KÖNYVEKRŐL

J. Szép—F. Forgó: *Einführung in die Spieltheorie* Akadémiai Kiadó, Budapest 1983

Neumann és *Morgenstern* alapvető munkáját követően számos könyv jelent meg, amely áttekintést kívánt nyújtani a játékelmélet egész problémaköréről. Az első magyar nyelvű kezdeményezés *Szép Jenő* és *Forgó Ferenc* nevéhez fűződik, nevezetesen a *Bevezetés a játékelméletbe* című könyvükhöz, amely 1974-ben jelent meg. S mivel ez a munka a szakemberek körében általános elismerést aratott, célszerűnek látszott valamelyik „világnyelven" is megjelentetni. Így született meg az *Einführung in die Spieltheorie*, amelynek ismertetése most a feladatunk.

Az új könyv az elsőnek alapos átdolgozása, illetve több irányban való kiegészítése révén készült. Elsőként arra hivatkozunk, hogy a szerzők — eltérően az eddig megjelent kézikönyvektől — az egész játékelméletet a nála általánosabb rendszerelméletbe ágyazzák be, s reá támaszkodva fejtik ki az alapvető fogalmakat és összefüggéseket. Fontosnak tartjuk azt is megjegyezni, hogy több témakörnél merőben új tárgyalásmódot alkalmaztak; így például az oligopol-játékok és a koalíciós játékok elméleténél. Megemlítjük továbbá, hogy a könyvbe több új téma is bekerült, mint például a *Scarf—Hansen*-féle algoritmus és a nem teljes információn alapuló játékok.

A könyv az elméletet teljes matematikai szigorúsággal építi fel, de ezen belül sokkal inkább a módszerekre, illetve a „megoldásokra" irányul, mint az eddig megismert elméleti szakkönyvek. A szerzők azonban nem feledkeznek meg a gyakorlati alkalmazásokról. Többek között a közgazdasági, operációkutatási, döntéselméleti, statisztikai és katonai alkalmazásokról sem. E tekintetben is példamutató munkával állunk szemben.

A szerzők mindazonáltal nem monográfiát írtak. Ebben már a megszabott terjedelem is akadályozta őket. Ezért főként azokat a témaköröket fejtették ki részletesebben, amelyekben újat nyújtottak, vagy legalábbis más tárgyalásmódot alkalmaztak, mint a többi kézikönyvek. Így az egyes fejezetek terjedelméből nem szabad következtetést levonni a kérdéses probléma súlyára. A fenti okok következménye az is, hogy a könyvből hiányoznak bizonyos „klasszikus" témák, így a differenciális játékok elmélete és az n-személyes játékok azon esete, amikor az n végtelen nagy.

Ami a tartalom közelebbi ismertetését illeti, az 1. fejezet adja meg az egész témakör rendszerelméleti megalapozását. A 2—6. fejezet az n-személyes játékot és annak többirányú kiterjesztését tárgyalja. Idetartoznak az egyensúlyi pontok különféle egzisztencia-tételei, speciális n-személyes játékok (konkáv játékok, poliédrikus játékok, speciális zérusösszegű játékok) és megoldási módszereik, különös tekintettel a Scarf—Hansen-féle algoritmusra, s itt található meg az oligopolprobléma teljes kifejtése is. A nagy terjedelmet elfoglaló 7—21. fejezet a kétszemélyes játékokról nyújt részletekbe menő ismertetést. Ezzel kapcsolatban először is a bimátrix-játékokat és a null-összegű mátrix-játékokat említjük, beleértve kapcsolatukat a lineáris programozással is. Fontos szerepet játszanak az egyensúlyi stratégiák és a rájuk vonatkozó különböző megoldási módszerek, mint pl. a szimplexmódszer, a fiktív lejátszás módszere és a Neumann-féle eljárás, továbbá a mátrixjátékok dekompozíciója. Speciális módszereket igényelnek a $2\times n$-személyes játékok, az egységnégyzeten értelmezett játékok, a természet elleni játékok és a szekvenciális játékok. A 22—27. fejezet az n-személyes kooperatív játékokkal foglalkozik. Itt is több megoldási koncepció jöhet szóba. Ilyen a Neumann—Morgenstern-féle eljárás, a magtest (nucleolus) fogalma, a *Shapley*-érték és a *Nash*-féle koncepció. Szó van itt még a kifizetési függvény stabilitásáról és a *Weber*-féle megegyezéses (bargaining) modellről is. Az utolsó fejezet a nem teljes információn alapuló játékok problémáit tárgyalja.

A 211 forrásmunkára kiterjedő bibliográfia hasznos segítséget nyújthat azoknak, akik további ismereteket kívánnak szerezni.

Az elmondottak alapján megállapítható, hogy a könyv jó szolgálatot tehet mind a tudományos kutatásban, mind az egyetemi oktatásban, de haszonnal forgathatják azok is, akik gyakorlati problémáikat a játékelmélet eszközeivel kívánják megoldani.

KREKÓ BÉLA

F. J. GOULD—J. W. TOLLE: *Complementary Pivoting on a Pseudomanifold Structure with Applications in the Decision Sciences.* (Komplementáris pivotálási technika pszeudomanifold struktúrán döntéselméleti alkalmazásokkal.) Sigma Series in Applied Mathematics vol 2. Heldermann Verlag, Berlin 1983. 203 p.

A könyv a komplementáris pivotálási technika absztrakt matematikai alapjait, majd annak adott, speciális feladatokra való alkalmazásait tartalmazza. Az optimalitás elmélete iránt érdeklődő minden olvasó haszonnal forgathatja. A könyv akár tankönyvnek is beillő didaktikus felépítésben, precízen íródott. Címében a döntéselméleti alkalmazásokra vonatkozó ígéret talán félrevezető lehet. A könyvben nem új döntéselméleti modelleket dolgoznak ki, mutatnak be a szerzők, hanem számos jól ismert modell megoldására adnak módszert, és így bizonyítják a bemutatott komplementáris pivotálási technika széles körű alkalmazhatóságát. Gazdag feladatanyag zár minden fejezetet, melyeket érdemes feldolgozni az anyag teljes megértéséhez. A szerzők nyílt kérdéseket is felvetnek, melyek a további kutatómunkához is kiindulópontul szolgálhatnak.

A bevezető fejezetben hangsúlyozzák, hogy a bemutatandó algoritmusok a klasszikus analitikus algoritmusoktól eltérően nem monotonok, csak a feladatok kombinatorikus tulajdonságaira építenek. Így algoritmusaik szélesebb feladatosztály megoldására képesek, s így döntéselméleti felhasználási körük is bővebb. Elismerik, hogy az általánosságra törekvés csak az algoritmusok hatékonyságának rovására történhet. Ugyanitt néhány klasszikus (lineáris programozás, feltétel nélküli optimalizálás, fix pont probléma, lineáris komplementaritási probléma) optimumszámítási feladatot mutatnak be.

Sajnos, az egész könyvben kevés szó esik a bemutatott feladatok megoldására alkalmas más algoritmusokról. Néhány utalás könnyebbé tehette volna a témakörben való tájékozódást az olvasó számára.

A második fejezetben az alapvető definíciókat, elnevezéseket (bázis, altér, affin tér, szimplex, komplex, pszeudomanifold) vezetik be a szerzők. A fogalmak jobb megértését ábrákkal, példákkal segítik, ezzel nagy mértékben megkönnyítik a bevezetett fogalmak elsajátítását. A fejezet — mint minden ezt követő rész is — feladatokkal zárul.

A harmadik fejezetben több példát mutatnak be. Megmutatják, hogyan származtathatók újabb pszeudomanifoldok már adottakból. Ezek a példák egyben elő is készítenek további fejezeteket, ahol felhasználják őket.

Először a lineáris programozás elméletéből is ismert megengedettségi ($Ax = b$, $x \geq 0$) feladattal foglalkoznak, és megmutatják, hogy a megengedett megoldások halmaza is egy pszeudomanifold (így a pszeudomanifoldok speciális esetekben tartalmazzák a poliédereket). Bevezetik a lap, él, csúcs fogalmakat, majd ezek és néhány további fogalom segítségével jellemzik a bevezetett halmazokat.

Ismertetik és jellemzik az R^n-tér szimplex felbontását, eljárásokat adnak az egységkocka, illetve az R^n-tér különböző szimplex felbontásaira. Megmutatják a *Brouwer* fix pont tétel bizonyításához *Scarf* által bevezetett primitív halmazokat, mint speciális pszeudomanifoldokat. A fejezet hátralevő részében néhány eljárást ismertetnek, hogyan lehet új, több dimenziós pszeudomanifoldokat képezni már adottakból.

A negyedik fejezetben vezetik be a komplementáris pivotálási technikákat, ezek játsszák a döntő szerepet a könyv hátralevő részében. Az algoritmusok lényegében a lineáris programozásból jól ismert „báziscsere" általánosításaként foghatók fel. Így „csúcsról" „csúcsra" lépve jutnak el a megkívánt tulajdonságú „csúcsig", miközben garantálják az algoritmusok végességét. Ehhez az adott struktúrában definiálják a szomszédság, az út és a kör fogalmát, szomszédsági és címkézési struktúrát rendelnek a halmazokhoz. Az általános algoritmus végessége (a generált út végessége) nem garantálható, a konkrét alkalmazásokban ehhez mindig további feltétel szükséges. Egy egyszerű példa ismertetésével és feladatokkal zárják a fejezetet.

Az ötödik fejezet a témakör legismertebb és legszélesebb körben alkalmazott feladatcsaládjával, a lineáris komplementaritási problémákkal foglalkozik. A lineáris komplementaritási problémák általános megfogalmazása után speciális eseteket mutatnak be: bimátrix játékok egyensúlyi pontjának meghatározását, kvadratikus programozást, lineáris programozást. A témakör fontos tételeinek a tárgyalásmódba illő bizonyítását konkrét numerikus példák követik. Tárgyalják a lineáris komplementaritási problémák azon speciális eseteit, amikor ismert a feladat megoldása, illetve bizonyított az algoritmus végessége. Ezen belül a kopozitív mátrixok osztálya talán a legérdekesebb.

A hatodik fejezetben leképzések fixpontjának meghatározására alkalmazzák a komplementáris pivotálási algoritmust. Először a valós n dimenziós tér egy részhalmazának önmagára való folytonos leképzéseinek fixpontjait vizsgálják, majd az R^n tér felülről féligfolytonos pont-halmaz leképzéseinek fixpont problémájára alkalmazzák a fenti elméletet. A második eset igaz, hogy speciális esetként tartalmazza az elsőt, de az első esetben számos hasznos eredmény igazolható, ami a másodikban nem. A fejezetben konstruktív bizonyítást találunk a *Brouwer* és a *Kakutani* fixpont tételekre.

A hetedik fejezet nem differenciálható függvények feltétel nélküli minimumának meghatározására ad módszereket. A tér szimplex felbontására építve elkészítik a feladatnak egy lineáris approximációját és az így kapott lineáris programozási feladatra alkalmazzák a komplementáris pivotálási algoritmust. Így természetesen közelítő optimális megoldás kapható meg. A közelítő megoldások „jóságára" becsléseket adnak, valamint az algoritmus alkalmazhatóságát precízen bizonyított tételekkel támasztják alá.

A nyolcadik fejezet az általános, nem differenciálható programozási feladatot tárgyalja. Közelítő megoldására (komplementáris pivotálási algoritmussal) több lehetőséget mutatnak be. Az egyik a linearizálás, ezt részletesen tárgyalják. Bizonyítják, hogy egy finomodó approxiomáció sorozatnak a torlódási pontjai egyben az eredeti feladatnak az optimális megoldásai is. Röviden tárgyalják a feladat büntető függvényekkel való megoldását, illetve annak nemlineáris komplementaritási problémává való átfogalmazását.

Néhány további megoldási lehetőséget vetnek fel a fejezetet záró feladatokban.

A könyvet egy 164 tételből álló, a témakör irodalmát jól átfogó irodalomjegyzék, valamint egy rövid szószedet zárja.

*

Külön kiemelendő a könyv precíz, didaktikus felépítése. A bevezető fejezetekben definiálják és kellően szemléltetik, begyakoroltatják az alapvető fogalmakat, majd ismertetik azt a módszert, eszközt, amelyre tulajdonképpen a könyv épül. Ezután az egyszerűbbtől a bonyolultabb felé haladva tárgyalják az algoritmus alkalmazási területeit. Összefoglalva: a könyv egy speciális, de széles körben alkalmazható eszköz, a komplementáris pivotálási technika ismertetését és annak alkalmazásait tartalmazza. A matematika és alkalmazásai iránt érdeklődő minden olvasónak melegen ajánlhatjuk.

TERLAKY TAMÁS