

A fizikai gazdaságtanról

(Neumann egyensúlyi modelljének félszázados évfordulójára)

Általános egyensúlyi modelljét bemutatva *Neumann János* megjegyezte:

„A $\Phi(X, Y)$ függvény közvetlen értelmezése rendkívül kívánatos volna. Szerepe hasonlóknak tűnik a fenomenologikus termodinamika termodinamikai potenciáljaihoz; feltehető, hogy a hasonlóság fennáll teljes fenomenológiai általánosságában (függetlenül a mi megszorító idealizálásainktól).”

E mondatokkal sokáig küszködtem. Az a magyarázat, amelyet végül is kiokoskodtam* nem biztosan Neumanné, bár amennyire ez megítélhető, nincs ellentétben nézeteivel.

A magyarázatnak három összetevője van:

1. a közgazdaságtan és a termodinamika közti izomorfizmus vázolása;
2. a marginalizmus és a munkaértékelmélet összefüggésének és ekvivalenciájának kimutatása;
3. a modell újszerű felállítása.

Neumann kémiai tanulmányait Berlinben *W. Ostwald* mellett folytatta, akit a fizikai kémia úttörőjeként tartanak számon, s aki *J. W. GIBBS* „Heterogén szubsztanciák egyensúlyáról” szóló [1875–8] alapvető értekezését németre fordította és népszerűsítette. Bizonyára nem véletlen, hogy a gibbsi elemzés két fontos eszközére felfigyelt, s hogy ezek messzemenően hatottak megközelítésmódja sajátos formájára.

Az első ilyen fontos eszköz a megengedett variációk (tehát erők, folyamatok vagy mozgások stb. megengedett kizavarásai egyensúlyukból) sajátos jellemzése *egyenlőtlenségek*, nem pedig egyenlőségek révén. A második és ebből már következő eszköz az egyensúlyi pont vagy helyzet *max-min* kritériumokkal való leírása.

Az „egyenlőtlenségek” e módszere kinyomozhatóan *GAUSS* [1829] művére vezethető vissza, akit Gibbs is megemlíttet a későbbiekben, s tán *FOURIER* [1798] egy értekezésére. Az elv kétségtelenül *GIBBS* [1879] tanulmányában éri el tudatos és mesteri alkalmazását, matematikai kifejezését *FARKAS* [1901] csiszolta ki ma is használatos alakjára majd *HAAR* [1918] általánosította inhomogén lineáris egyenlőtlenségekre. Valószínűleg egyik igen fontos forrása a modern nem-egyensúlyi termodinamikának is pl. *GYARMATHY* [1980] művében.

Persze a sajátos matematikai struktúra, amelyet Neumann a gazdasági probléma megfogalmazására és megoldására kiválasztott lehetett volna egy-

* Itt köszönöm meg fizikus kollégáim, *Martinás Katalin* és *Sajó Konstantin* segítségét, akik a termodinamika néhány fontos fogalmát és munkamódszerét megvilágították. A hibák azonban, amelyek ennek ellenére is fennmaradhattak, nekem tulajdonítandók.

holt munka összegezésével határozta meg. Az elmélet logikus és következetes volt és csak akkor vált homályossá és kitérővé, ha azt kérdezték, hogyan lehet a különféle konkrét munkát (a szabó, szakács, bányász, takács munkáját) egynemű „absztrakt” munkává összegezni, anélkül, hogy a piachoz fordulnánk tájékoztatásért.

A marginalizmus a kibocsátások oldaláról indult ki és az áruk értékét a révükön elért hasznos hatás, szükségletkielégítés mértékére vezette vissza. Ez is ellentmondásmentes elmélet volt, s csak akkor habozott, amikor az egyéni hasznosságokat kellett volna társadalmi méretben összegeznie. A válóperek növekvő száma mutatja, mily nehéz még két személy hasznossági térképét is egymással összebékíteni. Itt is az összegezés, integrálás, egyneművé tevés nehéz problémája az, ami az egyébként ellentmondásoktól mentes elmélet alkalmazását megnehezítette.

Mindkét paradigma tehát sebezhető volt és ráadásul még harcban is állt egymással. Történeti — és sok tekintetben kölcsönösen rosszszemű — vitájuk folyamán soha nem ismertek el egy szikrányi igazságot se a másik fél álláspontjából. A ráfordítások és kibocsátások kölcsönös függése, az ok és okozat kapcsolódása, a munka és a hasznos hatás egymást feltételező és módosító volta figyelmen kívül maradt. A két paradigma képtelen volt egymást áthatni.

Ehhez hozzájárult az, hogy módszertanilag is ellentétesek voltak: a munkaértékelmélet az egyensúly, a marginalizmus pedig az optimális eszméje körül építkezett. Kibékítésükhöz, együttes meghaladásukhoz, amely megőrzi és általánosítja azt, ami bennük igaz, egy új és átfogóbb szemléletre volt szükség.

Hasonló szemléletet dolgozott ki a fizikában EMMI NÖTHER, amikor szigorú bizonyítást adott arra, hogy a newtoni „egyensúlyi” és a d’Alemberti „optimalizáló” természetleírás matematikailag ekvivalens.

Neumann is, a gazdasági egyensúlyt modellezve, olyan új eszközt használt, amely egyszerre oldja meg az egyensúly és az optimalizálás feladatát a fizikában jól bevált *potenciálfüggvény* módszerével.

Az így létrehozott modell jól tükrözi mindkét elméletet: feltüntethető benne akárhány fajta konkrét munka és bármilyen fogyasztási szokás. Adatván a kiinduló adatok a modell maga határozza meg, hogy az „optimális egyensúly” esetében mely eljárásokat, technológiákat, munkafajtákat fogják felhasználni, mit és mennyit fognak termelni. Ez a modell primális megoldása, amely meghatározza a rendszer mozgását az állapottérben. Ugyanakkor a duális megoldás, az „intenzív” változók értéke olyan érték-, illetőleg árrendszert szolgáltat, amely megoldja az állapottér teljes rendezését, sőt mérését is.

A potenciálfüggvény alkalmazásának eszméje ismét Gibbstől eredhetett, bár gazdasági rendszerre való alkalmazása új sajátosságokat is mutat. A fizikában a potenciálfüggvény feladata az, hogy úgynevezett „erőteret” hozzon létre az állapottér minden pontjában. Az ilyen erőterben csak ott találhatóunk egyensúlyt, ahol az erők közömbösítik egymást, eredőjük zérus. Így egy Φ potenciálfüggvény által létrehozott erőterben az egyensúly feltétele a függvény parciális deriváljainak eltűnése, $\text{grad } \Phi = 0$, lesz.

De szabad-e egy ilyen potenciálfüggvény létezését feltételeznünk? Gibbs egyszerűen feltette, hogy létezik — az egzisztenciabizonyítás azonban sokkal későbbi és CARATHÉODORY [1909] érdeme. Azt hiszem a termodinamika sajátos nehézségei abból származtak, hogy egyensúlyfogalma szűkebb volt a gazdasági egyensúlyfogalomnál, kizárólag az extenzív makro-változók unalmas és egyhangú változatlansága fért vele össze (sokan termosztatikának is hívták

ezért). A gazdaságban eleve a változás, növekedés egyensúlyát keresték, amivel persze összefér, mint speciális körülmény a zérus növekedés, akár önhelyreállító állapotként (*Sraffa*) vagy egyszerű újratermelésként (*Marx*) definiálták.

A potenciálfüggvény

Neumann a potenciálfüggvény létezését szinte észrevétlen módon igazolja, bár egyben ez a lehető legerősebb matematikai tételezés, tudniillik konstruktív bizonyítás: felírja pontos alakját. A függvény csupán a már meghatározott és ismertnek tekintett ráfordítási és kibocsátási mátrixokra támaszkodik.

Ez a függvény, a már említett $\Phi(X, Y)$, ahol a termodinamika akkori szokásainak megfelelően, X az extenzív, Y az intenzív változók számára fenntartott jelölés. A gazdasági matematikában ma használatos szimbólumokkal élve

$$\lambda(p, x) = pAx/pBx \quad (1)$$

alakban írhatjuk fel. Itt p az árak, x a termelési mennyiségek vektora, B a ráfordítások, A a kibocsátások mátrixa. Az összes változó és együttható nem negatív. Ha kikötjük a számláló és a nevező pozitív voltát, e függvény nagyon jól viselkedik, se zérussá, se végtelenné nem válhat. Két pozitív bilineáris forma hányadosa folytonos függvénye minden változójának és együtthatójának. Ez a potenciálfüggvény a kibocsátást a ráfordításokhoz viszonyítja, a rendszer „termodinamikai” hatásfokát méri. Két oldalról is értelmezhetjük: jobbról, a mennyiségek oldaláról a lehetségesse váló fizikai növekedést mutatja, míg balról, az értékek oldaláról azt a pénzügyi megtérülést, amelyet a rendszer adott p árak és x mennyiségek mentén biztosít.

A potenciálfüggvény gradiensei megengedik viselkedésének elemzését:

$$\partial\lambda/\partial x = (pA - \lambda pB)/pBx. \quad (2)$$

Ez a kifejezés akkor és csak akkor nem pozitív, ha

$$pA \leq \lambda pB. \quad (2^*)$$

Mint gazdasági korlát ez azt jelenti, hogy a termelés bevétele, pA , kisebb vagy legfeljebb akkora, mint a termelés költsége, pB , utóbbit persze a kamat vagy profit egyöntetű π rátájával növelve, ahol tehát $\lambda = 1 + \pi$. Minden egyéb nyereség e profiton vagy kamaton kívül eleve ki van zárva. Ehhez a követelményhez még vissza kell térnünk, mert első látásra igen szokatlan, legalábbis a közgazdász számára. Az a további kikötés, hogy ha egy adott folyamat költségei (persze a szokásos kamattal vagy profittal számolva) nagyobbak, mint bevételei, akkor ezt a folyamatot meg kell szüntetni, ez már igen érthető gazdasági követelményt fejez ki, hiszen ha nem szüntetjük be a veszteséges folyamatot, ez külső befektetés híján amúgy is megszünteti magát, mert végül is működésképtelenné teszi az elvesztegetett eszközök hiánya. Ha tehát valamely i . eljárásra a fenti (2*) egyenletben $<$ érvényesül, akkor nyilván $x_i = 0$, azaz a veszteséges eljárás elhagyandó.

Matematikailag az egyenlet azt mondja ki, hogy λ értékét nem lehet x semmilyen variációjával tovább növelni és ezért x szerint maximális lesz. (Erre

szolgál az a megkötés is, hogy $<$ érvényesülése esetén, amikor tehát x megfelelő elemének pozitív volta csökkentené λ értékét, ezt zéruson kell tartani.) Ez analóg Gibbs rendszerében az egyensúly első követelményével az entrópia maximálásával.

A parciális deriválást p szerint végezve viszont

$$\partial\lambda/\partial p = (Ax - \lambda Bx)/pBx, \quad (3)$$

és ez a kifejezés akkor és csak akkor nem negatív, ha

$$Ax \geq \lambda Bx. \quad (3^*)$$

Mint gazdasági korlát ez azt jelenti, hogy a termelés kibocsátása, Ax legalább akkora vagy nagyobb, mint a ráfordítása, Bx , utóbbit a növekedés egyöntetű π rátájával növelve, ahol ismét $\lambda = 1 + \pi$. Az elégtelen kibocsátás másképp megakadályozná a megfelelő ütemű bővítést. Ha azonban valamely termék fölösleges mennyiségben áll elő, akkor természetesen ára csökkenni fog, és ha a túlkínálat állandósul, akkor végül is zérussá válik. Ha tehát valamely j . termékre $>$ érvényesül az egyensúlyi megoldásban is, akkor $p_j = 0$, azaz a termék szabad jószágá válik.

Matematikailag az egyenlet azt mondja ki, hogy λ értékét nem lehet p semmilyen variációjával tovább csökkenteni és ezért p szerint minimális lesz. (Erre szolgál az a megkötés is, hogy $>$ érvényesülése esetén, amikor tehát p pozitív volta növelné λ értékét, ezt zéruson kell tartani). Ez analóg Gibbs rendszerében az egyensúly második követelményével, az energia minimálásával.

Mindebből arra következtethetünk, hogy az értéktöbblet variációja hasonló az energia variálásához és a terméktöbblet az entrópiához. Ezeknek az analógiáknak pontosabb megfogalmazása azonban a termodinamikai és gazdasági állapottér izomorfiájának további vizsgálatát követeli meg. Gibbs több potenciálfüggvényt is meghatározott, ezeket „fundamentális egyenleteknek” nevezte: az adiabatikus vagyis izentropikus potenciál mellett az izopiészitikus (változtatlan nyomású) és izotermiás (változatlan hőmérséklet melletti) potenciálfüggvényt is megalkotta. Bár a gazdaságban formálisan hasonló függvényeket lehet előállítani,¹ ez a megközelítés túlságosan új és még nem elfogadott.

Egy zavaró mozzanat maradt fenn. A maximum és minimum matematikai kikötései teljesen szimmetrikusak, gazdasági értelmezésük azonban nem. Igen meglepőnek találtuk, hogy minimálissá kell tenni a kamat vagy profit rátáját és ezért ki kellett zárni minden lehetséges nyereséget az átlagos rátán felül. A valóságos gazdasági élet látszólag nem így viselkedik és Neumann érvelése ezen a ponton nem teljesen érthető és meggyőző. Azt írja: „... az egyensúlyi helyzetben semelyik E_i eljárás nem lehet nyereséges (máskülönben vagy az árak vagy a kamatláb növekedne — világos, hogy ezt az absztrakciót hogyan kell érteni).” Ez távolról sem világos, hiszen az egyensúlytalanságtól az egyensúlyhoz vezető úton egyes árak emelkednek ugyan, de másoknak csökkennie kell, az árak mozgása nem egyező előjelű — és különben is csak árarányokról és nem abszolút szintekről lehet szó.

¹ Ezt meg is kíséreltük a termodinamika első két főtételének gazdasági értelmezése révén. Lásd BRÓDY—MARTINÁS—SAJÓ [1985].

Mégis lehet magyarázatot adni és fenn lehet tartani a matematikai követelményt, de csak egy kevésbé nyilvánvaló és nem közvetlen a minimalizálásra vonatkozó megfontolás közbeiktatásával.

Ha azt akarjuk, hogy az egyensúlynak valaminő *stabilitása*, tehát időbeli megmaradása legyen, akkor ki kell kötni, hogy a valóban alkalmazott eljárások *azonos* profitrátát szolgáltatassanak. Az árak ugyanis intenzív változók, és a termodinamika szellemében ezeknek ki kell egyenlítődniök az egyensúlyi helyzetben — abban az értelemben, hogy egyforma profitrátát szolgáltatnak — másként a rendszer nem homogén, nem egyöntetű s akkor kiváltja a tőkeáramlást a magasabb profitrátájú eljárások felé. Ilyen áramlás esetében pedig stabil, tartós egyensúlyról nem lehet szó.

Mindezért a maximumelv a mennyiségek oldalán valóságos, igazi keresése a maximumnak, míg a duális oldal minimumelve egy álló helyzetben jelentkező stabilitási feltétel. Azt hiszem azonban ez sem mond ellent a termodinamikai párhuzamnak, ahol a rendszer minimális energiaszintjének kikötése szintén egyensúlyi követelmény és nem teleologikus vezérelv, míg az entrópia maximálásának eszméje és ténye jól követi Aristoteles tudatosan teleologikusan megfogalmazott törvényét: a természetben a dolgok a saját helyük elfoglalására törekednek.

Összefoglalás

A potenciálfüggvény, az egyenlőtlenségek és a max—min kritériumok alkalmazásával Neumann a termodinamika és a fizika modern eszközeit vezette be a gazdasági elméletbe. Sikere annak köszönhető, hogy a termodinamikai és a gazdasági állapotter közti hasonlóság igen mély, jól kiépíthető és kiaknázható. Ez azt jelenti, hogy a gazdaságelmélet axiomatikusan is megalapozható a modern fizika egyik ágaként.

E sorok szerzője a már ismert és eredményesnek bizonyult modellesaládon kívül további sikereket vár mind a termodinamika, mind a statisztikus fizika kínálta analógiáktól.

Nem szabad azonban megfeledkezni arról, hogy ez a szemlélet megáll a (kétségtelenül reális és mérhető) adatoknál, ezeket tekintve a végső adottságoknak. Ezeket az adatokat (technológiákat, ízléseket, preferenciákat) azonban lélektani, társadalmi, történeti és embertani törvényszerűségek befolyásolják és formálják. Mindez a fizikai gazdaságtan szemszögéből közömbösnek tűnik, de éppen ezzel szükségessé teszi a társadalomgazdaságtan fentebb említett oldalainak tüzetesebb kutatását. A fizikai gazdaságtan tehát — mint a termodinamika — csupán kerettörvényeket adhat meg, amelyeket konkrét szociológiai, pszichológiai, történeti, antropológiai vizsgálatokkal kell kitölteni.

(Beérkezett: 1986. április 30-án.)

IRODALOM

- A. BRÓDY—K. MARTINÁS—K. SAJÓ: An Essay in Macroeconomics. *Acta Oeconomica*, [1985.] Vol. 35. Nos 3—4.
 H. B. CALLEN: *Thermodynamics*. [1960.] J. Wiley.
 C. CARATHÉODORY: Untersuchungen über die Grundlagen der Thermodynamik. *Math. Ann.* [1909.] 67.

- DE DONDER—VAN RYSELBERGHE: *Affinity*. Stanford Univ. Press. [1936.]
- T. EHRENFEST-AFANASSJEW: Zur Axiomatisierung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik. *Zschr. für Phys.* [1925.]
- GY. FARKAS: Theorie der einfachen Ungleichungen. *J. für reine u. angew. Math.* [1901.]
- I. FÉNYÉS: Die Anwendung der mathematischen Prinzipien der Mechanik in der Thermodynamik. *Zschr. für Phys.* [1952.]
- J. FOURIER: Sur la Statique. *I. de l'Ec.* [1798.] *Polyt.* II. An. VI.
- C. F. GAUSS: Über ein neues allgemeines Grundgesetz der Mechanik. *Cr. I.* IV. [1829.]
- J. W. GIBBS: On the Equilibrium of Heterogeneous Substances. *Trans. Conn. Acad.* III. [1875—1878.]
- J. W. GIBBS: Fundamental formulae of dynamics. *Amer. Jour. Math.* [1879.] Vol. 2.
- R. GILES: *Mathematical Foundations of Thermodynamics*. Pergamon Press, London. [1964.]
- I. GYARMATHY: *Non-equilibrium Thermodynamics*. Springer [1970.]
- A. HAAR: A lineáris egyenlőtlenségokról (On linear inequalities). *Mat és Termtud. Ért.*, [1918.] 36.
- I. PRIGOGINE—R. DEFAY: *Thermodynamique Chimique*. [1944.] Dunod.
- L. TISZA: The Thermodynamics of Phase Equilibrium. *Ann. of Phys.*, [1961.] 13.

ON THE PHYSICAL ECONOMY

In his paper written on the occasion of the fiftieth anniversary of Neumann's famous model the author attempts to interpret a remark by Neumann — not sufficiently appreciated to our days — pointing to the close relationship with the phenomenological thermodynamics. The paper sets out from the potential function borrowed from the armory of thermodynamics and by the use of its partial derivatives establishes the equilibrium conditions to which he then gives a new interpretation in economic terms. In the course of the exposition it becomes clear that the basic structures and problems of thermodynamics and economics are identical and that the two hitherto elaborated economic theories of measurement (the labour theory of value and marginalism) essentially coincide.

О ФИЗИЧЕСКОЙ ЭКОНОМИКЕ

В статье, написанной к 50-летию знаменитой модели Нейманна, автор пытается дать толкование одному, до сих пор не достаточно оцененному замечанию Нейманна, которое указывает на тесную связь с феноменологической термодинамикой. Поэтому автор исходит из заимствованного из арсенала средств термодинамики понятия потенциальной функции и с помощью частных производных устанавливает условия равновесия, которые по-новому рассматривает и с экономической точки зрения. В ходе изложения становится яснее тождественность термодинамики и основной структуры и проблематики экономики, а также совпадение по существу двух разработанных до сих пор теорий экономических измерений (теория трудовой стоимости и маргинализм).