

MAKAI MIHÁLY

Gazdaságfizika

1. Bevezetés

A gazdaságban végbemenő folyamatok sok hasonlóságot mutatnak egyes fizikai rendszerekkel pl. egy edénybe zárt gázzal. A látható makrojelenségek mögött mindkét esetben nagyszámú elemi esemény áll, ezek statisztikus jellegűek. Mindkét esetben megfigyelhető az események fejlődésének iránya, azaz mind a termelési, mind a termodinamikai folyamatok irreverzibilisek. A nagyszámú, egyedileg véletlenszerű elemi folyamat mindkét esetben egy, a rendszer egészét leíró változók közti kapcsolattá áll össze. A gáz viselkedését állapotegyenlet írja le, ami entrópiája, belsőenergiája, térfogata és kémiai potenciálja közti összefüggésként adható meg [1]. Hasonló jellegű összefüggésekkel a közgazdaságtan vagy nem rendelkezik, vagy ott ilyen összefüggések használata idegen, még tankönyvekben sem utalnak rá [2].

A fenti analógia segítségével kísérletet teszünk a társadalomban zajló alapvető gazdasági folyamatok termodinamikával analóg leírására.

2. A gazdasági folyamatok leírása

A gazdaság a társadalom és a természet közötti anyagcsere tartománya ([12], 25.o), elsősorban a termelő munka jellemzi. A munka mindenképp előtt olyan folyamat, amely ember és természet között megy végbe ([8], 168.o). A gazdasági folyamatok szövevényesen bonyolultak. A társadalom minden tagja idejének nagy részében javakat fogyaszt és termel újra, így a gazdasági folyamat elemeinek száma meglehetősen nagy. Példaként tekintsünk egy kis falusi piacot, ahol csak termékek cseréje folyik. Itt gazdasági folyamatnak tekinthetünk egy adásvételt. Ezek száma még aprócska piacon is több ezer lehet. Hasonlóan természetes módon bontható fel a termelés és fogyasztás is folyamatokra. A gazdasági folyamatokat négy mennyiség segítségével írjuk le:

- a környezet (K), ami az embert körülvevő természetet méri;
- a munkaerő (M), ami a gazdasági folyamatokban kifejtett, a természet társadalmi kisajátítására irányuló, az emberben szunnyadó képességet méri;
- a termék (T), ami a gazdasági folyamatban létrehozott termék mennyiségét méri;
- az energia (E), mint sajátos termék.

Vizsgálatunk tárgya egy korlátos V térrész, ahol termelés folyik és amit határ vesz körül. Ez lehet egy ország az őt körülvevő országhatárral, de lehet egy gyár az őt körülvevő kerítéssel. A környezet (K) egyszerűen jelentheti a (V)-n

belüli természeti adottságok felsorolását (pl. bányák, termőföldek), mértékéül vehetünk egy tetszés szerint a természeti adottságokhoz rendelt pozitív számot. A munkaerő (M) jelentheti a V -n belül található emberekhez rendelt nemnegatív mérőszámok összegét. A mérőszám függhet a személy életkorától, foglalkozásától, V -n belüli helyétől stb. A termék (T) mennyiségét mérhetjük annak természetes mérőszámában (a cipőt párban, a kénsavat hordóban, a vásznat méterben stb.) Az energiát (E) mérhetjük egy kiválasztott energiahordozó (pl. olaj) mennyiségében.

Feltesszük, hogy a gazdasági folyamatok a fenti négy mennyiség megváltozásával leírhatóak, azaz a gazdasági folyamat kihatása leírható a természetben létrehozott változás (pl. környezetszennyezés), a munkaerőben létrejövő változás, a rendelkezésünkre álló energia csökkenése vagy növekedése és a létrehozott termék mennyisége által.

Feltesszük továbbá, hogy (V)-n belül nagyszámú gazdasági folyamat zajlik le (egy adott időszak pl. egy év alatt) és nem áll módunkban minden egyes gazdasági folyamatba beavatkozni. Ezért a négy alapmennyiség értékét (V)-n makromennyiségnek tekintjük.

A következőkben megvizsgáljuk a gazdaságok közti kölcsönhatást.

3. A nulladik és az első főtétel

Tekintsünk két gazdaságot, amelyek közös határukon keresztül kölcsönhatásban léphetnek. Az előbbieket szerint a kölcsönhatás jelentheti

- termék (T);
- munkaerő (M);
- energia (E);

cseréjét. Békében országok közt környezet cseréje nem lehetséges, hiszen a környezet cseréje csak háborúval (határmódosítás) érhető el. Természetesen egy vállalat megváltoztatja környezetét úgy, hogy termékét másik környezetre „cseréli”, ez a művelet azonban termékcseréként írható le. Egyelőre a bonyolultabb kölcsönhatásoktól pl. ki termék, be munkaerő) eltekintünk. A gazdaságok közti kölcsönhatást *cserének* fogjuk nevezni. Két kölcsönhatásban álló gazdaság nem feltétlenül fog cserélni, csak akkor ha az érdekükben áll. Ezt a következő képpen lehet megfogalmazni:

Feltételezzük, hogy minden gazdaságban létezik egy $G(T, M, E, K)$ függvény, ami az adott ország *gazdagságát* írja le, és minden gazdaság a G függvény növelésére törekszik. Ezen feltételezés alapja analógia. Az alább ismertetendő gondolatmenet FÉNYES IMRÉTTŐL származik, ld. [1]. A gazdaságtanban vitatják a G függvény létezésének feltételeit, de amint alább látni fogjuk, segítségével ismert közgazdasági állítások is megkaphatóak.

Két gazdaság egyesítésével keletkező gazdaságban G, T, M, E és K összeadódik, azaz az előbbi mennyiségek *extenzív* mennyiségek. Tegyük fel, hogy a gazdaságok csak T terméket cserélhetnek. Milyen irányban fog a T termék a két gazdaság

közt áramlani? Nyilván az a gazdaság, ahol T „olcsó”, azaz járuléka G -hez kicsi, az fogja T -t eladni, ahol T „drága”, azaz járuléka G -hez nagy az fogja megvenni. Nincs értelme T cseréjének, ha járuléka G -hez mindkét gazdaságban egyforma, azaz ha T mindkét gazdaságban egyformán „értékes”.

A termodinamika terminológiájával élve minden kölcsönhatáshoz tartozik egy x *extenzív* mennyiség, aminek cseréje csak akkor jön létre, ha az x mennyiséghez tartozó *intenzív* paraméter, y , a két gazdaságban különböző és a kölcsönhatás (csere) az intenzív paraméterek kiegyenlítődése irányába hat. Ez a *nulladik főtétele*.

Valóban, a T termék „értékessége” állandó marad, ha két gazdaságot egyesítünk (feltéve, hogy értékessége ugyanaz mindkét gazdaságban). A T termék cseréjének eredményeként a gazdaságban beállt változás

$$dG = y_T dT, \quad (1)$$

ahol y_T jelenti a T termék értékességét, dT pedig a cserélt termék (előjeles) mennyisége (E , M és K nem változott). Hasonló okoskodással belátható, hogy általában egy kölcsönhatás (csere) eredményeként a gazdaságban beálló változás

$$dG = y_T dT + y_E dE + y_M dM, \quad (2)$$

ahol az y_i intenzív mennyiség megadja az i -edik extenzív mennyiség járulékát a gazdasághoz, azaz az i -edik extenzív mennyiség értékességét. Ez az *első főtétele*.

4. A Gibbs–Duhem reláció

A gazdaságban homogén elsőfokú függvény, hiszen ha a (T, M, E, K) -val jellemzett gazdaság gazdagsága G , akkor n ilyen gazdaság egyesítésével kapott gazdaságra

$$G(nT, nM, nE, nK) = nG(T, M, E, K)$$

adódik. Ilyen tulajdonságú függvényt ad meg

$$G = y_T T + y_E E + y_M M + dy_K K \quad (3)$$

és az intenzív mennyiségek változásai egymást kompenzálják:

$$0 = dy_T T + dy_E E + dy_M M + dy_K K. \quad (4)$$

Az ország gazdagsága nyilvánvalóan az ország részeinek (területegységeinek, vállalatának, állampolgárainak) gazdagságainak összege, mivel a gazdaság nemnegatív. A gazdasági folyamatok viszont egymást befolyásolják. Általában, ha az i -edik és j -edik gazdasági folyamat külön-külön dG_i és dG_j változást eredményez a gazdaságban, akkor az i -edik és j -edik folyamat által együttesen okozott dG_{ij} gazdaság változásra

$$dG_{ij} \neq dG_i + dG_j$$

áll fenn. A gazdasági folyamatok egymásrahatását egy W mátrixszal írhatjuk le:

$$dG_{ij} = W_{ij}dG_i + W_{ji}dG_j.$$

A W mátrix a kooperációt jellemzi, elemzése matematikai eszközökkel a játékelmélet alapján történhet.

Az intenzív mennyiségek kifejezhetőek az extenzív mennyiségek függvényeiként:

$$y_T = \frac{\partial G}{\partial T}; \quad y_E = \frac{\partial G}{\partial E}; \quad y_M = \frac{\partial G}{\partial M}; \quad y_K = \frac{\partial G}{\partial K}, \quad (5)$$

azaz az i -edik tényező ára megmutatja, hogy x_i növelése mennyivel növeli a G gazdagságot. Továbbá

$$y_i = y_i(E, T, M, K) \quad i = T, E, M, K. \quad (6)$$

azaz az intenzív mennyiségek az extenzív mennyiségek (homogén nulladrendű) függvényei. Kérdés, hogy az így meghatározott y_i függvény egyértelműen meghatározott-e. Belátható, hogy minden kölcsönhatásban az extenzív mennyiség nemnegatív. Amennyiben y_i intenzív mennyiség, úgy $f(y_i)$ is az, ha f monoton növekvő függvény és az egyensúlyban lévő gazdaságok az $f(y_i)$ skála alkalmazása esetén is egyensúlyban vannak.

5. Az értékesség

A T termék termelésekor fogy a munkaerő, romlik a környezet és fogy az energia, viszont nő a termékmennyiség. (1)-ből a következőt kapjuk a termék értékességére:

$$y_T = \frac{dG}{dT} + y_M \frac{dM}{dT} + y_E \frac{dE}{dT} + y_K \frac{dK}{dT}. \quad (7)$$

A termelés során elhasznált javak értékességét örökli a termék, de ezen kívül új érték is megtestesülhet benne. A termék értékessége az egységnyi termék előállításához felhasznált javak értékességének összege (azaz az egységnyi termék előállításához felhasznált javak összes értékessége) plusz a termelés során megjelenő új érték (bővített újratermelés lehetősége). A fogyasztás során csökken a termék mennyisége, fogy az energia, romlik a természet viszont nőhet a munkaerő. (7)-hez hasonlóan

$$y_M = \frac{dG}{dM} + y_T \frac{dT}{dM} + y_E \frac{dE}{dM} + y_K \frac{dK}{dM}. \quad (8)$$

Amennyiben a munkaerő növekményének értéke meghaladja a közben elfogyasztott javak értékét, ugyanolyan gazdagodás megy végbe, mint a termelési folyamatban.

A Gibbs–Duhem relációból a következő adódik az értékesség változására:

$$dy_T = dy_M \frac{M}{T} + dy_E \frac{E}{T} + dy_K \frac{K}{T}, \quad (9)$$

azaz ha változik a termék előállításában elhasznált javak értékessége, ez a termék értékességében a termékben felhasznált javak arányában jelentkezik.

6. Értékesség és ár

Az eddig elmondottakból úgy tűnhet, hogy a gazdaság leírásában csupa objektív mennyiség szerepel. Ez azonban nem így van. Először is az általunk használt négy alammennyiség mérőszámát önkényesen választhatjuk meg, másodsorban az intenzív mennyiségek skálája is önkényes. A termékek cseréje a gazdaságban az áron alapszik, a cserében a termékért kapott ellenérték ingadozik ugyan az egyes ügyletekben, de egy állandó felé közelít, akörül ingadozik. Ezt az állandót a közgazdaságtan értéknek nevezi [9]. A termodinamikai leírásban az érték az intenzív paraméterek történelmileg kialakult skáláját jelenti. A termelésben előállított áru értékét a marxista közgazdaságtan szerint a benne testet öltő munka szabja meg, a polgári közgazdászok a szubjektív elemeket tartalmazó határhaszon elvet vallják [10], nem mulasztva el egy-egy csípős megjegyzést ([11], 684.o): „A munkaérték-elmélet még a legtokéletesebb szocialista rendszerben is mind a munkaerő, mind a nem munkaerő ráfordítások helytelen és nem hatékony felhasználására vezetett.” Pedig (2) alapján sem állíthatunk mást mint a klasszikusok, legfeljebb az általunk választott független változóknak megfelelően a megfogalmazás árnyaltabb: az áru értéke két tényező összege:

- a termelés irreverzibilis folyamata során előállított értéktöbblet, amit a társadalom szubjektíven határozott meg az intenzív skálák lerögzítésével;
- a termelés irreverzibilis folyamata során felhasznált („a termékbe befagyasztott”) komponensek (anyagok, munkaerő stb) értéke.

Az új fogalmak működésének szemléltetésére vegyünk a magányos szigeten hajótörést szenvedett Robinson [8] kunyhóját, mint terméket. (A „robinzonád” gondolat kísérletet alább részletesen kifejtjük.) Amennyiben a kunyhó fából készül, a természetet a gazdasági folyamat nem károsítja ($dK = 0$), energiát sem használ — talán a tüzet kivéve — így Robinson kunyhójában csak saját munkája ölt testet. Nem így a betontól épített ház, amiben a cement gyártására és szállítására fordított energia visszavonhatatlanul benne marad, csakúgy mint az a hegy (mint egyedi természeti érték), aminek helyén tátongó gödör mutatja egy cementgyár közelségét. Helyrehozható-e a cementgyár által megrongált természet? Gondol-e Robinson arra, hogy ha már nem lesz szüksége a házra sem ő, sem a természet nem tud mit kezdeni a betontömeeggel?

7. Robinson Crusoe

A gazdaságtan egyik kedvelt gondolatkísérlete az egyedülálló, lakatlan szigetre vetődött Robinson esetén bemutatni a gazdasági modell működését [4]. A gondolat-kísérlet lényege: a hajótörést szenvedett Robinson csekélyke eszközeivel megkísérli megteremteni a létfenntartásához szükséges javakat. Gazdasága így végtelenségig leegyszerűsített.

Tegyük fel, hogy Robinson csak a természet megújuló részét használja, így a természetben működő automatizmusok ([7], 48.o) pótolják mindazt amit elhasznál. Nincs nehéz dolga, hiszen ha nem égeti le az erdőt, ha vigyáz a forrás tisztaságára és nem irtja ki a szigeten élő állatokat, a természet bőségesen ellátja élelemmel, eszközzel, nyersanyaggal. Robinson esetében tehát olyan folyamatokról van szó, amelyben $dK = 0$. Feltehetjük, hogy energiát sem kell tárolnia, megteszi azt egy termék (pl. a rőzse), így $dE = 0$. Tevékenysége során munkaerejét alakíthatja át terméké és fordítva, termékeit munkaerővé (tudássá vagy izomerővé). Parányi gazdaságának állapotát a $G(M, T)$ függvény írja le. Ennek szokásos ábrázolását az 1. ábrán mutatjuk be, amikor is az azonos G értékhez tartozó (M, T) párok alkotta görbéket ábrázoljuk. Először is, Robinson munkaereje felülről is korlátos (legfeljebb megismerheti a szigetet, megerősödhet stb), alulról is — amennyiben egy adott szint alá csökken többé nem képes magát ellátni. Ezért

$$m_0 < M < m_1. \quad (10)$$

A rendelkezésre álló termékek mennyisége is véges, és megadható fennmaradásához szükséges minimum (amivel feltesszük, hogy a hajótöréskor rendelkezett):

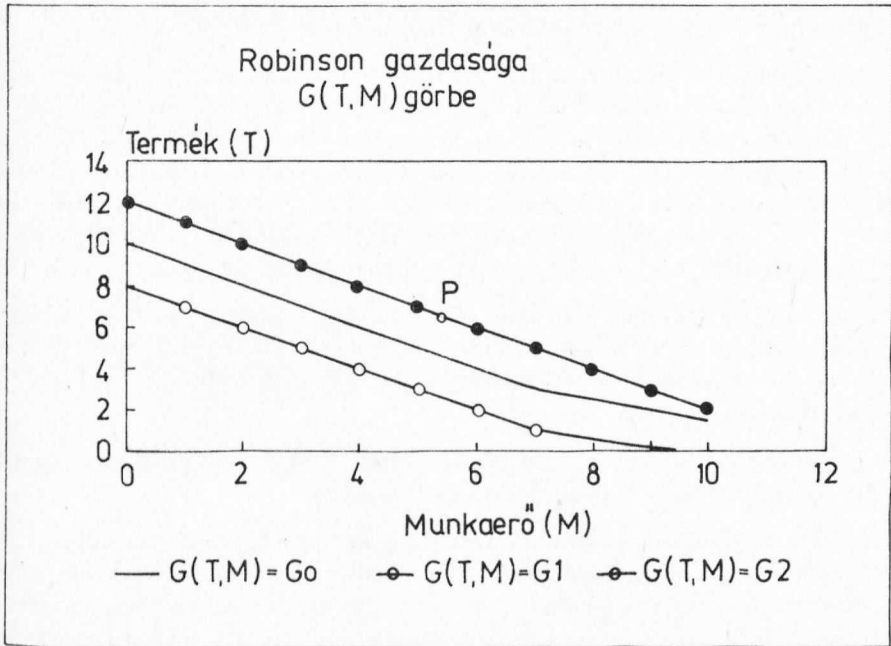
$$t_0 < T < t_1. \quad (11)$$

Így Robinson életterét a (10)–(11) halmaz jelenti, gazdaságának minden pontban ezen a halmazon belül kell lennie.

Tegyük fel, hogy az 1. ábrán P -vel jelölt pont írja le Robinson vagyonát a hajótöréskor, ami T_1 termékben és M_1 munkaerőben ölt testet, együttesen G_0 gazdaságot jelent. Robinson munkához lát, új termékeket állít elő. Ha a létrehozott termék csak arra elég, hogy reprodukálja munkában elfogyasztott munkaerejét, akkor gazdaságának állapotát mindig a G_0 görbe egy pontja adja meg (egyszerű áruterelés). Ha szükségleteinél többet termel, kialakul a bővített újratermelés lehetősége, míg ha termelése nem fedezi szükségleteit kialakul a szűkített újratermelés.

A második részben kifejtett gondolatmenetünkben az intenzív paraméterek (árak) társadalmiságát a határon átáramló termékek biztosították. Robinson zárt gazdaságában nincs termékforgalom a határon, így termékének árát csak saját munkabéréhez lehet viszonyítani. Írjuk le Robinson gazdaságát a

$$G' = \frac{G}{y_M} = y_T T + M \quad (12)$$



1. ábra. Robinson gazdaságának $G(T, M)$ görbéi

függvényel. A gazdaság állapotváltozásait ekkor

$$dG' = y_T dT + dM \quad (13)$$

írja le. Tekintsük a minden gazdaságban jelenlévő két folyamatot, a termelést és a fogyasztást. Termelésnél

$$dG'_t = y_T dT_t - dM_t \quad (14a)$$

míg fogyasztásnál

$$dG'_f = dM_f - y_T dT_f. \quad (14b)$$

Legyen $dM_t = dM_f$ és adjuk össze (14a)-t és (14b)-t:

$$dG'_t + dG'_f = \frac{y_T}{y_M} [dT_t - dT_f]. \quad (15)$$

Azaz, Robinson gazdasága gyarapszik, ha a termelt javak mennyisége nagyobb az elfogyasztott javak mennyiségénél. (14a)-ból $dG'_t = 0$ esetén megkapjuk a termék árát:

$$y_T = \frac{dM_t}{dT_t},$$

azaz a termék árát az egységnyi mennyiségében foglalt munkaerő értéke adja meg egyszerű (nem bővített) termelés esetén.

8. Gazdasági folyamatok

Egy gazdasági folyamathoz kétféle mérleget is rendelkezhetünk. Az anyagi (materiális) mérleg megadja a folyamatban elfogyasztott ill. előállított anyagok mennyiségét, a pénzügyi (financiális) mérleg a folyamatban elfogyasztott (anyagi és nem anyagi) eszközök értékét állítja szembe az előállított eszközök értékével. Az első főtétel egy gazdasági folyamat pénzügyi mérlegét adja meg. A pénzügyi mérleg itt korlátozott értelemben szerepel, hiszen (1) felírásánál a tőkét nem vettük figyelembe azért, hogy a tőke és a termelés kapcsolata ne bonyolítsa az egyenletet.

Az alábbi vizsgálatokban hangsúlyozni kívánjuk a termékek egyenrangúságát, ezért az extenzív változókat x_i -vel, az intenzív változókat pedig y_i -vel fogjuk jelölni. A gazdasági folyamatokban N termék vesz részt, ezek jellemzőit egy vektorba (x ill. y) vonjuk össze.

A gazdaság állapotát egyértelműen jellemzi az extenzív mennyiségeket megadó x vektor. Kétféle folyamat mehet végbe a gazdaságban:

- csere: ekkor a cserében résztvevők bármelyikének szemszögéből egyenlő értékek cserélnek gazdát. Ha az i -edik terméket a j -edikre cseréljük az egyik résztvevő szemszögéből $dx_i > 0$ és $dx_j < 0$, a másik résztvevő szemszögéből $dx_i < 0$ és $dx_j > 0$, de a csere kezdetén és végén a cserében résztvevők birtokában lévő áruk össz mennyisége (x_i és x_j) nem változik. Ebből következik, hogy a cserehez $dG = 0$ tartozik. A csere során tehát a gazdaság állapota a $G = \text{konst.}$ görbén marad.
- termelés és fogyasztás: ekkor bizonyos termékek fizikailag megsemmisülnek, más termékek pedig keletkeznek. Ebben a folyamatban előállhat $dG > 0$. A $dG = 0$ -val jellemzett termelés tehát helyettesíthető termékcserevel, ha a keresett áru kapható. A $dG \neq 0$ -val jellemzett termelés során a gazdaság állapota a $G = c$ görbéről a $G = d > c$ görbére megy át.

A gazdaságot a 2-6 pontok alapján extenzív és intenzív állapotjelzők segítségével lehet leírni. Egyik alapvető állapotfüggvény a $G(x)$, ami a gazdaság gazdaságát méri az extenzív változók függvényében. Az alábbi vizsgálatok célja megállapítani, hogyan reagál a gazdaság bizonyos változásokra. A „változást” a független változók megváltoztatásával írhatjuk le, tárgyalásunkban megváltozhat egy termék mennyisége (x_i) vagy ára, (y_i). A gazdaság reakciójaként elindulnak bizonyos folyamatok, amelyek megváltoztatják a $G(x)$ gazdaságot, egyúttal más termékek mennyiségét és árát is. Feltesszük, hogy a gazdaság racionális, azaz képes $dG > 0$ -val jellemezhető folyamattal reagálni a változásra.

Az alábbiakban először a gazdaság állapotváltozásaihoz megfelelő extenzív függvényeket vezetjük be, majd megvizsgáljuk, mi történik, ha többletkereslet jelenik meg. Megmutatjuk, hogy a kereslet okozta árnövekedés a pénz elköltésére kirótt feltételektől függ. Az alábbiakban két eltérő elköltési módot különböztetünk meg:

- amikor egy terméket vásárolhatunk a többi terméknek rögzített ára mellett;

– amikor egy terméket vásárolhatunk a többi termék rögzített mennyisége mellett.

Egy termék jellemzőjeként megadható annak a keresletnek a nagysága, ami egységnyi árnövekedést okoz.

a) *A gazdaságot leíró extenzív függvények*

A termékmennyiségek függvényében kifejezett $G(x)$ gazdaság olyan gazdasági folyamatok leírására előnyös, ahol minden termékmennyiség változik. Ha az i -edik termék mennyiségét lerögzítjük, annak ára még változhat, ezért célszerű G helyett a módosított Φ_i függvény megváltozásait használni:

$$d\Phi_i = \sum_{j=1}^{i-1} y_j dx_j + x_i dy_i + \sum_{j=i+1}^N y_j dx_j. \quad (16)$$

(5)-höz hasonlóan most

$$y_j = \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_j}, \quad j \neq i; \quad x_i = \frac{\partial \Phi_i}{\partial y_i} \quad (17)$$

adódik a deriváltakra. A gazdaság állapota leírható egy csak intenzív mennyiségektől (áraktól) függő extenzív mennyiséggel $F(y)$ -nal is, ekkor a folyamatokat

$$dF = \sum_{i=1}^N x_i dy_i \quad (18)$$

írja le, és

$$x_i = \frac{\partial F}{\partial y_i}; \quad i = 1, \dots, N. \quad (19)$$

Összefoglalva: bevezettünk két új extenzív függvényt, ami a gazdaság gazdagságát adja meg, akár csak $G(x)$, csak más független változókkal. Ismét leszögezzük, hogy mind az árak, mind a termékmennyiségek pozitívak. Mielőtt továbbmenénk, néhány egyszerű összefüggésre hívjuk fel a figyelmet. A második deriváltak összefüggéseiből

$$\frac{\partial y_i}{\partial x_j} = \frac{\partial y_j}{\partial x_i} \quad (20a)$$

$$\frac{\partial x_i}{\partial x_j} = \frac{\partial y_i}{\partial y_j} \quad (20b)$$

adódik, aminek jelentése a következő. Legyen az i -edik termék az acél, a j -edik termék a vanília fagyalt. (20a) szerint, ha a gazdaságban megváltozik a vanília fagyalt mennyisége, megváltozik az acél ára. Ez a változás pont akkora, mint

a vanília fagyi árának megváltozása a gazdaságban található acél mennyiségének növekedése hatására.

b) Árstabilitás

Tekintsük a gazdaságot leíró $F(y)$ függvényt. Tegyük fel, hogy a gazdasághoz dF gazdaságot adunk azzal a feltétellel, hogy minden termék ára rögzített, kivéve az i -ediket, y_i -t. Nyilvánvaló, hogy a kereslet növelni fogja y_i -t. Kis változások esetén

$$dF = c_i dy_i = c_i(y) dy_i \quad (21)$$

és $c_i > 0$. c_i azt a keresletet jelenti, ami az i -edik termék árát egységnyivel megnöveli. A kereslet lekötésének körülményeit másképpen is rögzíthetjük, pl. úgy, hogy a lezajló folyamatokban nem engedjük meg a termékmennyiségek (kivéve x_i -t) megváltozását. Hogyan változik most az i -edik termék ára? Ekkor a $d\Phi_i$ kereslet okozta árnövekedés

$$d\Phi_i = C_i dy_i = C_i(x_1, \dots, x_{i-1}, y_i, x_{i+1}, \dots, x_N) dy_i \quad (22)$$

lesz. C_i azt a kereslettömeget jelenti, aminek hatására az i -edik termék ára egységnyivel nő, a többi termék állandó mennyisége mellett. Vizsgáljuk meg c_i és C_i kapcsolatát. Az egyszerűség kedvéért tekintsünk egy két termékből álló gazdaságot. Ekkor a gazdasági folyamatot

$$d\Phi_1 = C_1 dy_1 + y_2 dx_2 \quad (23)$$

írja le, amiből Jacobi-mátrixok tulajdonságai [5], valamint (2) analógiája segítségével a következő eredményt kapjuk:

$$\begin{aligned} C_1 &= \left[\frac{\partial \Phi_1}{\partial y_1} \right]_{x_2} = y_1 \left[\frac{\partial x_1}{\partial y_1} \right]_{x_2} = y_1 \frac{\partial [x_1, x_2]}{\partial [y_1, x_2]} = \\ &= y_1 \frac{\frac{\partial [x_1, x_2]}{\partial [y_1, y_2]}}{\frac{\partial [y_1, x_2]}{\partial [y_1, y_2]}} = y_1 \frac{\left[\frac{\partial x_1}{\partial y_1} \right]_{y_2} \left[\frac{\partial x_2}{\partial y_2} \right]_{y_1} - \left[\frac{\partial x_1}{\partial y_2} \right]_{y_1} \left[\frac{\partial x_2}{\partial y_1} \right]_{y_2}}{\left[\frac{\partial x_2}{\partial y_2} \right]_{y_1}} = \\ &= y_1 \left[\frac{\partial x_1}{\partial y_1} \right]_{y_2} - y_1 \frac{\left[\frac{\partial x_1}{\partial y_2} \right]_{y_1} \left[\frac{\partial x_2}{\partial y_1} \right]_{y_2}}{\left[\frac{\partial x_2}{\partial y_2} \right]_{y_1}} = c_1 - y_1 \frac{\left[\frac{\partial x_2}{\partial y_1} \right]_{y_2}^2}{\left[\frac{\partial x_2}{\partial y_2} \right]_{y_1}}. \end{aligned}$$

A termelés adott, így x_2 csökkenése y_2 növekedésével jár, emiatt

$$C_1 - c_1 > 0. \quad (24)$$

Összefoglalva: adott termelési feltételek mellett a megjelenő (többlet) kereslet áremelkedést okoz, ennek mértéke a kereslet lekötésének módjától függ. Amennyiben egy adott termék árát engedjük változni az ár egységnyi növeléséhez szükséges

kereslet c_1 . Ennél nagyobb C_1 kereslet okoz egységnyi növekedést akkor, ha a többi terméknek nem az árát, hanem a mennyiségét rögzítjük.

9. Következtetések

A gazdaság leírására a termodinamika módszerét alkalmaztuk, az új nyelvezetet bemutattuk a legalapvetőbb gazdasági összefüggések leírására. Következtetéseinket az alábbiakban foglaljuk össze:

- a termék és a munkaerő ára a gazdasági egységek közti szabad termék és munkaerő áramlás következtében alakul ki. Következésképpen az áramlás akadályozása befagyaszthat egy tetszőleges nem egyensúlyi gazdasághoz tartozó árrendszert. Ennek jelentősége különösen önszabályozó rendszerek keresésénél lehet fontos [6].
- a gazdaság leírásánál figyelembe vettük a természet és a termelés kapcsolatát. A természeti kincseket megőrizni nem tudó gazdaság „once through” módon használja fel nyersanyagait és így természeti kincseit alakítja át (kétes értékű) vagonná.

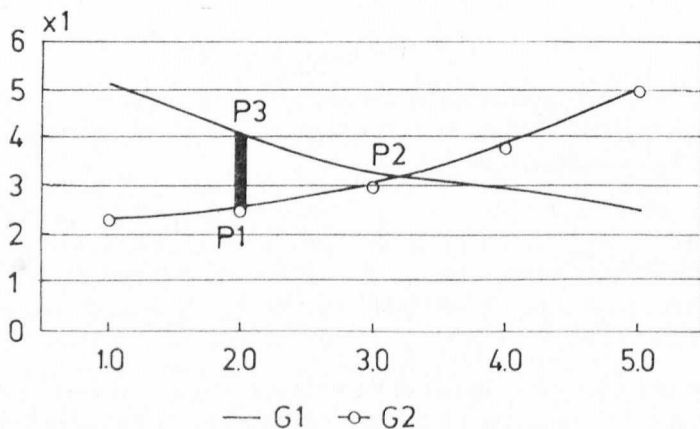
A gazdaság és a termodinamika közti párhuzam közel 100 éve izgalmas probléma. Azóta egy sor modell látott már napvilágot, lásd a [2, 7]-beli hivatkozásokat. A közelmúltban megjelent két tanulmány [2, 7] bőséges összefoglalót ad az analógia kihasználására irányuló munkákról. Az alábbiakban összehasonlítjuk a [2, 7]-ben kidolgozott modellt az itt leírtakkal és rámutatunk a lényeges különbségekre.

Egy legfeljebb N féle kölcsönhatásban álló rendszer leírható extenzív paraméterrel. További független extenzív paraméterek nem léteznek. Az N paramétert kétféleképpen választhatjuk:

a) $N - 1$ darab termék $x = (x_1, \dots, x_{N-1})$, a pénz (M). Ekkor a gazdasági folyamatok közt fellép a hitelezés és a beruházás is. A gazdasági folyamatokat a $V(x, M)$ extenzív függvény írja le. Ebben a leírásban V nem állapotjelző, a gazdaságnak memóriája van, hiszen egy múltbéli infláció hatására az x jószágvektor értéke más és más. Be lehet vezetni viszont egy integráló osztót, f -et, és V/f már állapotjelző lesz, így adott jószágvektorhoz már egyértelműen csak egy V/f érték tartozik.

b) N darab termék mennyisége $x = (x_1, \dots, x_N)$ írja le a gazdaságot. Ekkor a „vagyon” (vagy gazdagság) már egyértelműen meghatározott. Ez indokolja a gazdaság megnevezést, hiszen itt nem az a) leírás vagyonáról van szó. Ennek megfelelően a leírásból a szokásos értelemben vett pénz hiányzik, a mérlegegyenletben csak az adott pillanatban érvényes árakkal számított növekedés-csökkenés kap helyet. Az N extenzív mennyiség (a jószágvektor) egyértelműen meghatározza a gazdaság állapotát (mintegy folyó árakon) anélkül, hogy abban múltbéli mennyiségek (előző időszakok árai) helyet kapnának. Ez a leírás összhangban van a termodinamikai leírással, hiszen például a víz energiája csak a mostani hőmérséklettől függ, a múltbelitől nem.

Közgazdasági perpetuum
mobile



2. ábra. Gazdasági perpetuum mobile

A leírás közgazdasági példaként tekintünk egy két termékből álló gazdaságot. Itt az azonos gazdagság görbék (G_1 és G_2) nem metszhetik egymást, mert $(x_1$ és x_2) egyértelműen meghatározza G -t. Ennek bizonyítására tekintünk a 2. ábrát. Tegyük föl, hogy G_1 és G_2 metszi egymást, azaz létezik a gazdaság olyan (x_1, x_2) -vel jellemezhető állapota, amelyhez két gazdagsáérték (G_1 és G_2) tartozik. Megmutatjuk, hogy ez ellentmondásra vezet. Legyen a gazdaság P_1 pontban, a G_1 görbén. Cserék segítségével eljuthatunk a P_2 pontba, ami a G_1 és a G_2 görbék metszéspontja. Innen szintén cserékkel eljuthatunk a P_3 pontba, ami a kiindulási P_1 ponttól csak az 1-es termék mennyiségében különbözik, annak ellenére, hogy csak cseréket hajtottunk végre. Ez nyilván ellentmondás. (Gazdasági perpetuum mobile).

A [2, 7]-ben hangsúlyt kapott az a kérdés: hogyan képezhetünk a vagyontól állapotjelzőt. Az itt közölt modellben a gazdaságot használtuk állapotjelzőnek, ezért alább azt vizsgáljuk meg, lehetséges-e olyan gazdaságmodell, amelyben dG -t nem (2) írja le. Látni fogjuk, hogy létezik ilyen modell, ekkor G nem lineáris a termékvektorban, egy további, perturbáció jellegű tagot is figyelembe kell venni.

Vizsgáljunk meg egy N részre felosztott gazdaságot, amelynek részei között árucseré és piaci kapcsolatok formájában gazdasági kapcsolat jöhet létre. Az egyes részek árvektorát jelölje a szokásos x_i . Feltesszük továbbá, hogy az árakat a gazdaság egészére rögzíti egy piaci mechanizmus, ami felírható

$$F(X, Y) = 0 \quad (25)$$

alakban. Itt $Y = (y_i)$; $i = 1, \dots, N$ az árvektor, és

$$\sum_i x_i = X.$$

Vizsgáljuk meg a $G(X)$ gazdaság és az F állapotfüggvény kapcsolatát. Az állapotfüggvényből az extenzív változók növekményei közt fennáll a

$$\frac{\partial F}{\partial X} dX + \frac{\partial F}{\partial Y} dY = 0 \quad (26)$$

összefüggés. A növekmények közti kapcsolatot tehát egy mátrix teremti meg:

$$dY = M dX = - \left[\frac{\partial F}{\partial Y} \right]^{-1} \frac{\partial F}{\partial X} dX. \quad (27)$$

A gazdaság egy folyamatban bekövetkező változását (2) adja meg, amit minden egyes részrendszerre felírhatunk. A folyamatban először az extenzív paraméterek változnak meg (az i -edik részrendszerben) dx_i -vel, majd az állapotegyenletnek megfelelően az intenzív paraméterek $dY = dy_i$ -vel; $i = 1, \dots, N$. Az i -edik részrendszer gazdagságának új értékét

$$G_i + dG_i = (x_i + dx_i)(y_i + dy_i) = x_i y_i + y_i dx_i + x_i dY + dx_i dY$$

adja. Ez akkor azonosság (első rendben) ha

$$x_i M dX = 0 \quad (28)$$

minden i -re. Másszóval az M mátrix oszlopvektorainak ortogonálisnak kell lenni, az x_i vektorokra, ami egy megszorítás az F állapotfüggvény alakjára. Ha az állapotfüggvény nem tesz eleget (28)-nak, akkor a gazdagság deriváltjára a következő összefüggést kapjuk:

$$\frac{dG_i}{dx_i} = y_i + x_i M \sum_k \frac{dx_k}{dx_i}. \quad (29)$$

Ekkor tehát a gazdagságfüggvény nemlineáris, a második tag jelenti a korrekciót, ami az egyes részgazdaságok áruektorai közt fellépő korreláció mátrixával, az M mátrixszal és az áruektorral arányos. Ekkor tehát a gazdasági folyamat következőben előálló árváltozások globális hatását is figyelembe kell venni a gazdagság kiértékelésénél. Azt, hogy a gazdaság állapotfüggvénye szükségessé teszi-e a korrekció alkalmazását csak egy adott modell keretében lehet eldönteni. Ha a gazdaság nagy és sok részből áll, akkor a részek piacra gyakorolt hatása elhagyható, így a korrekció is elhagyható, a gazdagságot (3) kielégítően leírja.

A leírási módunk komoly hátránya, hogy a pénz nehezen illeszthető a modellbe. A gondot az okozza, hogy a pénz elköltésének módja is befolyásolja a gazdasági folyamatokat, így meg kell különböztetni beruházásokat, termelési befektetéseket és csak a keresletet növelő szabad pénzt.

A [2, 7]-ben kidolgozott és az itt kidolgozott modell jól kiegészíti egymást. Mindkettőnek megvan a maga előnye is, hátránya is. Alapfeltevéseink igazolása

azon múlik, létezhet-e a gazdaságban két olyan állapot, ahol az extenzív mennyiségek (termékmennyiség, termelési mód, termelőeszközök) megegyeznek, de az árak eltérnek (azaz van-e a gazdaságnak (29) segítségével le nem írható memóriája). És ha igen, létezik-e olyan gazdasági folyamat, ami a gazdaság eme két állapotát összeköti. A feltevések indirekt ellenőrzése a modellből levont következtetések segítségével (például a deriváltak közt fennálló (20) összefüggések érvényesek-e) lehetséges.

Nem világos, le lehet-e küzdeni a közös akadályokat a termodinamika eszköztárával, vagyis úgy tűnik, hogy a közgazdaságtanban a termodinamikai módszerek csak korlátozottan alkalmazhatóak.

Természetesen a leírási mód első kifejtése több okból sem alkalmas kimerítő elemzésekre, ezért felsorolásként álljon itt néhány kérdés, ami a felvázolt modell kereteiben tárgyalhatónak tűnik:

- a (2) egyenletben szereplő mennyiségek származtatása elsődleges adatokból (pl. munkaerő származtatása a lakosság- termelés kapcsolatból);
- a T termék vektorjellegének figyelembevétele, a pénz mint kiemelt termék kezelése;
- termelési arányok vizsgálata [11];
- gazdasági önszabályozó mechanizmusok vizsgálata [10];
- ármechanizmus, árfolyam, külkereskedelem vizsgálata;
- a gazdaság történetét végigkövetve vizsgálható a társadalmi rend és a megtermelt értéktöbblet, annak elosztása stb. közti kapcsolat, más szavakkal a termelőerők és a termelési viszonyok fejlődése.

Meglepő lenne, ha a fenti témák vizsgálata folyamán nem lehetne hasznosítani a fizikai folyamatok leírásánál használt modelleket, hiszen a gazdasági és fizikai folyamatokban minden látszólagos különbözőség ellenére az alapvető jelenségek sok közös vonást mutatnak. Nyilvánvaló, hogy a kifejített modell lehetőségeit távolról sem merítettük ki.

(Beérkezett: 1988. december 23-án.)

Irodalom

1. BRÓDY, A. (1969): *Érték és újratermelés*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
2. BRÓDY, A. - MARTINÁS, K. - SAJÓ, F. (1986): *Gazdasági és termodinamikai mérés*. *Közgazdasági Szemle*, 1.
3. FÉNYES, I. (szerk.) (1971): *Modern fizikai kisenciklopédia*. Gondolat, Budapest.
4. HALL, E. T. (1987): *Rejtett dimenziók*. Gondolat, Budapest.
5. KORN, G. A. - KORN, T. M. (1975): *Matematikai kézikönyv műszakiaknak*. Tankönyvkiadó, Budapest. 4 fejezet.
6. LISKA, T. (1988): *Ökonosztát*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.

7. MARTINÁS, K. (1986): Közgazdasági termodinamika. *Fizikai Szemle*, 11.
8. MARX, K. (1967): *A tőke, Marx-Engels művei 29. kötet*. Kossuth Könyvkiadó, Budapest.
9. MARX, K. (1973): *A tőke, I. kötet*. Kossuth Könyvkiadó, Budapest.
10. SAMUELSON, P.A. - NORDHAUS, W.R. (1961): *Közgazdaságtan*. II. kötet, 19. fejezet. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
11. SAMUELSON, P.A. (1961): *Economics*. McGraw Hill, New York.
12. *Politikai gazdaságtan, 1. Közgazdasági alapvetések*. (1986) Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.

Economic Physics

On the basis of similarity between the economy and thermodynamic systems an attempt is made at describing the economy with thermodynamic methods. Natural resources, labour and energy, peculiar good, as well as the produced goods are considered as independent variables. It is shown that the zero and first theorems of thermodynamics and the Gibbs-Duhem relations can be formulated also for the economy.