmények tehát azt sugallják, hogy a szolgáltatási szektorokban a még üzemben tartott legöregebb évjáratok kora jóval 40 év felett van.

A termelés tőkeigényessége

Adott gépállomány termelési kapacitása attól függ, hogy mennyi gép szükséges egységnyi termék előállításához, hogy mekkora az ún. tőkekoefficiens. A 11. táblázat mutatja az időszakra jellemző évjárati tőkekoefficienseket. Az eredmények szerint egyedül az ipart jellemzi tőkében megtestesült technikai fejlődés. Az összes többi szektorban, és következésképp az egész népgazdaságban is, nőtt a tőkekoefficiens.

A termelés évi tőkeigényessége nemcsak az évjárati koefficiens, de a termelési struktúra változásnak is függvénye. A vizsgált időszakban a tőke-termelés arány a 12. táblázatban bemutatott módon változott meg. A termelő szolgáltatásokat kivéve minden szektorban nőtt a termelés gépigényessége. Az iparban a legkevésbé, mert itt a tőkében megtestesült technikai fejlődés a tőkeigényesebb struktúrák felé való eltolódást némileg ellensúlyozta.

11. táblázat

Az évjárati tőkekoefficiens változása

Szektor	Százalékban
Ipar	0,3
Építőipar	−1,0
Mezőgazdaság	−1,5
Termelő szolgáltatás	−2,5
Nem anyagi szolgáltatások	−1,5
Népgazdaság összesen	−2,0

12. táblázat

Az évi tőkekoefficiensek és változásuk
(1961–1982)

Szektor	1961	1980	1982
	években, (Ft/Ft)		
Ipar	1,22	1,75	1,80
Építőipar	0,17	0,47	0,49
Mezőgazdaság	0,30	0,91	0,97
Termelő szolgáltatás	1,18	0,95	0,96
Nem anyagi szolgáltatás	0,23	0,36	0,38
Népgazdaság összesen	0,72	0,98	1,01

A foglalkoztatottság alakulása

A modellel becsült foglalkoztatottság jól közelíti a ténylegest (lásd az 1. táblázat utolsó előtti oszlopát és a páros számú ábrákat).

13. táblázat

A foglalkoztatottság változása
(1961–1982)

Szektor	Volumen 1982-ben (1961 = 100)	Évi átlagos változási ütem százalékban
Ipar	117	0,7
Építőipar	146	1,8
Mezőgazdaság	65	−2,1
Termelő szolgáltatás	146	1,8
Nem anyagi szolgáltatások	143	1,7
Népgazdaság összesen	108	0,4

A tényleges foglalkoztatottság az egész népgazdaságban 1961 és 1982 között mindössze 8%-kal emelkedett. Ez, ha a változás egyenletes lett volna, évi átlagban kevesebb mint fél %-os növekedést jelentene.

A foglalkoztatottság változásában népgazdasági áganként meglehetősen nagyok a különbségek. Leggyorsabban az építőiparban és a szolgáltatásokban nőtt a foglalkoztatottság, az iparban lassú volt a növekedés, a mezőgazdaságban pedig csökkent a foglalkoztatottak száma.

A változás a vizsgált időszakban nem volt egyenletes. A nem anyagi szolgáltatások kivételével minden szektorban fordulópont volt a különböző években. A fordulópontokban (a nem anyagi szolgáltatásokat kivéve, ahol a 14. táblázatban jelzett évben csak ütemváltás történt) a változások előjele fordult. A mezőgazdaságban az 1978-as fordulópontig csökkent a foglalkoztatottság, a fordulópont után lassan nőni kezd. A többi szektorban és a népgazdaság egészében a jelzett fordulópontok után a foglalkoztatottság növekedése csökkenésbe vált át.

Az eredmények az iparban és a nem anyagi szolgáltatásoknál jeleznek a 15. táblázatban megjelölt időszakokra relatív túlfoglalkoztatást, a szokásosnál nagyobb mértékű pazarlást a munkaerővel. (Lásd ehhez a páros számú ábrákat.)

14. táblázat

A tényleges foglalkoztatottság változásának fordulópontjai

Szektor	Év	Változási ütem a fordulópont előtt	Változási ütem a fordulópont után
		%-ban	
Ipar	1975	1,9	−1,6
Építőipar	1976	3,2	−1,6
Mezőgazdaság	1978	−2,7	0,6
Termelő szolgáltatás	1980	2,0	−0,4
Nem anyagi szolgáltatás	1969*	1,6	2,2
Népgazdaság összesen	1976	0,6	−0,3

* Fordulópont nincs ! Csak ütemváltás.

15. táblázat

A tartós túl- és alulfoglalkoztatottság időszakai

Szektor	Túlfoglalkoztatottság	Alulfoglalkoztatottság
	Időszakai	
Ipar	1961–1965	–
Építőipar	–	1971–1981
Mezőgazdaság	–	1961–1965; 1971–1978
Nem anyagi szolgáltatás	1961–1966; 1970–1974	–
Népgazdaság összesen	–	1961–1967; 1971–1981

Az átlagosnál takarékosabban használták fel a munkaerőt az építőiparban, a mezőgazdaságban és a népgazdaság egészében a jelzett periódusokban.[8] Jellemző, hogy az iparban még relatív takarékosság sem jelenik meg, s a nem anyagi ágak viszonylag hosszantartó relatív túlfoglalkoztatottsága sem meglepő eredmény.

A munka termelékenysége

A foglalkoztatottság a termelési kapacitás nagyságától és az egységnyi kapacitás működtetéséhez szükséges létszámtól, azaz a munka termelékenységétől, és a kapacitás-kihasználástól függ. E három tényező közül kettőt a termelési kapacitást és a kihasználását már elemeztük. A munka termelékenységéről ebben a pontban lesz szó.

A munka termelékenysége a népgazdaságban évjáratról évjáratra közepes ütemben nőtt. A termelékenység javulás az iparban és a mezőgazdaságban megegyezik az átlaggal. Legalacsonyabb évjárati termelékenység-emelkedés az építőiparra jellemző a számítások szerint.

16. táblázat

Az évjárati munkatermelékenység változása

Szektor	Százalékban
Ipar	3,5
Építőipar	2,0
Mezőgazdaság	3,5
Termelő szolgáltatás	3,0
Nem anyagi szolgáltatás	3,0
Népgazdaság összesen	3,5

[8] A félreértések elkerülése érdekében hangsúlyozzuk azt, hogy a modell által jelzet alul-, illetve túlfoglalkoztatás relatív kategória. Nem jelent mást, mint azt, hogy a munkat erőforrás teljes vizsgált időszakra jellemző átlagos kihasználásához mérve, lehetnek olyan időszakok, amikor tartósan – legalább 5 éven keresztül – a modell által becsült értéknél alacsonyabb a foglalkoztatottak száma, míg más időszakokban magasabb. Az előbbi esetben beszélünk relatív takarékos, az utóbbinál relatív pazarló munkaerő felhasználásról.

17. táblázat

Az évi munkatermelékenység változása
(1961–1982)

Szektor	Munkatermelékenység 1982-ben (1961 = 100)	Évi átlagos %-os változás		
		1961–82 között	fordulópont	
			előtt	után
Ipar	280	4,9	4,6	5,4
Építőipar	180	2,8	2,7	3,1
Mezőgazdaság	250	4,3	4,5	3,5
Termelő szolgáltatás	220	3,8	3,8	3,1
Nem anyagi szolgáltatás	185	2,9	3,3	2,7
Népgazdaság összesen	215	3,6	3,6	3,6

Az évi munkatermelékenység a vizsgált 21 év alatt, a népgazdaság egészét tekintve durván duplájára nőtt.

Az évi termelékenység változás szektoronként különböző. A munkatermelékenység változás időbeli változását tekintve a szektorok két csoportra oszthatók. Az elsőben a fordulópont után a termelékenység emelkedése megugrik. Ide tartozik az ipar és az építőipar. A mezőgazdaságban és a szolgáltatásoknál a fordulópont után csökken a termelékenység növekedésének üteme.

A munkaerőigény és összetevői

A foglalkoztatottságot – a kapacitáskihasználás adott szintje mellett – a teljes kapacitás munkaerőigénye határozza meg. A teljes létszámigény évről évre való változása (ezentúl: a *nettó igény)* az újonnan üzembe helyezett és a fizikai kopás vagy gazdasági avulás miatt a termelésből kivont gépek létszámigényének különbsége.

A népgazdaság teljes termelési kapacitásának üzemeltetéséhez szükséges munkaerő 1982-ben kereken 30%-kal magasabb mint 1961-ben.

A teljes kapacitás üzemeltetéséhez szükséges létszám évről évre való változását, az ún. nettó igényváltozást a 19. táblázat mutatja be.

18. táblázat

A teljes létszámigény változásának jellemzői

Szektor	Létszámigény 1982-ben (1961 = 100)	Évi átlagos %-os változás		
		1961–82 között	a fordulópont	
			előtt	után
Ipar	120	0,9	1,7	–0,8
Építőipar	145	1,8	2,9	–1,0
Mezőgazdaság	68	–1,8	–2,0	–1,1
Termelő szolgáltatás	140	1,6	1,8	–0,3
Nem anyagi szolgáltatás	128	1,2	0,0	1,9
Népgazdaság összesen	127	1,2	1,5	0,4

A munkaerőigény az egész népgazdaságban, az utolsó két évtől eltekintve pozitív volt, azaz évről évre több munkahely keletkezett a beruházási tevékenység eredményeképpen, mint amennyi megszűnt a selejtezések miatt. A nettó munkaerőigény 1981-ben és 1982-ben negatív, a beruházásokkal teremtett új munkahelyek száma már nem éri el a selejtezés miatt megszűntekét. (Természetesen mindez, csak a modellszámítások keretein belül érvényes. Ha például a valóságban kevesebbet selejteznek, mint amennyit a modell javasolt, a negatív nettó igény nemcsak mérséklődhet, de pozitív is lehet.)

A mezőgazdaság az egész időszakban munkaerő felszabadító. Az iparban és az építőiparban a hetvenes évek közepéig, a termelő szolgáltatásoknál egészen 1981-ig évente több munkahely jön létre, mint amennyi megszűnik.

19. táblázat

A nettó munkaerőigény
(ezer fő)

Évek	Ipar	Építőipar	Mezőgazdaság	Termelő szolgáltatás	Nem anyagi szolgáltatás	Népgazdaság összesen*
1961	32	11	−63	3	−13	50
1962	23	6	−60	− 8	−13	31
1963	40	10	−56	17	−11	66
1964	48	15	−51	27	− 7	70
1965	59	14	−38	18	− 4	82
1966	50	9	−36	18	− 1	66
1967	42	11	−34	25	4	62
1968	40	10	−33	21	12	57
1969	31	5	−31	10	19	42
1970	31	12	−26	17	13	54
1971	41	20	−21	23	8	72
1972	40	17	−20	17	7	58
1973	26	6	−17	12	3	39
1974	23	4	−11	13	9	43
1975	56	3	− 8	19	18	77
1976	43	3	− 8	22	22	73
1977	8	− 1	−11	16	26	44
1978	−43	− 1	− 8	11	27	58
1979	−19	− 1	− 6	13	25	52
1980	−23	− 0	−10	14	25	13
1981	−45	− 5	−16	3	25	−23
1982	−62	−16	−18	− 9	21	−48

* Lásd a 3. táblázathoz tartozó megjegyzést.

A foglalkoztatottság, a kapacitáskihasználás és a munkaerőigény

Az előző pontban bemutatott teljes és nettó munkaerőigény a teljes kapacitású termeléshez tartozik. A foglalkoztatottság mértéke és dinamikája eltérhet a teljes munkaerőigénytől a kapacitás kihasználásától függően. Kihasználatlan kapacitások előbb-utóbb a teljes munkaerőigénynél alacsonyabb foglalkoztatottságra vezetnek.

A modell szerint a foglalkoztatottság késéssel alkalmazkodik a kapacitáskihasználás változásához. A számítások szerint a foglalkoztatottságnak a kapacitáskihasználáshoz való igazodása igen lassú, a magyar gazdaságban kb. 20 évet vesz igénybe. Tekintve, hogy ennél alig hosszabb az időszak amit vizsgálunk, ez az eredmény gyakorlatilag úgy értelmezhető, hogy a foglalkoztatottság nincs kapcsolatban, nem alkalmazkodik egyáltalán a kapacitáskihasználáshoz, ha az egész gazdaságot mint egységet tekintjük. Az alkalmazkodás hiányáért — a 20. táblázat szerint — mindenekelőtt az ipari és az építőipari rugalmatlanság a felelős.

A teljes kapacitás üzemeltetéséhez szükséges létszám, az ún. teljes munkaerőigény a magyar gazdaságban 1961 és 1982 között nőtt. A létszámigény az 1976-os fordulópont előtt gyorsabban, utána jóval lassabban emelkedett. A foglalkoztatottság növekedése az egész időszakot és mindkét részidőszakot tekintve is elmaradt az igényektől. Sőt még előjelbeli különbségek is megfigyelhetők. A tényleges fordulópont után a foglalkoztatottság már csökken, a létszámigény, ha lassan is, de még nő. Mivel a létszámigény jobban nő, mint a rendelkezésre álló munkaerő, egyre szaporodik azoknak a munkahelyeknek a száma, ahol nem vagy rövidebb munkaidőben (kisebb műszakszámmal) dolgoznak, csökken a kapacitások kihasználása. (Lásd a 21. táblázat utolsó oszlopának utolsó sorát.)

20. táblázat

A foglalkoztatottság alkalmazkodása a kapacitáskihasználáshoz

Szektor	Az alkalmazkodási folyamat átlagos késési ideje években
Ipar	∞
Építőipar	19
Mezőgazdaság	2
Termelő szolgáltatás	3
Nem anyagi szolgáltatás	1,5
Népgazdaság összesen	19

Az átlagos viselkedés mögött jelentős szektoronkénti eltérések húzódnak meg. Az iparban, az építőiparban és a termelő szolgáltatásoknál a foglalkoztatottság a különböző időpontokra eső fordulópontok előtt gyorsan nő, utánuk gyorsan csökken. A munkaerőigény is csökken a fordulópontok után, de a foglalkoztatottságnál lassabban, így nő a kapacitás kihasználatlansága.

A mezőgazdaságban csökken a foglalkoztatottság, csökken a munkaerőigény az egész időszakot véve. Az 1978-as fordulópont előtt a csökkenések üteme elég magas. A fordulópont utáni előjelváltást a foglalkoztatottságnál nem követi hasonló változás az igényeknél. Igaz, hogy az igénycsökkenés üteme jelentősen mérséklődik, mégsem nő a foglalkoztatottság növekedésével együtt az igény. Következésképpen a kapacitások kihasználásának szintje emelkedik.

Egyetlen olyan szektor van: a nem termelő szolgáltatások, ahol nem következett be csökkenés sem a tényleges foglalkoztatottságban, sem az igényeknél. Sőt, a növekedési ütemek az idő múlásával emelkedtek. Az időszak első felében

21. táblázat

*A teljes munkaerőigény, a tényleges foglalkoztatottság és a kapacitáskihasználás változása**
(1961–1982)

Szektor		A munkaerőigény	A foglalkoztatottság	A kapacitás kihasználás
		változási üteme százalékban		
Ipar	1961–82	**0,9**	**0,7**	**–0,1**
	1961–75	1,7	1,9	0,0
	1975–82	–0,8	–1,6	–0,3
Építőipar	1961–82	**1,8**	**1,8**	**–0,8**
	1961–76	2,9	3,2	–0,9
	1976–82	–1,0	–1,6	–0,4
Mezőgazdaság	1961–82	**–1,8**	**–2,1**	**0,4**
	1961–78	–2,0	–2,7	0,4
	1978–82	–1,1	0,6	0,6
Termelő szolgáltatás	1961–82	**1,6**	**1,8**	**–0,5**
	1961–80	1,8	2,0	–0,5
	1980–82	–0,3	–0,4	–1,0
Nem anyagi szolgáltatás	1961–82	**1,2**	**1,7**	**0,1**
	1961–69	0,0	1,6	0,6
	1969–82	1,9	2,2	–0,2
Népgazdaság összesen	1961–82	**1,2**	**0,4**	**–0,1**
	1961–76	1,5	0,6	–0,0
	1976–82	0,4	–0,3	–0,3

* Az ütemek, ütemeltérések nem mindig felelnek meg a várakozásoknak. Ennek két oka van. Az egyik a modellbe beépített és a valóságban is érvényesülő késésekkel kapcsolatos. A másik ok az, hogy az ütemek kiszámításánál egyszerűsítéseket alkalmaztunk. Az ütemeltérések ezért csupán nagyságrendileg orientálnak.

a foglalkoztatottság növekedése elég gyors volt, míg — a számítás szerint — a teljes kapacitások létszámigénye stagnált. A különbség a növekvő kapacitáskihasználásban tükröződik. Az időszak második felében a két ütem közeledik egymáshoz, a kapacitáskihasználás egy picit csökken.

A bérhányad alakulása

A termelésben és a termelési összefüggésekben — egyszóval a reálszférában — végbemenő változások a modell szerint függnek a megtermelt jövedelemnek az elsődleges termelési tényezők (a tőke és a munka) közötti megoszlásától. Másképpen: a reálszférát a jövedelem megoszlása szabályozza,

22. táblázat

Évi bérhányad

Szektor	Bér az egységnyi termék értékében (megoszlás)		A változás indexe 1982 (1961 = 100)
	1961	1982	
Ipar	54	70	129
Építőipar	80	93	116
Mezőgazdaság	64	58	90
Termelő szolgáltatás	52	44	85
Nem anyagi szolgáltatás	31	35	113
Népgazdaság összesen:	57	51	89

helyesebben szabályozhatja. Nagyon fontos kiemelni, hogy a szabályozás nem szükségszerű. A valóságos adatok alakulásától függően válik a modell ún. szabályozó egyenlete hatékonnyá, vagy iktatódik ki a számításokból.

A magyar népgazdaságban a bérek 1982-ben a megtermelt jövedelemnek kisebb részét tették ki, mint 1961-ben. A számítások szerint tehát a jövedelemelosztás a vizsgált időszakban a munka kárára, a felhalmozás javára változott.

A jövedelem megosztás ilyetén alakulása nem minden szektorra jellemző. A termelő szolgáltatásoknál és a mezőgazdaságban csökkent a bérhányad, a többieknél nőtt.

A 23. táblázatban foglaltuk össze a bérhányad változásának néhány részletekbe menő jellemzőjét. Az eredmények szerint a gazdaság egészénél csak a teljes időszak kezdő és végpontját összehasonlítva adódik az előbbi eredmény, a csökkenő bérhányad. Az 1976-os fordulópontig valóban csökkent a bérhányad, akkortól azonban, amikor a létszám növekedése megállt, e csökkenés növekedésbe váltott át. A bérhányad növekedésének magyarázatául a bérek emelkedése szolgál. Míg 1961 és 1976 között a bérek növekedése lemaradt a termelékenységétől, az időszak hátralevő hat évében, amikor a munkaerőkorlát belépett és évről évre csökkentette a foglalkoztatható létszám mennyiségét, a bérek elkezdtek erőteljesebben növekedni. Egy teljes százalékponttal meghaladta a bérnövekedés üteme ekkor a meglepően konstans termelékenység-növekedési ütemét.

Ez a jelenség minden szektorra egyformán érvényes. A fordulópontok után mindenütt magasabb a bérhányad növekedési üteme mint annak előtte. Azokban a szektorokban pedig, ahol a teljes időszakot alapul véve csökkenést regisztráltunk, a fordulópontok után erőteljes növekedés indul meg.

Bérhányad — gazdasági avulás — munkaerőigény — foglalkoztatottság

Mivel a feltételek szerint a bérhányad szintje és időbeli változása szabályozza a modellben a gazdasági avulást, a ténymodellel végzett számítás részletes elemzésének befejezéséül összevetjük a 9. táblázatban közölt gazdasági élettartamokat a bérhányadokkal.

A múltban üzembe helyezett egy-egy évjárat üzemeltetése akkor válik a modell feltételei szerint gazdaságtalanná, ha az évjáraton termelt termék értéke már a munkaköltséget sem fedezi. Mivel a feltevések szerint az évjárati

23. táblázat

A bérhányad és tényezőinek változása
(1961–1982)

		Termelékenység	Bér	Bérhányad (ütemkülönbség)
		évi átlagos változási ütem, %		
Ipar	1961–82	**4,9**	**6,1**	**1,2**
	1961–75	4,6	5,6	1,0
	1975–82	5,4	7,1	1,7
Építőipar	1961–82	**2,8**	**3,5**	**0,7**
	1961–76	2,7	2,7	0,0
	1976–82	3,1	5,5	2,4
Mezőgazdaság	1961–82	**4,3**	**3,9**	**–0,4**
	1961–78	4,5	3,8	–0,7
	1978–82	3,5	4,4	0,9
Termelő szolgáltatás	1961–82	**3,8**	**2,9**	**–0,9**
	1961–80	3,8	2,8	–1,0
	1980–82	3,1	5,7	2,6
Nem anyagi szolgáltatás	1961–82	**2,9**	**3,6**	**0,7**
	1961–69	3,3	2,9	–0,4
	1969–82	2,7	4,0	1,3
Népgazdaság összesen:	1961–82	**3,6**	**3,1**	**–0,5**
	1961–76	3,7	2,5	–1,2
	1976–82	3,6	4,6	1,0

termelékenység az idő folyamán nem változik, a gazdasági avulást a bérarány nagysága és változása határozza meg. A gazdasági avulás azonban csak akkor lép be szabályozóként a modellbe, ha a gazdasági élettartam rövidebb, mint a feltételezett fizikai élettartam, azaz ha a gépek negyven évnél rövidebb idő alatt változnak át jövedelem termelőből jövedelem fogyasztóvá.

A gazdasági élettartam a 9. táblázat adatai szerint a népgazdaság egészében és a szolgáltató szektorokban hosszabb volt, mint a feltételezett fizikai élettartam. A bér a termék értékében nem volt elég magas ahhoz, hogy a régi, de még fizikailag működőképes évjáratokat a modell gazdaságilag avultnak nyilvánítsa. 1982-ben a fennálló ár- és bérviszonyok mellett, a számítások szerint, még gazdaságosan lehetett termelni a fizikai tönkremenetel miatt éppen kilépő 1942. évjáraton is. Ugyanez jellemző a termelő szolgáltatások és a nem termelő szolgáltatások szektorainak gépparkjára is.

Más a helyzet az iparban és az építőiparban, ahol a növekvő bérhányad egyre több évjáratot tett gazdaságilag avulttá. Az iparban 1982-ben a gazdasági élettartam a fizikainak éppen a fele. A számítások szerint már veszteséges az 1962 előtt üzembe helyezett évjáratokat használni. Az építőiparban a bérhányad igen magas, 93%-os értéke miatt a gazdasági avulás még gyorsabb. 1982-ben az építőipari gépek közül az 1969-ben és azután belépő évjáratok gépei termelnek csupán több értéket, mint amennyit az évjáratokon dolgozóknak javadalmazásul, illetve adóként be kell fizetni.

A mezőgazdaságban az időszak elején olyan magas volt a bérarány, hogy a fizikai és a gazdasági élettartam majdnem egybeesett. A bérhányad azonban elkezdett csökkenni, s ezért a kezdeti enyhe gazdasági szabályozás után ismét a fizikai tönkremenetelt kifejező túlélési függvény vált hatékonnyá. A helyzet csak akkor változott meg, amikor a bérhányad csökkenése megállt. 1973-tól mérsékelt ütemű gazdasági avulást mutatnak ki a számítások. Az időszak végén a mezőgazdaságban a gazdasági élettartam 27 év, azaz az 1955-ben üzembe helyezett évjáratokat még igen, az ennél korábbról származókat már nem érdemes üzemeltetni.

Extrapoláció az 1982—1985. időszakra

Az 1960—82-es ténymodell paramétereivel számolva, azaz feltételezve, hogy a technikai fejlődést jellemző paraméterek, a skála paraméter, és a foglalkoztatottság alkalmazkodása a kapacitáskihasználás változásához a tervévekben ugyanakkora volt, mint a tényidőszakban, az 1983—85. tervadatokat felhasználva előrebecsültük mindazokat az idősorokat, amelyek a ténymodellben is szerepelnek. A fontosabb eredmények a következők.

Kapacitás és kapacitáskihasználás

A népgazdaságban rendelkezésre álló termelési kapacitás 1985-ben 4%-kal lesz magasabb mint 1982-ben volt, ha a tervezett beruházásokkal számolunk. Az iparban, az építőiparban és a mezőgazdaságban külön számítást végeztünk az 1985-re tervezett felemelt béradóval is. A magasabb béradó nem változtatta meg az eredményeket az iparban és a népgazdaság egészére. Az építőipari becslésre azonban hatással volt. Amint a későbbiekben látni fogjuk, meggyorsította a gazdasági avulást, s így tovább csökkentette a rendelkezésre álló kapacitást.

24. táblázat

A termelési kapacitások változása 1982 és 1985 között

Szektor	Termelési kapacitás 1985-ben (1982 = 100)	Évi átlagos változási ütem 1982 és 1985 között százalékban
Ipar	111	3,6
Építőipar*	91 (87)	—3,2 (—4,6)
Mezőgazdaság	104	1,3
Termelő szolgáltatás	104	1,3
Nem anyagi szolgáltatás	111	3,6
Népgazdaság összesen	104	1,3

* Zárójelben a felemelt béradóval számolt variáns megfelelő adata áll.

25. táblázat

Kapacitás hiány – kapacitás felesleg
(1983–85)

Szektor	Tervezett termelés a becsült kapacitás %-ában		
	1983	1984	1985
Ipar	89,4	90,4	91,2
Építőipar* I.	118,5	120,4	123,7 (129,1)
II.	95,5	100,2	100,9 (105,3)
Mezőgazdaság	100,6	102,3	103,5
Termelő szolgáltatás	88,0	88,2	89,2
Nem anyagi szolg.	89,2	88,1	86,7
Népgazdaság összesen.	96,3	97,5	99,3

* Magyarázat: I. variáns a tervekben szereplő GDP-vel; II. variánsnál azt feltételeztük, hogy a GDP az 1982. évi szinten marad. Zárójelben a felemelt béradós változat megfelelő adata áll.

A tervezett termelés a modell által becsült kapacitásnál népgazdasági szinten alacsonyabb. A tervezett termelés tehát a rendelkezésre álló kapacitással megvalósítható. Igaz, hogy a kapacitáskihasználásnak ehhez emelkednie kell. Az iparban és a két szolgáltató szektorban elég jelentős kapacitás felesleget jelez a számítás. A mezőgazdaságban növekvő, de nem túl jelentős kapacitáshiány jelentkezik.

Az építőiparban a modellel végzett számítás szerint igen magas – 20–30%-os – a kapacitáshiány. (Lásd I. variációt a 25. táblázatban.) Ez az eredmény arra enged következtetni, hogy ebben a szektorban nem élhetünk a ceteris paribus elvvel, nem tételezhetjük fel, hogy a tervidőszakban folytatódnak a tényidőszakra jellemző fejlődési tendenciák. A tényidőszak jellemzőivel számolva csak a tervezettnél jóval alacsonyabb – az 1982-es szinten maradó – termelés férne bele a becsült kapacitásba, de ez is csak akkor, ha nem emelnék fel a béradót 1985-ben (lásd a II. variánst).

A gépállomány változása

A gépállomány a tervidőszakban az építőipar kivételével valamennyi szektorban nő. A növekedés üteme általában alacsonyabb, mint az 1961–1982 átlag, de meghaladja az 1980–1982-es időszakra jellemző értékeket. (Vö. a 4. és a 26. táblázatokat.)

26. táblázat

A gépállomány változása 1983–1985 között

Szektor	Évi átlagos változás %-ban
Ipar	5,1
Építőipar	–3,0 (–4,9)
Mezőgazdaság	3,4
Termelő szolgáltatás	2,2
Nem anyagi szolgáltatás	5,5
Népgazdaság összesen	2,7

A selejtezések változása

A tervévekben a selejtezési százalékok az építőipar kivételével alig különböztek az utolsó tényévre, 1982-re jellemző értéktől. (Vö. a 7. és a 27. táblázatokat.)

Jelentős változás a selejtezések ütemében csak az építőiparra jellemző. Az igen gyors gazdasági avulás eredménye a selejtezési százalék példátlan magasra szökése, ami a gépállomány már bemutatott csökkenéséhez és ezen keresztül az észlelt kapacitáshiányhoz vezetett.

27. táblázat

Selejtezési százalékok

Szektor	Selejtezés az állomány százalékában		
	1983	1984	1985
Ipar	1,7	1,9	2,0
Építőipar	9,2	10,2	5,0 (11,1)
Mezőgazdaság	2,3	2,2	2,3
Termelő szolgáltatás	2,8	2,9	3,0
Nem anyagi szolgáltatás	2,2	2,3	2,3
Népgazdaság összesen:	2,5	2,6	2,7

A legidősebb még üzemben lévő évjárat kora

A szolgáltató szektorokban és a népgazdaság egészében a gazdasági élettartam a tervidőszak éveiben is hosszabb mint a feltételezett fizikai maximum, a 40 év.

A közvetlen termelő ágazatok közül az iparban és a mezőgazdaságban nőtt 1982-höz képest a gazdasági élettartam, az építőiparban változatlan marad.

28. táblázat

A még üzemben levő legidősebb évjárat életkora

Szektor	Életkor években		
	1983	1984	1985
Ipar	21	22	23
Építőipar	13	12	13 (12)
Mezőgazdaság	27	27	28

Foglalkoztatottság és munkaerőigény

Az előrebecslés eredményei szerint népgazdasági szinten a tervezett foglalkoztatottság magasabb, mint a modellel számított igény. Az eltérés azonban kicsi, feltehetően hibahatáron belüli. Ez azt jelenti, hogy a tervezett foglalkoztatottság — a modell keretein belül is — összhangban van a szükségletekkel.

29. táblázat

Tervezett foglalkoztatottság a korrigált munkaerőigény százalékában

Szektor	1983	1984	1985
Ipar	95,1	99,3	99,8
Építőipar	101,4	103,7	99,7 (104,7)
Mezőgazdaság	103,4	101,4	101,3
Termelő szolgáltatás	108,2	102,4	102,2
Nem anyagi szolg.	93,9	100,0	99,4
Népgazdaság összesen	100,2	101,5	101,7

Szektoronként és évenként jelentkezik néhol eltérés, de ez a globális egyensúlyt feltehetően nem érinti komolyan.

A népgazdaság teljes termelési kapacitásának létszámigénye 1983 és 1985 között tovább csökken. Minden szektor továbbra is munka-felszabadító, egyedül a nem anyagi szolgáltatásoknál nő megszakítás nélkül a teljes kapacitás üzemeltetéséhez szükséges létszámigény.

A bérhányad és tényezői

A bérhányad 1985-ben csak a közvetlenül termelő szektorokban elég magas ahhoz, hogy a gazdasági élettartam rövidebb legyen a fizikainál.

A tényidőszak utolsó évéhez képest minden szektorban csökkent vagy nem változott a munkaköltség részesedése a termék értékében. Kivétel a felemelt béradóval számoló variáns az építőiparban.

A bérhányad csökkenése a béreknek a termelékenységnél alacsonyabb növekedéséből adódik. Különösen nagy a csökkenés az iparban, ahol a régi béradóval operáló változatban, a GDP árindexével korrigált bérek évi átlagban több mint 2%-kal csökkennek. Azért figyelemre méltó az eredmény, mert végső soron egyedül az ipari árindex valóságos. (Emlékeztetőül: az ipari GDP deflátor árindexe egyenlő a folyóáras és a változatlan áras értékek hányadosával, míg a többi ágazatra évi 2,5%-os értékvesztést tételezve becsültük az árindexeket.)

30. táblázat

Bérhányad és gazdasági élettartam
(1985)

Szektor	Bérhányad %-ban	Gazdasági élettartam évben
Ipar	63 (67)	23
Építőipar	92 (97)	13 (12)
Mezőgazdaság	57	28
Termelő szolgáltatás	41	40
Nem anyagi szolgáltatás	35	40
Népgazdaság összesen:	47	40

31. táblázat

A bérhányad és tényezőinek változása
(1982–85)

Szektor	Termelékenység	Bér	Bérhányad
	évi átlagos változási ütem, %-ban		
Ipar	3,8	–2,2 (0,0)	–6,0 (–3,8)
Építőipar	2,2 (2,5)	1,8 (4,0)	–0,4 (1,5)
Mezőgazdaság	2,7	1,7	–1,0
Termelő szolgáltatás	2,9	0,5	–2,4
Nem anyagi szolgáltatás	2,1	2,2	–0,1
Népgazdaság összesen:	3,1	0,3	–2,8

A vizsgálat egy fontos tanulsága

Számításaink egyik figyelemre méltó eredménye a holland évjárat-modell magyar alkalmazhatóságának beláttatása. Nemcsak módszertani jelentősége van ennek a ténynek, de mély tartalmi vonatkozásai is. Den Hartog és Tjan modellje ugyanis a mienktől eltérő társadalmi-gazdasági berendezkedésű országban készült. Méghozzá nem elméleti célra, de kimondottan gyakorlati felhasználásra. A modell kifejlesztői ezért igyekeztek a lehető legpontosabban leírni gazdaságuk specifikumait. A magyar alkalmazhatóság szempontjából a legkritikusabb a gazdasági avulást szabályozó egyenlet, amely, ahogy láttuk azt feltételezi, hogy a vállalatok kiselejtezik azokat az évjáratokat, amelyek termelésének értékéből már a munkabér sem fedezhető.

Nem nehéz érveket és tényeket felsorakoztatni e feltétel hazai körülmények közötti elfogadása ellen és mellett. A kontra tábor fő érvei: a vállalatok nálunk nem (eléggé) érdekeltek a jövedelmezőségben, illetve még ha érdekeltek is lennének, akkor sem biztos, hogy felismernék – az ár-, bér- és jövedelemrendszer jellegzetességei miatt – hol és mikor válik egy-egy évjáraton a termelés gazdaságtalanná. A pro-érv egyszerű, de annál átütőbb: semmilyen gazdaság sem működhet, növekedhet, fejlődhet, ha tömegesen és tartósan jövedelem-fogyasztó tevékenységeket tart fenn.

Nézzük, mit mutatnak az eredmények. Melyik oldalra billen a mérleg? A tényadatokat a modell becsléseivel összehasonlítva a következőkhöz jutottunk. A célfüggvény-értékek alapján megítélve nem található szignifikáns eltérés a holland és magyar eredmények között. A holland iparban a célfüggvényérték 3,1, a magyarnál 2,5, az építőiparban 4,6, illetve 4,5, a mezőgazdaságban 3,8, illetve 3,3, a szolgáltatásoknál (Hollandiában egy szektor) 2,4, nálunk 3,6 és 2,8, s végül a holland teljes vállalati szektorban 2,9, illetve a teljes magyar népgazdaságra 2,0.

Nemcsak a tényadatok követésében jó (a termelőszektoroknál még jobb is, mint a holland) a magyar számítás. Az előrebecslések tekintetében sem maradunk el. A három évre előrebecsült foglalkoztatottságot a tényadatokkal összehasonlítva például mindkét vizsgálatban egyformán jó eredményekhez jutottunk. A becsléseknek a tényadatoktól való eltérése minden szektorban a három év átlagában és a végidőszakban egyaránt egy-másfél százalék a hollandoknál is és nálunk is. Mindkét országban kivétel az építőipar, ahol az eltérések valamivel nagyobbak: 3–5 százalékosak.

A tényadatokat a hollandhoz mérve is jól követő magyar modell-becslésekből arra következtethetünk, hogy a gazdasági avulásnak a modellben megfogalmazott módja a magyar gyakorlatban is érvényesül. Természetesen nem úgy, hogy minden vállalat a feltétel szerint elavult minden gépet kiselejtez, (megjegyzendő, ez nyilván a holland piacgazdaságban sem így van), hanem nagy átlagban. Vélekedésünket a 10. táblázatban közölt eredmények megerősítik. Becsléseink szerint a három termelő ágazatban lépett fel gazdasági avulás. Ezek közül kettőben, az iparban és a mezőgazdaságban a végidőpontra (1982-re) becsült gépállomány megegyezett a statisztikaival. Az egybeesés nyilvánvaló jelzője annak, hogy a modellbeli selejtezés, amely a fizikai tönkremenetelnek betudható rész mellett a gazdasági avulástól is függ, jól közelíti a valóságos folyamatokat. A két szolgáltatási szektorban pedig, ahol a tényleges selejtezés nagyon lassú, a modellszámítás sem jelez gazdasági avulást. Az építőiparban a modell által javasolt selejtezés túlhaladta a ténylegest. Ennek azért nem tulajdonítunk túlzott jelentőséget, mert a hollandoknál sem sikerült a modellel elég jó eredményt elérni ebben a szektorban.

A tények és a becslések bemutatott harmóniáját nem tartjuk véletlennek. Úgy gondoljuk, hogy a mi központilag irányított gazdaságunkban is érvényesül, ha némileg más formákban és eltérő mértékben is mint a holland piacgazdaságban, a modell által kifejezett gazdaságossági elv a selejtezésben, s a fenti eredmények ezt tükrözik.

(Beérkezett: 1985. október 22-én.)

IRODALOM

1. Csikós-Nagy B.: A magyar árpolitika, Az 1979/80 évi árrendezés. KJK, Budapest, 1980.
2. Dániel Zs.: A gazdasági növekedés optikája. OT TGI, Budapest, 1975.
3. Hartog, H. den and H. S. Tjan: Investeringen, lonen, prijzen en arbeitsplaatsen, Central Planning Bureau, *Occ. Paper* no. 8. (2/1974), The Hague, 1974.
4. Hartog, den and Tjan, H. S.: „A clay-clay vintage model approach for sectors of industry in the Netherlands". *De Economicst*, 128. (1980) pp. 129–188.
5. Johansen, L.: Substitution Versus Fixed Production Coefficients in the Theory of Economic Growth: A Synthesis. *Econometrica*, XXVII. (1959) pp. 157–176.
6. Phelps, S.: Substitution, Fixed Proportions, Growth and Distribution. *International Economic Review*, IV. (1963) pp. 265–288.
7. Rimler J.: Túlélési függvények – selejtezési tulajdonságok. *Szigma*, XVI. 1983/1–2. sz. 61–83. o.
8. Rimler J.: *Évjárat-modell makrofolyamatok elemzésére.* MTA KTI, Budapest, 1985.
9. Solow, R. M.: Substitution and Fixed Proportions in the Theory of Capital. *Review of Economic Studies* XXIX. (1962) pp. 207–218.

STATISZTIKAI FORRÁSOK

Belkereskedelmi évkönyvek Központi Statisztikai Hivatal. Budapest.
Építőipari adatok, 1962–65; 1966–68; 1969–71 Központi Statisztikai Hivatal. Budapest.
Ipari adattárak, 1966; 1972, 1978 Központi Statisztikai Hivatal. Budapest.
Jövedelemelosztás a népgazdaságban 1965; 1982 Központi Statisztikai Hivatal. Budapest.

Közlekedési és hírközlési adattár Központi Statisztikai Hivatal. Budapest.
Mezőgazdasági adattár Központi Statisztikai Hivatal. Budapest.
Munkaidő és munkaidőcsökkentés az iparban. *Statisztikai Időszaki Közlemények*, 141. Központi Statisztikai Hivatal. Budapest 1969.
A nemzeti vagyon és az állóeszköz-állomány 1970–1980; 1976–1982 Központi Statisztikai Hivatal. Budapest 1981; 1984.
Népgazdasági mérlegek 1960–70; 1975–82 Központi Statisztikai Hivatal. Budapest 1971; 1974.
Statisztikai évkönyvek, 1960–1982 Központi Statisztikai Hivatal. Budapest.
A szolgáltatások szerepe a népgazdaságban, 1960–1970 Központi Statisztikai Hivatal. Budapest.

ANALYSIS OF DEVELOPMENT WITH A VINTAGE MODEL

The first part of the article presents the vintage model of two Dutch economists, den Hartog and Tjan. One of the major characteristics of this model is that the interrelations between volumes of real processes accounted by vintages are (also) regulated by value relations depending on income distribution. Economic obsolescence has, namely, a central role in the model. The interrelation describing economic obsolescence is a regulatory rule in the model in value terms, according to which those vintages have to be sorted out where not even the labour costs on these vintages can be covered from the value of the product turned out. Although the productivity of labour cannot change over time on a particular vintage, the value of the product and its cost can. If the share of labour increases in the value of the product, old vintages technically still fit to work may become economically obsolete. Thus, the development of production capacity depends not only on exogeneous investment and technical scrapping, but also on the distribution of generated incomes between capital and labour, that is, in the last resort between consumption and accumulation.

It was attempted to trace with the model the development between 1960 and 1982 of the whole Hungarian economy, and its five sectors (industry, construction, agriculture, productive and non-material services). According to the results published in the second part of the article the attempt has met with success. The characteristic features of Hungarian economic development can be well described with the aid of the model. This result is significant because it shows that economic obsolescence is germane not only to market economies but also to centrally planned economies.

With the aid of parameters determined by factual data and of plan data forecasts were made up to 1985. From the forecasts conclusions may be drawn for the consistency of plans. Namely, according to the results (with the exception of construction) the planned output can be, *ceteris paribus*, attained with the available resources, investments and labour.

Another result: the rate of economic obsolescence slows down in the plan period because of the decrease of labour cost relative to capital input. A ,,refreshing'' of the stock of machinery through sorting out the old, obsolete equipments could only take place if the labour cost ratio rose faster than planned.

АНАЛИЗ РАЗВИТИЯ С ПОМОЩЬЮ ВОЗРАСТНОЙ МОДЕЛИ

В первой части статьи представлена возрастная модель двух голландских экономистов, ден Хартога и Тьяна. Одной из основных особенностей этой модели является то, что в ней зависимость между объемами реальных процессов учитываемого по срокам ввода в действие оборудования регулируются (также) и отношениями стоимости, зависящими от распределения доходов. Центральную роль в модели играет экономическое устаревание. Описывающее экономическое устаревание соотношение является регулирующим условием модели в стоимостном выражении, в соответствии с которым те поколения техники, стоимость произведенной продукции которых не способна уже покрыть расходы по трудовым ресурсам, должны быть списаны. Хотя производительность труда на оборудовании одного поколения не изменяется с течением времени, но стоимость продукции и затраты изменяются. Если доля труда в изделии возрастает, то старые, но еще пригодные техни-

чески поколения оборудования становятся экономически устаревшими. Таким образом, производственная мощность зависит не только от внешних капиталовложений и технического списания, но и — вследствие экономического устаревания — от соотношения между трудом и капиталом, то есть в конечном итоге потреблением и накоплением внутри производимых богатств.

В модели автор прослеживает развитие венгерской экономики в целом и пяти ее отраслей (промышленность и строительство, сельское хозяйство, производственные и нематериальные услуги) в период 1960—1982 гг. Как показывают приведенные во второй части статьи результаты, эта попытка оказалась успешной. С помощью модели хорошо описываются особенности развития венгерской экономики. Этот результат значителен потому, что он показывает, что экономическое устаревание представляет собой явление характерное не только для регулируемой рынком, но и для централизованной регулируемой экономики.

С помощью параметров, определенных фактическими данными, и плановых показателей были проведены расчеты до 1985 г. Из этих расчетов можно сделать вывод о том, что планы не обладают внутренней противоречивостью (консистентны). В соответствии с результатами, запланированное производство может быть достигнуто (за исключением строительной промышленности) при прочих равных условиях с помощью имеющихся в распроряжении ресурсов, капиталовложении и рабочей силы.

Еще один результат: темпы экономического устаревания в плановый период замедляются вследствие относительного, измеряемого по отношению к загратам капитала, сокращения затрат труда. Обновление машинного парка, списание старого, устаревшего оборудования может произойти лишь в том случае, если доля трудовых затрат в стоимости продукции будет возрастать быстрее запланированной.

ÁBEL ISTVÁN

A szocialista vállalat viselkedése indirekt gazdaságirányitási rendszerben

A magyar gazdaságirányítás 1968-as reformját követő fejlődést ANTAL LÁSZLÓ [1] találóan a tervalkuból a szabályozó alkuba, pontosabban a gazdálkodás pénzügyi kondícióiról folytatott alkudozáson alapuló indirekt irányítási rendszerbe való átmenetként írja le:

„Az 1968-as reform megszüntette a kötelező tervutasításokat, de adós maradt a központi terv és a (bár szabályozott, de) önszabályozó piac szerves kapcsolatán alapuló decentralizált gazdasági mechanizmus létrehozásával. Ehelyett sajátos indirekt gazdaságirányítási rendszer jött létre. Ebben a rendszerben a pénzügyi szabályozás, ösztönzés, jövedelemelosztás valóban főszerepet játszik — ezért technikájában nagyon hasonlít az indirekt és a decentralizált modell — de a nyereséghez kapcsolódó ösztönzők feladata a változatlanul (bár a tervutasításos rendszernél kevésbé) részletezett, gyakran módosuló központi célok (»elvárások« stb.) közvetítése a vállalat felé. Nem általában a pénzen keresztül, hanem nyereséghez, teljesítménymutatókhoz kapcsolódó pénzügyi keretek által szabályoz a központi irányítás. A tervalku helyébe a gazdálkodás pénzügyi feltételeiről folytatott szabályozó alku lép."

A vállalati viselkedés számos lényeges sajátossága a vállalatok alkupozíciója és a szabályozás kölcsönhatásai eredményeként jön létre. Ennek modellszerű bemutatásával próbálkozom e cikkben.

1. Az alkudozó vállalat

Hogyan kerülhetnek a vállalatok érdemleges erőpozícióba az állammal, a hatóságokkal folytatott alkuban? Számos tanulmány (legkifejezettebben KOZMA GÉZA [11], LAKY TERÉZ [12] és SCHWEITZER IVÁN [14]) az *ellátási felelősségre* épülő irányítási rendszer következményének tekinti a vállalatok sajátos helyzetét. Kozma Géza az ellátási felelősség kategóriájának fontosságát hangsúlyozva új szempontot vet fel a szabályozás vállalati viselkedésre gyakorolt hatása elemzésénél. A vállalati gazdálkodás *naturális szemléletét* teszi elmélete kiindulópontjává. Az ellátási felelősség ugyanis csak naturálisan, konkrét termékekben értelmezhető. A tervezés és szabályozás naturális szemlélete azonban ellentmond a teljesítmény maximalizálása elvének és így végső soron az „ellátás", a kínálati oldal állandó javításának is.

A vállalatok naturális ellátási feladataikra való hivatkozással szerezhetik meg a működésükhöz szükséges forrásokat. A források megszerzéséért folyó alkuban pedig a vállalat pozícióját az állammal szemben a piaci ellátás zavarainak *növekedése* javítja igazán.

2. A megállapodási rugalmasság

Jelölje a *vállalat döntési változóját* q. Ez lehet az általa termelt és eladásra kínált termék mennyisége, de a döntési változót tágabban is értelmezhetjük: kifejezhet a termelés mennyisége mellett minőségi jellemzőket, szállítási határidőt, vagy csupán ezekre vonatkozó *ígéreteket*. Nincs akadálya, hogy a döntési változót összetett indexként vagy esetleg vektorként értelmezzük.

Az alkufolyamatban a p változóra vonatkozóan kell megállapodni. Ez szintén sokféle tartalommal ruházható fel, hiszen úgy is felfoghatjuk, hogy ez a vállalat alkupartnerének, esetünkben a *hatóságoknak a döntési változója*. A mondanivaló szempontjából azonban a többdimenziós kezelés érdemleges többletet nem adna, csupán a tárgyalást nehezítené, ezért mind q, mind pedig p egydimenziós változót jelöl a továbbiakban: q a vállalat által kínált mennyiséget, p pedig az árat.

A vállalat alkupozíciója azt jelenti, hogy q döntési változója megválasztásával befolyásolhatja az alku tárgyát képező p paraméter alakulását:

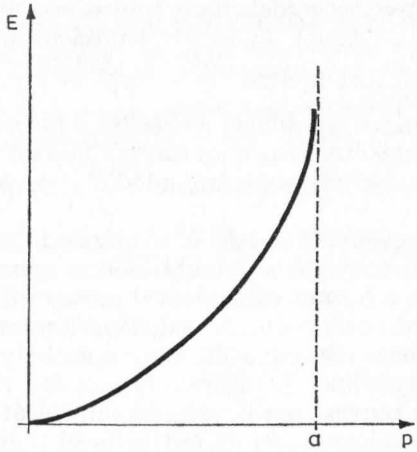
$$\frac{dp}{dq} \neq 0. \tag{1}$$

Az alkuban a felek *megállapodási rugalmasságától* függ, hogy milyen megegyezés születik. E rugalmasságot azzal definiáljuk, hogy a vállalat döntési változójában hány százalékot kénytelen engedni alkupartnere egy százalékos engedményéért (esetünkben p egy százalékos növekedéséért). E rugalmasságot jelölje E, tehát a megállapodási rugalmasságot az alábbi forma definiálja:

$$E = -\frac{\frac{dq}{q}}{\frac{dp}{p}} = -\frac{\frac{dq}{dp}}{\frac{q}{p}}. \tag{2}$$

A (2) összefüggés azt fejezi ki, hogy az alkuban a vállalat az alku tárgyát képező p paraméter 1 százalékos növekedését q döntési változójának E százalékos csökkentésével tudja kikényszeríteni. Természetesen a vállalat esélye további engedmények elérésére nagymértékben függ a p változó már elért színvonalától. A vállalat számára már igen kedvező p érték mellett további növekmény megszerzése csak döntési változója igen nagy változtatásával lenne lehetséges. Sőt valószínű, hogy egy adott szintnél nagyobb p elérése számára már nem is lehetséges, mert alkupartnerét döntési változója semmilyen változtatásával nem kényszerítheti annak elfogadására. Hasonlóan alkupartnere sem kényszeríthet rá bizonyos szintnél alacsonyabb p értéket, és alacsony p értékek mellett a vállalat döntési változójának kis módosításával is elfogadtathat emelést p-ben. Ezek alapján a megállapodási rugalmasság alakulását az 1. *ábra* szerint képzelhetjük el, ahol p alsó határa zérus, felső határa pedig a. Ilyen jellegű megállapodási rugalmasságot ír le az egyszerűbb analitikus alakok közül például az alábbi:

$$E = \frac{p}{a - p}. \tag{3}$$



1. ábra

A gazdálkodást mélyen átható bürokratikus szabályozás természetes velejárója, hogy a vállalatok viselkedési jellemzőit alapvetően a központi szervekkel folytatott alku határozza meg. Ennek kettős oka van.

Egyrészt, ha majdnem minden lényeges lépés a hatóságok hozzájárulásával történhet csak, akkor céljaik elérése szempontjából az ügyfeleik igényeinek kielégítésével való törődésnél fontosabb, ha hatóságaik „puhításával" törődnek. Másrészt ez nemcsak célszerűbb, de egyszerűbb is mint a partnerekkel (más vállalatokkal és a lakossággal) való huzakodás input és output oldalon egyaránt.

„Egyszerűbb számukra, ha a *költségvetés terhére javítják helyzetüket*, mert a sok-sok vállalattal alkudozó központi szervek egy vállalattal szemben sohasem tudnak olyan határozottan és tájékozottan fellépni, mint egy másik vállalat" (*Kozma Géza* [11]).

3. Párhuzam a monopólium viselkedésével a hozam és a ráfordítás értékelésében

Indirekt irányítási rendszerben a központi szabályozás a nyereséghez, teljesítménymutatókhoz kapcsolódó pénzügyi keretelőírásokon keresztül érvényesül. A szabályozás különféle elemei a nyereségérdekeltség korrekcióiként is felfoghatók, mivel azt eredményezik, hogy a vállalat érdekeltségi függvénye a nyereségtől több áttételen keresztül módosulva függ.

A korrigált nyereségérdekeltség analitikus vizsgálatára a szabályozóalku kapcsán az 5. részben térek ki, ahol az érdekeltségi függvényt a korrigáló elemek explicit figyelembevételével írom fel. E részben azonban még átmenetileg eltekintek az érdekeltségi függvény konkretizálásától. Teszem ezt egyrészt azért, hogy így az elemzés a lehető legközelebb maradjon a monopólium viselkedésének szokásos tárgyalásához és így lehetőséget nyújtson az attól való *eltérések* érzékeltetésére. Ez az eljárás annak feltételezését rejti, mintha a szabályozás nem a nyereségérdekeltség többszörös áttételeződéseként (korrigált nyereségérdekeltségként), hanem a valóságos nyereségérdekeltségként működne. (A monopólium hagyományos modelljében sem szerepel hatósági szabályozó beavatkozás.)

Általánosan fogalmazva a vállalat *érdekeltségi függvénye* (Z) kifejezi, hogy döntési változója (q) értékétől és az alku tárgyát képező paraméter (p) értékétől függően a q termelés mellett számára adódó *$p(q)q$ hozamért $K(q)$ áldozatot vállal.*

Az érdekeltségi függvényről azt is feltételezzük, hogy benne a hozam és az áldozat (ráfordítás) tényezői az alábbi módon szerepelnek: a ráfordítások változatlansága esetén a hozam változásával *azonos irányban*, míg változatlan hozam mellett a ráfordítások változásával *ellentétesen* változik az érdekeltségi függvény értéke. De nem részletezzük, hogy a szabályozás és a gazdálkodási környezet konkrét tényezőinek hatására a hozam és a ráfordítás miként mérődik össze, tehát egyik tényező egy egységnyi változását a másik tényező hány egységnyi változása semlegesítheti az érdekeltségi függvény értékének változása nélkül. Az alábbi érdekeltségi függvény megfelel ezen feltevéseknek:

$$Z(p, q) = p(q)q - K(q). \tag{4}$$

A hozam és a ráfordítás összemérésében kifejeződő külső adottságok, piacszervezeti jellemzők és szabályozási sajátosságok érzékeltetésére az érdekeltségi függvény megfelelő konkretizálása ad lehetőséget.

A vállalat érdekeltségi függvényét maximálva olyan termelési politikát választ, mely kielégíti az alábbi feltételeket:[1]

$$\frac{dZ(p,q)}{dq} = 0,$$

vagyis (4) alapján

$$\frac{dp(q)}{dq}q + p(q) - \frac{dK(q)}{dq} = 0. \tag{5}$$

A vállalat alkupozícióját a (2) alakban felírt megállapodási rugalmasság jellemzi. A vállalat döntése az alku tárgyát képező paraméter megállapodásos értékére (2)-ből adódóan az alábbi összefüggés szerint hat:

$$\frac{dp(q)}{dq} = -\frac{1}{E}\frac{p}{q}. \tag{6}$$

E kifejezést (5)-be helyettesítve nyerjük:

$$p(q)\left(1 - \frac{1}{E}\right) - \frac{dK(q)}{dq} = 0. \tag{7}$$

[1] A maximum másodrendű feltétele $\frac{d^2Z}{dq^2} < 0$ teljesüléséhez $\frac{dp}{dq} < 0$ esetén elégséges azt feltételezni, hogy $E > 1$ teljesüljön, ami verbálisan olyasmit jelent, hogy a hatóság nem végtelenül engedékeny, legalább egy határon túl igyekszik gátat szabni a vállalat követeléseinek.

A (7) összefüggés azt fejezi ki, hogy a vállalat az érdekeltségi mutatójában szereplő hozamot és ráfordítást alkupozlciójából kiindulva a megállapodási rugalmasság (E) értékétől függően veti össze. A (4) függvényben a hozamot $p(q)q$ jelölte. A vállalat q termelésének egységnyi növelésével $p(q)$ hozamnövekményt érne el. Alkupozícióját is figyelembe véve azonban a termelés egységnyi növelésével járó $\frac{dK(q)}{dq}$ pótlólagos ráfordítás csak akkor nem csökkenti (Z) érdekeltségi mutatóját, ha a $p(q)$ paraméter aktuális értéke alapján várható hozamnövekmény a pótlólagos ráfordítás $1/(1 - 1/E)$-szeresénél nem kisebb.

A (7) alakot átrendezve kapjuk:

$$p(q) = \frac{\frac{dK(q)}{dq}}{1 - \frac{1}{E}}. \tag{8}$$

Ha a vállalat nem lenne befolyással a pótlólagos termeléssel elérhető hozamnövekményre [vagyis $p(q)$ értékére], más szóval, ha nem lenne alkupozícióban az alku tárgyát képező paraméter megválasztásánál, azaz $\frac{dp(q)}{dq} = 0$, tehát (6) alapján $E = \infty$ jellemezné a megállapodási rugalmasságot), akkor az érdekeltségi függvény maximálására való törekvés a pótlólagos hozam és a pótlólagos ráfordítás azonos értékelését jelentené.

A (8) összefüggés ekkor a

$$p(q) = \frac{dK(q)}{dq} \tag{9}$$

alakot öltené.

A vállalat erőfölénye (melyet a megállapodási rugalmasság $1 < E < \infty$ értéke tükröz) a (8) összefüggés szerint $p(q) > \frac{dK(q)}{dq}$ magatartási jellemzőre vezet, ami a pótlólagos hozamok és ráfordítások eltérő értékelését tükrözi, pontosabban: ki nem használt hozamnövelési lehetőségeket.

A (8) kifejezés azonos a monopólium árviselkedését leíró összefüggéssel, ahol E a *kereslet árrugalmasságát* jelöli. Mégsem tekinthető e modell azonosnak a monopólium viselkedési modelljével. Míg az utóbbi a kereslet-kínálati összefüggésekből vezethető le, figyelembe véve a vállalat monopolpozíciójából eredő árbefolyásoló erejét, addig az alkupozícióban lévő vállalat esetében a kereslet és kínálat meghatározatlan, ami meghatározó, az a *megállapodási rugalmasság*.

Ha a megállapodási rugalmasságot keresleti árrugalmasságként értelmezzük, akkor ebből egyértelműen nem vezethetők le a keresleti és kínálati függvények,[2] míg fordítva, a keresleti függvényből az árrugalmasság a szokásos deriválhatósági feltevések mellett egyértelműen meghatározható. E tény pedig attól

[2] Erre példaként a (18) formula szolgál. A levezetésnél ugyanis integrál egyenletet kell megoldani, és az integrálás konstansa meghatározatlan.

nyer különös jelentőséget, hogy míg a monopólium esetében a háttérben lévő kereslet-kínálati viszonyok bizonyos (gazdaságilag elviselhető) keretek között tartják E értékét, addig az alkupozícióban lévő vállalatunk esetében E értékét semmi lényeges gazdasági összefüggés nem korlátozza abban, hogy akár 1-hez közeli értéket is felvehessen. Így azután a (8) összefüggésben kifejezésre jutó ki nem használt hozamnövelési lehetőség a megállapodási rugalmasság értékétől függően igen szélsőséges méreteket ölthet.

Az ebből eredő végletes következmények elkerülése érdekében szabályozó beavatkozásra van tehát szükség. Az alábbiakban a szabályozás két lehetséges típusának, a korlátozó és a korrigáló jellegű szabályozásnak a vállalati viselkedésre gyakorolt hatását vizsgálom.

4. Költséghígítás a korlátozó szabályozás mellett

Vállalatunk ártörekvéseit a (8) összefüggés fejezi ki, amiből látható, hogy a megállapodási rugalmasságtól függően erőteljes árfelhajtó törekvés érvényesülhet, vagyis a vállalat alkupozícióját monopolprofit formájában igyekezne kamatoztatni.

A gazdasági szabályozás sokféle konkrét eszközzel teremthet olyan helyzetet, hogy a vállalat alkupozíciója ne eredményezhessen monopolprofit szerzésére irányuló magatartást. Az erőfölény monopolprofit formájában történő érvényesítését kizárja például a *jövedelmezőség adminisztratív korlátozása*. A jövedelmezőség korlátozása persze nemcsak vállalati szinten értelmezhető, hanem termékszinten is. A termékszintű beavatkozásnak azonban ennél egyszerűbb és könnyebben ellenőrizhető formája az *áralakulás közvetlen korlátozása*.

E szabályozás tehát lényegében az alku tárgyát képező paraméter meghatározására ír elő valamiféle korlátozást, az alkudozást „kiküszöbölve", kívülről diktál.

Kérdés, hogy ez miként módosítja a vállalat alkupozíciójából eredő viselkedési sajátosságokat. E kérdéskört az *Averch—Johnson*-modellek kiterjedt irodalma részletesen tárgyalja (H. Averch—L. L. Johnson [2], W. J. Baumol—A. K. Klevorick [3]). Ezektől némileg eltérő megközelítést találunk M. Bronfenbrenner [4] cikkében, de mindegyik elemzés hasonló következtetésre jut: A piacstruktúrába beépülő korlátozások azzal az igen kedvezőtlen hatással járnak, hogy bár az erőfölény érvényesítésének lehetőségét kiszorítják a szabályozott paraméter alakítása területéről, azonban torzulásokat visznek a környezet feltételeihez való alkalmazkodásba. Az eladó erőfölényének érvényesítése a kevésbé ellenőrizhető és irányítható paraméterek területén továbbra sem zárható ki. E részben azt fogjuk látni, hogy a szabályozás korlátozó (keret) jellege a közvetlen tervutasításos rendszerben tapasztalható vállalati magatartástól alig eltérő mederbe tereli a vállalat viselkedését még akkor is, ha a naturális keretek, korlátozások helyébe jobbára pénzügyi és monetáris korlátok lépnek.[3]

Az árkorlátozás és a jövedelmezőség korlátozása egyenként is alkalmas az árfelhajtó törekvések mérséklésére. Egytermékes vállalatunk esetében e két-

[3] Simon András [15] az árkorlátozás egy érdekes esetét vizsgálva azt mutatja ki, hogy az árkorlátozás hatására a vállalat a hiány növelésében válik érdekeltté, a vállalatnak nem érdeke az igények megfelelő színvonalon történő kielégítése.

féle korlátozás ekvivalens: a jövedelmezőség korlátozása egyben árkorlátozást jelent és viszont. Például a vállalatot korlátozzuk arra, hogy nyeresége költségekre vetített aránya nem haladhat meg egy előírt α arányt:[4]

$$\frac{Z}{K(q)} \leqq \alpha. \tag{10}$$

Mivel a vállalat nyeresége (4) szerint az árbevétel és a költségek különbsége, a (10) feltétel ekvivalens az alábbi árképzési korlátozással:

$$p(q) \leqq (1 + \alpha)\frac{K(q)}{q}. \tag{11}$$

E szerint a vállalat terméke árában az átlagos darabköltségre vetített előírt arányú nyereségnél többet nem realizálhat, bármilyen is legyen a termék piaci értékelése. Az elemzés hátralevő részében az ár (jövedelmezőség) képezi alku tárgyát, a vállalat döntési változója a termelés mennyisége, érdekeltségi mutatója pedig a nyereség.

Mind az ár, mind pedig a jövedelmezőség alakulása viszonylag jól ellenőrizhető, így e szabályozás igen megbízható fegyver az erőfölénnyel való visszaélés ellen. Ez magyarázza az ilyen jellegű szabályozási módszerek elterjedt alkalmazását gazdasági gyakorlatunkban. Meghatározhatatlan azonban, hogy a kialakuló költség valóban indokolt-e, a műszaki és gazdasági lehetőségek szerint minimális-e. Ezzel kapcsolatban azt vizsgáljuk, hogy egyáltalán érdeke-e az így szabályozott vállalatnak a minimális költséggel való termelésre törekednie.[5] Először is bontsuk fel a költségeket gondolatban két részre: a műszaki és gazdasági lehetőségek által indokolt $C(q)$ költségre és a termék felhasználása szempontjából semmiféle hasznos többletet nem eredményező $X(q)$ költségekre:

$$K(q) = C(q) + X(q) \tag{12}$$

Amennyiben $X(q) > 0$, akkor költséghígításról beszélünk akár növekszik, akár csökken $X(q)$ értéke. A költséghígítás tehát elmulasztott *potenciális* költségmegtakarítást jelöl, amely a pazarlás csökkenésével is összefér, ha a tényleges költségmegtakarítás kisebb, mint a potenciálisan lehetséges.

A költséghígítás és a nyereségalakulás összefüggésének elemzésével válaszolhatunk arra, hogy vállalatunknak érdeke-e a költségeket minimumra csökkenteni. Az áralakításban és jövedelmezősége alakulásában nem korlátozott vállalat nyereségérdekeltsége a (4) és (12) összefüggés alapján adódó:

$$Z = p(q)q - C(q) - X(q) \tag{13}$$

nyereség maximálásával írható le.

Itt a költséghígítás a nyereséget csökkenti, tehát nem érdeke a vállalatnak, hogy $X(q) > 0$ legyen. Nem ilyen egyszerű a nyereség és a költséghígítás

[4] A vállalat érdekeltségi függvényét e részben nyereségként értelmezzük. Az érdekeltséget befolyásoló további elemek figyelembevételével ezt finomítani fogjuk a következő részben, ahol a *vállalatnál maradó* nyereség képezi az érdekeltség alapját.

[5] Az elemzés keretéül szolgáló alábbi eljárás J. G. Cross [5] cikkéből származik. Kiegészítések találhatók még B. L. Jaffee [10] és J. G. Cross [6] cikkekben.

kapcsolatának megállapítása a szabályozott vállalatnál. A tárgyalás megkönnyítése érdekében vegyük a $K(q)$ költségvüggvényt az alábbi lineáris alakban:

$$K(q) = cq + xq. \tag{14}$$

A nyereségfüggvény tehát ez esetben így írható:

$$Z = p(q)q - cq - xq. \tag{15}$$

A szabályozást pedig (10) és (11) mintájára

$$\frac{Z}{cq + xq} = \alpha, \text{ vagy } p(q) = (1 + \alpha)(c + x) \tag{16}$$

alakban írhatjuk.[6] Csak olyan esettel foglalkozunk, ahol a szabályozás valóban korlátozza a vállalatot (effektív), vagyis a (10) és a (11) feltétel egyenlőség formájában teljesül.

Most azt vizsgáljuk, hogy a (15) érdekeltségi mutatóval leírt vállalat a (16) szabályozási feltételek mellett hogyan viselkedik. Magatartására a költségekkel való gazdálkodásban mi jellemző, érdeke-e a költséghígítás.

A vállalat alkupozícióját a megállapodási rugalmassággal jellemezzük, melyről az egyszerűség kedvéért feltételezzük, hogy a (3) által megadott formát ölti.

A megállapodási rugalmasság (2) definíciójából adódóan a (3) alak az alábbi differenciálegyenlet formájában írja le az alkupozícióban levő vállalatnak az alku tárgyát képező p paraméterre gyakorolt hatását (l. a (3) és (6) összefüggéseket):

$$\frac{dp}{dq} = -(a - p)\frac{1}{q}. \tag{17}$$

Ezt az egyenletet megoldva kapjuk:

$$q = \frac{a - p}{b} \tag{18}$$

alakot, ahol $\frac{1}{b}$-vel jelöltük az integrációs konstanst. Alkupozícióban lévő vállalatunk viselkedését tehát a (15) érdekeltségi függvény (16) szabályozási korlát melletti maximalizálása írja le, figyelembe véve azt is, hogy az alkuban a (17) összefüggés szerint elérhető előnyök is befolyásolják érdekeltségi mutatóját.[7]

[6] A (16)-ban felírt feltételek egytermékes vállalatunk esetében egyenértékű korlátozást fejeznek ki (ekvivalensek).

[7] A (15), (16), (18) egyenletekkel leírt vállalati magatartást elemzi J. G. Cross [5] cikkében. Itt azonban eltérek az általa követett tárgyalásmódtól. Cikkében a nyereség és a költséghígítás összefüggésének a nyereségfüggvény értelmezési tartományára kiterjesztett teljes leírása megtalálható, míg itt csak a nyereségfüggvény maximum helyén adódó költséghígítást határozzuk meg. Módszere azonban olyan hosszadalmas levezetéssel jár együtt, melynek ismertetésére itt nincs lehetőség.

A (16) és (18) feltételeket összevonva adódik a

$$q = \frac{a - (1 + \alpha)(c + x)}{b} \tag{19}$$

feltétel, amit a (15) nyereségfüggvénybe helyettesítve, a (16) árszabályozási előírás figyelembevételével, kapjuk a nyereség és a költséghígítás közötti alábbi összefüggést:

$$Z = \alpha(c + x)\frac{a - (1 + \alpha)(c + x)}{b}. \tag{20}$$

A maximális nyereséget biztosító termelési politikához a költséghígítás oldaláról az szükséges, hogy $\frac{dZ}{dx} = 0$ feltétel teljesüljön. (20) alapján ez az alábbi összefüggést adja a nyereségmaximáló költséghígításra:

$$x = \frac{a}{2(1 + \alpha)} - c. \tag{21}$$

Ha $x > 0$, ez azt jelenti, hogy a nyereség növelésében érdekelt vállalat a korlátos szabályozás feltételei között nem törekszik költségei minimalizálására. Tehát elérhető nyereségét növeli, ha a műszakilag és gazdaságilag lehetséges költségmegtakarítás bizonyos részéről eleve lemond. Ez az eset akkor áll fenn (21) alapján, ha az $a > 2(1 + \alpha)c$ összefüggés teljesül a műszaki és gazdasági lehetőségek által indokolt költségviszonyokat, a piac szerkezetének viszonyait és a szabályozási közeget jellemző paraméterek: c, a, α között. Ehhez pedig elegendő (bár nem szükséges), ha a megállapodási rugalmasság 1-nél nagyobb.[8]

A magyar vállalat extenzív növekedési kényszereként emlegetett jelenség újratermelődésében nem elhanyagolható szerepet játszik a szabályozás korlátozó jellege. *A korlátos szabályozás velejárója, hogy nem hatékony növekedéssel is, sőt a növekedés bizonyos inefficiens jellegét kifejezetten megkövetelve növelheti csak nyereségét a korlátok sérelme nélkül a vállalat.* F. M. WESTFIELD [17] példákat említ arra, hogy a korlátozó szabályozás szigorú piacgazdasági közegben is képes létrehozni ilyen ellentmondásos reagálást.

Nem vizsgálom azt a kérdést, hogy vajon a korlátozó árszabályozás hatása legalább az árak területén közelebb visz-e a kívánt célhoz, az árak alacsonyabb szinten tartásához. A kérdés komplikált, a válasz sok egyéb körülménytől függ. M. BRONFENBRENNER [4] említ ezek közül néhányat. Így többek között függ attól, hogy a mesterségesen alacsonyan tartott ár mellett a kereslet-kínálat egyensúlyát milyen módon biztosítják (keresletkorlátozás, feketepiac stb.).

Figyelmet érdemel M. M. MURPHY [13] igen általános feltételek mellett bizonyított azon megállapítása, hogy az árkorlátozás *függetlenül* attól, hogy a felfelé vagy a lefelé irányuló ármozgást korlátozza, az általános árszínvonal emelkedésével jár az allokáció torzulásai, a pazarlás miatt.

[8] A (3) képlet szerint definiált megállapodási rugalmasság $E = p/(a - p)$. Tehát $E > 1$ azt jelenti, hogy $a > 2p$. A (16) árképzési szabály szerint kapjuk: $a > 2(1 + \alpha)(c + x)$ ahonnan közvetlenül adódik $a > 2(1 + \alpha)c$ összefüggés hiszen a költséghígítás legkisebb lehetséges értéke az $x = 0$.

5. A szabályozóalku

A vállalati törekvések érvényesítési módját meghatározó gazdálkodási közeget a gazdaságirányítás nemcsak merev korlátozások útján, hanem közvetett szabályozóeszközök alkalmazásával is befolyásolja. Az ösztönzők célszerű megválasztásával természetesen nem szűnik meg a vállalat alkupozíciója, de érdekeltté válik abban, hogy erőfölénye érvényesítéséről adott területen részben lemondjon. E kérdéskör analitikus kezeléséről a monopólium szabályozása kapcsán átfogó képet adnak: J. Finsinger—J. Vogelsang [8], D. M. Holthausen [9], M. L. Weitzman [16] és A. P. Wierzbicki [18].

Az előző részben vizsgált vállalat érdekeltségi mutatója a nyereségtömeg érdekeltségnek felelt meg. A különféle elvonási és támogatási csatornákon keresztül működtetett pénzügyi szabályozóelemek azonban a vállalati érdekeltséget is befolyásolják. E részben azt vizsgáljuk, hogy e szabályozóelemekkel korrigált nyereségérdekeltség miként befolyásolja az erőfölény érvényesítésével jellemezhető magatartást.

A pénzügyi szabályozás a nyereség adott r részét elvonja. A nyereségérdekeltség ez esetben már a vállalatnál maradó nyereségrész $(1-r)Z$ maximálására vezet. A nyereségadózás mellett azonban további korrekciós elemek is működnek. Így például termelési elvonás vagy termelési támogatás formájában a szabályozás a termelt *mennyiséghez* kapcsolódó prémiumokkal vagy elvonásokkal módosítja az érdekeltség formáját: a vállalatnál maradó nyereségrész ekkor $(1-r)Z-tq$, ahol t a *termelési elvonás* kulcsa, ha $t > 0$, és *termelési támogatást* jelöl, ha $t < 0$. De az *árbevételhez is kapcsolódnak elvonási (és támogatási) csatornák*, például forgalmi adók (árkiegészítések), ezek kulcsa legyen s. Előfordul, hogy a költségek *egy-egy eleméhez* kapcsolunk elvonási jogcímeket: ilyen volt például az eszközlekötési járulék és a bérjárulék. Mivel a költséget a vizsgált modellben nem bontottuk összetevőire, a költségelemekhez kapcsolódó pénzügyi hidak vizsgálata is csak összevontan, nem pedig konkrét megjelenési formáinak megfelelően történik (v kulcs alkalmazásával).[9] Az érdekeltségi függvényben szereplő támogatási és elvonási kulcsok természetesen a nettósított hatás kulcsaiként értelmezhetők. E pénzügyi csatornák alkalmazásával korrigált nyereségérdekeltség az alábbi érdekeltségi függvény maximálásával írható le:

$$Z = (1-r)(p(q)q - K(q)) - tq - sp(q)q - vK(q). \qquad (22)$$

A szabályozó előírások pontosabb megformulázása az érdekeltségi függvény tényleges alakjának árnyaltabb leírását tenné lehetővé. Itt azonban az alkudozó vállalat szabályozási reakcióinak egy olyan vonását vizsgáljuk, nevezetesen a *költséghígításban* való érdekeltsége alakulását, ami az általánosságnak ezen a szintjén nem teszi szükségessé a mélyebb konkretizálást. Sőt a tárgyalás egyszerűsítése érdekében a vizsgálatot a (22) alaknál is egyszerűbb esetekkel kezdjük. Mellőzzük átmenetileg a termelési támogatás és elvonás közvetítésével történő szabályozás lehetőségét a (22) érdekeltségi függvényből. Tehát $t = 0$ esetben a vállalatnál maradó nyereség:

$$Z = (1-r)(p(q)q - K(q)) - sp(q)q - vK(q). \qquad (23)$$

[9] Természetesen az elvonási kulcs negatív értéke támogatást jelöl.

E korrigált nyereséget maximáló termelési politika az alábbi összefüggéssel jellemezhető:[10]

$$\frac{dZ}{dq} = (1 - r - s)\left(p(q) + q\frac{dp}{dq}\right) - (1 - r + v)\frac{dK}{dq} = 0. \tag{24}$$

Ebből a (2) jelölés felhasználásával adódik

$$p(q) = \frac{\dfrac{dK}{dq}}{\dfrac{1 - r - s}{1 - r + v}\left(1 - \dfrac{1}{E}\right)}. \tag{25}$$

A (25) összefüggésből láthatjuk, hogy az alkupozícióban levő vállalat magatartása a hozam és a ráfordítás összevetésénél a megállapodási rugalmasságtól és a korrigált nyereségérdekeltség szabályozó paramétereitől egyaránt függ. A (25) és a vele analóg (8) összefüggések összevetéséből látható, hogy a szabályozó paraméterek értékétől függően a korrigáló elemek tompíthatják, de erősíthetik is az erőfölény érvényesítéséből adódó torzulást. A torzulás akkor szűnik meg, ha a paraméterek kielégítik az alábbi összefüggést:

$$\frac{1 - r - s}{1 - r + v}\left(1 - \frac{1}{E}\right) = 1. \tag{26}$$

A megállapodási rugalmasságnak az erőfölény érvényesítése szempontjából lényeges tartományában ($1 < E < +\infty$) a (26) feltétel teljesüléséhez az s vagy v paraméterek közül legalább az egyiknek eléggé nagy negatív értéket kellene felvennie. Ez lényegében azt jelenti, hogy a vállalatnak a korrigált nyereségérdekeltség mellett érdeke lehet lemondani erőfölényének az alku tárgyát képező p paraméter alakításában való érvényesítéséről, de a korrigáló szabályozás ekkor ennek fejében lényegében más úton kompenzálja a vállalatot. *A vállalat e szabályozás keretei között az állammal szemben a szabályozó paraméterek megállapításában lesz alkupozícióban:* csak akkor érdeke lemondani p eltérítése útján elérhető előnyeiről, ha többre megy az erről való lemondás fejében kapott engedményekkel.[11]

[10] A (23)-hoz hasonló szabályozást elemez E. D. DOMAR [7] cikke. Modelljében $v = 0$, vagyis költségarányos elvonás nincs, és $s < 0$, vagyis a nyereségarányos premizálást árbevételarányos premizálással kombinálja.

[11] A termeléshez kapcsolt támogatások és elvonások figyelembevétele esetén a (22) érdekeltségi függvényből kiindulva a vállalat magatartását a (25) összefüggéssel analóg módon a következő kifejezés írja le:

$$p(q)q = \frac{\dfrac{dK}{dq}}{\dfrac{1 - r - s}{1 - r + v}\left(1 - \dfrac{1}{E}\right)} - \frac{t}{(1 - r - s)\left(1 - \dfrac{1}{E}\right)} \tag{27}$$

6. A korlátozó szabályozás hatása a szabályozóalku feltételei között

A vállalati erőfölény érvényesítésének kedvezőtlen hatásai elkerülésére törekvő gazdaságirányítás a közvetett szabályozóelemek alkalmazása útján korrigált érdekeltséget teremt. Az alkupozícióban levő vállalatot érdekeltté teszi abban, hogy az lemondjon erőfölénye adott területen történő érvényesítéséről. Ezt azonban elvileg is csak úgy érheti el, ha a szabályozóelemek meghatározódásának területére vonja az alkut, pontosabban az alkudozást kiterjeszti a szabályozóelemek szélesebb körére. Fontos kérdés ezért, hogy vajon a szabályozóalku milyen hátrányokkal jár. Mindenekelőtt nézzük meg, hogy a korlátozó szabályozás mellett fellépő költséghígítás itt megjelenik-e.

A költséghígítás elemzésénél használt (14) költségfüggvényt (23)-ba helyettesítve adódik:

$$Z = (1 - r - s)p(q)q - (1 - r + v)(cq + xq). \tag{28}$$

Láthatjuk, hogy minden xq forint, melyet a költséghígításra pazarolnának $(1-r+v)\,xq$ forinttal csökkentené az érdekeltségi függvény értékét. Költséghígításról tehát ilyen értelemben nem beszélhetünk.

Ez azzal magyarázható, hogy a szabályozás egyedivé válva, mintegy testre szabottan „korrigálja" ugyan a vállalat érdekeltségét és így módosítja az alku „végeredményét", de hatása inkább csak az, hogy az állam közbeiktatódik és a jövedelem nem az árbevételen keresztül, hanem részben a költségvetésen keresztül folyik be a vállalathoz. A korlátozó szabályozás azonban a korrigált nyereségre épülő érdekeltségi függvény mellett is ugyanolyan költséghígítást eredményez, mint a nyereségtömeg érdekeltség mellett, melyeket a 4. részben vizsgáltunk.

Az alábbiak szerint látható ez be. A (28) érdekeltségi függvénnyel jellemzett vállalat, melynek alkupozícióját a (3) összefüggés írja le, s melyre szabályozási oldalról még a (16) korlátozást is érvényesítjük, a költséghígítást a következőképpen érzékeli érdekeltségi függvényében:

A (3) és (16) feltételeket együttesen tartalmazza a (19) összefüggés, melyet (28)-ba helyettesítve és felhasználva a (16) szabályozási összefüggést, az alábbi kifejezést kapjuk a korrigált nyereségfüggvényre:

$$Z = [\alpha(1 - r) - (1 + \alpha)(s + v)](c + x)\,\frac{a - (1 + \alpha)(c + x)}{b} \tag{29}$$

A (29) korrigált nyereségfüggvény a (20) érdekeltségi függvénnyel analóg módon tartalmazza már a szabályozási korlátozást és az erőfölény érvényesítésének módját behatároló feltételt. (Az r, v és s paramétereket zérusnak véve (29) a (20) alakra redukálódik.) E korrigált nyereségfüggvényt maximáló termelési politikához az alábbi költséghígítás tartozik:

$$\frac{dZ}{dx} = [\alpha(1 - r) - (1 + \alpha)(s + v)]\,\frac{a - 2(1 + \alpha)c - 2(1 + \alpha)x}{b} = 0, \tag{30}$$

ahonnan x-et kifejezve ugyanazt az összefüggést kapjuk, mint (21). Tehát a *korlátozó szabályozás korrigált nyereségérdekeltség mellett is költséghígításra ösztönöz.*

7. Összefoglalás és következtetés

Az indirekt gazdaságirányítási rendszerünkre jellemző vállalati viselkedést a vállalatoknak az állammal szembeni alkupozíciójából kiindulva elemeztük. A viselkedési modell a *megállapodási rugalmasság* definiálására alapozódik. Ennek alakja tükrözi a vállalat alkupozícióját az állammal szemben.

A szabályozók két csoportjára, az árakra, valamint a jövedelemszabályozás költségvetést érintő elemeire vonatkozóan vizsgáltuk a vállalat alkupozíciójából eredő viselkedési jellemzőket. A vállalat pozíciója az egyedi szabályozóalkuban viszonylag erősebb, mint az államé. Az állam számára ugyanis egy-egy vállalat valamely ügye sohasem lehet olyan fontos mint a vállalat számára, és arról nincs is olyan áttekintése, mint magának a vállalatnak.

Modellünkben a vállalat alkupozícióját kifejező megállapodási rugalmasság analóg a monopóliumnál használt keresleti árrugalmassággal. Míg azonban ez utóbbit piaci tényezők határozzák meg, az állammal szemben alkupozícióban levő vállalat megállapodási rugalmassága csak részben, és általában nem döntően függ piaci tényezőktől. A megállapodási rugalmasság igen szélsőséges értékeket vehet fel, ami a vállalat viselkedésében társadalmilag meglehetősen káros vonásokban nyilvánulna meg, ha a szabályozás nem lépne közbe. A szabályozók két csoportjára kétféle típusú beavatkozás hatásait vizsgáltuk: az áralakulás korlátos szabályozását és a vállalati jövedelmek korrigált nyereségérdekeltségen alapuló (korrigáló) szabályozását.

Bebizonyosodott, hogy a korlátos szabályozás költséghígításra vezet. A korlátos szabályozás velejárója, hogy nem hatékony növekedéssel is, sőt a növekedés bizonyos nem hatékony jellegét kifejezetten megkövetelve növelheti csak nyereségét a korlátok sérelme nélkül a vállalat. A szocialista vállalat extenzív növekedési kényszereként emlegetett jelenség újratermelődésében szerepet játszik a szabályozás korlátozó jellege. E szabályozást az árstabilitásra való törekvéssel indokolni az árstabilitás téves értelmezését jelzi, ami idegen minden olyan rendszertől, mely a változó feltételekhez való *alkalmazkodás* képességének jelentőséget tulajdonít. A költséghígítás ugyanis mindenképpen árfelhajtó hatású. A korlátozó jellegű szabályozás hátrányai nemcsak a permanens pazarlással kapcsolatban nyilvánvalóak. A korlátozás önmaga megteremti a vállalatok alkupozícióját, belekényszeríti a vállalatokat az irányító szervekkel folytatott alkudozásba. Másrészt minden piaci jellegű, vállalatok közötti alkuban is előtérbe kerül a hatósággal való *közvetett* alkudozás.

A formálisan egymással húzakodó két gazdálkodó valójában annál erősebb szövetségben lép fel a központi „engedmény" érdekében, minél makacsabbul hajthatatlan egymással szemben.

Szabályozóalkuról akkor beszélünk, ha a szabályozóelemek megválasztásánál a hatóság nem korlátok diktálásával igyekszik mintegy negligálni az alku tényét, hanem a nyereségérdekeltség korrekcióin keresztül semlegesíti a vállalatok alkupozíciójából eredő nemkívánatos viselkedési jegyeket. A korrigáló szabályozás valóban alkalmas arra, hogy a vállalatot költséghígítás nélkül rábírja az alkupozíciójából származó lehetőségeiről való lemondásra. De csak annyiban, amennyiben a szabályozás más területeken kompenzálja a lemondásból származó kiesést.

A korrigáló szabályozás tehát közvetett (de egyedi jellegű) eszközökkel ér el adott célt, de a korlátos szabályozás merevségével szemben mértéktartása nem a hatóság semlegességét takarja. Éppen ellenkezőleg. Az egyedien korrigáló szabályozás azt jelenti, hogy a jövedelem jelentős része a költségvetésen folyik keresztül és egyre csökken a piaci hatások jelentősége.

(Beérkezett: 1985. október 4-én.)

IRODALOM

1. ANTAL L.: *Gazdaságirányítási és pénzügyi rendszerünk a reform útján.* Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. Budapest 1985.
2. AVERCH, M.—JOHNSON, L. L.: Behavior of the firm under regulatory constraint. *American Economic Review, 52* (December 1962), pp. 1053—69.
3. BAUMOL, W. J.—KLEVORICK, A. K.: Input choices and rate-of-return, regulation: an overview of the discussion. *Bell Journal of Economics and Management Science,* 1970. 1. pp. 162—190.
4. BRONFENBRENNER, M.: Price control under imperfect competition. *American Economic Review,* March 1947. *37* pp. 107—20.
5. CROSS, J. G.: Incentive pricing and utility regulation. *Quarterly Journal of Economics,* 1970. 2.
6. CROSS, J. G.: Incentive pricing and utility regulation: reply. *Quarterly Journal of Economics, 86.* (1972) pp. 145—147.
7. DOMAR, E. D.: On the optimal compensation of a socialist manager *Quarterly Journal of Economics,* 1974. 1. pp. 1—18.
8. FINSINGER, J.—VOGELSANG, J.: Alternative institutional frameworks for price incentive mechanisms. *Kyklos, 34* (1981) 3. pp. 388—404.
9. HOLTHAUSEN, D. M.: A model of incentive regulation. *Journal of Public Economics,* 12 (1979) pp. 61—73.
10. JAFFEE, B. L.: Incentive pricing and utility regulation: comment. *Quarterly Journal of Economics, 86* (1972) pp. 143—144.
11. KOZMA, G.: Naturális tervezés — vállalati kapcsolatok. *Külgazdaság,* 1982. 6. pp. 3—12.
12. LAKY, T.: Vállalatok alkupozícióban. *Gazdaság,* 1979. 1. pp. 74—91.
13. Murphy, M. M.: Price controls and the behavier of the firm. *International Economic Review, 21* (June, 1980) pp. 285—291.
14. SCHWEITZER, I.: A vállalati szervezet és a gazdasági mechanizmus néhány összefüggése. *Közgazdasági Szemle,* 1981. 7—8. pp. 807—816.
15. SIMON, A.: Az árak és a kínálat szerepe a hiányban. *Közgazdasági Szemle,* 1984. 5. pp. 513—527.
16. WEITZMAN, M. L.: Optimal rewards for economic regulation. *The American Economic Review, 68 (1978)* pp. 683—691.
17. WESTFIELD, F. M.: Regulation and conspiracy. *American Economic Review,* June 1965. pp. 424—443.
18. WIERZBICKI, A. P.: Implementable motivation mechanisms for monopoly and deep disequilibria. *IIASA Working Paper,* pp-81—125. 1981.

BEHAVIOUR OF THE SOCIALIST FIRM UNDER INDIRECT SYSTEM OF CONTROL

Several behavioural properties of the socialist enterprise may be explained on the basis of its bargaining position. Under the conditions of an indirect system of control it develops the financial factors determining working conditions through a bargaining process with the central agencies. Plan-bargaining is replaced by regulator-bargaining. The behavioural model introduced in the paper is built upon the definition of elasticity of agreement. The elasticity of agreement plays an important role in determining the firm's response to control actions. The paper examines two cases of regulatory intervention: the restrictive price regulation and the income regulation correcting profit motivation. It presents the non-cost-minimizing behaviour coming about as a response of the firm.

ПОВЕДЕНИЕ СОЦИАЛИСТИЧЕСКОГО ПРЕДПРИЯТИЯ В СИСТЕМЕ НЕПРЯМОГО УПРАВЛЕНИЯ

Многие особенности поведения социалистического предприятия могут быть объяснены на основе позиции торгов. В условиях системы непрямого управления предприятия создает финансовые факторы, определяющие условия его хозяйственной деятельности, в процессе торгов с центральными органами. На место «торгов из-за плана» встали «торги из-за регуляторов». Вводимая в статье модель построена на дефиниции гибкости в достижении договоренности. Гибкость в достижении договоренности играет важную роль в определении ответной реакции предприятия на попытки регулирующего вмешательства. В статье анализируются два случая регулирующего вмешательства: ценовое регулирование ограничительного характера и регулирование доходов, имеющее характер коррекции заинтересованности в прибыли. Показывается в виде модели складывающееся в качестве ответной реакции поведение предприятия, которое не направлено на минимализацию затрат.

Komlósi Sándor

Másodrendű optimalitási feltételek numerikus vizsgálata

I. Bevezetés

Ez a dolgozat szerves folytatása a Szigmában megjelent egyik cikkemnek [10], amelyben az

$$\begin{aligned} f(x) &\to \max \\ g_i(x) &\leq 0, \quad i = 1, \ldots, m \end{aligned} \tag{1}$$

feltételes szélsőérték-feladatra vonatkozóan a lokális optimalitás egy másodrendű elegendő feltételét és annak különböző ekvivalens alakjait tanulmányoztam a célfüggvény kvázi Hesse-mátrixai segítségével. (Az $f(x)$ célfüggvény és a $g_i(x)$ feltételi függvények az R^n n-dimenziós euklideszi téren értelmezett számértékű függvények.)

Kétszer differenciálható függvény kvázi Hesse-mátrixa a függvény Hesse-mátrixából és gradiens vektorából képezhető egy meglehetősen bonyolult képlet alapján [10, (13) formula]. (A kvázi-Hesse-mátrix fogalma és legfontosabb tulajdonságai megtalálhatók a [9, 10, 11] dolgozatokban.) Ez a bonyolult képzési szabály a kvázi Hesse-mátrixszal kapcsolatos optimalitási kritérium (a kvázi Hesse-mátrix negatív definitsége) gyakorlati alkalmazhatóságát erősen megkérdőjelezi. Ebből fakadtak azok a törekvések, hogy a kvázi Hesse-mátrix negatív definitségével ekvivalens feltételekhez jussunk [10, 11]; azt a célt azonban, hogy számítástechnikailag is viszonylag egyszerűen kezelhető kritériumot találjunk, az eddigiekben még nem sikerült elérni.

Jelen dolgozatban megadjuk a kvázi Hesse-mátrix negatív definitségének egy olyan új kritériumát, amely a numerikus tesztelhetőség szempontjából az eddigi kritériumok közül a legjobb, és ismertetünk egy a tesztelésre vonatkozó pivot-algoritmust.

II. Egy másodrendű optimalitási feltétel különböző változatai

Tekintsük az (1) feladatot. Legyen $f(x)$ kétszer folytonosan differenciálható a feladat x_0 KTL-stacionárius pontjának valamely környezetében. Tegyük fel, hogy a lehetséges programok

$$L = \{x \in R^n \mid g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \ldots, m\}$$

halmaza lokálisan csillagszerű x_0-ban és $\nabla f(x_0) \neq 0$. A $\nabla f(x)$ szimbólum az $f(x)$ függvény gradiens-vektorát jelöli, melyet kényelmi okokból sorvektornak tekintünk. Az R^n tér elemeit viszont — szokás szerint — oszlopvektoroknak tekintjük. (A többi fogalom definíciója [10]-ben megtalálható.)

Korábbi dolgozataimban [9, 10, 11] megmutattam, hogy a következőkben felsorolt feltételek — $\nabla f(x_0) \neq 0$ esetén — egyrészt ekvivalensek az $f(x)$ függvény x_0 pontbeli kvázi Hesse-mátrixai negatív definitségével, másrészt a fenti feltételeket kiegészítve biztosítják, hogy az $x_0 \in L$ KTL-stacionárius pont az (1) feladatnak szigorú lokális optimális megoldása legyen.

A tárgyalandó feltételek megfogalmazásához szükségünk van a következő jelölések bevezetésére: legyenek $u_1, \ldots, u_n \in R^n$ a $\nabla^2 f(x_0)$ Hesse-mátrix ortonormált sajátvektorai; $h_1, \ldots, h_n \in R$ pedig a megfelelő sajátértékek.

Az (F0) *feltétel:*
a $\nabla^2 f(x_0)$ Hesse-mátrix vagy negatív definit, vagy egyetlen egyszeres nemnegatív sajátértéke van (legyen ez h_k) és teljesül a $\nabla f(x_0) u_k \neq 0$ összefüggés, amely a $h_k > 0$ esetben kiegészül a következő egyenlőtlenséggel:

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{(\nabla f(x_0) u_j)^2}{h_j} > 0.$$

Az ($F1$) *feltétel:*
ha $p \in R^n$, $p \neq 0$ és $\nabla f(x_0) p = 0$, akkor $p^T \nabla^2 f(x_0) p < 0$.

Az (F2) *feltétel:*
a $\nabla^2 f(x_0)$ Hesse-mátrix vagy negatív definit, vagy egyetlen egyszeres nemnegatív sajátértéke van (legyen ez h_k) és teljesül a $\nabla f(x_0) u_k \neq 0$ összefüggés, amely a $h_k > 0$ esetben kiegészül még a következővel: az

$$r := (\nabla^2 f(x_0))^{-1} \nabla f(x_0)^T$$

vektorra $\nabla f(x_0) r > 0$ teljesül.

Az (F0) — (F2) feltételek ekvivalenciájának bizonyítása megtalálható a [10, 11] dolgozatokban.

Most megadjuk a vizsgálatunk tárgyát képező új (F3) feltételt.

Az (F3) *feltétel:*
a

$$H = \begin{bmatrix} 0 & \nabla f(x_0) \\ \nabla f(x_0)^T & \nabla^2 f(x_0) \end{bmatrix}$$

„szegélyezett" Hesse-mátrix *nem-szinguláris* és *egyetlen pozitív sajátértéke van.*

Az, hogy az (F1) tulajdonság és a „szegélyezett" Hesse-mátrix bizonyos tulajdonságai között kapcsolat van már régóta ismert [3, 4, 6, 12, 14]. Az említett tulajdonságok a H mátrix minorjaival kapcsolatosak és vizsgálatuk meglehetősen nehézkes.

Az (F0) — (F3) feltételek ekvivalenciájának bizonyításához szükségünk lesz a következő ismert eredményekre.

Lemma. ([5, Theorem 2.9] és [2, Theorem 4.1]) Ha $\nabla f(x_0) \neq 0$, akkor a következő feltételek ekvivalensek:

(C1) *feltétel* (Katzner feltétel):
ha $p \in R^n$ és $\nabla f(x_0) p = 0$, akkor $p^T \nabla^2 f(x_0) p \leq 0$;

($C2$) *feltétel* (Crouzeix—Ferland feltétel):
a $\nabla^2 f(x_0)$ Hesse-mátrix vagy negatív szemidefinit, vagy egyetlen egyszeres pozitív sajátértéke van és létezik olyan $r \in R^n$, hogy $\nabla^2 f(x_0) r = \nabla f(x_0)^T$ és minden ilyen r vektorra $\nabla f(x_0) r \geq 0$;

($C3$) *feltétel* (Ferland feltétel):

a
$$H = \begin{bmatrix} 0 & \nabla f(x_0) \\ \nabla f(x_0)^T & \nabla^2 f(x_0) \end{bmatrix}$$
„szegélyezett" Hesse-mátrixnak pontosan egy pozitív sajátértéke van.

Ezen előkészületek után bebizonyítjuk dolgozatunk fő eredményét.

Tétel. Ha $\nabla f(x_0) \neq 0$, akkor az ($F3$) feltétel ekvivalens az ($F0$) — ($F2$) feltételekkel.

Bizonyítás. Először az ($F1$) $\Rightarrow$ ($F3$) implikációt bizonyítjuk. A Lemma alapján nyilvánvaló az ($F1$) $\Rightarrow$ ($C3$) implikáció helyessége. Tegyük fel, hogy $\nabla f(x_0) \neq 0$ és teljesül az ($F1$) feltétel. Ekkor — a ($C3$) folytán — a H „szegélyezett" Hesse-mátrixnak pontosan egy pozitív sajátértéke van, következésképpen az ($F3$) feltétel teljesüléséhez csupán a H mátrix nem-szingularitását kell bizonyítani.

Legyenek $a \in R$ és $p \in R^n$ tetszőlegesek. Tegyük fel, hogy
$$H \begin{bmatrix} a \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla f(x_0) p \\ a \nabla f(x_0)^T + \nabla^2 f(x_0) p \end{bmatrix} = 0.$$
Ekkor
$$\nabla f(x_0) p = 0, \tag{2}$$
$$a \nabla f(x_0)^T + \nabla^2 f(x_0) p = 0. \tag{3}$$
Ha $p = 0$, akkor $\nabla f(x_0) \neq 0$ miatt $a = 0$. Ha $p \neq 0$, akkor
$$0 = p^T (a \nabla f(x_0)^T + \nabla^2 f(x_0) p) = p^T \nabla^2 f(x_0) p,$$
ami ellentmond az ($F1$) feltételnek. A (2) — (3) egyenletrendszernek tehát csak a triviális $a = 0$, $p = 0$ megoldása van, következésképpen a H mátrix nem-sziguláris. Ezzel az ($F1$) $\Rightarrow$ ($F3$) implikáció bizonyítást nyert.

Most megmutatjuk, hogy az ($F3$) feltétel teljesülése maga után vonja az ($F2$) feltétel teljesülését. A Lemma alapján nyilvánvaló az ($F3$) $\Rightarrow$ ($C2$) implikáció helyessége. Tegyük most fel, hogy $\nabla f(x_0) \neq 0$ és teljesül az ($F3$) feltétel. ($C2$) szerint ekkor a $\nabla^2 f(x_0)$ Hesse-mátrix vagy negatív szemidefinit, vagy egyetlen egyszeres pozitív sajátértéke van és létezik olyan $r \in R^n$ vektor, hogy
$$\nabla^2 f(x_0) r = \nabla f(x_0)^T$$
és minden ilyen r vektorra $\nabla f(x_0) r \geq 0$ teljesül.

Most megmutatjuk, hogy lévén a H „szegélyezett" Hesse-mátrix nemszinguláris, ezért a ($C2$) feltétel mellett a nála erősebb ($F2$) feltétel is teljesül.

(i): Ha $\nabla^2 f(x_0)$ negatív definit, akkor ($F2$) nyilvánvalóan teljesül.

(ii): Vizsgáljuk azt az esetet, amikor $\nabla^2 f(x_0)$ csupán negatív szemidefinit (vagyis nem definit). Legyen $u \neq 0$ a $\nabla^2 f(x_0)$ mátrix 0 sajátértékéhez tartozó

tetszőleges sajátvektor. Mivel H nem-szinguláris, ezért

$$H\begin{bmatrix} 0 \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla f(x_0)u \\ 0 \end{bmatrix} \neq 0,$$

következésképpen $\nabla f(x_0)u \neq 0$, vagyis a $\nabla^2 f(x_0)$ Hesse-mátrix null-alteréhez tartozó bármely $u \neq 0$ vektorra $\nabla f(x_0)u \neq 0$, amiből szükségszerűen következik, hogy $\nabla^2 f(x_0)$ null-altere egydimenziós, azaz a 0 sajátérték egyszeres. Ez egyúttal azt is jelenti, hogy ha $\nabla^2 f(x_0)$ csupán negatív szemidefinit, akkor $(F2)$ teljesül.

(iii): $(C2)$-nek megfelelően annak az esetnek a vizsgálata van hátra, amikor a $\nabla^2 f(x_0)$ mátrixnak egyetlen pozitív sajátértéke van és az egyszeres. Tekintsük a $(C2)$ feltételben szereplő $r \in R^n$ vektort. Mivel

$$H\begin{bmatrix} -1 \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla f(x_0)r \\ -\nabla f(x_0)^T + \nabla^2 f(x_0)r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla f(x_0)r \\ 0 \end{bmatrix} \neq 0,$$

ezért $\nabla f(x_0)r \neq 0$, következésképpen $\nabla f(x_0)r > 0$.

Most megmutatjuk, hogy a vizsgált esetben a 0 nem lehet sajátértéke a $\nabla^2 f(x_0)$ mátrixnak. Ha ugyanis a 0 sajátérték lenne, akkor lenne olyan $u \in R^n$ vektor, amelyre $\nabla^2 f(x_0)u = 0$ és $\nabla f(x_0)u = -\nabla f(x_0)r$.
Ekkor

$$H\begin{bmatrix} -1 \\ r+u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla f(x_0)u + \nabla f(x_0)r \\ -\nabla f(x_0)^T + \nabla^2 f(x_0)r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

ami lehetetlen a H mátrix nem-szingularitása miatt. Tehát a 0 nem lehet sajátértéke a $\nabla^2 f(x_0)$ Hesse-mátrixnak. Ezzel befejeztük az $(F3) \Rightarrow (F2)$ implikáció bizonyítását.

A már ismert $(F0) \Leftrightarrow (F1) \Leftrightarrow (F2)$ ekvivalencia folytán tételünk bizonyítást nyert.

Az $(F3)$ feltétel azért egyszerűbb az előzőeknél, mivel egyetlen sajátértéket, ill. sajátvektort sem kell kiszámítani az ellenőrzésére, csupán a sajátértékek előjel-viszonyait kell meghatározni. Mint a következő részben majd látni fogjuk, ez nem is olyan számításigényes feladat.

III. Szimmetrikus mátrix inerciája és kiszámításának egy lehetséges módja

Legyen H egy m-edrendű szimmetrikus mátrix. Vezessük be a következő mennyiségeket:

$n(H)$ = a H mátrix negatív sajátértékeinek száma multiplicitással együtt,
$z(H)$ = a nulla sajátérték multiplicitása,
$p(H)$ = a H mátrix pozitív sajátértékeinek száma multiplicitással együtt.
Nyilvánvaló, hogy $n(H) + z(H) + p(H) = m$.

Definíció: a H szimmetrikus mátrix *inerciá*ja alatt az

$$In\ H := (n(H), z(H), p(H))$$

rendezett számhármast értjük.

Az inercia fogalmának bevezetésével az ($F3$) feltétel a következő módon is megadható: ha H a „szegélyezett" Hesse-mátrix, akkor

$$In\, H = (n, 0, 1).$$

Az ($F3$) feltétel vizsgálatához tehát elegendő a H mátrix inerciáját kiszámítani.

A továbbiakban ismertetjük R. W. COTTLE algoritmusát szimmetrikus mátrix inerciájának meghatározására [1]. Az algoritmus E. V. *Haynsworth* inerciatételén alapszik. A tétel megfogalmazásához szükségünk van a particionált mátrixokra (hipermátrixokra) vonatkozó Schur-komplemens fogalmára.

Tekintsük az M mátrixot a következőképpen particionált alakban:

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}. \tag{4}$$

Ha az A mátrix kvadratikus és nem-szinguláris, akkor a

$$D - CA^{-1}B$$

mátrixot az A mátrix M-re vonatkozó *Schur-komplemens*ének nevezzük és $(M \mid A)$-val jelöljük. Az $(M \mid A)$ Schur-komplemens mátrixszal a legkülönfélébb problémák kapcsán találkozhatunk, leggyakrabban azonban a rendes vagy „általánosított" Gauss-elimináció alkalmazásakor [1].

A Haynsworth-féle inercia tétel [7]: Legyen M szimmetrikus mátrix. Tegyük fel, hogy (4) szerint particionált alakjában az A mátrix invertálható. Érvényes ekkor a következő összefüggés:

$$In\, M = In\, A + In\, (M \mid A). \tag{5}$$

A későbbiek szempontjából szükségünk van az (5) inercia-formula néhány speciális alakjára.

1. eset: $A = [m_{11}]$, ahol $m_{11} \neq 0$. Ha $m_{11} < 0$, akkor

$$In\, M = (1, 0, 0) + In\, (M \mid A), \tag{6i}$$

ha $m_{11} > 0$, akkor

$$In\, M = (0, 0, 1) + In\, (M \mid A). \tag{6ii}$$

2. *eset:*

$$A = \begin{bmatrix} 0 & m_{12} \\ m_{21} & 0 \end{bmatrix},$$

ahol $m_{12} = m_{21} \neq 0$. Ekkor

$$In\, M = (1, 0, 1) + In\, (M \mid A). \tag{7}$$

3. *eset:* az $(M \mid A)$ Schur-komplemens k-adrendű zeró mátrix. Ekkor

$$In\, M = In\, A + (0, k, 0). \tag{8}$$

Az ismertetendő algoritmus az inerciának még egy további tulajdonságát használja ki: az inercia a mátrix principális átrendezésével szemben invariáns. *Principális átrendezés*en a mátrix sorainak és oszlopainak olyan átrendezését értjük, amikor a sorok és oszlopok azonos módon permutálódnak.

A Cottle-féle algoritmusban szerepet kap a szimmetrikus mátrixok következő tulajdonságok szerinti osztályozása: az M szimmetrikus mátrix a következő tulajdonságok közül pontosan eggyel rendelkezik:
($T1$) diag $M \neq 0$;
($T2$) diag $M = 0$, de $M \neq 0$;
($T3$) $M = 0$.
Ezen elők észületek után rátérünk a Cottle-féle algoritmus ismertetésére.

A Cottle-féle algoritmus [1]:
Legyen H m-edrendű szimmetrikus mátrix. Az algoritmus a H inerciáját számítja ki véges számú lépésben az (6)—(7)—(8) inercia-formulák segítségével.
Az algoritmus formalizálhatósága okán értelmezzük az üres mátrix foalgmát, melyet jelöljön $\emptyset$ és fogadjuk el rá vonatkozóan a következőket:

$$In\,\emptyset = (0,0,0); \quad (H \mid \emptyset) = H; \quad (H \mid H) = \emptyset. \tag{9}$$

Jelölje $H^{(k)}$ az algoritmus során kiszámításra kerülő k-adik Schur-komplemenst, H_k pedig a k-adik pivot-blokkot. Legyen

$$H^{(0)} = H \quad \text{és} \quad H_0 = \emptyset.$$

KEZDET: Legyen $k = 0$.
INERCIASZÁMÍTÁS: Kiszámítjuk az

$$s_k = \sum_{i=0}^{k} In\,H_i$$

összeget. Ha $H^{(k)} = \emptyset$, akkor $In\ H = s_k$ és STOP. Ha a $H^{(k)}$ Schur-komplemens (Ti) tulajdonságú, akkor menjünk az i-edik LÉPÉS-re.
1. *LÉPÉS:* a principális átrendezhetőségről mondottak alapján feltehető, hogy $h_{11}^{(k)} \neq 0$. Legyenek

$$H_{k+1} = [h_{11}^{(k)}] \text{ és}$$
$$H^{(k+1)} = (H^{(k)} \mid H_{k+1}) \,.$$

A (6i)—(6ii) formulák szerint kiszámítjuk $In\ H_{k+1}$-et, k helyére $k + 1$-et teszünk és visszatérünk az INERCIASZÁMÍTÁShoz.
2. *LÉPÉS:* feltehetjük, hogy $h_{12}^{(k)} = h_{21}^{(k)} \neq 0$. Legyenek

$$H_{k+1} = \emptyset,$$
$$H_{k+2} = \begin{bmatrix} 0 & h_{12}^{(k)} \\ h_{21}^{(k)} & 0 \end{bmatrix},$$
$$H^{(k+1)} = (H^{(k)} \mid H_{k+1}) = H^{(k)},$$
$$H^{(k+2)} = (H^{(k)} \mid H_{k+2}).$$

A (9) formula szerint $In\ H_{k+1} = (0, 0, 0)$, a (7) formula szerint $In\ H_{k+2} = (1, 0, 1)$. k helyére $k + 2$-t teszünk és visszatérünk az INERCIASZÁMÍTÁShoz.
3. *LÉPÉS:* Ebben az esetben $H^{(k)} = 0$. Mivel $H^{(k)}$ $(m - k)$-adrendű zéró mátrix, ezért a (8) formula szerint

$$In\ H = s_k + (0, m - k, 0).$$

STOP: H inerciájának meghatározása véget ért.

Az ($F3$) feltétel számításigénye a [2] dolgozat szerint kisebb, mint az ($F1$), ill. ($F2$) feltételeké. Igaz ugyan, hogy J.-P. Crouzeix és J. A. Ferland a ($C1$)—($C3$) feltételeket hasonlították össze, de nyilvánvaló, hogy az általuk tett megállapítások érvényben maradnak az ($F1$) — ($F3$) feltételek vonatkozásában is. Hogy az ($F0$) feltétel lényegesen számításigényesebb, mint az ($F3$), az minden különösebb számítás nélkül is nyilvánvaló.

IV. Példák

1. Tekintsük az

$$f(x) = x_1 x_2 x_3 \to \max$$
$$g(x) = x_1 + 3x_2 + 9x_3 - 9 \leq 0$$

nemlineáris programozási feladatot. Tekintett feladatnak az $x_0 = \left(3, 1, \frac{1}{3}\right)$ pont KTL-stacionárius pontja, mivel $\nabla f(x_0) = \frac{1}{3} \nabla g(x_0)$ és az egyetlen feltétel x_0-ban aktív. Tekintsük a célfüggvény x_0 pontbeli „szegélyezett" Hesse-mátrixát:

$$H = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & 1 & 3 \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 1 \\ 1 & \frac{1}{3} & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Számítsuk ki $In\ H$-t. Mivel a H mátrix ($T2$) tulajdonságú, ezért az algoritmus kezdő lépései a következők:

$$H_0 = H_1 = \emptyset \text{ és } H_2 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix}.$$

Kiszámítjuk a $H^{(2)}$ Schur-komplemenst:

$$H^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -3 & -18 \end{bmatrix}.$$

Mivel a $H^{(2)}$ Schur-komplemens ($T1$) tulajdonságú, ezért a következő pivot blokk lehetséges választása:

$$H_3 = [-2].$$

A $H^{(3)}$ Schur komplemensre és a H_4 pivot blokkra a következő adódik:

$$H^{(3)} = H_4 = \left[-\frac{9}{2}\right].$$

Mivel $H^{(4)} = \emptyset$, ezért az eljárás véget ért;

$$In\,H = In\,H_2 + In\,H_3 + In\,H_4 = (1, 0, 1) + (1, 0, 0) + (1, 0, 0,) = (3, 0, 1).$$

A H „szegélyezett" Hesse-mátrix tehát nem-szinguláris és egyetlen pozitív sajátértéke van. A vizsgált szélsőértékfeladat $x_0 = \left(3, 1, \frac{1}{3}\right)$ KTL-stacionárius pontjában tehát teljesül a lokális optimalitás ($F3$) elégséges feltétele, vagyis az x_0 pont szigorú lokális maximum-helye a feladatnak.

2. Az ($F0$) — ($F3$) feltételekkel kapcsolatban felmerül a kérdés, hogy a lokális optimalitásnak ezen elégséges feltételei „milyen messze vannak" a szükségességtől? A következő feladatpár mutatja, hogy lehetnek „igen messze" is!

A. feladat:

$$f(x) = x_1 x_2 \ldots x_n \to \max$$
$$x_i \leq 1, \quad i = 1, \ldots, n;$$

B. feladat:

$$f(x) = x_1 x_2 \ldots x_n \to \min$$
$$x_i \geq 1, \quad i = 1, \ldots, n.$$

Nyilvánvaló, hogy az $x_0 = (1, 1, \ldots, 1)$ pont mindkét feladatnak lokális szigorú optimumpontja. Nyilvánvaló továbbá, hogy mindkét feladatnak ugyanaz az x_0 ponthoz tartozó H „szegélyezett" Hesse-mátrixa. Egyszerű számítással ellenőrizhető, hogy

$$In\,H = (n, 0, 1), \tag{10}$$

vagyis az A. feladat x_0 optimális pontjában teljesül az ($F3$) feltétel.

Az ($F3$) feltétel a B. feladatra vonatkozóan az lenne, hogy $In\,H = (1, 0, n)$, ez azonban „elég messze" van a tényleges helyzettől (10)-től.

Ismeretes azonban, hogy a szigorúan pszeudokonkáv célfüggvényű (1) feladatokra az ($F0$) — ($F3$) feltételek (egyes degenerált esetek kivételével) szükségesek is. Egészen pontosan: ebben az esetben a ($C1$) — ($C3$) feltételek a lokális optimalitás szükséges feltételei [9, 11].

(Beérkezett: 1985. október 3-án.)

IRODALOM

1. Cottle, R. W.: Manifestations of the Schur complement. *Linear Algebra and Appl.*, 8 (1974) 189—211.
2. Crouzeix, J.—P., Ferland, J. A.: Criteria for quasiconvexity and pseudoconvexity: relationships and comparisons. *Mathematical Programming*, 23 (1982) 193—205.
3. Debreu, G.: Definite and semidefinite quadratic forms. *Econometrica 20* (1952) 295—300.

4. FAREBROTHER, R. W.: Necessary and sufficient conditions for a quadratic form to be positive whenever a set of homogenous linear constraints is satisfied. *Linear Algebra and its Applications, 16* (1977) 39–42.
5. FERLAND, J. A.: Matrix-theoretic criteria for the quasi-convexity of twice continuously differentiable functions. *Linear Algebra and Appl.*, 38 (1981) 51–63.
6. HANCOCK, M.: *Theory of maxima and minima.* Ginn, Boston, 1917; Dover, New York, 1950.
7. HAYNSWORTH, E. V.: Determination of the inertia of a partitioned hermitian matrix. *Linear Algebra and Appl.*, 1 (1968) 73–81.
8. KOMLÓSI, S.: Second order characterization of pseudoconvex and strictly pseudoconvex functions in terms of quasi-Hessians. In: *Contributions to the theory of optimization*, Ed.: Forgó F., Karl Marx University of Economics Budapest, DM 83–2 (1983) 19–45.
9. KOMLÓSI, S.: Néhány adalék a kvázikonvex függvények elméletéhez. *Alk. Mat. Lapok, 10* (1984) 103–113.
10. KOMLÓSI, S.: Matematikai programozási feladatok optimalitási kritériumairól. *Szigma*, 17 (1984) 257–267.
11. KOMLÓSI, S.: Secon dorder conditions of generalized convexity and local optimality in nonlinear programming: the quasi-Hessian approach. *Studia Oeconomica Auctoritate Universitatis Pécs Publicata*, Pécs, 1985.
12. MANN, H. B.: Quadratic forms with linear constraints. *Amer. Math. Monthly, 50* (1943) 430–433.
13. MARTOS, B.: *Nonlinear programming: theory and methods.* Akadémiai Kiadó, Budapest, 1975.
14. SAMUELSON, P. A.: *Foundations of economic analysis*, Harvard U. P., Cambridge, Mass.–1947.

NUMERICAL STUDY OF SECOND-ORDER OPTIMALITY CONDITIONS

The paper investigates four – mutually equivalent – second-order optimality conditions relating to a non-linear programming problem constrained by inequalities. Three of the four conditions – F0, F1 and F2 – have been known for some time. One of the main results of the paper is to prove that the fourth condition (F3) is equivalent to the former ones. This condition requires that the so-called bordered Hessian be non-singular with a single positive eigenvalue. Its fulfilment can much more easily be checked numerically than that of the other equivalent conditions. The paper also reviews R. W. Cottle's pivot-algorithm which is suited for determining the inertia of a symmetrical matrix and thus is also suited for checking the fulfilment of the F3 optimality condition. The paper demonstrates the operation of Cottle's algorithm with a simple numerical example.

ЧИСЛОВОЙ АНАЛИЗ ВТОРОСТЕПЕННЫХ УСЛОВИЙ ОПТИМИЗАЦИИ

В работе анализируются четыре — эквивалентные между собой — второстепенные условия оптимизации относительно ограниченной неравенствами нелинейной задачи программирования. Из четырех условий три (F0, F1 и F2) известные давно. Одним из основных результатов работы является доказательство того, что четвертое условие F3 эквивалентно предыдущим. Значение условия F3 (т. н. ограниченная матрица Хессе, несингулярная и имеющая единственную положительную собственную величину) состоит в том, что его выполнение может быть гораздо легче проконтролировано в числовом выражении, чем в случае остальных.

В статье представлен опорный алгоритм Р. В. Коттле который пригодин для определении инерции симметричной матрицы, и благодаря этому пригоден и для контроля выполнения условий оптимизации F3. С помощью простого числового примера в работе показывается функционирование алгоритма Коттле.

FOGALMAK ÉS MÓDSZEREK

Simonovits András

Gazdasági rendszerek kaotikus dinamikája

1. Bevezetés

Jól ismert a fizika történetéből a laplace-i determinizmus elve: Ha ismerjük egy dinamikus rendszer mozgástörvényét és állapotát egy adott időpontban, akkor kiszámíthatjuk a rendszer állapotát bármely későbbi időpontban. Valóban, ez a megközelítés hatalmas eredményeket hozott a fizikában és más természettudományokban, s joggal váltotta ki a társadalomtudósok irigységét.

A legutóbbi évtizedek fejlődése azonban alapvetően módosította a laplace-i világképet. Kiderült, hogy még a látszólag olyan szabályosan mozgó Naprendszerről sem lehet egyszerűen eldönteni, hogy a következő három alternatíva közül melyiket követi, ha a vizsgálatokat kiterjesztjük az „idők végezetéig": 1. megőrzi jelenlegi szerkezetét; 2. egyes nagy bolygók a Napba hullanak, 3. a Naprendszer szétesik, azaz legalább egy nagybolygó elhagyja a Napot. Vagyis a klasszikus megközelítés csak viszonylag rövid távon használható minden további korrekció nélkül, viszonylag hosszú távon már minőségileg új jelenségek léphetnek föl. Példánknál maradva, a Naprendszer viselkedését az előttünk álló évezredekre nagyon pontosan le tudjuk írni; s a minőségi változást ki tudjuk zárni. Évmilliárdokra előre viszont előfordulhatnak minőségi változások.

Közkeletűbb példával élve: mi okozza az örvényeket? Hogyan lehet, hogy időben változatlanul hömpölygő víztömeg egy bizonyos ponton időben összevissza csapódó örvénnyé változik át?

A matematikusok csupán a legutóbbi két évtizedben találták meg a szóban forgó kérdések megoldásához szükséges matematikai eszközöket. A közgazdaságtanban pedig csak a vizsgálat elején tartunk: mindössze néhány cikk próbálta meg, hogy a kaotikus dinamika elméletének legegyszerűbb modelljeit közgazdasági köntösbe öltöztesse.

Ebben a dolgozatban az Olvasónak minél egyszerűbben szeretném elmagyarázni, hogy mi a kaotikus dinamika, és hogy mit nyújt jelenleg a közgazdaságtan számára. Bár matematikai kérdéseket vizsgálunk, nem törekszünk kimerítő és pontos leírásra. A témakör iránt részletesebben érdeklődőknek az irodalomjegyzékben közölt forrásokat ajánlom, különösen a Szépfalussy és Tél szerk. (1982) *A káosz* c. kötetet.

A dolgozat szerkezete a következő: A 2. fejezet elemi matematikai ismereteket tartalmaz a dinamikus rendszerekről. A 3. fejezet a fizikában, demográfiában és közgazdaságtanban egyaránt fontos szerepet játszó logisztikus modellről szól, ahol a káosz kialakulása viszonylag egyszerűen tanulmányozható. A 4. fejezet a linearitás és közgazdasági dinamika kapcsolatáról szól. Az 5. fejezet Pohjola (1981) ciklusmodelljét ismerteti, amely kaotikus viselkedést ábrázol. A 6. fejezet Montrucchio (1982) kaotikus árdinamikára vonatkozó eredményeit foglalja össze. Végül a 7. fejezet más olyan közgazdasági modelleket vázol, amelyek szintén a káosszal foglalkoznak.

Köszönetet mondok *Krámli András*nak a cikk lektorálásakor nyújtott segítségéért.

2. Elemi tudnivalók a dinamikus rendszerekről

Alapfogalmak

Ebben a fejezetben röviden összefoglaljuk a dinamikus rendszerekre vonatkozó elemi tudnivalókat, amelyekre a továbbiakban még szükség lesz.

Egyszerűség kedvéért a dolgozat folyamán szinte mindvégig a lehető legegyszerűbb dinamikus rendszer vizsgálatára szorítkozunk, ahol skalár valós szám jellemzi a rendszer állapotát. A rendszer *diszkrét idejű*, az időváltozó $t = 0,1,2,\ldots$. A rendszer állapotát a t-edik időszakban x_t jelöli, a megengedett állapotok halmaza a $[0, 1]$ zárt intervallum. A rendszer x_t állapota kizárólag az előző időszakbeli állapottól, x_{t-1}-től függ, s e függés időben állandó és folytonosan differenciálható:

$$x_t = f(x_{t-1}), \qquad x_0 \text{ adott.} \tag{2.1}$$

Föltesszük még, hogy az f függvény az egységintervallumot önmagába képezi le, következésképpen az állapot mindig megengedett marad, ha előzőleg az volt.

Mivel az x_0 kezdő állapot adott, (2.1) ismételt alkalmazásával meghatározható: $x_1, x_2, \ldots x_t, \ldots$

A dinamikus rendszerek matematikai elemzésében kitüntetett szerepe van a *hosszú távú*, ún. aszimptotikus vizsgálatoknak. Mi történik a rendszerrel, ha az indulástól már nagyon sok idő telt el? A rövid távú megközelítés több okból is háttérbe szorul: 1. az állapot rövid távú viselkedését nehezebb elvont analitikus eszközökkel vizsgálni, mint a hosszú távút, az ún. átmeneti, tranziens jelenségek miatt; 2. rövid távú elemzéseknél a numerikus eszközök sokkal jobban használhatók, mint hosszú távúaknál. Mindenesetre megjegyezzük, hogy a hosszú távú megközelítés sokkal kevésbé fogadható el a közgazdaságtanban, mint a természeti-műszaki tudományokban, mivel a rendszer mozgástörvénye az előbbi esetben sokkal gyorsabban változik.

Egyensúly

Mielőtt a hosszú távú vizsgálatra rátérnénk, bevezetjük az egyensúlyi állapot fogalmát. Az x^* állapot *egyensúlyi* állapot, ha a rendszert onnan indítva, a rendszer ott is marad:

$$x^* = f(x^*). \tag{2.2}$$

A rendszernek lehet egy vagy több egyensúlyi állapota, sőt az is lehetséges, hogy nincs egyensúlyi állapota.

Stabilis egyensúly

A fent említett aszimptotikus vizsgálatok általában azt vizsgálják, hogy az idő múlásával tart-e a rendszer állapota valahová. Ha tart, azaz a rendszer *stabilis*, akkor ez az állandósult állapot nyilvánvalóan egyensúlyi állapot. Ekkor azt mondjuk, hogy az x^* egyensúlyi állapot stabilis.

A matematikai analízisből jól ismert, hogy egy egyváltozós dinamikus rendszer egyensúlyi állapota akkor és csak akkor (lokálisan aszimptotikusan) stabilis, ha teljesül

$$|f'(x^*)| < 1. \tag{2.3}$$

Bizonyítás helyett csak annyit jegyzünk meg, hogy (2.3) esetén az f függvény az x^* pont környezetében kontrakció, azaz a leképezés összehúzza a közeli pontokat; tehát stabilis mozgást gerjeszt. Ha (2.3) nem teljesül, akkor a közeli pontok a leképezés után távolodnak egymástól, tehát instabil az egyensúly.

Bonyolultabb a helyzet az egyensúlyi ponttól távolabb eső állapotokkal: előfordulhat, hogy a lokálisan stabilis egyensúly globálisan instabil, ui. a távoli pontok nem tartanak egymáshoz, tehát az egyensúlyhoz sem.

További bonyodalmakat okoz, ha több egyensúlyi pont létezik.

Ciklus

Mind a természetben, mind a társadalomban gyakran találkozunk az egyensúly hiányával; gondoljunk csak a Föld Nap-körüli pályájára vagy a beruházási ciklusokra. Mindkét példában valami szabályszerűséggel állunk szemben, de jóval bonyolultabb szabályossággal, mint az egyensúlynál.

Mindenekelőtt formálisan definiáljuk a ciklus fogalmát. Az $\{x_t^*\}$ pálya *ciklikus*, ha van olyan T természetes szám, amely nagyobb, mint 1, és amelyre igaz, hogy minden állapot megismétlődik T időszak múlva:

$$\begin{gathered} x_{aT+b}^* = x_b^* \text{ minden } a \text{ természetes számra, és minden } b\text{-re,} \\ \text{amelyre } 0 \leq b \leq T-1. \end{gathered} \tag{2.4}$$

Figyelemre méltó, hogy a ciklikus pálya egy egyszerű fogással visszavezethető az egyensúlyi állapotra. Vezessük be az f függvény *k-adik iteráltját*, ahol k egy tetszőleges természetes szám:

$$f^{(1)}(x) = f(x), \ldots, f^{(k)}(x) = f[f^{(k-1)}(x)]. \tag{2.5}$$

Azaz (2.1) ismételt alkalmazásával

$$x_t = f^{(t)}(x_0). \tag{2.6}$$

Könnyen belátható, hogy egy T-periódusú ciklus nem más, mint a T-edik iterált függvény T különböző egyensúlyi pontjának sorozata:

$$x_0^* = f^{(T)}(x_0^*),\ x_1^* = f^{(T)}(x_1^*), \ldots, x_{T-1}^* = f^{(T)}(x_{T-1}^*). \tag{2.7}$$

Stabilis ciklus

Az egyensúlyi állapot stabilitásához hasonlóan beszélhetünk a ciklikus pálya stabilitásáról. A ciklikus pályát *stabilisnak* nevezzük, ha a pálya közeléből induló pályák konvergálnak a ciklikus pályához, azaz

$$\lim_{a\to\infty} x_{aT+b} = x_b^*,\ b = 0, 1, 2, \ldots, T-1. \tag{2.8}$$

A (2.3) stabilitási tétel általánosításaként adódik, hogy egy ciklikus pálya akkor és csak akkor (lokálisan aszimptotikusan) stabilis, ha

$$|f^{(T)'}(x_0^*)| < 1, \tag{2.9}$$

ahol $f^{(T)'}(x_0^*) = f'(x_0^*)f'(x_1^*) \dots f'(x_{T-1}^*)$.

Lineáris rendszerek

Az eddig elmondottak különösen szemléletessé válnak a legegyszerűbb esetben, amikor a leképezés *lineáris:*

$$f(x) = Ax + B. \tag{2.10}$$

Feltesszük, hogy $0 \leq A + B \leq 1$, $0 \leq B \leq 1$, mert a $[0,1]$ intervallumot önmagába leképező függvényekre szorítkozunk. (Valóban, $f(1) = A + B$ és $f(0) = B$.) Az egyensúlyi pont: $x^* = B/(1-A)$, s ez az $0 \leq A < 1$ feltevés miatt mindig stabilis. (Az $A = 1$ és $B = 0$ esetben minden pont egyensúlyi pont — de ez az eset érdektelen.)

Milyen ciklikus pályák lehetségesek? Nem nehéz belátni, hogy egyetlen egy esetben lehet ciklus, ha $f(x) = -x+1$. Kellemetlen, hogy csak két-periódusú ciklust tudunk lineáris függvényekkel származtatni, ekkor viszont minden pont cikluspont: x párja $1-x$.

Összefoglalva: ha lineáris függvényekre szorítkozunk, akkor nagyon szegényes a választék: 1. stabilis egyensúly vagy 2. kivételként két peródusú ciklus. Ha az életből ismert hosszabb ciklusokat vagy a bonyolultabb pályákat matematikailag meg akarjuk magyarázni, meg kell szabadulnunk a lineáris modellek kényszerzubbonyától.

3. A logisztikus modell és a kaotikus dinamika

Kissé hosszúra nyúlt előkészítésünk után szeretném bemutatni a dolgozat tulajdonképpeni tárgyát: a kaotikus dinamikát. Ehhez a legegyszerűbb keretnek az ún. *logisztikus* modell szolgál.

Ezt a modellt SZÉPFALUSSY és TÉL szerk. (1982. 71–95. o.) nyomán ismertetjük. Dinamikus rendszerünket az

$$x_{t+1} = rx_t(1 - x_t), \quad t = 0, 1, 2, \dots, x_0 \text{ adott}; \tag{3.1}$$

egyenlet írja le, ahol x_t a rendszer állapotváltozója és r az ún. kontroll paraméter. Mivel x_t 0 és 1 közötti pozitív szám, r is pozitív és legfeljebb 4.

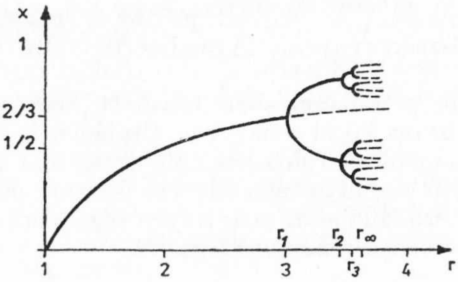
A (3.1) egyenletnek két egyensúlyi pontja van:

$$x_1^* = 0 \text{ és } x_2^* = (r - 1/r. \tag{3.2}$$

A (2.3) feltétel szerint a nem-triviális x_2^* egyensúlyi pont akkor és csak akkor stabilis, ha a kontroll paraméterre teljesül

$$r_0 = 1 \leq r < 3 = r_1 \tag{3.3}$$

Mi történik, ha $r \geq 3$? Belátható, hogy ekkor a rendszernek van egy kétperiódusú ciklusa, amelyet $\{x_3^*, x_4^*\}$ jelöl.



1. ábra. A logisztikus leképezés stabil (——) és instabil (----) határciklusainak pontjai a kontrollparaméter függvényében (Szépfalussy—Tél szerk. (1982) 17. 6. ábra)

Felvetődik a kérdés: Ha az egyensúlyi pontok instabilak, stabilis-e legalább a ciklus? A válasz a (2.9) feltételből vezethető le: A ciklus akkor és csak akkor stabilis, ha teljesül

$$r_1 = 3 \leq r < 1 + \sqrt{6} = r_2. \tag{3.7}$$

Alapvető fontosságú, hogy az r_1 pontban az addig stabilis x_2^* egyensúlyi pont instabillá vált, *kettévált* (bifurkált), és egy stabil $\{x_3^*, x_4^*\}$ ciklus jött létre.

Belátható, hogy a kontroll paraméter további növelésével először 4, majd 8 stb. periódusú, globálisan stabilis ciklikus pályák jönnek létre, az eggyel előző stabilis ciklus pontjainak a kettéválásával; természetesen a kisebb periódusú, instabil pályák megmaradnak.

Figyelemre méltó, hogy egyre kevésbé kell a kontroll paramétert növelni ahhoz, hogy az újabb stabilis ciklus kiugorjon az előző ciklusból. Számítógépes számítások szerint $r_\infty = 3{,}57$ körüli értékhez konvergálnak e kritikus kontroll paraméterek. Ezen paraméternél már az összes 2^k periódusú ciklus megjelenik és mindegyik instabil.

Mi történik az r_∞ küszöbérték átlépésekor? Megjelennek bizonyos páratlan periódusú ciklusok, a Sarkovszkij által meghatározott sorrendben. Az utolsó ciklus a három-periódusú ciklus, amelynek az a nevezetes tulajdonsága van Sarkovszkij szerint (lásd Li és Yorke, 1975), hogy bármely periódusú ciklus létezését szavatolja. Próbáljuk elképzelni, milyen bonyolultan viselkedik egy rendszer, amelyben — a kezdőponttól függően — tetszőleges fajtájú periodikus mozgás fellelhető. „Rengeteg" olyan pálya lesz, amelyek egymáshoz nagyon közelről indulnak, majd eltávolodnak, majd megint közelednek stb.

A klasszikus elméletből megszokott, szépen rendezett trajektóriákat esetünkben vadul kígyózó pályák szorítják ki. Bár determinisztikus rendszerrel állunk szemben, a viselkedése statisztikailag megkülönböztethetetlen egy igazi véletlen rendszertől. Ledőlnek hát az eddig szilárdnak hitt válaszfalak a determinisztikus és a sztochasztikus modellek között.

A pontosság kedvéért azonban meg kell említeni, hogy a szóban forgó válaszfalak valójában sohasem voltak szilárdak. Gondoljunk csak a kockadobásra vagy a rulettre, amelyek nyilvánvalóan *determinisztikus* mechanikai rendszerek, ugyanakkor a legtisztább *sztochasztikus* viselkedés jellemzi őket, s ez teszi lehetővé a szerencsejátékokban való alkalmazásukat. Igaz, de ezek a rendszerek nagyon nagy szabadságfokú és nagyon bonyolult egyenletű rendszerek.

Ezzel szemben a dolgozatban tárgyalt példák a lehető legegyszerűbb (kis szabadságfokú és logisztikus egyenletű) rendszerre mutatták meg a válaszfalak ingatagságát.

S ezzel eljutottunk a Bevezetésben felvetett kérdésre adott válaszhoz: A laplace-i determinizmus közel sem olyan általános érvényű, mint azt akár két-három évtizede gondolták volna. Számos olyan matematikai rendszert ismerünk, amely minden szabályossága ellenére is kaotikusan viselkedik: hiába ismerjük a rendszer kezdőállapotát akármilyen *véges* pontossággal, hosszú távra nem tudjuk megjósolni a rendszer állapotát.

4. Nem-lineáris dinamikus modellek a közgazdaságtanban

Az előző fejezetek matematikai fejtegetéseiből kiderült, hogy egy látszólag olyan ártatlan, technikai jellegű feltevés, mint a *linearitás* mennyire megszorító lehet, kizárván a ciklikus és a kaotikus viselkedést.

A most következő fejezetekben néhány dinamikus közgazdasági modellt elemzünk — különös tekintettel a kaotikus dinamikára. Mindenekelőtt szükséges lesz néhány modellt felsorolni, s megvilágítani, hogy a linearitási feltevés feladása milyen gyökeres változásokat hoz e modellekben.

Az első dinamikus közgazdasági modellek a harmincas-negyvenes években születtek. Dolgozatunk szempontjából három modellt emelünk ki: 1. A beruházási ciklus FRISCH-féle modellje; 2. az árdinamika SAMUELSON-féle (1947) modellje és 3. METZLER készletciklus modellje.

A felsorolt modellek mindegyike *lineáris*, ezért a modellek kizárólag az egyensúly megfelelő közelében érvényesek. A dinamikus elemzés továbbfejlesztése során elkerülhetetlenné vált a *nem-lineáris* függvények bevezetése, s ezzel párhuzamosan a *lokális* megközelítés felváltása *globálissal*.

Hogyan valósult meg e folyamat a felsorolt három modellnél?

1. A beruházási ciklus Frisch-féle modelljében a determinisztikus és lineáris alapmodellt sztochasztikus zavarok befolyásolják. Az alapmodell önmagában stabilis lenne (csillapítva oszcillálna), de a szochasztikus zavarok hatására rejtett periódusú ciklikus pálya keletkezik. (A pontosság kedvéért megemlítjük, hogy a szóban forgó modelleknél késleltetések lépnek fel, ezért a korábbi fejezetekben említett rendszereknél általánosabbakról van most szó.)

HICKS (1950) a fenti modellből elhagyta a sztochasztikus zavarokat, és alsó és felső korlátok bevezetésével megszüntette a modell linearitását. Hicks feltette, hogy az alapmodell — természetesen más paraméterek mellett mint Frisché voltak — önmagában robbanóan instabil lenne, csak a teljes foglalkoztatás és a bruttó beruházás nem-negativitása tartja korlátok közt a nemzeti jövedelem ingadozását. A modell bizonyos feltevések mellett ciklikus pályát származtat, de általában nem zárható ki — sőt, minden bizonnyal valószínűsíthető — kaotikus dinamika létrejötte.

2. Az árdinamika Samuelson-féle modelljének alapegyenlete eredetileg nemlineáris volt: árváltozás = reakciósebesség szorozva túlkereslet, ahol a túlkereslet a régi ár nem-lineáris függvénye. A témakör úttörői nem tudtak megbirkózni a nem-lineáris dinamika által okozott nehézségekkel, ezért feltették, hogy az egyensúly közeléből indul és az egyensúly közelében marad mindvégig

a rendszer. Ekkor linearizálhatták a túlkeresleti függvényt, s lineáris algebrai eszközökkel elégséges feltételt adtak az árdinamika stabilitására. Ciklikus megoldás csak kivételként fordulhatott elő lineáris rendszerükben, s az egyensúlytól elvándorló rendszerek pedig a lokális megközelítés miatt kívül rekedtek a vizsgálatokon.

Az ötvenes évek végén ARROW—BLOCK—HURWICZ (1959) klasszikus cikkükben kiterjesztették az árdinamika elemzését a lineárisról a nem-lineáris esetre, s a lokális megközelítést globálissal váltották fel. Jellemző módon foglyai maradtak a stabilitásnak, lelkük mélyén ugyanis nem is érdekelte őket az instabilitás (v.ö. SIMONOVITS, 1981).

A Hicks-i elmélettel való párhuzam miatt említjük meg, hogy a globális megközelítés még tisztán lineáris túlkeresleti függvénynél is megkövetelte volna a linearitás föladását, mert az eredeti áregyenlet negatív új árat is adhatott nulla régi ár és nagy túlkínálat esetén. Ezt elkerülendő a módosított áregyenlet nulla új árat ad, ha az eredeti áregyenlet negatív új árat adna.

3. A készletciklus Metzler-féle modellje ugyanolyan problémákat vet fel, mint a beruházási ciklusé, ezért felesleges részletekbe menni.

5. Ciklus és káosz

POHJOLA (1981) cikkében egy olyan ciklusmodellt vezetett be, amely visszavezethető volt az előző fejezetben tanulmányozott logisztikus modellre, következésképpen bizonyos paraméterek mellett a ciklus káoszba ment át.

Lássuk a modellt! GOODWIN (1967) klasszikus ciklusmodelljéből indult ki Pohjola. [Goodwin modelljét egyébként BRÓDY (1980) más irányba fejlesztette tovább.] A gazdaságban egy terméket állítanak elő, amelyet vagy elfogyasztanak, vagy beruháznak. A munkaerő (N_t) növekedési üteme n, a munkatermelékenység (Y_t/L_t) növekedési üteme σ, és a tőke per termelés hányados $= K_t/Y_t = \mu$. A munkások bérüket fogyasztásra fordítják, a tőkések profitjukat beruházzák.

Legyen A_t a munkások részesedése a termelésből. Ekkor a tőkeállomány változását a következő egyenlet határozza meg:

$$K_{t+1} - K_t = (1 - A_t) Y_t. \tag{5.1}$$

Vezessük be a foglalkoztatási hányadot:

$$E_t = L_t/N_t. \tag{5.2}$$

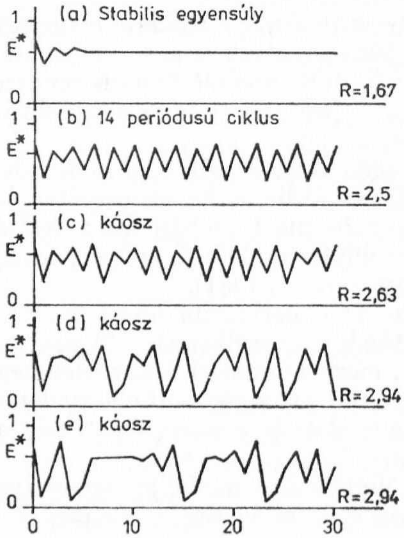
Ekkor feltevéseink alapján (5.1)-ből a következő egyenlet adódik:

$$E_{t+1}/E_t = 1 + (1 - \mu g - A_t)/\mu(1 + g), \text{ ahol } g = n + \sigma + n\sigma, \tag{5.3}$$

azaz g a termelés természetes növekedési üteme. Egyensúly esetén E_t változatlan (E^*), hasonlóan $A_t = A^* = 1 - \mu g$.

Idáig Pohjola pontosan követte Goodwint, a továbbiakban azonban a reálbért KUH nyomán magyarázta: A reálbér arányos a termelékenységgel, a h arányossági szorzó pedig a foglalkoztatási hányad pozitív és növekvő függvénye. A matematikai könnyebbség kedvéért a $h(E)$ függvényt linearizáljuk:

$$h(E) = -\alpha + \beta E. \tag{5.4}$$



2. ábra. Az (5.5) egyenlet szimulációja $g = 0$ és $E^* = 0{,}6$ mellett. A kezdő érték $E_0 = 0{,}75$ az (a)–(d) esetekben és $E_0 = 0{,}77$ az (e) esetben. Forrás: POHJOLA (1981) Fig. 3.

Rövid számolás után a következő egyenletet kapjuk:

$$E_{t+1} = E_t[1 + R(1 - E_t/E^*)], \tag{5.5}$$

ahol

$$R = (1 - \mu g + \alpha)/\mu(1 + g) \text{ és } E^* = (1 - \mu g + \alpha)/\beta. \tag{5.6}$$

Nem nehéz belátni, hogy (5.5) is logisztikus egyenlet, amely az

$$x_t = RE_t/(1 + R)E^* \text{ és } r = R + 1 \tag{5.7}$$

helyettesítéssel átmegy a (3.1) egyenletbe.

Az előző fejezet eredményeinek hasznosításánál csak az (5.7) „fordítási szabályt" kell figyelembe venni.

Először a legegyszerűbb esetet vizsgáljuk, a stagnáló gazdaságot: $g = 0$. Ekkor $R = (1 + \alpha)/\mu$ és $E^* = (1 + \alpha)/\beta$.

A számítógépes szimuláció eredményeit a 2. ábra szemlélteti.

Megjegyezzük, hogy a növekedés figyelembevétele némileg más eredményeket ad, és csökkenti a káosz bekövetkezésének a gyakoriságát. A cél azonban nem az volt, hogy a valóságos gazdaságra bizonyítsuk a kaotikus viselkedés jelenlétét, hanem az, hogy bemutassuk ennek elvi lehetőségét.

Érdekes, hogy míg SZLUCKIJ (1937) sztochasztikus zavarok bevezetésével magyarázta a ciklust, addig a szerző egy nem-lineáris ciklus modellből vezet le sztochasztikus ingadozásokat.

Figyelemre méltó, hogy a 2. ábrán szereplő (c)–(e) kaotikus pályák milyen zavarosak és – mint a (d) és az (e) pályaösszehasonlításából kiderül – mennyire függnek a kezdeti értékektől. Nagyon óvatosan kell mérlegelni a kaotikus dinamikájú rendszerek szimulációs eredményeit. Figyeljük csak meg, hogy az (e) pályáról $t = 10$ előtt már azt hihetjük, hogy egyensúlyba került; hogy pár lépéssel később megtudjuk, hogy mégsem.

6. Kaotikus árdinamika

Montrucchio (1982) a Samuelson (1947)-féle árdinamika makrováltozatát vizsgálva jutott el a kaotikus mozgások leírásához.

A modell nagyon egyszerűen megfogalmazható: Legyen p_t a t-edik időszak árszínvonala, amelyhez $d(p_t)$ kereslet és $s(p_t)$ kínálat tartozik. A következő időszak árszintje a jelenlegitől a túlkereslettel arányosan tér el, ahol az arányossági szorzó jele λ.

$$p_{t+1} = p_t + \lambda[d(p_t) - s(p_t)], \quad t = 0, 1, 2, \ldots ; \; p_0 \text{ adott.} \tag{6.1}$$

Egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy mind a keresleti, mind a kínálati rugalmasság állandó:

$$d(p_t) = Ap_t^{-\alpha} \text{ és } s(p_t) = bp_t^{\beta}, \tag{6.2}$$

ahol $A, b, \alpha > 0$ és $0 \leq \beta < 1$.

A (6.2)-t behelyettesítve (6.1)-be, a következő egyenletet kapjuk:

$$p_{t+1} = p_t + \mu(p_t^{-\alpha} - \gamma p_t^{\beta}), \tag{6.3}$$

ahol $\mu = \lambda Ak^{-\alpha}$ és $\lambda = bk^{\alpha}/A$.

Könnyen belátható, hogy a (6.3) rendszernek egyetlen egyensúlyi pontja van:

$$p^* = \gamma^{-1/(\alpha+\beta)}. \tag{6.4}$$

A továbbiakban p_t dinamikáját vizsgáljuk a μ reakciósebesség függvényében.

Ismert, hogy a végnélküli kettőződések és a káosz kialakulása nemcsak a logisztikus függvényre, hanem széles függvényosztályra jellemző, amelybe beletartozik a (6.3) leképezés is.

Számolással belátható, hogy a (6.3) rendszer p^* egyensúlyi állapota akkor és csak akkor lokálisan stabilis, ha teljesül

$$0 < \mu < \mu_1 = 2(\alpha + \beta)^{-1}\lambda^{-(\alpha+1)/(\alpha+\beta)}. \tag{6.5}$$

További feltevések szükségesek ahhoz, hogy a rendszer ne váljon működésképtelenné (az ár ne legyen negatív), s ahhoz, hogy a *lokális* stabilitás *globális* stabilitást is biztosítson.

Például ha $0 < \beta < 1/2$ vagy $\alpha > 1$, akkor a (6.5) feltétel biztosítja a globális működőképességet és a globális stabilitást, de valójában ennél gyengébb (ám bonyolultabb) feltétel is adható.

A 2. fejezetben leírt *perióduskettőződés* fellép és a káosz megjelenik, ha

$$\alpha > 2\beta - 1. \tag{6.6}$$

Megjegyzések Montrucchio (1982) kiterjesztette elemzését arra a bonyolultabb esetre is, amikor a kínálat nem a tényleges, hanem a *várható* ár függvénye, a várható ár pedig konvex lineáris kombinációja az előző időszak tényleges és várt árának:

$$\hat{p}_t = \delta p_{t-1} + (1 - \delta)\hat{p}_{t-1}. \tag{6.7}$$

Az *adaptív* várakozás (Nerlove, 1958) egyaránt magába foglalja a *naiv* várakozásokat ($\delta = 1$, $\hat{p}_t = p_{t-1}$) és a *statikus* várakozásokat ($\delta = 0$, $\hat{p}_t = \hat{p}_{t-1}$). Az első esetben a jólismert *pókháló* modellhez jutunk vissza (Baumol, 1968), feltéve, hogy a reakciósebességet végtelennek vesszük.

Figyelemre méltó, hogy a pókháló modellben a közgazdaságilag ésszerűbbnek tűnő állandó rugalmasságú görbék helyett állandó meredekségű keresleti és kínálati egyenesek szerepelnek; s ez okozza az eltérő eredményeket.

A bonyolultabb modell elemzésének ismertetése azonban meghaladná népszerűsítő dolgozatom kereteit.

7. Röviden más modellekről

Dolgozatunk zárófejezetében röviden szólnék néhány olyan közgazdasági modellről, amely szintén kaotikus mozgást származtat.

a) *Ésszerű preferenciák — kaotikus viselkedés*

A közgazdasági irodalomban nyomtatásban legelőször talán BENHABIB és DAY (1980) cikkében jelent meg a *káosz* kifejezés — természetesen a most használt értelmezésre szorítkozva. (A *káosz* ugyanúgy túlságosan színes kifejezés, mint a *katasztrófa* elmélet!)

Modelljükben két termék van: x és y volumenük, p és q az egységáruk, m a fogyasztó jövedelme, $px + qy = m$ a fogyasztó költségvetési korlátja és $u(x, y, a) = x^a y^{1-a}$ a fogyasztó hasznosságfüggvénye. Egyszerű számítással adódik a két keresleti függvény: $x = am/p$ és $y = (1 - a)\,m/q$.

A szerzők fölteszik, hogy a fogyasztó hasznosságfüggvénye, pontosabban súlyrendszere, függ a múltbeli tapasztalatoktól. Például $a_{t+1} = \alpha x_t y_t$, $t = 0, 1, 2, \ldots$ (Gondoljunk a szemléletesség kedvéért x-re mint szabadidőre, y-ra mint fogyasztási cikkek összességére. Ekkor egyenletünk azt mondja, hogy minél nagyobb a múltbeli anyagi fogyasztás, annál nagyobb a szabadidő értéke.)

Egyszerű számolással adódik a jól ismert logisztikus egyenlet: $x_{t+1} = \alpha m x_t(m - x_t)$.

b) *Készletdinamika — disequilibrium — káosz*

Az eddig említett modellekben szereplő leképezések nemcsak folytonosak, hanem folytonosan differenciálhatók voltak. A disequilibrium-elméletben szereplő dinamikus modellekben (pl. HONKAPOHJA és ITO (1981), SIMONOVITS (1983)) viszont megjelennek a lineáris szakaszokból álló, átkapcsolási pontokkal rendelkező leképezések is. További bonyodalmat jelent a matematikai elemzésben, hogy a tökéletlen előrelátás figyelembe vétele ugyanúgy kétváltozós rendszerhez vezet, mint az előző fejezet árdinamikájában.

A két modell részletes ismertetése a folyóirat korábbi számában olvasható: SIMONOVITS (1983). Itt csak azt említem meg, hogy a H-I modellről könnyen belátható, hogy instabilitás esetén a rendszer kaotikus mozgást végez. [A 3. fejezetben említett LI és YORKE (1975) tétel feltétele érvényes H—I-ra, tehát a következtetése is.] Saját modellemről továbbra sem tudom egzaktan bizonyítani, hogy az instabil eset kaotikus.

Figyelemre méltó, hogy mindkét disequilibrium modellben a káosz és a stabilitás tartománya egymással határos, hiányzik az előző fejezetekben leírt perióduskettőződés. Egyébként SZÉPFALUSSY és TÉL szerk. (1982) kötet több helyén is olvasható, hogy a káosz kialakulásának számos útja van.

Ezzel ismertetésünk végére értünk. A szokással ellentétben, az irodalomjegyzékben olyan dolgozatokat is szerepeltetünk, amelyekkel a főszövegben nem foglalkozunk – lehetővé téve az olvasónak a káosszal foglalkozó további irodalom tanulmányozását.

(Beérkezett: 1985. március 12-én.)

IRODALOM

1. ARROW, K. J.–BLOCK, H. D.–HURWICZ, L.: „On the stability of the competitive equilibrium" *Econometrica*, 27. évf. (1959) 82–109.
2. BAUMOL, W. J.: *Közgazdaságtan és operációanalízis.* KJK, Bp. (1968).
3. BENHABIB,–DAY, R.: Rational preferences and erratic behaviour. *Review of Economic Studies*, XLVIII. évf. (1980) 459–471. o.
4. BRÓDY, A.: *Ciklus és szabályozás.* KJK, Bp. (1980).
5. DANA, A.–R.-MALGRANGE.: The dynamics of a discrete version of a growth cycle model. *Cepremap*, Párizs (1981).
6. DAY, R.: „Irregular growth cycles". *American Economic Review, 72.* évf. (1982) 406–414.
7. GOODWIN, R.: A growth cycle, megjelent a Feinstein, szerk. *Socialism, capitalism and economic growth.* Cambridge University Press, Cambridge (1967).
8. HICKS, J.: *A contribution to the theory of trade cycle.* Clarendon Press, Oxford (1950).
9. HONKAPOHJA, S.–ITO, T. Inventory dynamics in a simple disequilibrium macroeconomic model, *Scandinavian Journal of Economics, 82.* évf. (1980) 184–198. o.
10. LI, J. A.–YORKE, J. A.: Period three implies chaos. *American Mathematical Monthly,* 82. évf. (1975) 985–992. o.
11. MAY, R. B.: Simple mathematical models with very complicated dynamics. *Nature,* 261. sz. (1976) 459–467. o.
12. MONTRUCCHIO, L.: Chaotic dynamics in economics. Reprint 45. *Istituto Matematico del Politecnico di Torino.* (1982).
13. NERLOVE, M.: Adaptive expectations and cobweb phenomena. *Quarterly Journal of Economics, 72.* évf. (1958) 227–240.
14. POHJOLA, M. T. Stable and chaotic growth: the dynamics of a discrete version cycle model. *Zeitschrift für Nazionalökonomie 41.* évf. (1981) 27–39. o.
15. SAMUELSON, P. A. *Foundations of economic analysis.* Harvard University Press, Cambridge (1947).
16. SIMONOVITS, A. Korlátos szabályozás és destabilizálás, megjelent: Kornai, J.–Martos, B. (szerk.) *Szabályozás árjelzések nélkül.* Akadémiai Kiadó, Bp. (1981) 255–289. o.
17. SIMONOVITS, A.: Ütköző készletek és naiv várakozások egy nem-walrasi dinamikus makromodellben: Stabilitás, ciklus és káosz. *Szigma* 16. évf. (1983) 15–30. o.
18. SZÉPFALUSSY, P.–TÉL, T. (szerk.): *Véletlenszerű jelenségek nem-lineáris rendszerekben: a káosz.* Akadémiai Kiadó, Bp. (1982).
19. SLUTZKY, E.: The Summation of Random Causes as the Source of Cyclic Processes. *Econometrica 5.* évf. (1937) 105–146. o.

IDEGEN TOLLAK

Ray Rees

A megbízó és az ügyvivő elmélete*
2. rész

1. Bevezetés

A tanulámny első részében (amely a Szigma 1985. évi 3. számában jelent meg) bemutattam a megbízó-ügyvivő kapcsolat modelljét és az optimális szerződésekre vonatkozó főbb eredményeket, az információs aszimmetriákra tett különböző feltevések mellett. A második részben először is néhány olyan modellt mutatok be, amelyek az eddig áttekintett alapstruktúrák alkalmazásainak is tekinthetők. Ezek a struktúrák elsősorban a biztosítási piac irodalmában *morális kockázat* néven ismert érdekeltségi problémára vonatkoznak. Az érdekeltségi problémáknak egy másik típusa az úgynevezett *hamis szelekció* (adverse selection), ami úgyszint megjelenik a megbízó-ügyvivő kapcsolatokban. Az 5. fejezetben azt mutatjuk meg, milyen átalakítással válik alkalmassá a modell ennek kezelésére. A tanulmány a szakirodalomban közelmúltban megjelent elméleti általánosítások rövid ismertetésével zárul és egyben felvázolja a továbbhaladás lehetséges irányait.

2. Társadalmi biztosítás a termelési kockázat ellen

A megbízó-ügyvivő probléma egyik legelső elemzője J. Mirrlees (1974) volt. Noha nem nevezte így — Mirrlees a jóléti gazdaságtan bizonytalanság melletti problémáját tárgyalta —, de a felvázolt struktúra nagyon hasonlatos volt cikkünk 1. részében ismertetett modelléhez és nagy hatást gyakorolt Holmströmnek (1978) már a megbízó-ügyvivő kérdéssel foglalkozó tanulmányára. Tegyük fel, hogy nagyszámú termelő és fogyasztó van jelen, akik mind hasznossági, mind termelési függvényüket tekintve egyformák. A termelést véletlen külső hatások érik, eloszlásuk minden egyes termelő esetén azonos és független. Így bármely időpillanatot véve egyes termelőket magas, míg másokat alacsony termelési és fogyasztási szint jellemez. Kormányzati beavatkozás nélkül ugyanis valamennyi termelő saját kibocsátását fogyasztja el ebben az egytermékes gazdaságban. Ily módon valamennyi termelő az ügyvivő szerepét veszi át, míg a tervező játssza a megbízót, aki a termelés redisztribuciójára törekszik az egyéni termelési szintek bármely ténylegesen létrejött halmaza mellett. Az 1. rész jelöléseit alkalmazva a a termelő input-szintje, y a tervező által számára juttatott fogyasztási szint, x a kibocsátási szintje és $\Phi(x,a)$ adja meg x sűrűségfüggvényét bármely a mellett. Φ-re és valamennyi termelő $v_1(y)-v_2(a)$ alakban

* Ray Rees: The Theory of Principal and Agent: Part 2. *Bulletin of Economic Research* 37 (1985) 75–95. Fordította *Király Júlia.*

adott hasznossági függvényére pontosan ugyanazokat a feltevéseket alkalmazzuk, mint az 1. rész 5. fejezetében. A megbízó optimalizációs feladatát azonban a korábbiaktól némileg eltérően fogalmazzuk meg a probléma interpretációjának megfelelően. A tervező egy társadalmi hasznossági függvény maximalizálására törekszik — ez nem más, mint az egyes termelők várható hasznossága, összhangban a társadalmi jóléti függvény individualista értelmezésével. Továbbá, azt a feltételt, hogy A el kell, hogy érjen egy minimális hasznosságot, helyettesítjük a mérlegegyensúly követelményével: a redisztribuciós politikának ki kell elégítenie azt a feltételt, hogy az összes fogyasztás egyenlő az összes termeléssel.

Az egyforma individumok és az azonos és független eloszlású külső hatások feltevése lehetővé teszi, hogy a problémát rendkívül egyszerűen, egyetlen termelő hasznosságának és termelésének fogalmaival mutassuk be — úgy tehetünk, *mintha* egyetlen ügyvivővel lenne dolgunk.[1] Ennek megfelelően az *első legjobb* probléma a következő:

$$\max_{y,a} \int_{x_0}^{x_1} v_1(y)\Phi(x, a)\,\mathrm{d}x - v_2(a) \qquad \text{(MFB)}$$

feltéve:

$$\int_{x_0}^{x_1} x\Phi(x, a)\,\mathrm{d}x - \int_{x_0}^{x_1} y\Phi(x, a)\,\mathrm{d}x \leq 0,$$

ahol a korlátozó feltétel azt írja elő, hogy az átlagos fogyasztás nem haladhatja meg az átlagos termelést.[2] Az egyes termelőknek jutó y fogyasztási szint természetesen a megfigyelt x kibocsátási szint függvénye. A megoldás feltétele:

$$v'(y^*(X)) = \lambda,$$

ahol λ a korláthoz tartozó multiplikátor. Ez tehát megköveteli, hogy az optimális a^* inputszint mellett az egyes termelők jövedelmének határhaszna minden x-re ugyanakkora legyen. Mivel feltesszük, hogy a termelő kockázati averziót mutat, azaz $v_1'' < 0$, így a feltétel valamennyi x-re konstans y^*-ot ír elő. Ebből és a korlátozó feltételből következik, hogy a^* inputszint mellett ennek meg kell egyeznie az átlagos kibocsátási szinttel. Így tehát az első legjobb megoldásban az optimális társadalmi biztosításból az következik, hogy az átlag felett termelő egyed adja át az átlagkibocsátás feletti többletet, míg az átlagosnál rosszabb termelőnek a fogyasztását az átlag szintjére emelik fel. Minden kockázatot a „közös kalap" visel.

Ekkor tehát nyilvánvaló az érdekeltségi probléma: mivel minden termelő számára garantáljuk az átlagos fogyasztási szintet kibocsátásától függetlenül, a viszont csökkenti a hasznosságát, így a termelő abban érdekelt, hogy csökkentse a-t és a balszerencsére hivatkozzon. Tehát be kell vezetnünk egy ér-

[1] Tehát, bár elvben számos ügyvivő van jelen, ez mégsem „sokügyvivős modell". Az ilyenekről szóló szakirodalmat lásd később a 6. fejezetben.

[2] Szigorúan véve a korlátnak azt kellene kifejeznie, hogy x *valamennyi* realizációja esetén igaz, hogy a termelők összes fogyasztása nem haladhatja meg együttes kínálatukat. Azonban a feladat megfogalmazása és elemzése nagymértékben egyszerűsödik azzal a feltevéssel, hogy a termelők száma elég nagy, a termelés ingadozásai pedig elég kicsik ahhoz, hogy csak az x realizációk átlagát tekintsük.

dekeltségi korlátot, méghozzá adott y mellett a termelő várható hasznosságának a szerinti maximumához tartozó elsőrendű feltétel formájában:

$$\int_{x_0}^{x_1} v_1 \Phi_a \mathrm{d}x - v_2' = 0 .$$

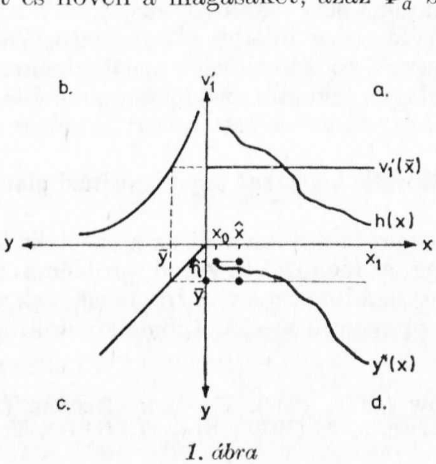
Ha a pótlólagos korlátozófeltétel mellett ismét megoldjuk a tervező feladatát, akkor az 1. rész 5. fejezetében megfogalmazott (18) feltétel megfelelőjét kapjuk

$$\frac{\lambda}{v_1'} = 1 + \mu \frac{\Phi_a}{\Phi}, \tag{1}$$

ahol μ az érdekeltségi korláthoz tartozó multiplikátor. Megmutatható, hogy a modell feltevései mellett mind λ, mind μ pozitívak. Az 1. rész (20) egyenletével kapcsolatos okfejtést alkalmazva bebizonyíthatjuk, hogy amennyiben x növekszik, úgy (1) baloldala is nő, amiből következik, hogy v_1' csökken, és mivel $v_1'' < 0$, így y feltétlenül nő. Tehát az első legjobb redisztribuciós politikát a megfelelő ösztönzés érdekében úgy kell módosítani, hogy alacsony szintű fogyasztást nyújtunk a termelő számára, ha kibocsátása is alacsony és növeljük azt, ha kibocsátása magas: azaz az alacsony kibocsátási szintet büntetjük, a magasat pedig jutalmazzuk.

Az *1. ábra* megvilágítja az optimális redisztribuciós politika jellegzetességeit. Az ábra (a) részében $v_1'(\bar{x})$ az első legjobb határhasznosságot mutatja, míg az óramutató járásával ellentétes irányba haladva az ábráról leolvasható a kapott $\bar{y}$ fogyasztási szint. Második legjobb megoldás esetén $h(x)$ mutatja az (1) által implikált összefüggést a realizált kibocsátás és a határhasznosság között, és a (b) részben ábrázolt határhasznossági függvény segítségével ezt képezzük le a (d)-ben látható $y^*(x)$ kifizetési-függvénnyé. $h(x)$ pontos alakja λ-tól és μ-tól függ, de elsősorban attól, hogyan változik a Φ_a/Φ hányados x növekedésével, ahol a-t, optimális értékén $\hat{a}$-n rögzítettük, azaz $h(x)$ a $\Phi(x,\hat{a})$ eloszlástól függ.

Mint Mirrlees megmutatta, ennek a megközelítésnek (amit a tanulmány első részében Mirrlees–Holström eljárásként emlegettünk) az alkalmazhatósága a $\Phi(x,a)$ függvény alakjától nagy mértékben függ. Gondoljunk arra, hogy Φ egyik sajátossága abban áll, hogy a növekvő szintje csökkenti x alacsony értékeinek valószínűségét és növeli a magasakét, azaz Φ_a bizonyos x-re negatív,



1. ábra

míg másokra pozitív értéket vesz fel. Azonban az (1) feltétel előírja, hogy Φ_a nem válhat „túlzottan" negatívvá, mivel a baloldal mindig pozitív. Mirrlees bebizonyította, hogy egy igencsak ésszerű esetben, a kibocsátás lognormális eloszlása mellett, Φ_a/Φ a mínusz végtelenhez tart, amikor x zérushoz tart. Ebből következően (1) csak akkor állhat fenn, ha $\mu = 0$, ez viszont első legjobb megoldáshoz vezet vissza, amelyről tudjuk, hogy nem lehet optimális. Mirrlees azt is megmutatja, hogy ebben az esetben a tervezőnek az 1. ábrán bemutatott következő politikát kell követnie. Válasszunk egy alacsony x értéket, mondjuk $\hat{\chi}$-t és egy ennek megfelelő alacsony y értéket, mondjuk $\hat{\eta}$-t. Ekkor bármely termelő, akinek kibocsátására fennáll $x \leq \hat{\chi}, \hat{\eta}$ nagyságú fogyasztáshoz jut. $\hat{\chi}$ és $\hat{\eta}$ értékeit úgy kell megválasztani, hogy a termelőknek egy kellőképpen kis hányadát büntessük csak ilyen keményen. A többi termelő az első legjobb y^* fogyasztáshoz jut. Ily módon az optimális $y(x)$ függvény nem lesz folytonos:

$$y(x) = \hat{\eta}, \text{ ha } x \in (x_0, \hat{\chi})$$
$$y(x) = \bar{x}(a^*), \text{ ha } x \in (\hat{\chi}, x_1).$$

Ezzel a stratégiával *valamennyi* termelő ösztönözhető az első legjobb a^* erőfeszítési szint választására: a megfelelően alacsony fogyasztási szint veszélye, még ha ennek kicsiny is a valószínűsége, elegendő arra, hogy mindenkit a társadalmilag optimális viselkedésre ösztönözzön.

Az effajta stratégiával — melyet nyugodtan nevezhetünk „kíméletlen megtorlásnak" — egyetlen komoly baj van: etikailag elfogadhatatlan. Ha ugyanis ez a stratégia van érvényben, akkor mindenki a társadalmilag optimális a^* erőfeszítést választja, senki nem bújik ki a munka alól, és mégis azokat büntetjük alacsony fogyasztással, akiket a sors is a legkegyetlenebbül sújt. Sokkal célszerűbbnek tűnik az ezzel éppen ellentétes stratégia alkalmazása: válaszszunk úgy meg egy x szintet, mondjuk $\hat{\chi}$-t, és a hozzá tartozó $\hat{\eta}$ jövedelmet, hogy

$$y(x) = \bar{x}(a^*), \text{ ha } x \in (x_0, \hat{\chi})$$
$$y(x) = \hat{\eta}, \text{ ha } x \in (\hat{\chi}, x_1).$$

Így az a^* erőfeszítés elérését azzal ösztönözzük, hogy a legszerencsésebbeket jutalmazzuk a leginkább, miközben mindenki más az átlagfogyasztáshoz jut. Noha *ex post* ez a stratégia sem egalitáriánus, azonban *ex ante* biztosítja az egyenlőséget, így társadalmilag inkább elfogadható. Valójában nem áll nagyon messze attól, ahogy a redisztribuciós mechanizmus a valóságban is működik — a nagyon gazdagok számára az adózás opcionális áldozattá válik.

3. Morális kockázat egy biztosítási piacon

A biztosítási piac közgazdaságtana volt az a speciális közeg, amelyben elsőként fogalmazták meg a megbízó-ügyvivő probléma számos sajátosságát. A témának igen gazdag szakirodalma van,[3] de most csak a SHAVELL (1979) által kifejlesztett viszonylag egyszerű modellel foglalkozunk.

[3] Lásd például: ARROW (1971, 1963), EHRLICH—BECKER (1972), HELPMAN—LAFFONT (1975), SPENCE-ZECKHAUSER (1970), STIGLITZ (1974), TOWNSEND (1976), ZECKHAUSER (1970).

Gyakran előfordul, hogy az ember olyan akcióba kezd, vagy olyan költségekbe bocsátkozik, amelyek befolyásolják bizonyos bekövetkezhető veszteség mértékét vagy előfordulásának valószínűségét. Így a biztosító, miközben megbecsüli a veszteség elleni biztosítás díját, valamilyen feltételezéssel kell, hogy éljen az akció értékével kapcsolatosan. Azonban, ha a biztosított *teljes fedezetű* biztosítást köt, amelynek értelmében teljes vesztesége megtérül, akkor minden érdekeltsége megszűnik abban, hogy (költséges) akciókba bocsátkozzék a veszteség mértékének, illetve valószínűségének csökkentésére. Ezt a jelenséget *morális kockázatként* ismerjük. De ez természetesen csak egy elnevezése annak, amit a megbízó-ügyvivő kapcsolat centrális problémájaként jellemeztünk: milyen legyen az ösztönzés, ha a nem figyelhető meg. a-t úgy értelmezhetjük, mint a biztosítást kötő félnek a veszteséget megelőző akcióját. Ennek lehetséges példái: lakástüzet elhárító kiadások, vagy riasztóberendezés beszerzése háztartási biztosítás esetén; sportolás és a dohányzás abbahagyása élet- és betegségi biztosítás esetén; óvatos vezetés és a gépjármű megfelelő karbantartása gépjármű biztosítás esetén. x-et ebben az esetben definiálhatjuk úgy, mint az egyénnek a károkat okozó események előfordulásától függő vagyonát és $\Phi(x, a)$-t, mint a veszteség bekövetkeztének a melletti valószínűségét, y-t pedig, mint a kártérítést, amit a biztosító (a „megbízó") fizet a biztosítottnak (az „ügyvivőnek").

Annak érdekében, hogy még inkább a biztosítási piacra jellemző vonásokra koncentrálhassunk, a struktúra tovább egyszerűsíthető. Tegyük fel, hogy a környezetnek két lehetséges állapota van. Egyik esetben egy rögzített L nagyságú veszteség következik be, míg a másik esetben nincs veszteség. Amennyiben $\bar{x}$ nem más, mint A vagyona a veszteség előtt, úgy, ha nem biztosított, A vagyoneloszlása $(\bar{x}, \bar{x} - L)$. Tehát $\Phi(x, a)$ minden a esetén csupán két értékkel rendelkezik. Így legyen $\Phi(a)$ annak valószínűsége, hogy *nem* következik be veszteség, $1 - \Phi(a)$ pedig a veszteség bekövetkezésének valószínűsége, úgy, hogy $\Phi'(a) > 0$, ha $a \geq 0$. Ekkor y-nak csak két értéke lehet: $y = 0$, $\Phi(a)$ valószínűséggel és $y \in (0, L]$, $1 - \Phi(a)$ valószínűséggel. Az y-t azért definiáltuk úgy, hogy a $[O, L,]$ szakasz egy eleme, mivel a biztosítási szerződésnek fontos vonása, hogy *milyen fedezetű* kártérítést nyújt. A morális kockázat problémájára ez lett a válasz: a kártérítés nem teljes, azaz $y < L$, ily módon a biztosított is visel valamekkora kockázatot. Ezzel kívánjuk a biztosítottat arra ösztönözni, hogy tegyen valamit a kár megelőzése érdekében. A biztosítási szerződés ekkor egy olyan (p,y) értékpár, ahol $p \geq 0$ a biztosítási díj, amit mindenképpen kell fizetni, akár előfordul káreset, akár nem, $y \in [0, L]$ pedig a biztosító által a biztosítottnak teljesített kifizetés. Célunk ezek után az optimális biztosítási szerződés jellemzése, különös tekintettel a benne foglalt fedezeti hányadra.

A vagyona:

$$x_1 = x - p - a; \; \Phi(a) \text{ valószínűséggel}$$

$$x_2 = x - p - a - L + y; \; 1 - \Phi(a) \text{ valószínűséggel.}$$

Vegyük észre, hogy további egyszerűsítést hajtottunk azáltal végre, hogy a-t a vagyonból levonható költségként kezeltük, így A hasznossági függvénye nem más, mint egyszerűen $v(x_j)$, $j = 1{,}2$. Ugyancsak egyszerűsítjük P hasznossági függvényét is. Tegyük fel, hogy a biztosító nagyszámú, egymással megegyező egyénnel áll szemben, akiknek azonos és független a kockázat eloszlásuk, továbbá a biztosítási piac tökéletesen kompetitív és a piacra bárki korlátlanul beléphet. Ekkor az egyensúlyi biztosítási szerződéseket zérus várható profit jellemzi, azaz P hasznossági függvénye helyettesíthető az egyszerű null-szaldó (break-even) feltétellel:

$$p = (1 - \Phi(a))y, \tag{2}$$

ez lesz a „tisztességes" biztosítási díj, amit y nagyságú kártérítési összeg fejében fel kell számítani.

Az érdekeltségi probléma természete könnyen kiolvasható[4] x_j, illetve p definícióiból. Ha $y = L$, akkor $x_1 = x_2$ és így A az $a = 0$ választással maximalizálja várható hasznosságát; ugyanis fölöttébb közömbös annak $\Phi(a)$-ra gyakorolt hatásával szemben. Ha (2)-ben p-t az $a > 0$ feltevés mellett határozták meg, akkor – figyelembe véve, hogy $\Phi' > 0$, – a biztosító szükségszerűen veszít. Ha viszont $y < L$, akkor $x_2 < x_1$ és a veszteség valószínűsége már igencsak érinti A-t. Az érdekeltségi korlát szokás szerint A várható hasznosságának a szerződés feltételeinek figyelembevételével való maximalizálásából adódik. Azaz az alábbi feladatot kell megoldanunk:

$$\max_{a \geq 0} \bar{v} = \Phi(a)v(x_1) + (1 - \Phi(a))v(x_2)$$

aminek eredményeként kapjuk:

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial a} = [v(x_1) - v(x_2)]\Phi' - \{\Phi v'(x_1) + (1 - \Phi)v'(x_2)\} \leq 0, \quad a \geq 0, \; a\frac{\partial \bar{v}}{\partial a} = 0. \tag{3}$$

$x_1 = x_2$ mellett az első tag eltűnik, miközben $v' > 0$ teljesül, tehát teljes fedezet esetén $\partial v/\partial a < 0$ és – mint láttuk – $a = 0$ az optimális akció. Részletes fedezet esetén $x_1 > x_2$ és így $v(x_1) > v(x_2)$. Ekkor (3) első tagját úgy is értelmezhetjük, mint A-nak az a kismértékű növekedésétől várható határhasznát, míg a második tagot, mint a várható határköltséget (mindkettőt haszonegységekben kifejezve). Ekkor az optimális $a > 0$ kiegyenlíti ezeket.

Tegyük fel, hogy $\bar{v}$ az a-ban szigorúan konkáv, így (3) minden (p,y) pár esetén egyértelmű megoldást ad a-ra, amit ekkor a (p,y) függvénynek is tekinthetünk, ahol $a = 0$, ha $y = L$. A megbízó feladata ekkor egy olyan (p,y) szerződés megválasztása, amely maximalizálja A várható hasznosságát a (2) korlát mellett. Célszerűnek tűnik a null-szaldó korlát eliminálása a

$$p = (1 - \Phi[a(p, y)])y$$

[4] Egyszerű bebizonyítani, hogyha nincs érdekeltségi probléma, azaz a megfigyelhető, akkor az első legjobb megoldás teljes fedezetet tartalmaz, $y = L$ mellett. P ekkor az alábbi feladatot oldja meg:

$$\max_{y,a} \Phi(a)v(x_1) + (1 - \Phi(a))v(x_2)$$

feltéve:

$$p = [1 - \Phi(a)]y, \; 0 \leq y \leq L.$$

Optimális a^* mellett – egyszerűsítés után – az $y < L$ esetében az optimum feltétele ilyen lesz:

$$v'(x_2) = v'(x_1),$$

ami nem teljesülhet $y < L$ mellett, mivel ekkor $x_2 < x_1$ és $v'' < 0$-ból következik, hogy $v'(x_2) > v'(x_1)$. A feltétel csak úgy elégíthető ki, ha $y = L$ és $x_2 = x_1$, azaz, ha létrejön a teljes fedezet.

formula megoldásával, azaz p-nek $p(y)$ függvényként való megadása, amiből már következik az $\alpha(y) = a(p(y), y)$ függvény. p-t és a-t behelyettesítve A hasznossági függvényébe az alábbi egyváltozós maximum feladathoz jutunk:

$$\max_y \Phi(\alpha(y))v(x_1(y)) + \big(1 - \Phi(\alpha(y))\big)v(x_2(y)) \qquad \text{(MH)}$$

feltéve: $0 \leq y \leq L$.

Érdemes felfigyelni arra, hogy az így meghatározott feladat éppen fordítottja a hagyományos megbízó-ügyvivő problémának, amelyben P hasznosságát maximalizáljuk A adott hasznossági szintje mellett. Itt P lesz közömbös a null-szaldó feltételt teljesítő valamennyi szerződéssel szemben, és ebből a halmazból kell kiválasztanunk az A hasznosságát maximalizáló szerződést. Erre ismét adható magyarázat a kompetitív piacok fogalmait használva. Ha P *nem* olyan szerződést ajánlana, amely maximalizálja A hasznosságát, akkor mindig megjelenhet egy olyan biztosító a piacon, aki a saját számára is jövedelmező, és A számára az előzőnél kedvezőbb biztosítási szerződést tud ajánlani.

Ugyancsak vegyük észre, hogy nem zártuk ki annak lehetőségét, hogy a *második legjobb MH* feladat megoldása magában foglalja a teljes fedezetet. Feltéve, hogy a biztosító figyelembe veszi, hogy ebben az esetben $a = 0$, akkor $p^\circ = (1 - \Phi(0))L$ biztosítási díjat határoz meg, ily módon teljesen közömbös lesz a fedezeti hányaddal szemben — számára valamennyi null-szaldós szerződés egyaránt kedvező. Mint látni fogjuk, előfordulhat, hogy A számára a (p°, L) szerződés — mely esetben ő $a = 0$ választással él — az optimális. A második legjobb feladat csak azt követeli meg, hogy az optimális p^*, y^* és a^* értékek egymással konzisztensek legyenek, feltéve A maximalizáló magatartását.

Az *MH* feladat Kuhn-Tucker feltétele:

$$\Phi'\alpha'(v(x_1) - v(x_2)) + \Phi v'(x_1)x_1' + (1 - \Phi)v'(x_2)x_2' \begin{cases} \leq 0, & \text{ha } y^* = 0 \\ = 0, & \text{ha } 0 < y^* < L \\ \geq 0, & \text{ha } y^* = L. \end{cases} \qquad (4)$$

Ekkor az alábbi módon határozhatjuk meg annak szükséges feltételét, hogy éppen a teljes fedezet legyen a második legjobb feladat megoldása. Ha $y^* = L$, akkor $x_1 = x_2$ és így a feltétel az alábbiak szerint módosul:

$$v'(x_1)[\Phi x_1' + (1 - \Phi)x_2'] \geq 0. \qquad (5)$$

Mivel $v'(x_1) > 0$, nyugodtan oszthatunk vele, majd x_1 és x_2 differenciálhányadosát függvényeik segítségével meghatározva, némi egyszerűsítés után ezt kapjuk:

$$\Phi x_1' + (1 - \Phi)x_2' = (y^*\Phi'(a^*) - 1)\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}y} \geq 0. \qquad (6)$$

Megmutatható, hogy $\mathrm{d}a/\mathrm{d}y < 0$, azaz a csökkenő fedezet növeli a megelőző aktivitást, tehát (6)-ból az következik, hogy $y^* = L$ és $a^* = 0$ mellett:

$$L\Phi'(0) \leq 1. \qquad (7)$$

Mivel $p^\circ = (1 - \Phi(0))L$, ha y-t rögzítettük az L szinten, úgy $\mathrm{d}p/\mathrm{d}a = -L\Phi'$, azaz (7) baloldala azt a határbevételt adja, ami a csökkenő biztosítási díjból ered akkor, ha a-t a teljes fedezeti pontban növeljük. Ennek határköltsége természetesen 1. Tehát a teljes fedezet csak akkor második legjobb megoldás, ha a „tisztességes" biztosítási díjnak az a kismértékű növeléséből származó marginális csökkenése kisebb, mint a határköltsége a $(p°,L)$ pontban, $a = 0$ mellett.

Hasonló módon igazolható az is, hogy a fedezet sohasem lehet zérus. (4)-ből látható, hogy $y^* = 0$ lehetetlen, ha abban a pontban a kifejezés pozitív. $p = y = 0$ mellett ismét azt kapjuk, hogy $x_1 = x_2$, azaz (4)-ben az első tag eltűnik, a másodiknak az előjele pedig csak x_1'-től és x_2'-től függ. Elvégezve a differenciálást és behelyettesítve az $y^* = 0$ értéket, látható, hogy az $\alpha' < 0$ feltételből következően mindkét deriváltra kijön a megkívánt pozitivitás. Intuitív módon ez azt jelenti, hogy a kis csökkentése $y = 0$ mellett első közelítésben nem jár a biztosítási díj növekedésével, viszont megtakarítjuk a határköltségét.

Végül a (6) feltételből kiolvasható a $0 < y^* < L$ belső optimum értelmezése is. Az ebből származó a^* értéknél az a ráta, amellyel a növekedése csökkenti a biztosítási díjat, éppen egyenlő a határköltségével. Ez a megoldás feltehetőleg akkor fordul elő, amikor az L veszteség nagy és az a akció igen hatékonynak bizonyul a veszteség előfordulási valószínűségének csökkentésében, mivel ebben az esetben fölöttébb valószínűtlen, hogy teljesül a (7) által előírt teljes fedezeti feltétel, — és zérus szintű megelőző akció esetén a biztosítási díj csökkenésből származó határbevétel meghaladja a tevékenység határköltségét.

Ebben a fejezetben a morális kockázat típusú érdekeltségi problémát vizsgáltuk, feltéve, hogy a biztosítást kötők, a „vevők" azonos típusúak. Ugyancsak feltettük, hogy a probléma lényege, hogy a biztosító nem tudja a-t megfigyelni és így nem képes „érvényre juttatni" a veszteség előfordulásának valamely kitüntetett — $1 - \Phi(a)$ — valószínűségét. További érdekeltségi probléma merül fel, ha a „vevők" eltérő típusúak, azaz eltérő $\Phi(a)$ függvény jellemző rájuk, és a biztosító nem tudja melyik típusba tartozik az a vevő, akinek éppen eladja biztosítását. Ezt a problémát nevezzük *hamis szelekciónak.* Az alábbi 5. fejezet a kérdéskör általános megfogalmazását adja.

Végül megjegyezzük, hogy itt is jól alkalmazhatók azok az eredmények, amelyeket a tanulmány I. részében közöltünk az a-ra vonatkozó nem tökéletes információk értékéről. Ha pótlólagos információhoz lehet jutni egy olyan z véletlen változóról, amelynek eloszlása a-tól függ, akkor a szerződés érdekeltségi tulajdonságai mindig javíthatók oly módon, hogy y-t z-től függővé tesszük. Ha z nem más, mint a plusz valami véletlen, alulról korlátos mérési hiba, akkor el lehet érni az első legjobb optimális szerződést, feltéve, hogy A-ra elég nagy bírság róható ki mindannyiszor, ha a megfigyelt z biztosan nem konzisztens az optimális a-val.

4. További alkalmazások

A terjedelmi korlátok miatt nem bocsátkozhatunk az „alapmodell" alkalmazásainak további részletes ismertetésébe, de nyilvánvaló, hogy számos ilyen létezik. Például megemlíthetjük a vállalat tulajdonosának esetét, aki az igazgatóra ruházza át a döntéshozás felelősségét. x megfelelője ebben az esetben a profit, ami egyrészt az igazgató a szintű erőfeszítésétől, másrészt a környezet θ állapotától függ. A tulajdonos hasznossága az igazgató fizetésével csökkentett profittól függ. Mivel az igazgató erőfeszítése megfigyelhetetlen, a feladat az, hogy őt kellőképp érdekeltté tegyék és vele a kockázatot megosszák. Az optimális szerződés kiköti, hogyan függ az igazgató fizetése a profittól. Ha az igazgató közömbös a kockázattal szemben, úgy elérhető, hogy rögzített összeget fizessen a tulajdonosnak és a profit fennmaradó részét megtartsa magának. Azonban, ha mind ő, mind a tulajdonos kockázat-averziót mutatnak, akkor mindkettőjüknek a profittal együtt változó jövedelmet kell biztosítani. Ebben az esetben az igazgató jövedelme annál nagyobb kell, hogy legyen, minél magasabb a profit és fordítva. A gyakorlatban gyakran alkalmazott kifizető függvény típus a *lineáris* függvény: $y(x) = \alpha + \beta x$, ahol α lehet az „alapfizetés" és β a rögzített nyereség részesedési hányad. Azonban a modellben semmi sem utal arra, hogy a második legjobb kifizetési függvénynek lineárisnak kellene lennie, nyilvánvaló, hogy a tényleges érdekeltségi mechanizmusok gyakorlati okokból eltérnek a szigorú optimalitástól.

Formálisan a modell könnyen kiterjeszthető arra az esetre, amelyben egy állami tulajdonú közüzemről és annak igazgatójáról van szó.[5] Az x kimenet ekkor a társadalmi jólétet mérné, az igazgató számára pedig olyan jutalmazási rendszert lehetne konstruálni, amely az érdekeltségi korlát mellett biztosítaná a társadalmi jólét várható maximumát. Érdekes kérdés, hogy a valóságban vajon miért nem ilyen típusú szerződéseket kötnek a közüzemek igazgatóival. Ezek az igazgatók általában rögzített fizetést kapnak, így az érdekeltséget a korlátozásokkal, a döntéshozásba való beavatkozással és szigorú felügyelettel helyettesítik. Ebben az esetben a megbízó-ügyvivő elmélet az intézményi struktúra kritikáját alapozhatja meg. Másrészt viszont a kimenetnek — a szociális jólétnek — a megfigyelése, vagy akárcsak megnyugtató specifikálása oly módon, hogy alkalmazható legyen egy érdekeltségi szerződés alapjául, esetleg leküzdhetetlen akadályba ütközhet, így a tényleges ellenőrzési mechanizmust úgy kell tekinteni, mint az egyedül lehetséges mechanizmus *típust*, amelyet azonban feltehetőleg lehetne tökéletesíteni.

A megbízó-ügyvivő elmélet egyik klasszikus alkalmazási területe a részesbérlő esete (lásd például STIGLITZ, 1974). A megbízó ebben az esetben a földtulajdonos, az ügyvivő a bérlő, x a termés nagysága (értéke), y a bérlő részesedése és a a bérlő erőfeszítési szintje. Az elmélet ekkor közvetlenül megadja a részesbérleti szerződés optimális formáját különböző feltételek mellett: aszerint, hogy a földtulajdonos meg tudja-e figyelni avagy sem a környezet állapotát és a bérlő erőfeszítését, és hogy a felek közömbösek-e a kockázattal szemben, avagy kockázat-averziót mutatnak.

Végül megnézhetjük, hogyan alkalmazható a modell a sztochasztikus externáliák (véletlen külső hatások) esetére. Ügyvivőnek vegyünk egy vállalatot, x lehet a környezetszennyezés által okozott társadalmi költség, y a vállalatra kirótt környezetszennyezési bírság, a pedig valamely költséges környezetvédő eljárás alkalmazási szintje, végül a megbízó szerepébe képzelhetjük a „társadalmi tervezőt". A környezetszennyezést egyaránt okozhatja a véletlen, vagy a vállalat „hanyagsága", vagy a elégtelen szintje. Ahol a megfigyelhető — a hanyagság egy bizonyos korlátos véletlen hibával felmérhető — az első legjobb környezetszennyezési szint és a megelőző tevékenység egyaránt elérhető egy kényszerítő szerződés segítségével. Amennyiben a tervező közömbös a kockázattal szemben, míg a vállalat kockázat-averziót mutat, akkor a szerződésnek tartalmaznia kell a vállalat által fizetendő fix „környezetszennyezési engedé-

[5] Így például NAVAJAS (1984) foglalkozik részletesebben ezzel a modellel.

lyezési díjat". Ahol a hanyagságot nem lehet felmérni — *a* nem megfigyelhető —, ott a környezetszennyezés által okozott kárra alapozott büntetési sémát kell kidolgozni, amely magas környezetszennyezés esetén jobban bünteti a vállalatot, mint az első legjobb szerződés, míg alacsony környezetszennyezés esetén kevésbé. A modell ily módon megfelelő keret a további viták számára arról, hogy tehető pontosabbá a véletlenszerű mellékhatások ellenőrzése.

5. A hamis szelekció modelljei a megbízó-ügyvivő elméletben

A tanulmány során mindeddig azt a helyzetet vizsgáltam, amelyben az ügyvivő a megbízó által megfigyelhetetlen akciót választ —, azaz a morális kockázat problémáját elemeztem. Azonban létezik egy másik típusú információs aszimmetria, ami szintén jellemző lehet a megbízó-ügyvivő kapcsolatokra. Ekkor az ügyvivő már akció-választását megelőzően rendelkezik olyan információval, hogy ha a megbízó is ismerné azt, esetleg más akció választására szeretné az ügyvivőt rábírni. Az ügyvivőtől ekkor megkövetelik, hogy valami üzenetet küldjön a megbízónak a rendelkezésére álló „magáninformációról". Mivel az ügyvivőnek az erőfeszítése, akciója kimenete és fizetsége egyaránt az általa küldött üzenettől függ, hajlamos lehet arra, hogy félrevezesse megbízóját. Számos példát találhatunk erre: például a biztosítási piacon valaki, aki tudja, hogy ő nagy kockázatot jelent a biztosítónak, úgy állíthatja be magát, mint aki kis kockázatot képvisel; avagy a munkaerő piacon egy alacsony termelékenységű munkás magas termelékenységűnek tüntetheti fel magát. A szerződés elkészítésekor tehát figyelembe kell venni a „hamis szelekció" problémáját. Ebben a fejezetben — a legegyszerűbb összefüggésben — az ilyen esetekben optimális szerződések formáit tekintjük át.

Az 1. részben alkalmazott modellt úgy adaptálhatjuk legegyszerűbb módon erre a feladatra, ha feltesszük, hogy A még döntéshozatala előtt ismeri a környezet állapotát, θ-t. Továbbá feltesszük, hogy az általa küldendő üzenet θ értékére vonatkozik — csak *közvetlen* transzmissziós mechanizmusokkal foglalkozunk. Az általa elküldött $\hat{\theta}$ üzenetet követően bizonyos $a(\hat{\theta})$ akció választására utasítják és $y(\hat{\theta})$ fizetségben részesül. A fenti függvények megválasztásakor P-nek figyelembe kell vennie, hogy A esetleg hamis θ üzenet küldésében érdekelt. A probléma további egyszerűsítése érdekében feltesszük, hogy θ-nak csak két lehetséges értéke van θ_1 és θ_2, mégpedig $\theta_1 < \theta_2$, valamint, hogy P közömbös a kockázattal szemben.

A probléma megoldásának első lépéseként rámutatunk, hogy vizsgálatainkat nyugodtan szűkíthetjük az A-t a valódi θ érték közlésében (feltárásában) érdekeltté tevő szerződésekre. Ez a *„felfedési (revelációs) elv"* (MYERSON, 1979) abból a tényből következik, hogyha A valamely szerződés mellett θ hamis értékének közlésében érdekelt, akkor mindig kialakítható olyan szerződés, amely A-t a valós érték feltárásában teszi érdekeltté anélkül, hogy ezáltal bárkinek a helyzete is romlana. Tegyük fel ugyanis, hogy amikor θ_1 az igazi érték, A érdeke azt diktálja, hogy θ_2-t közöljön és v_2 hasznossághoz jusson, míg ellenkező esetben, amikor θ_2 az igazi érték, A legyen θ_1 közlésében érdekelt, és így v_1 hasznossághoz jut. Ekkor P egy új szerződést ajánlhat, amely A számára v_2 hasznosságú, ha θ_1-et jelez, és v_1 hasznosságú, ha közlése θ_2. A számára — amennyiben korábban hazudni volt érdekében — most az igazság közlése optimális, és ezzel az új szerződéssel sem jár rosszabbul, miközben P helyzete a korábbi szerződéshez képest szintén nem romlik. Tehát bármely olyan szerződés, amely hazugságra ösztönzi A-t, felváltható egy olyannal, amely igazmondásban teszi érdekeltté, miközben senkinek sem romlik a helyzete, tehát elegendő figyelmünket az igazmondásra ösztönző szerződésekre irányítani.

A megbízó feladatát az alábbi módon fogalmazhatjuk meg:

$$\max_{y_j, a_j} E[x(a_j, \theta_j) - y_j]$$

feltéve:

$$v_1(y_j) - v_2(a_j) \geq v^0$$

$$v_1(y_j) - v_2(a_j) \geq v_1(y_i) - v_2(a_i)$$

amikor is $\theta = \theta_j$; $i,j = 1, 2$; $i \neq j$ (AS)

ahol

$$y_j = y(\theta_j), \; a_j = a(\theta_j).$$

A feladat első korlátja biztosítja, hogy A *bármely* θ_j érték esetén hozzájusson legalább visszatartott hasznosságához, ami feltételezi, hogy A visszautasíthatja a szerződést, amikor már tudomást szerzett θ-ról (hacsak nem ismerte azt már a szerződés megkötése előtt is). A második megszorítás azt a követelményt fejezi ki, hogy az (y_j^*, a_j^*), $j = 1,2$, optimális megoldás esetén A nem kerülhet rosszabb helyzetbe az igazi θ_j érték közlésével, mint hazugsággal.

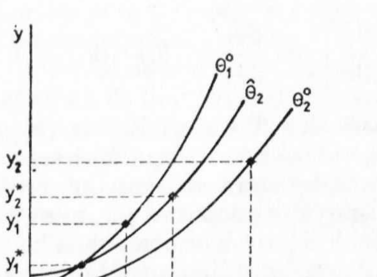
A feladat optimális megoldásának jellegzetességei egyből előtűnnek, ha az $x_j = x(a_j, \theta_j)$-t használjuk a $\alpha(x_j, \theta_j) = a_j$ függvény levezetésére, majd ezt A hasznossági függvényébe helyettesítve az alábbi kifejezést kapjuk:

$$v_1(y_j) - v_2(\alpha(x_j, \theta_j)) \equiv v(y_j) - w(x_j, \theta_j).$$

A megoldást ezután az (x_j, y_j) térben vizsgáljuk, ami ekvivalens azzal, mintha az (a_j, y_j) térben vizsgálnánk. Az optimális megoldás főbb tulajdonságait a *2. ábrán* illusztráljuk. Ezek az alábbi módon foglalhatók össze:

$$v(y_2^*) - w(x_2, \theta_2) > v(y_1^*) - w(x_1^*, \theta_1) = v^0 \tag{i}$$

Az optimális szerződés A számára a visszatartott hasznosságot biztosítja, amennyiben $\theta = \theta_1$ és ennél többet, ha $\theta = \theta_2$. Ahhoz, hogy ezt belássuk, te-



2. ábra

kintsük A közömbösségi görbéit, amit a 2. ábrán θ_1^0, illetve θ_2^0 jelöl. Ezek képviselik A visszatartott hasznosságát — a görbék mentén A hasznossága $v^0 \cdot \theta_2^0$ laposabb θ_1^0-nél, mivel feltevésünk szerint *adott* x esetén a csökken, amennyiben θ emelkedik (θ_2 „produktívabb" állapot, mint θ_1), tehát kevesebb y szükségeltetik ahhoz, hogy θ_2 mellett érjük el v^0-t, mint θ_1 esetén. Bármely x-re minél magasabb az y, annál alacsonyabb P hasznossága, tehát P-nek érdeke, hogy A-t, amennyire lehetséges, a visszatartott hasznosság szintjén tartsa. Ezt nem tudja elérni *mindkét* állapot esetén, csak θ_1 előfordulásakor (a kevésbé termelékeny helyzetben). Tehát tegyük fel, hogy P az (x_1', y_2') szerződést javasolja, ha A θ_1 értéket jelez és (x_2', y_2')-t, ha θ_2-t. Ekkor nyilvánvalóan A-nak mindig érdeke θ_1-et mondani, mivel (x_1', y_1') a θ_2^0-nak szigorúan jobbik halmazába, míg (x_2', y_2') a θ_1^0-nak szigorúan rosszabbik halmazába esik. Más szavakkal A még akkor is θ_1-et közölne, ha θ_2 volna igaz, mivel az x_1'-ből eredő a-beli csökkenés túlkompenzálná az y_1'-ben bekövetkező jövedelemveszteséget.

$$v(y_1^*) - w(x_1^*, \theta_2) = v(y_2^*) - w(x_2^*, \theta_2) \tag{ii}$$

Az optimális pontok a $\hat{\theta}_2$ közömbösségi görbén találhatók, ez a görbe áthalad a θ_1-hez tartozó (x_1^*, y_1^*) optimális megoldáson. Ebben az esetben A számára közömbös, hogy θ_1-et vagy θ_2-öt jelez, amikor θ_2 a valódi érték, tehát mint feltételeztük, igazat fog mondani. És bizonyára θ_1-et fog jelezni, ha az az igazi érték, mivel (x_2^*, y_2^*) a θ_1^0 görbe alatt fekszik. Ugyanis adott (x_1^*, y_1^*) mellett $\hat{\theta}_2$ az a legalacsonyabb közömbösségi görbe, amely mellett A még érdekelt θ_2-t mondani (ha tényleg az az igaz), így (x_2^*, y_2^*)-nek is ezen kell elhelyezkednie.

$$(x_1^*, y_1^*) \leqslant (x_1', y_1') = \operatorname{argmax}\, x - y$$

feltéve: $$v(y_1) - w(x_1, \theta_1) \geq v^0$$

$$(x_2^*, y_2^*) = \operatorname{argmax}\, x - y$$

feltéve: $$v(y_2) - w(x_2, \theta_2) \geq \hat{v}, \tag{iii}$$

ahol $\hat{v}$ A-nak a hasznossága $\hat{\theta}_2$ mentén. Ugyanis tegyük fel, hogy P tudja, hogy a környezet igazi állapota θ_1. Ekkor az alábbi feladatot kell megoldania:

$$\max x_1 - y_1 \qquad \text{feltéve: } v(y_1) - w(x_1, \theta_1) \geq v^0$$

amely megoldásként éppen (x_1', y_1')-et eredményezné, mivel ebben a pontban teljesül, hogy:

$$\left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{v_0} = \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x_1}(x_1', \theta_1)/v_1'(y_1') = 1$$

amely a feladat megoldásának szükséges feltétele. (x_1', y_1')-et tehát tekinthetjük a feladat első legjobb megoldásának, ha θ_1 a környezet igazi állapota. Ekkor a *második legjobb* megoldás A számára alacsonyabb erőfeszítési szinttel, alacsonyabb kifizetéssel és alacsonyabb outputtal jár, mint az első legjobb. Másrészt, ha θ_2 igaz és A-nak legalább $\hat{v} > v^0$ hasznossághoz kell jutnia (ahol $\hat{v}$ felel meg $\hat{\theta}_2$-nek), akkor (x_2^*, y_2^*)-ot választhatjuk az alábbi feladat optimális megoldásaként:

$$\max x_2 - y_2 \qquad \text{feltéve: } v(y_2) - w(x_2, \theta_2) \geq \hat{v},$$

mivel $\hat{\theta}_2$-n *bármelyik* pont elég jó ahhoz, hogy A-t θ_2 közlésében tegye érdekeltté, tehát P azt a pontot választja, ami számára a legkedvezőbb. Így azt kapjuk:

$$\left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{\hat{v}} = \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x_2}(x_2^*, \theta_2)/v_1'(y_2^*) = 1.$$

Tehát a $\hat{v}$-ra vonatkozó első legjobb megoldás (x_2^*, y_2^*), de ez eltér a v^0-ra vonatkozó θ_2-ben első legjobb (x_2', y_2')-től.

Ennek oka az a feltevés, hogy a jövedelem v_1' határhaszna, a jövedelemmel együtt csökken, tehát minden x helyen az egyre magasabb közömbösségi görbék egyre meredekebbek is. Ha v_1' konstans lenne, akkor $(x_2^*,y_2^*) = (x_2',y_2')$ és így θ_2-ben ez a megoldás az első legjobb minden más hasznossági szinthez képest.

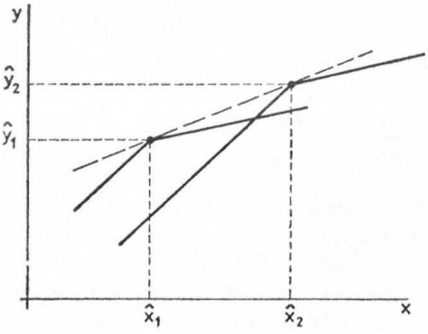
Az alábbi okfejtést követve belátható, miért kisebb (x_1^*,y_1^*), mint az első legjobb értékpár. Az (x_1,y_1) pontban θ_1^0 meredeksége 1, tehát x_1 kis csökkenését y_1 *ugyanolyan* mértékű csökkenése kíséri, azaz sem A, sem P nem kerülne rosszabb helyzetbe, *ha* θ_1 igaz. Másrészről viszont ez lehetővé tenné, hogy (x_2^*,y_2^*) egy $\hat{\theta}_2$-nél alacsonyabb közömbösségi görbén helyezkedjék el, amely áthalad a θ_1^0-en felvett új ponton, tehát P-nek nőne a hasznossága, ha θ_2 igaz. De ebben az esetben P-nek a *várható* hasznossága is nőne, ha egy ilyen cserét végrehajtana, tehát (x_1',y_1') nem lehetne az AS feladat optimális megoldása. Hasonló módon meggyőződhetünk arról is, hogy (x_1^*,y_1^*) nem fekhet (x_1',y_1')-től jobbra, tehát ettől balra kell lennie.

$$(x_1^*, y_1^*) \leqslant (x_2^*, y_2^*). \tag{iv}$$

Optimális esetben A erőfeszítése, jövedelme és teljesítménye nagyobb lesz θ_2 mellett, mint θ_1 mellett. Ez abból az implicit feltevésből következik, hogy $\hat{\theta}_2$ mindenütt laposabb, mint $\hat{\theta}_1$. Ha $\hat{\theta}_2$ bizonyos tartományon meredekebb lenne, mint θ_1^0, akkor ezt az egyenlőtlenséget felül kellene vizsgálni.

A problémának ez a fölöttébb egyszerű elemzése arra volt jó, hogy a hamis szelekcióhoz tartozó optimális szerződések néhány sajátosságát megvilágítsuk. A szerződés értelmében az ügyvivő erőfeszítése és jövedelme θ emelkedésével párhuzamosan nő. θ legalacsonyabb értékénél az ügyvivő megmarad visszatartott hasznossága szintjén, azonban minden ennél nagyobb θ értéknél jobban jár. Tehát, összevetve azzal a helyzettel, amikor a megbízó tudja, melyik θ a valódi, az ügyvivő itt jobban jár, míg a megbízó rosszabbul, miközben valamennyi θ esetén az erőfeszítés és a teljesítmény alacsonyabb szintű. Az ügyvivőnek, az információs aszimmetriából származó nyereségét úgy is interpretálhatjuk, mint „magán" információja monopóliumából következő járadékát.

A modell egy alkalmazásának és illusztrációjának tekinthető az „új szovjet érdekeltségi rendszer", amelyet a Szovjetunióban a hetvenes években vezettek be, és amelynek velős leírása található WEITZMANnál (1976). A központi tervezés korábbi rendszerében a vállalatoknak megadtak egy kibocsátási tervszámot, és akkor kaptak jutalmat, ha ezt túlteljesítették. Feltéve, hogy a tervszámot a vállalat által közölt termelési potenciálra alapozták, a vállalatnak érdekében állt termelési potenciáljának alábecslése a jelentésekben, mivel így többleterőfeszítés nélkül kaphatott jutalmat. Mivel a termelés tervezése eredendően bizonytalan, a tényleges termelésnek a tervezetten felüli többletét sokkal inkább a véletlennek és az extra erőfeszítésnek tulajdonították, mint a



3. ábra

termelési potenciállal kapcsolatos félrevezetésnek. Tehát éppen a jelen fejezetben áttekintett érdekeltségi problémával állunk szemben.

A problémának az új szovjet érdekeltségi rendszerben megtestesült megoldása a következő. A tervezési folyamat egy előkészítő szakaszában a tervező javasolt próbaképpen egy termelési célt, mondjuk $\bar{x}$-et, és egy hozzá kapcsolódó jutalmat, mondjuk $\bar{y}$-t, ha ezt a célt elérik. A második szakaszban a vállalat válaszként megadja saját termelési célját, $\hat{x}$-et. Ekkor a *tervezett* jutalom, $\hat{y}$, amit kapni fog, az alábbi összefüggésből határozható meg:

$$\hat{y} = \bar{y} + \beta(\hat{x} - \bar{x}),\ \beta > 0 \tag{8}$$

ahol β a tervezők által meghatározott paraméter. Ez a formula egyszerűen a vállalat által javasolt cél lineáris függvényeként adja meg a tervezett jutalmat. A végső, *végrehajtási* szakaszban, az alábbi függvénynek megfelelően, jut a vállalat a tényleges y jutalomhoz:

$$y = \begin{cases} \hat{y} + \alpha(x - \hat{x}), \text{ ha } x \geq \hat{x} \\ \hat{y} - \gamma(\hat{x} - x), \text{ ha } x < \hat{x}, \end{cases} \tag{9}$$

ahol x a tényleges termelési szint. A tervezési folyamat fontos vonása, hogy a paramétereknek ki kell elégíteniük az alábbi feltételt:

$$0 < \alpha < \beta < \gamma. \tag{10}$$

Ezek után azt a kérdést vizsgáljuk meg, mennyiben oldja meg ez az ösztönzési séma az érdekeltségi problémát, és mennyiben teszi érdekeltté a vállalatot tényleges termelési potenciálja közlésében.

A korábban felírt modellt alkalmazhatjuk a vizsgálat során, feltéve, hogy csak két termelési szint lehetséges $\hat{x}_1$ és $\hat{x}_2$, valamint $x_j = \hat{x}_j + \varepsilon$ j = 1,2, mint tényleges termelés. ε zérus várható értékű és véges szórású véletlen változó. WEITZMAN azt állítja, hogy ha az α és γ paramétereket megfelelően választjuk meg, akkor ez a séma *megoldhatja* az érdekeltségi problémát. Tekintsük a *3. ábrát*.[6]

A szaggatott egyenes meredeksége β, az $\hat{x}_1$-ben, illetve $\hat{x}_2$-ben megtörő vonalaké pedig a töréspönttól balra γ, tőle jobbra pedig α. Tegyük fel, hogy $\hat{x}_2$ a vállalat

[6] *John Bennett* kollégám használta éveken keresztül ezt a diagramot oktatási célból, és nagyon hálás vagyok neki, hogy hozzájárult itteni felhasználásához.

igazi termelési potenciálja. Ha a vállalat jelentésében ezt alábecsüli, és azt állítja, hogy termelési potenciálja csak $\hat{x}_1$, akkor tényleges jutalma valahol az $\hat{x}_1$-ben megtörő egyenes mentén helyezkedik el. Ha ténylegesen tudná, hogy x meg fog egyezni $\hat{x}_2$-vel, azaz a vállalat nem lenne kitéve véletlen termelés-ingadozásoknak, akkor a vállalat — WEITZMAN szerint — sohasem mondana $\hat{x}_1$-et, mivel ez rosszabb helyzetbe hozná, mint $\hat{x}_2$ közlése. Hasonlóképpen, ha $\hat{x}_1$ igaz, akkor a vállalatnak érdekében áll az igazságnak megfelelően ezt jelezni. Azonban — hacsak nem ismeri a vállalat ε-t is *ex ante* —, akkor előfordulhat, hogy célszerűbb $\hat{x}_1$-et jelenteni, akkor is, ha $\hat{x}_2$ igaz, ugyanis bizonyos esetekben elképzelhető, hogy: $\varepsilon_1 > 0$, $\varepsilon_2 < 0$, $\hat{x}_1 + \varepsilon_1 > \hat{x}_2 + \varepsilon_2$. Azonban, ha ismert ε sűrűségfüggvénye, akkor, mint ezt WEITZMAN megmutatja, mindig választható olyan α és γ, hogy a megtévesztés ne legyen a vállalat számára vonzó.

Abban azonban nincs WIETZMANnak igaza, hogy az ő elemzése szerint meghatározott α és γ önmagában elégséges az érdekeltségi probléma megoldására. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a vállalat nincs kitéve a termelési véletlenszerű ingadozásainak, tehát, ha meghatároz egy $\hat{x}_j$ termelési szintet, azt el is érheti. Ekkor a 2. ábra elemzése megmutatja, hogyan kellene kinéznie a 3. ábrán az érdekeltségi sémának: j = 1,2 esetén a 3. ábra $(\hat{x}_j, \hat{y}_j)$ pontja éppen meg kellene, hogy egyezzen a 2. ábra (x_j^*, y_j^*) pontjával. Ebből azonnal következne β értéke is: $(y_2^* - y_1^*)/(x_2^* - x_1^*)$ — noha az érdekeltségi sémának nem szabad megengednie egy közbenső x érték választását, mivel β-nak ennél az értékénél az ilyen (x,y) párok a $\hat{\theta}_2$-nak szigorúan jobbik halmazába esnének a 2. ábrán, tehát x_2^*-t sohasem javasolnák, amikor θ_2 igaz.

Ahhoz, hogy lássuk hol hibázhatunk, tegyük fel:

a) $\beta < (y_2^* - y_1^*)/(x_2^* - x_1^*)$, azaz $\hat{y}_2 < \hat{y}_2^*$. Ekkor $\hat{x}_2$-t soha nem javasolják, amikor θ_2 igaz; a jövedelemnövekmény nem kompenzálja a vállalatot azért az erőfeszítés többletért, amit x_2^* érdekében kell kifejtenie, valahányszor θ_2 igaz.

b) $\beta > (y_2^* - y_1^*)/(x_2^* - x_1^*)$, azaz $\hat{y}_2 > \hat{y}_2^*$. Ekkor, ha $(\hat{y}_2, \hat{x}_2)$ a θ_1^0-nak jobbik halmazába tartozik a 2. ábrán, akkor $\hat{x}_1$-et nem fogják javasolni, még akkor sem, ha $\hat{\theta}_1$ igaz: a termelékenyebb vállalatnak adott extra jövedelem túlkompenzálja azt a többlet erőfeszítést, amit a gyengébb vállalatnak kell tennie, hogy termelékenyebbnek tűnjön. Amennyiben viszont $(\hat{y}_2, \hat{x}_2)$ a θ_1^0-nak a rosszabbik halmazában található, akkor a vállalat $\hat{x}_j$-t fogja javasolni, ha $\hat{\theta}_j$ igaz, (j = 1,2), azonban a tervező nagyon magas árat fizet azért, hogy a vállalatok feltárják θ_2-öt.

Ezek a megjegyzések mit sem vonnak le a szovjet séma szellemességéből. Inkább csak kiegészítik WEITZMAN elemzését, megmutatva, hogy ha a tervezési folyamatban használt β érték helyesen fejezi ki az igazgatók preferencia arányait a jövedelem és az erőfeszítés között, akkor a séma valóban a tényleges termelési potenciál feltárására ösztönöz. Azonban az α, β, γ paraméterek között Weitzman módjára számított kapcsolat önmagában nem oldja meg a problémát.[7]

[7] Így Weitzman a 254. oldalon azt írja: „ha a vállalat teljes biztonsággal tudja mekkora [x] előállítására képes, mindig a legnagyobb jutalmat érheti el, ha [$\hat{x}$]-et éppen ezzel az értékkel teszi egyenlővé. Megmutattuk, hogy ez nem feltétlenül igaz, ha „rosszul" állapítják meg β-t.

6. Az elmélet fejlődésének további irányai

A tanulmányban eddig elemzett megbízó-ügyvivő modell legkézenfekvőbb általánosításának, az „egy megbízó-egy ügyvivő" feltevés elvetése tűnik. A több megbízó és egyetlen ügyvivő esete (amelyet eddig a szakirodalom nem vizsgált) potenciálisan kevésbé érdekes általánosítás, még akkor is, ha a valóságban fölöttébb releváns: gondoljunk a több részvényes tulajdonában levő vállalat esetére. Ebben az esetben a lényegi probléma az egyes megbízók közötti érdekkonfliktus megoldása lenne, azaz lényegében egy csoport hasznossági függvényt kellene megszerkeszteni, majd ezt követően tulajdonképpen ugyanazzal a feladattal állnánk szemben, mint korábban. A jóléti függvények „aggregálásának" problémáját természetesen már számosan tanulmányozták és ezen a téren vajmi kevés speciális hozzájárulás található a megbízó-ügyvivő elméléthez.

Másrészről azonban az egyetlen megbízó és több ügyvivő problémája igen nagy érdeklődésre tart számot és a közelmúltban számos tanulmányban bukkan fel ez a kérdés.[8] Az alapvető gondolat megegyezik a korábbiakkal: az egyes ügyvivők a megbízó által ajánlott érdekeltségi sémának megfelelően megválasztják akciójukat, és valamennyi ügyvivő kimenete most is akciójának és egy véletlen változónak a függvénye. Az a kérdés, vajon a megbízó valamelyik ügyvivő kimenetére, illetve teljesítményére vonatkozó információt tudja-e hasznosítani egy másikkal kötendő szerződésben. Az ilyen típusú érdekeltségi rendszer erős formája a *vetélkedő szerződés* (tournament), amelynek értelmében az ügyvivőket teljesítményük alapján rangsorolják és a rangsorban elfoglalt helyük alapján részesülnek ellenszolgáltatásban. Érdekes probléma azoknak a feltételeknek a meghatározása, amelyek mellett a megbízó jobban jár egy ilyen vetélkedő szerződéssel, mint az egyéni második legjobb optimális érdekeltségi szerződések rendszerével.

Valamennyi modell közös feladata, hogy az ügyvivők stratégiai interdependenciájának feltételezése mellett specifikálja, mi módon határozzák meg akcióikat: a megbízó-ügyvivő modell ekkor tartalmaz az ügyvivők között lejátszandó aljátékokat is. Az a szokásos feltevés, hogy a választott akciók az aljáték Nash-féle egyensúlyi pontját képezik: az adott érdekeltségi szerződés mellett valamennyi ügyvivő a többiek akcióját adottnak tekintve választja meg saját optimális cselekvését. Ma még meglehetősen feltáratlan kérdés, hogy mivel jár, ha ügyvivők összejátszanak.

E modellcsalád legjelentősebb eredménye az, hogy ha az ügyvivők output függvényeiben a véletlen változó eloszlása független, akkor – mint azt a 2. és 3. fejezetben láttuk – az egyes ügyvivők érdekeltségi szerződése is független[9] és jobb, mint a vetélkedő szerződés. Ha a véletlen változók tökéletesen korreláltak, azaz „közös véletlen hatást" fejtenek ki, akkor a megbízó – ameny-

[8] Lásd például: DEMSKI–SAPPINGTON (1984), GREEN–STOKEY (1983), HOLMSTRÖM (1982), LAZEAR–ROSEN (1981), MOOKHERJEE (1984), valamint NALEBUFF–STIGLITZ (1983).

[9] Abban az értelemben, hogy a j-edik ügyvivő fizetsége független a k-adik outputjától. Az ügyvivők véletlen változóinak függetlensége a szerződés függetlenségének szükséges és elégséges feltétele. Bizonyítást lásd például MOOKHERJEE (1984) 438. oldal. Intuitív módon beláthatjuk, hogy i fizetségét k teljesítményétől téve függővé pusztán egy újabb bizonytalansági elemet viszünk be i szerződésébe anélkül, hogy bármit is nyernénk az ösztönzést illetően.

nyiben elég erős büntetést képes kilátásba helyezni — el tudja érni az első legjobb megoldást jelentő szerződést (lásd MOOKHERJEE, 1984. 440. oldal). Az eredmény intuitív értelmezése kézenfekvő. Ha két ügyvivő véletlen változója tökéletesen korrelált, akkor az alacsonyabb kibocsátást teljesítő természetszerűleg kisebb erőfeszítést tett. Tehát, hacsak nem játszanak össze az ügyvivők, a lógás mindig tetten érhető és feltéve, hogy kellően elrettentő büntetéssel lehet élni, mindig fel is számolható. Végül pedig, mivelhogy a véletlen változók függetlensége szükséges feltétele a szerződések függetlenségének, így korrelált véletlen változó esetén az i szerződése a j teljesítményétől függ, noha az első legjobb szerződés csak akkor érhető el, ha ez a korreláció tökéletes. Ebben az esetben a másik ügyvivő eredménye a tanulmány 1. része 6. fejezetében vizsgált z változóhoz hasonló szerepet játszik. Így például, ha a két ügyvivőt érő véletlen külső hatások erősen pozitívan korrelálnak egymással, fölöttébb valószínűtlen, hogy *anélkül,* hogy az egyik lógna, egyikük teljesítménye jelentősen elmaradna a másikétól, tehát a mindkettőjük eredményességétől függővé tett kifizető függvény javítja a szerződés érdekeltségi sajátosságait.

Még a több ügyvivőre történt általánosítással együttvéve is áll, hogy a tanulmányban vizsgált megbízó-ügyvivő modellek erősen restriktívek abban a szemléletben, ahogy a szituáció stratégiai vonatkozásait tekintik. A megbízót általában Stackelberg-vezetőként ábrázolják: úgy határozza meg a hasznosságát maximalizálandó szerződést, hogy adottnak veszi az ügyvivő reakciófüggvényét, amit az ő maximálási feltétele határoz meg. Mint már említettük, ha több ügyvivő van, akkor ők a nulla konjekturális variáció feltételezésén alapuló magatartást** fogják választani, ami éppen a Cournot—Nash-féle egyensúly jellemző vonása. Sőt, még az is fel van téve, hogy az egyes döntéskapók ismerik a többiek hasznossági függvényét, és az is, hogy véletlen változóikat is ugyanaz a sűrűségfüggvény jellemzi. Végül, a morális kockázatot és a hamis kiválasztást úgy elemeztük, mint a megbízó-ügyvivő elmélet különálló eseteit —, de természetesen a két probléma egyszerre is jelentkezhet: elképzelhető, hogy egy ügyvivő magáninformációval rendelkezik, amelyről közöl valamit a megbízóval, ezután olyan akciót választ, amelyet a megbízó nem tud megfigyelni, olyan véletlen hatás jelenlétében, ami szintén kívül esik a megbízó megfigyelési körén.

Roger MYERSON (1983) mutatta be a modell teljes általánosítását, egy tökéletlen információra alapuló *Bayes-játék* formájában, amelyet HARSANYI (1967—1968) dolgozott ki, majd MERTENS és ZAMIR (1982) fejlesztett tovább. A modell az alábbi formában jelenik meg. Legyen adott n játékos $i = 1, \ldots, n$ és legyen D_i az i-edik játékos lehetséges akcióinak, illetve döntéseinek halmaza. A játékosok mindegyike valamilyen t_i „típusú" és T_i az i-edik játékos összes lehetséges „típusainak" halmaza. A t_i „típus" tökéletes leírását adja az i-edik játékos információinak és annak, hogy a játékkal kapcsolatban mit feltételez, de a többi játékos ezt nem teljesen ismeri. Azaz t_i megadja i magáninformációinak egy lehetséges állapotát. Valamennyi játékos rendelkezik ezenkívül a többi játékos lehetséges típusaira vonatkozó valószínűségeloszlással, ahol ez az eloszlás esetleg a saját típusától is függ. Végül valamennyi játékos

** A nulla konjekturális variáció feltételezésén alapuló magatartás, az oligopol játékosnak az a stratégiája, amikor feltételezi, hogy termelési várakozásának megváltozása nincs hatással a többi játékos termelésére (bővebben lásd: ARROW, K.—INTRILIGATOR, M. D. (eds.): Handbook of Mathematical Economics. North-Holland, 1982, II. kötet 508. oldal). A fordító megjegyzése.

rendelkezik hasznossági függvénnyel, ami valamennyi játékos lehetséges akcióhalmazára és lehetséges típushalmazára — beleértve önmagát is — megadja az elérhető hasznosságot. A tökéletlen információn alapuló Bayes-játék ekkor az egyes játékosok döntési halmazának, típushalmazának, a többi játékos halmazaira vonatkozó valószínűség eloszlásának (természetesen a saját típusával tisztában van) és hasznossági függvényének specifikálását jelenti. Az általunk vizsgált különböző megbízó-ügyvivő modellek ennek a játéknak csak (igen) speciális esetei voltak. Ha valaki elfogadja a fent meghatározott játék nagyon erős racionalitási posztulátumait, akkor ez megfelelő keretnek látszik az általánosabb megbízó-ügyvivő problémák elemzéséhez.[10]

7. Összefoglalás

Tanulmányomban megkíséreltem, hogy a megbízó-ügyvivő elméletről és néhány alkalmazásáról magyarázó jellegű áttekintést adjak. Ez a cikk távolról sem tekintette át kimerítően a szakirodalmat és még csak meg sem kíséreltem, hogy kiértékeljem az egyes egyének hozzájárulását az elmélethez. Abban bízom, hogy a területtel csak most ismerkedő közgazdászok olyan érdekes gondolatokra bukkannak, amelyeket saját munkájuk során is tudnak majd hasznosítani.

IRODALOM

1. Arrow, K. J.: Uncertainty and the Welfare Economics of Medical Care. *American Economic Review*, Vol. 53, (1963) pp. 941—73.
2. Arrow, K. J.: Insurance, Risk and Resource Allocation, in: *Essays in the Theory of Risk-Bearing*. Chicago, Markham. (1971).
3. Demski, J. S.—Sappington, D.: Optimal Incentive Contracts with Multiple Agents. *Journal of Economic Theory*, Vol. 33, (1984) pp. 152—71.
4. Ehrlich, I.—Becker, G. S.: Market Insurance, Self-Insurance and Self-Protection. *Journal of Political Economy*, Vol. LXXX, (1972) pp. 623—48.
5. Green, J.—Stokey, N.: A Comparison of Tournaments and Contracts. *Journal of Political Economy*, Vol. 91, (1983) pp. 349—64.
6. Groves, T.: On Theories of Incentive Compatible Choice with Compensation, ch. 1 in: Hildenbrand (ed.), *Advances in Economic Theory*. Cambridge, Cambridge University Press. (1982).
7. Harris, M.—Townsend, R. M.: Resource Allocation under Asymmetric Information. *Econometrica*, Vol. 59, (1981) pp. 231—59.
8. Harsanyi, J. C. Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players. *Management Science*, Vol. 14, (1967—68) pp. 159—89, 320—34, 486—502.
9. Helpman, E.—Laffont, J.—J. On Moral Hazard in General Equilibrium Theory, *Journal of Economic Theory*, Vol. 10, (1975) pp. 8—23.
10. Holmström, B.: Moral Hazard in Teams, *Bell Journal of Economics*, Vol. 13, (1982) pp. 324—40.
11. Lazear, E. P.—Rosen, S. : Rank-Order Tournaments as Optimum Labour Contracts, *Journal of Political Economy*, Vol. 89, (1981) pp. 841—64.
12. Mertens, J-F.—Zamir, S.: Formalization of Harsanyi's Notions of „Type" and „Consistency" in: *Games with Incomplete Information*". CORE discussion paper, Université Catholique de Louvain, (1982).
13. Mirrlees, J.: Notes on Welfare Economics, Information and Uncertainty, in: Balch, McFadden and Wu (eds). *Essays in Economic Behaviour Under Uncertainty*, Amsterdam, North-Holland, (1974).

[10] Groves (1982) viszont némileg bíráló nézeteket fejtett ki az ilyenfajta általánosítással szemben.

14. Mookherjee, D.: Optimal Incentive Schemes with Many Agents, *Review of Economic Studies*, Vol. LI, (1984) pp. 433–46.
15. Myerson, R.: -Incentive Compatibility and the Bargaining Problem, *Econometrica*, Vol. 47, (1979) pp. 61–3.
16. Myerson, R.: Bayesian Equilibrium and Incentive – Compatibility: an Introduction, Center for Mathematical Studies in Economics and Management Science, Northwestern University, *Discussion Paper 548*, (1983).
17. Nalebuff, B.–Stiglitz, J.: Prices and Incentives: Towards a General Theory of Compensation and Competition. *Bell Journal of Economics*, Vol. 14, (1983) pp. 21–43.
18. Navajas, F.: *Principal-Agent Theory and Public Enterprise*. D. Phil. dissertation, Oxford University, (1984).
19. Pauly, M. V.: Overinsurance and Public Provision of Insurance. *Quarterly Journal of Economics*, Vol. LXXXVII, (1974) pp. 44–62.
20. Shavell, S.: On Moral Hazard and Insurance. *Quarterly Journal of Economics*, Vol 2. (1979) pp. 541–62
21. Spence, A. M.–Zeckhauser, R.: Insurance Information and Individual Action. *American Economic Review*, Vol. LXI, (1971) pp. 380–7.
22. Stiglitz, J.: Risk Sharing and Incentives in Sharecropping *Review of Economic Studies*, (1974) pp. 219–55.
23. Townsend, R.: *Optimal Contracts and Competitive Markets with Costly State Verification*. Carnegie-Mellon University, mimeo, 1976.
24. Weitzman, M.: The New Soviet Incentive Model. *Bell Journal of Economics*, Vol. 7, (1976) pp. 251–7.
25. Zeckhauser, R.: Medical Insurance: A Case Study of the Trade-off Between Risk-Spreading and Appropriate Incentives. *Journal of Economic Theory*, Vol. 2., (1970) pp. 10–26.

Tisztújító közgyűlés a MKT Matematikai—Közgazdasági Szakosztályában

A Magyar Közgazdasági Társaság Matematikai Közgazdasági Szakosztálya 1986 május 15-én tisztújító közgyűlést tartott. A Vezetőség beszámolóját a Szakosztály tagjai előzetesen megkapták írásban. A beszámoló szerint a Szakosztály tagjainak száma az elmúlt időszakban lényegileg nem változott. Nem sikerült, a korábbi elképzeléseknek megfelelően, a tagság létszámát az újonnan végzettek közül számottevően növelni. Különösen alacsony a vállalati szférában dolgozók aránya.

A Szakosztály keretében 1983-ban megalakult az ökonometriai szekció azzal a céllal, hogy összefogja az ökonometria hazai szakértőit, vitafórumot biztosítson az ökonometriai kutatás és módszertan kérdéseiben, lehetőséget teremtsen a tapasztalatok kicserélésére.

A szakmai tevékenységből kiemelkednek az operációkutatási konferenciák, amelyeket a Szakosztály a Bolyai János Matematikai Társulat és a Neuman János Számítógéptudományi Társaság illetékes szakosztályaival rendez közösen. A szervezési teendőket az elmúlt közgyűlés óta 1983-ban Balatonfüreden és 1985-ben Sopronban a Szakosztály látta el. Mindkét esetben jól sikerült, megfelelő szakmai színvonalú konferenciákról beszélhetünk. Ennek ellenére a konferenciák hullámzó színvonala, a beérkezett előadások számának erős ingadozása miatt elfogadtuk a két társrendező szerv indítványát, hogy 1986 után csak kétévenként rendezzük meg az Operációkutatási Konferenciákat. Úgy véljük azonban, hogy a szakosztályi élet fenntartása érdekében a közbenső években Szakosztályunk rendezzen valamilyen, profilunknak megfelelő, meghatározott témájú konferenciát.

Nem kevésbé jelentősek azok a szakértői konferenciák, amelyeket Salgótarjánban rendezünk. Ezek szervezésének intenzitása meglehetősen változó; volt olyan év, amelyikben négyet is rendeztünk, míg olyan is, amelyikben csak egyet. Mindenesetre szakmailag szinte mindegyik esetben nagyon jól sikerültek.

A meghívottak korlátozott létszáma (25–40 fő) lehetővé tette a szakmai elmélyülést, az alapos viták kialakulását. Korábban a közvetlen gazdasági alkalmazások, az utóbbi időben egyes elméleti, módszertani, rendszermodellezési kérdések kaptak nagyobb súlyt.

1985-ben rendeztük meg első ízben a fiatal matematikus közgazdászok szemináriumát. A sikere alapján ezt minden évben megismételnénk. Az elképzelések szerint 20–25 fiatal (35 év alatti) kap meghívást, akik néhány senior vezetésével vitatják meg az elfogadott előadásokat. Előadással bármilyen témában lehet jelentkezni megkötés nélkül, de számuk korlátozott az elhangzottak széles körű megvitatása érdekében.

Meglehetősen hullámzó volt a szakosztályi tevékenység a Kossuth Klub-beli előadások szervezését és látogatottságát illetően. Gyakran nem sikerült megfelelő előadót találni, és a megtartott előadások többségének a látogatottsága is gyér volt. Ez az a terület, ahol szervezeti életünkben a legtöbb a kívánnivaló. Változtatni azonban a vezetőség önmagában nem tud, szükséges a tagság támogatása is. Ez két irányból adódhat. Egyrészt a vezetőség szívesen fogadja az előadásra való jelentkezést is, másrészt a figyelem felhívását egyes elkészült munkákra, kutatási eredményekre.

A Szakosztály tevékenységén belül figyelemre méltó az ökonometriai szekció munkája. Nagy aktivitással szervezik előadásaikat, sőt szemináriumsorozatok megrendezésére is vállalkoztak.

Nem sokkal az előző közgyűlést követően 1981 novemberében – ült össze a III. Magyar ÁKM. Konferencia, amelyet a Központi Statisztikai Hivatal és az MKT Statisztikai Szakosztálya rendezett a Népgazdaságtervezési és a Matematikai-Közgazdasági Szakosztályok együttműködésével. A konferencián a hazai szakembereken kívül nagy számban vettek részt külföldiek is, élükön a Nobel-díjas *W. Leontief* professzorral. Sok magas színvonalú előadás hangzott el, melyeknek nemzetközi jelentőségét mutatja az a tény is, hogy az előadásokból szerkesztett kötetet angol nyelven is kiadták.

Az Alkamazott Ökonometriai Társaság (Párizs) 1982 tavaszán Budapesten tartotta konferenciáját, Szakosztályunkkal együttműködve, és a szocialista országok ökonometriai modellezéseivel foglalkozó konferenciával összevontan. Ezen is számos külföldi szakember vett részt mind a szocialista, mind pedig a nyugati országokból. A konferencia jó alkalom volt arra, hogy a szocialista és a nem szocialista országok szakemberei az előadásokon túlmenően is kicseréljék tapasztalataikat, megismerjék egymás tevékenységét, elsődlegesen az ökonometria alkalmazásának területein.

Három közös rendezvényünk is volt az osztrák társszervekkel. Az egyik Ausztriában, a másik a balatonfüredi operációkutatási konferencia egyik szekciójaként, a harmadik egy salgótarjáni szakértői összejövetelen. A szakmai előadásokon kívül ezeknek a kapcsolatfelvétel, a szomszéd országokban folyó matematikai-közgazdasági tevékenysége megismerését illetően van jelentősége.

Ebben az évben két jelentős nemzetközi konferencia megrendezésében veszünk részt a helyi szervezési feladatok lebonyolításával. Az egyik a „5th IFAC/IFORS Conference on Dynamic Modelling and Control of National Economies", a másik az „European Meeting of the Econometric Society".

Szakosztályunk vezetősége mindig nagy súlyt helyezett arra, hogy a lehetőségeket kihasználva a konferenciákon kívül is elhangozzanak nálunk külföldi szakemberek előadásai. Legtöbb esetben valamelyik hazai intézménynél vendég szakembert kértünk fel előadás megtartására, de előfordult az is, hogy mi hívtunk meg nemzetközileg ismert előadót. Így az elmúlt közgyűlés óta tartott a szervezésünkben előadást pl. *W. Leontief* (USA), *V. Marcuse* (USA), *J. Casti* (IIASA), *R. E. Kalman* (Svájc), *D. Triska* és *J. Zielemiec* (Csehszlovákia), *M. Gronicki* (Lengyelország), *D. Meadows* (USA).

Szakosztályunk, mint szervezeti egység, részt vesz a Magyar Közgazdasági Társaság tevékenységében is. A Szakosztály elnöke ott van a rendszeresen megtartott elnökségi üléseken, míg titkára a titkári értekezleteken. Ezeken a fórumokon lehetőség van a Társaság tevékenységével kapcsolatos vélemények elmondására, a Társaság vezetésében való részvételre.

Évente tart a Magyar Közgazdasági Társaság Vándorgyűlést. Ebben az évben már a XXV. jubileumi Közgazdász Vándorgyűlés lesz Miskolcon, melynek témája a Vállalat-Vállalkozás. A többi szakosztályhoz hasonlóan mi is meghatározott számú résztvevőt delegálhatunk az egyes Vándorgyűlésekre. Ezen túlmenően a szakmai programokba is bekapcsolódunk felkért vagy egyéb hozzászólással.

Társasági közös rendezvény volt 1984-ben, a népgazdasági tervezés módszertanának és információs rendszerének továbbfejlesztésével foglalkozó szakértői fórum, melyet a Népgazdaságtervezési, a Pénzügyi és a Statisztikai Szakosztállyal közösen rendeztünk a Magyar Tudományos Akadémián. A szervezési munkát elsődlegesen Szakosztályunk végezte. A szakértői fórumnak a jelentőségét növelte, hogy bekapcsolódott a VII. ötéves terv kidolgozásának munkálataiba.

Szakosztályunk folyóirata, a Szigma, a beszámolási időszakban is teljesítette feladatát, jól informálta a hazai matematikus közgazdászokat tudományáguk fejlődéséről és demonstrálta az általuk végzett munka magas színvonalát. Sajnálatosnak tartjuk, hogy — nagyrészt nyomdai problémák miatt — megjelenése rendszeresen egy évet késik.

*

A fentiekben közölt írásbeli beszámolóhoz a Közgyűlésen a vezetőség rövid szóbeli kiegészítést fűzött, amely főként a matematikai módszerek alkalmazásának helyzetével, a tapasztalható apály-jelenségek okaival és következményeivel foglalkozott. A beszámoló feletti vitában a hozzászólók főként egyes szakosztályi rendezvények pozitív és negatív tapasztalatait értékelték, többen aktívabb szakosztályi életet sürgettek.

A beszámoló elfogadása és a Vezetőség felmentése után *Csáki Csaba*, a Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem rektora tartott előadást az egyetemi oktatás tartalmi és szervezeti megújítására vonatkozó tervekről és előkészületekről. A nagy érdeklődéssel fogadott tájékoztató után élénk beszélgetés alakult ki a közgazdász képzés problémáiról.

A közgyűlés 24 jelölt közül 20 tagú Szakosztályi vezetőséget választott a következő ötéves időszakra. Az új vezetőség első ülésén *elnökévé Éltető Ödönt, társelnökévé VitaLászlót, titkárává Ormós Zsoltot és ifjúsági titkárává Király Juliát* választotta meg.

A vezetőség tagjai:

Augusztinovics Mária
Ábel István
Bod Péter
Éltető Ödön
Forgó Ferenc
Hunyadi László
Király Julia
Kovács Álmos
Ligeti István
Martos Béla
Meszéna György
Mikó Gyula
Ormos Zsolt
Simon András
Simonovits András
Szakolczai György
Szép Jenő
Vita László
Zalai Ernő
Ziermann Margit

AUGUSZTINOVICS MÁRIA

Köszönet a kötet lektorainak

A Szigma 1985. évfolyamához benyújtott cikkeket – a Szerkesztőség állandó munkatársain kívül – a következő külső munkatársak lektorálták:

Ábel István
Bródy András
Budavári Péter
Chikán Attila
Czirják Sándor
Dancs István
Fényes Tamás
Halpern László
Hulyák Katalin
Hunyadi László
Kádas Sándor
Kovács Álmos
Kozma Géza
Krámli András
Laky Teréz
Matits Ágnes
Medvegyev Péter
Rapcsák Tamás
Riecke Werner
Simon András
Simonovits András
Szántai László
Uhrin Béla
Zalai Ernő

Áldozatkész munkájukért ezúton is köszönetet mond a Szerkesztőség.

A kiadásért felelős az Akadémiai Kiadó és Nyomda főigazgatója
Műszaki szerkesztő: Sándor István
A kézirat nyomdába érkezett: 1985. XII. 17. — Terjedelem: 8,75 (A/5) ív
86.15388. Akadémiai Kiadó és Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Hazai György

CONTENTS

CONCEPTS AND METHODS

BORROWED QUILLS

SCIENTIFIC LIFE

СОДЕРЖАНИЕ

ПОНЯТИЯ И МЕТОДЫ

СО СТРАНИЦ ЗАРУБЕЖНЫХ ЖУРНАЛОВ

НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

Ára: 26,— Ft
Előfizetés egy évre: 104,— Ft

ISSN 0039—8128

TARTALOM

FOGALMAK ÉS MÓDSZEREK

IDEGEN TOLLAK

TUDOMÁNYOS ÉLET

AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST