

A teljesítményösztonzés ökonometriája: modell és valóság¹

1. Bevezetés

A cikkben a *nyolcvanas évek munkaerőgazdálkodásának népgazdasági folyamatát*, ezen belül a vállalati bérkifizetések alakulását elemzem. A gazdaság folyamatai ezernyi atomisztikus gazdálkodási folyamat szuperpozícióiként valósulnak meg, ezen elemi folyamatoknak a legalábbis hozzátétőleges ismerete és figyelembevétele nélkülözhetetlen a gazdasági elemzésben. Ennek jegyében a *vizsgálat alapvetően mikrogazdasági szemléletű*, a vállalatoknál megfigyelt rövidtávú működés szabályosságai alapján kísérlek meg egy vállalatcsoport egészére nézve következtetéseket levonni és számszerűsíteni. A jelen cikkemben nem vagy csak röviden tárgyalt kérdésekkel kapcsolatban az Olvasó további információkat találhat egy hosszabb tanulmányomban (TÉTÉNYI, 1987); a cikk tulajdonképpen e tanulmány egy részének kivonata.

A vállalatok a hierarchikus rendszerek tipikus példái. A hierarchikus rendszerek általában kvázi-fölbonthatóak, azaz az egyes alkotórészek viselkedése rövid távon megközelítőleg független, hosszú távon pedig csupán nagy általánosságban függ a többi alkotórész viselkedésétől (SIMON, pp. 101-108). Ezért emelhetek ki és vizsgálhatok rövid távon önmagában egy vállalati részrendszert: a munkaerő-gazdálkodást.

A vállalatot nem mint egységes, céltudatosan cselekvő egyént ábrázolom, megpróbálok a realitásokat jobban figyelembe vevő képet alkotni. A *magatartási vállalatfogalom* szerint — és az általam használt kategória ehhez a felfogáshoz áll közelebb — „a vállalat kölcsönhatásban álló magatartások egybetorkolló folyamata” (MCGUIRE, 1971, p.39). A kialakítandó modell ebben az irányban tér el a közgazdaságtan klasszikus vállalatfogalmától, nem tételezek fel eleve mindent-átfogó szintetikus vállalati célt (pl. nyereségmaximalizálást). Vállalatfelfogásom inkább CYERT és MARCH (ld. KOVÁCS (1981), KORNAI (1980), SIMON (1981)) behaviorista alapokon építkező elméleteivel és modelljeivel rokon.

A vállalat olyan gazdasági szervezet, amely viszonylag autonóm gazdálkodási-döntési egység. Csak az állami vállalatokat vizsgálom, nem elemzem például a kisvállalkozásokat vagy a korlátozott önállóságú (például leány-) vállalatokat. Annak érdekében, hogy az indukciótól eljuthassak a verifikációig, példászerűen

¹ A cikk a szerzőnek az Országos Tervhivatal Tervgazdasági Intézetében, a Magyar Tudományos Akadémia tudományos továbbképzési ösztöndíjasaként, végzett kutatásain alapul. Angol nyelven előadta az Econometric Society 1988. évi Téli Szemináriumán (1988. január 6-10, Velence, Olaszország).

kiválasztottam egy vállalati kört, egy gazdasági szférát — jelesül a *kivitelező építőipart* —, ahol valós információkon és tényadatokon vizsgálhattam elméleti feltevéseimet.

Ennek a választásnak a következménye az, hogy olyan tényezőket kellett figyelembe vennem, amelyek a nem telepített, viszont területileg korlátozott hatókörű termelést folytató építőiparnál lényeges jellemzői a vállalatok (külső és belső) környezetének: a területi elhelyezkedést és koncentrációt, a szervezeti decentralizációt stb. A kivitelező építőipar (a legtöbb iparággal ellentétben) igen sok — területileg erősen tagolt részpiacokon működő — vállalatból áll. Ennek a helyzetnek a piaci verseny kialakulására gyakorolt hatása ugyan nem egyértelmű, ám statisztikai vizsgálataim szempontjából döntő fontosságú az a tény, hogy Magyarországon a nyolcvanas évek közepén sok, többé-kevésbé hasonló gazdálkodó szervezet létezett, hasonló gazdálkodási környezetben.

A vállalati modell a népgazdasági szintű, magasan aggregált modellekhez képest a gazdaság részletesebb leírása irányába tett minőségi ugrást jelent. Az aggregáció azonban itt is jelen van, hiszen vállalaton belül is különböző termékek áramlanak, eltérő személyiségű és képességű emberek dolgoznak eltérő munkakörökben. Általában sincs választás abban a kérdésben, hogy „teljesen dezaggregált” vizsgálatokat végzünk-e, valahol mindenképpen határvonalát kell húzni a még részleteiben modellezett és a már csak általánosságban kezelt objektumok aggregációs szintje között. Ennél a döntésnél a vizsgálandó probléma jellege, a valóságűség és a kezelhetőség szempontjai játsszák a főszerepet.

A *vállalaton belüli*, szisztematikus különbözőségektől így a továbbiakban eltekintek, feltételezem, hogy ezek kiegyenlítik egymást. Egytemékes, homogén munkaerőt alkalmazó vállalat gazdálkodásának modelljét készítem el. Az elvonatkoztatásokra elvi alapot is teremt a magyar adatszolgáltatás jelenlegi rendszere, amelyben a vállalati adatok részletesebb bontása és gyűjtése nem oldható meg — feltehetően e hipotézis közelítő érvényessége miatt.

A vállalati viselkedés vizsgálata hosszú múltra tekint vissza (vö. JACQUEMIN és de JONG, 1981). A rövid távú viselkedésről ugyanakkor nincsen annyi adatunk, mint a hosszú távú összefüggésekről: egy vállalatnak csak egy teljeskörű mérlegbeszámolója van egy évben, gyorsadatszolgáltatása sokkal kevésbé megbízható, értelmezhető és széleskörű. Sarkítva így fogalmazhatunk: a vállalati rövid távú viselkedésről évente csak egy adattal, ám igen sok egyéb információval rendelkezünk. Abból, hogy egy évben egy vállalatról csak egy adat(sor)unk van, ám az ágazatban igen sok, viszonylag hasonló vállalat található, egyértelműen következett, hogy a számszerűsítéskor alapvetően *keresztmetszeti statisztikákra* támaszkodhattam.

Csak pontosan mérhető és megfigyelhető folyamatokkal foglalkozom. Ez elég erős elvonatkoztatás, amit a hazánkban ellenőrzéssel foglalkozók nagy száma is csak részben igazol. Ám ez a lehatárolás különbözteti meg az elemzést a mérési hibák kiküszöbölésére és adatkorrekciók elvégzésére szolgáló módszerektől. Ez utóbbiaknak is megvan a maguk fontossága, és a velük kapcsolatos problémák

még távolról sem tekinthetők megoldottaknak (vö. KÁLMÁN, 1981). Mi azonban szenteljük most figyelmünket a véletlen hibákkal fedett determinisztikus struktúrák identifikációja helyett — a lakossági jövedelemeloszlások közelítéséhez hasonlóan (ÉLTETŐ és VITA, 1982) — sztochasztikus struktúrák megismerésének! Ennek jegyében minden további vizsgálat nélkül azonosítom az egyes gazdasági változókat a rájuk vonatkozó számviteli kategóriák mérési eredményeivel. A vállalati külső és belső környezet egyes elemeit is számviteli adatok segítségével reprezentálom: a területi szétszórtságot a szállítási költségek az összköltségen belüli arányával azonosítom stb.

A *linearitás*, ez az általánosan és a cikkben is többször használt matematikai jellegű feltételezés azon a tényen nyugszik, hogy tetszőleges folytonos függvény tetszőleges pontossággal közelíthető intervallumonként lineáris függvényekből összetett függvénnyel (spline). A linearitás hipotézise így csak korlátozott mértékű egyszerűsítést jelent adott intervallumon, bár az esetleges előrejelzés esetén már jelentkezhetnek problémái. Abban az esetben tehát, amikor nincsen pontos információnk az adott összefüggés egzakt alakját illetően, a linearitás feltételezése legalábbis nem zárható ki.

A következőkben a mérhető adatsorokat latin betűkkel és betűcsoportokkal, a (nem-megfigyelhető) paramétereket görög kisbetűkkel jelölöm. Az egyváltozós függvények argumentumait általában indexként jelölöm. A képletekre zárójelbe tett (folyamatosan számozott) arab, a szöveges feltevésekre zárójelbe tett római számokkal hivatkozom.

1. A korlátos teljesítménybérézés modellje

A rövid távú munkerő-gazdálkodás és ösztönzés statisztikailag is számszerűsíthető leíró modelljét egy, a mindennapos vállalati gyakorlatban rendszeresen visszatérő helyzet vizsgálata alapján alkotom meg. A *vizsgálat tárgya* az ún. korlátos vagy „plafonos” teljesítménybérézés *mechanizmusa*, ami — az üzemgazdaságilag kezelhetetlen egyenes darabért kiszorítva — a hazánkban az építőiparban legelterjedtebb bérézési forma (TÉTÉNYI, 1986). A modellben a véletlent, a nem-szisztematikus elemet az jelenti, ahogyan a különböző teljesítményű és képességű munkások között a termelési programból adódó feladatokat elosztják. FALUSNÉ (1977) nyomán megkülönböztetem az input és az output munkát, ám ezek egymáshoz való viszonyát — a munkaerő vállalaton belüli allokációjának esetlegeséből adódóan — sztochasztikusnak tekintem.

Azt a helyzetet vizsgálom tehát, amikor egy adott időpontban, termelési szakaszban a munkások ígéretet kapnak arra, hogy újabb feladat teljesítése esetén további bérkifizetést biztosít számukra a vállalat. Ez tipikusan egyösszegű munkautalványozás formájában megy végbe, de ilyen szituációnak tekinthető a célprémium, a túlóra vagy a VGMK-szerződés is. Ezt a helyzetet a továbbiakban „ösztönzési szituációnak” nevezem. A fizetési ígéret személyekre vagy csoportokra lebontva jelenik meg, de ez utóbbi esetben is gyakori az — implicit vagy explicit — teljes lebontás.

Meg kell jegyezni, hogy a bér, a túlórapénz stb. forintban kifejezett kategória, míg a „teljesítmény”, a „munkavégzés” nehezen megfogható és mérhető, mértékegységének megválasztásakor megengedett bizonyos önkényesség. (i)

A teljesítménybérezés kiindulópontja, hogy jövedelmük megszerzése érdekében a dolgozók — egyénileg különböző mértékben, de — rendszeresen hajlandóak új és új feladatok elvégzésére. (ii) Ez a munkavégzés azonban még az egyes dolgozók esetében is ingadozó. Bizonytalanság jelentkezik az egyéni — szándékolt — munkabefektetés (input munka) és a ténylegesen jelentkező hasznos munkavégzés (output munka) viszonyát illetően. Növekvő intenzitású munkavégzésnél anyag- és gépellátási nehézségek jelentkezhetnek, technológiai, munkavédelmi és kooperációs tényezők befolyásolhatják hátrányosan az egyéni teljesítményeket. Több szakmunkás egyidejű munkavégzésével zavarhatja egymást, a technológiai fegyelem megsértése, a sorrend meg nem tartása felesleges munkavégzést okozhat. Pozitív hatása is lehet az elvárt munkateljesítmény növekedésének: érdemessé válhat például nagy teljesítményű gépek munkába állítása, vagy nagy tömegben felhasznált speciális szerelvények előregyártása. Ez a *bizonytalanság* elsősorban a vállalati szinten tervezett többleteljesítés nagyságával kapcsolatos. (iii)

A vállalati munkafeladatok növekedésével járó bizonytalanság mindenkit másféleképpen érint. Szállítóeszközök vagy munkagépek koncentrációja egy munkaterületre például javíthatja az adott területen dolgozók teljesítménykifejtésének feltételeit; viszont csökkentheti a koncentrált gépek kihasználásának hatékonyságát, illetve a nem kedvezményezett munkaszámokon dolgozók ellátottságát. Ezek a hatások az egyes munkások szempontjából *véletlenszerűek*, hiszen nem a dolgozók teljesítményéhez igazodnak, hanem a különböző építési feladatokhoz kapcsolódó termelésirányítói döntések határozzák meg őket. (iv)

Csak több — legalább 20–30 — munkaszámon egyidőben dolgozó, több száz embert foglalkoztató vállalatokat vizsgálók. Ezekre igaz, hogy a dolgozók összteljesítményét egy-egy munkás kiemelkedően jó vagy gyenge napi teljesítménye alapvetően nem befolyásolja. Az összteljesítménnyel összehasonlítva az egyéni teljesítmények — és így ezek ingadozásai is — külön-külön elhanyagolhatóak, csak együttesen válhatnak jelentőssé (ezt a teljesítményplafon is biztosítja). (v)

A fentiekben leírt ösztönzési szituáció a vállalat működésében naponta ismétlődik. Minden dolgozó a rá jellemző módon reagál ezekre a szituációkra. A közvetlen termelésirányítás igyekszik a munkások számára — egyenként időben eltérő megoszlásban ugyan, de — összességében közel azonos munkavégzési feltételeket biztosítani. Nem lehet munkahelyi feszültségek kialakulása nélkül egyes dolgozókat mindig a „jobban fizető”, a „könnyebb” feladatokra, másokat a kevésbé „látványos” munkákra állítani; a nem „kedvezményezett” dolgozók hamar otthagynák a vállalatot, illetve más módszerekkel harcolnak ki a munkavégzés feltételeinek, a munkák elosztásának „igazságosabb” rendjét. Ebből az „igazságosságból” adódóan ugyanaz a munkás — saját átlagos teljesítményéhez képest! — az egyik alkalommal viszonylag keveset, másszor lényegesen többet fog produkálni, saját elhatározásától és a többiek munkavégzésétől függetlenül is. (vi)

A fent vázolt képet kiegészíti az a — valószínűleg ritkán előforduló, de magától értetődő — tény, hogy ha a vállalat nem fizet(ne), dolgozói nem dolgoz(ná)nak. (vii)

A vállalat termelési tervének, illetve az ebben előírányzott munkafeladatoknak megfelelően készíti el ösztönzési tervét, bérezési normáit. Célja, hogy a munkásokból kikényszerítse a feladatok megvalósításához szükséges (output) teljesítményt. Tekintsünk el most a vállalat „gazdaságon kívüli” eszközeitől, a munkafegyelem adminisztratív előírásaitól, tegyük fel, hogy tisztán ösztönzéssel, a kialakított „játékszabályok” megtartásával — és megtartatásával — éri ezt el a vállalat. Tétélezzünk fel továbbá egy minimális vállalati költségtakarékosságot: azt, hogy ha a tervelőírányzatokat a dolgozók teljesítették, akkor csak az ehhez szükséges — kialakult — pénzt fizeti ki, de azt hiánytalanul. (viii)

Jelölje a vállalat — általános értelemben vett, tehát célprémiumokat, társadalombiztosítási járulékot stb. is tartalmazó — bérköltségét y , a kifejtett (az építőiparban joggal additívnek tekinthető) munkateljesítményeket (output munkát) v , a létszámot J . Ezeket a jelöléseket az egyes munkásokra lebontva (és j -vel indexelve) nyilván

$$v = \sum_{j=1}^J v_j, \quad y = \sum_{j=1}^J y_j. \quad (1)$$

Az eddigiekben leírt ismétlődő szituáció feltételezett szabályosságai a vállalati beralakulásra vonatkozóan egy lényeges statisztikai törvényszerűség bizonyítását teszik lehetővé. Az (i) –(viii) feltételek fennállása esetén a vállalati bérköltség (a teljesítményektől függő része) *inverz Gauss eloszlású valószínűségi változóval közelíthető*. Enyhe regularitási feltételek (ezeket a továbbiakban pontosítom) biztosítják, hogy a bérköltség sűrűségfüggvénye

$$f(y/v, \lambda) = \frac{v}{\sqrt{2\pi y^3}} \exp \left[-\frac{[v - \lambda y]^2}{2y} \right] \quad (2)$$

alakban állítható elő, ahol a v paraméter a vállalatnak a vállalati termelési tervben elhatározott vagy előírt, a dolgozókkal szemben érvényesített teljesítmény-követelménye, λ pedig a dolgozók ösztönözhetőségét jellemző teljesítmény/bér paraméter.

2. Az inverz Gauss eloszlás

A (2) képlettel leírt összefüggést igazoló gondolatmenetben az előző fejezet verbálisan megfogalmazott feltevéseit „fordítom le” matematikai nyelvre. (ii) formalizálása a linearitási feltevés figyelembevételével adja, hogy

$$E[v_j [y_{2j}] - v_j [y_{1j}]] = \lambda_j [y_{2j} - y_{1j}], \quad (3)$$

ahol y_{1j} a j -edik munkás az adott ösztönzési szituáció kialakulásakor már biztosított jövedelmét, y_{2j} az ösztönzési szituáció eredményeként kialakuló jövedelmét

(tehát különbségük az utalvány összegét, a célprémiumot), $v_j(y_{1j})$, $v_j(y_{2j})$ rendre az y_{1j} , y_{2j} jövedelemért nyújtott teljesítményt (különbségük tehát a prémiumfeladatot) jelöli, λ_j pedig a munkásra — egyénileg — jellemző állandó. Jelölje a válalat dolgozóit együttesen jellemző, átlagos ösztönözhetőséget a λ paraméter (itt a súlyozástól a bevezetésben említett, az aggregációval kapcsolatos feltevés értelmében eltekintek). Az egyéni munkavégzés hasznosságával kapcsolatos bizonytalanság mérőszámaként a varianciát választva a (iii) feltétel egy ν_j arányossági paraméter bevezetésével, a linearitási feltevés mellett a következő alakban írható

$$\text{var} [v_j [y_{2j}] - v_j [y_{1j}]] = \nu_j E [v [y_2] - v [y_1]] = \nu_j \lambda [y_2 - y_1]. \quad (4)$$

A (iv) feltétel szerint a $(v_j(y_{2j}) - v_j(y_{1j}))$ változók sztochasztikusan függetlenek egymástól (különböző j -kre). Az (v) feltétel formalizálása kissé bonyolultabb. Tekintsük ehhez azt a munkást, akinek adott ösztönzési szituációban a teljesítménye leginkább eltér szándékolt, szokásos átlagos teljesítményétől, azaz nála szuperponálódnak a kedvező vagy kedvezőtlen termelésirányítási és -szervezési döntések. Az (v) feltétel szerint az összteljesítményhez viszonyított teljesítményhullámozás még e munkás esetében is majdnem mindig kicsiny, azaz

$$P \left[\sup_{j < J} \| [v_j [y_{2j}] - v_j [y_{1j}]] - E [v_j [y_{2j}] - v_j [y_{1j}]] \| \geq \varepsilon [v [y_2] - v [y_1]] \right] \rightarrow 0. \quad (5)$$

Az (v) feltétel szerint továbbá releváns a $J \rightarrow \infty$ helyzet vizsgálata. Definiáljuk most a z_j változót a következő „normálással”:

$$z_j := \frac{[v_j [y_{2j}] - v_j [y_{1j}]] - \lambda_j [y_{2j} - y_{1j}]}{\sqrt{\nu_j [y_2 - y_1]}}. \quad (6)$$

A (ii)-(v) feltételekből és a z_j definíciójából következik, hogy a z_j változók végtelenül kicsinyek (ld. GNYEGYENKO és KOLMOGOROV, 1951., p.130). Ekkor enyhe regularitási feltételek biztosítják, hogy létezik a

$$\frac{[v [y_2] - v [y_1]] - \lambda [y_2 - y_1]}{\sqrt{\nu [y_2 - y_1]}} \cong \sum_{j=1}^J z_j \quad (7)$$

változónak határeloszlása $J \rightarrow \infty$ esetén (GNYEGYENKO és KOLMOGOROV, id.m., 25.§.1-4.tétel, pp.119-127). A (7) képletben ν jelölje a $\lambda \nu_j$ paraméterek átlagát, olyan számot, amelyre közelítőleg érvényes az egyenlőség; a súlyozástól egyszerűsítő feltevéseim alapján ismét eltekintek. Ha pedig létezik a (7) képlettel definiált valószínűségi változónak határeloszlása, akkor ez GNYEGYENKO-KOLMOGOROV tétele (1951, 26.§.1.tétel, p.130.) értelmében nem lehet más, mint a standard normális eloszlás.

Az (i) megállapításban jelzett bizonytalanság miatt az általánosság szűkítése nélkül feltehető, hogy $\nu = 1$. Ebből adódik, hogy a $v(y_2) - v(y_1)$ változó határeloszlása normális, $\lambda(y_2 - y_1)$ várható értékkel és $y_2 - y_1$ szórásnégyzettel.

A (vi) hipotézisből a fentiekhez hasonló módon levezethető, hogy ha

$$y_1 < y_2 \leq y_3 < y_4, \quad (8)$$

akkor

$$\begin{aligned} v[y_2] - v[y_1] &\in \mathcal{N}[\lambda[y_2 - y_1], y_2 - y_1], \\ v[y_4] - v[y_3] &\in \mathcal{N}[\lambda[y_4 - y_3], y_4 - y_3], \end{aligned} \quad (9)$$

és $(v(y_2) - v(y_1))$, $(v(y_4) - v(y_3))$ egymástól sztochasztikusan független. Továbbá (vii) miatt $v(0) = 0$.

Az egyparaméteres $\{v(y), y \geq 0\}$ valószínűségiváltozó-család egy $y \in \mathbf{R}_+$ paraméterű sztochasztikus folyamat. A regularitás jegyében tegyük fel róla azt is, hogy folytonos az $y = 0$ pontban! Ekkor $\{v(y), y \geq 0\}$ egy $(\lambda, 1)$ együtthatójú sodródó Brown-folyamat (ld. KARLIN és TAYLOR, 1985., 4.1. definíció, p.350).

A (viii) közgazdasági feltételezésnek a következő matematikai megfogalmazás adható: adott v értékhez keressük azt a rendre legkisebb értéket felvevő y valószínűségi változót, amelyre $\{v(y), y > 0\}$ eléri v -t, tehát amelyre $v(y) = v$. Ez a kérdésfeltevés éppen a fordítottja annak a kérdésnek, hogy rögzített y esetén mi $v(y)$ eloszlása. Ez utóbbi kérdésre a választ már megadtam a Gnyegenko-Kolmogorov tétel alapján; ez az eloszlás éppen a normális eloszlás. Az első kérdésre viszont a válasz: adott v esetén y eloszlása inverz Gauss eloszlás (ld. KARLIN és TAYLOR, 1985, 5.3. tétel, p.356.). A két eloszlást és a teljesítményösztönzést az 1. ábra szemlélteti.

A fejezet elején, a modell bevezetésekor a könnyebb megfogalmazás és érthetőség kedvéért olyan korlátozó feltevésekkel éltem, amelyek a (2) képlet állításához nem szükségesek, az állítás tehát élesíthető:

(1) *Létszámváltozások.* Implicit módon feltételeztem, hogy J „nagy”, de rögzített konstans. Ez a megszorítás szükségtelen. Ha a vállalati létszám *külső* okok (például globális vagy strukturális elhelyezkedési- vagy munkaerőgondok, demográfiai tényezők) miatt változik, J olyan, $(v_j(y_{2j}) - v_j(y_{1j}))$ -től független valószínűségi változó, amelynek várható értéke „nagy”. Ekkor Ascombe-tétele közvetlenül alkalmazható. De akkor is érvényes lehet a (2) képlet, ha *belső* okok miatt, például a munkaerő elvándorlásának megállítása érdekében hoznak bérintézkedéseket. (A vonatkozó tételekkel kapcsolatban ld. pl. RÉNYI, 1960.)

(2) *Egyéntől függő bizonytalanság.* A (iii) hipotézis kimondja, hogy az egyéni teljesítmények a vállalat várható összteljesítményétől függenek. Ez erős elvonatkoztatás, hiszen lehetnek a bizonytalanságnak szakmától, beosztástól, élethelyzettől, kortól stb. függő összetevői is, amikor (4) a következő alakba írható:

$$\text{var}[v_j[y_{2j}] - v_j[y_{1j}]] = \nu_{1j} [v[y_2] - v[y_1]] + \nu_{2j} E[v_j[y_{2j}] - v_j[y_{1j}]]. \quad (10)$$

Ezen módosítás esetén is érvényben maradhat a (2) képlet.



1. ábra. A teljesítmények és bérek vállalati szintű alakulásának egy lehetséges realizációja, adott bérfizetéshez tartozó összteljesítmény és adott teljesítménykövetelmény eléréséhez szükséges minimális bérkifizetés sűrűségfüggvényei

3. Az általánosított lineáris modell és becslése

Legyen q a tervezett termelés nagysága a vállalatnál (például éves szinten)! Az építőipari technológiai előírások, az ÉKN és VKN normagyűjtemények ismeretében nem tűnik túlzottan merésznek az a feltevés, hogy (a linearitási hipotézissel összhangban) Leontief-típusú termelési függvény érvényesül a vizsgált vállalatoknál. Ekkor $v = q\tau$, ahol τ az ágazatra jellemző skalár konstans.

Jelölje továbbá u a munkaügyi tevékenység jellemzésére szolgáló mérőszámok sorvektorát! A linearitási hipotézis mellett feltehető, hogy $\lambda = u\mu$, ahol μ a vállalatok homogén csoportjára jellemző konstans paramétervektor.

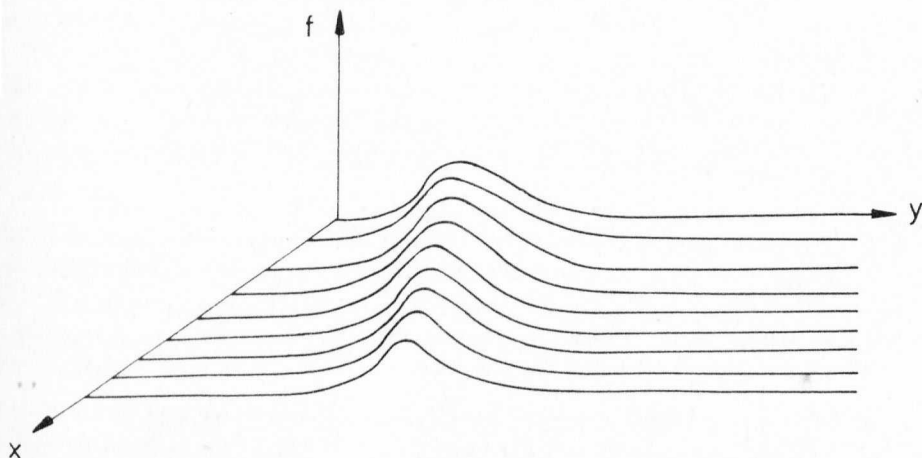
Ismert, hogy egy (2)-nek megfelelően paraméterezett inverz Gauss eloszlású valószínűségi változó várható értéke $\eta = v/\lambda$. Bevezetve az $\eta = x\alpha$ jelölést:

$$\eta = x\alpha, \quad \lambda = q\tau/\eta, \quad \langle \mu \rangle = \tau \langle \alpha \rangle^{-1}, \quad \langle x \rangle = q \langle u \rangle^{-1}, \quad (11)$$

ahol $\langle \cdot \rangle$ diagonális mátrixot jelöl, y sűrűségfüggvénye pedig

$$f[y/\eta, \tau, q] = \frac{q\tau}{\sqrt{2\pi y^3}} \exp \left[-\frac{[q\tau]^2 \left[1 - \frac{y}{\eta}\right]^2}{2y} \right]. \quad (12)$$

A (12) képlet segítségével általánosított lineáris modell (ld. NELDER és WEDDERBURN, 1972) definiálható: olyan regressziós jellegű modell, ahol egy T elemű minta minden egyes elemére vonatkozóan rendelkezésre áll egy sztochasztikus értelemben konstans q_t súly és x_t magyarázóváltozó-vektor és egy y_t valószínűségi változó (az egyszerűség kedvéért azonosan jelölt) egy realizációja. Az y_t valószínűségi változót az x_t -nek és egy ismeretlen, de a teljes mintán azonos α paramétervektornak a lineáris kombinációja mint várható érték, továbbá egy τ „zavaró” paraméter és q_t szorzata által együttesen egyértelműen meghatározott inverz Gauss eloszlás jellemzi.



2. ábra. Egy általánosított lineáris modell, ahol a vízszintes tengelyeken az (egyetlen) magyarázó és a függő változó, a függőleges tengelyen a likelihood (sűrűség-) függvény szerepel

Az általánosított lineáris modell becslési problémája az ismeretlen α paramétervektor és τ paraméter maximum likelihood becslése. Az α paramétervektornak ebben az esetben létezik egyetlen minimális varianciájú torzítatlan esztimátora, a becslés \sqrt{T} -konzisztens (azaz a becslési hiba \sqrt{T} -szerese normális eloszlású, nulla várható értékkel és szigorúan pozitív definit variancia-kovariancia mátrixszal). A maximum likelihood becslés tehát „értelmes” (ld. bővebben: TÉTÉNYI, 1987). A becslő eljárás az ún. iteratíven újraszúlyozott legkisebb négyzetek (IRLS) módszere (ld. DOBSON, 1983). Az eljárás tehát a következő lépések iterációs alkalmazásából áll:

$$\alpha^{(p+1)} = [X' \langle \text{var}^{(p)} [y_t] \rangle^{-1} X]^{-1} X' \langle \text{var}^{(p)} [y_t] \rangle^{-1} y \quad (13)$$

$$\tau^{(p+1)} = \left[\sum_{t=1}^T \frac{q_t^2}{y_t} \left[1 - \frac{y_t}{x_t \alpha^{(p+1)}} \right]^2 / T \right]^{-1/2} \quad (14)$$

$$\text{var}^{(p+1)} [y_t] = \frac{[x_t \alpha^{(p+1)}]^3}{\tau^{(p+1)^2 q_t^2} } \quad (15)$$

ahol X, y rendre az x_t vektorokból és az y_t skalárokból összeállított mátrixot, illetve vektort; (p) az iterációs lépés sorszámát, $\langle \cdot \rangle$ diagonális mátrixot, $'$ transzponáltat jelöl. Kezdőértéknek a $\text{var}^{(0)}(y_t) = 1$ értéket használtam, leállási szabályt a log-likelihood függvény iterációnkénti megváltozása adott. A paraméterek becslésének standard hibáját az információs mátrix inverzéből számítottam.

4. A vállalati bérköltség alakulása

A becsléni kívánt modell tehát homogén mintán jól becsülhető. Az azonos viselkedésűnek tekintett vállalati kör a kivitelező építőipar állami, minisztériumi alapítású vállalatait (szám szerint 69 céget) tartalmazta. A t -vel azonosított, $t \leq T = 69$ megfigyelések korlátozott száma ellenére feltételezhető, hogy egy hat paramétert tartalmazó modell esetén is jó közelítésként lehet elfogadni a paraméterbecslés aszimptotikus tulajdonságait. A kategóriákat 1985-ös mérlegadatokkal mértem.²

A munkaerőgazdálkodás modelljének vizsgált valószínűségi változója a *bérköltség* (BJKTS_t). A lineáris determinisztikus rész magyarázó változóit a (11) képletnek megfelelően (Q_t a vállalati termelés) transzformáltam, az így kapott mutatók tehát a bérköltség várható értékét becsülték. Ezek a transzformált magyarázó változók is a vállalati belső környezet jellemzőit mérték.

A *vállalati decentralizáltság* (DECENTR_t) és a bérköltség között fordított összefüggést tételeztem fel, elsősorban az improduktív (pl. adminisztrátori) létszám miatt. Ez az összefüggés természetesen nem egyértelmű, hiszen a vállalati adminisztrációt az üzemeknél is el kell végezni, ám a nagyobb telepi-üzemi önállóság jobb

² Vállalati alapadatok és mérleghivatkozásaik (index feltüntetése nélkül, : tól-ig szummázást jelöl)

BJKTS	Bér- és bérjellegű költségek és társadalombiztosítási járulék	III.(05+06+14).c
Q	Termelés	II.(09+41:55+57+58).j
DECENTR	Vállalati decentralizáltság	Q×ÖNKTS/FELNO
ÖNKTS	Tevékenységek szűkített önköltsége	II.09.c
FELNO	Fel nem osztott költségek	II.(10+11).e
TERÜLET	Területi szétszórtság	Q×SZKTS/AGKTS
SZKTS	Belföldi szállítások összes fuvardíja	III.28.c
AGKTS	Anyag- és anyagjellegű költségek	III.(04+13).c
PRODAR	Fizikai dolgozók aránya	Q×FLÉTS/SLÉTS
FLÉTS	Fizikai foglalkozásúak átlagos állományi létszáma	IV.59.c
SLÉTS	Nem fizikai foglalkozásúak átlagos állományi létszáma	IV.60.c
ÖSZTÖNZ	Többlettermelésen kívüli célok súlya	Q×PRÉM/BJKTS
PRÉM	Prémiumok, jutalmak, nyereségrészesedés	V.(9:11+13:17).c

helyi munkaszervezést, általában mozgékonyabb munkaerőpolitikát és a központban kisebb vízfejet tesz lehetővé.

Hasonlóan a *területi szétszórtság* ($TER\ddot{U}LET_t$) esetében is feltételeztem, hogy annak növekedése esetén azonos munkateljesítményt kisebb bérköltséggel lehet elérni — a helyi munkaerő alkalmazásának nagyobb lehetősége, a munkakultúrában, intenzitásban hagyományosan területileg differenciált piacon való nagyobb mozgástér révén.

A vállalati *munkaerő összetételének* ($PRODAR_t$) jellemzésére a fizikai és szellemi dolgozók arányát használtam. Ennek elméleti és gyakorlati problémái közismertek, a bérköltségre gyakorolt hatására vonatkozóan nem is volt előzetes elképzelésem. A fizikai munkások arányának növekedése ugyanis, miközben az „eltartott fehérköpenyese” relatív bérterhét csökkenti, a teljesítménykényszer, a szervezettség, a munkafegyelem csökkenése révén ezt a hatást akár meg is fordíthatja.

A több termelésen túlmenően, más feladatok (minőség, határidő stb.) kielégítő szintű teljesítését prémiumok, jutalmak stb. hivatottak biztosítani. Mivel ezek a kiegészítő feladatok nem szolgálják — közvetlenül — a nagyobb termelést, jelentőségük ($\ddot{O}SZT\ddot{O}NZ_t$) növekedése feltehetően kedvezőtlenebb (nagyobb) bér/teljesítmény hányadoshoz vezet (miközben pl. stabilizálja a vállalat piaci részesedését).

A becslésnél — mivel az általánosított lineáris modellnél nem rendelkezünk olyan ismert és elfogadott illeszkedésmutatóval, mint a klasszikus esetben az R^2 — két alternatív „kontrollmodell” becslésével alapoztam meg a modell számszerűsítését. A „klasszikus”, normális eloszlású modell mellett annak a keresztmetszeti modellezésben elterjedt módosítását is becsültem. Ez a módosítás a heteroszkedaszticitás egy egyszerű összefüggését tartalmazta: feltételeztem, hogy a hibatag szórásnégyzete nem azonos a teljes mintán, hanem a vállalat nagyságát reprezentáló termeléstől lineárisan függő változó:

$$\sigma_t^2 = \delta Q_t. \quad (16)$$

A becslésről előre kell bocsátani, hogy a klasszikus modell illeszkedése elfogadhatónak bizonyult, $R^2 = 0.949$. *Modellválasztási kritériumként a minta likelihood függvényének logaritmusát használtam.* Ez az érték (amelynek abszolút nagysága nem értelmezhető) non-nested modelleknél is közvetlenül összevethető akkor, ha (mint esetünkben, s ennek érdekében nem hagytam el a nullától nem szignifikánsan különböző együtthatójú változókat) a paraméterek száma megegyezik. A három modell becslése a következő eredményre vezetett (a szokásossal analóg feírással, zárójelben a becsült t -statisztikák szerepelnek):

Inverz Gauss eloszlású modell

$$\text{BJKTS} = -0.035 \text{ DECENTR} - 0.145 \text{ TERÜLET} + 0.033 \text{ PRODAR} + 0.170 \text{ ÖSZTÖNÖZ} + 18.722$$

$$(-12.21) \quad (-1.43) \quad (11.36) \quad (14.91) \quad (5.39)$$

log-likelihood érték = -338.28

 $\tau = 0.096$

Klasszikus normális modell

$$\text{BJKTS} = 0.031 \text{ DECENTR} - 0.203 \text{ TERÜLET} + 0.024 \text{ PRODAR} + 0.186 \text{ ÖSZTÖNÖZ} + 26.289$$

$$(5.92) \quad (-1.22) \quad (5.20) \quad (9.45) \quad (3.26)$$

log-likelihood érték = -341.17

 $\sigma^2 = 151.361$

Heterokedasztikus normális eloszlás

$$\text{BJKTS} = -0.031 \text{ DECENTR} - 0.236 \text{ TERÜLET} + 0.025 \text{ PRODAR} + 0.187 \text{ ÖSZTÖNÖZ} + 20.151$$

$$(-50.79) \quad (-8.23) \quad (58.85) \quad (80.70) \quad (26.97)$$

log-likelihood érték = -338.34

 $\tau = 1.083$

(17)

A különböző becsléseket összehasonlítva néhány érdekes különbségre érdemes felhívni a figyelmet. A területi koncentráció (két modell szerint) nem gyakorol szignifikáns hatást a béralakulásra, a heteroszkedasztikus modell azonban ezt nem szűri ki. A szervezeti decentralizáció hatását vizsgálva viszont a klasszikus modell vezet furcsa, előzetes várakozásunkkal ellentétes eredményre: a paraméter pozitív előjele közgazdaságilag nehezen indokolható.

Mindhárom modell egységes azonban a fizikai és szellemi munkások arányának hatását illetően. A bérköltséget a fizikaiak aránya növeli, azaz az építőipari cégeknél vannak a munkaszervezésben, a technológiai és munkafegyelemben nem-fizikai dolgozók alkalmazásával kihasználható tartalékok.

Érdemes végül rámutatni, hogy a modellválasztási kritérium az inverz Gauss eloszlású modellt mutatta ki legjobbnak. A modell használata mellett elsősorban jobb elméleti megalapozottsága és az szól, hogy nem vezet „furcsa” eredményekre, mint a két másik modell. Ugyanakkor a statisztikai modellválasztási kritérium is összhangban van ezzel az értékítélettel.

(Beérkezett: 1988. július 1-én.)

Irodalom

- DOBSDON, A. J. (1983): *An introduction to statistical modelling*. Chapman & Hall, London, New York.
- ÉLTETŐ Ö. és VITA L. (1981): Jövedelemeloszlások közelítése és prognosztizálása. *Sigma*, XV., pp. 15-39.
- FALUSNÉ SZIKRA K. (1977): A munka szerinti elosztás értelmezésének néhány kérdése. *Közgazdasági Szemle*, XXIV. pp. 1-11.
- GNYEGYENKO, B. V. és KOMOGOROV, A. N. (1951): *Független valószínűségi változók összegeinek határeloszlásai*. Akadémiai Könyvkiadó, Budapest.
- JACQUEMIN, A. P. és de JONG, H. W. (1981): *Európai ipari szervezet*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- KALMAN, R. E. (1981): System identification of noisy data. *Conference Paper, International Symposium on Dynamical Systems*, 25.02.1981.

- KARLIN, S. és TAYLOR, H.M. (1985): *Sztochasztikus folyamatok*. Gondolat Könyvkiadó, Budapest.
- KORNAI J. (1980): *A hiány*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- KOVÁCS S. (1981): Szervezettípusok. *Fejezetek a szervezetelemzés és szervezetfejlesztés témaköréből*. Szerkesztő: MÁRIÁS A. Kézirat. Tankönyvkiadó, Budapest.
- MCGUIRE, J.W. (1971): *A vállalkozási magatartás elméletei*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- NELDER, J.A. és WEDDERBURN, R.W.M. (1972): Generalized linear models. *Journal of the Royal Statistical Society, Ser. A*, 135, 370–384.
- RÉNYI A. (1960): On the central limit theorem for the sum of a random number of independent random variables. *Acta Mathematica Academiae Scientiarum Hungaricae*, 11, 97–102.
- SIMON, H.E. (1981): *Korlátozott racionalitás. Válogatott tanulmányok*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- TÉTÉNYI T. (1986): Vállalati szervezet és működés az építőiparban. Esettanulmánytervezet. *Kézirat*. Országos Tervhivatal Tervgazdasági Intézete, Budapest, 1885/XVIII/87.
- TÉTÉNYI T. (1987): A vállalati működés ökonometriai modellje. *Munkaanyag*. Országos Tervhivatal Tervgazdasági Intézete, Budapest, 11922/XVIII/87.

Econometrics of the Incentive Pay: Model and Reality

In this article the author examines the Hungarian firms' management of the labour force, especially its effect on the wage bill. The analysis starts from a microeconomic point of view, trying to deduce and quantify short-term consequences of the firms' behaviour. The statistically observable and estimable model of labour force management is based on the task wage system, common amongst Hungarian construction firms. A statistical relation can be formulated, showing that the distribution of the company's wage bill, conditional on variables describing the firm's environment, can only be inverse Gaussian. This model is transformed into a Generalized Linear Model and unknown parameters are estimated using iteratively reweighted least squares' method over data of Hungarian construction firms. The theoretical background and the statistical evidence both support the model thus developed.