Kelle Péter

Vállalati készletgazdálkodás megbízhatósági készletmodellek felhasználásával

1. Bevezetés

A vállalatok készletgazdálkodásának korszerűsítése hazánkban a 70-es évek óta súlyponti kérdés. A nagyvállalatok jelentős része fokozatosan áttért a raktári forgalom és a készletek számítógépes nyilvántartására, amely azonban nehezen alkalmazható a gazdálkodással kapcsolatos döntések előkészítésére. Felmerült az igény, hogy a nyilvántartási rendszereket hatékonyabbá tegyék operációkutatási és statisztikai modellek felhasználásával. Továbbfejlesszék számítógépes döntéselőkészítő rendszerré, amely javaslatot ad a készletnormákra, a feladandó rendelésre és előrejelzi ennek várható következményét a készletalakulásban, elősegíti a vállalati célkitűzések megvalósítását a készletgazdálkodásban. Az irodalomban közölt modellek, valamint a tőkés országokban készült készletgazdálkodási programcsomagok felhasználásában tapasztalt kedvezőtlen kísérletek (elemzését lásd pl. Prékopa—Kelle [27] tanulmányában) hatására folytatódtak a kutatások a hazai körülményekhez jobban igazodó készletmodellek rendszerének kialakításában.

A cikk első részében vázoljuk a hazai készletgazdálkodás néhány sajátosságát és az ezekre épülő megbízhatósági készletmodelleket. Ezek célja, hogy megadják azt a minimális készletszintet, mely előírt megbízhatósággal lehetővé teszi a folyamatos ellátást a beszállítás, esetleg a kereslet véletlen jellegét is figyelembe véve.

Röviden összefoglaljuk a korábbi megbízhatósági készletmodelleket, majd ezek néhány újabb változatát ismertetjük, melyeket gyakorlati feladatok megoldásához dolgoztunk ki. A modellekkel kapcsolatos matematikai kérdéseket nem részletezzük, utalunk a cikkhez csatolt bőséges irodalomjegyzékre. A modellekre épülő készletelemzési, döntéselőkészítési és értékelési lehetőségeket emeljük ki, majd a hazai alkalmazásaikat tekintjük át, melyek a népgazdasági szintű készletnorma ajánlásoktól a vállalatok alapanyag-, tartalékalkatrész-, gyártásközi- és késztermék-készletszintjének meghatározásáig igen széles kört ölelnek fel.

Az utolsó részben vázlatosan ismertetjük azt az új készletgazdálkodási döntéselőkészítő programrendszert, melyet a Dunai Vasmű megbízásából készítettünk az MTA Számítástechnikai és Automatizálási Kutató Intézetének Operációkutatási Osztályán. Az alkalmazott sokféle modell és a programrendszer moduláris felépítése sokrétű felhasználási lehetőséget nyújt a kereslet előrejelzése, a készletnorma számítása, a rendelési javaslat és a készletprognózis területén, mint azt az alkalmazási tapasztalatok mutatják. A programozásban végzett együttműködésért *Gömböcz Lajos* és *Sebő András* kollégámnak ezúton is köszönetet mondok.

2. Az operációkutatási modellek feladata a hazai készletgazdálkodási sajátosságok mellett

A készletgazdálkodás döntő feladata a vállalat céljainak megfelelő készletszintek tervezése és az azt biztosító rendelések meghatározása. A vállalatok a készletszintet általában aggregáltan, az összes vagy a cikkcsoportonkénti összkészlet értékére tervezik, míg a tényleges készletszintek a cikkenként külön-külön feladott rendelkezések szerint alakulnak. Az operációkutatási modellek feladatának tekintjük azt, hogy a cikkenkénti rendeléspolitikát úgy határozzuk meg, hogy az a készletszinteket a vállalati céloknak megfelelően alakítsa ki.

A vállalatok készletezése sokrétű, a készletezett cikk lehet alap- vagy segédanyag, alkatrész, félkész- vagy késztermék stb. Az alkalmazandó rendeléspolitikát a cikkre jellemző keresleti és beszerzési feltételek határozzák meg, melyek megegyezhetnek különböző típusú cikkeknél (pl. félkész terméknél és alkatrésznél), de különbözőek lehetnek hasonló típusú cikkeknél is (pl. különböző beszerzési forrásból származó alkatrészeknél). Ha a beszerzési feltételek és a kereslet jellege hasonló, akkor ugyanazon készletmodell alkalmazható különböző cikkekre, de a feltételek változása esetén a modellt vagy annak paramétereit is meg kell változtatni. A beszerzési és a keresleti feltételeknek a gyakorlatban megvalósuló sokfélesége szükségessé teszi különböző készletmodellek konstruálását és alkalmazását.

A hazai vállalatok a gyártáshoz (vagy értékesítéshez) szükséges anyagra (alkatrészre, termékre stb.) periódusokra szóló rendeléseket adnak fel. A rendelési periódus hossza rendszerint rögzített, általában évenként, negyedévenként vagy havonként lehet rendelést feladni. A rendeléseket a periódus előtti rendelési határidőig fel kell adni (pl. a negyedévet megelőzően 60 nappal). Ez a hazai általános gyakorlat, melyen lényeges változtatást mindeddig nem sikerült elérni.

A vállalat a folyamatos ellátás érdekében mindegyik periódus végére felhalmoz bizonyos készletet, mely a következő periódus induló készleteként (mint biztonsági készlet) a kereslet és a beszállítás ütemezésbeli különbségeit és bizonytalanságait küszöböli ki. Cél a folyamatos ellátás a lehető legkisebb forgóeszköz lekötéssel, azaz minimális készlettel.

A megbízhatósági készletmodellek feladata annak a minimális induló készletszintnek a meghatározása, mely a kívánt biztonsággal garantálja, hogy nem fordul elő hiány, folyamatos az ellátás.

A hagyományos készletmodellek a rendelésfeladásból, a készlettartásból és a hiány előfordulásából adódó költségek összegének minimalizálását tűzik ki célul. Ehhez a költségtényezőket cikkenként külön-külön meg kell adni, ami különösen a hiányköltségnél igen nehéz feladat. A vállalati szakemberek sokkal könnyebben tudnak becslést adni a kívánt biztonsági szintre, mely a folyamatos anyagellátás valószínűségét fejezi ki. A rendelés feladásának fix költsége nem számottevő, a ritka lehetőség miatt a cikkek nagy részénél minden periódusban szükség van rendelés feladására ekkor a rendelés feladásának költsége az optimalizálást nem befolyásolja. A készlettartási költséget az induló készlettel együtt minimalizáljuk. A hiányköltséget a megbízhatósági feltétel helyettesíti, ahol a biztonsági szint rögzítése a készlettartási és a hiányköltség hányadosának becslését jelenti. Ugyanis ha a két költségtényező arányát megadjuk, abból meghatározható a költségminimum esetén adódó biztonsági szint. A gyakorlatban azonban éppen erre a költséghányadosra nehéz közvetlen becslést adni. Ennek a fontos kérdésnek az elemzésére még a 4. pontban vissza fogunk térni.

A következő periódusra adott rendeléssel csak annak a periódusnak a záró készletszintjét lehet befolyásolni és ezzel a rákövetkező periódus folyamatos anyagellátását tudjuk biztosítani. A biztonsági készletszintet tehát csak az egy periódussal korábban feladott rendeléssel lehet befolyásolni. Ez egyúttal azt jelenti, hogy a készlettervezésnél nemcsak a következő, hanem az azutáni periódus várható keresleti és beszerzési feltételeinek figyelembevételével tudjuk a megfelelő záró készletszintet kialakítani. A gyakorlatban tehát egy hosszú időszakra (két periódus plusz a periódus előtti rendelési határidő) előre kell becsülni a kereslet és a beszerzés várható alakulását. Pontos becslések ritkán adhatók, ezért statisztikai módszerekhez folyamodhatunk, mint azt a 6. pontban vázoljuk.

A megbízhatósági készletmodellek legfontosabb előnye a hagyományos modellekkel szemben, hogy a beszállításban, esetleg a keresletben levő bizonytalan tényezőket is figyelembe veszik, melyek a fentiek miatt lényeges szerepet játszanak. A szállítási bizonytalanság másik tényezője az, hogy a szállító fél általában fenntartja az előszállítás jogát, azaz a perióduson belül bármelyik időpontban (vagy időpontokban) teljesítheti a megrendelést. Tipikus eset az, hogy a feladott rendelés nem egyszerre érkezik be, hanem több időpontban, esetleg különböző nagyságú részszállítmányokban. A beszállítás időbeli és tételes ütemezéséről gyakran nincs előzetes megállapodás, de ellenkező esetben is sok helyen nem megfelelő a szállítási fegyelem.

A fentiek figyelembevételével a megbízhatósági készletmodell matematikai formában általánosan úgy fogalmazható meg, hogy a vizsgált $[0, T]$ rendelési periódusban a t időpontig $(0 \leq t \leq T)$ $a(t)$ a kereslet nagysága és $b(t)$ a beérkezésé. Ezek általában a döntéshozatal időpontjában sok előre nem ismert tényezőtől függenek, sztochasztikus folyamatoknak tekinthetők. A periódus induló készletszintjét M jelöli. Az egész periódus folyamán nem fordul elő hiány, ha minden $0 \leq t \leq T$ esetén érvényes az $a(t) \leq b(t) + M$ egyenlőtlenség, azaz a folyamatos ellátás valószínűsége:

$$h(M) = P[a(t) - b(t) \leq M,\ 0 \leq t \leq T], \tag{1}$$

mely M függvénye. Az (1) kifejezés adja a megbízhatóság mértékét, melynek legalább az előírt $1 - \varepsilon$ szintet el kell érni. Az $1 - \varepsilon$ megbízhatósági szint egy cikkenként (vagy cikkcsoportonként) előírt paraméter, értéke a gyakorlatban 0,7 és 0,99 között van, szintjének rögzítéséről a 4. pontban részletes elemzét közlünk.

A megbízhatósági feltétel mellett kell az induló készletszintet minimalizálni. Ezen feltételes szélsőérték feladat megoldása megegyezik a

$$h(M) = 1 - \varepsilon \tag{2}$$

ún. megbízhatósági egyenlet megoldásával, ha az (1) szerinti $h(M)$ valószínűség M szigorúan monoton növekvő, folytonos függvénye, ami a gyakorlatban általában teljesül.

A megbízhatósági modellek a kereslet $a(t)$, illetve a beérkezés $b(t)$ folyamatának modellezésében különböznek a gyakorlatban ekőforduló sokféle esetnek megfelelően. A következő pontban áttekintést adunk a korábbi és az újonnan kidolgozott modell-változatokról.

3. Megbízhatósági készletmodellek és újabb általánosított változatai

A hazai irodalomban először ZIERMANN [34] és RÉNYI—ZIERMANN [32] foglalkozott készletmodellekkel. PRÉKOPA [28] 1961-ben és ZIERMANN [35] 1963-ban közölte az első megbízhatósági készletmodellt, melyben a kereslet ismert, egyenletes, c intenzitású, azaz

$$a(t) = ct \quad 0 \leq t \leq T. \tag{3}$$

A T hosszúságú periódus keresletének kielégítésére $R = cT$ nagyságú rendelést adnak fel, melyet n (ismert) alkalommal egyenlő, cT/n nagyságú tételekben szállítanak be. A modell azt az esetet tárgyalja, amikor a beszállítás véletlen időpontokra esik, melyekről előzetes információ nem áll rendelkezésre. Kézenfekvő az a feltételezés, hogy nincsenek kitüntetett részintervallumok, melyekben kisebb vagy nagyobb a beszállítás valószínűsége. Egyenlő hosszúságú intervallumokhoz egyenlő valószínűségek tartoznak. Így tehát a beérkezési időpontok modellje a következő: válasszunk egymástól függetlenül n számú véletlen pontot, melyek mindegyike egyenletes eloszlású a $[0, T]$ intervallumon. Rendezzük ezeket növekvő sorrendbe, az így kapott pontok adják a lehetséges beérkezési időpontok egy realizációját.

A fenti modell esetén az optimális induló készletszint nagyságára adott közelítő formula

$$M \approx cT \sqrt{\frac{1}{2n} \ln \frac{1}{\varepsilon}}, \tag{4}$$

míg a pontos megoldás a (2) egyenletnek megfelelő

$$1 - \frac{M}{cT} \sum_{i=0}^{K} \binom{n}{i} \left(1 - \frac{M}{cT} - \frac{i}{n}\right)^{n-i} \left(\frac{M}{cT} + \frac{i}{n}\right)^{i-1} = 1 - \varepsilon \tag{5}$$

egyenlet megoldása, ahol K az a legkisebb egész, melyre $K \leq n[1 - M/(cT)]$.

PRÉKOPA ún. véletlen ütemezésű beérkezési folyamat modellje [26] a fentiektől abban különbözik, hogy a beérkező tételnagyságok is véletlen jellegűek. Van egy $0 \leq \delta \leq cT/n$ minimális mennyiség, mely minden alkalommal biztosan beérkezik, amikor szállítanak. Az efölötti mennyiség véletlen és egyenletesen oszlik meg a beszállítási tételek között. Ebben az esetben a (4) közelítő megoldás általánosított alakja (lásd PRÉKOPA [28] és [30]):

$$M \approx cT \sqrt{1 + (1 - \lambda)^2} \sqrt{\frac{1}{2n} \ln \frac{1}{\varepsilon}}, \tag{6}$$

ahol λ a beérkező minimális és az átlagos tételnagyság hányadosa ($\lambda = n\delta/cT$), a beszállítási ütemezettség egyenletességének és megbízhatóságának mérőszáma. A $\lambda = 1$ esetben kapjuk az előző modellt speciális esetként. A $\lambda = 0$ esetre (amikor bármilyen kicsi tételnagyság előfordulhat) az ún. teljes véletlen ütemezésű modellre LÁSZLÓ [20] és [21] a pontos megoldást az

$$1 - \left(1 - \frac{M}{cT}\right)^n \left(1 + \frac{M}{cT}\right)^{n-1} = 1 - \varepsilon \tag{7}$$

egyenlet megoldásaként adta meg. Az induló készletszint pontos megoldási módszere $0 < \lambda < 1$ esetén először *László* nem publikált előadásában szerepelt. Cikkünkben ez egy általánosabb modell megoldásának speciális eseteként adódik.

A beérkezés véletlen ütemezésű folyamatához hasonlóan modellezhető a kereslet időbeli lezajlása is. Ha a kereslet m számú tételben jelentkezik a $[0, T]$ időszakon belül, a minimális és az átlagos tételnagyság hányadosát μ jelöli, továbbá az m számú kereslet időpontja véletlenszerűen, de egyenletesen oszlik meg a $[0, T]$ időintervallumon a beérkezési időpontokhoz hasonlóan akkor az $1 - \varepsilon$ valószínűségi szinthez szükséges induló készletszint közelít, nagysága PRÉKOPA [28] szerint.

$$M \approx cT \sqrt{\frac{1 + (1 - \lambda)^2}{n} + \frac{1 + (1 - \mu)^2}{m}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \ln \frac{1}{\varepsilon}}. \tag{8}$$

A pontos megoldás csak speciális esetekre ismert.

Felmerültek olyan kérdések, melyeket az említett modellek nem vizsgálnak, ugyanakkor a gyakorlati készletgazdálkodási feladatok megoldásában lényeges szerepet játszanak. Ez tette szükségessé a továbbiakban ismertetendő új megbízhatósági modell-változatok kidolgozását. Ezek egyrészt figyelembe veszik a beérkező tételnagyságok eloszlását és nemcsak egyenletes eloszlást engednek meg, másrészt azt is tekintetbe veszik, hogy a kereslet a döntéshozatal időpontjában a hosszú tervezési időszak miatt pontosan még nem becsülhető, így a véletlen hatásokat is figyelembe kell venni a biztonsági készlet tervezésénél. A harmadik eset az, amikor a beszállítás és (vagy) a felhasználás folyamatos és véletlen ingadozású az intenzitása.

A vállalati számítógépes készletnyilvántartási rendszerek átalában rögzítik és archiválják a raktárba érkező tételek nagyságát. A megőrzött információt fel lehet használni a következő periódusban esedékes véletlen nagyságú beszállítási tételek eloszlásának becslésére és így a beérkezési folyamat pontosabb leírására. Ehhez azonban a véletlen ütemezésű beérkezési folyamat PRÉKOPA [28]-féle modelljének általánosítása szükséges.

A beérkező tételnagyságok eloszlása az általánosított modellben tetszőleges lehet. Jelöljük az i-edik alkalommal beérkező tételnagyságot γ_i-vel $i = 1, 2, \ldots, n$, melynek eloszlását a periódusok tényadatai vagy egyéb hipotézis alapján adhatjuk meg. A beérkezési időpontokat itt is egyenletes eloszlású véletlen pontoknak tételezzük fel, mint a korábbi modelleknél.

A vizsgált $[0, T]$ periódus cT kereslete és a megrendelt R összmennyiség nem szükségképpen egyezik meg, hiszen a kereslet várható alakulása, a c intenzitás értéke nem becsülhető pontosan. Jelölje a $[0, T]$ periódus keresletének és rendelésének a hányadosát α, melyről először feltételezzük, hogy rögzített pozitív szám. A folyamatos ellátás (1) szerinti valószínűségét adott M induló készletszint esetén a következő formában tudjuk megadni

$$h(M) = 1 - \left(1 - \frac{M}{\alpha R}\right) - \tag{9}$$

$$- \frac{M}{\alpha R n} \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \int_{0}^{n(\alpha R - M)} \left(\frac{M + \frac{x}{n}}{\alpha R}\right)^{k-1} \left(1 - \frac{M + \frac{x}{n}}{\alpha R}\right)^{n-k} g_k(x)\,dx,$$

ahol $g_k(x)$ jelöli a $\Sigma_{i=1}^{k}\gamma_i$ valószínűségi változó, azaz az első k beérkezési tétel összegének sűrűségfüggvényét, melyet mint említettünk a korábbi periódusok tényadatai, vagy egyéb hipotézis alapján tudunk becsülni. A (9) kifejezést abban az esetben tudjuk igazolni, ha a γ_i $(i = 1, \ldots, n)$ valószínűségi változók felcserélhető növekményűek, azaz $n!$ permutációk mindegyikének azonos az együttes eloszlása. A gyakorlatilag fontos esetekben, pl. tetszőleges eloszlású független tételnagyságok vagy a PRÉKOPA [28] által definiált véletlen ütemezésű beérkezési folyamat esetén ez a feltétel teljesül. A tétel bizonyítása és a feltételek részletes tárgyalása KELLE [16] cikkében és [19] tanulmányában szerepel.

A (9) kifejezés az M szigorúan monoton növekvő folytonos függvénye, így egy előírt $1 - \varepsilon$ megbízhatósági szinthez tartozó induló készletszint nagyságát a $h(M) = 1 - \varepsilon$ egyenlet megoldása adja. A szigorú monotonitás miatt bármelyik iterációs egyenletmegoldó módszerrel néhány lépésben 0,01-os pontosságot érhetünk el, induló pontként pl. a (4) közelítést választva. A $g_k(x)$ sűrűségfüggvényt a gyakorlatban általában a d_k^i tényadatokkal és azok p_k^i relatív gyakoriságának segítségével közelítjük $(i = 1, \ldots, m_k)$, a (9) kifejezésben szereplő integrált a következő összeggel helyettesítve

$$\sum_{\substack{d_k^i < n(\alpha R - M)\\ i=1,\ldots,m_k}} \left(\frac{M + d_k^i/n}{\alpha R}\right)^{k-1} \left(1 - \frac{M + d_k^i/n}{\alpha R}\right)^{n-k} p_k^i. \tag{10}$$

Amennyiben a beérkezési időpontok eloszlása nem tekinthető egyenletesnek a $[0, T]$ intervallumon, a fenti modell transzformálható arra az esetre, melyben a γ_i tetszőleges eloszlású véletlen számok az egymást követő beérkezési időpontok közötti időtartamokat képviselik (illetve γ_1 a 0-tól az első beérkezésig terjedő időtartamot), melyek eloszlása pl. a számítógépes készletnyilvántartási rendszer archivált adatai alapján becsülhető. Ez esetben a beérkező tételnagyságok eloszlását kell egyenletesnek tekinteni.

Abban az esetben, amikor a véletlen beérkezési időpontok és a véletlen tételnagyságok sorozatának egyike sem tekinthető egyenletes eloszlásúnak, sokkal bonyolultabb modell-konstrukcióra és megoldási módszerre van szükség. Egy ilyen modellt közöl PRÉKOPA [29], melynek szimulációs módszert is felhasználó megoldása KELLE [10] és PRÉKOPA–KELLE [31] cikkben szerepel.

A biztonsági készlet tervezéséhez hosszú időszakra előre kell becsülni a kereslet várható alakulását. Gyakran csak statisztikai előrejelzésre számíthatunk, ekkor a kereslet és ezzel együtt a kereslet és a rendelés α hányadosát valószínűségi változónak kell tekinteni. Ha az α eloszlását ismerjük, sűrűségfüggvénye $f(x)$, a teljes valószínűség tételének felhasználásával egyszerűen ki tudjuk fejezni a folyamatos ellátás valószínűségét, a (9) kifejezést felhasználva az $\int h(M \mid \alpha = x)\, f(x)dx$ alakban, ahol $h(M \mid \alpha = x)$ azt jelenti, hogy a $h(M)$ (9) vagy (10) szerinti alakjában α helyébe mindenütt az x változó kerül (feltételes valószínűség). A gyakorlatban α eloszlását nehéz megadni. A kereslet nagyságának becslésére használt statisztikai előrejelző módszerek ugyanakkor a $\bar{c}T$ várható érték mellett a szórás becslését is szolgáltatják. Ezekből a valószínűségi változó várható értékét és szórását is meg tudjuk adni. Jelölje ezt m és s. Ha a normális eloszlással való közelítés elfogadható, a folyamatos ellátást $1 - \varepsilon$ valószínűséggel biztosító induló készletszint értéke a következő egyszerű formulával jól közelíthető

$$M \approx \bar{c}T\left\{\frac{m-1}{2(1-ns^2)}+\sqrt{\left[\frac{m-1}{2(1-ns^2)}\right]^2+\frac{\ln 1/\varepsilon}{2n(1-ns^2)}}\right\}, \tag{11}$$

ha $s < 1/\sqrt{n}$ teljesül, ellenkező esetben nem tételezhetjük fel, hogy α eloszlása normális. Ha a rendelés nagysága megegyezik a $\bar{c}T$ várható kereslettel, az m értéke 1. A (11) kifejezés a gyakran alkalmazott (4) közelítő formula általánosított változata.

A gyakorlatban a beérkezések olyan sűrűn is előfordulhatnak, hogy az folyamatosnak tekinthető. Az egyenletes intenzitású beérkezést (vagy hasonlóan a keresletet is) véletlen jellegű zavaró tényezők módosíthatják. Ha ezek függetlenek és normális eloszlással közelíthetők, melynek szórásnégyzete az idő múlásával egyenes arányban nő, akkor a folyamatos ellátást $1-\varepsilon$ valószínűséggel biztosító készletszint értékét NÉMETH [25] az

$$M = \sqrt{s_1^2+s_2^2}\cdot \Phi^{-1}\left(1-\frac{\varepsilon}{2}\right) \tag{12}$$

alakban fejezte ki, azon feltétel mellett, hogy a beérkezés m_1 és a kereslet m_2 átlagos intenzitása egyenlő. A megfelelő szórásokat s_1, illetve s_2 jelöli, Φ^{-1} pedig a standardizált normális eloszlásfüggvény inverze.

Amennyiben a két folyamat átlagos intenzitása nem egyezik meg, vagy bármelyikük véletlen jellegű, a döntéshozatal időpontjában pontosan nem becsülhető, akkor a (12) formula nem alkalmazható. Ezekre az esetekre való általánosítás KELLE [15] cikkében szerepel. Adott M induló készletszint esetén a folyamatos ellátás valószínűsége

$$h(M) = \Phi\left(\frac{M-m_1+m_2}{s\sqrt{T}}\right) - e^{\frac{2M(m_2-m_1)}{s^2}}\,\Phi\left(\frac{-M-m_1+m_2}{s\sqrt{T}}\right), \tag{13}$$

ahol $s=\sqrt{s_1^2+s_2^2}$, Φ pedig a standardizált normális eloszlásfüggvény. Ha valamelyik paraméter, pl. a kereslet m_2 átlagos intenzitása valószínűségi változó $f(x)$ sűrűségfüggvénnyel, akkor a teljes valószínűség tétele szerint a folyamatos ellátás valószínűsége az $\int h(M)\,|\,m_2 = x)f(x)dx$ alakban fejezhető ki. Az adott $1-\varepsilon$ valószínűséget biztosító induló készletszintet mindegyik esetben ki lehet számítani úgy, hogy a (2) megbízhatósági egyenletet iterációs eljárással megoldjuk.

4. A készletek elemzése a megbízhatósági készletmodellek alapján

A készletek elemzésére hazánkban eddig PRÉKOPA [28] véletlen ütemezésű beszállítási modelljét alkalmazták a leggyakrabban, annak (6) alatti közelítő megoldása alapján. A modell fontossága miatt mellékeljük a pontos megoldások táblázatát, összehasonlítva a közelítő megoldásokkal. (1. táblázat) Az egységnyi nagyságú kereslethez tartozó M induló készletszint, mely pontosan

1. táblázat

	$1-\varepsilon=$	0,75					0,80				
N:	$\lambda=$	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
4	P:	0,470	0,434	0,406	0,387	0,382	0,509	0,469	0,438	0,418	0,412
	K:	0,589	0,520	0,465	0,429	0,416	0,634	0,561	0,501	0,462	0,449
	H:	25,1	19,8	14,7	10,9	8,9	24,7	19,5	14,5	10,5	8,7
5	P:	0,431	0,396	0,368	0,349	0,343	0,466	0,428	0,397	0,378	0,370
	K:	0,526	0,465	0,416	0,384	0,372	0,567	0,501	0,449	0,414	0,401
	H:	22,2	17,7	13,2	9,9	8,5	21,6	17,3	12,9	9,5	8,3
6	P:	0,400	0,366	0,339	0,321	0,315	0,433	0,396	0,366	0,347	0,341
	K:	0,481	0,425	0,380	0,350	0,340	0,518	0,458	0,409	0,377	0,366
	H:	20,0	16,1	12,1	9,1	8,1	19,5	15,7	11,8	8,7	7,5
7	P:	0,376	0,342	0,316	0,299	0,293	0,407	0,370	0,342	0,323	0,317
	K:	0,445	0,393	0,352	0,324	0,315	0,479	0,424	0,379	0,349	0,339
	H:	18,3	14,8	11,2	8,5	7,4	17,8	14,4	10,9	8,1	6,8
8	P:	0,356	0,323	0,298	0,281	0,276	0,385	0,350	0,322	0,304	0,298
	K:	0,416	0,368	0,329	0,303	0,294	0,448	0,396	0,355	0,327	0,317
	H:	17,0	13,9	10,5	7,9	6,8	16,5	13,4	10,2	7,5	6,4
9	P:	0,338	0,307	0,282	0,266	0,261	0,366	0,332	0,305	0,288	0,282
	K:	0,392	0,347	0,310	0,286	0,278	0,423	0,374	0,334	0,308	0,299
	H:	16,0	13,0	9,9	7,5	6,4	15,4	12,6	9,6	7,1	6,1
10	P:	0,324	0,293	0,269	0,253	0,248	0,350	0,317	0,291	0,274	0,268
	K:	0,372	0,329	0,294	0,271	0,263	0,401	0,355	0,317	0,292	0,284
	H:	15,1	12,4	9,4	7,1	6,1	14,5	11,9	9,1	6,8	5,8
11	P:	0,311	0,281	0,258	0,242	0,237	0,336	0,304	0,278	0,262	0,256
	K:	0,355	0,314	0,281	0,259	0,251	0,382	0,338	0,302	0,279	0,270
	H:	14,3	11,8	9,0	6,8	5,9	13,8	11,3	8,6	6,5	5,6
12	P:	0,299	0,270	0,247	0,233	0,227	0,324	0,292	0,268	0,251	0,246
	K:	0,340	0,300	0,269	0,248	0,240	0,366	0,324	0,290	0,267	0,259
	H:	13,6	11,2	8,6	6,5	5,6	13,1	10,8	8,2	6,2	5,3
13	P:	0,289	0,261	0,238	0,224	0,219	0,313	0,282	0,258	0,242	0,237
	K:	0,327	0,289	0,258	0,238	0,231	0,352	0,311	0,278	0,256	0,249
	H:	13,0	10,8	8,3	6,3	5,4	12,5	10,3	7,9	5,9	5,1
14	P:	0,280	0,252	0,230	0,216	0,211	0,303	0,273	0,249	0,234	0,229
	K:	0,315	0,278	0,249	0,229	0,223	0,339	0,300	0,268	0,247	0,240
	H:	12,5	10,4	8,0	6,1	5,2	12,0	9,9	7,6	5,7	4,9
15	P:	0,271	0,244	0,223	0,209	0,205	0,294	0,264	0,241	0,226	0,221
	K:	0,304	0,269	0,240	0,222	0,215	0,328	0,290	0,259	0,239	0,232
	H:	12,1	10,0	7,7	5,9	5,0	11,6	9,6	7,3	5,5	4,7
16	P:	0,264	0,237	0,217	0,203	0,198	0,285	0,257	0,234	0,219	0,214
	K:	0,294	0,260	0,233	0,215	0,208	0,317	0,280	0,251	0,231	0,224
	H:	11,6	9,7	7,4	5,7	4,9	11,2	9,3	7,1	-5,4	4,6
17	P:	0,257	0,231	0,211	0,197	0,193	0,278	0,250	0,228	0,213	0,208
	K:	0,286	0,252	0,226	0,208	0,202	0,308	0,272	0,243	0,224	0,218
	H:	11,3	9,4	7,2	5,5	4,7	10,8	9,0	6,9	5,2	4,5
18	P:	0,250	0,225	0,205	0,192	0,188	0,271	0,243	0,222	0,207	0,203
	K:	0,277	0,245	0,219	0,202	0,196	0,299	0,264	0,236	0,218	0,211
	H:	10,9	9,1	7,0	5,4	4,6	10,4	8,7	6,7	5,0	4,3
19	P:	0,244	0,219	0,200	0,187	0,183	0,264	0,237	0,216	0,202	0,197
	K:	0,270	0,239	0,214	0,197	0,191	0,291	0,257	0,230	0,212	0,206
	H:	10,6	8,8	6,8	5,2	4,5	10,1	8,4	6,5	4,9	4,2

0,85					0,90				
0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
0,553	0,509	0,476	0,455	0,447	0,606	0,558	0,522	0,501	0,493
0,689	0,609	0,544	0,502	0,487	0,759	0,671	0,600	0,553	0,536
24,6	19,5	14,4	10,3	8,9	25,2	20,2	14,8	10,3	8,8
0,507	0,465	0,432	0,411	0,404	0,557	0,510	0,475	0,453	0,447
0,616	0,544	0,449	0,436	0,679	0,600	0,536	0,536	0,495	0,480
21,4	17,2	12,8	9,2	7,9	21,7	17,5	13,0	9,1	7,3
0,472	0,430	0,398	0,378	0,372	0,519	0,473	0,439	0,418	0,410
0,562	0,497	0,445	0,410	0,398	0,619	0,548	0,490	0,452	0,438
19,2	15,5	11,6	8,4	7,0	19,3	15,7	11,6	8,1	6,7
0,443	0,403	0,372	0,352	0,346	0,488	0,443	0,410	0,389	0,382
0,521	0,460	0,412	0,379	0,368	0,573	0,507	0,453	0,418	0,406
17,5	14,2	10,6	7,7	6,5	17,5	14,4	10,6	7,5	6,3
0,419	0,380	0,350	0,331	0,324	0,462	0,419	0,386	0,366	0,358
0,487	0,430	0,385	0,355	0,344	0,536	0,474	0,424	0,391	0,379
16,2	13,2	9,9	7,2	6,1	16,1	13,2	9,8	7,0	5,9
0,399	0,361	0,332	0,313	0,307	0,440	0,398	0,366	0,346	0,339
0,459	0,406	0,363	0,335	0,325	0,506	0,447	0,400	0,369	0,358
15,1	12,3	9,3	6,8	5,8	14,9	12,3	9,2	6,6	5,5
0,382	0,345	0,317	0,298	0,292	0,421	0,380	0,349	0,329	0,323
0,435	0,385	0,344	0,317	0,308	0,480	0,424	0,379	0,350	0,339
14,1	11,6	8,8	6,4	5,5	14,0	11,5	8,6	6,2	5,2
0,366	0,331	0,303	0,285	0,279	0,404	0,365	0,334	0,315	0,308
0,415	0,367	0,328	0,303	0,294	0,457	0,404	0,362	0,333	0,324
13,4	11,0	8,3	6,1	5,2	13,2	10,9	8,2	5,9	4,9
0,353	0,318	0,291	0,274	0,268	0,389	0,351	0,321	0,302	0,296
0,398	0,351	0,314	0,290	0,281	0,438	0,387	0,346	0,319	0,310
12,7	10,5	7,9	5,9	5,0	12,5	10,3	7,8	5,6	4,7
0,341	0,307	0,281	0,264	0,258	0,376	0,339	0,310	0,291	0,285
0,382	0,338	0,302	0,278	0,270	0,421	0,372	0,333	0,307	0,298
12,1	10,0	7,6	5,6	4,8	11,9	9,8	7,4	5,4	4,5
0,330	0,297	0,271	0,254	0,249	0,364	0,328	0,299	0,281	0,275
0,368	0,325	0,291	0,268	0,260	0,405	0,358	0,321	0,296	0,287
11,6	9,6	7,3	5,4	4,6	11,4	9,4	7,1	5,2	4,3
0,320	0,288	0,263	0,246	0,241	0,353	0,318	0,290	0,272	0,266
0,356	0,314	0,281	0,259	0,251	0,392	0,346	0,310	0,286	0,277
11,2	9,2	7,0	5,2	4,5	10,9	9,0	6,8	5,0	4,2
0,311	0,279	0,255	0,239	0,233	0,343	0,308	0,281	0,264	0,258
0,344	0,304	0,272	0,251	0,243	0,379	0,335	0,300	0,277	0,268
10,7	8,9	6,8	5,1	4,3	10,5	8,7	6,6	4,8	4,1
0,303	0,272	0,248	0,232	0,227	0,334	0,300	0,274	0,256	0,250
0,334	0,295	0,264	0,243	0,236	0,368	0,325	0,291	0,268	0,260
10,4	8,6	6,6	4,9	4,2	10,1	8,4	6,4	4,7	3,9
0,295	0,265	0,241	0,226	0,221	0,326	0,292	0,266	0,249	0,244
0,325	0,287	0,257	0,237	0,230	0,358	0,316	0,283	0,261	0,253
10,0	8,3	6,4	4,8	4,1	9,8	8,1	6,2	4,5	3,6
0,288	0,258	0,235	0,220	0,215	0,318	0,285	0,260	0,243	0,238
0,316	0,279	0,250	0,230	0,223	0,348	0,308	0,275	0,254	0,246
9,7	8,1	6,2	4,6	4,0	9,4	7,9	6,0	4,4	3,6

1. táblázat

$1-\varepsilon=$		0,75					0,80				
N:	$\lambda=$	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
20	P:	0,239	0,214	0,195	0,183	0,178	0,258	0,232	0,211	0,197	0,183
	K:	0,263	0,233	0,208	0,192	0,186	0,284	0,251	0,224	0,207	0,201
	H:	10,3	8,6	6,6	5,1	4,4	9,9	8,2	6,3	4,8	4,1
21	P:	0,233	0,210	0,191	0,178	0,174	0,253	0,227	0,206	0,193	0,188
	K:	0,257	0,227	0,203	0,187	0,182	0,277	0,245	0,219	0,202	0,196
	H:	10,1	8,4	6,5	5,0	4,3	9,6	8,0	6,2	4,7	4,0
22	P:	0,229	0,205	0,187	0,174	0,170	0,247	0,222	0,202	0,189	0,184
	K:	0,251	0,222	0,198	0,183	0,178	0,270	0,239	0,214	0,197	0,191
	H:	9,8	8,2	6,3	4,9	4,2	9,4	7,8	6,0	4,6	3,9
23	P:	0,224	0,201	0,183	0,171	0,167	0,242	0,217	0,198	0,185	0,180
	K:	0,245	0,217	0,194	0,179	0,174	0,264	0,234	0,209	0,193	0,187
	H:	9,6	8,0	6,2	4,7	4,1	9,1	7,6	5,9	4,5	3,8
24	P:	0,220	0,197	0,179	0,167	0,163	0,238	0,213	0,194	0,181	0,177
	K:	0,240	0,212	0,190	0,175	0,170	0,259	0,229	0,205	0,189	0,183
	H:	9,4	7,8	6,1	4,6	4,0	8,9	7,4	5,7	4,4	3,6
25	P:	0,216	0,193	0,176	0,164	0,160	0,233	0,209	0,190	0,177	0,173
	K:	0,235	0,208	0,186	0,172	0,167	0,254	0,224	0,201	0,185	0,179
	H:	9,2	7,6	5,9	4,6	3,8	8,7	7,3	5,6	4,3	3,5

$1-\varepsilon$ valószínűséggel biztosítja a folyamatos ellátást, a (9) speciális eseteként adódik (l. KELLE [16, 19]), mint a következő egyenlet megoldása:

$$(1-M)^n + M\sum_{k=1}^{r} k\binom{n}{k}\binom{n-1}{k}\int_0^{a_k} V_k^{k-1}(1-V_k)^{n-k}x^{k-1}(1-x)^{n-k-1}dx = \varepsilon, \tag{14}$$

ahol $V_k = M + (1-\lambda)x + \lambda k/n$, $a_k = \min\left\{\dfrac{1-M-\lambda\dfrac{k}{n}}{1-\lambda}, 1\right\}$ és $r = \min\left\{\dfrac{n}{\lambda}(1-M),\ n-1\right\}$; $\lambda=0$ esetén $r=n-1$ és $\lambda=1$ esetén $a_k=1$.

Az 1. táblázatban különböző n (a beérkezések várható száma), λ (a minimális és az átlagos beérkező tételnagyság hányadosa) esetén megadjuk, hogy a rendelési periódus összigényének hányadrészét kell induló készletként tartani, hogy az ellátás $1-\varepsilon$ valószínűséggel folyamatos legyen (különböző $1-\varepsilon$ paraméterekre). Minden n értékre P jelöli a pontos megoldást (14) alapján, K jelöli a közelítő megoldást (6) alapján, H pedig a közelítés relatív százalékos hibáját $H = (K-P)/P \cdot 100$.

Mint láthatjuk, kis n értékek esetén a közelítés hibája nagy. Minden esetben a közelítő formula a megbízhatóbb irányba torzít, ezzel magyarázható, hogy a tapasztalatok szerint a (6) formula alkalmazásakor az $1-\varepsilon$ paramétert a gyakorlatban alacsonyra kellett választani. A táblázat mutatja, hogy $n<10$ esetén feltétlenül a pontos megoldást kell felhasználni a közelítés nagy hibája miatt. (Ez a gyakorlatban legtöbbször előforduló eset.)

(folytatás)

0,85					0,90				
0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
0,281	0,252	0,230	0,215	0,210	0,311	0,279	0,254	0,237	0,232
0,308	0,272	0,243	0,224	0,218	0,339	0,300	0,268	0,247	0,240
9,5	7,9	6,0	4,5	3,9	9,2	7,6	5,8	4,3	3,5
0,275	0,247	0,224	0,210	0,205	0,304	0,272	0,248	0,232	0,226
0,301	0,266	0,238	0,219	0,213	0,331	0,293	0,262	0,241	0,234
9,2	7,7	5,9	4,4	3,6	8,9	7,4	5,6	4,2	3,4
0,269	0,242	0,220	0,205	0,201	0,298	0,267	0,242	0,227	0,221
0,294	0,260	0,232	0,214	0,208	0,323	0,286	0,256	0,236	0,229
9,0	7,5	5,7	4,3	3,5	8,7	7,2	5,5	4,0	3,3
0,264	0,237	0,215	0,201	0,196	0,292	0,261	0,237	0,222	0,217
0,287	0,254	0,227	0,209	0,203	0,316	0,280	0,250	0,231	0,224
8,7	7,3	5,6	4,2	3,4	8,4	7,0	5,4	4,0	3,2
0,259	0,232	0,211	0,197	0,192	0,286	0,256	0,233	0,217	0,212
0,281	0,249	0,222	0,205	0,199	0,310	0,274	0,245	0,226	0,219
8,5	7,1	5,5	4,1	3,4	8,2	6,8	5,2	3,9	3,2
0,254	0,228	0,207	0,193	0,189	0,281	0,251	0,228	0,213	0,208
0,275	0,243	0,218	0,201	0,195	0,303	0,268	0,240	0,221	0,215
8,3	6,9	5,3	4,0	3,3	8,0	6,7	5,1	3,8	3,1

Az 1. táblázatból a rendelés-beérkezési folyamat hatásait jól elemezhetjük. Ha periódusonként a beérkezések száma nő, akkor a biztonsági készlet nagysága csökkenthető. Tehát a szállítási ütemezés még abban az esetben is előnyös, ha pontos időbeli ütemezést nem vállal a szállító. Ha a beérkezések száma periódusonként a duplájára nő, akkor a biztonsági készlet átlagosan 30%-kal csökkenthető. A szállítási tételnagyságok is jelentős befolyást gyakorolnak. Ha a tételnagyságokra alsó korlátot tudunk szabni, pl. a minimális tételnagyság nem kisebb az átlagos tételnagyság felénél ($\lambda \geq 1/2$), akkor átlagosan 18%-kal alacsonyabb biztonsági készlet szükséges, mint abban az esetben, ha a véletlen tételnagyságok tetszőlegesek lehetnek ($\lambda = 0$). Egyenlő nagyságú beérkezési tételek esetén ($\lambda = 1$) ez a csökkenés 35%-os is lehet. A biztonsági készletszint csökkentéséből származó készlettartási költségcsökkenés kiszámítható és a beérkezési folyamat módosításának költségkihatásai elemezhetők.

Az $1 - \varepsilon$-al jelölt biztonsági szint a folyamatos anyagellátás valószínűségét jelenti. Ennek kívánt nagyságát gazdaságossági megfontolások alapján cikkenként vagy cikkcsoportonként külön-külön kell megadni. Ha 1-hez közeli valószínűséget kívánunk, akkor magas lesz a biztonsági készletszint nagysága. Ez a készlettartási költséget jelentősen növeli. Alacsony valószínűségi szint esetén a készlettartás költségei a nagyobb valószínűséggel (gyakrabban) előforduló hiány miatti költségek jelentősen megemelkednek. Cél az, hogy a készlettartásból és a hiányból adódó költségek várható értékének összege minimális legyen. Ha a készlettartás és hiány költsége mennyiség- és időarányos lineáris függvény (c_1, ill. c_2 költségtényezővel) és a két költségtényező arányát ismerjük, akkor ki lehet számítani a költségminimum esetén adódó biztonsági szintet és ezt az $1 - \varepsilon$ értéket célszerű a vizsgált cikk kívánt biztonsági szintjeként rögzíteni:

2. táblázat

c_2/c_1	1	2	3	4	6	10	20	40	100	500
$1-\varepsilon$	0,5	0,66	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0,99	0,998

Adott M (az összkereslet arányában kifejezett) induló készlet esetén ki tudjuk számítani a hiány várható nagyságát, idejét, az átlagos és a maximális készletszint várható értékét. Ez a biztonsági készletszint meghatározásához további elemzési lehetőségeket ad. Példaként az $M = 0,3$ esetben, azaz ha a rendelési periódus fogyásának 30%-a az induló készlet, ezek az értékek százalékban kifejezve $n = 6$ és $n = 12$, $\lambda = 1$ esetén a következők:

3. táblázat

n	M	$1-\varepsilon$	Hiány ideje	Hiány nagysága	Átlagos készlet	Maximális készlet
6	30	0,73	2,6	1,9	30	53,1
12	30	0,92	0,5	0,1	30	43,4

Amennyiben az igény nem folyamatosan jelentkezik, hanem a beérkezés folyamatához hasonlóan több tételben, előre nem ismert időpontokban, de rögzített m számú, egyenlő nagyságú tételben, akkor ezek az értékek jelentősen módosulnak:

4. táblázat

n	m	M	$1-\varepsilon$	Hiány ideje	Hiány nagysága	Átlagos készlet	Maximális készlet
6	6	30	0,65	4,5	8,5	30	61,3
12	12	30	0,81	1,7	3,1	30	54,3

Ha az n és m értéke különbözik, akkor csak közelítő értékeket tudunk adni. Adott $1-\varepsilon$ biztonsági szinthez tartozó induló készletnagyságot, a biztonsági készlet szükséges nagyságát is csak közelítő formulával tudjuk meghatározni.

A folyamatos anyagellátáshoz szükséges készletszintet a megelőző periódusra feladott rendelés alakítja ki, ezért az induló készletszintet egy periódussal előre meg kell tervezni és ez alapján kell rendelni. A rendelési periódus hossza gyakran olyan nagy, hogy egy periódussal előre az anyagfelhasználás várható intenzitására csak durva becslés adható. Ebben az esetben mind az igény mind a beérkezés folyamatának véletlen jellegét figyelembe kell venni az induló készletszint tervezésénél, mert egyik folyamatra sem rendelkezünk elegendő pontos információval a döntéshozatal (rendelés) időpontjában.

Az előző pontban a (9) vagy (10) alatti kifejezést és a teljes valószínűség tételét felhasználva meghatározható az adott $1-\varepsilon$ biztonsági szinthez szükséges induló készlet véletlen ütemezésű beérkezés és folyamatos, véletlen intenzitású felhasználási igény esetén. A beérkezési folyamat előzőekben leírt paraméterei mellett azonban az igény intenzitásának eloszlását is ismerni kell. A gyakorlatban az intenzitás m várható értékére (az egységnyi idő alatti várható igényre) és s szórására (mely az előrejelzés pontosságát jellemzi) tudunk becslést adni. Az igényfolyamat statisztikai előrejelzésénél ezeket az értékeket az eljárás folyamán meghatározzák. Az m és s paraméterű normális eloszlással közelítve a (11) formulával tudjuk kiszámítani a szükséges biztonsági készlet nagyságát. Ez azt mutatja, hogy a szórás növekedésével a szükséges biztonsági készletszint is növekszik. A növekedés üteme a beérkezések n számától is függ. Példaként mellékeljük a következő táblázatot, melyben a szórás a várható érték százalékában van kifejezve ($p = s/\mathrm{m} \cdot 100$). A biztonsági készletszintnek az ismert intenzitású igény ($s = 0$) esetén szükséges M szinthez (lásd 1. táblázat $\lambda = 1$ esetén) viszonyított aránya szintén százalékos formában szerepel: $M(s)/M(0)$. 100, ahol $M(s)$ jelöli az s szórás esetén szükséges biztonsági készletszintet. Ez az arány független $1 - \varepsilon$ értékétől.

5. táblázat

n \ p	1	2,5	5	10	15	20	25
4	0,02	0,12	0,5	2,3	5,1	9,2	15,4
6	0,03	0,18	0,76	3,2	8,2	15,2	26,7
8	0,04	0,24	1,02	4,2	10,2	21,7	41,2
10	0,05	0,30	1,27	5,4	14,7	29,3	63,1
12	0,06	0,36	1,53	6,6	17,2	39,2	82,7

Az 5. táblázat segítségével értékelni tudjuk az igényfolyamat előrejelzésének, a szükséglettervezésnek a fontosságát, a bizonytalan szükségleti prognózis költségkihatásait. A normális eloszlással való közelítés a fenti p-nél nagyobb értékekre a közelítés hibájának nagysága miatt nem engedhető meg, ekkor az eloszlás típusától is függ a biztonsági készlet növekedési aránya.

5. A megbízhatósági készletmodellek alkalmazásának áttekintése

Hazánkban operációkutatási modellek segítségével először *népgazdasági szintű* készletvizsgálatot végeztek. Az Országos Tervhivatal részére 1961-ben Prékopa és Ziermann [26] megvizsgálta, hogy a termelés növekedési ütemének megfelelően milyen készletnövekedés indokolt. A vállalati adatok elemzése alapján készült a *Prékopa—Ziermann* modell és *Prékopa* véletlen ütemezésű szállítási modellje, melyek alapján arra a következtetésre jutottak, hogy amennyiben a megrendelések mennyiségének növekedése a beérkezési időpontok számának növekedését vonja maga után, akkor a biztonsági készlet növekedési üteme alacsonyabb lehet a termelés növekedési üteménél. A modellek alapján adódó számszerű értékeket a [26] tanulmány és Ziermann [35] cikke tartalmazza.

Kereskedelmi vállalatok áruellátásának matematikai modellezésével hazánkban először Rényi és Ziermann [32] foglalkozott. Könnyen számítható eljárást adtak a rendelési szint nagyságára, amennyiben két rendelési időpont közötti kereslet eloszlása ismert és a rendelés egy tételben érkezik be. Alkalmazására cipőboltok áruellátásának vizsgálatával kapcsolatban került sor.

Nagykereskedelmi vállalatok készletgazdálkodásával kapcsolatosan szélesebbkörű alkalmazási eredmények vannak. A TRIÁL és a RAVILL vállalatoknál alkalmazták a Prékopa-féle véletlen szállítási ütemezés modelljét. A Kerinforg és az MTA SZTAKI együttműködésében készült egy számítógépes programrendszer, mely a fogyasztási idősor statisztikai előrejelzését is elvégzi. A kísérletekről VASS [33] cikke számol be, az alkalmazás továbbfejlesztéséről pedig MÓRITZ [23] tanulmányában ír.

Termelőeszköz-kereskedelmi vállalatok közül a Metalloglobus vállalatnál van folyamatban a STOMCOS elnevezésű készletgazdálkodási és raktárirányítási programrendszer bevezetése, melyet a VILATI készített. Ismertetése pl. JÁNOKI [8] cikkében szerepel. A rendszerben felhasználható a véletlen ütemezésű beérkezést és felhasználást vizsgáló Prékopa-modell a készletszint meghatározására. A TEK vállalatok feladata a jó áruellátás, központi raktározással kiküszöbölni a beszállítási bizonytalanságokat, ez szintén a megbízhatósági modellek felhasználását indokolja. A programrendszer adaptálására készült rendszertervet a GÁL—KELLE—KOVÁCS [7] tanulmány ismerteti.

Iparvállalatok alapanyag-, tartalékalkatrész-, ill. késztermék készletezését is egyre több helyen vizsgálták operációkutatási modellek felhasználásával. Az új gazdaságirányítási rendszer a vállalatokat fokozottan érdekeltté teszi a készletszint csökkentésében. Elsőként az Országos Bányagépgyártó Vállalatnál vizsgálták 1968-ban az alapanyagoknak, különösen az idomacéloknak a készletezését. Erről szól NAGY és PRÉKOPA [24] tanulmánya. Kénsavgyárak alapanyag-ellátásának vizsgálatánál került sor LÁSZLÓ [20, 21] ún. teljesen véletlen ütemezésű modelljének alkalmazására. A Hungária Műanyagfeldolgozó Vállalat hengereltacél készleteinek csökkentésére és kedvezőbb beszerzésére alkalmazott operációkutatási modelleket MEGYERI és CHIKÁN [22]. Textilipari alapanyagok, elsősorban festékanyagok készletezésével foglalkoztunk a Pamutnyomóipari Vállalat megbízásából. A korai rendelésfeladás miatt nagy szükség van a keresletek hosszú távú előrejelzésére, mely általában csak statisztikai módszerekkel lehetséges. Az induló készletszint meghatározásánál is lényeges szerepet játszik a kereslet előrejelzésének bizonytalansága. Ehhez a korábbi megbízhatósági modellek új változatának kidolgozására is szükség volt, erről részletesen szól KELLE [18] és [19] cikke, de vázlatos ismertetése a 3. pontban is szerepelt.

Tartalékalkatrészek biztonsági készletszintjének a meghatározása a megbízhatósági készletmodellek jellegzetes alkalmazási területe. A Betonútépítő Vállalat útépítő gépsorainak alkatrészellátását vizsgáltuk az Országos Piackutató Intézet munkatársaival együttműködésben. A gazdasági vezetők szerint a készletek összértéke túl magas, ugyanakkor a műszaki szakemberek alkatrészhiányra panaszkodnak. Ennek oka az alkatrészellátás bizonytalansága mellett a várható kereslet nem megfelelő becslése és a készletekre fordítható forgóeszköz nem megfelelő megoszlása a különböző cikkek között. Az alkalmazott statisztikai előrejelző módszerekről és megbízhatósági készletmodellekről és az alkalmazási eredményekről ír a KELEMEN—KELLE [9] tanulmány. A soproni Postaigazgatóság megbízásából karbantartási és szerelési anyagok készletgazdálkodási kérdéseit vizsgálta CHIKÁN—MESZÉNA [4] és ennek kapcsán a megbízhatóság és a kockázat mértékének a kapcsolatát is vizsgálják a költségtényezőkkel összefüggésben.

Gyártásközi készletek kialakítása fontos szerepet játszik a gyártási folyamat megszervezésében, az egymáshoz kapcsolódó berendezések (gépek, gépsorok) folyamatos anyagellátásában. A gyakorlatban rendszerint a gyártó berendezések előtt raktározzák a félkészterméket. Azt a minimális készletet kívántuk meghatározni a Dunai Vasmű Hideghengerművének termelésirányításához kapcsolódóan, mely előírt valószínűséggel biztosítja a folyamatos termelést technológiai, illetve géphibák miatti véletlen zavarok ellenére. A havi tervezés számára a szükséges gyártásközi készletszint durva becslése is elegendő; PRÉKOPA [28] modelljének (8) változata kielégítő eredményt ad a gyártásközi készletnorma kialakításához. A heti ütemezés számára több információ birtokában a készletezési folyamatok sokkal részletesebben vizsgálhatók. Speciális modelleket dolgoztunk ki, melyek a Hideghengermű termelési sajátosságaihoz alkalmazkodnak (lásd KELLE—MÉSZÁROS [11] tanulmányát és KELLE [12, 13, 14] cikkét).

Alapanyag-, termelésközi- és késztermék-készletek együttesét kezelő átfogó készletgazdálkodási rendszer terve készült el az MKKE Ipargazdasági Tanszékén egy kutatócsoport közreműködésével, melynek a jelen cikk szerzője is tagja volt. A rendszerterv a Gépipari Technológiai Intézet megbízásában készült. A gépipari összeszerelő vállalatok számítógépes készletgazdálkodási rendszerének egy típustervét kívánja megadni, leírása a [3] tanulmányban szerepel. Itt csak azt említjük meg, hogy a feltételektől függően különböző modellek kiválasztását és összekapcsolását irányítja a rendszer. A jelen cikkben ismertetett megbízhatósági készletmodellek döntő szerepet játszanak a különböző szintű raktárak készleteinek meghatározásában.

A Vegyipari Számítástechnikai és Fejlesztési Társulás VIR (Vállalat Irányítási Rendszer) elnevezésű komplex termelésirányítási rendszerében levő készletgazdálkodási alrendszerhez igény-előrejelzési, készlettervezési, gazdálkodási és elemző eljárások készültek az MKKE Matematikai és Számítástudományi Intézetében. A munkacsoportban részt vett a cikk szerzője is. Ebben a rendszerben is jelentős szerepet kapnak a megbízhatósági készletmodellek a készlettervezésben, mint azt az [5] tanulmány részletesen ismerteti. Az utóbbi két rendszer számítógépes megvalósítására eddig még nem került sor.

6. Egy új készletgazdálkodási döntéselőkészítő programrendszer és alkalmazási tapasztalatai

A megbízhatósági készletmodellek felhasználásának kedvező tapasztalatai arra ösztönöztek, hogy a nyugati készletgazdálkodási programcsomagokhoz hasonló általános készletgazdálkodási programrendszert készítsünk a hazai körülményekhez jól igazodó modellek rendszerének beépítésével és a hazai számítógépes készletnyilvántartási rendszerek szokásos felépítéséhez igazodva. A Dunai Vasmű megbízásából készítettük el a GÖMBÖCZ—KELLE—SEBŐ [6] cikkében részletesebben ismertetett programrendszert, melynek három fő feladata

— a várható kereslet előrejelzése,
— a biztonsági készletszint (és a készletnormák) tervezése,
— rendelési javaslat készítése.

A rendszer kialakításánál felhasználtuk a készletmodellek korábbi hazai alkalmazási tapasztalatait, a hazánkban elérhető külföldi és hazai készletgazdálkodási programcsomagok vizsgálatait (lásd PRÉKOPA–KELLE [27]) és az új modellezési és számítástechnikai eredményeket is.

A programrendszer moduláris felépítésű, az egyes eljárások (modellek számítási algoritmusai, statisztikai módszerek stb.) egymástól függetlenül felépített programblokkok, melyeket a főprogram közös adatstruktúrán keresztül fog össze és kapcsol a készletnyilvántartási rendszerhez. Így a helyi specifikumok elválnak az általános jellegű modellektől, azok könnyen illeszthetők más rendszerekhez, csak az adatstruktúra feltöltését szolgáló programokat kell módosítani. A rendszer könnyen bővíthető, általános jellege és ennek megfelelő moduláris felépítése miatt széleskörűen felhasználható.

A programrendszer PL/I nyelven készült, az első változat az IBM 3031 típusú gép CMS operációs rendszere alatt, míg a másik a DOS rendszer alatt a Dunai Vasmű R 35 típusú számítógépére.

Rendelkezésre álló adatok

A legfontosabb input adatokat a számítógépes készletnyilvántartási rendszer szolgáltatja. Ezeket a rendszer file-struktúrája szerint csoportosítva írjuk le. Az alábbiakban felsorolt adatok a vizsgált cikkek (termékek, anyagok, alkatrészek stb.) mindegyikére külön-külön meg vannak adva. Egymást helyettesítő cikkeket összevontan célszerű kezelni. Mindegyik file mágnesszalagon áll rendelkezésre.

i) *törzsadat file* (aktuális adatok)
- cikk azonosító,
- ABC csoportosítás (kívánt biztonsági szint),
- két rendelésfeladás közötti időtartam (rendelési periódushossz),
- egységár, rendelési, eltarthatósági korlátok stb.

ii) *készletmozgás, készletnyilvántartás file* (archiválva, több évre visszamenően)
- az anyagbeérkezés megvalósulási időpontjai (hónap, nap) és tételnagyságai (a mennyisége),
- a raktárból való kivételezések (a felhasználások) időpontjai és tételnagyságai,
- a havi nyitókészletek.

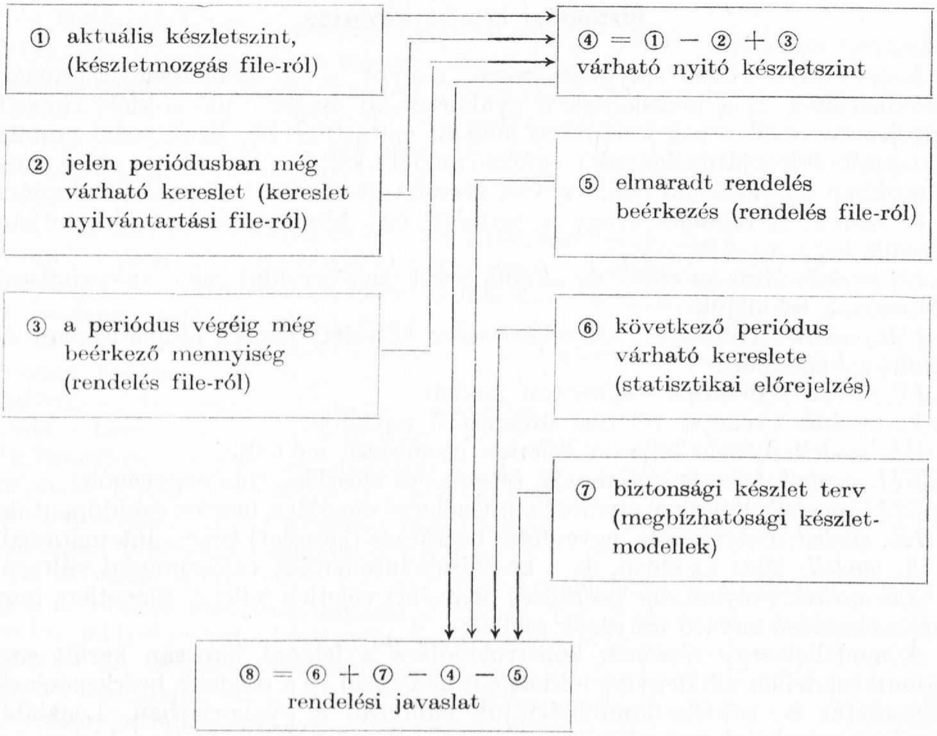
iii) *rendelés, szerződés nyilvántartási file* (aktuális adatok)
- a még nem teljesített rendelések feladásának időpontja és mennyisége,
- a rendelés-visszaigazolásban vállalt időpont vagy határidő, esetleges ütemezés (időpontok és mennyiségek),
- megvalósult ütemezés és szállítási hátralék.

iv) *kereslet nyilvántartási file* (több évre visszamenően)
- a ténylegesen jelentkezett kereslet havi összesítésben,
- a következő rendelési periódus (periódusok) keresletének prognózisa,
- a prognózis megbízhatóságának becslése.

Az iii) és iv) file kiépítése folyamatban van, ezért a programrendszer úgy készült, hogy ezek nélkül is szolgáltat közelítő megoldásokat az ii) file adataiból készült statisztikai jellegű becslések alapján.

Rendelési javaslat készítése

A döntéselőkészítés fő célja a rendelési javaslat elkészítése. Ennek folyamatát az 1. ábra szemlélteti:



1. ábra

Az ①, ②, ③ és ⑤ pontban leírt adatok a jelzett file adataiból egyszerűen nyerhetők, a ④ és ⑧ lépés egy-egy aritmetikai művelet. Fő feladat a ⑥ és ⑦ pont alatt leírt adatok kiszámítása, melyre az igények statisztikai előrejelzésének, illetve a megbízhatósági készletmodellek megoldásának módszerei szolgálnak.

A várható kereslet statisztikai előrejelzése

Az anyagbeszerzés és a készletezési politika kialakításának egyik döntő tényezője a következő rendelési periódus várható keresletének előrejelzése, amit szükséglet-tervezésnek is neveznek. A tervlebontásos szükséglettervezés feltételei a cikkek nagy részénél nincsenek meg, így a készletgazdálkodás programcsomagokhoz hasonlóan az anyagszükségletet is statisztikai módszerekkel lehet előre jelezni a múltbeli adatokból az exponenciális kiegyenlítés technikája alapján (leírását l. pl. Brown [1, 2]). Ez kis számítási idő- és memóriaigényű, általános jellegű módszer, mely sokféle anyag és alkatrész típusra alkalmazható a gyártási, felhasználási sajátosságok figyelembevétele nélkül. Az előrejelzési eljárás a kereslet (felhasználások) néhány éves megfigyelt havi (negyedéves) adatsora alapján becslést készít a következő periódusok várható igényére és a becslés hibájára, a trend- és szezonhatások figyelembevételével, statisztikai módszerek alkalmazásával. A becslési eljárás eredményét tudjuk felhasználni a rendelési javaslat következményeként létrejövő készletek prognózisában.

Biztonsági készlet tervezése

A programrendszer súlyponti része, melybe — a rendelések beérkezési folyamatának és a keresletnek a gyakorlatban megvalósuló sokféle típusát figyelembe véve — sok különböző modellt építettünk be. Ezek közül mindig a vizsgált cikk sajátosságának megfelelő modellt kell kiválasztani az előző periódusokban megvalósuló beérkezés és kereslet statisztikai vizsgálata alapján.

I. modell: A rendelés (vagy a kereslet) egy tételben, ismert időpontban érkezik be.

II. modell: Mint az előző, de az időpontot csak becsülni lehet, valószínűségi változónak tekintjük.

III. modell: Többszöri beérkezés (vagy kereslet) ismert időpontokban és tételnagyságokban.

IV. modell: Prékopa—Ziermann modell.

V. modell: Prékopa véletlen ütemezésű modellje.

VI. modell: László teljesen véletlen ütemezésű modellje.

VII. modell: Véletlen ütemezés, tetszőleges eloszlású tételnagyságok.

VIII. modell: Véletlen ütemezés, tetszőleges eloszlású beérkezési időpontok.

IX. modell: Folyamatos, egyenletes beérkezés (kereslet) ismert intenzitással.

X. modell: Mint az előző, de a beérkezés intenzitása valószínűségi változó.

XI. modell: Folyamatos beérkezés (kereslet) véletlen jellegű, független, normális eloszlású zavaró tényezők mellett.

A modellek egy részének konstrukciójára a feladat kapcsán került sor. A fenti modellek mindegyike leírhatja a keresletet és a rendelés beérkezésének folyamatát is, sokféle kombinációjuk előfordul a gyakorlatban. Legalább közelítő megoldást tudunk adni az előírt valószínűséghez tartozó biztonsági (induló) készletszint nagyságára. Ilyen széles körű modellrendszerre épülő készletgazdálkodási programrendszert korábban nem dolgoztak ki.

A számítási eredmények értékelése

A programrendszer tesztelése a Dunai Vasműben sikeres volt, több tízezer féle anyagra jó eredménnyel futtattuk le. A folyamatos, üzemszerű működtetést a Dunai Vasmű szakemberei vezetik be.

A kereslet várható alakulásának statisztikai előrejelzését az előző 3 év raktári kivételezéseinek (dátum és mennyiség) ismeretében végeztük, ez mágnesszalagon archiválva áll rendelkezésre. Először havi (ritkán fogyó cikkeknél negyedéves) összesítéssel létrehoztuk a három éves idősort. Ebből az első két év adatsorának felhasználásával elvégeztük a statisztikai vizsgálatokat (I. fázis). A cikkek jelentős része mutatott trend és szezonhatást. Elvégeztük az előrejelzést a harmadik évre a szóba jöhető modellek mindegyikével, több paraméter-kombináció választásával. Az előrejelzéseket összehasonlítva a tényadatokkal anyagfajtánként kiválasztottuk a legjobb módszert és paramétereket (II. fázis, szimuláció). Ennek segítségével elvégeztük a negyedik (a most következő) és előrejelzését havi (negyedéves) bontásban.

A ritkán felhasznált cikkek és a strukturális változások esetén kívül (melyet a beépített hibakövető eljárás jelez) az alkalmazott módszerek kielégítő eredményt hoztak. A fontos, nagy értékű cikkek esetén azonban a terveken alapuló pontosabb előrejelzés szükséges.

A *biztonsági készlet tervezésénél* lényeges szerepet játszik a rendelés beérkezési folyamatának alakulása. A raktárba történt beérkezések előző két évi adatainak (időpontok és tételnagyságok) felhasználásával becsültük a várható beérkezési időpontot vagy ütemezést és ennek megbízhatóságát. Ezen vizsgálatok szolgáltatták az alapot az automatikus modellválasztáshoz és a modell paramétereinek meghatározásához, bár a külső vezérlés lehetőségét is beépítettük.

A tapasztalatok bizonyították a sok különböző beérkezési és keresleti modellre épülő eljárás szükségességét. Gyakori, hogy a rendelések több tételben érkeznek be, de az ütemezésről előzetes információk nem állnak rendelkezésre. A beérkező tételnagyságok eloszlását a múltbeli megvalósulások alapján becsültük. Fontosabb cikkeknél a (9), ill. (10) alatt leírt pontos eljárást alkalmaztuk, egyébként a (14) alatti eljárás, ill. $n > 12$ esetén a (6) közelítő formula segítségével terveztük a biztonsági készletet. A hosszú rendelés-átfutási idők miatt a kereslet előrejelzési hibáját is figyelembe kellett venni a (11) alatti általánosított formula alkalmazásával. Az egy tételben és a folyamatosan (naponta) történő beérkezés is sok cikkre jellemző, de az előre nem ismert véletlen hatások itt is gyakran előfordulnak, a beérkezés késése, illetve a beérkezési intenzitás ingadozása gyakori.

A biztonsági szintek előírt $1 - \varepsilon$ értékének megfelelő rögzítése döntő jelentőségű. A cikkeket az ellátás fontossága szempontjából három csoportba célszerű sorolni, melyekre különböző szinteket (pl. 0,75; 0,85; 0,95) írunk elő. Próbafuttatásokat végzünk és amennyiben a javasolt összkészlet értéke nem felel meg a vállalatnak, akkor a szinteket arányosan csökkenteni vagy növelni kell. A rendszer beindításánál ezt a vizsgálatot többször elvégezzük, mindaddig míg az aggregált vállalati célt nem érjük el. Így tudjuk biztosítani a vállalati készletpolitika optimális végrehajtását: a tervezett forgóeszköz olyan arányú szétosztását, mely a folyamatos anyagellátást a lehetőségekhez képest a legjobban biztosítja.

A készletnormák korrigálása a programrendszer alapján lényegében elkészült mindenféle anyagra és termékre. Ebből kitűnt, hogy elegendően magas ellátási biztonság mellett, a készletek átcsoportosításával, a teljes készletmennyiség csökkenthető a kockázatvállalástól függően 5–30%-kal, ami jelentős megtakarítást eredményezhet. A rendelés nyilvántartási file kidolgozásával együtt a rendelési javaslat készítési rendszer üzemszerű beindítása folyamatban van.

(Beérkezett: 1986. február 3-án.)

IRODALOM

1. Brown, R. G.: *Statistical Forecasting for Inventory Control.* McGraw-Hill, New York 1959.
2. Brown, R. G.: *Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series.* Prentice Hall N. J. 1963.
3. Chikán A.—Berács J.—Kelle P.—Nagy M.—Vass I.: *Gépipari vállalatok integrált készletgazdálkodási rendszere.* Tanulmány a Gépipari Technológiai Intézet számára (Marx K. Közgazd. Egy. (MKKE) 1976.
4. Chikán A.—Meszéna Gy.: *Karbantartási — szerelési anyagok készletezése.* Tanulmány, MKKE 1975.
5. Chikán A.—Bánki G.—Borlói R.—Kelle P.—Kulcsár T.—Meszéna Gy.: *Vegyipari vállalatok készlettervezési és elemző eljárásainak rendszerterve.* Tanulmány a VSzFT megbízásából, MKKE 1980.

6. GÖMBÖCZ L.—KELLE P.—SEBŐ A.: Készletgazdálkodási döntéselőkészítő programrendszer a Dunai Vasműben, *Struktúra*, 1981/14.
7. GÁL T.—KELLE P.—KOVÁCS T.: *A STOMCOS anyaggazdálkodási programcsomag alkalmazásának rendszerterve a Metalloglobus Vállalat készletgazdálkodási feladataira.* Tanulmány, BME 1977.
8. JÁNOKI L.: A VILATI-ban kifejlesztett STOMCOS számítógépes anyaggazdálkodási és raktárnyilvántartási rendszer, *Termelésirányítás I.* Az MTA Műszaki Tudományok Osztálya, Budapest 1978. 51—65.
9. KELEMEN Z.—KELLE P.: *Gépalkatrész készletgazdálkodási feladatok megoldása I—II.* Tanulmány, a Betonútépítő Vállalat megbízásából készült az Országos Piackutató Intézetben. 1974.
10. KELLE P.: A készletgazdálkodás egy szimulációs modellje. *Számítógépes Rendszerszimuláció,* MTA Műszaki Tud. Oszt. Bp. 1975.
11. KELLE P.—MÉSZÁROS G.: *A Hideghengermű gyártásközi készleteinek optimalizálása.* Tanulmány, Dunai Vasmű — MTA SZTAKI, 1977.
12. KELLE P.: Stochastische Mehr-Produkt Modelle für die Sicherheitsbestände bei einer Serienfabrikation, *Rostocker Betriebswirtschaftliche Manuscripte,* 20. 1977. 151—161.
13. KELLE P.: Optimális gyártásközi készletek kialakítása. *Termelésirányítás I,* MTA Műszaki Tud. Oszt. Budapest 1978. 81—90.
14. KELLE P.: Stochastische Optimierungsmodelle für die Produktionslager eines Walzwerkes, *Mitteilungen der Math. Gesellschaft d. DDR,* 1978/1. 31—36.
15. KELLE P.: Az alapanyagok keverési arányának és a tárolók nagyságának optimalizálára aszfaltkeverő berendezésekre, *Alkalmazott Matematikai Lapok,* 5. 1979. 249—260.
16. KELLE P.: *Megbízhatósági készletmodellek és alkalmazásuk.* MTA SZTAKI Tanulmányok 107. 1980.
17. KELLE, P.: Chance Constrained Inventory Models and Their Application, BAMBERG O.—OPITZ W. szerk.: *Methods of Operations Research,* 44. 1981 Athenäum-Hain 607—616.
18. KELLE P.: *Ein neues Modell zur Bestimmung des zur kontinuierlichen Produktion notwendigen Lagerbestandes,* Working Paper, MTA SZTAKI 1972, MO. 2.
19. KELLE P.: Prékopa megbízhatósági készletmodelljének két általánosítása. *Alkalmazott Matematikai Lapok,* 8. 1982.
20. LÁSZLÓ Z.: *Egy teljesen véletlen megbízhatósági jellegű készletmodell.* Kandidátusi értekezés, Veszprém 1970.
21. LÁSZLÓ, Z.: Some recent result concerning reliability type inventory models. PRÉKOPA A. szerk.: *Inventory Control and Water Storage,* Győr 1971. Bolyai J. Math. Soc. — North Holland, Budapest 1973, 179—187.
22. MEGYERI E.—CHIKÁN A.: *A Hungária Műanyagfeldolgozó Vállalat készletgazdálkodásának fejlesztése.* Tanulmány MKKE 1971.
23. MÓRITZ A.: *Kereskedelmi vállalatok tervezésének lehetőségei.* Tanulmány, Kerinforg 1977.
24. NAGY I.—PRÉKOPA A.: *Az Országos Bányagépgyártó Vállalat gyáregységeinél végzett készletoptimalizálási vizsgálatokról.* Tanulmány, NIM IGÜSZI, 1968.
25. NÉMETH GY.: Sztochasztikus készletmodellekkel kapcsolatos vizsgálatok. *MTA III. Oszt. Közleményei,* 16. 1971. 133—145.
26. PRÉKOPA A.—ZIERMANN M.: *Tanulmány a folyamatos termelést biztosító legkisebb raktárkészlettel kapcsolatos egyes problémákról.* Országos Tervhivatal számára készült tanulmány, Matematikai Kutató Intézet, 1962.
27. PRÉKOPA A.—KELLE P.: *A hazánkban elérhető készletgazdálkodási programrendszerek kritikai elemzése.* Tanulmány a „Szocialista Vállalat" c. MTA Kutatási Főirány témájában, MKKE 1973.
28. PRÉKOPA A.: Reliability equation for an inventory problem and its asymptotic solutions. *Coll. on the Application of Mathematics to Economics,* Bp. 1961, Akadémiai Kiadó, Bp. 1965. 317—327.
29. PRÉKOPA A.: Stochastic Programming Models for Inventory Control and Water Storage Problems, *Inventory Control and Water Storage,* Győr, 1971. Bolyai J. Math. Soc. — North Holland, Budapest 1973. 229—247.
30. PRÉKOPA A.: Generalizations of the Theorems of Smirnov with Application to a Reliability Type Inventory Problem, *Mathematische Operationsforschung und Statistik,* 4. 1973. 283—297.
31. PRÉKOPA A.—KELLE P.: Sztochasztikus programozáson alapuló megbízhatósági jellegű készletmodellek, *Alkalmazott Matematikai Lapok,* 2. 1976. 1—16.
32. RÉNYI A.—ZIERMANN M.: Üzletek áruellátásával kapcsolatos szélsőérték feladatok, *MTA Alk. Mat. Int. Közleményei,* 10. 1961. 495—505.

33. VASS I.: Készletgazdálkodási matematikai modellek alkalmazási problémái. *DATA*, 8. 1972. 195—204
34. ZIERMANN M.: A raktárkészlet pótlásáról II. *MTA Alk. Mat. Int. Közleményei*, 2. 1953. 203—216.
35. ZIERMANN M.: A Szmirnov-tétel alkalmazása egy raktározási problémára, *MTA Mat. Kutató Int. Közleményei*, 8. 1963. 509—516.

INVENTORY CONTROL OF ENTERPRISES USING RELIABILITY TYPE INVENTORY MODELS

Some specifics of the Hungarian inventory control activity and the reliability type inventory models based on them are reviewed together with applications. The models provide for the planning of the minimal inventory level which ensures continuous supply on a prescribed probability considering randomness in delivery and perhaps in demand. Some new model-versions have been formulated for some practical inventory problems. The methods for inventory analysis, decision support and evaluations based on these models and many kinds of applications are mentioned. A brief review is given of a new inventory control program system prepared for a Hungarian firm. The results of applications in the field of demand forecasting, stock planning, ordering and stock forecasting have proven the manifold usefulness of the program system.

УПРАВЛЕНИЕ ЗАПАСАМИ ПРЕДПРИЯТИЙ НА ОСНОВЕ ПРИМЕНЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ИССЛЕДОВАНИЙ ОПЕРАЦИЙ

В статье рассматриваются некоторые особенности экономики запасов в ВНР и основанные на них надежные модели запасов, а также их применение. С их помощью можно планировать тот минимальный уровень запасов, который обеспечивает требующуюся надежность бесперебойного снабжения с учетом поставок, а также, возможно, случайного характера спроса. Даны несколько новых вариантов моделей, разработанных с целью решения практических задач в области запасов. Подчеркиваются возможности анализа запасов, подготовки решений и оценки запасов на основе моделей, а также их применение на венгерских предприятиях, охватывающее широкую область. В общих чертах рассматривается новая система программирования решений по хозяйствованию запасами, подготовленная для одного из крупных венгерских предприятий. Возможность многообразного использования показывает опыт применения в сфере прогнозирования спроса, планирования запасов и составления заявок, а также прогнозирования запасов.