

SZIGMA

Matematikai—közgazdasági folyóirat

A Magyar Közgazdasági Társaság Matematikai—Közgazdasági
Szakosztályának lapja

Szerkeszti:

MARTOS BÉLA

Társszerkesztők:

BOD PÉTER, PONGRÁCZ TIBOR, SIMONNÉ MOSOLYGÓ NÓRA

Szerkesztőbizottság:

AUGUSZTINOVICS MÁRIA, ÁBEL ISTVÁN, BOD PÉTER, ÉLTETŐ ÜDÖN (elnök), FORGÓ FERENC,
HUNYADI LÁSZLÓ, KIRÁLY JÚLIA, KOVÁCS ÁLMOS, LIGETI ISTVÁN, MARTOS BÉLA, MESZÉNA
GYÖRGY, MIKÓ GYULA, ORMÓS ZSOLT, SIMON ANDRÁS, SIMONOVITS ANDRÁS, SZAKOLCZAI GYÖRGY
SZÉP JENŐ, VITA LÁSZLÓ, ZALAI ERNŐ, ZIERMANN MARGIT

*

E szám szerzői:

M. DOBOS KRISZTINA, a Gödöllői Agrártudományi Egyetem Statisztikai Tanszékének
adjunktusa, dr. JÓZSEF SÁNDOR, az Agrárgazdasági Kutatóintézet tudományos munka-
társa, KOVÁCS MARGIT, az ELTE Számítóközpont osztályvezetője, MÁTYÁS LÁSZLÓ, az
Agrárgazdasági Kutatóintézet tudományos munkatársa, VASTAG GYULA, a Pénzügyi
és Számviteli Főiskola adjunktusa, ROBERT WILSON, Stanford University, USA,
ZSIGMOND ILDIKÓ, az ELTE Számítóközpont tudományos munkatársa

Szerkesztőség: Budapest XI., Budaörsi út 43–45.

Levelelm: 1502 Budapest, Pf. 262.

Terjeszti a Magyar Posta. Előfizethető bármely hírlapkézbesítő postahivatalnál, a Posta
hírlapüzleteiben és a Hírlapelőfizetési és Lapellátási Irodánál (HELIR) Budapest V.,
József nádor tér 1., 1900, közvetlenül vagy postautalványon, valamint átutalással a
HELIR 215-96 162 pénzforgalmi jelzőszámra.

Előfizethető és példányonként megvásárolható az Akadémiai Kiadónál (1363 Budapest,
Alkotmány utca 21., tel.: 111-010) és az Akadémiai Kiadó Stúdió (1368 Budapest,
Váci utca 22., tel.: 185-881) és *Magiszter* (1052 Budapest, Városház utca 1., tel.: 382-440)
könyvesboltjaiban. Előfizetési díj egy évre: 104,— Ft

Külföldön terjeszti a KULTURA Külkereskedelmi Vállalat, H-1389 Budapest, Pf. 149.

Hatékony és kompetitív adagolás elsőbbbségi kiszolgálás útján*

Bevezetés

Valamely piacot *azonnali* piacnak nevezzük, ha az árak folyamatosan változnak a kínálat és a kereslet kiegyensúlyozása céljából. Sok standard, tárolható termék kereskedelmét azonnali piacokon bonyolítják le. Sok olyan ágazat is létezik azonban, amely nem tárolható tőke- és munkaszolgáltatásokat állít elő. Standard példák erre a ciklikus és véletlenszerű terheléscsúcsokkal dolgozó tőkeigényes ágazatok: a villamosenergia-ipar, a távközlés, a közlekedés, az üdülőszállodák stb. Más, hasonló sajátosságokkal bíró ágazatok közé tartoznak a megrendelésre dolgozó ágazatok (pl. a papíripar, a fémfeldolgozó ipar) és a szolgáltatászektor különböző ágazatai, amelyek lényegében bérlik a fogyasztók kiszolgálására igénybe vett kapacitásokat vagy személyzetet. Ezeknek az ágazatoknak az esetében is várhatnánk azt, hogy azonnali piacok igénybevételével elérhető a szűkös kínálat hatékony elosztása. Valóban, a kérdéssel elméletileg foglalkozók gyakran fejtik ki azt a nézetet, hogy ideális esetben az áraknak folyamatosan változniuk kell azért, hogy a kereslet a termelőkapacitáson belül maradjon, ugyanakkor pedig hatékony legyen a szűkös kínálat elosztása a fogyasztók között. Az azonnali árképzés elmélete és különböző változatai, mint pl. a terheléscsúcsos árképzés, ezt a felfogást képviselik. VICKREY (1971) ékesszólóan érvel amellett, hogy az azonnali árképzés alkalmazásának kiterjesztésétől jelentős hatékonyságnövekedés várható, és ennek a villamosenergia-termelésre vonatkozó konkrét alkalmazását BOHN és munkatársai (1984), illetve CARAMANIS és munkatársai (1982) dolgozták ki.

Valójában azonban az azonnali árképzést nemigen alkalmazzák ezekben az ágazatokban, még azokban sem, amelyeket standard példaként szokás emlegetni az elméleti irodalomban. Nyilvánvaló magyarázata ennek a technológiai korlátok és a tranzakciós *költségek* léte. Még akkor is nehéz vagy költséges lehet például folyamatosan tájékoztatni a fogyasztókat az árakról és nyomon követni a vásárlások időbeli alakulását, ha ismerjük a kapacitások állandó kihasználására és a torlódások megelőzésére alkalmas „helyes” árakat. Ennek következtében gyakran látjuk, hogy a rögzített árak a kapacitások kihasználatlanságát okozzák a holt időszakokban, illetve a kínálatnak véletlenszerű vagy önkényes elosztását eredményezik a csúcsidőszakokban. Ez a gyakorlat költsé-

* Az ESEM'86 (az Ökonometriai Társaság Európai Konferenciája) alkalmából Budapesten tartott Fisher-Schultz előadás kibővített szövege. Fordította Tényi György.

A szerző köszönetet mond a National Science Foundation támogatásáért. Az itt publikált mű egyes részei arra a közös kutatásra támaszkodnak, amelyet Hung-Po Chao, Shmuel Oren és Stephen Smith a szerzővel együtt végeztek, egyes részek pedig arra az anyagra, amely Richard Pübladdo és David Reitman disszertációiként jelenik majd meg.

geket ró mind arra a fogyasztóra, akinek sorba kell állnia a kiszolgálásért, mind pedig arra, akitől megtagadták a kiszolgálást. Ebből nem-hatékony elosztás származik, ha a fogyasztók preferenciái különbözők, és kiszolgálásuk sorrendje nem felel meg a preferenciáik szabta sorrendnek.

Az azonnali árképzés nem az egyetlen lehetőség. Néhány esetben állami vállalatok (az Egyesült Államokban a közművek) és magánvállalatok feltételes határidős szerződéseket alkalmaznak az elosztás hatékonyságának növelésére. Egyes ilyen szerződések, mint például a fenntartási megállapodások, amelyek bizonyos kapacitásoknak a felhasználó számára való fenntartását biztosítják, feltétlen határidős értékesítést jelentenek. Más szerződések, mint a villamos-energia és a földgáz *megszakítható szolgáltatására* vonatkozó, egyszerűen a kiszolgálás rendelkezésre állását függővé teszik különböző események be-következtétől.

A bennünket itt érdeklő szerződéseket *elsőbbségi kiszolgálásra* vonatkozó szerződésnek nevezzük. Az ilyen szerződés legfontosabb tulajdonsága, hogy rögzíti minden fogyasztó elsőbbségének fokát a kiszolgáláshoz való hozzáférés szempontjából. Ez azt jelenti, hogy meghatározza azt rangsort, amelynek megfelelően a fogyasztók a rendelkezésre álló kínálatból kiszolgálást kapnak mind-addig, amíg valamennyi fogyasztó nem részesül kiszolgálásban, vagy amíg a kínálat ki nem merül. Az ilyen szerződések nem létesítenek ténylegesen sorbanállást a fogyasztók között, de hatásuk majdnem ugyanaz.

Az *1. fejezetben* némi háttértájékoztatást adunk az elsőbbségi kiszolgálással kapcsolatban. A *2. fejezetben* felállítjuk az alapmodellt és több szemléltető példát mutatunk be; leírunk továbbá két fő példát, amelyek az elméleti fejtegetéseket motiválták. A *3. fejezetben* levezetünk néhány kulcsfontosságú eredményt, amelyek megmutatják, miképpen ösztönzik az elsőbbségi szerződések árai a fogyasztókat arra, hogy önszántukból válasszanak hatékony kiszolgálási sorrendet. A *4. fejezetben* megvizsgáljuk az állami vállalatok különböző lehetőségeit az elsőbbségi kiszolgálás megszervezésére. Végül az *5. fejezetben* néhány összefoglaló megjegyzést teszünk. A *Függelék* numerikus példákat tartalmaz.

Két megállapítást emelünk ki. Az egyik az, hogy az állami vállalat vagy a közüzem jelentősen javíthatja a hatékonyságot, ha elsőbbségi kiszolgálás megszervezésével pótolja az azonnali piac hiányát. A másik: a tökéletlen versenypiacokon az oligopolisztikus vállalatokra nem hat elegendő ösztönző erő ahhoz, hogy hatékony termékválasztékot kínáljanak; következésképpen az elosztás hatékonysága attól függ, kellő számú vállalat jelenik-e meg a piacon. Ha viszont a kínálat sok független vállalat között oszlik meg, a termelés hatékonysága szenvedhet kárt, amikor a kínálat összevonásából származnak előnyök.

1. A háttér

Nemrégiben vizsgáltam a villamosenergia-ipart az Egyesült Államokban, úgyhogy ezt alkalmazom szemléltetesképp. Az energia iránti kereslet hosszú távú trendeket és ciklusokat mutat, amelyek módosulnak a gazdasági feltételek változásával; vannak további erős szezonális és napi ciklusok, valamint meglehetősen hirtelen megugrások: az éves csúcs rövid időre felléphet egy forró nyári délután vagy egy hideg téli éjszaka folyamán. A kínálati oldalról a tartalékokban szezonális és sokéves ciklusok mutatkoznak, a generátorokat időn-

ként le kell állítani karbantartás céljából, de hirtelen is meghibásodhatnak a berendezések. Az energia továbbá lényegében nem tárolható — eltekintve a potenciális energiától —, úgyhogy a hiányt szükségképpen gyorsan kell követnie a kiszolgálás megszakításának; a figyelmeztetésre rendelkezésre álló idő gyakran rövidebb, semhogy azonnali piac működhessen. Egészen a legutóbbi időig a kínálati hiányt főleg véletlenszerűen osztották el egész körzetek között.

A mikroelektronikai eszközök alkalmazása óta azonban a fogyasztókat szelektíven is ki lehet kapcsolni rádióon vagy magán a hálózaton továbbított frekvenciajelek segítségével, amelyek a mérőeszközökben levő megszakítókat működtetik. Ez lehetővé teszi, hogy az áramszolgáltatók elsőbbségi kiszolgálásra vonatkozó szerződéseket kínáljanak, amelyeknek alakja a következő: az energiafogyasztásért felszámított közvetlen díjon kívül a fogyasztó felárát fizet az általa választott elsőbbségi osztályért. A legegyszerűbb esetben két elsőbbségi osztályt (magasabb és alacsonyabb) kínálnak, a fogyasztó pedig alapfogyasztását sorolhatja a magasabb, a többit viszont az alacsonyabb elsőbbségi osztályba.¹ Ennek az időszaknak a folyamán — ha kikapcsolásokra van szükség — egyetlen fogyasztó magasabb elsőbbségű alapfogyasztását sem szakítják meg, hacsak nem az összes fogyasztó alacsonyabb elsőbbségű fogyasztásának megszakítása ellenére is marad még hiány. A felárakat vagy visszatérítik a fogyasztóknak, illetve, a részvényeseknek, vagy pedig kapacitásbővítésre használják.

A közeljövőben a mérőeszközök és a vezérlési módszerek tökéletesedése az alternatívák gazdagabb választékát teszi lehetővé. Például az elsőbbségi osztályok nagyobb száma mellett a fogyasztók más elsőbbségi osztályt választhatnak a kikapcsolás és megint másikat a megszakítás után a visszakapcsolás szempontjából. Feltételezhető, hogy azok a fogyasztók fognak magasabb elsőbbségi osztályt választani a kikapcsolásra, mint a visszakapcsolásra, akiknek az áramszolgáltatás megszakítása esetén a leállás és az újraindulás külön költségeket okoz.

A fogyasztók számára mutatkozó előnyökön kívül ezek a szerződések az áramszolgáltató vállalatok számára lehetővé teszik, hogy alacsonyabb elsőbbségű, megszakító (a fogyasztó számára feltehetően csekély értékű) terhelésekkel helyettesítsék a költséges kapacitásbővítéseket, amelyekre egyébként szükség lenne a fontos felhasználási célok megbízható kiszolgálásához. Ez azt jelenti, hogy az alacsonyabb elsőbbségű kiszolgálásra vonatkozó szerződések — a tartalékapacitásokhoz hasonlóan — a hiányhelyzet leküzdésére alkalmas készletet jelentenek, és ezzel védik a magasabb elsőbbségű kiszolgálásra vonatkozó szerződésektől várható nagyobb megbízhatóságot.

Az elsőbbségi kiszolgálás szerepe

A villamosenergia-ipartól kölcsönzött példánk több általános szempontot illusztrál. Először is, az elsőbbségi kiszolgálás — a szűkös erőforrások véletlenszerű elosztásához képest — a hatékonyság javulását teszi lehetővé azért, hogy a fogyasztókat olyan sorrendben szolgálja ki, amely megfelel az áramszolgáltatás megszakadása következtében rájuk háruló költségeknek. Ennek a hatékonyságjavulásnak az a forrása, hogy — a kínálat hatékony adagolását

¹ „Magas” elsőbbségen a kiszolgálásra váró sor elején elfoglalt helyet értjük.

megvalósító azonnali piac hiányában — a fogyasztók pénzben kifejeződő externalitásokat szenvednek el; viszont az elsőbbségi kiszolgálás enyhíti ezeket a következményeket azáltal, hogy a kiszolgálási sorrendek piacát kínálja.²

A fogyasztók szempontjából az elsőbbségi kiszolgálás érzékelhető előnye a számukra kínált termékválaszték kiszélesedése: minden fogyasztó választhat az elsőbbségi kiszolgálásra vonatkozó „étlapból” és árjegyzékből. Valahányszor a fogyasztók számára a megszokás költsége és a kiszolgálás értéke különböző, az elsőbbségi kiszolgálás étlapján kínált választékbővülés a kínálat hatékonyabb elosztását eredményezi.

Azt a választékot, amelyet az étlapon kínálni lehet, elsősorban a megfigyelés, mérés és ellenőrzés költségei korlátozzák. Az étlapon szereplő alternatívák árképzését pedig lényegében az a tény határozza meg, hogy minden fogyasztó maga választja ki valamelyik alternatívát a saját preferenciáival kapcsolatos magáninformációja alapján. Vagyis az a tény, hogy a fogyasztók maguk választják meg alternatíváikat, bizonyos korlátokat ró ki bármely két alternatíva viszonylagos árára.

Az étlapra felvehető alternatívák számát tovább korlátozza a kínálat technológiája. A különböző alternatívák minőségi jellemzőit (pl. a kiszolgálás gyorsaságát vagy megbízhatóságát) a kereslet és a kínálat valószínűség-eloszlásfüggvényei és az egyes alternatívákat választó fogyasztók száma együttesen határozza meg. Annak a módnak tehát, ahogy a fogyasztók a minőségi jellemzőket értékelik, 'racionális várakozásnak' kell lennie, ha azt kívánjuk, hogy helyesen tükrözzék azokat a jellemzőket, amelyeket a rendelkezésre álló technika nyújtani tud.

Mint várható, az a felár, amelyet a fogyasztó az elsőbbségi kiszolgálásért fizet, a legegyszerűbb modellben egyszerűen az egyenértékű kiszolgálásért fizetett azonnali ár várható értéke lenne, ha létezne azonnali piac. Az azonnali piachoz képest tehát az elsőbbségi kiszolgálás olyan újításjellegű szerződés, amely csökkenti a piacszerzés költségét. Drámaibban is kifejezhetjük azonban az elsőbbségi kiszolgálás előnyeit (a 2. és 3. fejezetben szereplő egyszerű modellek esetében): ha a felárakat osztalékképpen egységesen visszaszarmaztatják a fogyasztóknak, akkor az elsőbbségi kiszolgálás a Pareto-féle értelemben jobb, mint a véletlenszerű kiszolgálás. Vagyis minden fogyasztó hasznot húz az elsőbbségi kiszolgálás alkalmazásából, miközben az eladó jövedelme nem csökken.

Mint fentebb megjegyeztük, az elsőbbségi kiszolgálás értelmezésének egyik módja, hogy a termékkínálat szélesítésének fogjuk fel. A szállítási feltételek minőségi jellemzőit differenciáljuk és lehetővé tesszük a különböző preferenciákkal bíró fogyasztóknak, hogy különböző minőségi jellemzőket válasszanak. Annýiban azonban különbözik a közönséges választékbővítéstől, hogy az elért minőségi jellemzők endogének: függnek attól, hány fogyasztó választja az azonos, illetve magasabb elsőbbségeket. Jól ismert példája ennek, hogy alapjában véve azonos cikkeket egyes kiskereskedelmi üzletek különböző áron kínálnak: jobb (gyorsabb vagy figyelmesebb) kiszolgálást kapunk, ha magasabb árakkal dolgozó üzletet választunk, amelyben kisebb a kereslet és rövidebb a

² A pénzben kifejeződő externalitásokra helyezett hangsúly — szemben a zsúfoltság okozta, a kiszolgálás minőségét közvetlenül rontó externalitásokkal — különbözteti meg az elsőbbségi kiszolgálás elméletét a helyi közszolgáltatásokra vonatkozó elmélettől; lásd SCOTCHMER (1985).

sor. Az elsőbbségi kiszolgálás valószínűleg fontos magyarázó oka az árak gyakorlatban tapasztalható szóródásának.

Egy alternatív értelmezés az, hogy az elsőbbségi kiszolgálás a kínálat hiányával kapcsolatos társadalmi kockázatok elleni biztosítás egyik formája. Mint a fentiekben a villamosenergia-szolgáltatással kapcsolatban leírtuk, az elsőbbségi kiszolgálás csak abban az értelemben „biztosítja” a fogyasztókat, hogy garantálja kiszolgálásuk rangsor szerinti sorrendjét. A hatékony kiszolgálási sorrend biztossá teszi, hogy a társadalmi kockázat az összes veszteség minimálásával oszlik meg a fogyasztók között. Később látni fogjuk, hogy ha a fogyasztók kockázatkerülők, akkor a veszteséget megtérítő biztosítás (biztosításméleti szempontból) méltányos díjak mellett kombinálható az elsőbbségi kiszolgálással, további hatékonyjavulás elérése céljából.

Az elsőbbségi kiszolgálás egy további előnye tisztán információs jellegű. Az olyan villamosenergia-szolgáltató vállalatnak, amely csak egyféle minőségben szolgálja ki az összes fogyasztóját és a hiányokat véletlenszerűen osztja szét közöttük, nincs információja arról, mennyit lennének hajlandók fizetni a fogyasztók a kiszolgálás megbízhatóságát javító kapacitásbővítésért. Ez az állami vállalatok állandósult problémája (lásd BOITEUX (1960) és MARCHAND (1974)), amelyet az Egyesült Államok villamosenergia-iparának kapacitását illetően TELSON (1975) vizsgált. Látni fogjuk azonban, hogy az elsőbbségi kiszolgálás esetében a fogyasztók választása a kiszolgálás feltételei közül tudunkra adja ezt a mértéket.

Technikai szempontból az elsőbbségi kiszolgálás azon a feltételezésen alapul, hogy a fogyasztók kiszolgálásának sorrendje meghatározza az elosztás hatékonyságát. Ez a feltételezés azonban csak akkor helytálló, ha a végső felhasználásnak van valamilyen nem-konvexitási (pl. oszthatatlanság vagy méretből származó megtakarítás) vagy információs hatása a nyújtott kiszolgálás felhasználására. Lehetséges például, hogy a fogyasztók azért állnak sorba, mert a kiszolgáló nem képes figyelmét egyidejűleg több fogyasztó között megosztani termelékenysége romlása nélkül; ezért érvényesíti az „egyszerre csak egyet” szabályt. Az utasszállításban valamely jármű vagy teljes egészében kiszolgálja a fogyasztót vagy egyáltalában nem; az áru fuvarozásnál esetleg nem így áll a dolog. Elvben a villamosenergia adagolható úgy is, hogy az energiaellátást minden fogyasztónál arányosan csökkentik, és ez ténylegesen meg is valósítható az olyan végső felhasználások esetében, mint a fűtés, légkondicionálás stb. Valójában azonban a felhasználások többségében a villamosenergia termelő felhasználás, amelynek rögzített arányban vagy valamilyen legkisebb, még hatásos mennyiségben kell jelen lennie. Ennélfogva a villamosenergia-ellátás váratlan megszakítása vagy csökkentése a többi, kiegészítő termelési tényező elvesztését okozza. Tekintettel az elsőbbségi kiszolgálás alkalmazásainak említett alapvető nem-konvexitásaira és információs jellegére, tárgyunk részben kívül esik a standard mikroökómia illetékességén. Mint később kifejtjük, az azonnali kereskedelmet lebonyolító piacok nem-teljes volta — aminek oka az, hogy a vállalatok és a fogyasztók nem képesek állandóan kommunikálni egymással — döntő tulajdonság. Azt is látni fogjuk azonban, hogy az ismert módszerek adaptálhatók úgy, hogy a legtöbb felmerülő problémát meg lehessen oldani.

Általánosságban véve, az elsőbbségi árképzés előnyei annak a helyzetnek, amelyben alkalmazzák, több fontos sajátosságából adódnak. Az egyik közülük az, hogy a kiszolgálást néha adagolni kell, sorbanállásra van szükség vagy

más módon kell a teljesítés feltételeit differenciálni. A második: a fogyasztók preferenciái különbözők, úgyhogy a hatékonyság javítható az optimális differenciálás révén. A harmadik pedig természetesen az, hogy az azonnali piacok megszervezése vagy működtetése nehezebb vagy költségesebb, mint egy olyan rendszeré, amely lehetővé teszi a fogyasztók számára a feltételes határidős szerződések közötti választást.

Az elsőbbségi kiszolgálás különböző változatai gyakoribbak, mint gondolnánk. Az az elv például, hogy a határidős szerződésben szereplő ár azoknak az áraknak a várható értéke, amelyek az azonnali piacon kialakulnának, az árak legegyszerűbb értelmezését kínálják például a repülőgépekre szóló és a szállodai helyfoglalás vagy különféle postai expressz szolgáltatások esetében. Az az elv, hogy a kiszolgálás attól függ, rendelkezésre áll-e a kiválasztott kiszolgálási osztály számára a megfelelő kínálat, nyilvánvalóan érvényesül a repülőgépek első, illetve turistaosztályán vagy a magán és nyilvános telefonhálózatokon alkalmazott átlagos terhelési tényezők differenciálásában stb. A gyors és torlódásmentes kiszolgálásért felszámított magasabb árak részben megmagyarázzák az árak szóródását a versenyző kiskereskedelmi üzletek között.

Egyes esetekben azonban a hatékonyság javítására még nagy és kihasználatlan lehetőségek rejlenek az elsőbbségi kiszolgálásban. Az egyik fontos eset a villamos energia, amelynek felhasználási területe rendkívül széles, kiterjed a magas elsőbbséget kívánó kórházi műtőktől és kényes termelési műveletektől a légkondicionálásig és a mezőgazdasági öntözésig (ezek alacsony elsőbbségűek, mert közepes időtartamra könnyen elhalaszthatók). Mivel a kiszolgálást röviddel a figyelmeztetés után vagy teljesen figyelmeztetés nélkül megszakítják, az elsőbbségi kiszolgálás bevezetésének meg kell várnia a megfelelő mérő- és ellenőrző eszközök kifejlesztését. Az új technika a villamosenergia-ipart elsőrendű jelöltté teszi az elsőbbségi kiszolgálás újszerű formáinak bevezetése szempontjából. Ennélfogva figyelmünket az elsőbbségi kiszolgáltatásnak ehhez az ágazathoz adaptált formáira összpontosítjuk.

Végül megemlítjük, hogy az elsőbbségi kiszolgáltatásnak alábbiakban bemutatandó elmélete bizonyos értelemben duális a árverések elméletének. Az elsőbbségi kiszolgálás elméletét elsősorban arra az esetre dolgozták ki, amikor az aggregált kereslet biztos, viszont a kínálat bizonytalan, noha CHAO és WILSON (1985) művében szerepelnek a bizonytalan kereslet esetre vonatkozó általánosítások is. Ezzel szemben az árverések elmélete olyan problémákat vizsgál, amelyekben az aggregált kereslet bizonytalan és a kínálat biztos; lásd pl. HARRIS és RAVIV (1981). Nem teszünk itt kísérletet egységes elmélet létrehozására, bár van remény arra, hogy a két elmélet egyetlen konstrukcióban egyesíthető.

2. Az elsőbbségi kiszolgálás modellje és példák

Az ebben a fejezetben leírt modellt és a példákat több általános feltevés segítségével leegyszerűsítettük. Az egyik ilyen feltevés, hogy minden fogyasztó teljes körű információval rendelkezik saját preferenciáiról; az ennek a kikötésnek a gyengítéséből eredő következményeket később vizsgáljuk. Egyelőre ez a feltevés kizárja, hogy a szerződéskötés időpontjában a fogyasztó bizonytalan legyen későbbi preferenciáival kapcsolatban; kizárja továbbá a véletlenszerű keresletet is. Egy másik feltevés szerint az eladó (itt „vállalatnak” nevezzük)

ismeri a fogyasztói preferenciák eloszlását az alapsokaságban.³ Harmadszor kizárjuk a kockázatkerülő magatartást mindaddig, amíg a 3.3 részben rá nem térünk az elsőbbségi biztosítás témájára. Negyedszer feltételezzük, hogy a kínálati feltételek eloszlásfüggvényét minden résztvevő ismeri. Végül pedig az eladó termelési költségét illetően állandó marginális költséget tételezünk fel a kínálat valamilyen rugalmatlan mennyiségéig, és az egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy ez a marginális költség zérus. Tehát a fogyasztó mindig megfizeti a kiszolgálás marginális költségét és így a kiszolgálásra vonatkozó értékelése ettől a költségtől megtisztítva értelmezhető.

A modell felállítása

A modell alkotóelemei a következők:

a) A fogyasztók preferenciái

Feltételezzük, hogy minden fogyasztó kereslete rugalmatlan, és éppen egy egységnyi minden olyan ár esetén, amely nem halad meg valamilyen felső határt. Egyes alkalmazásoknál ez nem lényeges megszorítás, mert a kereslet különálló egységei külön-külön kezelhetők.⁴ Minden fogyasztó preferenciáját egy nem-negatív v számmal adjuk meg. A példákban ez a szám az egységnyi kiszolgálás költségét vagy értékét jelenti. Azt fogjuk mondani, hogy v a fogyasztó típusa.

A fogyasztók sokaságát nem-atomos kontinuumnak tekintjük, amelynek teljes mértékét az egységre normáljuk. Ha tehát $H(v)$ jelenti a típusok kumulatív eloszlásfüggvényét az alapsokaságban, akkor $H(v)$ egyúttal a v -t meg nem haladó típusok mértéke is, $\bar{H}(v) \equiv 1 - H(v)$ pedig a v -t meghaladó típusok mértéke. Megjegyezzük, hogy $\bar{H}(0) = 1$, és ha normáljuk azt a skálát, amelyen a típusokat mérjük, akkor feltételezhetjük, hogy $\bar{H}(1) = 0$, vagyis a maximális típus a fogyasztók között $\bar{v} = 1$. Tételezzük fel, hogy a H eloszlásfüggvénynek létezik pozitív sűrűségfüggvénye; közelebbről $\bar{H}$ -nak egyértelműen meghatározott inverz függvénye van az egységintervallumon. Ezek a feltevések kizárják a nagyon nagy kereslettel bíró fogyasztókat, valamint az azonos fogyasztók nagy halmazait.

A kiszolgálás minőségét szintén egy számmal reprezentáljuk, legyen ez w . Mivel nincs jövedelemhatás és kockázatkerülés, az adott fogyasztó nettó haszna $u(v, w) - p$ alakú, ha típusa v , a neki jutó kiszolgálás minősége w , az ár pedig p . Azokról a fogyasztókról, akik lemondanak a kiszolgálásról, feltételezzük, hogy nettó hasznuk 0. Azt is feltételezzük, hogy u minden argumentuma szerint monoton növekszik, és eleget tesz a szokásos önkiválasztási feltételnek, amely szerint u parciális keresztderiváltja létezik és pozitív: $u_{vw} > 0$. A példákban elegendő annyit feltételezni, hogy $u(v, w) = vw$, úgyhogy v azt méri, mennyire értékeli a fogyasztó a kiszolgálás w minőségét; a preferenciáknak ez a speciális alakja megragadja az általánosabb példákban kapott fontos tulajdonságok nagy részét.

³ Ez a feltevés nem megszorító a gyakorlatban, mert a fogyasztók választásai idővel elárulják ezt az eloszlást, feltéve, hogy időben állandó; vö. 4. fejezet.

⁴ Általánosabb modellt eleméz CHAO, OREN, SMITH és WILSON (1986a).

b) *A technológia és a minőség*

Feltételezzük: a kiszolgálás technológiája olyan, hogy a fogyasztók azonos követelményeket támasztanak a kiszolgálással szemben, tehát csak a kiszolgálás minőségének értékelésében, nem pedig a kiszolgálásukhoz szükséges termelő technikát tekintve különböznek egymástól. A technikát redukált alakban értelmezzük, amely a fogyasztó által kapott minőséget az $\bar{w}$ r kiszolgálási sorrendjével határozza meg. A minőség tehát $w(r)$ függvénye a fogyasztók r kiszolgálási sorrendjének. A w függvény konkrét alakja valamennyi példánkban ebben az értelemben összegzi a kiszolgálás technológiáját. Elegetendő, ha az r kiszolgálási sorrend az egységintervallumba eső valamilyen szám, azzal az értelmezéssel, hogy a kisebb kiszolgálási sorrenddel bíró fogyasztók elsőbbséget élveznek a kiszolgálásban. Egyes esetekben a $w(r, s)$ függvényt fogjuk alkalmazni, amelyben mind a kiszolgálási sorrend, mind pedig a rendelkezésre álló s kínálat szerepel. Az s értelmezhető úgy, mint az egy fogyasztó rendelkezésére álló kínálat, és ezt az értelmezést alkalmazva a $w(r, s) \equiv w(r/s)$ speciális alakot tartalmazó példával szemléltetjük mondanivalónkat. Feltételezzük, hogy w az r kiszolgálási sorrendnek monoton csökkenő korlátos függvénye (vagyis, hogy az „elsőbbség” szerint monoton növekvő), illetve az s kínálatnak monoton csökkenő függvénye. Célszerű olyan normálást alkalmazni, amely szerint $w(0, w(1)) = 0$. Ez csak azt jelenti, hogy a legalacsonyabb típust úgy határozzuk meg, mint amely közömbös azzal szemben, kap-e kiszolgálást a határköltségen, ha a minőség az utolsó kiszolgálási sorrendhez tartozó minőséggel azonos; így a fogyasztók halmazát azonossá tesszük a hatékony elosztás esetén kiszolgálásban részesülők halmazával.

Ha valamennyi fogyasztó véletlen sorrendben kap kiszolgálást, akkor minden fogyasztó a $\bar{w} = \int_0^1 w(r) dr$ várható minőséghez jut. Hasonlóképpen, ha csak $\bar{r}$ számú fogyasztót választunk ki véletlen sorrendben történő kiszolgálás céljából, akkor a minőség várható értéke $\bar{w}(\bar{r}) = \int_0^{\bar{r}} w(r) dr / \bar{r}$ a kiválasztott fogyasztók számára. (Például ha $w(r) = 1 - r$, akkor $\bar{w}(\bar{r}) = 1 - \bar{r}/2$, ha $r \leq 1$.) Általánosabban, ha a fogyasztókat a ϱ indexszel megkülönböztetett több elsőbbségi osztályba soroljuk és $N(\varrho)$ számú fogyasztót sorolunk a ϱ -nál nem magasabb elsőbbségi osztályokba, akkor a ϱ elsőbbségi osztályba sorolt fogyasztónak jutó minőség várható értéke $w[\varrho] = w(N(\varrho))$, ha N -nek van sűrűségfüggvénye ϱ -ban, egyébként pedig

$$w[\varrho] = \int_{N(\varrho^-)}^{N(\varrho)} w(r) dr / [N(\varrho) - N(\varrho^-)],$$

minden elsőbbségi osztályon belül véletlen kiszolgálási sorrendet feltételezve.

c) *Az elosztás és a hatékonyság*

Az elosztás meghatározza a kiszolgáláshoz jutó fogyasztók részhalmazát, és ezzel együtt ezeknek a fogyasztóknak az elsőbbségi osztályokba való besorolását. Az elsőbbségi osztályokba való besorolás a kiszolgálási sorrendekhez való — esetleg véletlenszerű — hozzárendelést von maga után. A hozzárendeléshez tartozó N eloszlásfüggvény pedig meghatározza a fenti szabályok alkalmazásával az egyes elsőbbségi osztályokhoz tartozó minőséget.

Hatékonynak az olyan elosztást nevezzük, amely maximálja a fogyasztónak a belőle keletkező minőségekhez fűzött értékelését. Ha például az elosztás valamilyen $w^0(v)$ minőséget ad egy fogyasztónak, akinek típusa $v \geq \underline{v}$, és nem ad kiszolgálást a $w < \underline{v}$ típusoknak, akkor ez az összeg $\int_{\underline{v}}^1 u(v, w^0(v)) dH(v)$.

A fentiekben elfogadott feltevéseket alkalmazva, és feltéve, hogy kontinuum-sok elsőbbségi osztály lehetséges, az egyetlen hatékony elosztás az, amely minden fogyasztót kiszolgál ($v = 0$) és a v típusú fogyasztónak az $r = \bar{H}(v)$ kiszolgálási sorrendet adja. Később vizsgáljuk azt az esetet, amikor csak korlátozott számú elsőbbségi osztály lehetséges.

d) Az árképzés

Az árképzés szerepe az elsőbbségi kiszolgálásban a hatékony elosztás megvalósítása abban az esetben, amikor valamennyi fogyasztó ismeri a saját típusát. Vagyis, noha feltételezzük itt, hogy ismeretes a típusok eloszlása a sokaságban, a gyakorlatban rá kell venni a fogyasztókat arra, hogy közvetve tájékoztassák fel típusukat arról, hogy átlagról kiválasztják a nekik megfelelő kiszolgálási feltételeket.

Többféleképpen lehet ilyen átlagot megkonstruálni, ezt a 4. fejezetben részletesen tárgyaljuk. Az egyik változatban az alternatívákat a $\langle q, p[q] \rangle$ párokkal írjuk le, amelyekben a q elsőbbségi osztályhoz tartozó ár $p[q]$; vagy ha minden kiszolgálási sorrend megvalósítható, akkor az alternatívák az $\langle r, p(r) \rangle$ párokkal írhatók le, amelyek azt mutatják, hogy az r kiszolgálási sorrendhez tartozó ár $p(r)$. Egy másik változatban az alternatívát a $\langle w, p(w) \rangle$ pár írja le, amely azt rögzíti, hogy a w minőség ára $p(w)$. Az optimális konstrukcióban ezeknek az áraknak arra kell ösztönözniük a fogyasztókat, hogy a saját szempontjukból hatékony kiszolgálási sorrendeket válasszák.

Érdekes zárójelben megjegyezni, hogy a modellnek ezt a felállítási módját könnyű arra az esetre általánosítani, amikor mind a fogyasztók, mind pedig a szállítók rendre megfigyelik valamilyen pótlólagos valószínűségi változó — legyen ez mondjuk z — kimenetelét, amely befolyásolja a fogyasztók preferenciáit, úgyhogy a v típusú fogyasztó bruttó haszna $u(v, w, z)$ és az r kiszolgálási sorrendből kapott minősége $w(r, z)$ legyen. Ebben az esetben a feltételes alternatívák $\{\langle r, p(r; z) \rangle | z\}$ családja esetében — amelyek a z változó kimeneteleitől függenek — a $p(r) = E\{p(r; z)\}$ átlagát lehet felszámítani. A villamos energiával összefüggésben tipikus példa az ilyen z változóra a külső hőmérséklet, amely befolyásolja a fűtésre vagy légkondicionálásra vonatkozó igényt. Ez az általánosítás — noha triviális — annak hangsúlyozására mégis alkalmas, hogy a modell fő elemei a következők: (1) a fogyasztók számára ismeretes információ (mindegyikük a saját típusát ismeri), és a szállítók információi (például a rendelkezésre álló kínálat) különbözik egymástól; valamint (2) hiányzik az azonnali piac, amelynek közvetítésével kommunikálni és a különbségeket feloldani lehetne. Ezeket az elemeket szemlélteti az alábbi 1. példa.

A hatékony elosztást biztosító étlapok megkonstruálása a 3. fejezet fő tárgya. Esetenként megadjuk a megfelelő azonnali árakat, amelyek szintén hatékony elosztást adnának, ha létezne azonnali piac.

Több elsőbbségi osztály esete

Abból a célból, hogy egyszerű eszközökkel szemléltethessük az elsőbbségi kiszolgálás kialakításában irányadó elveket, röviden tárgyaljuk azt az esetet, amikor valamilyen véges n számú elsőbbségi osztályt kínálnak a szállítók.

Tételezzük fel, hogy a felkínált étlap a $\langle w_i; P_i \rangle$ ($i = 1, \dots, n$) párokkal leírt alternatívákból áll, ahol a kiszolgálás w_i minősége és a P_i ár az i index függvényében nő. A minőség egyik mutatója a várható minőség: ha q számú fogyasztó választ egy alternatívát és Q számú fogyasztó választ magasabb sorszámú alternatívákat, akkor a várható minőség

$$\bar{w}(q, Q) = \int_0^q w(Q + r) dr/q,$$

feltételezve, hogy az egyes alternatívákat választó fogyasztók között véletlenszerű adagolást alkalmaztak. Hasonlóképpen, egy v típusú fogyasztó esetén egy alternatíva választásából eredő bruttó haszon vagy az $u(v, \bar{w}(q, Q))$ alakban adható meg (ha a fogyasztó csak a várható minőséggel törődik), vagy pedig általánosabban és pontosabban az

$$\bar{u}(v, q, Q) = \int_0^q u(v, w(Q + r)) dr/q.$$

alakban. Ha az i alternatívát a $[v_{i-1}, v_i]$ intervallumba eső típusú fogyasztók választották, akkor számuk $q_i = H(v_i) - H(v_{i-1})$, a magasabb elsőbbségeket választók száma pedig $Q_i = H(v_i)$. Ebben az esetben a kínált és a megvalósított minőség összhangja azt kívánja meg, hogy $w_i = \bar{w}(q_i, Q_i)$ legyen. Továbbá $v_n = 1$ és $i < n$ esetén a határon levő v típusnak közömbösnek kell lennie a két szomszédos alternatívával szemben

$$\bar{u}(v_i; q_i, Q_i) - P_i = \bar{u}(v_i; q_{i+1}, Q_{i+1}) - P_{i+1},$$

továbbá $\bar{u}(v_0; q_1, Q_1) - P_1 = 0$. Ha az osztályok közötti határokon levő típusokat már meghatároztuk, ezek az egyenletek meghatározzák a minőségeket, és egy kivétellel az árakat is. Legyen U_i a típusok i -edik intervallumába eső fogyasztók átlagos bruttó haszna. Ekkor hatékony elosztást kapunk, ha a v_i határtípusokat úgy választjuk meg, hogy a $\sum_i U_i q_i$ teljes többlet maximális legyen. Figyelmen kívül hagyjuk azokat a feltételeket, amelyek jellemzik ennek az optimálási problémának a megoldását, de néhány számszerű példát alább az 5. fejezetben és a Függelékben közlünk.

Figyelemre méltó sajátosság, hogy az árak megválasztásában megmaradt (egy) szabadságfok többféleképpen használható fel. Ha kötelezően előírjuk, hogy a legrosszabb minőséget a (mondjuk zérus) határköltségnél kell szolgáltatni, akkor a $P_1 = 0$ vagy $v_0 = 0$ korlátozó feltételt róttuk ki; de ha P_1 megválasztását is optimálhatjuk, akkor az a tipikus esetben meghaladja a határköltséget. Ennek az az oka, hogy a legalacsonyabb típusú fogyasztó kiszolgálása rontja a magasabb típusú fogyasztó számára elérhető minőséget a legalacsonyabb minőségi osztályban; ez a szempont azonban elesik, ha a kínált osztályok száma nő.

Szemléltetésképpen a standard példát fogjuk alkalmazni, amelyben $u(v, w) = vw$, $H(v) = v$, $w(r) = 1 - r$ és $F(s) = s$. A kényszer nélküli esetben a haté-

kony határtípusok $v_i = [i + 0.5]/[n + 0.5]$. Kényszerítő korlát esetében, amikor az eladó köteles kiszolgálni valamennyi fogyasztót, a hatékony határtípus $v_i = i/n$. A korlátos esetben a következő mennyiségeket, minőségeket és árakat kapjuk: $q_i = 1/n$, $w_i = [i - 0.5]/n$, és $p_i = 0.5i[i - 1]/n^2$ vagy $\hat{p}_i = i[i - 1]/[2i - 1]n$. A teljes többlet mindkét esetben az $1/3$ határig nő, ahogy az osztályok n száma növekszik, aminek felét képviseli az eladó által realizált $\sum_i p_i q_i$ nettó jövedelem. A konvergencia sebessége négyzetes: ha az osztályok száma mindössze négy, a teljes többlet a két esetben máris 0,329, illetve 0,328. Az eredmények a Függelékben találhatóak meg, az A1 táblázatban a korlátos esetre, az A2 táblázatban pedig a kényszer nélküli esetre vonatkozóan; az 1,0 várható értékű és 0,5 szórású normális $F(s)$ kínálati eloszlásfüggvény esetén a megfelelő eredmények a B1 és a B2 táblázatban láthatók.

Összehasonlítás céljából az 1. táblázatban hasonló eredményeket mutatunk be arra az esetre, amikor az árakat az eladó úgy választja meg, hogy maximálissá tegye nettó jövedelmét, és amikor $n = 1$, illetve $n = 4$ (további eredmények a Függelékben, az A3, illetve A4 táblázatban láthatók). Ha kontinuum-sok osztályt engedünk meg ($n = \infty$), a profitmaximáló monopólium még mindig csak az $1/2$ -et meghaladó típusokat szolgálja ki, aminek eredménye $5/24$ profit és $7/24$ teljes többlet. Vegyük észre az osztályok méreteinek (q_i) diszparitását és a minőségi tartomány ennek megfelelő összeszűkülését, amelyet a monopólium alkalmaz.

1. táblázat. Elsőbbségi kiszolgálás monopólium esetén

Standard példa: $u(v, w) = vw$, $H(v) = v$, $w(v) = 1 - v$								
n	i	v_{i-1}	w_i	$\hat{p}_i$	q_i	$[U_i - p_i]q_i$	$p_i q_i$	$U_i q_i$
1	1	0,577	0,789	0,577	0,123	0,070	0,192	0,263
4	4	0,707	0,853	0,561	0,293	0,073	0,140	0,214
	3	0,584	0,645	0,514	0,122	0,010	0,041	0,051
	2	0,532	0,558	0,503	0,052	0,002	0,015	0,016
	1	0,500	0,516	0,500	0,031	0,000	0,008	0,008
∞	Összesen:				0,500	0,086	0,204	0,289
	Összesen:				0,500	0,083	0,208	0,292

Az az eset, amikor kontinuum-sok minőséget és kiszolgálási sorrendet kínálnak, megfelel annak a határértéknek, amikor az alternatívák n száma a végtelenhez tart. Ezt az esetet alkalmazzuk a 3. fejezetben arra, hogy vázoljuk az elsőbbségi kiszolgálás alapelméletét, elsősorban azért, hogy rövid és egyszerű leírást adhassunk. Az 5. fejezetben azonban ismét visszatérünk a valószínű esethez, amikor csak néhány elsőbbségi osztályt kínálnak.

Most rátérünk a példák két olyan fő változatának tárgyalására, amelyek az elsőbbségi kiszolgálás hasznosságát szemléltetik egyes alkalmazásokban.

1. példa: A kiszolgálás megbízhatósága és a megszakítás költsége

Először a tökeigényes, lökészerű csúcsterheléssel dolgozó ágazatok — mint amilyen például a villamosenergia-ipar — viszonyaihoz adaptált példákkal foglalkozunk. Ekkor a hiányzó azonnali piacnak kellene megszabnia a kiszolgáláshoz való hozzájutás árát, ha a kínálat szűkös. A minőséget a kiszolgálás megbízhatóságaként értelmezzük.

Jelentse s a rendelkezésre álló kínálatot egy adott időpontban. Ekkor az r/s hányados határozza meg a fogyasztó hozzájutását a kiszolgáláshoz, ha kiszolgálási sorrendje r . Konkrétabban a technológia a

$$w(r, s) = \begin{cases} 1, & \text{ha } r/s \leq 1, \\ 0, & \text{ha } r/s > 1, \end{cases}$$

minőséget szolgáltatja, ha a kiszolgálási sorrend r és a kínálat s . Ez azt jelenti, hogy a fogyasztó akkor és csak akkor kap kiszolgálást, ha $r \leq s$. Ha v jelenti a fogyasztó által a kiszolgálásnak tulajdonított értéket, akkor a neki jutó bruttó haszon $u(v, w(r, s)) = vw(r, s)$. Idézzük emlékezetünkbe, hogy a hatékony rangsor $r = \bar{H}(v)$ sorrendet kíván. Az a $\pi(s)$ azonnali ár, amely ezt a hatékony elosztást valósítja meg, eleget tesz az $s = \bar{H}(\pi(s))$ összefüggésnek; ez az azonnali ár biztosítja, hogy csak a legmagasabb típusú fogyasztók igényeljenek kiszolgálást. A másik esetben, amikor az adagolás véletlenszerű, minden fogyasztó a $w(s) = \min\{s, 1\}$ várható értékű minőséget kapja.

Most tételezzük fel, hogy a kínálat bizonytalan. Legyen $F(s)$ a kínálat eloszlásfüggvénye; esetenként feltételezzük, hogy létezik $f(s)$ sűrűségfüggvénye, de ez nem lényeges. Jelentse $\bar{F}(s) = 1 - F(s)$ annak valószínűségét, hogy a kínálat meghaladja az s mennyiséget. A véletlenszerű rangsor a következő várható értékű minőséget (vagyis megbízhatóságot) eredményezi:

$$\bar{s} = \int_0^1 s dF(s) + \bar{F}(1);$$

ez tehát az egy fogyasztóra jutó átlagos tényleges kínálat. Másrészt a hatékony rangsor esetén egy v típusú fogyasztó a $w^0(v) = w(\bar{H}(v))$ megbízhatóságot kapja a technológiának megfelelően, amely a minőséget a $w(r) = F(r)$ egyenlettel határozza meg, annak jelzésére, hogy az r kiszolgálási sorrenddel bíró fogyasztók csak abban az esetben kapnak kiszolgálást, ha a kínálat meghaladja az r mennyiséget. Ebben az esetben többféleképpen lehet megvalósítani a hatékony adagolást. Az egyik az, hogy az éppen érvényes kínálattól függő $\pi(s)$ azonnali árat számítjuk fel. A másik pedig az, hogy elsőbbségi kiszolgálást vezetünk be az $\langle r, p(r) \rangle$ alakú feltételes határidős szerződések formájában, amelyek valamilyen $p(r)$ ár esetében kiszolgálást biztosítanak, ha a kínálat meghaladja az r kiszolgálási sorrendet, vagyis ha $s \geq r$. A 3. fejezetben megmutatjuk: annak az árrendszernak az alakja, amely a fogyasztókat arra ösztönzi, hogy maguk válasszák a hatékony kiszolgálási sorrendet, a következő:

$$p(r) = \int_r^1 \pi(s) dF(s).$$

Tehát a fogyasztónak az azonos minőségű kiszolgálásért fizetendő azonnali árak várható értékét számítják fel. Az eladó bevétele:

$$\int_0^1 p(r) dr = \int_0^1 s \pi(s) dF(s),$$

ami éppen az azonnali bevételek várható értéke.⁵ Ha viszont a fogyasztó kizárólag a kiszolgálástól függő $\hat{p}(r)$ árat fizet, akkor a fizetett összeg várható értéke $p(r) = F(r)\hat{p}(r)$ és ez határozza meg a $\hat{p}(r)$ feltételes árat, mint az azonnali árak feltételes várható értékét, azzal a feltétellel, hogy a fogyasztó kapott kiszolgálást.

Hasonló formulák érvényesek akkor is, ha több, egymással versenyző vállalat kínál kiszolgálást, külön-külön mindegyik véletlenszerűen. Ha például valamennyi vállalatnál azonos a kínálat eloszlásfüggvénye, de az i -edik vállalat felé irányuló kereslet mennyisége q_i , az általa szabott ár p_i , akkor a fogyasztó az i -edik vállalatnál a $\bar{w}_i = \int_0^{q_i} F(r)dr/q_i$ várható értékű minőséghez jut.

Egy másfajta megfogalmazás a fogyasztó v típusát úgy értelmezi, mint az időegységre jutó kiszolgálás értékét. A minőséget ekkor úgy értelmezzük, mint a kiszolgálás megszakításának várható időtartamát. Vegyünk egy olyan időszakot, amikor nem valószínű, hogy egynél több esetben forduljon elő elégtelen kínálat. Ebben az esetben a kínálat technológiája a kínálatnak az elégtelenség esetén érvényes F eloszlásfüggvényével és egy $t(s, s')$ függvénnyel írható le, amely megmondja azt a várható időtartamot, amely alatt a kezdetben elégtelen s kínálat ismét az s' mennyiséget meghaladó szintre emelkedik. A technológiát a valamennyi kiszolgálási sorrendből származó

$$w(r) = - \int_0^r t(s, r) dF(s)$$

minőség megadásával lehet összefoglalóan jellemezni. Hatékony rangsor esetén a fogyasztó megint az $r = \bar{H}(v)$ kiszolgálási sorrendet kapja, amiből a megszakítás valószínűsége $F(\bar{H}(v))$ és az ilyen elégtelen $s < \bar{H}(v)$ kínálat kialakulása után a kiszolgálás újratekdecség elteltő idő várható értéke $t(s, \bar{H}(v))$.

Egy valószínűbb megfogalmazás elismeri, hogy a fogyasztóknál leállítási költségek merülnek fel, mivel a kiegészítő termelési tényezők egy része elvesz vagy kárt szenved az áramszolgáltatás megszakításakor. Írjuk le a fogyasztók típusát a (c, v) párral, ahol c a leállítással és az újraindítással összefüggő olyan költségek összege, amelyeket az adott fogyasztónak kell viselnie az áramszolgáltatás megszakadása következtében, v pedig az időegységre jutó kiszolgálás értéke, mint fentebb. A modellnek ebben a megfogalmazásában megengedhetjük, hogy valamely fogyasztónak két kiszolgálási sorrendje legyen (r_1, r_2) . Kiszolgálása csak akkor szakad meg, ha a kezdetben elégtelen s kínálat kisebb, mint r_1 , a megszakítás után pedig akkor kezdődik újra az s kiszolgálása, ha a kínálat legalább az r_2 mennyiségre emelkedett. Ilyen típusú példákat fogunk röviden vizsgálni a 3. fejezetben, de ebben a dolgozatban jórészt arra az esetre szorítkozunk, amikor a fogyasztók típusát egydimenziós paraméterrel lehet jellemezni.

⁵ Ez a következtetés lényegesen megváltozik, ha a keresletben bizonytalanság van. Az erre az esetre kiterjedő általánosítást illetően lásd CHAO és WILSON (1985). A döntő tulajdonság az, hogy az azonnali jövedelem várható értéke eltér az azonnali árak várható értékének felszámításával elért jövedelemtől, ha a kereslet korrelációban áll az azonnali árral.

2. példa: a kiszolgálás késedelme és a várakozási költségek

Most a megrendelésre dolgozó ágazatok viszonyaihoz alkalmazkodó példákat vizsgálunk, amelyekben a keresletet a kiszolgálásért való sorbanállás formájában tartják nyilván. A hiányzó azonnali piac ezekben az esetekben az lenne, amely lehetővé tenné a fogyasztók számára, hogy a kiszolgálásra váró sorban a helyeket adják-vegyék.

Ha az s kínálatot vagy kapacitást úgy értelmezzük, mint a kiszolgálás sebességét (a naponta kiszolgálható fogyasztók számát), akkor az r/s hányados a fogyasztók kiszolgálásának késedelme. Ha δ jelenti a kiszolgálás késedelmére egyöntetűen alkalmazható diszkontrátát, akkor a technológia egyik lehetséges megfogalmazásában a minőség a következőképpen írható fel:

$$w(r, s) = e^{-\delta r/s},$$

és ezt úgy értelmezzük, mint a kiszolgálás jelenlegi értékének kiszámításához használt diszkontrátát. A hatékony adagolás ismét azt kívánja, hogy ha egy fogyasztó által a kiszolgálásnak tulajdonított értékelés v , akkor az ő elsőbbsége $r = \bar{H}(v)$ legyen, úgyhogy a magasabb értékeléssel bíró fogyasztó kapjon először kiszolgálást. Ebből a $w(\bar{H}(v), s)$ minőség adódik. Valamely árrendszer, amely a $p(r)$ árat számítja fel az r -edik kiszolgálási sorrendért, akkor valószínűleg meg ezt a hatékony elosztást, ha

$$p'(r) = -[\delta/s]\bar{H}^{-1}(r)w(r, s).$$

Vagyis a későbbi kiszolgálásból eredő határmegtakarítás egyenlő az ebben a sorrendben hatékonyan kiszolgált típus költségével. A megvalósítás itt azt jelenti, hogy a fenti feltételnek eleget tevő árak láttán a v típusú fogyasztó, aki úgy választja meg kiszolgálási sorrendjét, hogy nettó hasznát maximálja, az $r = \bar{H}(v)$ hatékony kiszolgálási sorrendet fogja választani. Ez a differenciálegyenlet az azonnali árak egész sorát határozza meg egy integrációs állandótól eltekintve, legyen ez mondjuk $p(0)$, ami megfelel az azonnali kiszolgálásért felszámított termelői árak. Véletlenszerű adagolás esetén azonban minden fogyasztó a

$$\bar{w}(s) = \int_0^1 w(r, s) dr = \frac{s}{\delta} [1 - e^{-\delta/s}]$$

várható minőséget kapja, ami valamennyi kiszolgálási sorrend egyenlő valószínűségét tükrözi.

Hasonló példát kapunk, ha a v paraméternek azt a jelentést adjuk, hogy a fogyasztó egy napi várakozásának a költsége. Ebben az esetben a technológia azt írja elő, hogy a kapott minőség $w(r, s) = -r/s$ legyen. A hatékony adagolás ismét azt kívánja, hogy a fogyasztók kiszolgálási sorrendje $r = \bar{H}(v)$ legyen, a nekik jutó minőség pedig $w(\bar{H}(v), s)$ lesz. Az olyan $p(r)$ áraknak, amelyek megvalósítják a kiszolgálási sorrendeknek ezt a hatékony adagolását, az a tulajdonságuk, hogy $p'(r) = -\bar{H}^{-1}(r)/s$. Véletlenszerű adagolás esetén a várható minőség valamennyi fogyasztó számára $\bar{w} = -s/2$.

Hasonló képlet érvényes, ha több, egymással versenyző vállalat kínál kiszolgálást, mindegyik véletlenszerű adagolással. Ha például az i -edik vállalat kiszolgálási sebessége s_i , ára p_i , a vele szemben megnyilvánuló kereslet pedig

q_i , akkor az i -edik vállalatnál várható minőség

$$\bar{w}_i = -(1/2)q_i/s_i.$$

Ennek megfelelően az olyan fogyasztó, akinek várakozási költsége v , azt a vállalatot részesíti előnyben, amelynél az

$$(1/2)vq_i/s_i + p_i$$

összes költség a legkisebb, és éppen ez a fogyasztói önkiválasztás határozza meg a vállalatok felé irányuló keresletet. Az 5. fejezetben vizsgáljuk az ilyen versenymodelleket, ahol megengedjük, hogy a vállalatok optimálisan állapítsák meg árakat.

A szövegben és a Függelékben az eredményeket a standardnak nevezett példával szemléltetjük. Ez az 1. példának egy speciális esete (és a 2. példa egy változata), amelyben $u(v, w) = vw$, $H(v) = v$ és $w(r) = 1 - r$. Az 1. példával összefüggésben ez a példa azt az esetet jelenti, amikor a kínálat eloszlása egyenletes, vagyis $F(s) = s$. Néha említeni fogjuk azt az esetet is, amikor a kínálat normális eloszlást követ: $w(r) = 1 - F(r)$, ahol F egy μ várható értékű és σ szórású normális eloszlásfüggvény.

Kapcsolódó kutatások

A példáknak a fentiekben vázolt két osztálya az elsőbbségi kiszolgálással kapcsolatos újabb keletű kutatások fő témája. REITMAN (1985) vizsgált olyan példákat, amelyekben a fogyasztókra költséget ró a kiszolgálás késleltetése. A hatékony sorbanállási szabályokra vonatkozó korai kutatások egy része is ebbe a kérdéskörbe vág: lásd pl. NAOR (1969), illetve DEVANY és SAVING (1983), de ezek a munkák általában feltételezik, hogy a fogyasztók preferenciái azonosak. CHAO és WILSON (1985), valamint OREN, SMITH és WILSON (1985b) vizsgált olyan példákat, amelyekben a fogyasztók lemondanak a kiszolgálásról megszakítás esetén.

Természetesen a csúcsterhelésre vonatkozó díjszabás elmélete burkoltan foglalkozik az ilyen problémákkal; pl. BROWN és JOHNSON (1969), CREW és KLEINDORFER (1978), valamint CHAO (1983). Számos más, ebbe a körbe tartozó példa jelent meg a szakirodalomban a hatékony adagolás problémájának vizsgálata nélkül. PETERS (1984) és ROB (1985) versenymodelleket vizsgált, amelyekben a fogyasztók keresési költségei különbözők, SCOTCHMER (1985) pedig a helyi közösségi javak modelljeit tanulmányozta, zsúfoltságot feltételezve. ADMATI és PFLEIDERER (1986) a monopolizált információpiacra vonatkozó példát mutat be, amelyen a minőség (a jövedelmezőség, ha a pénzpiacokon adás-vételre veszik igénybe) csökken, ha növekszik azoknak a száma, akik hozzájutnak az ilyen információhoz; ebben az esetben a fogyasztók preferenciáinak a különbözőségét a kockázatkerülésük különböző foka jelenti.

3. Az elsőbbségi kiszolgálás elméletének alapjai

Ebben a fejezetben vázoljuk az elsőbbségi kiszolgálás főbb elméleti vonatkozásait, hangsúlyozva az árrendszer szerepét abban, hogy a fogyasztókat hatékony kiszolgálási sorrendek önkiválasztására ösztönözze.

Először is idézzük emlékezetünkbe, hogy minden fogyasztó típusát egy v számmal írjuk le, $\bar{H}(v)$ pedig azoknak a fogyasztóknak a száma, amelyeknek típusa nem kisebb v -nél. A v típusú fogyasztó $u(v, w)$ bruttó haszonhoz jut a w minőségű kiszolgálás révén, ahol u monoton növekvő mindkét változója szerint, és létezik az $u_{vw} > 0$ pozitív parciális keresztderiváltja. A technológia előírja, hogy a kiszolgálás minősége a fogyasztóhoz rendelt r kiszolgálási sorrend csökkenő $w(r)$ függvénye legyen. A hatékony elosztás ennél fogva megkívánja, hogy a v típus az $r = \bar{H}(v)$ kiszolgálási sorrendet kapja.

Az $\langle r, p(r) \rangle$ kiszolgálási alternatívák választéka minden felkínált r kiszolgálási sorrendhez megad egy $p(r)$ árat. Ennek megfelelően a v típusú fogyasztó azt az alternatívát részesíti előnyben, amelynél az $u(v, w(r)) - p(r)$ nettó haszna a legnagyobb. Más megfogalmazás szerint az alternatívák a minőségek és a megfelelő árak $\langle w, P(w) \rangle$ párként adhatók meg. Az árválaszték szerepe olyan allokációnak a biztosítása, hogy a fogyasztók választásai a hatékonysághoz szükséges kiszolgálási sorrendeket eredményezzék.

3.1. Az elsőbbségi kiszolgálás díjszabása

Először azt írjuk le, hogyan történik a kiszolgálási alternatívák díjszabásának megállapítása. Az árakat úgy kell megválasztani, hogy hatékony adagolást valósítsanak meg, előre feltételezve, hogy minden fogyasztó az általa preferált alternatívát a saját maga által ismert típusa alapján fogja kiválasztani.

Az önkiválasztás elméletében alkalmazott standard módszerek általános elemzést adnak; lásd CHAO és WILSON (1985). Ezt az elemzést először az általános esetre írjuk le, tetszőleges étlappal; ezután megmutatjuk, hogyan lehet az eredményeket úgy adaptálni, hogy a hatékony elosztást megvalósító optimális étlapot meg lehessen konstruálni.

Ha adva van a $(w, P(w))$ alternatívák M étlapja, amely megadja a minőségeket és a hozzájuk tartozó árakat, akkor a v típusú fogyasztónak jutó nettó haszon

$$U(v) = \max \{0, \max_M \{u(v, w) - P(w)\}\}.$$

Jelölje $w^0(v)$ valamely olyan $v \geq \underline{v}$ típus által választott minőséget, amely kiválaszt egy alternatívát a választékból, ahol $\underline{v}$ a legkisebb, kiszolgálást még választó típus. Tekintettel feltevéseinkre, w^0 szükségképpen nem-csökkenő függvénye a v típusnak. A standard módszerekkel igazolható a burkolótétel:

$$U'(v) = u_v(v, w^0(v))$$

majdnem minden $v \geq \underline{v}$ esetén. A differenciálegyenlet integrálásával kapjuk:

$$U(v) = U(\underline{v}) + \int_{\underline{v}}^v u_v(x, w^0(x)) dx,$$

ahol vagy $\underline{v} = 0$ vagy $U(\underline{v}) = 0$. Parciálisan integrálva és felhasználva $U(v)$ definícióját, megkapjuk azt az összefüggést, amelyet az árrendszernek szükségképpen ki kell elégítenie:

$$P(w^0(v)) = P(w^0(\underline{v})) + \int_{\underline{v}}^v u_w(x, w^0(x)) dw^0(x).$$

Ez a képlet azt mutatja, hogy a magasabb minőséget kapó fogyasztónak annyit kell fizetnie, amennyi elegendő valamennyi alacsonyabb típusú fogyasztó kártalanításához az általuk kapott minőség bekövetkező romlásáért.

Most ezt az általános eredményt használjuk fel az optimális étlap megkonstruálására. A hatékony adagolás megköveteli, hogy a v típus az $r = \bar{H}(v)$ kiszolgálási sorrendet kapja, és ennek megfelelően a neki jutó minőség $w^0(v) = w(\bar{H}(v))$ legyen; ezért tehát, ha a változó helyébe az $r = \bar{H}(v)$ kiszolgálási sorrendet helyettesítjük, megkapjuk azt az összefüggést, amely meghatározza az árakat a kiszolgálási sorrend függvényében:

$$p(r) = P(w(r)) = p(\bar{r}) + \int_{\bar{r}}^r u_w(\bar{H}^{-1}(t), w(t)) dw(t),$$

ahol $\bar{r} = \bar{H}(v)$ a legutolsó még kiszolgált sorszám. A hatékonyság egy további követelménye, hogy minden $v \geq 0$ típus kapjon kiszolgálást. Ennek megfelelően $\bar{v} = 0$, $\bar{r} = 1$ és $p(\bar{r}) = 0$. Ha ezt az árrendszert kínáljuk, akkor minden fogyasztó előnyben részesíti az elsőbbségi kiszolgálás választását és az árrendszer arra ösztönzi őket, hogy a hatékony kiszolgálási sorrendeket válasszák. Ez egyúttal az az árrendszer, amely akkor adódna, ha a kiszolgálási sorrendeket árverésen értékesítenék: az elsőbbségben elért mindennemű növekedést az ajánlatot elnyerő akkora árnövekedéssel fizeti meg, amely egyenlő a belőle eredő minőség-növekedés határhasznával azoknak a fogyasztóknak a szempontjából, akik egyébként a szomszédos elsőbbségekre licitáltak volna, és azokat szerezték volna meg.

Például az 1. példa összefüggésében, ahol $w(r) = F(r)$,

$$p(r) = P(F(r)) = \int_{\bar{r}}^1 \bar{H}^{-1}(s) dF(s).$$

Ez a 2. fejezetben bemutatott képlet, ahol megjegyeztük, hogy ez úgy értelmezhető, mint a megfelelő minőségért felszámított $\pi(s) = \bar{H}^{-1}(s)$ azonnali ár várható értéke. A standard példában még

$$p(r) = p(\bar{r}) + (1/2)[1 - r]^2$$

és $p(\bar{r}) = 0$ is szükséges a hatékonysághoz.

Hasonló a felépítés abban az esetben is, amikor a technológia megszabja mind az eredetileg elégtelen s kínálat $F(s)$ eloszlásfüggvényét, mind pedig azt a várható $t(s, s')$ időtartamot, amely alatt a kínálat valamely s' szintre emelkedik. Tételezzük fel, hogy $t(s, s) = 0$ és hogy t csökkenő s , illetve növekvő s' szerint. Ebben az esetben az r kiszolgálási sorrend által nyújtott minőség kifejezhető az elveszett kiszolgálási idő várható értékével:

$$w(r) = - \int_0^r t(s, r) dF(s).$$

Az optimális ár választék

$$p(r) = \int_{\bar{r}}^1 \bar{H}^{-1}(x) dw(x).$$

Ez a képlet is átírható az azonnali árak várható értékével kifejezve, ha az $x = \bar{H}(\pi)$ összefüggés útján az integrációs változó helyébe a π azonnali árat írjuk.

Árképzés többféle elsőbbség esetén

A többdimenziós fogyasztói attribútumok a nemlineáris árképzés elméletéből levezetett hasonló módszerekkel elemezhetők (lásd OREN, SMITH és WILSON [1985a]). Általában megkövetelik, hogy az kiszolgálási alternatívák választéka elég bő legyen ahhoz, hogy hatékony elosztáshoz jussunk, ez pedig jobban kidolgozott árvalasztékok igényel. Itt csupán illusztráljuk a módszereket egy rövid példa segítségével.

Vegyük azt az esetet, amikor a fogyasztók típusát a (c, v) nem-negatív számpárral írjuk le, ahol c a leállási költség, v pedig az egységnyi időtartamú kiszolgálás értéke. A kiszolgálás minőségét viszont a (w_1, w_2) párral reprezentáljuk, ahol w_1 annak a valószínűsége, hogy a kiszolgálást nem szakítják meg, w_2 pedig a megszakítás után a kiszolgálás újrakezdéséig eltelt kiesett idő várható értéke. Mint az I. példában említettük, a hatékony adagolás minden fogyasztótól két kiszolgálási sorrendet kíván meg, legyen ez mondjuk $\langle r_1, r_2 \rangle$, ahol $r_1 \leq r_2$. Ez úgy értelmezhető, hogy a kiszolgálás megszakad, ha az eredetileg elégtelen s kínálat kisebb, mint r_1 , és akkor kezdődik újra, amikor a kínálat az r_2 szintre emelkedik. Ezzel a technológiával ezek a kiszolgálási sorrendek a $w_1(r_1) = F(r_1)$ minőségeket adják, és

$$w_2(r_2; r_1) = - \int_0^{r_1} t(s, r_2 + A(s, r_2)) dF(s), \equiv - \int_0^{r_1} t^0(s, r_2) dF(s),$$

ahol $A(s, r)$ azoknak a fogyasztóknak mértéke, amelyek s , illetve r közötti megszakítási sorrendeket és r -nél nagyobb újrakezdési sorrendeket jelöltek meg — azoké tehát, akik abszolút újrakezdési elsőbbséget kapnak, mert eredetileg nem is szakadt meg a kiszolgálásuk. A (c, v) típusú fogyasztó az $\langle r_1, r_2; p(r_1, r_2) \rangle$ étlapból választ úgy, hogy a lehető legnagyobb

$$cw_1(r_1) + vw_2(r_1, r_2) - p(r_1, r_2)$$

nettó várható haszonra tegyen szert. Egy (c, v) típusú fogyasztó esetében a hatékony adagolás azt kívánja meg, hogy az újrakezdés szempontjából kiszolgálási sorrendje $r_2 = \bar{H}(v)$ legyen. A megszakításra vonatkozó kiszolgálási sorrendet csak bonyolult optimálási probléma megoldásával kaphatjuk meg. Mostani céljaink szempontjából elegendő azonban ezt az optimálást egy $c(r_1, r_2)$ függvény révén összefoglalni, amely megadja az $\langle r_1, r_2 \rangle$ kiszolgálási sorrendhez hozzárendelt fogyasztó leállási költségét. Hasonlóképpen, $v(r_2)$ az r_2 újrakezdési sorrendbe sorolt fogyasztó által a kiszolgálásnak tulajdonított érték. Az optimális hozzárendelés egyik kulcsfontosságú tulajdonsága:

$$c(r_1, 1) = c(r_1, r_2) - \int_{r_1}^1 t^0(r_1, x) dv(x);$$

vagyis a jobb oldal független r_2 -től. Ennek a tulajdonságnak a felhasználásával megmutathatjuk, hogy a hatékony adagolást megvalósító árvalaszték alakja

— a kiszolgálási sorrendekkel kifejezve — a következő:

$$p(r_1, r_2) = p_1(r_1) - \int_{r_2}^1 v(r) dw_2(r; r_1),$$

$$\text{ahol } p_1(r_1) = p_1(1) + \int_{r_1}^1 [c(s, 1) + v(1)t^0(s, 1)] dF(s).$$

A p_1 árválaszték úgy értelmezhető, mint a megszakítás szempontjából vett elsőbbség díja, a többi pedig az újrakezdés szempontjából vett elsőbbség díja; mivel azonban az újrakezdésig eltelt idő várható értéke függ az eredeti megszakítási elsőbbségtől, ez a visszamaradó rész is függ az r_1 megszakítási elsőbbségtől. Éppúgy, mint a korábbi példákban, az árválaszték értelmezhető úgy, mint díj felszámítása a fogyasztónak azokért a költségekért, amelyeket az ő kiszolgálása ró a többi fogyasztóra; ennek következtében értelmezhető a megfelelő azonnali árak várható értékeként.

A többszörös elsőbbségek egyik értelmezése az, hogy a fogyasztók több, lépcsőzetesen kapcsolódó sorba állnak be, és mindegyikük abban a sorban kap kiszolgálást, amelyben először válik a kiszolgálási elsőbbsége elég kicsinné. A példában két sor szerepel: az egyik a megszakítás nélküli kiszolgálásért, a másik pedig a kiszolgálás újraindításáért (ti. megszakítás után). Ha egy fogyasztónak nem sikerül megszakítatlan kiszolgálást szereznie, akkor beáll a kiszolgálás újrakezdéséért várakozó sorba. Az ebben a példában alkalmazott módszer közvetlenül általánosítható arra az esetre, amikor n számú lépcsőzetesen kapcsolódó sor van. Ebben a megfogalmazásban a fogyasztó típusát a $v = (v_i)$, $i = 1, \dots, n$ vektor adja meg, a technológia pedig a megfelelő minőségeket mint az $r^i = (r_j)$, $j < i$ korábbi kiszolgálási sorrendek $w_i(r^i)$ függvényeit határozza meg. Minden v típus úgy választja meg kiszolgálási sorrendjeinek vektorát, hogy maximálja a

$$\sum_i v_i w_i(r^i) - p(r),$$

menyiséget, míg a p árválasztéknak az a szerepe, hogy a $v(r)$ típusokat arra ösztönözze, válasszák a hatékony elosztáshoz szükséges v kiszolgálási sorrendvektorokat. Felhasználva azt a tulajdonságot, hogy $v_i(r)$ csak a rá következő (r_j) , $j \geq i$ kiszolgálási sorrendektől függ, szekvenciálisan felépíthetjük az árválasztéknak szereplő tagokat, az utolsó sortól visszafelé haladva, a példában bemutatott gondolatmenet követésével.

Mindezeknek a példáknak van egy közös vonása: az árválasztéknak az a rendeltetése, hogy a fogyasztókat a hatékony kiszolgálási sorrendek kiválasztására ösztönözze. Az egydimenziós típusokkal dolgozó egyszerű esetekben egyetlen kiszolgálási sorbarendezés elegendő a hatékony adagolás megvalósításához, ez pedig elérhető azzal, ha a kiszolgálási sorrendekhez a helyes árakat rendeljük — lényegében úgy, hogy a megfelelő minőségért felszámított azonnali árak várható értékét szabjuk ki. A többdimenziós típusokra is ugyanezek az elvek érvényesek, de itt a többszörös minőségi attribútumokhoz kell úgy árakat rendelnünk, hogy a hatékony kiszolgálási sorrendek önkiválasztását érjük el. A továbbiakban figyelmünket az egydimenziós típusokra és kiszolgálási sorrendekre korlátozzuk.

3.2 Az elsőbbségi kiszolgálás jóléti tulajdonságai

Az elsőbbségi kiszolgálás fő tulajdonsága, hogy feltételes határidős szerződéseket alkalmaz, amelyek a hiányzó azonnali piacok szerepét pótló kiszolgálási sorrendektől függenek. Az azonnali piacok révén elérhető hatékonyságnövekedés jól ismert, az elsőbbségi kiszolgálás pedig lényegében ugyanezeket az előnyöket biztosítja, ha a kiszolgálási osztályok elég gazdag étlapját kínáljuk. Az elsőbbségi kiszolgálás elosztásbeli hatásai is jelentősek. Ennek az alfejezetnek az a célja, hogy az egydimenziós típus esetére jelenleg ismert fő eredményt leírja.

Ez az eredmény azt állítja, hogy ha egyszerűen egyenletesen osztjuk el azt a jövedelemnövekményt, amely a véletlenszerű kiszolgálásról az elsőbbségi kiszolgálásra való áttérésebből adódik, ez már elegendő ahhoz, hogy a jelenlegi kiszolgálásban részesülő egyetlen fogyasztó se szenvedjen hátrányt. Feltételezzük, hogy kontinuum-sok kiszolgálási sorrendet kínálnak az étlapon, de hasonló eredmények adódnak véges számú elsőbbségi osztály esetén is.

Állítás: Az elsőbbségi kiszolgálás Pareto-féle értelemben jobb a véletlenszerű kiszolgálásnál, ha a jövedelemnövekményt egyenletesen osztjuk szét a jelenlegi fogyasztók között.

Bizonyítás: Ha véletlenszerűen sorbarendeztett kiszolgálás van nemnegatív $\bar{p}$ áron, akkor azok a $v \geq \underline{v}$ típusok igényelnek kiszolgálást, amelyekre

$$\bar{p} = \int_0^{\bar{r}} u(v, w(r)) dr / \bar{r}.$$

és $\bar{r} = \bar{H}(v)$. Az eladók bevétele $\bar{p}\bar{r}$, a $v \geq \underline{v}$ típusú fogyasztók nettó haszna pedig

$$\begin{aligned} \bar{U}(v) &= \int_0^{\bar{r}} u(v, w(r)) dr / \bar{r} - \bar{p} = \\ &= \int_{\underline{v}}^v u(v, w(\bar{H}(x))) d\bar{H}(x) / \bar{H}(v) - \bar{p} = \\ &= u(v, w^0(v)) + \int_{\underline{v}}^v \bar{H}(x) u_v(v, w^0(x)) dw^0(x) / \bar{H}(\underline{v}) - \bar{p}, \end{aligned}$$

ahol $w^0(v) \equiv w(\bar{H}(v))$ a minőség hatékony hozzárendelését jelenti a v típusú fogyasztóhoz. Másrészt viszont hatékony elsőbbségi kiszolgálás esetén, ha a v típus kiszolgálást igényel, akkor kiszolgálási sorrendje $r = \bar{H}(v)$, az általa fizetett ár

$$P(w^0(v)) = P(w^0(v)) + \int_{\underline{v}}^v u_w(x, w^0(x)) dw^0(x),$$

nettó haszna pedig

$$\begin{aligned} U(v) &= u(v, w^0(v)) - P(w^0(v)) = \\ &= u(v, w^0(v)) - P(w^0(v)) - \int_{\underline{v}}^v u_w(x, w^0(x)) dw^0(x). \end{aligned}$$

Ha a bevétel növekményét egyenletesen osztjuk el azok között a $v \geq \underline{v}$ típusok között, amelyek igénybe vették a véletlen sorrendben nyújtott kiszolgálást, mégpedig olyan mértékben, hogy az eladó nettó bevétele továbbra is $\bar{p}\bar{r}$ legyen, akkor a $\underline{v}$ típusnak felszámított ár kielégíti a

$$\begin{aligned} P(w^0(\underline{v})) &= - \int_{\underline{v}}^{\underline{v}} \int_{\underline{v}}^{\underline{v}} u_w(x, w^0(x)) dw^0(x) dH(v) / \bar{H}(\underline{v}) + \bar{p}\bar{r} / \bar{H}(\underline{v}) = \\ &= - \int_{\underline{v}}^{\underline{v}} L(x) u_w(x, w^0(x)) dw^0(x) + \bar{p}, \end{aligned}$$

összefüggést, ahol $L(x) \equiv \bar{H}(x) / \bar{H}(\underline{v})$. Ez az egyenlőség érvényes, feltéve, hogy valamennyi $v \geq \underline{v}$ típus igénybe veszi a kiszolgálást — amit az alábbiakban igazolunk. Az említett $v \geq \underline{v}$ típusok esetén a $G(v) \equiv U(v) - \bar{U}(v)$ nyereség eleget tesz a következő összefüggésnek:

$$\begin{aligned} G(v) &= \{u(v, w^0(v)) + \int_{\underline{v}}^{\underline{v}} L(x) u_w(x, w^0(x)) dw^0(x) - \int_{\underline{v}}^{\underline{v}} u_w(x, w^0(x)) dw^0(x)\} - \\ &\quad - \{u(v, w^0(\underline{v})) + \int_{\underline{v}}^{\underline{v}} L(x) u_w(v, w^0(x)) dw^0(x)\} = \\ &= u(v, w^0(v)) - u(v, w^0(\underline{v})) - \int_{\underline{v}}^{\underline{v}} u_w(x, w^0(x)) dw^0(x) + \\ &\quad + \int_{\underline{v}}^{\underline{v}} L(x) [u_w(x, w^0(x)) - u_w(v, w^0(x))] dw^0(x) \geq \\ &\geq u(v, w^0(v)) - u(v, w^0(\underline{v})) - \\ &\quad - \int_{\underline{v}}^{\underline{v}} [L(x) u_w(v, w^0(x)) + (1 - L(x)) u_w(x, w^0(x))] dw^0(x) \geq \\ &\geq u(v, w^0(v)) - u(v, w^0(\underline{v})) - \int_{\underline{v}}^{\underline{v}} u_w(v, w^0(x)) dw^0(x) = 0. \end{aligned}$$

Ezekben az összefüggésekben az első egyenlőtlenség azt a tényt használja fel, hogy ha $x > v$, akkor $u_w(x, w) \geq u_w(v, w)$; a második pedig a két tag konvex kombinációjának azt a tulajdonságát, hogy az kisebb, mint a tagok közül a nagyobbik. Arra a következtetésre juthatunk tehát, hogy minden $v \geq \underline{v}$ típus nyer az elsőbbségi kiszolgálásra való áttéréskor, ennél fogva valamennyien elfogadják, mivel korábban elfogadták a véletlenszerű sorrendben történő kiszolgálást. Az alacsonyabb típusok (amelyek visszautasították a véletlen sorrendben történő kiszolgálást) szintén nyerhetnek, ha az elsőbbségi kiszolgálást választják, az eladó bevétele pedig növekedhet, ha léteznek olyan $v < \underline{v}$ típusok, amelyekre $u(v, w^0(v)) > P(w^0(v)) > 0$ feltéve, hogy az olyan $w^0(v)$ minőségeket, amelyekre $v \leq \underline{v}$ és $P(w^0(v)) < 0$, kizárják a kiszolgálásból. Ez bizonyítja, hogy az elsőbbségi kiszolgálás Pareto-értelemben jobb a véletlen sorrendben történő kiszolgálásnál.

Ebben az állításban az a fontos következmény rejlik, hogy az elsőbbségi kiszolgálás elfogadása valamennyi fogyasztó számára előnyös lehet anélkül,

hogy az eladó bevétele csökkenne. Rendszerint elegendő, ha ennek a többletnek csak akkora részét juttatják vissza, amekkora biztosítja, hogy egyetlen fogyasztót se érjen kár, a többit pedig kapacitásbővítésre és így a minőség javítására lehet felhasználni.

Szemléltetésképpen a standard példa feltételezi, hogy $\bar{p} = 0$, úgyhogy $\bar{v} = 0$ és $\bar{r} = 1$. Ekkor a véletlen sorrendben történő kiszolgálás a v típusú fogyasztót $v/2$ nettó haszonhoz juttatja, a hatékony elsőbbségi kiszolgálás viszont $v^2/2 - p(1)$ nagyságú nettó hasznot ad. Tegyük fel, hogy $p(1) = -1/6$, ekkor az eladó nettó jövedelme zérus, a fogyasztóknak az elsőbbségi kiszolgálásból származó nyeresége pedig

$$G(v) = [v^2 - v + 1/3]/2.$$

A $v = 1/2$ típus nyer a legkevesebbet, de nyeresége $G(1/2) = 1/24$ még mindig pozitív.

3.3 Az elsőbbségre kötött biztosítás

Az 1. példában leírt változat alkalmazásakor az elsőbbségi kiszolgálás egyik fontos vonása, hogy valamennyi fogyasztó viseli a kiszolgálás megszakításának kockázatát; sőt tulajdonképpen a kínálat kockázatos volta jelenti a fő motivációt az elsőbbségi kiszolgálás elfogadására. Ha a fogyasztók kerülnek a kockázatot, akkor a tökéletes hatékonyság megkívánja, hogy a kockázatot hatékonyan osszuk meg a fogyasztók és a vállalat között. Fontos alkalmazási területeken, mint pl. a villamos energia, ésszerű feltételezni, hogy a vállalat (rendszerint állami vagy közszolgáltató vállalat) sokkal kevésbé kockázatos, mint a fogyasztók. Ennek megfelelően azt az esetet vizsgáljuk, amikor a vállalat (vagy egy biztosítótársaság) hajlandó kiegészítő biztosítást kötni a kiszolgálás megszakadása miatt bekövetkező károk veszélye ellen, mégpedig méltányos díjak ellenében, amelyek egyenlők az esedékes kártérítések átlagával.

Minthogy az itt szereplő elvek nagyon egyszerűek, elegendő a következő speciális alakú példát tanulmányozni. A fogyasztók típusát a (v, V) párokkal írjuk le, ahol v a kiszolgálásnak tulajdonított érték, V pedig a fogyasztónak a nettó hasznokra értelmezett von Neumann–Morgenstern-féle hasznossági függvénye. Biztosítás hiányában az r kiszolgálási sorrendből a fogyasztónak jutó hasznosság várható értéke

$$V(r) = \int_0^r V(-v | w(r, s) | - p(r)) dF(s) + V(-p(r)) F(r)$$

az $\langle r, p(r) \rangle$ alternatívából. Itt éppúgy, mint az 1. példában F a kínálat eloszlásfüggvénye, $|w|$ pedig értelmezhető úgy, mint mondjuk a megszakítás időtartama.

Változtassuk meg most az étlapot úgy, hogy kiterjedjen az $\langle y_r, \tilde{p}[y_r] \rangle$ alakú biztosítási alternatívákra is, ahol y a kínálat olyan függvénye, amely megadja a megszakítás esetén fizetendő kártérítést az r kiszolgálási sorrend esetén:

$$y_r(s) = \begin{cases} |w(r, s)|, & \text{ha } s < r, \\ 0, & \text{ha } s \geq r. \end{cases}$$

Ha a (v, V) típusú fogyasztó az $\langle r, p(r) \rangle$ elsőbbségi kiszolgálási alternatívát vásárolja meg és kiegészíti még x egység $\langle y_r, \tilde{p}[y_r] \rangle$ biztosítási alternatívával is, akkor $P(r, x) = p(r) + x\tilde{p}[y_r]$ összeget kell fizetnie, várható haszna pedig

$$\bar{V}(r) = \int_0^r V([x - v] | w(r, s) | - P(r, x)) dF(s) + V(-P(r, x)) \bar{F}(r).$$

lesz. Tételezzük fel, hogy a biztosítási díj az értékkel egyenlő:

$$\begin{aligned} \tilde{p}[y_r] &= \int_0^\infty y_r(s) dF(s) \\ &= \int_0^r |w(r, s)| dF(s). \end{aligned}$$

Azt is tegyük fel, hogy az elsőbbségi kiszolgálás díja az a hatékony ár, amit a kockázatkerülés hiánya esetére korábban már kiszámítottunk; ekkor ez a díj eleget tesz az

$$p'(r) = -\bar{H}^{-1}(r) d\tilde{p}[y_r]/dr,$$

illetve a vele egyenértékű

$$P(r, \bar{H}^{-1}(r)) = p(1) + \int_1^r \tilde{p}[y_p] d\bar{H}^{-1}(p)$$

összefüggésnek. Most már kézenfekvő annak igazolása, hogy az ezt a várható értéket maximálissá tevő választások egyúttal hatékonyak is. A fogyasztó az $r = \bar{H}(v)$ hatékony kiszolgálási sorrendet választja, és kockázatának teljes lefedését kapja: $x = v$.

Szemléltetésképpen, a standard példában $p(r) = p(1) + (1/2)[1 - r]^2$ és $\tilde{p}[y_r] = F(r) = r$; ennél fogva $P(r, \bar{H}^{-1}(r)) = p(1) + (1/2)[1 - r^2]$ összegű teljes díjat számítanak fel azért a biztosításért, amely $1 - r$ összegű kártérítést nyújt $s < r$ esetén, mikor a fogyasztó kiszolgálása megszakad, előre feltételezve, hogy valamely $v = 1 - r$ típusú fogyasztó fogja választani ezt a biztosítási formát.

Noha ez a konstrukció csak egy speciális esetre érvényes, mégis alkalmas két általános állítás szemléltetésére. Először is, méltányos biztosítási díjak esetén minden fogyasztó előnyben részesíti kockázatának teljes biztosítását. Másodszor pedig, tekintettel arra, hogy a kockázatokat teljesen lefedő biztosítás minden eshetőség esetén egyenlő a határhaszonnal, minden fogyasztó előnyben részesíti az általa fizetendő teljes összeg minimálását: ha az elsőbbségi kiszolgálás díját kockázatkerülés nem-létezése esetére számítjuk ki, ez a hatékony kiszolgálási sorrendet fogja eredményezni. Az összes díj $-P(r, \bar{H}^{-1}(r))$, mint fentebb láttuk — azzal a tulajdonsággal bír, hogy a kiszolgálási sorrend valamilyen növekedéséért a fogyasztó a biztosítási fedezet növekményének értékét fizeti; nem fordul elő tehát az, hogy a biztosítási fedezet növekménye szerint képzett kockázati osztályok egymást szubvencionálják.

Ha valamely fogyasztó a kockázatát teljes mértékben fedezi biztosítással, akkor ténylegesen közömbössé válik a megszakítással szemben. Most azonban a vállalat vagy a biztosító viseli az összes pénzügyi kockázatot, ezért hasznos

megvizsgálni, hogy a vállalatra milyen ösztönző erő hat, amely a hatékony kiszolgálási sorrend megtartását kikényszeríti. Amennyiben bizonyos számú fogyasztó kiszolgálását meg kell szakítania, a vállalat előnyben részesíti azoknak a fogyasztóknak a kikapcsolását, akiknek a legkevesebb kártérítést kell fizetnie. Ez valójában ugyanaz a szabály, mint a hatékony kiszolgálási sorrend. Általában elegendő tehát, ha a vállalat felkínálja a kártérítési biztosítás valamennyi változatát, és azután azt a kiszolgálási sorrendet választja, amely minimálissá teszi a kifizetendő kártérítést. Ha a biztosított események kibővítéséért méltányos díjat szabnak meg, amikor is nem fordul elő a biztosítási osztályok közötti szubvencionálás, akkor hatékony elosztás valósul meg.

4. Az elsőbbségi kiszolgálás megvalósítása

Ebben a fejezetben az elsőbbségi kiszolgálás gyakorlati megvalósulásait kutatjuk fel. Feltételezzük, hogy állami vállalattal vagy közüzemmel van dolgunk; a versenyző, profitmaximáló vállalatok esetét a következő fejezetben vizsgáljuk. Olyan modellekre összpontosítjuk figyelmünket, amelyek csökkentik az eladóra kirótt információs követelményeket. Az itt alkalmazott értelmezés azonos az 1. példával, ahol a minőség a kiszolgálás megbízhatóságát jelenti, mint a villamos energia esetén.

Az étlap gazdagsága

A függelékben (A1, 2 és B1, 2 táblázat) leírt példának meglepő vonása, hogy néhány elsőbbségi osztály már elegendő ahhoz, hogy az elsőbbségi kiszolgálásból elérhető nyereség nagy részéhez hozzájussunk. A gyakorlatban ezért elegendő csekély számú elsőbbségi osztályt kínálni. Ez némileg alátámasztja azt a megfigyelést, hogy az elsőbbségi kiszolgálás területén a termékdifferenciálás meglehetősen durva.

Ennek a vonásnak a megértése céljából értelmezzük az n számú elsőbbségi osztály választását úgy, mint az egyes osztályokhoz ($i = 1, \dots, n$) oly módon hozzárendelt $v \in [v_{i-1}, v_1]$ fogyasztói típusok q_i számát, hogy az ideális, kontinuum-sok osztályt tartalmazó esethez képest minimális legyen a teljes jólét csökkenése. Egy olyan v típus esetében, amelyet q számú fogyasztót tartalmazó osztályba soroltunk és amikor Q számú fogyasztót soroltunk magasabb osztályokba, a veszteség

$$L(v, q) = u(v, w(\bar{H}(v))) - \int_0^q u(v, w(Q + r)) dr/q,$$

ha pedig az összes veszteséget akarjuk megtudni, integrálnunk kell az egyes osztályokba tartozó összes típusra vonatkozóan, és azután összegeznünk mind az n osztályra. Ahogy az osztályok száma növekszik, $q \rightarrow 0$, $Q \rightarrow H(v)$ és ezért $L(v, 0) = 0$. A Taylor-sorba fejtésből így következik, hogy $L(v, q) \approx O(q)$; vagyis a veszteség minden fogyasztó számára q nagyságrendű. Feltételezve, hogy u_v korlátos, ennél fogva az összes veszteség $O(\bar{q})$, ahol $\bar{q} = \max q_i$. Ha $\bar{q} \approx O(1/n)$, akkor a jólét vesztesége $O(1/n)$. Összefoglalva, úgy tűnik, hogy a

konvergenciasebesség az osztályok n számától a legjobb esetben is csak lineárisan függ.

Ténylegesen azonban ez a konstrukció figyelmen kívül hagy egy fontos dolgot, ami jól ismert a közelítő integrálás elméletéből. Mivel az osztályok közötti határokon levő v_i típusokat is optimáljuk, a lineáris fölötti konvergenciasebességet kapunk (és $\bar{q} \approx O(1/n)$). Például a standard példában a jólétben bekövetkező veszteség $O(1/n^2)$; lásd CHAO és WILSON (1985).

Ez az érvelés nem vonatkozik a profitmaximáló vállalatra, mint például a Függelékben táblázatba foglalt monopólium esetére (A3 és B3 táblázat), mert az ilyen vállalat nem úgy választja meg az elsőbbségi osztályokat, hogy az aggregált hasznot maximálja. A közelítés pontossága tehát általában nem jobb, mint $O(\bar{q})$; sőt az A3 táblázatban szereplő monopóliumos esetben még az sem világos, hogy $\bar{q} \approx O(1/n)$.

Az étlap paraméterezése

A modell megfogalmazásán belül az étlapon szereplő alternatívák különböző ekvivalens leírásai lehetségesek. A gyakorlatban azonban ezek lényegesen különböznek egymástól abban a tekintetben, hogy mennyi információt követelnek meg az eladótól és a fogyasztótól. Ezek a követelmények viszont befolyásolják a szerződés megfogalmazását és a piac megszervezését. Az alternatívák néhány lehetséges paraméterezése a következő (lásd CHAO és WILSON (1985)):

[1] *A w minőség.* A fogyasztó összehasonlítja a w minőséget és a $P(w)$ árat. Az eladó úgy szabja meg az árakat, hogy elérhesse a megígért minőséget. Ez a megoldás minden információs terhet az eladóra hárít. Hasonlóképpen a fogyasztó közölheti az ő v típusát, és a megígért $w^0(v)$ minőségért a $P(w^0(v))$ árat számítják fel neki.

[2] *Az r kiszolgálási sorrend.* A fogyasztó értékeli a $w(r)$ minőséget a $p(r)$ árhoz viszonyítva; ehhez szükség van a kínálat eloszlásának becslésére és „racionális várakozásokra” az azonos vagy magasabb elsőbbségeket választó fogyasztók számával kapcsolatban. Az eladó úgy szabja meg az árakat, hogy megvalósuljon a fogyasztók részéről a hatékony önkiválasztás: ehhez szükség van a kínálat és a fogyasztói típusok eloszlásának becslésére. Egy másik megoldás: az eladó becslést készít a $\pi(s)$ azonnali árak eloszlásáról. Két változat van, amelyben a fogyasztó számára a díjszabás utólag készül:

(a) A v típusú fogyasztó értékeli a saját $r = H(v)$ rangsorát a típusok eloszlásában. Az eladó a $\pi(s)$ azonnali árat számítja fel, ha az $r \leq s$ teljesülése esetén a fogyasztót kiszolgálják. Az eladónak ismernie kell a típusok eloszlását: ez azonban kiderül a fogyasztók választásaiból.

(b) A fogyasztó közli a saját v típusát. Az eladó a $\pi(s)$ azonnali árat számítja fel, ha a $v \geq \pi(s)$ feltétel teljesülésekor kiszolgálja a fogyasztót. Az eladónak ismernie kell a típusok eloszlását: ez kiderül a fogyasztók választásaiból.

[3] *A p ár vagy a $\hat{p}$ feltételes ár.* Az eladó a kínált árak sorrendjében szolgálja ki a fogyasztókat. A fogyasztó értékeli az alternatív ajánlatoktól várható minőséget. Ez a megoldás minden információs követelményt a fogyasztókra hárít.

A lehetőségeknek ez a felsorolása elegendő annak megmutatására, hogy az információs követelmények telepíthetők akárhová az eladó és a fogyasztó

közötti spektrumban.⁶ A szerződéskötés és a teljesítés kikényszerítése szintén sokféle lehet; pl. az [1] esetben a megígért minőség (a megbízhatóság) ellenőrzése nehéz. A [2] esetben az eladó közvetve a nemlétező azonnali piac működését imitálja. Ha azonban a kereslet bizonytalan, a pénzügyi következmények különbözők lehetnek attól függően, hogy az eladó bevételének várható értéke a várható azonnali ár és a várható eladott mennyiség szorzatával, vagy pedig az azonnali ár és az eladott mennyiség szorzatának várható értékével egyenlő-e. A [3] esetben az eladót felmentjük mindennemű felelősség alól, az adagolási sorrend megfigyelését kivéve, és feltételes árak esetén pénzügyi ösztönző erő hathat rá abban az irányban, hogy ezt a sorrendet kövesse — ezt a tulajdonságot korábban az elsőbbség biztosítása esetében már láttuk.

Hasonlóképpen sokfélék az elsőbbségek piacának megszervezésére rendelkezésünkre álló lehetőségek. Vegyük a [3] esetet. Egyik változatában az eladó korlátlan mennyiségben kínál eladásra „elsőbbségi pontokat”, darabját 1 dollárért: a fogyasztók ezután a megvásárolt pontok mennyiségének sorrendjében kapnak kiszolgálást. Alternatív megoldás az, amikor a kínálat rögzített, és az ár egyenlíti ki a keresletet és a kínálatot, esetleg árverés révén; ez lehetővé teszi opciók forgalmát, határidős piac kialakulását, közvetítők (pl. alkuszok) működését.

Bizonytalan értékelések

A fenti megoldások legfőbb gyengesége az, hogy érzékenyek a következő feltevésre: minden fogyasztó ismeri a saját v típusát, amely megmondja, mennyire értékeli ő a kiszolgálást. A gyakorlatban azonban csak arra lehet számítani, hogy a fogyasztó típusa a szerződéskötés idején csupán feltételes $G(\bar{v}|v)$ valószínűségeloszlást határoz meg a kiszolgálásnak a teljesítés időpontjában érvényes $\bar{v}$ értékelésére nézve.

Ezt a helyzetet vizsgálta PITBLADDO (1985) abban az esetben, amikor a fogyasztók értékelései statisztikailag függetlenek egymástól és a kínálattól, illetve amikor a

$$G(\bar{v}) \equiv \int_0^1 G(\bar{v}|v) dH(v)$$

marginális eloszlásan bizonyos az értékelések megvalósult eloszlása; vagyis amikor az aggregált keresletben nincs bizonytalanság.⁷ Ebben az esetben az optimális megoldások analógok a fentiekkel: minden fogyasztó kiválaszt egy elsőbbséget (a fenti paraméterezési módszerek valamelyikével) saját típusá-

⁶ A villamos energiának vannak más, a technológia jellemzőin alapuló lehetőségei is. Például mivel a kínálat elégtelensége a váltóáramú rendszerekben összefügg a frekvenciaingadozásokkal, a fogyasztók felállíthatnak olyan készülékeket, amelyek csökkentik az energiafogyasztást az olyan frekvenciaingadozásokra adott válaszképpen, amelyek egyelőre megadott értéket meghaladnak. A frekvencia tehát azonnali jelzést ad a fogyasztók számára.

⁷ Idézzük emlékezetünkbe: mindvégig megengedtük, hogy az összes kereslet bizonytalan legyen abban az értelemben, hogy függ mindenki által megfigyelhető változóktól, mint amilyen a hőmérséklet, amelyek csupán az egyes elsőbbségekhez tartozó árakat befolyásolják. Hasonlóképpen, ha az aggregált kereslet valamilyen alapkérésnek független valószínűségi, invertálható függvénye, akkor ez a véletlenszerűség beépíthető a kínálat eloszlásába. Itt éppúgy mint másutt, az aggregált kereslet bizonytalanságának ezek a típusai nem okoznak semmiféle nehézséget az elméleti kifejtésben.

ból kiindulva. De még ha a fogyasztó elsőbbsége lehetővé teszi is a kiszolgálást valamilyen eshetőség bekövetkezése esetén, csak akkor kap kiszolgálást, ha a megvalósult értékelése alapján igényli. Mi több, csak akkor fizeti meg a $\hat{p}$ feltételes árat, ha kiszolgálást kap. Ez olyan tulajdonság, amely befolyásolja a kiszolgálás igénylésére vonatkozó döntését: csak akkor kér kiszolgálást, ha $\bar{v} \geq \hat{p}$.

Ez optimális megoldás, ha tilos a kommunikáció az eladó és a fogyasztó között az eredeti szerződéskötés után. Ennélfogva teljesen világosan mutatja, hogy a tökéletlen kommunikáció a hatékonyság csökkenését okozza. Ha például valamilyik fogyasztó magasabb feltételes árat kínál, mint egy másik, előfordulhat, hogy az első fogyasztó nem kap kiszolgálást, a második viszont igen, még akkor is, ha megvalósult értékeléseik ugyanolyan rendűek. Ez mindannyiszor megtörténik, valahányszor egy fogyasztó értékelése alacsonyabb, mint az általa ajánlott feltételes ár (úgyhogy nem kér kiszolgálást), a második fogyasztó értékelése pedig magasabb, mint feltételes ára, és ez az utóbbi egyúttal elég magas ahhoz, hogy a kiszolgálást indokoltá tegye.

A fenti séma lényegesen módosul, ha többszörös kiszolgálási idők léteznek, az eladók pedig figyelembe veszik a fogyasztók egyéni kívánságait. Tételezzük fel, hogy egy fogyasztó egymást követő j időpontokban vett $\bar{v}_j$ értékelései szerialisan korreláltak (a v feltételtől függően). Ekkor abból a megfigyelésből, hogy valamely fogyasztó nem kér az 1. időpontban kiszolgálást a $\hat{p}_1$ áron, az eladó arra következtet, hogy $\bar{v}_1 < \hat{p}_1$, ami valószínűbbé teszi, hogy $\bar{v}_2 < \hat{p}_2$ a 2. időpontban is; hasonlóképpen ennek az ellenkezője igaz, ha a fogyasztó kiszolgálást kér az 1. időpontban. Ennélfogva az optimális sémában az eladó felülvizsgálja a fogyasztóknak a 2. időpontra vonatkozó elsőbbségeit és feltételes árait annak alapján, hogy kértek-e vagy sem kiszolgálást az 1. időpontban. Ez nem sérti meg a kommunikációra vonatkozó tilalmat, mivel ha az aggregált kereslet bizonyos, akkor minden fogyasztó előrejelsozhatja elsőbbségeinek és feltételes árának felülvizsgálatát arra vonatkozó döntéseinek alapján, hogy kért-e vagy sem kiszolgálást.

Ezeknek az eredményeknek egyik fontos következménye, hogy általánosabb feltételek közepette a $\hat{p}$ feltételes árak adják a fogyasztók felé irányuló helyes jelzést. (Ebben a gondolatmenetben a p feltétlen árat csak a kifejtés egyszerűsítése kedvéért használjuk.)

A kapacitásstervezés

Az állami vállalatok irányításának egyik állandó problémája az optimális kapacitás megállapítása. A probléma az információ tökéletlenségéből ered. Az Egyesült Államokban például a közüzemeknek általában nincs közvetlen bizonyosságuk arról, hogy a fogyasztók mennyit hajlandók fizetni a kapacitásbővítő beruházásokért. Röviden megemlítjük, hogyan könnyíti meg ennek a kérdésnek a megoldását az elsőbbségi kiszolgálás.

A nehézség fő forrása az, hogy a kapacitásoknak nem alakul ki árak a piacon. A villamos energia esetében a kapacitásnövekedés elsősorban az energiaellátás biztonságát javítja.⁸ Csakhogy ha egyetlen kiszolgálási osztályt kínálunk, akkor a fogyasztók keresleti viselkedése nem sokat árul el arról, mennyire

⁸ Ez figyelmen kívül hagyja a technológiák keverésének hatását a terhelés-időtartam profilok legkisebb költséggel való kiszolgálására.

értékelik a megbízhatóságot. Ha viszont a kiszolgálás megbízhatóságát több elsőbbségi osztályba differenciáljuk, fontos közvetlen adatokat kapunk arról, mennyit hajlandók a fogyasztók fizetni a kapacitásbővítésből eredő minőségjavulásért.

Szemléltetesképpen vegyük azt a szélsőséges esetet, amikor kontinuum-sok kiszolgálási sorrendet kínálunk. Továbbra is az 1. példa összefüggéseit használjuk, az $u(v, w) = vw$ preferenciákkal, de az r kiszolgálási sorrendhez tartozó minőséget vagy megbízhatóságot a $w(r) = F(r; k)$ alakban írjuk fel, ami annak valószínűségét mutatja, hogy az s kínálat nagyobb, mint r , feltéve, hogy az üzembe helyezett kapacitás k . Tételezzük fel, hogy F differenciálható, növekvő függvénye a k kapacitásnak.⁹ Ha a szűkös erőforrásokat hatékonyan adagoljuk és a kapacitás egységköltsége c , akkor a kapacitásköltség nettó aggregált hasznossága

$$\begin{aligned} TS(k) &= \int_0^1 v F(H(v); k) dH(v) - ck = \\ &= \int_0^1 v(r) F(r; k) dr - ck, \end{aligned}$$

ahol $v(r) = H^{-1}(r)$. A kapacitás k szinten túl való növelésének optimalitáshoz elégséges feltétel ennél fogva az, hogy

$$\int_0^1 v(r) F_k(r; k) dr > c$$

legyen. Azokat a fogyasztókkal kapcsolatos információkat, amelyek ennek a kritériumnak az értékeléséhez szükségesek, a fogyasztóknak az elsőbbségi kiszolgálásra adott piaci reakciói biztosítják. Idézzük emlékezetünkbe, hogy $p'(r) = v(r)F_r(r, k)$, ami lehetővé teszi, hogy az r kiszolgálási sorrendhez tartozó $v(r)$ értékeléseket meghatározzuk az elsőbbségnövekedés $p'(r)$ díjából, és a kínálat F eloszlásfüggvényével kapcsolatos technológiai információkból. Megszerezhetjük például ezt az információt a fenti [3] alpontban említett „elsőbbségi pontok” rendszere segítségével.

Abból a célból, hogy még jobban megvilágítsuk azt a szoros összefüggést, amely a fenti kritérium és az elsőbbségek díjszabása között áll fenn, vegyük az F függvénynek azt a speciális alakját, amikor $F_k(r, k) = F_r(r, k)$. Ebben az esetben a kapacitásbővítés elégséges kritériuma pusztán az, hogy $p(0) > c$ legyen: vagyis a kapacitást akkor kell bővíteni, ha a legmagasabb elsőbbségű fogyasztó elsőbbségéért felszámított díj elegendő a kapacitásbővítés költségének megfizetésére. Ez azonnal következik az elsőbbségi díjszabás azon tulajdonságából, hogy minden fogyasztó akkora díjat fizet, amekkora elegendő az alacsonyabb elsőbbségű fogyasztók kártalanítására az ő kiszolgálásuk minőségének miatta bekövetkező romlásáért; ennek következtében a maximális díj egyúttal az aggregált fizetési hajlandóságot is méri.

⁹ Ez kizárja az „adagokban való” kapacitásnövekedést.

Az eladó bevételi korlátja

A gyakorlatban az állami vállalatoknak elegendő bevételre kell szert tenniük ahhoz, hogy legalábbis a tőke költségeik megtérüljenek. Az Egyesült Államokban a legtöbb közüzem az energia díján felül „készenléti díjat” is felszámít, amelynek rendeltetése a tőke költség megtérítése. Az elsőbbségi kiszolgálás esetén a készenléti díj egészének vagy egy részének szerepét az elsőbbségi kiszolgálásért felszámított díjak veszik át; mint korábban említettük, az elsőbbségért felszámított díjak többletét a fogyasztók számára egyenletesen vissza lehet téríteni. Megmarad azonban annak a lehetősége, hogy pótlólagos díjakat kell felszámítani a lekötött tőke költségének fedezése céljából. Ha az eladó bevételi korlátja hatékonyra válik, akkor pótlólagos tagok lépnek be a képbe a kibővített Lagrange-függvény útján. Ennek a módosításnak az a végeredménye, hogy arra ösztönzi az eladót: kellőképpen aknázza ki a monopóliumban rejlő erejét a szükséges bevétel megszerzésére. A következő fejezetben megvizsgáljuk azt az esetet, amikor monopólium nyújtja az elsőbbségi kiszolgálást, és arra az eredményre jutunk, hogy a monopólium a hatékony kiszolgálási sorrendet valósítja ugyan meg, de kevesebb fogyasztót szolgál ki, mivel rögzített árat állapít meg. Megjegyezzük azonban, hogy ha az elsőbbségi osztályok száma kicsi, a monopólium hajlamos arra, hogy a magas értékelésű fogyasztók jórészt egyetlen elsőbbségi osztályba „zsúfolja” (lásd az 1. táblázatot, illetve a függelék A3 és B3 táblázatát). Ugyanez érvényes az olyan közüzemi vállalatra is, amelyre érvényesül valamilyen bevételi követelmény.

Összefoglalás

Ennek a fejezetnek az összefoglalásaként hangsúlyozzuk, hogy az elsőbbségi kiszolgálás sokféleképpen valósítható meg. Az olyan piaci szervezet, mint például az „elsőbbségi pontok” rendszere, amely a teljes információs terhet a fogyasztókra helyezi, az információ megszerzésére és értékelésére ösztönzi őket. Másrészt viszont az „elsőbbségre kötött biztosítás” rendszere az eladót vagy a biztosítót ösztönzi erőteljesen arra, hogy szerezze meg a szükséges információt. Nemcsak az elosztás hatékonysága javul mindkét szélsőséges esetben, hanem a helyes kapacitásstervezéshez szükséges információ is rendelkezésünkre áll. A különböző rendszerek közötti választás elsősorban attól függ, hogy az információgyűjtés terhe az eladóra vagy pedig a fogyasztóra hárul-e. Ennek a választásnak a fontosságát csökkenti az a tény, hogy stacionárius környezetben bármely rendszer működése támaszkodhat a fogyasztók preferenciáinak eloszlására, mert ezt a fogyasztók korábbi döntéseiből már ismerjük. Továbbá még abban az esetben is, amikor az eladó nyilvánosan meghirdeti a kínálat eloszlását, számíthatunk arra, hogy a fogyasztók bizalma az ilyen előrejelzések iránt növekszik az ismétlődések számának növekedésével.

Az itt figyelmen kívül hagyott gyakorlati megfontolások közül megemlítünk néhányat, amelyek a villamos energia szempontjából relevánsak. Az egyik a figyelmeztetési idő vagy késleltetett kikapcsolás lehetősége, amelynek célja a megszakítási költségek csökkentése a fogyasztó szempontjából. A másik az, hogy a szerződések rendszerint hosszú időre, például több hónapra szólnak, ezért célszerű az elsőbbségi kiszolgálás díjait olyan külső változók szerint paraméterezni, mint pl. a napszak, a hőmérséklet vagy a rendszer terhelése.

És mint fentebb röviden már említettük, kívánatos lehetővé tenni az elsőbbségek dinamikus felülvizsgálatát a fogyasztók körében kialakult szokások alapján.

5. Kompetitív adagolás

Ebben a fejezetben azt fogjuk vizsgálni, mi ösztönzi a versenypiacon működő profitmaximáló vállalatokat arra, hogy elsőbbségi kiszolgálást kínáljanak. A jóléti következményekre összpontosítjuk figyelmünket, és elsősorban a hatékony elosztástól való olyan eltéréseket vizsgáljuk, amelyek az oligopóliumok közötti tökéletlen versenyből fakadnak. Egyik fő következtetésünk az, hogy a kialakult oligopolisztikus helyzetben működő vállalatokra nem hat szükségképpen elegendő ösztönzés abban az irányban, hogy az általuk nyújtott kiszolgálás minőségi jellemzőit illetően elégséges differenciálást kínáljanak. Ennek következtében a hatékonyság növelésének fő forrása az újabb vállalatok belépése. Az elosztásbeli hatékonyság ilyen növelésével azonban esetleg fel kell áldoznunk a termelés hatékonyságát, ha ez az utóbbi hatékonyság a kínálat koncentrálásával növelhető.

5.1 Monopólium

Bevezetésképpen a monopólium árképzési stratégiáját vizsgáljuk. Azt az esetet, amikor monopólium véges számú elsőbbségi osztályt kínál, röviden említettük a 3. fejezetben egy példával együtt, és további példákat közlünk a Függelék A3 és B3 táblázataiban.

Vegyük először azt az esetet, amikor a monopólium kontinuum-sok elsőbbségi sorrendet kínál. Ha a monopólium a $v \geq \underline{v}$ típusokat szolgálja ki, profitja

$$\int_{\underline{v}}^1 P(w^0(v)) dH(v) = u(\underline{v}, w^0(\underline{v})) \bar{H}(\underline{v}) + \int_{\underline{v}}^1 \bar{H}(v) u_w(v, w^0(v)) dw^0(v),$$

ahol a $P(w^0(v)) = u(v, w^0(v))$ feltétel határozza meg azt a legkisebb $\underline{v}$ típust, amely kiszolgálást igényel. Egyúttal a $w^0(v) = w(\bar{r}(v))$ összefüggés is érvényes, mivel kontinuum-sok kiszolgálási sorrend esetén a v típus az $\bar{r} = \bar{r}(v)$ kiszolgálási sorrendet kapja. Meghatározzuk a legkisebb kiszolgált $\underline{v}$ típust, vagy — ami ugyanazt jelenti — az $\bar{r}$ utolsó kiszolgálási sorrendért felszámított $p(\bar{r}) = P(w(\bar{r}))$ árat. A profitra vonatkozó fenti képletből levezethető, hogy a legkisebb, kiszolgálásban még részesülő típust a

$$\underline{v} = \arg \max_x \{u(x, w^0(\underline{v})) \bar{H}(x)\}$$

feltétel határozza meg. Megjegyezzük, hogy a monopólium a keresletet azzal korlátozza, hogy az alapárat zérus fölött állapítja meg.

Például, ha $u(v, w) = vw$, akkor $\underline{v}$ -t úgy választjuk meg, hogy $v\bar{H}(v)$ maximális legyen. A standard példában ebből $\underline{v} = 1/2$ és $\bar{r} = 1/2$ adódik. A kapott árrendszer $p(r) = 1/8 + (1/2)[1 - r]^2$, amiből a profit $5/24$. Ezzel szemben a hatékony árrendszer, amely minden fogyasztónak ad kiszolgálást, $p(r) = (1/2)[1 - r]^2$, ami $4/24$ (tehát kevesebb) profitot hoz. Általában azonban a monopólium célszerűnek tarthatja, ha a típusok bizonyos intervallumát egyetlen elsőbbségi osztályként szolgálja ki, amelyen belül a kiszolgálás sorrendje

véletlen. Ezt a legérdekesebb esettel szemléltetjük, amikor a $(\bar{v}, 1)$ intervallumba eső — tehát a legmagasabb — típusok kapnak egyetlen elsőbbségi osztályként kiszorgálást. A $\bar{v}$ optimális megválasztását az a feltétel szabja meg, hogy ez a megválasztás maximálja a

$$u(v, w^0(v))\bar{H}(v) + \int_v^{\bar{v}} \bar{H}(v)u_w(v, w^0(v))dw^0(v) + \\ + \bar{H}(\bar{v})u_w(\bar{v}, w^0(\bar{v})) + dw^0(\bar{v}))dw^0(\bar{v})$$

kifejezést, ahol a minőségjavulás a legmagasabb elsőbbségi osztály számára

$$dw^0(\bar{v}) = \int_0^{\bar{H}(\bar{v})} w(r)dr/\bar{H}(\bar{v}) - w(\bar{H}(\bar{v})),$$

a közvetlenül utána következő $v \leq \bar{v}$ típusok számára pedig $w^0(v) = w(\bar{H}(v))$. Ez a maximálás egyenértékűnek bizonyul a $u_w(\bar{v}, w^0(\bar{v})) + dw^0(\bar{v})$ maximálásával, feltéve, hogy $dw^0(\bar{v}) \geq 0$.

A fenti példában $u_w(v, w) = v$ és ezért $\bar{v} = 1$. Ez azt jelenti, hogy a monopólium célszerűbbnek tartja nem „zsúfolni össze” a legmagasabb típusokat egyetlen kiszorgálási osztályba. A Függelék A3 és B3 táblázatában szereplő numerikus példákból kiolvasható fő sajátosság szerint azonban a monopólium az elsőbbségi osztályok bármilyen véges száma esetén előnyben részesíti a legmagasabb típusok széles intervallumának egyetlen elsőbbségi osztályként való kiszorgálását, véletlenszerű kiszorgálási sorrenddel. A standard példát alkalmazva, a numerikus számítások azt mutatják, hogy a monopólium minden $v \geq 0,707$ típust egyetlen elsőbbségi osztályként szolgál, ki még akkor is, amikor az elsőbbségi osztályok száma eléri a nyolcat. A kiszorgálási osztályok teljesen differenciált kontinuumra felé történő konvergencia tehát meglehetősen lassúnak látszik.¹⁰

5.2 Szimmetrikus oligopólium finoman differenciált kiszorgálással

Ebben az alfejezetben több szimmetrikus vállalat alkotta oligopólium esetében vizsgáljuk a termékdifferenciálást és az árképzést, amikor is minden vállalat a kiszorgálási sorrendek kontinuumát kínálja. Fő célunk annak megmutatása, hogy ez a piaci struktúra általában nem konzisztens a vállalatok azon árképzési stratégiáival, amelyet a Nash-féle egyensúlyi követelmények rónak rájuk.¹¹

Első lépésként a monopóliumra vonatkozó fenti eredményeket arra az esetre általánosítjuk, amikor szimmetrikus egyensúly van $n \geq 2$ számú, ugyanolyan $p(r)$ vagy $P(w)$ árrendszert kínáló, azonos vállalat között. Egyelőre tételezzük fel, hogy valamennyi vállalatnál a kiszorgálás technológiáját a $w(r)$ minőségi

¹⁰ Vagyis a monopólium megszámlálható sok elsőbbségi osztállyal dolgozik, amit nem vagyunk képesek kiküszöbölni.

¹¹ Ez az alfejezet REITMAN (1985, 1986) eredményeire támaszkodik. A 2. példában szereplő speciális modell esetében, ahol $w(r) = -r/s$, Reitman kimutatja, hogy nem létezik egyensúly a meghirdetett árrendszerek esetében, és esetleg nincs egyensúly az árverés esetében; azt is megmutatja, hogy az egyensúlynak szimmetrikusnak kell lennie, ha létezik és ha a vállalatok kontinuum-sok kiszorgálási sorrendet kínálnak.

függvénnyel lehet jellemezni, ahol r a szóban forgó vállalatnál (nem pedig az egész ágazatnál) érvényes kiszolgálási sorrendet jelenti. Éppúgy, mint a 3. fejezetben, a kiszolgálási lehetőségeknek a fogyasztók által történő optimalása általában megkívánja, hogy az árrendszer $v \geq \underline{v}$ esetén elégítse ki a

$$P(w^0(v)) = P(w^0(\underline{v})) + \int_{\underline{v}}^v u_w(x, w^0(x)) dw^0(x)$$

összefüggést, ahol

$$P(w^0(v)) = u(v, w^0(v))$$

a kiszolgálást választó legkisebb v típus esetén. Ha szimmetrikus egyensúly áll fenn n számú vállalat között, akkor a v típus az $r = \bar{H}(v)/n$ kiszolgálási sorrendet kapja, és ezért $w^0(v) = w(\bar{H}(v)/n)$.¹² Ennek értelmében az egyes vállalatok által kínált árrendszer a kiszolgálási sorrendekkel a következőképpen írható fel:

$$p_n(r) = p_n(\bar{r}) + \int_{\bar{r}}^r u_w(\bar{H}^{-1}(nx), w(x)) dw(x),$$

ahol $\bar{r} = \bar{H}(v)/n$ valamennyi vállalatnál a legutoljára kiszolgált sorrend. Egyéb-ként ez ugyanaz az árrendszer, mint amelyet a kiszolgálási sorrendeknek árverésen való eladása esetén kapnánk, feltéve, hogy valamennyi vállalat kimondja a követelményt: $p_r(\bar{r})$ a minimális elfogadható árajánlat.

Most megkíséreljük megállapítani a kiszolgált fogyasztók típusának intervallumát abban a játékban, amelyben minden vállalat meghirdet egy árrendszert. Igazoljuk, hogy ha $n \geq 2$, akkor szűkséggé válik $\underline{v} = 0$, ezért $\bar{r} = 1/n$ és $p_n(\bar{r}) = 0$. Ez azt jelenti, hogy az egyensúlyi ár valamennyi fogyasztót kiszolgálás igénylésére ösztönöz. Ennek a következtetésnek az oka a következő. $v > 0$ esetén azt állítjuk, hogy minden vállalat növelhetné profitját, ha megváltoztatná meghirdetett árrendszerét, és a monopóliumos árrendszert kínálna a magas kiszolgálási sorrendek valamilyen $[\bar{r} - \delta, \bar{r} + (n-1)\delta]$ intervalluma számára, valamely eléggé kicsiny, pozitív δ esetén. Ez azt jelenti, hogy a politikát változtató vállalat kizárólag az említett intervallumra vonatkozóan a következő díjszabást alkalmazza:

$$\hat{p}(r) = p_n(\bar{r} - \delta) + \int_{\bar{r}-\delta}^r u_w(\bar{H}^{-1}(x), w(x)) dw(x).$$

Ha $n > 1$, akkor ezen az intervallumon a monopóliumos árrendszer alacsonyabb, mint az oligopóliumos: meredeksége ugyanis magasabb, $\bar{r} - \delta$ -nál pedig a két rendszer egyenlő. Ennek következtében a politikát változtató vállalat a többi $n - 1$ számú vállalat mindegyikétől elcsábítja azokat a fogyasztókat, akik korábban az utolsó δ kiszolgálási sorrendek valamelyikét választották, a konstrukciónál fogva pedig ő maga semmit sem áldoz fel piaci részesedéséből az $r < \bar{r} - \delta$ kiszolgálási sorrendeket választó típusok körében. Az összesen n számú olyan fogyasztójától, akiket monopoláron szolgál ki, a maximá-

¹² Az általa tanulmányozott speciális esetben REITMAN (1986) ezt a tulajdonságot a Nash-egyensúly feltételeinek elemzéséből vezeti le.

lis elérhető profitot szerzi meg, ebből semennyit sem oszt meg más vállalatokkal. Ennélfogva árpolitikája megváltoztatásával szerzett profitnövekményének pozitívnak kell lennie. Az ilyen jellegű profitnövelő politikaváltoztatás létezése azt mutatja, hogy az olyan játék Nash-féle egyensúlyának, amelyben a vállalatok meghirdetik áraikat, rendelkeznie kell azzal a tulajdonsággal, hogy valamennyi típus kiszolgálást kap: $v = 0$ és $\bar{r} = 1/n$.

Szemléltetésképpen, a standard példában ebből az eredményből következik, hogy

$$p_n(r) = [1 - nr]^2/2n.$$

Első pillantásra úgy tűnik, hogy ez az eredmény igen kedvező előrejelzést ad az elsőbbségi kiszolgálás hatékonyságáról a verseny piacon. Például tételezzük fel, hogy az oligopóliumot annak feltevésével modellezzük, hogy az ágazati kapacitást „egyenletesen osztották fel” több vállalat között, abban az értelemben, hogy valamennyi vállalat $w_n(r)$ minőség-függvénye — ha n számú vállalat van — $w_n(r) \equiv w(nr)$. Jelölje $p(R)$ az R -edik kiszolgálási sorrendért az ágazatban felszámított díjat, míg $p_n(r)$ jelentse továbbra is az egyes vállalatoknál az r kiszolgálási sorrendért felszámított díjat. Ha $n > 1$, úgy hogy $\bar{r} = 1/n$ valamennyi vállalatnál, akkor

$$\begin{aligned} p(nr) &= p_n(r) = \int_r^{nr} u_w(\bar{H}^{-1}(nx), w(nx)) dw(nx) = \\ &= \int_1^{nr} u_w(\bar{H}^{-1}(x), w(x)) dw(x). \end{aligned}$$

A kiszolgálási sorrendekért felszámított ágazati árak rendszere tehát olyan, hogy a fogyasztók hatékony elosztására ösztönöz a teljes ágazati kapacitáshoz viszonyítva.

Ténylegesen azonban az eredménynek ez az értelmezése túlságosan optimista. Ennek az az oka, hogy a fentebb leírt, javasolt egyensúly nem szükségképpen Nash-egyensúly abban a játékban, amelyben a vállalatok a meghirdetett árrendszerek közül választanak. Ahhoz, hogy ezt belássuk, némileg részletesebben kell foglalkoznunk azzal a kérdéssel, hogyan osztják szét a fogyasztók saját magukat a vállalatok között, amikor valamelyik vállalat politikát változtat, megváltoztatva árjegyzékét. Vegyük azt a szélsőséges feltevést, amelyet REITMAN (1986) vizsgált: a fogyasztók hatékonyan osztják szét magukat a vállalatok között. Vagyis, ha adva vannak a vállalatok által kínált árjegyzékek, a fogyasztók úgy allokálják magukat (esetleg egymás közötti kifizetéseket teljesítve), hogy aggregált nettó hasznuk maximális legyen. Ez csak egyetlen a sok feltevés közül, amelyet a fogyasztók egyensúlyhiány esetén tanúsított viselkedésével kapcsolatban felállíthatunk, de nyilvánvaló ennek a feltevésnek a jelentősége. Most tételezzük fel, hogy az egyik vállalat valamennyi árát valamilyen pozitív összeggel emeli. A fenti feltevésből következik, hogy a politikát változtató vállalat azokat a kiszolgálási sorrendeket fogja eladni a $[0, 1/n - \delta]$ intervallumban, amelyekre $p_n(1/n - \delta) = \varepsilon$. Az ebből az eltérésből származó többletprofit legalább $\varepsilon[1/n - \delta] - \varepsilon\delta$; és mivel δ kicsiny, ha ε is kicsiny (ne felejtjük el, hogy $p_n(1/n) = 0$), ez a mennyiség pozitív, ha ε elég kicsiny. Látjuk tehát, hogy a fogyasztók egyensúlyhiány esetén tanúsított

viselkedésére vonatkozó ilyen konkrét feltevés mellett nem létezik Nash-egyensúly a vállalatok között folyó fenti játékban.

Ez a következtetés bonyolult kérdéseket vet fel az elsőbbségi kiszolgálás versenypiacainak természetével kapcsolatban, és ezeket a következő alfejezetekben tovább vizsgáljuk. Mielőtt azonban erre rátérnénk, megemlítjük, hogy a vállalatok által folytatott játék alternatív megfogalmazásai különböző következtetésekre vezethetnek. A REITMAN (1986) által vizsgált egyik változatban az volt a feltevés, hogy a vállalatok árverést rendeznek, amelyen eladják a kiszolgálási sorrendeket. Ebben a megfogalmazásban kiderül, hogy egyes esetekben létezik szimmetrikus egyensúly, főleg azért, mert a vállalatok minimális elfogadható ajánlatai pozitívak, és ezért nem minden fogyasztó kap kiszolgálást. Ezt az eredményt én úgy értelmezem, mint annak bizonyítékát, hogy ha korlátozzuk a vállalatok rugalmasságát, ezzel valószínűleg növeljük annak esélyét, hogy az egyensúlyt sikerül fenntartani azokban az esetekben, amikor kontinuum-sok kiszolgálási sorrendet kínálnak. Amint azonban az alábbiakban látni fogjuk, ennél alapvetőbb kérdés, vajon hat-e a vállalatokra valamilyen ösztönző erő abban az irányban, hogy kínálatukat ilyen finoman differenciálják. És következtetésünk az lesz, hogy valójában a vállalatok elkerülik a differenciálásnak ezt a szélsőséges mértékét. Arra a feltevésre hajlok tehát, hogy az egyensúly nemlétezése kontinuum-sok kiszolgálási sorrend esetén — ahogy a fentiekben kifejtettük — azt a mélyebben fekvő nehézséget tükrözi, hogy a vállalatokra feltehetően nem hat ösztönzés az általuk kínált kiszolgálási feltételek minőségi jellemzőinek teljes differenciálására.

5.3 Szimmetrikus oligopólium vállalatonként egyetlen kiszolgálási osztálytal

Ebben az alfejezetben röviden leírjuk több szimmetrikus vállalat között kialakuló oligopólium modelljének felállítását, ahol minden vállalat csak egyetlen kiszolgálási osztályt kínál. Az ilyen modellhez nehéz elméleti jellemzést találni, úgyhogy a függelékben (A4 és B4 táblázat) több olyan numerikus példát közlünk, amely a fő tulajdonságokat szemlélteti.

A modell felállítása során már anticipáljuk a mostani, illetve az előző modell közötti különbséget, amelyben a vállalatok kontinuum-sok kiszolgálási osztályt kínáltak. Az előző modellben az egyensúly (ha létezik) szimmetrikus, míg ebben a modellben az egyensúlyok általában aszimmetrikusak.¹³

Mint a 2. fejezetben, itt is feltételezzük, hogy azonos ($i = 1, \dots, n$) vállalatok kínálják a $\langle \tilde{w}_i, p_i \rangle$ alternatívákat, amelyek valamilyen véletlenszerű $\tilde{w}_i$ minőséggel és a p_i árral írhatók le. A minőség véletlenszerű, mert minden vállalat véletlenszerűen osztja szét a kiszolgálási sorrendeket azok között a fogyasztók között, akik a szóban forgó vállalatot választották. Tehát $\tilde{w}_i = w(\tilde{r})$, ahol $\tilde{r}$ a fogyasztóhoz véletlenszerűen hozzárendelt kiszolgálási sorrend. A v típusú fogyasztó, aki az i -edik vállalatot választotta, az

$$\bar{u}(v, q_i) = \int_0^{q_i} u(v, w(r)) dr / q_i$$

¹³ Az egyensúlyok általános aszimmetriáját REITMAN (1986) bizonyította. A 2. példában szereplő speciális esetnek, amikor $n = 2$ és $w(r) = -r/s$, szimmetrikus egyensúlya van.

várható bruttó haszonra számíthat, ha az i -edik vállalatot összesen q_i számú fogyasztó választotta. Sejtve az egyensúly aszimmetriáját, tételezzük fel, hogy q_i csökkenő, p_i pedig növekvő a vállalatok i indexe szerint.¹⁴ Az i -edik alternatívát a fogyasztói típusoknak az a (v_{i-1}, v_i) intervalluma (ahol $v_n = 1$) részesíti előnyben, amelyre

$$\bar{u}(v_i, q_i) - p_i = \bar{u}(v_i, q_{i+1}) - p_{i+1},$$

ha $i < n$ és $u(v_0, q_1) = p_1$ vagy $v_0 = 0$. Az i -edik vállalat által kiszolgált fogyasztók száma $q_i = H(v_i) - H(v_{i-1})$, és az i -edik vállalat $p_i q_i$ profitra tesz szert.

Az általunk vizsgált játékban a vállalatok először egymással egyidejűleg eldöntik árakat, és azután, ismerve ezeket az árakat (és anticipálva a vállalatok felé megnyilvánuló keresletet) valamennyi fogyasztó egyidejűleg kiválaszt egy vállalatot — ha egyáltalán választ —, amelytől kiszolgálást vásárol.

Nash-egyensúlyban tehát minden i vállalat úgy választja ki p_i árát, hogy maximálissá tegye $p_i q_i$ profitját, adottnak véve a többi vállalat árát és anticipálva, hogy a feléje megnyilvánuló q_i kereslet hogyan függ az általa kínált ártól.

Az egyensúlyt jellemző feltételek túlságosan bonyolultak ahhoz, semhogy itt tárgyalhassuk őket. Konkrét példák esetében azonban numerikusan megoldhatók, és a függelékben (A4 és B4 táblázat) több példát közlünk. Ezeknek a példáknak közös sajátossága, hogy ha a vállalatok száma nagy, a kiszolgálás elosztása egyre hatékonyabbá válik. A következő alfejezetben formálisan is bizonyítjuk ezt a tulajdonságot.

Az elsőbbségi kiszolgálás tökéletes versenypiac

Ebben az alfejezetben az a célunk, hogy megmutassuk: amikor több vállalat van, a fent leírt oligopólium-modell Nash-egyensúlya a kiszolgálás hatékony elosztását adja. Ezt úgy tesszük meg, hogy közvetlenül jellemezzük azt az egyensúlyt, amelyet abban az esetben kapunk, amikor végtelen sok azonos vállalat működik, és az ágazat kapacitása „egyenletesen” oszlik meg közöttük is.¹⁵

Tételezzük fel, hogy véges n számú vállalat esetén minden vállalat kínálatának technológiája a $w_n(r) \equiv w(nr)$ minőségi függvénnyel írható le. Ebből következik, hogy ha $\bar{u}_n(v, q)$ valamely fogyasztó bruttó hasznának várható értéke a q számú fogyasztóval rendelkező valamelyik vállalatnál az n számú közül, akkor $\bar{u}_n(v, q) = \bar{u}_1(v, nq) \equiv \bar{u}(v, nq)$. Legyen $Q(i/n) = \sum_{j \leq i} q_j$ a legalacsonyabb árakkal és legnagyobb kereslettel dolgozó i számú vállalat által kiszolgált fogyasztók száma és legyen $\Pi(i/n) = \sum_{j \leq i} p_j q_j$ ezeknek a vállalatoknak a profitja. Vezessük be továbbá a $p(i/n) \equiv p_i$ jelölést az i -edik vállalat árára és a $v(i/n) \equiv v_i$ jelölést az említett vállalattól kiszolgálást választó legmagasabb típusra. A $t = i/n$ törtszámmal adjuk meg a vállalat rangsorát a kínálati árak eloszlásában.

¹⁴ A 2. példában, ha a vállalatok száma 2, az egyensúly szimmetrikus; lásd REITMAN (1985).

¹⁵ Az itt következő konstrukció egy REITMANNAK (1986) tulajdonítható gondolatmeneten alapul.

A következő állítás jellemzi az „aszimptotikus” egyensúlynak — vagyis a Nash-egyensúly határértékének, ha a vállalatok száma nő — a hatékonysági tulajdonságát. Mivel minden vállalat viszonylag kicsinnyé válik összességük-höz képest, feltételezzük, hogy a $Q(t)$ eloszlásfüggvény és a $p(t)$ ár határértékben differenciálható. A hatékonyságot a kiszolgálásnak a fogyasztók közötti elosztása szempontjából értelmezzük. Mint később látni fogjuk, a termelési hatékonyság kérdése bonyolultabb.

Állítás: Az aszimptotikus egyensúly hatékonyan osztja el a kiszolgálást a fogyasztók között.

Bizonyítás: A valamely $i < n$ vállalat által kiszolgált maximális v_i típust definiáló egyenletből bármely határpontban kapjuk:

$$\begin{aligned} p'(t) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{p([i+1]/n) - p(i/n)}{1/n} = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\bar{u}_n(v(i/n), Q([i+1]/n) - Q(i/n)) - \bar{u}_n(v(i/n), Q(i/n) - Q([i-1]/n))}{1/n} = \\ &= \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\bar{u} \left(v(t), \frac{Q(t+\Delta) - Q(t)}{\Delta} \right) - \bar{u} \left(v(t), \frac{Q(t) - Q(t-\Delta)}{\Delta} \right)}{\Delta} = \\ &= \bar{u}_q(v(t), Q'(t))Q''(t), \end{aligned}$$

ahol $\Delta = 1/n$, $\bar{H}(v(t)) = Q(1) - Q(t)$ és $Q(0) = 0$. Hasonlóképpen a határon $\Pi'(t) = p(t)Q'(t)$, ahol $\Pi(0) = 0$. A t tört rangú vállalat profitmaximálása a következő szükséges feltételt rója ki:

$$0 = \frac{d}{dp(t)} p(t)Q'(t) = Q'(t) + p(t) \frac{\partial Q'(t)}{\partial p(t)} = Q'(t) + p(t) \frac{Q''(t)}{p'(t)}.$$

Ezeknek az eredményeknek az egybevetésével kapjuk a határon érvényes árak jellemzését:

$$p(t) = -\bar{u}_q(v(t), Q'(t))Q'(t).$$

Ezenfelül ennek az egyenletnek a differenciálásával kapunk egy második egyenletet is $p'(t)$ -re, amely az elsővel együtt szolgáltatja a kiszolgálásnak a fogyasztók közötti elosztását jellemző feltételt:

$$\bar{u}_q Q'' = \frac{d}{dt} [-\bar{u}_q Q'],$$

ahol a rövidség kedvéért elhagytuk a függvények mellől az argumentumokat. Ennek a differenciálegyenletnek az integrálásával kapjuk azt az egyenértékű feltételt, hogy $\Pi'(t)$ állandó, valahányszor $Q'(t) > 0$; közelebbről, minden vállalat profitja ugyanakkora és egy vállalatra sem hat ösztönzés a többiek piacának meghódítására. Már csak az a feladat maradt hátra, hogy megmutassuk: a kiszolgálásnak ez az elosztása hatékony. Ha a Q eloszlásfüggvényt úgy értelmezzük, mint az elosztás meghatározóját, akkor a Q hatékony megválasztását kell jellemeznünk. Tetszőleges differenciálható Q eloszlásfüggvény esetén az

elért teljes bevételi többlet $\int_0^1 \bar{u}(v(t), Q'(t)) dQ(t)$, ahol ismét $\bar{H}(v(t)) = Q(1) - Q(t)$.

Az Euler-féle szükséges feltételt alkalmazva erre a variációs számítási problémára éppen a fent levezetett egyenletet kapjuk. Ezért azt a következtetést vonhatjuk le, hogy határértékben a versenyző elosztás hatékony.

Szemléltetésképpen vegyük a standard példának a 2. példához adaptált változatát, amelyben $u(v, w) = vw$, $H(v) = v$ és $w(r) = -r$. Ebben a változatban $\bar{u}(v, q) = v\bar{w}(q)$, ahol $\bar{w}(q) = -q/2$ a fogyasztó várható várakozási ideje a kiszolgálásra váró sorban. A bizonyításban levezetett feltételeket alkalmazva az aszimptotikus egyensúlyban $v(t) = Q(t) = t^{2/3}$, $p(t) = 1/3 t^{1/3}$ és $H'(t) = 2/9$. A vállalatok aggregált profitja $2/9$, és ennyi egyúttal a fogyasztók aggregált várakozási költsége is. Másiként állnak a dolgok az 1. példához adaptált változatban, amelyben $w(r) = 1 - r$, ha $r \leq 1$ és ezért $\bar{w}(q) = 1 - q/2$, ha $q \leq 1$ és $\bar{w}(q) = 1/2q$ ha $q > 1$. Ugyanezek a képletek érvényesek, ha a kereslet sűrűsége 1-nél kisebb. Ez azoknál a vállalatoknál érvényes, amelyekre $t \geq t_* = [2/3]^3 \approx 0.2963$, és amelyek a $v \geq v(t_*) = 4/9 \approx 0.444$ típusokat szolgálják ki. Egyébként t_* -nál a nettó haszon is kimerül: $v(t_*)\bar{w}(Q'(t_*)) - p(t_*) = 0$.¹⁶ A $t \geq t_*$ vállalatok esetében az aggregált profit $[2/9][1 - t_*] \approx 0.1504$, a fogyasztók tiszta haszna ≈ 0.0885 , a teljes többlet pedig ≈ 0.2449 . A fenti eredmények és a függelékben szereplő A4 táblázatban közölt számszerű eredmények összehasonlítása drámai különbségeket tár fel az aszimptotikus egyensúly és a kevésszámú vállalatot tartalmazó eset között; pl. kevesebb vállalat esetén nagyobb a profit, a fogyasztóknak jutó többlet és a teljes többlet.¹⁷ Következő feladatunk ezeknek a különbségeknek a megmagyarázása.

Előbbi állításunknak az a gyengéje, hogy a vállalatok által a fogyasztók számára elparóztatva teljesített kiszolgálásnak csak az elosztási hatékonyságára vonatkozik. Nem törődik azzal, hogy a kínálat forrásainak ilyen elaprózása esetén hatékony-e a termelés. Ennek a kérdésnek a további vizsgálata céljából először vegyük szemügyre annak a feltevésnek a jelentését, hogy a kapacitás „egyenletesen oszlik meg” a vállalatok között. Az 1. és a 2. példák összefüggésében az egyik értelmezés az, hogy az ágazat egészének rendelkezésére álló s kapacitás bármely eshetőség bekövetkezésekor egyenletesen oszlik meg: ha n számú vállalat létezik, akkor az i -edik vállalat kapacitása $s_i = s/n$. A 2. példa összefüggésében a kínálat ilyen módon történő felosztása kielégítő első közelítésnek tekinthető.¹⁸ Az 1. példa összefüggésében azonban, ahol a kínálat

¹⁶ Ez a tulajdonság a 2. példában is megjelenne, ha feltételeznénk, hogy a fogyasztó által az azonnali kiszolgálásért fizetett fenntartási árak korlátozottak.

¹⁷ A 12 vállalatra vonatkozó eredmények összhangban állnak az aszimptotikus esettel a következő értelemben: az aggregált profitok jó közelítéssel megegyeznek; az összes többlet megegyezik (de a fogyasztóknak jutó többlet nem), ha az aszimptotikus eredményekhez hozzáadjuk a $t < t_*$ vagy $v < 4/9$ vállalatoknak tulajdonítható többletet. Nem világos, hogy mi ennek az oka, mivel az aszimptotikus egyensúlyt jellemző egyenletek ebben az esetben elfajultak; másképpen megfogalmazva, a Q eloszlásfüggvény nem differenciálható ebben a tartományban. Más megfogalmazás szerint, ha $t < t_*$ esetén $Q'(t) \geq Q'(t_*)$ korlátot írjuk elő, akkor ez hatékonyá válik, úgyhogy $Q(t) = 4/27 + t$, $p(t) = Q(t)/2$ és ebben a tartományban a profit és a teljes többlet növekménye 0,022. A B4a táblázatnak megfelelő aszimptotikus egyensúly esetén nem lép fel elfajulás, úgyhogy ez jobb összehasonlítási alap lenne.

¹⁸ A termelés hatékonyságát a 2. példa összefüggésében REITMAN (1985) vizsgálta.

bizonytalan, ez azt jelenti, hogy a vállalatok kínálata tökéletesen korrelált. Márpedig ha az $i = 1, \dots, n$ vállalatok kínálatának eloszlásfüggvénye $F_i(s_i) = ns_i$ és a vállalatok kínálata teljesen korrelált, akkor nyilvánvaló, hogy a termelés szempontjából nem hatékony a kínálatnak a vállalatok közötti egyenletes felosztása: jobb lenne, ha a magasabb típusokat kiszolgáló vállalatoknak nagyobb részt engednénk át a kínálatból. Amint a vállalatok száma növekszik, a termelés hatékonyságromlása is nő, és ez csökkenti a fogyasztóknak jutó és az összes többletet. Ez az első magyarázata annak, hogy az 1. példában, ahol a kínálat egyenletesen van felosztva, kevés vállalat nagyobb többletet állít elő, mint sok vállalat. Még inkább ez a helyzet abban az esetben, amikor a kínálat eloszlása normális, amint a függelék B4a táblázatából látható, noha eddig még nem sikerült aszimptotikus egyensúlyt levezetni összehasonlítás céljából.¹⁹

Egy alternatív szélsőséges feltevés az, hogy a vállalatok kínálatának eloszlásai függetlenek. Ez a feltevés nem teljesen konzisztens a kínálatok egyenletes elosztásának intuitív jelentésével. Ha például minden vállalat eloszlásfüggvénye $F_i(s_i) = ns_i$, és ezek a kínálatok statisztikailag függetlenek egymástól, akkor csaknem bizonyos, hogy az $s = \sum_i s_i$ összes kínálat $s = 0.5$. Ebben az esetben az lenne a leghatékonyabb, ha csak a $v \geq 0.5$ típusok kapnának kiszolgálást, mert ekkor az összes többlet 0.375 lenne. Ezzel szemben azt látjuk az A4a táblázatban, hogy számos vállalat szolgálja ki a fogyasztóknak körülbelül a kétharmadát, és a teljes többlet körülbelül 0.3, ami nagyjából egyenlően oszlik meg a termelők és a fogyasztók között. A második magyarázat szerint a termelés hatékonyságromlása azzal függ össze, hogy a vállalatok tartózkodnak attól, hogy egyesítsék kínálatukat, és így kiküszöböljék annak a bizonytalanságnak egy részét, amellyel külön-külön szembe kell nézniük; valóban, ha a vállalatok száma végtelen, akkor az egész bizonytalanságot kiküszöbölhetnék kínálatuk egyesítésével.

A kínálat egyenletes felosztásának harmadik lehetséges értelmezése az, hogy valamennyi vállalat kínálatának eloszlása ugyanaz, függetlenül attól, hány vállalat van. Ez azt jelenti, hogy míg az állításunk azt tételezi fel, hogy $w_n(r) = w(nr)$, feltételezhetnénk azt is, hogy $w_n(r) = w(r)$, n -től függetlenül. Ez annak az esetnek felel meg, amikor szabadon léphetnek be a piacra az azonos kínálati technológiájú vállalatok. Ilyenkor természetesen az az eredmény, hogy végtelen sok vállalat esetén az árak és a profitok értéke zérus, és a teljes elérhető fogyasztói többletet (0.5) sikerül realizálni. Összehasonlítás céljából szemléltetjük ezt a változatot az A4b táblázatban a standard példával több vállalat esetén.

Szemléltetésképpen vegyük a standard példa olyan módosítását, amelyben az aggregált kínálat $F(s)$ eloszlásfüggvénye normális, μ átlaggal és σ szórással. Három esetet fogunk vizsgálni: (a) Ha valamennyi vállalat az s/n kínálatot kapja, úgyhogy a vállalatoknak jutó kínálat tökéletesen korrelált, akkor valamennyi vállalat kínálata normális eloszlású, μ/n átlaggal és σ/n szórással. (b) Ha a vállalatok kínálata azonos és független eloszlású, akkor valamennyi vállalat kínálatának eloszlása normális, μ/n átlaggal és $\sigma/\sqrt{n}$ szórással. (c) Alternatív megoldásként a vállalatok egyesíthetik kiszolgálásukat, és minden eshe-

¹⁹ A Q eloszlásfüggvényt jellemző differenciálegyenlet ebben az esetben erősen nemlineáris.

tőség bekövetkeztekor az elsőbbségnek megfelelő sorrendben oszthatják fel maguk között a rendelkezésre álló kínálatot: a magasabb típusokat kiszolgáló vállalatok korábbi elsőbbséget kapnak. Ebben az esetben az összes kínálat átlaga μ , szórása pedig σ , míg minden vállalat csak akkor kap — ha egyáltalán kap — kínálatot fogyasztói számára, ha a magasabb elsőbbségekkel rendelkező vállalatok már kiszolgálták fogyasztóikat. Mindhárom esetben feltételezzük, hogy a vállalatok nem játszanak össze az áraik megállapításában, noha ez a (c) esetben egyáltalán nem kézenfekvő. A függelékben a B4a, B4b és B4c táblázat szemlélteti a három esetet. A B4b táblázatban figyeljük meg, hogy az összes többlet állandóan csökken, ahogy a vállalatok száma 2-nél nagyobbra nő; ez a kínálatok egyesítésének elmúlasztása miatt elveszett haszonra utal. A 2. táblázatban összefoglaljuk az aggregált eredményeket $n = 4$ esetén. A különbségek világosan mutatják, hogy a kínálati kapcsolatok megszervezése a vállalatok között jelentős hatást gyakorol a termelés hatékonyságára, így az állításunkban megjósolt elosztásbeli hatékonyságot a vállalatok közötti versenyből származó, igen korlátozott haszonnak kell tekintelnünk, ha figyelembe vesszük, hogy az átfogóan értelmezett hatékonyság érzékeny a vállalatok közötti együttműködés produktív szerepére.

2. táblázat

Három termelési rendszer összehasonlítása

$$u(v, w) = vw, H(v) = v, w(r) = 1 - r, F(s) \sim N(\mu, \delta), \mu = 1.0, \delta = 0.5, n = 4.$$

Eset	Fogyasztói többlet	Profit	Teljes többlet
(a)	0,281	0,136	0,417
(b)	0,251	0,100	0,351
(c)	0,353	0,087	0,439

További fontos szempont, hogy a versenypiacon működő vállalatok kapacitásbővítő beruházásokkal tovább differenciálhatják szolgáltatásaikat. Fontos probléma a vállalatok közötti egyensúly megkonstruálása abban az esetben, amikor a kapacitásbővítő beruházásaikat is optimalizálhatják, de ez meghaladja jelen vizsgálódásunk körét. Megemlítjük azonban, hogy REITMAN (1985) vizsgálta az ilyen egyensúlyokat a 2. példa összefüggésében: fő eredménye az, hogy a vállalatok valóban némileg eltérő kapacitásokat választanak, de a nettó hatás csekély. Az aszimptotikus egyensúly hatékonysága érvényben marad: a vállalatok egyenlő kapacitásokat választanak és a kapacitásköltségek levonása után zérus profitot érnek el.

5.4 Az elsőbbségi kiszolgálás választék bővülése verseny esetén

Most kiterjesztjük elemzésünket és megengedjük, hogy a vállalatok termék-választékát profitmaximálási törekvéseik endogén módon határozzák meg. Elvben az elsőbbségi kiszolgálás nagyobb differenciáltsága a hatékonyság javulását okozza, aminek egy része az újítást bevezető vállalatoknak juthat. Ez a hatékonyságjavulás részben a kiszolgálási sorrendek finomabb osztályozásá-

ból, részben pedig a piaci részesedés megnövekedéséből adódik. Például látuk, hogy általában ez a helyzet a monopóliumoknál, ezért a több elsőbbségi osztály lesz a megjósolható norma az ő esetükben.

Megmutatjuk azonban, hogy általában nem lehet megjósolni, mennyire differenciálják a vállalatok az elsőbbségi kiszolgálást. Ebből a célból olyan duopóliumot tanulmányozunk, amelyet nem fenyegetnek új belépők, és megvizsgáljuk, mi ösztönzi az egyes vállalatokat arra, hogy egynél több kiszolgálási osztályt kínáljanak. A standard példán alapuló numerikus szemléltetéssel fogunk dolgozni.

Idézzük emlékezetünkbe, hogy a preferenciákat az $u(v, w) = vw$ képlet adja meg, ahol a típusok eloszlásfüggvénye $H(v) = v$, az r kiszolgálási sorrendtől várható minőség pedig $w(r) = F(r)$, ha $F(s)$ a vállalat s kínálatának eloszlásfüggvénye. A véletlen adagolás tehát $\bar{w}(q)$ várható értékű bruttó hasznot ad egy q számú fogyasztót tartalmazó kiszolgálási osztályban, ahol $\bar{w}(q) = \int_0^q F(Q + r)dr/q$, Q pedig a vállalat által kínált bármely magasabb elsőbbségi osztályba tartozó, a vállalat által kiszolgált fogyasztók száma.

A példa: Ebben a példában feltételezzük, hogy $F(s) = s$; vagyis minden vállalat kínálata egyenletes eloszlású zérus és egy között. Mint a Függelék A5 táblázata mutatja, amikor mindkét vállalat egy-egy elsőbbségi osztályt kínál, profitjuk 0,0765, illetve 0,081; a fogyasztóknak jutó, illetve a teljes többlet pedig 0,224, illetve 0,382. Itt az 1. vállalat kínálja a magasabb osztályt és minőséget, és az ő profitja az alacsonyabb. Ha valamelyik vállalat, mondjuk az 1., két osztályt kínál, akkor egyetlen egyensúly van, amelyben az 1. vállalat a fogyasztók eloszlásának legfelső és legalsó szegmensét szolgálja ki, a három ár és minőség közül a legmagasabbat és a legalacsonyabbat kínálva.²⁰ A két vállalat profitja ebben az egyensúlyban 0,0760, illetve 0,066. Ez azt jelenti, hogy az újító vállalat profitja némileg csökken a második kiszolgálási osztály bevezetésének jutalmaként. Mint várható volt, a fogyasztói, illetve az összes többlet növekszik, mégpedig 0,255-re, illetve 0,397-re, de nyilvánvaló, hogy ebből a hatékonyságjavulásból nem jut az újító vállalatnak. Ha az 1. vállalat még több osztályt kínál, profitja állandóan csökken, amint a 3. táblázat mutatja. Mindezekben az egyensúlyokban a 2. vállalat kínálja a második legmagasabb árat és minőséget. Az egyensúlyi helyzetek jellemző vonása, hogy ha egy második vállalat is jelen van a piacon, a piaci behatolás egyre növekszik: amikor az 1. vállalat 5 osztályt kínál, a legalacsonyabb, még kiszolgálásban részesülő típus egészen 0,145-ig lemegy. A monopóliumtól eltérően, a duopóliumra ható ösztönzés visszariaszt a kiszolgálási feltételek differenciálásától.

Nehezebb a számítás, ha a második vállalat is kínál még egy kiszolgálási osztályt, mert ebben az esetben úgy tűnik, hogy nem létezik (aszimmetrikus, tiszta stratégiás) egyensúly, legalábbis amennyire numerikus módszerekkel ellenőrizni tudtam.

²⁰ Éppúgy, mint az összes többi esetben, amit még említünk, minden más rendezés is a szükséges feltételeknek eleget tevő és nyilvánvalóan egyértelmű megoldást ad, de ez nem egyensúly, mert az árak és a minőségek nem felelnek meg a kiszolgált piaci szegmens megszabta rendezésnek. Minden ilyen következtetést azonban óvatosan kell kezelni, hiszen a numerikus módszerek nem csálthatatlanok.

3. táblázat

Duopólium, az egyik vállalat több osztályt kínál

$$F(s) = s$$

A kínált osztályok száma		Profitok			Többletek	
1. váll.	2. váll.	1. váll.	2. váll.	Össz.	Fogyasztók	Össz.
1	1	0,0765	0,081	0,158	0,224	0,382
2	1	0,0760	0,066	0,142	0,255	0,397
3	1	0,073	0,062	0,136	0,263	0,399
4	1	0,062	0,062	0,134	0,266	0,400
5	1	0,062	0,061	0,134	0,266	0,400

B példa: ebben a példában feltételezzük, hogy $F(s)$ a normális eloszlásfüggvény, $\mu = 1/2$ átlaggal és $\sigma = 0,5/\sqrt{2}$ szórással; így tehát az aggregált kínálat eloszlása ugyanolyan, mint a Függelék B táblázatának változataiban (kivéve a B4a táblázatot). A B5b táblázatban közölt eredményeket itt a 4. táblázatban foglaljuk össze. Itt is úgy látszik, hogy nincs egyensúly, ha mindkét vállalat két osztályt kínál. Lényegében ugyanaz a szerkezet alakul ki: egyik vállalatot sem ösztönzi semmi arra, hogy egynél több kiszolgálási osztályt kínáljon, a további differenciálás előnyei pedig nem világosak, mert nem létezik egyensúly.

4. táblázat

Duopólium, az egyik vállalat több osztályt kínál

$$F(s) \sim N(1/2, 0,5/\sqrt{2})$$

A kínált osztályok száma		Profitok			Többletek	
1. váll.	2. váll.	1. váll.	2. váll.	össz.	Fogy.	Össz.
1	1	0,071	0,075	0,146	0,232	0,378
2	1	0,069	0,060	0,129	0,262	0,391
3	1	0,066	0,057	0,123	0,269	0,393
4	1	0,065	0,056	0,122	0,271	0,393
5	1	0,065	0,056	0,121	0,272	0,393

B* példa: Ebben a példában azt tesszük fel, hogy az aggregált kínálat eloszlása ismét normális, átlaga 1,0, szórása pedig 0,5. Azt is feltételezzük azonban, hogy a két vállalat összevonja kínálatát, és valamennyi osztályt az elsőbbségi sorrendben szolgál ki. Tehát mindkét vállalat szempontjából egy adott osztály kiszolgálására felhasználható kínálat egyenlő az összes magasabb osztály kiszolgálása után megmaradó résszel. Ez nyilvánvalóan jelentős együttműködést tételez fel a vállalatok között, de azért továbbra is abból indulunk ki, hogy a vállalatok árakat összejátszás nélkül szabják meg. Ebben a példában létezik egyensúly a vállalatoknál kialakuló osztályok minden lehetséges elsőbbségi sorrendbe állítása esetén. Az 5. táblázatban bemutatjuk az egyensúlyokat két, három és négy osztály esetére; az összes többit megkaphatjuk a vállalatok szerepének felcserélésével.

5. táblázat

Verseny két vállalat között, több osztállyal és összevont kínálat, $F(s) \sim N(1,0, 0,5)$

A kínált osztályok száma		Profitok			Többletek	
1. váll.	2. váll.	1. váll.	2. váll.	Össz.	Fogy.	Össz.
Magas	Alacsony	0,104	0,041	0,145	0,285	0,430
Magas, közepes	Alacsony	0,106	0,032	0,138	0,296	0,434
Magas, alacsony	Közepes	0,087	0,038	0,125	0,309	0,434
Közepes, alacsony	Magas	0,036	0,093	0,128	0,307	0,435
Legfelső, magas	Közepes, alacsony	0,096	0,025	0,120	0,318	0,438
Legfelső, közepes	Magas, alacsony	0,071	0,026	0,097	0,342	0,439
Legfelső, alacsony	Magas, közepes	0,071	0,027	0,098	0,341	0,439

A B* példa nemigen támasztja alá azt a reményt, hogy az elsőbbségek differenciálása együttműködés nélkül is megvalósulhat. Az összes profit nyilvánvalóan csökken a további differenciálással, beleértve az itt be nem mutatott eseteket is. Valamelyik vállalat nyerhet (az 1. vállalat csak keveset,²¹ ha a két (vagy több) legmagasabb elsőbbségi osztályt ő kínálja, míg a másik az alacsony osztályt de csak a másik vállalat jelentős kárára; viszont a 2. vállalat számára egy második alacsonyabb osztály kínálása nem nyereséges. Elképzelhető, hogy a kínálat kooperatív felosztásával együtt járhatnak kárpótló transzferkifizetések, de ha így áll a helyzet, akkor az uralkodó motívum minden bizonnyal az lesz, hogy a lehető legnagyobb aggregált profitot tartsák fenn, minden vállalathoz egyetlen osztályt rendelve. Úgy tűnik, hogy csak a monopóliumszerű kartell hajlamos a differenciálásra; lásd a B3 táblázatot a Függelékben.

A fenti és más numerikus példák alapján az a véleményem, hogy az itt felállított modell alapján nem lehet olyan elméletet felépíteni, amely azt jósolná, hogy nem együttműködő oligopóliumban tevékenykedő vállalatokat bármi is arra ösztönözné, hogy differenciálják kiszolgálási osztályaikat. Az egyik nehézséget az egyensúlyok nemlétezése jelenti, de ami még fontosabb, még a létező egyensúlyok is azt mutatják, hogy a vállalatoknak nem érdemes differenciálniuk. Világosnak tűnik ezért, hogy versenypiacon az elsőbbségi kiszolgálástól kapható hatékonyságjavulás megvalósulása minden bizonnyal attól függ, belepneke-e újabb vállalatok, vagy legalábbis, fennáll-e ez a veszély.

Összefoglalás

A versenypiacokra vonatkozó vizsgálatainkat az alábbiakban foglaljuk össze. Vegyük először azt az esetet, amikor a vállalatok kiszolgálási osztályait exogén módon határozzuk meg. Ha azonos vállalatok versenyeznek az elsőbbségek teljes spektrumát kínálva, az árverseny Bertrand-féle modellje hatékony kiszolgálási sorrendekhez és optimális piaci részesedésekhez vezet. Ha azonban a fogyasztók — együttvéve — optimálisan választanak az ettől eltérő árkép-

²¹ Az 1. vállalat profitja kevesebb 0,106 alá csökken, ha a három magasabb osztályt kínálja, a 2. vállalat pedig az alacsonyabb osztályt 0,031 profit ellenében; az összes profit 0,136-ra csökken.

zésre, akkor minden vállalatnak megéri emelni árait és csökkenteni az alacsonyabb osztályú fogyasztók kiszolgálását; ennél fogva nem szükségképpen létezik egyensúly. Másrészt több azonos, egyosztályos kiszolgálást kínáló vállalat között aszimmetrikus egyensúly alakul ki, amelyre az árak és a kiszolgálási minőségek szóródása a jellemző. A határeset, amikor sok vállalat osztozik egyenlően az ágazat teljes kapacitásán, valóban rendelkezik az elosztásbeli hatékonyság tulajdonságával, amellyel oly gyakran találkozunk a „tökéletes versenyt” feltételező modellekben. A termelési hatékonyság azonban romlik, ha a kínálatok egyesítéséből hatékonyságnövekedés származna. Ennek az esetnek a relevanciáját megerősítik vizsgálataink azokról az ösztönzőkről, amelyek a vállalatokra a kiszolgálási feltételek differenciálása irányában hatnak. Noha a monopóliumnak érdemes differenciálnia, numerikus példáink azt mutatták, hogy az új belépőktől nem fenyegetett duopóliumban a vállalatokra nem hat egyértelmű ösztönzés a választék szélesítése irányában. Arra a következtetésre jutunk tehát, hogy a monopólium hatalmán kívül, az új belépés adja az elsődleges magyarázatot a bő ár- és minőségválasztékkal kapcsolatos hatékonyságjavulásra. De óvatossá kell lennünk, mert a kínálat összevonásából eredő termelésbeli hatékonyságjavulás könnyen túlszárnyalhatja ezeket az előnyöket.

6. Következtetések

Megvizsgáltuk a szűkös kínálatnak elsőbbségi kiszolgálás útján történő adagolását mind állami vállalatok, mind pedig versenypiacon működő vállalatok esetében. A hatékony elosztásból származó nyereség — a véletlenszerű adagolással szembeállítva — elsősorban a fogyasztói preferenciák sokféleségéből ered. Ha erre a nyereségre nem lehet azonnali piac segítségével szert tenni, a nyereség egy része elérhető feltételes határidős szerződések révén, amelyek megszabják a fogyasztók elsőbbségét vagy kiszolgálási sorrendjét. Már néhány elsőbbségi osztály elegendő a hatékonyságjavulás legnagyobb részének megvalósításához. A szerződésekben a viszonylagos árak képzését annak szükségessége szabja meg, hogy a fogyasztókat rákényszerítsük: saját maguk válaszáuk preferenciáik alapján az optimális szerződéseket. A legegyszerűbb esetekben az ár értelmezhető úgy, mint az egyenértékű kiszolgálásért felszámított azonnali ár várható értéke. Az elsőbbségi kiszolgálás Pareto-értelemben jobb, mint a véletlenszerű adagolás, ha a jövedelmek újraelosztásában az „egyenlő osztalékok” egyszerű szabályát alkalmazzuk. Az állami vállalatnak vagy közüzemnek számos egyszerű megoldás áll rendelkezésére az elsőbbségi kiszolgálás megvalósításához, amelyek közül egyesek teljesen a fogyasztókra hárítják az értékelés és az informálás feladatát. Ez az információ egyúttal elegendő a kapacitástervezéshez is. A monopóliumtól eltekintve, a profitmaximáló vállalat nem érdekelt egyértelműen az elsőbbségi kiszolgálás választékának bővítésében, talán az új belépés fenyegetésének esetét kivéve. A versenypiac — amely egyetlen kiszolgálási osztályt kínáló sok kicsiny vállalatra oszlik — széles árválasztékkal és ennél fogva széles minőségválasztékkal szimulálja az elsőbbségi kiszolgálást. Ezek a piacok megközelítik a hatékony elosztást; ezért a szabad belépés nyilvánvalóan fontos tényező a hatékonyságnak a piaci erők révén való megvalósításában. Ezeket az előnyöket azonban egybe kell vetnünk a kínálat összevonásából származó előnyökkel. Ha az összevonás jelentős, akkor a helyesen szabályozott közüzem előnyösebb lehet, mert az együtt-

működési szerződések révén összefonódott oligopolisztikus vállalatoknak nem mindig érdekük, hogy bő választékot kínáljanak.

Az elsőbbségi kiszolgálás elmélete sok szempontból hasonló a választék-bővítés standard elméletéhez. Új vonás azonban, hogy a minőségeket a fogyasztók választásai endogén módon befolyásolják. Ez a tulajdonság magyarázza meg az eredményekben talált fontosabb különbségeket, különösen az oligopolisztikus vállalatok érdektelenségét a kiszolgálási osztályok számának szaporításában.

Az elsőbbségi kiszolgálás elméletének közvetlen gyakorlati alkalmazása a tőkeigényes, terheléscsúcsokkal dolgozó ágazatokban lehető fel. Többször említettük a villamosenergia-ipart, mint olyan fontos környezetet, amelyben az elsőbbségi kiszolgálás helyettesíteni tudja a kapacitásbővítést, illetve a fogyasztók piaci viselkedése alapján tájékoztat arról, mennyire hajlandók megfizetni a megbízhatóság javulását.

(Beérkezett: 1986. szeptember 5-én.)

IRODALOM

- ADMATI, ANAT and PAUL PFELEIDERER (1986): „A Monopolistic Market for Information”. *Journal of Economic Theory*, forthcoming.
- BOHN, ROGER, M. CARAMANIS and FRED SCHWEPPE (1984): „Optimal Pricing in Electrical Networks over Space and Time”. *Rand Journal of Economics*, 15, 360–376.
- BOITEUX, M. (1960): „Peak Load Pricing”. *Journal of Business*, 33, 157–179.
- BROWN, G. and M. JOHNSON (1969): „Public Utility Pricing under Risk”. *American Economic Review*, 59, 119–128.
- CARAMANIS, M., ROGER BOHN and FRED SCHWEPPE (1982): „Optimal Spot Pricing: Practices and Theory”. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-101, 3234–3245.
- CHAO, HUNG-PO (1983): „Peak Load Pricing and Capacity Planning with Demand and Supply Uncertainty”. *Bell Journal of Economics*, 14, 179–190.
- CHAO, HUNG-PO, SHMUEL OREN, STEPHEN SMITH and ROBERT WILSON (1986a): Multi-level Demand Subscription Pricing for Electric Power”. *Energy Economics*, forthcoming.
- CHAO, HUNG-PO, SHMUEL OREN, STEPHEN SMITH and ROBERT WILSON (1986b): „Unbundling the Quality Attributes of Electric Power: Models of Alternative Market Structures”. Stanford University, mimeo, April.
- CHAO, HUNG-PO and ROBERT WILSON (1985): „Priority Service: Pricing, Investment and Market Organization”. Stanford University, mimeo, September.
- CREW, MICHAEL and PAUL KLEINDORFER (1978): „Reliability and Public Utility Pricing”. *American Economic Review*, 68, 31–40.
- DEVANY, A. and T. SAVING (1983): „The Economics of Quality”. *Journal of Political Economy*, 91, 979–1000.
- HARRIS, MILTON and ARTUR RAVIV (1981): „A Theory of Monopoly Pricing Schemes with Demand Uncertainty”. *American Economic Review*, 71, 347–365.
- MARCHAND, M. (1974): „Pricing Power Supplied on an Interruptible Basis”. *European Economic Review*, 5, 263–274.
- NAOR, P. (1969): „The Regulation of Queue Size by Levying Tolls”. *Econometrica*, 37, 15–24.
- OREN, SHMUEL, STEPHEN SMITH and ROBERT WILSON (1984): „The Capacity of a Public Utility”. Stanford University, mimeo, November.
- OREN, SHMUEL, STEPHEN SMITH and ROBERT WILSON (1985a): „Capacity Pricing”. *Econometrica*, 53, 545–566.
- OREN, SHMUEL, STEPHEN SMITH and ROBERT WILSON (1985b): „Priority Service: Unbundling the Quality Attributes of Electric Power”. Technical Report 2440-2, Electric Power Research Institute, Palo Alto, CA, September.

- PITBLADDO, RICHARD (1985): „Interruptible Service Under Individual Uncertainty”. Stanford University, mimeo, November. Forthcoming in Ph. D. dissertation: *Imperfect Communication in the Delivery and Production of Nonstorable Goods*, 1986.
- PETERS, MICHAEL (1984): „Bertrand Equilibrium with Capacity Constraints and Restricted Mobility”. *Econometrica*, 52, 1117–1128.
- REITMAN, DAVID (1985): „Pricing, Quality, and Priority Service in Congested Markets”. Stanford University, mimeo, October. Forthcoming in Ph. D. dissertation: *Competition in Congested Markets*, 1986.
- ROB, RAFAEL (1985): „Equilibrium Price Distributions”. *Review of Economic Studies*, 52, 487–504.
- SCOTCHMER, SUZANNE (1985): „Two Tier Pricing of Shared Facilities in a Free-Entry Equilibrium”. *Rand Journal of Economics*, 16, 452–472.
- TELSON, M. L. (1975): „The Economics of Alternative Levels of Reliability for Electric Power Generation Systems”. *Bell Journal of Economics*, 6, 679–694.
- VICKREY, WILLIAM (1971): „Responsive Pricing of Public Utility Services”. *Bell Journal of Economics*, 2, 337–346.

Függelék

A standard példával végzett számítások táblázatai és ábrái

A következő oldalak a szövegben szereplő eredményeket több numerikus példával szemléltetik. Mindvégig a standard példát használjuk. Idézzük emlékeztünkbe, hogy a v típusú fogyasztó az $u(v, w) = vw$ haszonra tesz szert a w minőségből és hogy $H(v) = v$, tehát a típusok eloszlása egyenletes az egység-intervallumon. A fogyasztók típusa a kiszolgálás értékét képviseli az $\bar{o}$ szempontjukból, a minőség pedig a megbízhatósággal szinoním: az r kiszolgálási sorrend a $w(r) = 1 - F(r)$ minőséget biztosítja, ha F a kínálat eloszlásfüggvénye. Az A táblázatban szereplő eredmények a kínálat egyenletes eloszlásának feltevésén alapulnak, amikor $F(r) = r$; hasonlóképpen a B táblázat feltevései szerint a kínálat eloszlása normális, $\mu = 1,0$ átlaggal és $\sigma = 0,5$ szórással. Minden táblázat több esetre oszlik, és minden eset még tovább tagolódik a kiszolgálási osztályok vagy a vállalatok száma szerint. Ha több (n) vállalat van, akkor mindegyiknek azonos az eloszlásfüggvénye, az eredő minőség pedig $w_n(r)$.

Figyeljük meg, hogy a B táblázatban az aggregált kínálat F eloszlásfüggvénye minden esetben ugyanaz, kivéve a B4b esetet, ahol a szórási $\sigma/\sqrt{n}$. Valamennyi táblázatban az oszlopok rendre a következőket jelentik: (1) a vállalat (ha van ilyen oszlop); (2) az i -edik elsőbbségi osztály (kisebb szám magasabb megbízhatóságot jelent); (3) a v_{i-1} legalacsonyabb kiszolgált típus; (4) a $\hat{p}_i$ feltételes ár (ennek az árnak és a w_i megbízhatóságnak a szorzata a szövegben szereplő p feltétlen ár); (5) az ezen az áron eladott q_i mennyiség; (6) a kiszolgálás w_i minősége vagy megbízhatósága; (7) az ezt az osztályt választó fogyasztóknak jutó aggregált nettó haszon; (8) az ebből az osztályból származó $p_i q_i = \hat{p}_i w_i q_i$ profit; és (9) az összes haszon [a (7) és a (8) összege]. Az utolsó, MR vagy ME feliratú oszlopban az optimálási feltételek megoldásának numerikus pontosságát tüntettük fel; ez akkor zérus, ha a hozzá tartozó határbevételei (*Marginal Revenue*) vagy határhatékonysági (*Marginal Efficiency*) feltétel teljesül. Az „összesen” feliratot viselő sorok az oszlopok összegét tartalmazzák: egyes esetekben csak az összegeket tüntettük fel, más esetekben az összeg határértéke szerepel $n \rightarrow \infty$ esetére. Az ábrák ezeknek az összegeknek a grafikonját mutatják.

TÁBLÁZATOK ÉS ÁBRÁK: A SOROZAT

A KINÁLAT EGYENLETES ELOSZLÁSA

A1: Hatékony elosztás kényszerrel

Elsőbbségi osztály	Érték e_{i-1}	Ár $\hat{p}_i$	Mennyiség q_i	Minőség w_i	Fogyasztói többlet CS_i	Profit π_i	Összes többlet TS_i	ME
1	0	0	1,000	0,500	0,250	0,000	0,250	0,000
1	0,500	0,333	0,500	0,750	0,156	0,125	0,281	0,000
2	0,000	0,000	0,500	0,250	0,031	0,000	0,031	0,063
Összesen			1,000		0,188	0,125	0,313	
1	0,667	0,400	0,333	0,833	0,120	0,111	0,231	0,000
2	0,333	0,222	0,333	0,500	0,046	0,037	0,083	0,000
3	0,000	0,000	0,333	0,167	0,009	0,000	0,009	0,028
Összesen			1,000		0,176	0,148	0,324	
1	0,750	0,429	0,250	0,875	0,098	0,094	0,191	0,000
2	0,500	0,300	0,250	0,625	0,051	0,047	0,098	0,000
3	0,250	0,167	0,250	0,375	0,020	0,016	0,035	0,000
4	0,000	0,000	0,250	0,125	0,004	0,000	0,004	0,016
Összesen			1,000		0,172	0,156	0,328	
1	0,800	0,444	0,200	0,900	0,082	0,080	0,162	0,000
2	0,600	0,343	0,200	0,700	0,050	0,048	0,098	0,000
3	0,400	0,240	0,200	0,500	0,026	0,024	0,050	0,000
4	0,200	0,133	0,200	0,300	0,010	0,008	0,018	0,000
5	0,000	0,000	0,200	0,100	0,002	0,000	0,002	0,010
Összesen			1,000		0,170	0,160	0,330	
Összesen (8 osztály)			1,000		0,168	0,164	0,332	
Összesen (∞ osztály)			1,000		0,167	0,167	0,333	

A2: Hatékony elosztás kényszer nélkül

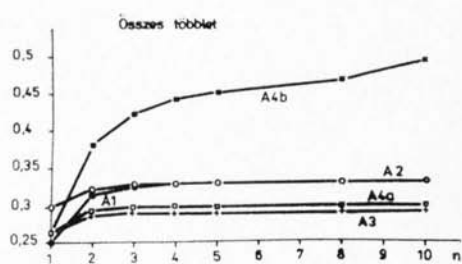
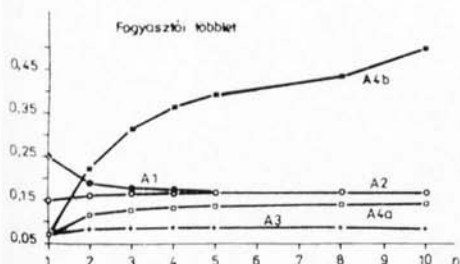
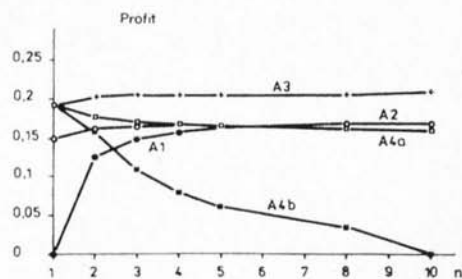
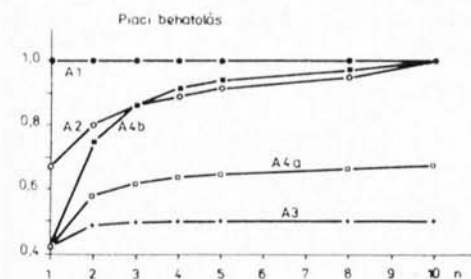
Elsőbbségi osztály i	Érték v_{i-1}	Ár $\hat{p}_i$	Mennyiség q_i	Minőség w_i	Fogyasztói többlet CS_i	Profit π_i	Összes többlet TS_i	ME
1	0,333	0,333	0,667	0,667	0,148	0,148	0,296	0,000
1	0,600	0,400	0,400	0,800	0,128	0,128	0,256	0,000
2	0,200	0,200	0,400	0,400	0,032	0,032	0,064	0,000
Összesen			0,800		0,160	0,160	0,320	
1	0,714	0,428	0,286	0,857	0,105	0,105	0,210	0,000
2	0,428	0,285	0,286	0,571	0,047	0,047	0,093	0,000
3	0,143	0,143	0,286	0,285	0,012	0,012	0,023	0,000
Összesen			0,857		0,163	0,163	0,327	
1	0,780	0,445	0,220	0,890	0,087	0,087	0,174	0,000
2	0,559	0,335	0,220	0,670	0,049	0,049	0,099	0,000
3	0,338	0,225	0,222	0,449	0,022	0,022	0,045	0,000
4	0,114	0,114	0,224	0,226	0,006	0,006	0,011	0,000
Összesen			0,886		0,164	0,165	0,329	
1	0,813	0,452	0,187	0,906	0,077	0,077	0,154	0,000
2	0,626	0,358	0,187	0,719	0,049	0,048	0,097	0,000
3	0,440	0,265	0,185	0,533	0,026	0,026	0,053	0,000
4	0,260	0,174	0,181	0,350	0,011	0,011	0,022	0,001
5	0,085	0,085	0,175	0,172	0,003	0,003	0,005	0,000
Összesen			0,915		0,166	0,165	0,331	
Összesen (8 osztály)			0,947		0,166	0,166	0,332	
Összesen (∞ osztály)			1,000		0,167	0,167	0,333	

A3: Elosztás monopólium esetén

Elsőbbségi osztály i	Érték v_{i-1}	Ár p_i	Mennyiség q_i	Minőség w_i	Fogyasztói többlet CS_i	Profit π_i	Összes többlet TS_i	MR
1	0,577	0,577	0,423	0,789	0,070	0,192	0,263	0,000
1	0,686	0,564	0,314	0,843	0,074	0,149	0,223	0,000
2	0,514	0,514	0,172	0,600	0,009	0,053	0,062	0,000
Összesen			0,486		0,083	0,202	0,285	
1	0,704	0,561	0,296	0,852	0,073	0,142	0,215	0,000
2	0,575	0,514	0,128	0,640	0,010	0,042	0,053	0,000
3	0,503	0,503	0,073	0,539	0,001	0,020	0,021	0,000
Összesen			0,497		0,085	0,204	0,289	
1	0,707	0,561	0,293	0,853	0,073	0,140	0,214	0,000
2	0,584	0,514	0,122	0,645	0,010	0,041	0,051	0,000
3	0,532	0,503	0,052	0,558	0,002	0,015	0,016	0,000
4	0,500	0,500	0,031	0,516	0,000	0,008	0,008	0,000
Összesen			0,500		0,086	0,204	0,289	
1	0,707	0,561	0,293	0,854	0,073	0,140	0,213	0,000
2	0,586	0,514	0,121	0,647	0,010	0,040	0,051	0,000
3	0,536	0,503	0,050	0,561	0,002	0,014	0,016	0,000
4	0,516	0,501	0,019	0,526	0,000	0,005	0,005	0,000
5	0,500	0,500	0,016	0,508	0,000	0,004	0,004	0,000
Összesen			0,500		0,086	0,204	0,289	
Összesen (8 osztály)			0,500		0,086	0,204	0,289	
Összesen (∞ osztály)			0,500		0,083	0,208	0,292	

A4a: Egyensúly versenyző vállalatok között, a kapacitás egyenletesen oszlik meg a vállalatok között: $w_n(r) = w(nr)$

Vállalat	i	Érték v_{i-1}	$\frac{\Delta r}{p_i}$	Mennyiség q_i	Minőség w_i	Fogyasztói többlet CS_i	Profit π_i	Összes többlet TS_i	MR
1	1	0,577	0,577	0,423	0,789	0,070	0,192	0,263	0,000
1	1	0,736	0,445	0,264	0,736	0,082	0,086	0,169	0,000
2	2	0,424	0,424	0,312	0,688	0,033	0,091	0,124	0,000
Összesen				0,576		0,116	0,177	0,293	
1	1	0,821	0,421	0,179	0,731	0,064	0,055	0,119	0,000
2	2	0,620	0,402	0,201	0,699	0,045	0,056	0,101	0,000
3	3	0,385	0,385	0,235	0,648	0,018	0,059	0,076	0,000
Összesen				0,615		0,127	0,170	0,297	
1	1	0,865	0,410	0,135	0,729	0,052	0,041	0,092	0,000
2	2	0,717	0,395	0,147	0,706	0,041	0,041	0,082	0,000
3	3	0,554	0,380	0,163	0,674	0,028	0,042	0,070	0,000
4	4	0,366	0,366	0,188	0,623	0,011	0,043	0,054	0,000
Összesen				0,634		0,132	0,166	0,298	
1	1	0,891	0,404	0,109	0,728	0,043	0,032	0,075	0,000
2	2	0,775	0,392	0,116	0,710	0,036	0,032	0,069	0,000
3	3	0,650	0,379	0,125	0,687	0,029	0,033	0,061	0,000
4	4	0,512	0,366	0,138	0,655	0,019	0,033	0,053	0,000
5	5	0,354	0,354	0,158	0,606	0,008	0,034	0,041	0,000
Összesen				0,646		0,135	0,164	0,299	
Összesen (8 vállalat)				0,663		0,139	0,160	0,299	
Összesen (12 vállalat)				0,673		0,142	0,158	0,300	



„A” ábra

A4b: Egyensúly versenyző vállalatok között, minden vállalat kínálatának eloszlásfüggvénye $F(s): w_n(r) = w(r)$

Vállalat	i	Érték v_{i-1}	Ár $\hat{p}_i$	Mennyiség q_i	Minőség w_i	Fogyasztói többlet CS_i	Profit π_i	Összes többlet TS_i	MR
1	1	0,577	0,577	0,423	0,789	0,070	0,192	0,263	0,000
1	1	0,653	0,266	0,347	0,826	0,161	0,076	0,237	0,000
2	2	0,254	0,254	0,399	0,801	0,064	0,081	0,145	0,000
Összesen				0,746		0,224	0,158	0,382	
1	1	0,759	0,163	0,241	0,880	0,152	0,034	0,186	0,000
2	2	0,474	0,147	0,285	0,858	0,115	0,036	0,151	0,000
3	3	0,137	0,137	0,337	0,831	0,047	0,038	0,086	0,000
Összesen				0,863		0,314	0,109	0,423	
1	1	0,819	0,114	0,181	0,909	0,131	0,019	0,150	0,000
2	2	0,615	0,105	0,204	0,898	0,112	0,019	0,131	0,000
3	3	0,375	0,094	0,240	0,880	0,085	0,020	0,105	0,000
4	4	0,086	0,086	0,288	0,856	0,036	0,021	0,057	0,000
Összesen				0,914		0,363	0,079	0,443	
1	1	0,856	0,087	0,144	0,928	0,113	0,012	0,124	0,000
2	2	0,698	0,081	0,158	0,921	0,101	0,012	0,113	0,000
3	3	0,521	0,075	0,177	0,912	0,086	0,012	0,098	0,000
4	4	0,313	0,067	0,208	0,896	0,065	0,012	0,078	0,000
5	5	0,061	0,061	0,252	0,874	0,028	0,013	0,041	0,000
Összesen				0,939		0,393	0,061	0,454	
Összesen (8 vállalat)				0,971		0,436	0,035	0,472	
Összesen (∞ vállalat)				1,000		0,500	0,000	0,500	

A5: Egyensúly két versenyző vállalat között, minden vállalat több osztályt kínál

Vállalat	i	Érték v_{i-1}	Ár $\hat{p}_i$	Mennyiség q_i	Minőség σ_i	Fogyasztói többség CS_i	Profit π_i	Összes többség TS_i	MR
1	1	0,577	0,577	0,423	0,789	0,070	0,192	0,263	0,000
1	1	0,653	0,266	0,347	0,826	0,161	0,076	0,237	0,000
2	2	0,254	0,254	0,399	0,801	0,064	0,081	0,145	0,000
Összesen				0,746		0,224	0,158	0,382	
1	1	0,733	0,247	0,267	0,867	0,143	0,057	0,200	0,000
2	2	0,341	0,209	0,392	0,804	0,103	0,066	0,169	0,000
1	3	0,178	0,178	0,163	0,651	0,009	0,019	0,028	0,000
Összesen				0,822		0,255	0,142	0,397	
1	1	0,749	0,242	0,251	0,875	0,139	0,053	0,192	0,000
2	2	0,347	0,194	0,402	0,799	0,114	0,062	0,176	0,000
1	3	0,228	0,170	0,119	0,690	0,010	0,014	0,024	0,000
1	4	0,161	0,161	0,067	0,597	0,001	0,006	0,008	0,000
Összesen				0,839		0,263	0,136	0,399	
1	1	0,753	0,241	0,247	0,877	0,138	0,052	0,190	0,000
2	2	0,346	0,190	0,407	0,796	0,117	0,062	0,178	0,000
1	3	0,234	0,167	0,112	0,697	0,010	0,013	0,023	0,000
1	4	0,185	0,159	0,048	0,617	0,002	0,005	0,006	0,000
1	5	0,157	0,157	0,028	0,579	0,000	0,003	0,003	0,000
Összesen				0,843		0,266	0,134	0,400	
1	1	0,754	0,241	0,246	0,877	0,137	0,052	0,189	0,000
2	2	0,345	0,188	0,409	0,795	0,118	0,061	0,179	0,000
1	3	0,234	0,167	0,111	0,698	0,009	0,013	0,022	0,000
1	4	0,187	0,158	0,047	0,620	0,002	0,005	0,006	0,000
1	5	0,167	0,156	0,020	0,586	0,000	0,002	0,002	0,000
1	6	0,156	0,156	0,011	0,571	0,000	0,001	0,001	0,000
Összesen				0,844		0,266	0,134	0,400	

TÁBLÁZATOK ÉS ÁBRÁK: B SOROZAT

NORMÁLIS ELOSZLÁSÚ KÍNÁLAT

B1: Hatékony elosztás kényszerrel

Elsőbbségi osztály i	Érték v_{i-1}	Ár $\hat{p}_i$	Mennyiség q_i	Minőség w_i	Fogyasztói többlet CS_i	Profit π_i	Összes többlet TS_i	ME
1	0,000	0,000	1,000	0,805	0,402	0,000	0,402	0,152
1	0,429	0,118	0,571	0,013	0,311	0,062	0,372	0,000
2	0,000	0,000	0,429	0,662	0,061	0,000	0,061	0,035
Összesen			1,000		0,372	0,062	0,433	
1	0,589	0,143	0,411	0,939	0,252	0,055	0,307	0,000
2	0,279	0,068	0,310	0,803	0,091	0,017	0,108	0,000
3	0,000	0,000	0,279	0,608	0,024	0,000	0,024	0,015
Összesen			1,000		0,366	0,072	0,438	
1	0,677	0,153	0,323	0,050	0,210	0,047	0,257	0,000
2	0,428	0,100	0,249	0,863	0,097	0,022	0,119	0,000
3	0,208	0,044	0,220	0,736	0,044	0,007	0,051	0,000
4	0,000	0,000	0,208	0,582	0,013	0,000	0,013	0,009
Összesen			1,000		0,365	0,076	0,440	
Összesen (∞ osztály)			1,000		0,3623	0,0802	0,4425	

B2: Hatékony elosztás kényszer nélkül

Elsőbbségi osztály i	Érték v_{i-1}	Ár $\hat{p}_i$	Mennyiség q_i	Minőség w_i	Fogyasztói többlet CS_i	Profit π_i	Összes többlet TS_i	ME
1	0,155	0,155	0,845	0,849	0,303	0,111	0,415	0,000
1	0,460	0,155	0,540	0,918	0,285	0,077	0,362	0,000
2	0,055	0,055	0,405	0,692	0,057	0,015	0,072	0,000
Összesen			0,945		0,342	0,092	0,434	
1	0,600	0,159	0,400	0,940	0,241	0,060	0,301	0,000
2	0,297	0,089	0,303	0,812	0,088	0,022	0,110	0,000
3	0,027	0,027	0,270	0,626	0,023	0,005	0,027	0,000
Összesen			0,973		0,352	0,086	0,439	
1	0,683	0,163	0,317	0,951	0,204	0,049	0,254	0,000
2	0,438	0,112	0,245	0,867	0,095	0,024	0,119	0,000
3	0,223	0,058	0,215	0,744	0,044	0,009	0,053	0,000
4	0,017	0,017	0,206	0,594	0,013	0,002	0,015	0,000
Összesen			0,983		0,356	0,084	0,440	
Összesen (∞ osztály)			1,000		0,3623	0,0802	0,4425	

B3: Elosztás monopólium esetén

Elsőbbségi osztály i	Érték v_{i-1}	Ár $\hat{p}_i$	Mennyiség q_i	Minőség w_i	Fogyasztói többlet CS_i	Profit π_i	Összes többlet TS_i	MR
1	0,522	0,522	0,478	0,929	0,106	0,232	0,338	0,000
1	0,657	0,515	0,343	0,948	0,102	0,168	0,270	0,000
2	0,503	0,503	0,154	0,876	0,010	0,068	0,078	0,000
Összesen			0,497		0,112	0,235	0,348	
1	0,677	0,514	0,323	0,950	0,100	0,158	0,257	0,000
2	0,563	0,503	0,114	0,892	0,012	0,051	0,063	0,000
3	0,500	0,500	0,062	0,856	0,002	0,027	0,028	0,001
Összesen			0,500		0,113	0,236	0,349	
1	0,680	0,513	0,320	0,951	0,099	0,156	0,255	0,000
2	0,572	0,503	0,108	0,894	0,012	0,049	0,061	0,000
3	0,534	0,501	0,038	0,866	0,002	0,017	0,018	0,002
4	0,500	0,500	0,034	0,849	0,000	0,014	0,015	0,002
Összesen			0,500		0,113	0,236	0,349	
Összesen (∞ osztály)			0,500		0,1129	0,2369	0,3497	

B4a: Egyensúly N számú versenyző vállalat között, minden vállalat kínálatának eloszlása $N(1/N, 0,5N)$

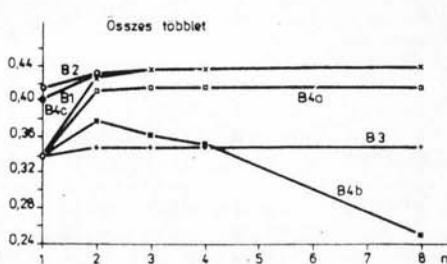
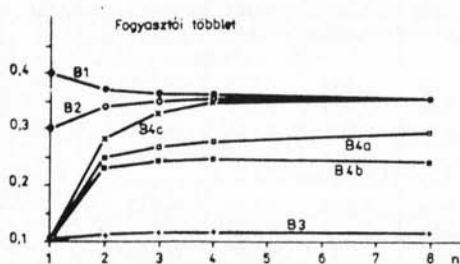
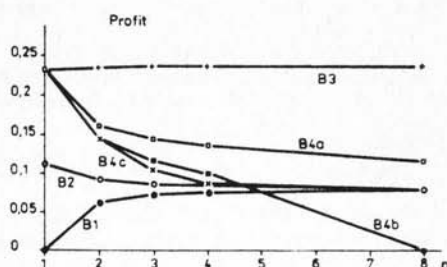
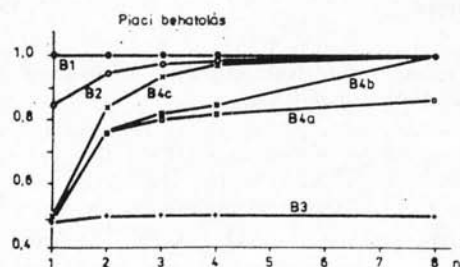
Vállalat	i	Érték v_{i-1}	Ár $\hat{p}_i$	Mennyiség q_i	Minőség w_i	Fogyasztói többlet CS_i	Profit π_i	Összes többlet TS_i	MR
1	1	0,522	0,522	0,478	0,929	0,106	0,232	0,338	0,000
1	1	0,642	0,249	0,358	0,882	0,181	0,079	0,259	0,000
2	2	0,239	0,239	0,403	0,860	0,070	0,083	0,152	0,000
Összesen				0,761		0,251	0,161	0,412	
1	1	0,765	0,224	0,235	0,884	0,137	0,046	0,183	0,000
2	2	0,502	0,211	0,263	0,864	0,096	0,048	0,144	0,000
3	3	0,200	0,200	0,303	0,832	0,038	0,050	0,088	0,000
Összesen				0,800		0,271	0,145	0,416	
1	1	0,824	0,211	0,176	0,885	0,109	0,033	0,142	0,000
2	2	0,634	0,202	0,190	0,871	0,087	0,033	0,121	0,000
3	3	0,424	0,191	0,211	0,850	0,060	0,034	0,095	0,000
4	4	0,181	0,181	0,243	0,813	0,024	0,036	0,060	0,000
Összesen				0,819		0,281	0,136	0,417	
Összesen (16 vállalat)				0,866		0,302	0,117	0,419	

B4b: Egyensúly N számú versenyző vállalat között, minden vállalat kínálatának eloszlása $N(1/N, 0,5/\sqrt{N})$

Vállalat	i	Érték v_{i-1}	Ár $\hat{p}_i$	Mennyiség q_i	Minőség w_i	Fogyasztói többlet CS_i	Profit π_i	Összes többlet TS_i	MR
1	1	0,522	0,522	0,478	0,929	0,106	0,232	0,338	0,000
1	1	0,640	0,244	0,360	0,807	0,167	0,071	0,238	0,000
2	2	0,233	0,233	0,407	0,787	0,065	0,075	0,140	0,000
Összesen				0,767		0,233	0,146	0,378	
1	1	0,766	0,208	0,234	0,767	0,121	0,037	0,159	0,000
2	2	0,497	0,192	0,269	0,747	0,088	0,039	0,127	0,000
3	3	0,180	0,180	0,317	0,718	0,036	0,041	0,077	0,000
Összesen				0,820		0,246	0,117	0,362	
1	1	0,826	0,185	0,174	0,738	0,094	0,024	0,118	0,000
2	2	0,633	0,174	0,193	0,726	0,078	0,024	0,102	0,000
3	3	0,412	0,161	0,220	0,706	0,056	0,025	0,081	0,000
4	4	0,150	0,150	0,262	0,675	0,023	0,027	0,050	0,000
Összesen				0,850		0,251	0,100	0,351	
Összesen (∞ vállalat)				1,000		0,250	0,000	0,250	

B4c: Egyensúly N számú versenyző vállalat között, a vállalatok az $N(1, 0,5)$ eloszlású összevont kínálatból részesednek

Vállalat	i	Érték v_{i-1}	Ár $\hat{p}_i$	Mennyiség q_i	Minőség w_i	Fogyasztói többlet CS_i	Profit π_i	Összes többlet TS_i	MR
1	1	0,522	0,522	0,478	0,929	0,106	0,232	0,338	0,000
1	1	0,507	0,228	0,493	0,926	0,240	0,104	0,344	0,000
2	2	0,159	0,159	0,349	0,743	0,045	0,041	0,086	0,000
Összesen				0,841		0,285	0,145	0,430	
1	1	0,558	0,175	0,442	0,934	0,249	0,072	0,322	0,000
2	2	0,238	0,101	0,319	0,783	0,074	0,025	0,100	0,000
3	3	0,065	0,065	0,174	0,619	0,009	0,007	0,016	0,000
Összesen				0,935		0,333	0,105	0,438	
1	1	0,575	0,155	0,425	0,937	0,252	0,062	0,314	0,000
2	2	0,290	0,085	0,284	0,803	0,079	0,019	0,099	0,000
3	3	0,122	0,040	0,169	0,659	0,018	0,004	0,023	0,000
4	4	0,025	0,025	0,096	0,558	0,003	0,001	0,004	0,000
Összesen				0,975		0,353	0,087	0,439	
Összesen (∞ vállalat)				1,000		0,3623	0,0802	0,4425	



„B” ábra

B5b: Egyensúly két versenyző vállalat között, minden vállalat több osztályt kínál, minden kínálat $N(1/2, 0.5/\sqrt{2})$ eloszlású

Vállalat	i	Érték v_{i-1}	$\hat{\lambda}_i$ $\hat{p}_i$	Mennyiség q_i	Minőség π_i	Fogyasztói többlet CS_i	Profit π_i	Összes többlet TS_i	MR
1	1	0,640	0,244	0,360	0,807	0,167	0,071	0,238	0,000
2	2	0,233	0,233	0,407	0,787	0,065	0,075	0,140	0,000
Összesen				0,767		0,232	0,146	0,378	
1	1	0,714	0,220	0,286	0,837	0,153	0,053	0,205	0,000
2	2	0,314	0,190	0,400	0,790	0,102	0,060	0,162	0,000
1	3	0,164	0,164	0,150	0,652	0,007	0,016	0,023	0,000
Összesen				0,836		0,262	0,129	0,391	
1	1	0,731	0,215	0,269	0,844	0,148	0,049	0,197	0,000
2	2	0,321	0,177	0,410	0,785	0,112	0,057	0,169	
1	3	0,210	0,157	0,111	0,689	0,008	0,012	0,020	0,000
1	4	0,149	0,149	0,061	0,600	0,001	0,005	0,007	0,000
Összesen				0,851		0,269	0,123	0,393	
1	1	0,735	0,214	0,265	0,845	0,146	0,048	0,194	0,000
2	2	0,320	0,173	0,415	0,783	0,115	0,056	0,171	0,000
1	3	0,215	0,155	0,105	0,697	0,008	0,011	0,020	0,000
1	4	0,171	0,147	0,044	0,620	0,001	0,004	0,005	0,000
1	5	0,146	0,146	0,026	0,582	0,000	0,002	0,002	0,000
Összesen				0,854		0,271	0,122	0,393	
1	1	0,736	0,214	0,264	0,845	0,146	0,048	0,194	0,000
2	2	0,319	0,172	0,417	0,782	0,116	0,056	0,172	0,000
1	3	0,215	0,154	0,104	0,698	0,008	0,011	0,019	0,000
1	4	0,173	0,147	0,042	0,623	0,001	0,004	0,005	0,000
1	5	0,157	0,145	0,017	0,592	0,000	0,001	0,002	0,001
1	6	0,145	0,145	0,011	0,576	0,000	0,001	0,001	0,000
Összesen				0,855		0,272	0,121	0,393	

B5c: Egyensúly két vállalat között, minden vállalatnak több elsőbbsége van, a vállalatok az $N(1, 0,5)$ eloszlású kínálatból részesednek

Vállalat	i	Érték v_{i-1}	Ár p_i	Mennyiség q_i	Minőség w_i	Fogyasztói többlet CS_i	Profit π_i	Összes többlet TS_i	MR
1	1	0,522	0,522	0,478	0,929	0,106	0,232	0,338	0,000
1	1	0,507	0,228	0,493	0,926	0,240	0,104	0,344	0,000
2	2	0,159	0,159	0,349	0,743	0,045	0,041	0,086	0,000
Összesen				0,841		0,285	0,145	0,430	
1	1	0,489	0,197	0,511	0,923	0,258	0,093	0,351	0,000
2	2	0,244	0,137	0,245	0,766	0,043	0,026	0,069	0,000
2	3	0,116	0,116	0,128	0,640	0,005	0,010	0,015	0,000
Összesen				0,884		0,307	0,128	0,435	
1	1	0,563	0,205	0,437	0,935	0,235	0,084	0,319	0,000
2	2	0,157	0,122	0,406	0,758	0,073	0,038	0,111	0,000
1	3	0,113	0,113	0,044	0,607	0,001	0,003	0,004	0,000
Összesen				0,887		0,309	0,125	0,434	
1	1	0,648	0,229	0,352	0,947	0,198	0,076	0,275	0,000
1	2	0,464	0,189	0,184	0,866	0,059	0,030	0,089	0,000
2	3	0,134	0,134	0,330	0,722	0,039	0,032	0,071	0,000
Összesen				0,866		0,296	0,138	0,434	
1	1	0,642	0,201	0,358	0,946	0,210	0,068	0,278	0,000
1	2	0,433	0,155	0,210	0,857	0,069	0,028	0,097	0,000
2	3	0,209	0,110	0,223	0,738	0,035	0,018	0,053	0,000
2	4	0,090	0,090	0,119	0,618	0,004	0,007	0,011	0,000
Összesen				0,910		0,318	0,120	0,438	
1	1	0,574	0,167	0,426	0,937	0,248	0,066	0,314	0,000
2	2	0,271	0,095	0,303	0,797	0,079	0,023	0,102	0,000
1	3	0,146	0,059	0,125	0,661	0,012	0,005	0,017	0,000
2	4	0,046	0,046	0,100	0,576	0,003	0,003	0,006	0,000
Összesen				0,954		0,342	0,097	0,439	
1	1	0,550	0,164	0,450	0,933	0,256	0,069	0,325	0,000
2	2	0,296	0,099	0,254	0,799	0,066	0,020	0,086	0,000
2	3	0,107	0,056	0,189	0,656	0,018	0,007	0,025	0,000
1	4	0,048	0,048	0,059	0,561	0,001	0,002	0,003	0,000
Összesen				0,952		0,341	0,098	0,439	

EFFICIENT AND COMPETITIVE RATIONING VIA PRIORITY SERVICE

In several industries, spot markets could (in principle) achieve efficient rationing of scarce supplies, but in fact spot markets are difficult or expensive to organize. "Priority service" is the name given to schemes that allocate supplies according to contingent forward contracts purchased in advance by customers. These contracts specify each customer's priority, or rank order, in receiving service. In many cases, priority service can achieve most of the efficiency gains attributed to spot markets. Such schemes are prominent in capital-intensive industries subject to random peakloads (power, communications, transport), as well as in various service and make-to-order industries. This paper describes the role of priority service and outlines a basic theoretical model. We then examine how priority services can be offered by public enterprises and by profit-maximizing monopolistic and competitive firms. We study the incentives for firms to offer such services by considering numerical examples.

ЭФФЕКТИВНОЕ И КОМПЕТИТИВНОЕ РАЦИОНИРОВАНИЕ
С ПОМОЩЬЮ ПРИОРИТЕТНОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

В ряде отраслей рынки наличного товара могут (в принципе) обеспечить эффективное рacionamento ограниченного предложения, однако в действительности организация этого вызывает трудности и требует затрат. Обслуживанием с приоритетом мы называем такую систему, которая распределяет предложение на основании заключенных потребителями договоров с предварительным определением сроков. Эти договоры определяют преимущества или очередность каждого потребителя с точки зрения обслуживания. Во многих случаях приоритетное обслуживание также может обеспечить большую часть прироста эффективности, приписываемого рынкам наличного товара. Эти системы важны в таких капиталоемких отраслях, в которых имеют место пиковые нагрузки (энергетика, транспорт, связь), а также различные обслуживающие отрасли и отрасли, работающие по заказам. В статье определяется роль приоритетного обслуживания и приводится базисная основная модель. Затем рассматривается то, как могут предлагать приоритетное обслуживание предприятия коммунальных услуг, а также монополии с максимизацией прибыли и предприятия, участвующие в конкуренции. На числовых примерах показываются те стимулы, которые могут побудить предприятия к предложению такого обслуживания.

A termésátlag ingadozása: a törvényszerűségek matematikai elemzése

Bevezetés

A termésátlag ingadozásának és a hozzá kapcsolódó bizonytalanságnak a figyelembe vétele a gazdasági tervezés és irányítás fontos kérdése, ezért is foglalkoznak világszerte — sokféle módszert alkalmazva — ennek vizsgálatával, törvényszerűségeinek feltárásával.

A matematikai modellezési módszerek a hozamot többé-kevésbé véletlen mennyiségnek, valószínűségi változónak tekintik, és különböző modellek segítségével az adott adattömegben rejlő törvényszerűségek feltárására törekszenek. Ilyen irányú vizsgálatokat végeztek a [4—13] munkák is. A Markov-láncok alkalmazásával [10] már nemcsak a hozamok várható alakulása, eloszlása, hanem annak struktúrája és az egyes hozamkategóriák belső változásainak dinamikája is modellezhetővé vált. A modellezésben további fejlődést jelentett az átmenetvalószínűségek időbeli állandóságának, a homogenitás feltételeinek feloldása, és az átmenetvalószínűségi mátrix változásainak magyarázó változók függvényével történő becslése [3, 7, 10].

Ez a dolgozat továbbfejleszti az átmenetvalószínűségek változását vizsgáló modellt, speciális eseteként a régi modellt is megkapjuk. A módosítás lényege, hogy a fuzzy elmélet fogalmaival a hozamváltozás folytonos jellegét a termelőegységek osztályok közti mozgásának modellezésében az eddigieknél jobban figyelembe tudjuk venni. Elsősorban a matematikai háttérrel kívánunk foglalkozni, és csak röviden térünk ki konkrét számítások ismertetésére. Az eredmények elemzése és a közgazdasági következtetések levonása a kutatásban részt vevő közgazdász és mezőgazdász kollégák feladata.¹

Ezúton mondunk köszönetet *Sebestyén Józsefnek*, aki ezt a kutatási irányt sok évvel ezelőtt elindította, azóta is összefogta, irányította és a folytonos előrelépést segítette.

1. Fuzzy szemléletmód

A bizonytalan, elmosódott határú, pontatlanul „definiált” halmazokat a köznapni szóhasználat nagyon jól ismeri és használja, például amikor „idős” emberekről, „élenjáró” termelőkről, „hatékonyan” dolgozókról stb. van szó. Valóban, ezek a tulajdonságok egy-egy adott összesség, alaphalmaz (embercsoport, termelőegységek) nem minden elemére egyértelműek, sőt, nem is egyértelműsíthetők. Ez a legtöbb esetben így van [17]. A leggyakrabban mégis

¹ Időközben elkészült egy részletesebb, eredményeket elemző-összefoglaló kutatási jelentés [18].

belekényszerítjük a dolgokat hagyományos halmazokba, például úgy, hogy kiválasztunk egyértelműen eldönthetőnek tartott tulajdonságokat, vagy — mérhető mennyiségek esetén — önkényes határértékekkel döntjük el, hogy mi legyen az alacsony, a közepes vagy éppen a magas érték.

Természetesen tudjuk, hogy ez a hagyományos logikai gondolkodásmódnak megfelelő eljárás nem igazán helyes. Ezért elemzésekben, vizsgálatokban egyre gyakrabban találkozni a fordított megközelítéssel: az összesség elemeinek hasonlósága, illetve különbözősége alapján képzett csoportokat próbálják meg több-kevesebb sikerrel azonosítani vagy elnevezni (clusteranalízis).

A fuzzy szemléletmód ettől alapvetően eltér. Azt vizsgálja, hogy egy bizonyos, „pontatlanságot” is magában hordozó tulajdonságscsoport mennyire igaz az alaphalmaz elemeire nézve. Ezt egy ún. tartalmazási függvényen (membership function, Zugehörigkeitsfunktion) keresztül adja meg. A függvényérték azt jelzi, hogy az adott elem mennyire tartozik az adott tulajdonságscsoport által csak bizonytalanul körvonalazott összességhez, „halmazhoz”. Ezt a halmazhoz tartozási értéket általában szakértői vélemények alakítják, így bár ez is szubjektív, mégis a valóság árnyaltabb visszatükrözésére képes. Például az alábbi tartalmazási függvényrel a „magas kukoricahozamú gazdaságok” halmazát tudjuk jellemezni: az x t/ha-os hozamot elért gazdaság

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & x < 8 \\ (x - 8)/2 & 8 \leq x \leq 10 \\ 1 & 10 < x \end{cases}$$

értékkel tartozik ebbe a csoportba.

Az átmenetvalószínűség fogalmára építve tanulmányozhatjuk egy rendszer átmeneteit előre meghatározott állapotai közt és az így visszatükrözött struktúraváltozásokat. Ehhez csupán az állapotok meghatározása, valamint az egyes időpontokhoz tartozó állapot- és átmenetvalószínűségek megadása (számszerűsítése) szükséges. Ezért a mezőgazdasági termelőegységeknek a hagyományos „től-ig” hozamkategóriák közti mozgását különösebb matematikai-módszertani nehézség nélkül vizsgálhatjuk. Korábbi számításainknál ([7, 10, 12]) a matematikai feladat az volt, hogy meg kellett teremteni az átmenetvalószínűségi mátrix-sorozat függvényközelítésének és előrejelzésének a lehetőségét. Ezt a 3. pontban ismertetjük.

A fuzzy elmélet alapján érzékenyebb, valósághoz hívebb modelleket készíthetünk, esetünkben a termésátlag *folytonos* változását visszatükrözni képes, véges „állapottér” (fuzzy partíció) vezethető be. Ez pedig mind az átmenetek, mind a struktúraváltozás pontosabb leírását teszi lehetővé. Ezzel a metodikával a klasszikus intervallumosztályokon belüli, tehát eddig érzékelhetetlen termésátlag-ingadozásokat is változásként, átmenetként kezelhetjük; míg a kicsiny, de hagyományos osztályhatárt átlépő, tehát eddig átmenetként érzékelt változásokat a nekik megfelelő jóval kisebb mértékben vehetjük figyelembe.

A továbbiakban először áttekintjük a szükséges fuzzy fogalmakat és tulajdonságait, a szükséges valószínűségszámítási fogalmak megfelelő általánosításait, a fuzzy állapotok közti átmenetek értelmezését, valamint egy sztochasztikus mátrix-sorozat függvényközelítésére alkalmas eljárást. Ezután a búza- és kukoricahozam alakulásának vizsgálatára felállított konkrét modellekkel foglalkozunk, végül pedig az ezekből nyerhető eredményekről szólunk.

2. Fuzzy alapfogalmak, tulajdonságok

2.1. Fuzzy halmazok, műveletek

A fuzzy halmaz fogalma a klasszikus halmaz fogalmának általánosítása a karakterisztikus függvény $\{0, 1\}$ értékkészletének kibővítése által. A fogalmat ZADEH [16] vezette be és a rá épülő matematikai elmélet nagyon szerteágazó (ld. például [1]). [14] bevezető jellegű összefoglalást tartalmaz.

Legyen X egy tetszőleges alaphalmaz. Az $A \subset X$ részhalmaz karakterisztikus függvénye, $\chi_A: X \rightarrow \{0, 1\}$,

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{ha } x \in A \cap X \\ 0 & \text{ha } x \in \bar{A} \cap X. \end{cases}$$

X hagyományos részhalmazainak halmazát $\mathfrak{S}(X)$ fogja jelölni. Ezeket éles határú halmazoknak is nevezzük.

Definíció: A X alaphalmaz A fuzzy részhalmaza alatt az

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X, \mu_A: X \rightarrow [0, 1]\}$$

halmazt értjük, ahol μ_A adott függvény. μ_A -t tartalmazási függvénynek nevezzük. Az X halmaz fuzzy részhalmazainak halmazát $\bar{\mathfrak{S}}(X)$ -el jelöljük. $A, B \in \bar{\mathfrak{S}}(X)$ fuzzy halmazok esetén azt mondjuk, hogy az A része a B -nek ($A \subseteq B$), ha $\mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad \forall x \in X$.

Nyilvánvaló, hogy az $A \in \bar{\mathfrak{S}}(X)$ fuzzy halmaz, valamint a μ_A tartalmazási függvény egymást kölcsönösen feltételezi és meghatározza. Ezért igen gyakran csak a tartalmazási függvényekkel dolgozunk.

A hagyományos $A \in \mathfrak{S}(X)$ részhalmazok karakterisztikus függvényei természetesen tartalmazási függvénynek is felfoghatóak és a hagyományos halmazok azonosíthatóak a $\{(x, \chi_A(x)) \mid x \in X\}$ -típusú fuzzy halmazokkal. Ennek megfelelően az alaptér és az üres halmaz mindig fuzzy halmaz is, $X, \emptyset \in \bar{\mathfrak{S}}(X)$ és tartalmazási függvényük:

$$\mu_X(x) = \chi_X(x) = 1; \mu_\emptyset(x) = \chi_\emptyset(x) = 0 \quad \forall x \in X.$$

Gyakorlati feladatban sokszor előfordulhat, hogy valódi, éles határú részhalmazból kiindulva képezünk fuzzy halmazt. Ekkor az eredeti részhalmaz elbizonytalanításáról, az éles határ elmosásáról, fuzzysításról beszélhetünk.

Definíció: Azt mondjuk, hogy a $B \in \bar{\mathfrak{S}}(X)$ fuzzy halmaz az $A \in \mathfrak{S}(X)$ valódi részhalmaz fuzzysítása, ha

$$\sup_{x \in A} \mu_B(x) = 1, \quad \inf_{x \notin A} \mu_B(x) = 0,$$

továbbá

$$\inf_{x \in A} \mu_B(x) \geq \sup_{x \notin A} \mu_B(x).$$

Véges X alaphalmaz esetén ez azt jelenti, hogy $\exists x \in A$, melyre $\mu_B(x) = 1$ és $\exists z \notin A$, melyre $\mu_B(z) = 0$, valamint az A -hoz tartozó elemek legalábbakkora tartalmazási függvényértékkel bírnak, mint bármelyik A -hoz nem tartozó elem.

Könnyen belátható, hogy egy adott $A \in \mathfrak{S}(X)$ halmaznak általában végtelen sok fuzzysítása lehet, illetve egy fuzzy halmaz általában végtelen sok halmaz fuzzysításának is tekinthető.

A fuzzy halmazműveletek bevezetése úgy célszerű, hogy a klasszikus halmazokat a karakterisztikus függvényükkel véve figyelembe, a műveletek eredménye egybeessen a hagyományos halmazműveletek eredményével.

Egyszerűen látható, hogy $A, B \in \mathfrak{S}(X)$ esetén

$$\begin{aligned}\chi_{A \cup B} &= \max(\chi_A, \chi_B) = \chi_A + \chi_B - \chi_A \cdot \chi_B = \min(1, \chi_A + \chi_B); \\ \chi_{A \cap B} &= \min(\chi_A, \chi_B) = \chi_A \cdot \chi_B = \max(0, \chi_A + \chi_B - 1)\end{aligned}$$

továbbá, ha $A \in \mathfrak{S}(X)$, akkor

$$\chi_{\bar{A}} = 1 - \chi_A,$$

ezért az $A, B \in \mathfrak{S}(X)$ fuzzy halmazok egyesítéseként a

$$(1) \quad \mu_{A \cup B} = \max(\mu_A, \mu_B) \quad \text{„unió”,}$$

$$(2) \quad \mu_{A+B} = \mu_A + \mu_B - \mu_A \cdot \mu_B \quad \text{„összeg”,}$$

$$(3) \quad \mu_{A \dot{\cup} B} = \min(1, \mu_A + \mu_B) \quad \text{„korlátos összeg”}$$

tartalmazási függvénnyel definiált fuzzy halmazok ($A \cup B, A + B, A \dot{\cup} B \in \mathfrak{S}(X)$), illetve az $\cup, +, \dot{\cup}$ műveletek, közös részként a

$$(4) \quad \mu_{A \cap B} = \min(\mu_A, \mu_B) \quad \text{„metszet”,}$$

$$(5) \quad \mu_{AB} = \mu_A \cdot \mu_B \quad \text{„szorzat”,}$$

$$(6) \quad \mu_{A \dot{\cap} B} = \max(0, \mu_A + \mu_B - 1) \quad \text{„korlátos metszet”,}$$

az $A \in \mathfrak{S}(X)$ komplementereként a

$$(7) \quad \mu_{\bar{A}} = 1 - \mu_A$$

műveletek adódnak „természetes” általánosításként. A fentiek egyszerű következménye, hogy $A, B \in \mathfrak{S}(X)$ -re

$$(8) \quad \mu_A + \mu_B = \mu_{A \cup B} + \mu_{A \cap B} = \mu_{A+B} + \mu_{AB} = \mu_{A \dot{\cup} B} + \mu_{A \dot{\cap} B};$$

valamint

$$(9) \quad \emptyset \subseteq A \dot{\cap} B \subseteq AB \subseteq A \cap B \subseteq A \cup B \subseteq A + B \subseteq A \dot{\cup} B \subseteq X.$$

A fenti általánosítások közül a (7) mellett akár az (1), (4), akár a (2), (5), akár a (3), (6) eleget tesz a *De Morgan* szabályoknak. Az elég általánosan használt (1), (4), (7) művelethármaszt inkább „halmazelméleti kiterjesztésnek” tekinthetjük, mivel a legtöbb hagyományos halmazművelet-tulajdonság megtartására törekszik. A (2), (5), (7) művelethármaszt inkább „valószínűségi számítási kiterjesztés”, mivel itt ugyan több halmazelméleti azonosság érvényét veszti (pl. disztributivitás), de mint látni fogjuk a valószínűségelméleti fogalmak fuzzy általánosításánál ez a művelethármas tűnik természetesnek.

2.2. Fuzzy esemény, fuzzy események valószínűsége

SMETS [15]-ben a fuzzy események, valószínűségek kérdéskörének egyik lehetséges, axiomatikus felépítését tárgyalja. Ennek alapján, valamint a feladatunk megoldása érdekében bevezetendő valószínűségyszámítási fogalmak miatt, a korábban tárgyalt műveletek közül a (2), (5), (7) művelethármassal fogunk dolgozni.

Az említett cikkben Smets azt is megmutatta, hogy a valószínűségi szempontból elvárható összefüggések teljesítése érdekében az alábbi, szintén Zadeh által javasolt fogalmat célszerű használni:

Definíció: Legyen $(X, \mathfrak{B}, P)$ egy mértéktér. Az $A \in \bar{\mathfrak{S}}(X)$ fuzzy halmaz fuzzy esemény, ha a μ_A tartalmazási függvény mérhető, azaz $\forall y \in [0, 1]$ -re $\{x \mid \mu_A(x) \in [0, y)\} \in \mathfrak{B}$.

Az A fuzzy esemény valószínűségét a

$$(10) \quad P(A) = \int_X \mu_A dP$$

formula adja meg, ahol P valószínűségi mérték.

Megjegyezzük, hogy μ_A ekkor egy $(X, \mathfrak{B}, P)$ -n értelmezett valószínűségi változónak is felfogható, $P(A)$ ekkor ennek a várható értéke (ami létezik, mert $0 \leq \mu_A \leq 1$). Ezért, ha $x_i \in X$ ($i = 1, \dots, m$) független kísérleti eredmények, akkor a fuzzy esemény valószínűségét a

$$(11) \quad P(A) = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mu_A(x_i) = E(\mu_A)$$

egyenlőség alapján becsülhetjük.

A továbbiakban rögzítsük az $(X, \mathfrak{B}, P)$ mértékteret. Az $A, B \in \bar{\mathfrak{S}}(X)$ fuzzy eseményekre könnyű belátni, hogy

$$(12) \quad 0 \leq P(A) \leq 1; \quad P(X) = 1;$$

$$(13) \quad P(A) + P(B) = P(A + B) + P(AB).$$

Definíció: Az $A_i \in \bar{\mathfrak{S}}(X)$ ($i = 1, \dots, m$) fuzzy halmazrendszert fuzzy partíciónak nevezzük, ha

$$(14) \quad \sum_{i=1}^m \mu_{A_i}(x) = 1 \quad (\forall x \in X).$$

Ez a fogalom a teljes eseményrendszer megfelelője, (14) pedig az ott érvényes $\chi_{A_1} + \dots + \chi_{A_m} \equiv 1$ azonosság megfelelője. A definíció következménye, hogy $B \in \bar{\mathfrak{S}}(X)$ -re

$$(15) \quad P(B) = P(BA_1) + P(BA_2) + \dots + P(BA_m).$$

Definíció: Azt mondjuk, hogy az $A, B \in \bar{\mathfrak{S}}(X)$ fuzzy események függetlenek, ha

$$(16) \quad P(AB) = P(A) \cdot P(B).$$

Az A fuzzy esemény feltételes valószínűségét a B fuzzy esemény, mint feltétel mellett a

$$(17) \quad P(A|B) = P(AB)/P(B)$$

egyenlőség definiálja, feltéve, hogy $P(B) > 0$.

Egyszerűen belátható, hogy ekkor $0 \leq P(A|B) \leq 1$; $P(X|B) = 1$; $P(B|X) = P(B)$; valamint ha A, B független, akkor $P(A|B) = P(A)$. (15) és (17) egyszerű következménye, hogy fuzzy partíció esetén

$$(18) \quad P(A_1|B) + P(A_2|B) + \dots + P(A_m|B) = 1.$$

Speciálisan tehát $P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$ is igaz.

2.3. Átmenetek fuzzy állapotok között

Legyen $\{\xi_t | t \in T\}$ egy $(X, \mathfrak{B}, P)$ -n értelmezett sztochasztikus folyamat. A folyamat lehetséges fuzzy állapotai alatt a valós számtest azon fuzzy részhalmazait értjük, melyeknek tartalmazási függvénye Borel-mérhető. Ha $A \in \bar{\mathfrak{B}}(R)$ fuzzy állapot, akkor azt a $\{\xi_t \in A\}$ -val jelölt fuzzy eseményt, amelyre $\{\xi_t \in A\} \in \bar{\mathfrak{B}}(X)$,

$$\mu_{\{\xi_t \in A\}}(x) = \mu_A(\xi_t(x)) \in [0, 1] \quad (\forall x \in X)$$

a „ ξ_t folyamat az A fuzzy állapotban van” kijelentéssel azonosíthatjuk.

A folyamat r időpontbeli A fuzzy állapotból az s időpontbeli B fuzzy állapotba való átmenete (17) alapján a $P(\{\xi_s \in B\} | \{\xi_r \in A\})$ feltételes valószínűséggel jellemezhető ($r, s \in T$).

Jelölje R_0 a folyamat lehetséges értékeinek halmazát, azaz legyen

$$R_0 = \bigcup_{t \in T} \xi_t(X).$$

Könnyen látható, hogy ha az $A_i \in \bar{\mathfrak{B}}(R)$ ($i = 1, \dots, N$) fuzzy állapotok R_0 fuzzy partícióját adják meg, akkor a $\{\xi_t \in A_i\} \in \bar{\mathfrak{B}}(X)$ ($i = 1, \dots, N$) fuzzy események az X alaptér fuzzy partícióját alkotják, valamint (18) alapján

$$(19) \quad \sum_{j=1}^N P(\{\xi_s \in A_j\} | \{\xi_r \in A_i\}) = 1.$$

Tehát az átmenetek jellemzésére szolgáló

$$(20) \quad p_{ij}^{(r,s)} = P(\{\xi_s \in A_j\} | \{\xi_r \in A_i\}) \quad (i, j = 1, \dots, N)$$

átmenetvalószínűségek egy

$$(21) \quad \mathbf{P}^{(r,s)} = (p_{ij}^{(r,s)})_{i,j=1,\dots,N}$$

sztochasztikus mátrixba foglalhatók, éppúgy, mint a hagyományos események közöttiek. Bevezetve a

$$(22) \quad pr^t(i) = P(\{\xi_t \in A_i\})$$

állapotvalószínűségeket és ezek

$$(23) \quad \mathbf{pr}^t = (pr^t(1), \dots, pr^t(N))^*$$

vektorait, (17) és (15) alapján kapjuk, hogy az alábbi összefüggés is igaz:

$$(24) \quad \mathbf{p}^s = (\mathbf{P}^{(r,s)})^* \cdot \mathbf{p}^r \quad (r, s \in T).$$

A továbbiakban T adott időszakot jelöl, $T = \{T_{\text{kezdő}}, \dots, T_{\text{záró}}\}$.

3. Az átmenetvalószínűségi mátrix becslése exogén változók függvényeként

Következő lépésként az egymás utáni évek közti mozgást tükröző $\mathbf{P}^{(t,t+1)}$ mátrixsorozat tulajdonságait vizsgáljuk. Megteremtettük az exogén változók alapján való függvényillesztés és ezáltal az előrejelzés lehetőségét is. Az $f(\mathbf{Z}) = \mathbf{A} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{Z}$ lineáris mátrix-függvényben $\mathbf{A}$ és $\mathbf{B}$ jelöli a keresett paraméter-mátrixokat, $\mathbf{Z}$ pedig az összes exogén változót fogja össze. Elvileg bármilyen, az átmenetekre hatással bíró tényező szóba jöhet (ráfordítások, időjárási tényezők, fajtaváltás stb.). A becslést azon feltétel mellett végezzük, hogy $f(\mathbf{Z})$ a vizsgálati időszak adatait alapul véve sztochasztikus mátrix legyen.

3.1. Modellváltozatok

Az átmenetvalószínűségi mátrix, valamint különböző exogén változók rendelkezésre álló idősorai alapján a $\mathbf{P}^{(t,t+1)}$ mátrixokat az alábbi függvénnyel becsüljük:

$$(25) \quad \hat{\mathbf{P}}^{(t,t+1)} = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{Z}^t, \quad (t = T_{\text{kezdő}}, \dots, T_{\text{záró}} - 1)$$

vagy elemenként felírva:

$$(26) \quad \hat{p}_{ij}^{(t,t+1)} = a_{ij} + \sum_{k=1}^r b_{ik} z_{kj}^t, \quad (i, j = 1, \dots, N),$$

ahol „ $\hat{}$ ” a becsült értékre utal;

$\mathbf{A} = (a_{ij})_{N \times N}$ -es, $\mathbf{B} = (b_{ik})_{N \times r}$ -es, a becsülendő paramétereket tartalmazó mátrixok;

r az exogén változók száma;

$\mathbf{Z}^t = (\mathbf{z}_1^t, \dots, \mathbf{z}_r^t)^* = (z_{kj}^t)_{r \times N}$ -es mátrix, melynek általános eleme, z_{kj}^t a k -adik exogén változó j -edik osztályra vonatkozó idősorának t -edik, azaz a $t \rightarrow t + 1$ átmenethez tartozó elemét jelöli, míg $*$ -gal a transzponálást jelöljük.

Az a_{ij} , b_{ik} paraméterek becslését a legkisebb négyzetek elve alapján végezzük, azaz az

$$(27) \quad F(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \sum_{i=1}^N \sum_{t=T_k}^{T_z-1} \sum_{j=1}^N (p_{ij}^{(t,t+1)} - \hat{p}_{ij}^{(t,t+1)})^2$$

függvényt minimalizáljuk, ahol a becsült mátrixoknak teljesíteniük kell a sztochasztikus mátrixokra vonatkozó feltételeket:

$$(28) \quad 0 \leq \hat{p}_{ij}^{(t,t+1)} \leq 1 \quad (i, j = 1, \dots, N; t = T_k, \dots, T_z - 1)$$

$$(29) \quad \sum_{j=1}^N \hat{p}_{ij}^{(t,t+1)} = 1 \quad (i = 1, \dots, N; t = T_k, \dots, T_z - 1).$$

(T_k -val $T_{\text{kezdő}}$ -t, T_z -vel $T_{\text{záró}}$ -t, azaz a vizsgálati időszak első és utolsó évét jelöljük.)

E feltételek jellegéből következik, hogy a számítások soronként külön-külön végezhetőek, így a becslési feladat N db kvadratikusan programozási feladat (QP) megoldására vezet.

1. változat: a teljes modell

Az i -edik sorra vonatkozó feladat általános esetben (tetszőleges z_{kj} exogén változókat megengedve):

$$(30) \quad F(a_{i1}, \dots, a_{iN}, b_{i1}, \dots, b_{ir}) = \sum_{t=T_k}^{T_z-1} \sum_{j=1}^N \left(p_{ij}^{(t,t+1)} - \left(a_{ij} + \sum_{k=1}^r b_{ik} z_{kj}^t \right) \right)^2 \rightarrow \min$$

$$(31) \quad a_{ij} + \sum_{k=1}^r b_{ik} z_{kj}^t \geq 0 \quad (j = 1, \dots, N; t = T_k, \dots, T_z - 1)$$

$$(32) \quad \sum_{j=1}^N \left(a_{ij} + \sum_{k=1}^r b_{ik} z_{kj}^t \right) = 1 \quad (t = T_k, \dots, T_z - 1).$$

A fenti, (30)–(32) meghatározta QP feladatnak $N + r$ változója és $|T| \cdot (N + 1)$, tehát igen sok korlátozó feltétele van. (Itt $|T| = T_z - T_k =$ az átmenetek száma.) A feltételek nagy száma a feladat megoldását a rendelkezésre álló számítástechnikai lehetőségek mellett nagyon költségessé teszi.

Az adott esetben a feltételek száma valamivel csökkenthető, mivel exogén változóként csak „gyakoriság-típusúakat” kívánunk szerepeltetni, amelyekre teljesül, hogy:

$$(33) \quad \sum_{j=1}^N z_{kj}^t = 1 \quad (k = 1, \dots, r; t = T_k, \dots, T_z - 1).$$

Emiatt (43) teljesüléséhez elég megkövetelni, hogy

$$(32.a) \quad \sum_{j=1}^N a_{ij} + \sum_{k=1}^r b_{ik} = 1$$

feltétel teljesüljön. Így a feltételek száma $TN + 1$.

2. változat: az egyszerűsített modell

A megmaradó $TN + 1$ korlátozó feltétel mellett a feladat megoldása még mindig nagyon költséges, különösen, ha tekintetbe vesszük, hogy minden számíthatóhoz N db ilyen feladatot kell megoldani (esetünkben 15-öt).

Ezért egy olyan erősebben korlátozott modellel kísérleteztünk, amelyben az

$$(31.a) \quad a_{ij} \geq 0 \quad (j = 1, \dots, N) \text{ és } b_{ik} \geq 0 \quad (k = 1, \dots, r)$$

előjelkorlát előírása $z_{kj}^t \geq 0$ esetén biztosítja a (31) alatti feltételek teljesülését. Az így kapott QP feladatnak — a változók előjelkorlátain kívül — egyetlen korlátozó feltétele (32.a.).

(31.a.) alkalmazása azonban azt is feltételezi, hogy a figyelembe vett exogén változókra jogosan tehetjük fel, hogy az átmenetvalószínűségi mátrixokra — éppen ebben az értelemben véve — pozitív hatással vannak.

3.2. Megoldási algoritmus

A teljes modellnek megfelelő (30), (31), (32.a) feladatot a feltételek nagy számára való tekintettel, valamint a számítások pontosságának növelése érdekében [6] alapján egy feltétel nélküli regressziószámítási és egy, az eredeti QP feladatnál kisebb méretű lineáris komplementaritási (LC) feladatra vezettük vissza.

A (30), (31), (32.a) QP feladat megoldása ekvivalens a következő feladat megoldásával:

Keressük azon $\mathbf{x}_i$, $\mathbf{y}_i$, $\mathbf{v}_i$ és v_{0i} értékeket, amelyekre:

$$(34) \quad -\mathbf{C} \cdot \mathbf{x}_i + \mathbf{y}_i = 0$$

$$(35) \quad \mathbf{1}^* \cdot \mathbf{x}_i = 1$$

$$(36) \quad \mathbf{C}^* \cdot \mathbf{v}_i - \mathbf{1} \cdot v_{0i} - 2 \cdot \mathbf{C}^* \cdot \mathbf{C} \mathbf{x}_i = -2 \cdot \mathbf{C}^* \cdot \mathbf{p}_i$$

$$(37) \quad \mathbf{y}_i \geq 0$$

$$(38) \quad \mathbf{v}_i \geq 0$$

$$(39) \quad \mathbf{y}_i^* \cdot \mathbf{v}_i = 0,$$

ahol

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_N & (\mathbf{Z}^{T_k})^* \\ \mathbf{E}_N & (\mathbf{Z}^{T_{k+1}})^* \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{E}_N & (\mathbf{Z}^{T_{z-1}})^* \end{bmatrix}_{NT \times (N+r)},$$

ahol $\mathbf{Z}^t$ ugyanaz, mint (26)-nál;

$$\mathbf{p}_i = (p_{i1}^{(T_k, T_{k+1})}, \dots, p_{iN}^{(T_k, T_{k+1})}, \dots, p_{i1}^{(T_{z-1}, T_z)}, \dots, p_{iN}^{(T_{z-1}, T_z)})^*;$$

$$\mathbf{x}_i = (a_{i1}, \dots, a_{iN}, b_{i1}, \dots, b_{ir})^*,$$

$\mathbf{y}_i$ és $\mathbf{v}_i$ NT elemű vektorok, $\mathbf{E}_N$ N -edrendű egységmátrix és $\mathbf{1}$ $N + r$ elemű összegző vektor. Az

$$(40) \quad \hat{\mathbf{x}}_i = (\mathbf{C}^* \cdot \mathbf{C})^{-1} \cdot \mathbf{C}^* \cdot \mathbf{p}_i = \mathbf{R}^{-1} \cdot (\mathbf{R}^*)^{-1} \cdot \mathbf{C}^* \cdot \mathbf{p}_i$$

feltétel nélküli regressziós együtthatók ismeretében (36)-ból

$$(41) \quad \mathbf{x}_i = \hat{\mathbf{x}}_i - \frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{D}^* \cdot \mathbf{w}_i,$$

ahol $\mathbf{R}$ a $\mathbf{C}^* \cdot \mathbf{C}$ mátrix Cholesky dekompozíciójából adódó trianguláris mátrix, azaz $\mathbf{C}^* \cdot \mathbf{C} = \mathbf{R}^* \cdot \mathbf{R}$,

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} -\mathbf{C} \\ \mathbf{1}^* \end{bmatrix} \cdot \mathbf{R}^{-1} \text{ és } \mathbf{w}_i^* = (\mathbf{v}_i^*, v_{0i}).$$

(41)-t (34) és (35)-be helyettesítve és bevezetve még a

$$\mathbf{q}_i^* = (\mathbf{y}_i^*, y_{0i}) \text{ és } \mathbf{g}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\mathbf{C} \\ \mathbf{1}^* \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x}_i$$

jelöléseket is, a következő *LC* feladatot kapjuk:

(amelynek $\mathbf{w}_i$ megoldását (41)-be helyettesítve adódnak a keresett $\mathbf{x}_i$ feltételes regressziós együtthatók):

$$(42) \quad -\frac{1}{2} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{D}^* \cdot \mathbf{w}_i + \mathbf{q}_i = \mathbf{g}_i$$

$$(43) \quad \mathbf{v}_i \geq 0; \mathbf{y}_i \geq 0; \mathbf{v}_i^* \cdot \mathbf{y}_i = 0; y_{0i} = 0.$$

A (30), (31.a), (32.a) egyszerűsített modell egy kisméretű kvadratikus programozási feladat, melynek megoldási algoritmusai ismertek, ennek részletesebb ismertetésétől eltekintünk.

4. Konkrét modellek a búza- és a kukoricahozam alakulásának vizsgálatára

4.1. Fuzzy hozamszintek

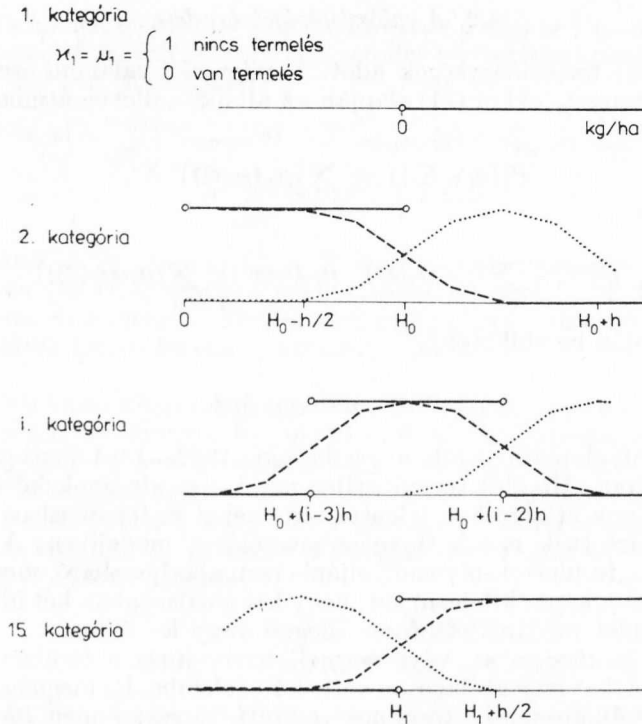
A búza-, illetve kukoricatermés-átlag fuzzy szintjeinek megválasztásakor a korábban kialakított „től–ig” hozamkategóriákból indultunk ki, hogy eredményeinket majd ebből a szempontból is értékelni tudjuk.

A hagyományos hozamkategóriák a következők:

Kategória	Búza	Kukorica (kg/ha)
1	0	0
2	1–1400	1–2000
3	1401–1750	2001–2500
4	1751–2100	2501–3000
5	2101–2450	3001–3500
6	2451–2800	3501–4000
7	2801–3150	4001–4500
8	3151–3500	4501–5000
9	3501–3850	5001–5500
10	3851–4200	5501–6000
11	4201–4550	6001–6500
12	4551–4900	6501–7000
13	4901–5250	7001–7500
14	5251–5600	7501–8000
15	5601–	8001–

Megjegyzés: A 0 termésátlag a nem termelés esete.

Ezeket az intervallum-kategóriákat az éles határpontok elmosásával fuzzy-sítottuk, és ezzel a $R_0 = [0, \infty)$ félegyenes fuzzy particióját valósítottuk meg. Jól látható ez az 1. ábrán, ahol a tartalmazási függvények mellett a régi kate-



1. ábra: Hagyományos és fuzzyított hozamkategóriák: —: χ_i , az i -edik kategória karakterisztikus függvénye; - - : μ_i , az i -edik fuzzy kategória tartalmazási függvénye. (Búza: $H_0 = 1400$ kg/ha; $h = 350$ kg/ha; $H_1 = 5600$ kg/ha; Kukorica: $H_0 = 2000$ kg/ha; $h = 500$ kg/ha; $H_1 = 8000$ kg/ha.)

góriák karakterisztikus függvényei is szerepelnek. A μ_i -nek megfelelő fuzzy halmazt

$$F_i = \{(x, \mu_i(x)) \mid x \in [0, \infty)\} \quad (i = 1, \dots, 15)$$

fogja jelölni. Például az 5300 kg/ha-os hozam (vagy az azt elért termelőegység) hagyományosan a 14. kategória tagja volt, míg fuzzyisan tekintve 0,714-es értékkel tartozik az F_{14} -es és 0,286-os értékkel az F_{13} -as fuzzy hozamszinthez. Úgy is fogalmazhatunk, hogy

F_1 a nem-termelés szintje;

F_2 a $H_0 - h/2$ érték körüli vagy kisebb;

F_i az i -edik régi osztály középértéke körüli ($i = 3, \dots, 14$);

F_{15} a $H_1 + h/2$ érték körüli vagy nagyobb

hozamok fuzzy halmaza. Az ilyen termésátlagot elért termelőegységek tartoznak egyhez közeli tartalmazási függvényértékkel a nekik megfelelő $\{\xi_i \in F_i\}$ fuzzy eseményekhez.

Az 1. ábrán látható függvények közül $\mu_3, \dots, \mu_{14}$ szimmetrikusak a középértékükre, egymásba eltolhatóak és két kevésbé és egy jobban emelkedő, illetve fogyó egyenesből állnak. μ_2 -nek csak fogyó, μ_{15} -nek csak növekedési (illetve konstans) szakaszai vannak.

4.2. A valószínűségek becslése

Ha ismerjük a termelőegységek adott X halmazát, valamint ezek $\varepsilon_i(x)$ ($x \in X$) évenkénti hozamait, akkor (11) alapján az állapot-, illetve átmenet valószínűségek a

$$(44) \quad P(\{\varepsilon_i \in F_i\}) \approx \sum_{x \in X} [\mu_{F_i}(\varepsilon_i(x))] / |X|,$$

valamint a

$$(45) \quad p_{ij}^{(r,s)} \approx \sum_{x \in X} [\mu_{F_i}(\varepsilon_r(x)) \cdot \mu_{F_j}(\varepsilon_s(x))] / \sum_{x \in X} [\mu_{F_i}(\varepsilon_r(x))]$$

formulák alapján becsülhetők.

4.3. Termelőegységek

Számításaink alapjául az állami gazdaságok 1962–1984 közti gazdaságsoros adatai szolgáltak. Mivel a termőterület mind a gazdaságok között, mind az egyes gazdaságok idősoraiban jelentős eltéréseket és ingadozásokat mutatott, célszerűnek tartottuk ennek figyelembevételét a modellben. A kézenfekvő, hagyományos „területtel súlyozni” eljárás nem alkalmazható, mert semmilyen súlyrendszer sem képes kifejezni azt, hogy két gazdaságban két időpont között a termelő terület például jelentősen megnő vagy lecsökken.

[18]-ban a gazdaságokat véve termelőegységeknek a területváltozásokból adódó korrekciókat még utólagosan vettük figyelembe. Ez meglehetősen bonyolultan formalizálható módosításokhoz vezetett. Egyszerűbben, de tartalmában azonos módon vehetjük figyelembe a területmozgások hatásait, ha termelőegységnek az 1 ha-os területegységeket választjuk.

A dolgozat további részében az X alaphalmaz tehát az 1 ha-os termőterület-egységek összességét fogja jelölni. Hogy a (44), (45)-ben szereplő $\mu_{F_i}(\varepsilon_i(x))$ értékeket meghatározzassuk, minden területegységhez termésátlagértéket ($\varepsilon_i(x)$) kellett rendelni. Ezt az alábbi módon végeztük:

a) Az összes termelőterület évenkénti ingadozásának zavaró hatását egy állandó nagyságú földalap (T_0) bevezetésével szűrtük ki. ($T_0 = 212\,000$ ha a búzá-nál, $T_0 = 165\,000$ ha a kukoricánál.)

b) Jelölje G az állami gazdaságok összességét, $g \in G$ egy konkrét gazdaságot, $y_t(g)$ a t -edik évi hozamot, $T^t(g)$ a gazdaság t -edik évi termelőterületét. Az (r, s) évpár közti átmenetnél a következő módon rendelünk termésátlagot az 1 ha-os területegységekhez:

- a g gazdaság termelésben maradó területének egységeihez, összességében $T_{\text{termelő}}^{(r,s)}(g) = \min(T^r(g), T^s(g))$ területhez az r -edik évben $y_r(g)$ nagyságú, az s -edik évben $y_s(g)$ nagyságú termésátlag tartozik;
- a g gazdaság termelésből kivont területének egységeihez, összességében $T_{\text{csökkenés}}^{(r,s)}(g) = \max(0, T^r(g) - T^s(g))$ területhez az r -edik évben $y_r(g)$ nagyságú, az s -edik évben a nem-termelésnek megfelelően 0 nagyságú termésátlag tartozik;
- a g gazdaság termelésbe bevont területének egységeihez, összességében $T_{\text{növekmény}}^{(r,s)}(g) = \max(0, T^s(g) - T^r(g))$ területhez az r -edik évben 0, az s -edik évben $y_s(g)$ nagyságú termésátlag tartozik.

c) Ha az előzőeknek megfelelően meghatároztuk a $\varepsilon_i(x)$ (x 1 ha-os területegységet jelöl!) termésátlagértékeket, akkor minden termelésben részt vevő egységet figyelembe vettünk. Ez összesen

$$\begin{aligned} T^*(r, s) &= \sum_{g \in G} [T_{\text{termelő}}(g) + T_{\text{csökkenés}}(g) + T_{\text{növekmény}}(g)] = \\ &= \sum_{g \in G} \max(T^r(g), T^s(g)) \end{aligned}$$

területet jelent. A fennmaradó $T_0 - T^*(r, s)$ terület egységei nem vettek részt a termelésben [az (r, s) évpárra nézve], ezért termésátlagukat mindkét időpontban 0-nak értelmezzük. Természetesen T_0 -t úgy választottuk meg, hogy minden évpárra nézve legyen fennmaradó terület.

d) A vizsgálati időszakban többször előfordult, hogy egy $g \in G$ gazdaság beolvadt egy $h \in G$ gazdaságba. Hogy a b) pontban leírtak alkalmazásakor a beolvadás a g gazdaságnál ne jelentős területkivonás, valamint a h -nál egyidejűleg ne jelentős területbevonás útján tükröződjék vissza, a beolvadás $(t, t+1)$ évpárjánál a $t+1$ -edik évben a beolvadó g gazdaságot is termelőnek tekintjük a h -éval azonos hozammal, valamint a befogadó $t+1$ -edik évi területét megsztjuk g és h között. Legyen:

$$\begin{aligned} \tilde{T}^{t+1}(h) &= \min(T^t(h), T^{t+1}(h)) \\ \tilde{T}^{t+1}(g) &= \max(0, T^{t+1}(h) - T^t(h)). \end{aligned}$$

Ezeket a területméreteket alkalmazva az összeolvadások esetében a h gazdaságnál jelentkező területnövekedés a lehető legnagyobb mértékben a g gazdaság területegységeinek közvetlen átmeneteként jelentkezik.

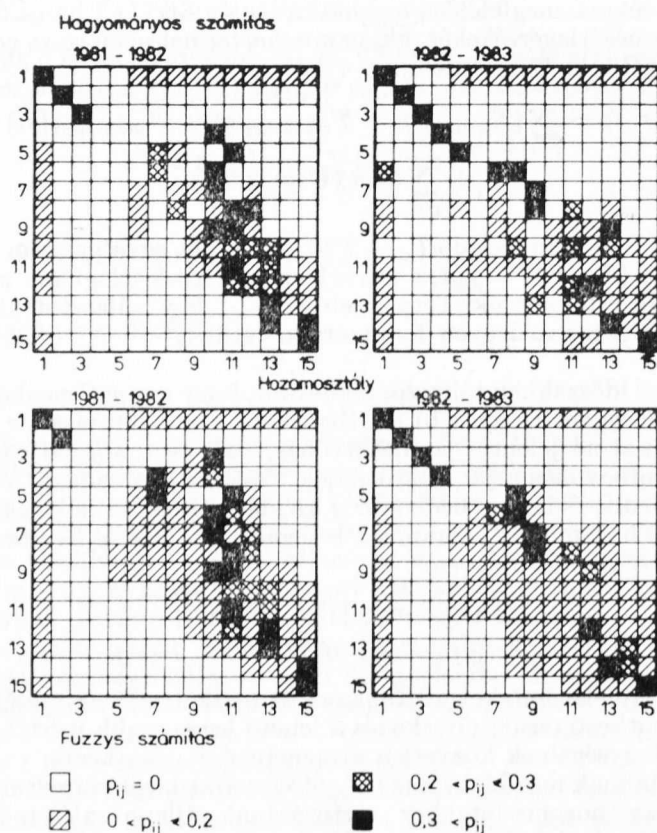
A fent leírtaknak megfelelően (44) és (45) szerint meghatároztuk az „1 ha-os terület” fuzzy hozamszintekhez tartozásának állapotvalószínűségeit és a $(t, t+1)$ évpárok közti átmenetvalószínűségeket. Azokban az esetekben, amikor a becslés alapján $P(\{\varepsilon_i \in F_i\})$ értékére nulla adódott [tehát (45) nem alkalmazható], az alábbi értékeket írtuk elő:

$$p_{ij}^{(t,t+1)} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (i \text{ rögzített}, j = 1, \dots, 15).$$

5. Számítási eredményeinkről

a) Fuzzy hozamkategóriákat használva (44) és (45) alapján tehát becslési eredményül átmenetvalószínűségi mátrix-sorozatot és állapotvalószínűségi vektor-sorozatot kapunk. Ezért ily módon pontosan ugyanolyan típusú (közgazdasági) vizsgálatok és következtetések adhatók, mint a hagyományos esetben, a „től-ig” hozamosztályokkal végzett korábbi számítások alapján. Megítélésünk szerint azonban jóval valóságghűbben, a hozamváltozásokra érzékenyebben sikerült a modell felépítése. Ennek hatása azonnal jelentkezett abban, hogy a fuzzys számítás mátrixaiban több pozitív érték jelent meg, elhelyezésük is jóval egyenletesebb. Ez a 2. ábrán látható.

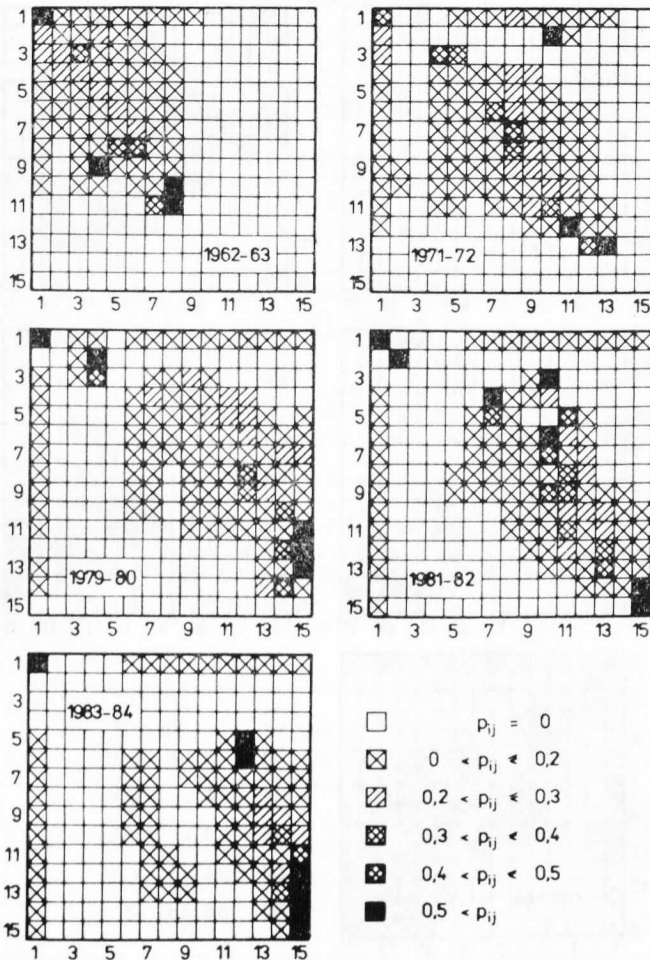
b) Hogy a vizsgálati időszakban végbement változásokat érzékeltessük, a 3. és 4. ábrán a $\mathbf{P}^{(t,t+1)}$ sorozatok mátrixaiban tapasztalt belső átrendeződést



2. ábra. Átmenetvalószínűségi mátrixok összehasonlítása (a búzatermelés példája)

mutatjuk be, kiemelve egyes évpárokat. Mindez természetesen a búza- és kukoricatermelésben elért egyre magasabb hozamok következménye és egyben számszerű jellemzése. A mátrixok tükrözik azonban az elért termelési szint megtartásának, illetve a további hozamnövekedésnek a bizonytalanságát is, az alacsonyabb szintekre kerülés valószínűségein keresztül. A növekedési tendencia mellett tehát visszaeséseket és átcsoportosulásokat is megfigyelhettünk.

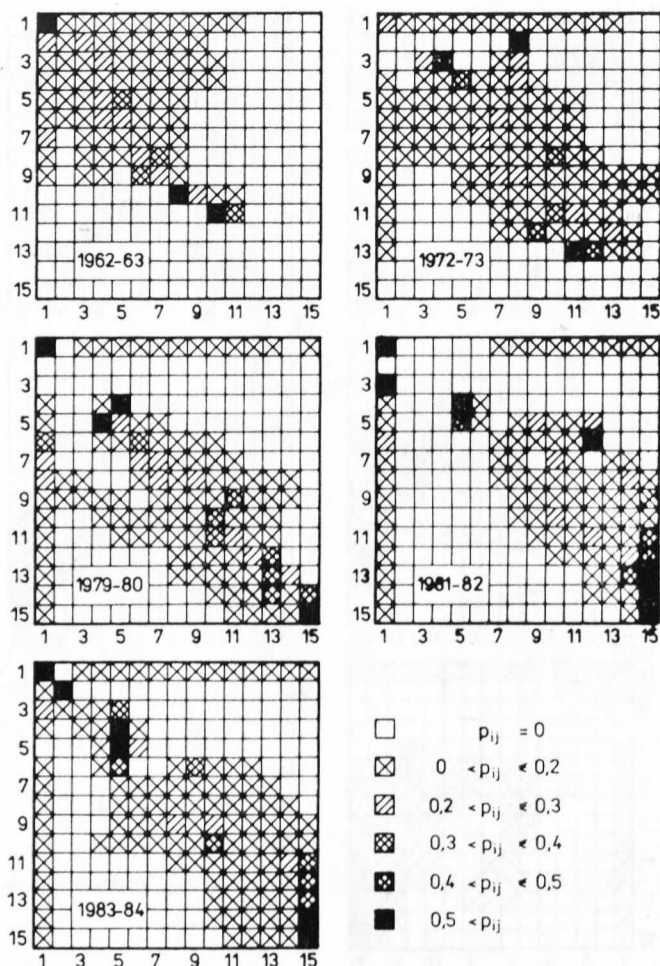
c) Amennyiben a fuzzy hozamszintrendszerünk elemeit egyesítjük (az $\dot{U}$ művelettel), kevesebb tagból álló, de „bővebb” fuzzy halmazokat jellemző hozamszinteket állíthatunk elő. Ezen a módon vizsgáltuk például a „legalább három fuzzy hozamszintnyi” emelkedés és visszaesés valószínűségeit is. Ez utóbbi például a kukorica F_{13} -as hozamszintjét alapul véve az 1 ha-os termelőegység termésátlagának a „7250 kg/ha körüli” szintről az „5750 kg/ha körüli vagy kisebb” ($F_2 \dot{U} \dots \dot{U} F_{10}$) szintre való visszaesésének valószínűségét fogja megadni. A 2. pontban leírtak alapján látható, hogy az így összevont szintekre való átmenetek valószínűségei egyszerűen a megfelelő átmenetvalószínűségi mátrix-elemek összeadásával számíthatók ki.



3. ábra. Az átmenetvalószínűségi mátrix szerkezete egyes évpárokból (egységnyi búzatermélő terület fuzzy hozamszintek közti átmenetei alapján)

d) A 3. pontban foglalkoztunk egy sztochasztikus mátrixsorozat magyarázó változókkal való közelítésével, amikor a becsült $\hat{\mathbf{P}}^{(t,t+1)}$ mátrixoktól is megköveteltük, hogy sztochasztikus mátrixok legyenek. Már korábbi tapasztalataink is rámutattak az alkalmas magyarázó változók kiválasztásának nehézségeire, ezért a közelítő függvényekben most a $\mathbf{P}^{(t,t+1)}$ sorozat késleltetéseivel és az állapotvalószínűségi vektorokkal kísérleteztünk.

Így elsősorban a mátrix-sorozatokban végbement eltolódási-növekedési tendenciát tükröző függvényeket kaptunk. A 3. pontban megadott egyszerűsített modell használatát is a $\mathbf{P}^{(t,t+1)}$ sorozatnak ez a sajátossága tette lehetővé. Ennek eredményei ebben az esetben az ellenőrző számítások tapasztalata szerint is jól egybeestek a lényegesen ráfordításigényesebb teljes modell eredményeivel.



4. ábra. Az átmenetvalószínűségi mátrix szerkezete egyes évpárookban (egységnyi kukorica-termelő terület fuzzy hozamszintek közti átmenetei alapján)

A közelítő függvények számításának lehetősége matematikailag alapot teremtett az átmenetvalószínűségi mátrix előrejelzésére is. Úgy tűnik azonban, szakmailag megfelelő magyarázó változórendszer kialakítása még mindig jövőbeli feladat, és a közgazdászok, mezőgazdászok tartós, együttes erőfeszítésére van szükség ahhoz, hogy ez a módszer mint tervezési eszköz az elképzelt módon, szakmailag is jól használhatóan működjön, azaz a gazdasági tervezőmunkában a benne rejlő lehetőségeket ki is lehessen aknázni.

(Beérkezett: 1986. augusztus 11-én.)

IRODALOM

1. DUBOIS, D.—PRADE, H.: *Fuzzy sets and systems: Theory and applications*. Academic Press, New York, 1980.
2. GOLUB, G. H.—SAUNDERS, H. A.: Linear least squares and quadratic programming. *Integer and nonlinear programming* c. kötetben. Szerk: Abadie, J., North-Holland, 1970, 229—256.
3. HALLBERG, M. C.: Projecting the size distribution of agricultural firms — An application of a Markov process with non-stationary transition probabilities. *Amer. J. of Agricultural Economics* 51, 1969, 289—302.
4. JÓZSEF S.: A termelésátlag-eloszlás alakulásának leírása és előrejelzése. *Statistikai Szemle*, 1981. 10. sz.
5. JÓZSEF, S.: On distribution of wheat and corn yield, *Biometrical J.* 7., 1983.
6. JÓZSEF S.—SEBESTYÉN J.—VIGH J.: *Természeti és gazdasági hatótényezők szerepe a búza- és kukoricatermelésben*. AKI Tanulmány 1983. 4. sz.
7. KOVÁCS M.—ZSIGMOND I.: *Termelésátlag-alakulás törvényszerűségeinek vizsgálata*, ELTE SzK Kutatási jelentés, 1980.
8. M. DOBOS K.: *A sztochasztikus kapcsolatok jellemzőinek alakulása 1962—1971 évek között az állami gazdaságok búza- és kukoricatermelésében*. AKI, 1974.
9. M. DOBOS K.—PINTÉR J.: *Az állami gazdaságok éves termelésátlag-eloszlásának vizsgálata*. ESZK Tájékoztató 23. sz. 1978.
10. M. DOBOS K.: A Markov-lánc modell alkalmazása az átlaghozamok vizsgálatára és előrejelzésére. *Gazdálkodás*, 1978. 3. sz.
11. M. DOBOS K.: A kukorica termésátlag-alakulás vizsgálati módszerei. *A genetikai potenciál javításának és jobb kihasználásának lehetőségei* c. kötetben. Gödöllő, 1984.
12. SEBESTYÉN J.: *Hozamváltozási valószínűségek alakulása az állami gazdaságok búza-termelésében*. AKI belső dokumentum, 1980.
13. SEBESTYÉN J.: *Számítások a termésátlag-alakulás valószínűségi vizsgálatához*. AKI Kutatási jelentés, 1977.
14. NAGY Cs.: Bevezetés a fuzzy halmazok elméletébe. *SZIGMA*, 1981, XIV. 1, 53—70.
15. SMETS, P.: Probability of a fuzzy event: an axiomatic approach. *Fuzzy Sets & Systems*, 1982 (7), 152—164.
16. ZADEH, L. A.: Fuzzy Sets. *Inf. Control*, 1965 (8), 338—353.
17. SOLT K.: Téves illúziók a határozatlan prédikátumok megrendszabályozásáról. *Műhelymunkák a nyelvészet és társtudományai köréből*. I. sz., 1985.
18. JÓZSEF S.—KOVÁCS M.—M. DOBOS K.—SEBESTYÉN J.—ZSIGMOND I.: *A termésátlagok irányzatához kapcsolódó bizonytalanság vizsgálata különböző matematikai módszerekkel, döntéseknél figyelembe vehető törvényszerűségek megállapítása céljából*. Kutatási jelentés, Budapest, 1986.

MATHEMATICAL ANALYSIS OF THE YIELD FLUCTUATION LAWS

In this paper the laws of the yield fluctuation are investigated on the basis of the yield size distribution of agricultural firms. The categories of firms are defined as fuzzy sets. The transition of firms among these fuzzy categories, i.e. the dynamics of inner changes of these categories is described by a fuzzy process with fuzzy transition probability matrix. To estimate the relationship between the fuzzy transition probability matrix and the exogenous factors two quadratic programming models are proposed.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ КОЛЕБАНИЯ УРОЖАЙНОСТИ

В данной статье исследование закономерностей колебания урожайности основывается на распределении сельскохозяйственных предприятий по урожайности сельхозпродуктов. Категории предприятий по урожайности определены как нечеткие множества. Переходы предприятий между этими нечеткими категориями, т. е. динамика внутренних изменений этих нечетких рядов, описывается нечетким процессом с матрицей нечетких вероятностей перехода. Для моделирования зависимости матрицы нечетких вероятностей перехода от внешних факторов даны две модели квадратичного программирования.

A panelmodellek becslése

Az ökonometria fejlődését napjainkig számos stáció jellemezte mind modellezési, mind módszertani szempontból, azonban e fejlődés során végig jelen volt a felhasznált és a kibocsátott információ növelésére való törekvés. Ennek ellenére csak az utóbbi tíz-tizenöt évben indult rohamos léptekkel előre a modellezéskor felhasznált információbázis szélesítésének a technikája, elsősorban a bayes-i módszerek elterjedésének és az idősorok és keresztmetszeti adatok együttes felhasználásának köszönhetően. Ez utóbbi megközelítési mód jóval fiatalabb a bayes-i módszernél,¹ és úgy tűnik, kiteljesedésének az időszaka most zajlik.

Az idősorok és keresztmetszeti adatok együttes felhasználásának legegyszerűbb, de legjobban kiforrott módja a panelmodellek alkalmazása. A panelmodell elnevezés onnan származik, hogy a modellben szereplő változók megfigyelései panel (más szóval: tábla) jellegűek,² tehát egy adott változóhoz nem csupán egy megfigyelt idősor kapcsolódik, hanem — táblaszerűen — számos, abból eredően, hogy számos egyed viselkedését figyeljük meg egyidejűleg, vagyis nem aggregáljuk őket.

Az alábbi írás a panelmodellekkel és e modellek paraméter-becsléseit előállító pooling (más szóval: egyesítő) technikákkal kíván foglalkozni. Kizárólag a legkisebb négyzetek módszeréhez kapcsolódó eljárásokat tekintjük át, egyrészt mivel ezek a legelterjedtebbek és a legkönnyebben használhatók, másrészt mivel ezek kapcsolódnak leginkább a hagyományos ökonometriai szemléletmódhoz.

Az utóbbi két-három évben számos olyan PC-re íródott statisztikai programcsomag került forgalomba (RATS, ySTAT stb.), amelyek tartalmazzák a poolingbecslések elvégzéséhez szükséges alapvető eljárásokat, transzformációkat.³ A kíváncsok mértékig ezek módszertani vonatkozásaira is kitérünk.

A továbbiakban az 1. fejezetben lefektetjük a szükséges módszertani alapokat, a 2. fejezetben megismerkedhetünk a panelmodellekkel, míg a 3. és 4. fejezetben az alapvető modelltípusok paraméterbecsléseivel foglalkozunk.

¹ Az első ez irányú publikációk HOCH [2] és MUNDLAK [8], [9] tollából láttak napvilágot 1961–63 körül. A szakmai közvélemény érdeklődése a kérdés iránt azonban BALESTRA—NERLOVE [1] 1966-ban megjelent írása után élenkült csak meg.

² Tábla jellegűből adódóan nevezik a lakossági adatfelvételeket is panelfelvételeknek, illetve az innen származó mintákat statisztikai paneleknek.

³ Általában a kézikönyvekben ezek a „Panel models” címszó alatt szerepelnek.

I. Módszertani alapok

Ebben a fejezetben két olyan módszertani alapvetést kell megvizsgálni, amelyekre a későbbiekben támaszkodni fogunk.

a) Varianciaanalízis

A panelmodelleknél a változók megfigyelései minden esetben a következő formában jelennek meg:

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} \\ \cdot \\ \cdot \\ X_{1T} \\ \cdot \\ \cdot \\ X_{i1} \\ \cdot \\ X_{it} \\ \cdot \\ X_{iT} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ X_{N1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ X_{NT} \end{bmatrix},$$

ahol az i index ($i = 1, \dots, N$) a megfigyelt egyedet jelöli (azonosít adott háztartást, vállalatot stb.), a második t index ($t = 1, \dots, T$) a megfigyelés időpontját jelöli.

Ismert, hogy adott X változó varianciája felbontható a következőképpen:

$$\sum_i \sum_t (X_{it} - \bar{X})^2 = \begin{cases} \sum_i \sum_t (X_{it} - \bar{X}_i)^2 + T \sum_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2 \\ \sum_i \sum_t (X_{it} - \bar{X}_t)^2 + N \sum_t (\bar{X}_t - \bar{X})^2 \\ \sum_i \sum_t (X_{it} - \bar{X}_i - \bar{X}_t + \bar{X})^2 + \\ + T \sum_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2 + N \sum_t (\bar{X}_t - \bar{X})^2, \end{cases}$$

ahol

$$\bar{X}_i = \frac{1}{T} \sum_t X_{it} \quad (\text{az egyedek szerinti átlag})$$

$$\bar{X}_t = \frac{1}{N} \sum_i X_{it} \quad (\text{az idő szerinti átlag})$$

$$\bar{X} = \frac{1}{NT} \sum_i \sum_t X_{it} \quad (\text{a főátlag}).$$

Legyenek a továbbiakban I_{NT} , I_N , I_T az $(NT \times NT)$, $(N \times N)$ és $(T \times T)$ méretű egységmátrixok, valamint J_{NT} , J_N , J_T az $(NT \times NT)$, $(N \times N)$ és $(T \times T)$ méretű csupa 1-esekből álló mátrixok, továbbá L_{NT} , L_N , L_T az $(NT \times 1)$, $(N \times 1)$ és $(T \times 1)$ méretű csupa 1-esekből álló vektorok. Könnyen kimutatható (TROGNON [11]), hogy

$$\sum_i \sum_t (X_{it} - \bar{X})^2 = X' T^* X, \quad \text{ahol}^4 \quad T^* = I_{NT} - \frac{J_{NT}}{NT}$$

$$\begin{aligned} T \sum_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2 &= X' B_n X, \quad \text{ahol} \quad B_n = \left(I_N \otimes \frac{J_T}{T} \right) - \frac{J_{NT}}{NT} = \\ &= \left(I_N - \frac{J_N}{N} \right) \otimes \frac{J_T}{T} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N \sum_t (\bar{X}_t - \bar{X})^2 &= X' B_t X, \quad \text{ahol} \quad B_t = \left(\frac{J_N}{N} \otimes I_T \right) - \frac{J_{NT}}{NT} = \\ &= \frac{J_N}{N} \otimes \left(I_T - \frac{J_T}{T} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_i \sum_t (X_{it} - \bar{X}_i)^2 &= X' W_n X, \quad \text{ahol} \quad W_n = I_{NT} - \left(I_N \otimes \frac{J_T}{T} \right) = \\ &= I_N \otimes \left(I_T - \frac{J_T}{T} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_i \sum_t (X_{it} - \bar{X}_t)^2 &= X' W_t X, \quad \text{ahol} \quad W_t = I_{NT} - \left(\frac{J_N}{N} \otimes I_T \right) = \\ &= \left(I_N - \frac{J_N}{N} \right) \otimes I_T \end{aligned}$$

és végül

$$\sum_i \sum_t (X_{it} - \bar{X}_i - \bar{X}_t + \bar{X})^2 = X' W^* X,$$

ahol

$$W^* = I_{NT} - \left(I_N \otimes \frac{J_T}{T} \right) - \left(\frac{J_N}{N} \otimes I_T \right) + \frac{J_{NT}}{NT} = \left(I_N - \frac{J_N}{N} \right) \otimes \left(I_T - \frac{J_T}{T} \right).$$

⁴ Figyelem: itt T^* -nak semmi köze az idősor hosszához, csupán a teljes varianciára utal!!

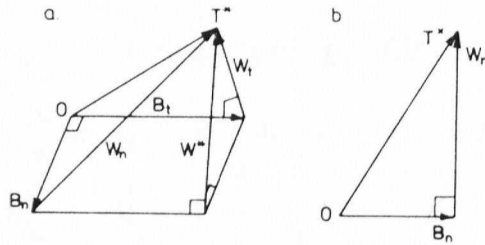
A B (between) és W (within) jelölések arra utalnak, hogy az X változó csoporton belüli, illetve csoportok közötti varianciáját állítjuk elő, ha adott egyed idősorát tekintjük egy csoportnak (ezt jelöli az n index), illetve ha egy időponthoz tartozó összes egyedet tekintjük egy csoportnak (ezt jelöli a t index).

Tekintsük a továbbiakban a B , W és T^* -al jelölt műveleteket transzformációs operátoroknak. Világos, hogy

$$T^* = \begin{cases} W_n + B_n \\ W_t + B_t \\ W^* + B_n + B_t, \end{cases}$$

továbbá $W_n B_n = W_t B_t = W^* B_n = W^* B_t = B_n B_t = 0$, valamint T^* , W^* , W_n , W_t , B_n , B_t szimmetrikusak és idempotensek.

A fenti operátorok geometriai értelmezését mutatja az 1.a), b) ábra.



1. ábra

Eddig a centrális varianciát vizsgáltuk (vagyis a főátlag körüli varianciát), nézzük meg ez után a nem centrális varianciát hasonló szempontok szerint. Világos, hogy

$$\sum_i \sum_t Y_{it}^2 = \begin{cases} \sum_i \sum_t (Y_{it} - \bar{Y}_i)^2 + T \sum_i \bar{Y}_i^2 \\ \sum_i \sum_t (Y_{it} - \bar{Y}_t)^2 + N \sum_t \bar{Y}_t^2. \end{cases}$$

Továbbá, ha

$$\bar{T}^* = I_{NT}, \quad \bar{B}_n = I_N \otimes \frac{J_T}{T}, \quad \bar{B}_t = \frac{J_N}{N} \otimes I_T \quad \text{és} \quad \bar{W}^* = W + \frac{J_{NT}}{NT},$$

valamint FA adott változó főátlaga $\left(\frac{J_{NT}}{NT}\right)$, akkor

$$T^* = \begin{cases} W_n + \bar{B}_n \\ W_t + \bar{B}_t \\ W^* + B_n + B_t \\ W^* + B_n + B_t + FA. \end{cases}$$

Az új operátorok orthogonális tulajdonságai a következők:

$$W_n \bar{B}_n = W_t \bar{B}_t = 0, \quad (\text{de } B_n \text{ és } B_t \text{ nem orthogonális}) \\ W^* B_n = W^* B_t = B_n B_t = TFA = W^* FA = B_n FA = B_t FA = 0.$$

Az a fontos következtetés vonható le tehát a fentiekből, hogy ha nem centrális varianciákkal kényszerülünk dolgozni (mint általában a regressziószámításoknál), akkor ez minden további nélkül megtehető, a szórásелемzés főbb megállapításai érvényben maradnak, csupán arra kell ügyelni, hogy a csoporton belüli varianciák centrálisak legyenek (tehát továbbra is W_n és W_t -vel dolgozzunk).

b) Spektrálfelbontás

A kérdés, amelynek vizsgálata a továbbiak szempontjából lényeges az, hogy milyen formában bontható fel adott

$$\Omega = aI_{NT} + b(I_N \otimes J_T) + c(J_N \otimes I_T)$$

mátrix, ahol a , b és c pozitív skalárok. Az Ω -t átrendezve és újra írva adódik, hogy

$$\begin{aligned} \Omega &= (a + Tb + Nc) \frac{J_{NT}}{NT} + (a + Tb) \left(\frac{I_N \otimes J_T}{T} - \frac{J_{NT}}{NT} \right) + \\ &+ (a + Nc) \left(\frac{J_N \otimes I_T}{N} - \frac{J_{NT}}{NT} \right) + a \left(I_{NT} - \frac{I_N \otimes J_T}{T} - \frac{J_N \otimes I_T}{N} + \frac{J_{NT}}{NT} \right) = \\ &= (a + Tb + Nc)FA + (a + Tb)B_n + (a + Nc)B_t + aW^*. \end{aligned}$$

Ez egyben Ω spektrálfelbontása is, ahol az $(a + Tb + Nc)$, $(a + Tb)$, $(a + Nc)$ és a skalárok az Ω mátrix sajátértékei 1 , $N - 1$, $T - 1$ és $NT - N - T + 1$ multiplicitással (lásd TROGNON [11]). A hozzájuk tartozó sajátvektorok értelem-szerűen $\frac{J_{NT}}{NT}$, illetve a B_n , B_t és W^* operátorok oszlopvektorai. Ebből következik, hogy

$$\Omega^{-1} = \frac{1}{a + Tb + Nc} \frac{J_{NT}}{NT} + \frac{1}{a + Tb} B_n + \frac{1}{(a + Nc)} B_t + \frac{1}{a} W^*.$$

Egyenes következménye továbbá a fentieknek az is, hogy ha

$$\Omega^* = aI_{NT} + b(I_N \otimes J_T),$$

akkor Ω^* spektrálfelbontása

$$\Omega^* = aW_n + (a + bT) \bar{B}_n,$$

és így

$$\Omega^{*-1} = \frac{1}{a} W_n + \frac{1}{a + bT} \bar{B}_n.$$

2. A panelmodellekről általában

Legyen a kiinduló modell

$$y = X\beta + u, \quad (1)$$

ahol — és a továbbiakban mindig —

y — az endogén változó megfigyeléseinek ($NT \times 1$) méretű vektora,

- X — az exogén magyarázó változók megfigyeléseinek $(NT \times K)$ méretű mátrixa,
 u — a látens változók $(NT \times 1)$ méretű vektora,
 K — a magyarázó változók száma,
 N — a megfigyelt egyedek száma,
 T — a megfigyelt idősor hossza,
 tehát

$$y = \begin{bmatrix} y_{11} \\ \vdots \\ y_{1T} \\ \vdots \\ y_{N1} \\ \vdots \\ y_{NT} \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad X = \begin{bmatrix} X_{11}^{(1)} & \dots & X_{11}^{(K)} \\ \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \vdots \\ X_{NT}^{(1)} & \dots & X_{NT}^{(K)} \end{bmatrix}.$$

Az egyik leglényegesebb kérdés, amely további vizsgálódásainkat meghatározza, az, hogy a fenti változók megfigyelései mennyire tekinthetők homogéneknek.

A panelmodellek alapvető feltételezése, hogy a megfigyeléseket a strukturális paraméterek szempontjából homogéneknek tekintik, vagyis ugyanaz a strukturális paramétervektor írja le az összes egyed viselkedését,⁵ tehát

$$y_i = X_i \beta + u_i \quad \forall i \quad (i = 1, \dots, N). \quad (2)$$

Világos azonban, hogy hiba lenne a megfigyeléseket teljesen homogéneknek tekinteni, hiszen bizonyos, hogy minden egyed rendelkezik sajátos, a többitől eltérő tulajdonságokkal is. Gondoljuk meg, hogy ha a megfigyelt egyedek termelőegységek, akkor az eltérő vállalati méretek, az eltérő földrajzi elhelyezkedés stb. egyedi bélyeget nyom a vállalatokra. A továbbiakban az ilyen egyedi jellegzetességeket egyedhatásoknak fogjuk nevezni. Hasonlóan előfordulhat, hogy a megfigyelt különböző időpontok (évek) rendelkeznek ilyen egyedi vonásokkal, a továbbiakban ezeket időhatásoknak fogjuk nevezni.

A kérdés most az, hogy az idő és egyedhatásokat hogyan építsük be az (1) modellbe, ha figyelembe vesszük a (2) feltételt.

Erre két út kínálkozik. Az egyik, hogy külön egyed (illetve idő) specifikus paramétereket határozzunk meg, melyek minden egyednél (illetve időpontnál) más-más értékeket vehetnek fel, a másik, hogy az egyed (idő) specifikus hatásokat a látens változóba építjük be. Az előbbi állandó hatású, az utóbbit véletlen hatású megközelítésnek szokás nevezni.

⁵ Ettől eltérő kezelést a változó koefficiensű modellek tesznek lehetővé, ahol a paraméterek egyedenként különbözőek is lehetnek (MÁTYÁS [6], [7]), de ennek vizsgálata túlnőne írásunk keretein.

A gyakorlatban mind a két megközelítési mód elterjedt, általában azonban, ha nagyszámú egyeddel van dolgunk ($N > 30-40$), szívesebben alkalmazzák a véletlen hatású megközelítést, míg ha az egyedek száma viszonylag alacsony, kedveltebb az állandó hatású megközelítés. (Lásd: MUNDLAK—YAHAR [10], LEE [5], KIEFER [4], HSIAO [3].)

3. Állandó hatású panelmodellek

Írjuk újra az (1) modellt és vegyük az egyedhatásokat állandó hatásként figyelembe:

$$y = X\beta + Z\alpha + u, \quad (3a)$$

illetve

$$y_i = X_i\beta + L_T\alpha_i + u_i, \quad (3b)$$

ahol

$Z = I_N \otimes L_T$ a vakváltozók ($NT \times N$) méretű mátrixa,

α_i — az egyedhatást kifejező paraméter,

α — az α_i -k ($N \times 1$) méretű vektora és

$E(u) = 0$, $E(uu') = \delta^2 I_{NT}$.

A feladat most az α és β paraméterek becslését előállítani. A (3a) modellt újra írva:

$$y = Z\alpha + X\beta + u = [Z, X] \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} + u.$$

Jelölje: $\gamma = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$, ekkor γ $KLNM^6$ becslése

$$\hat{\gamma} = \left[\begin{pmatrix} Z' \\ X' \end{pmatrix} (Z, X) \right]^{-1} \begin{pmatrix} Z' \\ X' \end{pmatrix} y = \begin{bmatrix} Z'Z & Z'X \\ X'Z & X'X \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} Z' \\ X' \end{pmatrix} y.$$

A mátrixok partíciónkénti inverzét használva és figyelembe véve, hogy $W_n = I_{NT} - Z(Z'Z)^{-1}Z'$

$$\hat{\gamma} = \begin{bmatrix} (Z'Z)^{-1} + (Z'Z)^{-1}Z'X[X'X - X'Z(Z'Z)^{-1}Z'X]^{-1}X'Z(Z'Z)^{-1} \\ - (X'W_nX)^{-1}X'Z(Z'Z)^{-1} \\ - (Z'Z)^{-1}Z'X(X'W_nX)^{-1} \\ (X'W_nX)^{-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Z' \\ X' \end{pmatrix} y.$$

A kínálkozó egyszerűsítéseket elvégezve:

$$\hat{\beta}_w = (X'W_nX)^{-1}X'W_ny \quad (4a)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{T} Z'(Y - X\hat{\beta}). \quad (4b)$$

⁶ Klasszikus legkisebb négyzetek módszere.

Látható, hogy a β strukturális paramétervektor becslése csupán a csoporton belüli varianciát használja fel, mivel a csoportok közötti varianciát a W_n operátor segítségével kiiktattuk. A fenti $\hat{\beta}_w$ esztimátor nem más, mint a

$$W_n y = W_n X \beta + W_n u$$

transzformált modell paramétereinek $KLNM$ esztimátora.

Mint láttuk, a W_n operátor egy orthogonális vetítést hajt végre, tehát világos, hogy $W_n y = [y_{it} - \bar{y}_i]$ és ugyanaz érvényes az összes magyarázó változóra is. Ennek megfelelően a β strukturális paramétervektor állandó-hatású esztimátora rendkívül könnyen előállítható, elegendő a modellben szereplő összes változót transzformálni a fentiek szerint és e transzformált változókat magában foglaló modellre a $KLNM$ -et alkalmazni.

A (4b) esztimátort szemügyre véve, kiderül az is, hogy csupán a merőleges vetítés után fennmaradó információt (tehát nagyon kevés információt) használ fel, aminek következtében számos empirikus vizsgálatban α -t ki sem számítják.

A (3) modellben csupán az egyedhatásokat vettük figyelembe. Beépítve az időhatásokat is

$$y = Z\alpha + \tilde{I}\lambda + X\beta + u, \quad (4)$$

ahol

$$\tilde{I} = \begin{bmatrix} I_T \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ I_T \end{bmatrix}, \text{ vagyis } \tilde{I} = L_N \otimes I_T \text{ (} NT \times T \text{) méretű mátrix és}$$

λ — az időhatások ($T \times 1$) méretű paramétervektora.

A fent bemutatott eljárást követve, könnyen adódik a β strukturális paraméterek becslésére

$$\hat{\beta}_w^* = (X' W^* X)^{-1} X' W^* y.$$

Az $\hat{\alpha}$ és $\hat{\lambda}$ paraméterbecslések előállítására a fentiekhez hasonló és identifikációs problémák miatt szintén nem kívánatos. A β paramétervektor állandó hatású idő- és egyedhatást figyelembe vevő esztimátora minden nehézség nélkül előállítható, ha a modell minden változójára elvégezzük a W^* transzformációt és a transzformált modellre alkalmazzuk a $KLNM$ -et. A W^* transzformáció (már láttuk) nem más, mint (az y változón bemutatva)

$$W^* y = [y_{it} - \bar{y}_i - \bar{y}_t + \bar{y}].$$

A legújabb számítógépes statisztikai programcsomagok lehetővé teszik a W_n és W^* transzformációk egy utasításban történő megadását, így az egyes változók transzformálása után a $KLNM$ futtatása szolgáltatja az állandó hatású panelmodellek kívánt paraméterbecsléseit.

E fejezet végén szükséges megemlíteni, hogy a W_n és W^* vetítő operátorok mind a (3), mind a (4) modellből kiiktatják a szabad konstans, ami annyit jelent, hogy ha esetleg a modell magyarázó változói között szerepelt, akkor a transzformációs eljárás után ennek értéke automatikusan zérus lesz.⁷

⁷ Természetesen ez azt jelenti, hogy ilyen esetben a modellt eleve szabad konstans nélkül kell specifikálni.

4. Véletlen hatású panelmodellek

Írjuk újra az (1) modellt és vegyük most az egyedhatásokat véletlen hatásként figyelembe:

$$y = X\beta + u = X\beta + \mu \otimes L_T + v, \quad (5a)$$

illetve

$$y_{it} = X'_{it}\beta + u_{it}, \quad (5b)$$

és u_{it} felbontható az $u_{it} = \mu_i + v_{it}$ formába, ahol μ_i az egyedhatást képviselő valószínűségi változó, μ az egyedhatások $(N \times 1)$ méretű valószínűségi vektor-változója és v_{it} (illetve v) a látens változó (illetve azokat összefogó v vektor).

A következő feltételezésekkel élünk:

1. A μ_i és v_{it} valószínűségi változók függetlenek minden i -re és t -re;

2. $E(\mu_i) = 0$;

3. $E(v_{it}v_{i't'}) = \begin{cases} \delta_v^2, & \text{ha } i = i' \text{ és } t = t' \\ 0 & \text{különben;} \end{cases}$

4. $E(\mu_i\mu_{i'}) = \begin{cases} \delta_\mu^2, & \text{ha } i = i' \\ 0 & \text{különben;} \end{cases}$

5. $E(v_{it}) = 0$.

Világos, hogy az $ALNM$ ⁸ a β paramétervektor torzítatlan és hatásos becslését nyújtja. Ehhez azonban szükségünk van az u látens változó kovarianciamátrixára és annak becslésére is.

Könnyen belátható (MÁTYÁS [6], [7]), hogy

$$E(u_i u_i') = \delta_\mu^2 J_T + \delta_v^2 I_T = \Sigma$$

$$E(uu') = I_N \otimes \Sigma = \delta_v^2 I_{NT} + \delta_\mu^2 (I_N \otimes J_T) = \delta_v^2 W_n + (\delta_v^2 + T\delta_\mu) \bar{B}_n = \Omega.$$

Ennek megfelelően δ_μ^2 és δ_v^2 becslését kell előállítani ahhoz, hogy meghatározzuk az $\hat{\Omega}$ becslt kovarianciamátrixot.

Ha figyelembe vesszük a W_n és $\bar{B}_n$ operátorok tulajdonságait, akkor könnyen kimutatható, hogy

$$\hat{\delta}_v^2 = \hat{u} W_n \hat{u}' / [N(T-1) - K]$$

$$T\hat{\delta}_\mu^2 + \hat{\delta}_v^2 = \hat{u} \bar{B}_n \hat{u}' / (N - K),$$

ahol $\hat{u}$ — az (5a) modell $KLNM$ becsléséből számított $y - X'\hat{\beta}_{KLNM} = \hat{u}$ reziduum vektor.

A β paramétervektor $ALNM$ becslésének az előállítása tehát semmilyen gyakorlati nehézségbe nem ütközik:

$$\hat{\beta}_{ALNM} = (X' \Omega^{-1} X)^{-1} X' \Omega^{-1} y,$$

illetve a becslt kovarianciamátrixot használva

$$\hat{\beta}_{\overline{ALNM}} = (X' \hat{\Omega}^{-1} X)^{-1} X' \hat{\Omega}^{-1} y.$$

⁸ Általánosított legkisebb négyzetek módszere.

Láttuk az 1.b) fejezetben, hogy

$$\Omega^{-1} = \frac{1}{\delta_v^2} W_n + \frac{1}{\delta_v^2 + T\delta_\mu^2} \bar{B}_n = \frac{1}{\delta_v^2} (W_n + \theta \bar{B}_n),$$

ahol

$$\theta = \frac{\delta_v^2}{\delta_v^2 + T\delta_\mu^2}.$$

Ujra írva az $ALNM$ esztimátort:

$$\hat{\beta}_{ALNM} = [X'(W_n + \theta \bar{B}_n)X]^{-1} X'(W_n + \theta \bar{B}_n)y,$$

és figyelembe véve a W_n és $\bar{B}_n$ operátorok 1. fejezetben áttekintett tulajdonságait:

$$\hat{\beta}_{ALNM} = (X'W_nX + \theta X'\bar{B}_nX)^{-1} (X'W_ny + \theta X'\bar{B}_ny). \quad (6)$$

Természetesen θ helyébe a $\hat{\theta}$ becslést helyettesítve a becsült kovarianciamátrixot felhasználó $ALNM$ esztimátort nyerjük.⁹ Jól látható e képletből, hogy az $ALNM$ a csoporton belüli és a csoportok közötti varianciát is felhasználja, és mivel az $ALNM$ hatásos becslést nyújt, a keresett β paramétervektorra így θ az optimális lineáris kombinációját határozza meg a két varianciának.

Vegyük észre, hogy a

$$\hat{\beta}_w = [X'W_nX]^{-1} X'W_ny$$

esztimátor szintén torzítatlan becslést nyújt a β paramétervektorra, e becslés azonban nem hatásos.

Rendkívüli módon megkönnyíti az $ALNM$ gyakorlati alkalmazását, ha a modellben szereplő összes változót transzformáljuk a $(W_n + \sqrt{\theta} \bar{B}_n)$ operátor segítségével, majd a transzformált változókra alkalmazzuk a $KLNM$ -et:

$$(W_n + \sqrt{\theta} \bar{B}_n)y = (W_n + \sqrt{\theta} \bar{B}_n)X\beta + (W_n + \sqrt{\theta} \bar{B}_n)u,$$

és e modell β paraméterének $KLNM$ esztimátora éppen egyenlő a (6) formulában szereplő $\hat{\beta}_{ALNM}$ esztimátorral.

A $(W_n + \sqrt{\theta} \bar{B}_n)$ transzformáció nem más, mint (az y változón bemutatva):

$$(W_n + \sqrt{\theta} \bar{B}_n)y = [y_{it} - (1 - \sqrt{\theta})\bar{y}_i].$$

Az (5a), (5b) modellben csupán az egyedhatásokat vettük figyelembe. Az időhatásokat is formalizálva, a modell:

$$y = X\beta + u, \quad (7)$$

ahol

$$u = \mu \otimes L_T + \bar{I}\lambda^* + v$$

λ^* — az időhatások $(T \times 1)$ méretű valószínűségi vektorváltozója.

⁹ A (6) esztimátort szokás λ -típusú esztimátornak is nevezni, ha θ helyébe λ -t írunk. Ekkor $\lambda = \theta$ az $ALNM$, $\lambda = 0$ a (4a) és $\lambda = 1$ a $KLNM$ esztimátort adja a keresett paramétervektornak.

Tegyük fel az előzőekhez hasonlóan, hogy μ , λ és v páronként független, 0 várható értékű valószínűségi vektorváltozók, valamint

$$E(\mu\mu') = \delta_\mu^2 I_N, \quad E(\lambda\lambda') = \delta_\lambda^2 I_T, \quad E(vv') = \delta_v^2 I_{NT}.$$

Az *ALNM* természetesen most is a β paramétervektor torzítatlan és hatásos becslését szolgáltatja. Az ehhez szükséges kovarianciamátrix

$$E(uu') = \Omega = \delta_\mu^2(I_N \otimes J_T) + \delta_\lambda^2(J_N \otimes I_T) + \delta_v^2 I_{NT}.$$

Láttuk az 1. fejezetben, hogy Ω felírható az

$$\Omega = (\delta_v^2 + T\delta_\mu^2 + N\delta_\lambda^2) \frac{J_{NT}}{NT} + (\delta_v^2 + T\delta_\mu^2) B_n + (\delta_v^2 + N\delta_\lambda^2) B_t + \delta_v^2 W^*$$

formában is. Ennek megfelelően

$$\Omega^{-1} = \frac{1}{\delta_v^2 + T\delta_\mu^2 + N\delta_\lambda^2} \frac{J_{NT}}{NT} + \frac{1}{\delta_v^2 + T\delta_\mu^2} B_n + \frac{1}{\delta_v^2 + N\delta_\lambda^2} B_t + \frac{1}{\delta_v^2} W^*.$$

A (7) modell paraméterének *ALNM* esztimátora ezek után a következő:

$$\hat{\beta}_{ALNM} = \left[X' \left(\theta_2 \frac{J_{NT}}{NT} + \theta B_n + \theta_1 B_t + W^* \right) X \right]^{-1} \cdot \left[X' \left(\theta_2 \frac{J_{NT}}{NT} + \theta B_n + \theta_1 B_t + W^* \right) y \right],$$

ahol

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{\delta_v^2}{\delta_v^2 + T\delta_\mu^2} \\ \theta_1 &= \frac{\delta_v^2}{\delta_v^2 + N\delta_\lambda^2} \\ \theta_2 &= \frac{\delta_v^2}{\delta_v^2 + T\delta_\mu^2 + N\delta_\lambda^2} \end{aligned}$$

Az előzőekhez hasonlóan (bár ez első látásra nehezen emészthető, de könnyen ellenőrizhető), ha a (7) modell összes változóját a $\left(\sqrt{\theta_2} \frac{J_{NT}}{NT} + \sqrt{\theta} B_n + \sqrt{\theta_1} B_t + W^* \right)$ operátor segítségével transzformáljuk, majd a transzformált modellre a *KLNM*-et alkalmazzuk, a modell paramétereinek *ALNM* esztimátort kapjuk.

A $\left(\sqrt{\theta_2} \frac{J_{NT}}{NT} + \sqrt{\theta} B_n + \sqrt{\theta_1} B_t + W^* \right)$ operátor hatását az y változón bemutatva:

$$\begin{aligned} & \left(\sqrt{\theta_2} \frac{J_{NT}}{NT} + \sqrt{\theta} B_n + \sqrt{\theta_1} B_t + W^* \right) y = \\ & = [y_{it} - (1 - \sqrt{\theta}) \bar{y}_i - (1 - \sqrt{\theta_1}) \bar{y}_t + (1 - \sqrt{\theta} - \sqrt{\theta_1} + \sqrt{\theta_2}) \bar{y}]. \end{aligned} \quad (8)$$

Az *ALNM* gyakorlatban történő használatához szükségünk van a δ_v^2 , δ_μ^2 és δ_λ^2 szórások becslésére. Ezek a *KLNM* becslés reziduumból könnyen előállíthatók, figyelembe véve a látnens változó (7) modell szerinti felbontását (MÁTYÁS [6], [7]) és a W^* , B_n , B_t operátorok tulajdonságait:

$$\begin{aligned}\hat{\delta}_v^2 &= \hat{u}' W^* \hat{u} / [(N-1)(T-1) - K] \\ N \hat{\delta}_\lambda^2 - \hat{\delta}_v^2 &= \hat{u}' B_t \hat{u} / (T-K) \\ T \hat{\delta}_\mu^2 - \hat{\delta}_v^2 &= \hat{u}' B_n \hat{u} / (N-K),\end{aligned}$$

ahol

$$\hat{u} = y - X' \hat{\beta}_{KLNM}.$$

A már említett számítógépes statisztikai programcsomagok a $\hat{\delta}_v^2$, $\hat{\delta}_\mu^2$ és $\hat{\delta}_\lambda^2$ szórásbecsléseket a *KLNM* reziduumból egy utasítással előállítják. Szintén egy utasítás, adott változóra, a (8) transzformáció végrehajtása. Mivel az utasításban szükséges a θ , θ_1 , θ_2 paraméterek megadása, így ha ezek helyébe nem a *KLNM* reziduumból számított szórásbecslések segítségével előállított $\hat{\theta}$, $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$ paramétereket helyettesítjük, hanem 0 vagy 1 értéket adunk, akkor az összes eddig vizsgált transzformáció előállítható a (8) transzformációból.

Látható tehát, hogy a látszólag bonyolult becslési eljárásokat a korszerű statisztikai programcsomagok könnyen felhasználhatóvá tették.

Végezetül egy lényeges gyakorlati következménnyel járó elméleti probléma tisztázása látszik szükségesnek. Láttuk, hogy a (6) esztimátort úgy is megkaphatjuk, hogy a modell változóit a $(W_n + \sqrt{\hat{\theta}} B_n)$ operátor segítségével transzformáljuk, majd a transzformált modellre alkalmazzuk a *KLNM*-et. Jelöljük a transzformált változókat $*$ -gal. Ahhoz, hogy a becsült kovarianciamátrixot felhasználó *ALNM* esztimátor torzítatlan legyen, szükséges, hogy:

$$E[(X^* X^*)^{-1} X^{*'} u^*] = 0. \quad (9)$$

Abban az esetben, amikor a becsült kovarianciamátrixot használjuk, a transzformációs operátorban $\sqrt{\hat{\theta}}$ szerepel.

Az $(X^* X^*)^{-1}$ és $X^{*'} u^*$ szorzások során azonban keletkezik egy $(1/\hat{\theta})$, illetve $\hat{\theta}$ tag is, ami azt jelenti, hogy ahhoz, hogy (9) fennálljon, szükséges az $E(1/\hat{\theta})$ és az $E(\hat{\theta})$ várható értékek létezése.

A $\hat{\theta}$ eloszlását figyelembe véve a két várható érték létezésének feltétele:

$$N(T-1) - K \geq 5 \text{ és } N - K \geq 5.$$

Hasonló módon eljárva belátható, hogy a (7) modell becsült kovarianciamátrixot felhasználó *ALNM* esztimátorának torzítatlanságához szükséges, hogy

$$N(T-1) - K \geq 6, N \geq K + 6 \text{ és } T \geq K + 6.$$

Figyelembe véve, hogy T általában kicsi, a torzítatlansági feltételek számos esetben igen szigorúnak minősülhetnek.

(Beérkezett: 1987. január 19-én.)

IRODALOM

1. P. BALESTRA — M. NERLOVE: Pooling Cross-Section and Time-Series Data in the Estimation of Dynamic Model. *Econometrica*. 1966 (Vol 34) No 3.
2. I. HOCH: Estimation of Production Parameters Combining Time-Series and Cross-Section Data. *Econometrica*. 1962 (Vol 30) No 1.
3. C. HSIAO: *Benefits and Limitations of Panel Data*. University of Toronto. 1985.
4. W. M. KIEFER: Estimation of Fixed Effect Models for Time-Series of Cross-Section. *Journal of Econometrics*. 1980 (Vol 14) No 2.
5. L. F. LEE: *On the Issues of Fixed Effects vs Random Effects Econometric Models with Panel Data*. University of Minnesota. 1978. Discussion Paper No 78—101.
6. MÁTYÁS, L.: *Idősorok és keresztmetszeti adatok együttes felhasználása az ökonometriai vizsgálatokban*. Agrárgazdasági Kutató Intézet, 1985/6.
7. MÁTYÁS, L.: *Idősorok és keresztmetszeti adatok együttes felhasználása az ökonometriai vizsgálatokban*. Kandidátusi értekezés. 1986.
8. Y. MUNDLAK: Estimation of Production and Behavioral Functions from a Combination of Cross-Section and Time-Series Data. In Christ (ed): *Measurement in Economics*. Stanford University Press. 1963.
9. Y. MUNDLAK: Empirical Production Function Free of Management Bias. *Journal of Farm Economics*. 1961 (Vol 43) No 1.
10. Y. MUNDLAK—J. A. YAHAR: Random Effects, Fixed Effects, Convolution and Separation. *Econometrica*. 1981 (Vol 49) No 6.
11. A. TROGNON: *Econometrie II*. INSEE-ENSAE. Malakoff 1984.

ESTIMATION OF PANEL MODELS

One of the main trends in present day econometric research aims at augmenting the amount of information processed and emitted by a given model. An efficient method uses time series and cross section data concurrently, specification and estimation of panel models serves as one of the relatively simple tools. This paper presents models which extend to both steady and random, time-specific and agent-specific effects in a unified framework. It also deals with various parameter estimation techniques pertaining to these models with particular reference to some methods applied in relevant software packages. The novelty of the paper lies in the introduction of transformation operators based on the decomposition of variances. This method simplifies even the seemingly complex procedures and facilitates their comprehension and application. The use of transformation operators also enables to imbed the parameter estimation procedures of panel models into the traditional logics of econometrics and simplifies the generalizations.

ОЦЕНКА ПАНЕЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ

В наши дни одно из основных направлений эконометрических исследований состоит в том, чтобы как можно в большей степени повысить количество используемой и выдаваемой данной моделью информации. Эффективным способом этого является одновременное использование временных рядов и средних данных, относительно простым средством чего является спецификация и оценка панельных моделей. В статье делается попытка единого представления, а также общего рассмотрения моделей, содержащих постоянные и случайные, временные и индивидуальные специфические воздействия и параметрической оценки этих моделей, в особенности связанных с этим методов и отдельных машинных пакетов программ. Новое в статье содержит введение трансформационных операторов, основанных на раздроблении данной переменной дисперсии и последовательное использование этого, что в большой степени упрощает и облегчает применение методов, кажущихся на первый взгляд сложными. Использование трансформационных операторов облегчает включение методов параметрической оценки панельных моделей в логику традиционной эконометрии, а также упрощает и обобщения.

KÖNYVEKRŐL

A. BENSOUSSAN—M. CROUHY—J. M. PROTH: *Mathematical Theory of Production Planning*. North-Holland, 1983. 503 p.

A könyv az A. BENSOUSSAN és P. A. NAERT által szerkesztett „Advanced Series in Management” sorozat harmadik köteteként jelent meg, s a termelés tervezési módszerek kutatása terén eddig elért matematikai eredmények egységes tárgyalásának, összefoglalásának tekinthető.

Annak ellenére, hogy a termeléstervezés egyes kérdéseinek matematikai tárgyalása viszonylag korán, már a 60-as években megkezdődött, azt hiszem, nyugodtan kijelenthetjük, hogy a könyv megjelenésével a közgazdasági alkalmazott matematika valamint törlesztett régi adósságából és sokéves lemaradásából.

Hogy miben áll ez az adósság, ahhoz az előzményeket kell röviden megvizsgáljunk. Az operációkutatás keretében az 50-es években már számos cikk foglalkozott a matematikai készletmodellekkel, amelyek — többtermékes modellek esetén — a független kereslet feltételezésére épültek. A gyakorlatban azonban ez csak a végtermékekre igaz, a többi (számszerűen túlsúlyban lévő termék) kereslete összefüggő, vagyis a gyártási folyamat meghatározott arányú összeépítésüket, keverésüket követeli meg. Az ilyen problémák kezelése azonban meglehetősen bonyolult, s megoldásukhoz nagy teljesítményű számítógépek szükségesek. Mire ezek a számítógépek hozzáférhetővé váltak, addigra az operációkutatásban a hangsúly máshová tolódott el, s az új kezdeményezések már nem a matematikusoktól, hanem a feladatot — a gyakorlati igények miatt — valamilyen

módon megoldani akaró számítástechnikusoktól, szervezőktől indultak ki. Ezt a nagy hatást kiváltó s azóta klasszikusnak számító ismeretkört olyan könyvekkel lehetne jellemezni, mint J. ORLICKY: *Material Requirements Planning* (1975 — ez volt az első monográfia erről a témakör-ről), R. PETERSON—E. A. SILVER: *Decision Systems for Inventory Management and Production Planning* (1979 — ez a könyv a klasszikus készletmodellekkel együtt tárgyalta a termeléstervezés legújabb eredményeit) és T. E. VOLLMANN—W. L. BERRY—D. C. WHYBARK: *Manufacturing Planning and Control System* (1984 — amely az egyik legutóbbi és legjobb monográfia erről a területről). Ezek a könyvek bár tárgyalták a kérdéskör matematikai vonatkozásait is, de a hangsúlyt éppen a kiindulás miatt máshová, az alkalmazás, megvalósítás szervezeti és módszertani vonatkozásaira helyezték. Így *Bensoussan et al.* könyve mindenképpen hiánypótlónak számít, függetlenül attól, hogy a benne tárgyalt témakör nem teljesen azonos a felsorolt munkákéval.

A könyv az aggregált termeléstervezés (termeléskiegyenlítés (a középtávú tervezés) kérdéseivel foglalkozik (ezek kutatásának kezdetét a HMMS modellek jelentették 1960-ban), s nem tárgyalja (1) az aggregált termelési terv lebontását, (2) a koordinált többszintű termeléstervezés problémakörét, amelyek a részletesebb rövid távú termelési tervek szempontjából lényegesek, s amelyekkel az előzőekben felsorolt munkák részletesen foglalkoznak.

A könyv két fő részre osztható: az 1—4. fejezetek a témakör elméleti vonatkozásait tartalmazzák, míg az 5—7. fejezetek az

* Csak a termeléstervezés legjellemzőbb területeiről és az operációkutatás két elismert folyóiratából vett példákra hivatkozva: S. E. ELMAGHRABY cikke (*Operations Research* 1963/4) a szükségletebontás kérdéseit, míg B. GIFLER tanulmánya (*Management Science* 1965/9) a nettó szükségletnek és a különböző korlátoknak megfelelő termelési terv meghatározását tárgyalja.

előzőekben bemutatott matematikai eredményekhez ajánlanak szoftver termékeket.

A szerzők az aggregált termelési modellek két típusát tárgyalják: a termelés-tervezési és a termeléskiegyenlítési modelleket. Az előzőek két költségelemet tartalmaznak: a termelési költséget $c_t(v_t)$, ahol v_t a t -edik időszak termelés nagyságát jelenti és a készletezési költséget $f_t(y_t)$ ahol y_t t -edik időszak kezdetének készlet szintjét mutatja, és előjelétől függően lesz az $f_t(y_t)$ készlettartási vagy hiányköltség. A termeléskiegyenlítési modellek ezen felül még a termelési szintben két időpont között bekövetkezett változás költségeit is tartalmazza: $g_t(v_{t-1}, v_t)$.

Az 1–3. fejezetben a kereslet determinisztikus, a 4.-ben sztochasztikus. Az idő diszkrét, kivéve a 3. fejezetet, ahol folytonos. Az 1. fejezet konkáv költségek mellett a dinamikus programozásra építve a termelés-tervezési modelleket tárgyalja. Az erre vonatkozó programot az 5. fejezet tartalmazza. A 2. fejezet konvex költségek

mellett tárgyalja a termelés-tervezési és a termeléskiegyenlítési modelleket. (Szemléltetésül a 7. fejezet szolgál.) A 3. fejezet a folytonos és az impulzusirányítás felhasználásával a folytonos idejű termelés-tervezési modellekkel foglalkozik (a számítógépes program a 6. fejezetben található), míg a 4. fejezet a két modellfajtát sztochasztikus kereslet esetén vizsgálja. A fejezetek utolsó részében a szerzők az eredményeket a témára vonatkozó szakirodalomhoz viszonyítva mutatják be.

A matematikai függelék többek között olyan témákról nyújt áttekintést mint: mértékelmélet, Lebesgue-integrál, topológikus terek, duális terek, eloszlások és gyenge deriváltak.

A könyv elsősorban kézikönyvként ajánlható, illetve egyes részei az egyetemi oktatásban felhasználhatók a leírt programokra támaszkodva, a tárgyalt elméleti anyag illusztrálására.

VASTAG GYULA

TUDOMÁNYOS ÉLET

ESEM' 86

(Az Ökonometriai Társaság Európai Konferenciája)

1986. szeptember 1–5 között (1972 után) immár másodszor Budapesten tartotta Európai Konferenciáját az Ökonometriai Társaság (Econometric Society). Az évente megrendezett regionális összejövetelek és az ötévente sorra kerülő világkonferenciák a gazdaságelmélet, a matematikai-közgazdaságtan és az ökonometria művelőinek, kutatóinak talán legszínvonalasabb, legtartalmasabb találkozói.

Ez alkalommal 29 ország több mint 500 szakértője vett részt az Akadémia székházában megtartott konferencián. A hét párhuzamos szekcióban, 77 szekcióülésen kb. 330 előadás hangzott el. Ez bizonyult egyben a rendezvény egyik legnagyobb hátulütőjének is, mivel gyakorlatilag lehetetlen volt szakmailag áttekinteni ezt az előadás-rengeteget. Úgy tűnik ez a sikeres konferenciák ára. Sajnálatos módon a vártnál kevesebb résztvevő érkezett a szocialista országokból, ami egyrészt a (relative) magas részvételi költségeknek tudható be, másrészt pedig annak, hogy az elbírálásra benyújtott előadás-tervezetek többségét a programbizottság tagjai nem ítélték aktuálisnak vagy kellő színvonalúnak (megjegyzendő, hogy a 16 tagú ökonometriai programbizottságnak egyetlen szocialista országból való tagja sem volt).

A hagyományoknak megfelelően a szekcióüléseken kívül két központi előadás van hivatalosan a konferencia „szakmai hangulatát” megadni. A Fisher–Schultz előadást *Robert Wilson* (Stanford Business School) tartotta „Hatékony és kompetitív adagolás” címmel. (Előadását e számunkban teljes terjedelmében közöljük. Szerk.) „Ökonometria és gazdaságpolitikai elemzés” című elnöki előadásában *Michael Bruno* (Hebrew University) az izraeli gazdaság stabilizációs programját és az alátámasztására szolgáló ökonometriai modellt ismertette. A témából adódóan az infláció és a pénzügyi hatások elemzése került előtérbe, mind a modellspecifikáció, mind a különböző szimulációk eredményeinek ismertetésekor.

A szekcióelőadások mind tematikájukban, mind megközelítési módjukban természetesen rendkívül különbözőnek bizonyultak. Megfigyelhető volt azonban néhány általános tendencia, melyekre érdemes kitérni. Központi szerepe volt az információ fogalmának és kezelésének, tükrözve azt a felismerést, hogy egy modell használhatóságát a bemenő és az ettől függő kimenő információk is nagymértékben befolyásolják, meghatározzák. A determinisztikus (matematikai-közgazdasági) modelleknél a hiányos és korlátozott információ problematikája került a legtöbbször terítékre, míg az ökonometriai modelleknél az adatbázis szélesítése (panelmodellek), külső információk használata (bayesi módszerek) és a többletinformációt nyújtó számítógép intenzív módszerek (bootstrap) tárgyalása fémjelvezte a kérdéskört.

A modellek tartalmára vonatkozóan érezhetően háttérbe szorultak a makro nemzetgazdasági modellek, míg a nemzetközi gazdasági összefüggéseket formalizáló, valamint a mikrofeladatokat elemző modellek előtérbe kerültek. Érthető okokból a munkanélküliség és az általa felvetett problémák is szép számmal szerepeltek az előadott témák között.

A gazdaságelméleti (matematikai-közgazdasági) szekciókban bemutatott modellek főbb tematikai súlypontjai a következők voltak:

— *Nemzetközi gazdaság.* Az árfolyamok és a tőkeáramlás kérdéseit, valamint a pénzügyi és költségvetési politika szerepét tárgyalták a leggyakrabban.

— *Mikro gazdaság.* Sok előadás foglalkozott az üzleti alku stratégiákkal, taktikákkal modellezésének kérdéseivel, gyakran felhasználva a játékelmélet eszköztárát. Szintén több modell elemzte a vállalati méret, vállalati viselkedés problematikáját, valamint a vállalati növekedés tényezőit. A háztartások viselkedése is számos vizsgálat tárgyát képezte, különös tekintettel a kiadások szerkezetére és racionalitására. Ezek alapjául az egyre bővülő panel adatbázisok szolgáltak.

— *Munkanélküliség.* A munkanélküliség és a gazdasági fejlettség (struktúra és munkanélküliség stb.), a kollektív szerződések és a munkaerőpiac (a szakszervezetek szerepe, képzés-átképzés stb.), valamint a munkanélküliség és a nemzetgazdaság (munkanélküliség elmélet stb.) kérdéseit vizsgálták a legtöbbször a modellezők.

A fentiek mellett számos előadás foglalkozott adópolitikai és hitelpiaci kérdésekkel, valamint játékelmélettel.

Az *ökonometria*i szekciók előadásainak főbb modellezési súlypontjai a következők voltak:

— *Nemzetközi gazdaság.* Elsősorban az árfolyammozgásokat és a nemzetközi pénzügyi piacot vizsgálta sok modell.

— *Mikrogazdaság.* E kérdéskörben sok téma merült fel. Szó volt — szinte törvényszerűen — fogyasztási modellekről, élettartammodellekről, racionális várakozásokról, valamint részpiaci disequilibrium-modellekről, de számos előadó foglalkozott a fogyasztás-megtakarítás-kereslet hármassal valamely részproblémájával is.

— *Munkanélküliség.* A témába vágó modellek igen széles kört fogtak át, a munkaerő-kínálat, munkaerőpiac kérdéseitől kezdve a kényszernyugdíjazások által felvetett kérdésekig.

További előadások foglalkoztak a gazdasági és pénzügyi politika egy-egy részterületének modellezésével, tőke-évjárat modellekkel, valamint az örökzöld termelési függvényekkel.

A módszertani előadások a hagyományos témakörökön túl (mint például a hipotézis-tesztelés vagy a különböző esztimátorok aszimptotikus és kisminta tulajdonságainak vizsgálata) számos érdekes és fontos kérdéskört feszegettek. Ilyenek voltak például a választási eljárások, módszerek különböző modellspecifikációk között, a változó koefficiensű modellek elmélete, a változó struktúrák modellezése, valamint az aggregáció-dezaggregáció problémája. Könnyű észrevenni, hogy e kérdéseket, témákat a gyakorlati ökonometria modellezés vetette fel, mutatva, hogy napjainkban az ökonometria modellezés és a statisztikai-módszertani kutatás sokkal szorosabban összefonódott, mint eddig bármikor.

Érezhető az eddigiekből, hogy a bőség zavarában nemcsak az egyes előadásokat, de még a tágabb témaköröket sem lehet igazán összefogni, bemutatni. Vélhetőleg erre nincs is szükség, mivel minden érdeklődő számára a helyi szervezőbizottságnál elérhető a résztvevők címlistája és az előadás-kivonatok kötete, amelyek segítségével közvetlenül a szerzőkhöz fordulhatnak bővebb információért egy-egy előadást vagy témát illetően.

MÁTYÁS LÁSZLÓ

Köszönet a kötet lektorainak

A Szigma 1986. évfolyamához benyújtott cikkeket — a Szerkesztőség állandó munkatársain kívül — a következő külső munkatársak lektorálták:

Barát Mária
Bánkóvi György
Bródy András
Chikán Attila
Csernátony Csaba
Dobó Andor
Éltető Ödön
Fekecs Gábor
Forgó Ferenc
Frigyes Ervin
Halpern László
Harnos Zsolt

Heppes Aladár
Hunyadi László
Klafszky Emil
Kovács Margit
Körösi Gábor
Lengyel Imre
Medvegyev Péter
Meszéna György
Paizs János
Papp Ottó
Vita László
Vízvári Béla

Zalai Ernő

Áldozatkész munkájukért ezúton is köszönetet mond a *Szerkesztőség*.

A kiadásért felelős az Akadémiai Kiadó és Nyomda Vállalat főigazgatója
Műszaki szerkesztő: Sándor István

A kézirat a nyomdába érkezett: 1987. május 12. — Terjedelem: 8,4 (A/5) ív
88.16652 Akadémiai Kiadó és Nyomda Vállalat, Budapest. — Felelős vezető: Hazai György

CONTENTS

ROBERT WILSON: Efficient and competitive rationing via priority service	249
SÁNDOR JÓZSEF—MARGIT KOVÁCS—KRISZTINA M. DOBOS—ILDIKÓ ZSIGMOND: Mathematical analysis of the yield fluctuation laws	307
LÁSZLÓ MÁTYÁS: Estimation of panel models	325

BOOK REVIEWS

A. BENSOUSSAN—M. CROUHY—J. M. PROTH: Mathematical theory of production planning (<i>Gyula Vastag</i>)	339
--	-----

SCIENTIFIC LIFE

LÁSZLÓ MÁTYÁS: ESEM'86 (The European Conference of the Econometric Society) 341	
---	--

СОДЕРЖАНИЕ

Роберт Уилсон: Эффективное и конкуритивное рационирование с помощью приоритетного обслуживания	249
Шандор Йозеф—Маргит Ковач—Кристина М. Добос—Илди- ко Жигмонд: Математический анализ закономерностей колебания урожайно- сти	307
Ласло Матьяш: Оценка панельных моделей	325

О КНИГАХ

А. Бенсуссан—М. Крухи—Й. М. Прот: Математическая теория планиро- вания продукции (Дюла Ваштаг)	339
---	-----

НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

Ласло Матьяш: ЭСЕМ'86 (Европейская конференция Эконометрического об- щества)	341
---	-----

Ára: 26,— Ft

Előfizetés egy évre: 104,— Ft

ISSN 0039—8128

TARTALOM

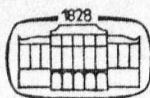
ROBERT WILSON: Hatékony és kompetitív adagolás elsőbbségi kiszolgálás útján ...	249
JÓZSEF SÁNDOR—KOVÁCS MARGIT—M. DOBOS KRISZTINA—ZSIGMOND ILDIKÓ: A termésátlag ingadozása: a törvényszerűségek matematikai elemzése	307
MÁTYÁS LÁSZLÓ: A panelmodellek becslése	325

KÖNYVEKRŐL

A. BENSOUSSAN—M. CROUHY—J. M. PROTH: Mathematical theory of production planning (<i>Vastag Gyula</i>)	339
---	-----

TUDOMÁNYOS ÉLET

MÁTYÁS LÁSZLÓ: ESEM'86 (Az Ökonometriai Társaság Európai Konferenciája) ...	341
---	-----



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST