

# A WALSH-TRANSZFORMÁCIÓN ALAPULÓ MÓDSZER AZ IDŐSOROK ELEMZÉSÉHEZ<sup>1</sup>

BAJALINOV ERIK – DULEBA SZABOLCS

*Nyíregyházi Főiskola*

A szezonális idősorok elemzése és előrejelzése régóta fókuszában van a matematikai-statisztikai kutatásoknak, illetve nagy gyakorlati jelentőségű is, hiszen a gazdasági életben számos példát láthatunk ilyen jellegű idősorokra, valamint a jövőre vonatkozó becslésük igényére. A jelen tanulmány célja kettős: egyrészt szeretnénk bemutatni egy olyan eljárás (Walsh-alapú diadikus analízis) módszertanát, amely a hazai közgazdasági alkalmazásokban novumnak számít; másrészt néhány reprodukálható idősoron megmutatjuk, hogy szezonális idősorok esetében nagy pontosságú előrejelzések kaphatók a módszerrel. Fontos kiemelni, hogy ezek az eredmények nem bizonyítják a módszer feltétlen relevanciáját, főleg nem a felsőbbrendűségét más módszerekkel szemben, de a kapott eredmények meglátásunk szerint elég figyelemreméltóak ahhoz (még a mainstream eljárásokkal való összehasonlítás után is), hogy közlésre kerüljenek. Amennyiben a későbbiekben egy gondosan megtervezett szimuláció által sikerül a megközelítés szisztematikus tesztelése, még komolyabb következtetések vonhatóak majd le a Walsh-transzformációs módszerrel kapcsolatban.

*Kulcsszavak:* Hadamard-mátrix, Walsh-függvény, idősor analízis, diadikus analízis, előrejelzés

## 1 Bevezetés

Az idősor-elemzés és az ehhez szorosan kapcsolódó előrejelzések mind nemzetközi, mind hazai vonatkozásban már évtizedek óta a matematikai-közgazdaságtan egyik legnépszerűbb területének számítanak, és széles módszertani eszköztár áll rendelkezésre az elvégzésükre [50].

A tanulmányunkban ismertetésre kerülő módszer azonban meglátásunk szerint méltatlanul kevés figyelmet kapott eddig elsősorban a hazai kutatásokban és alkalmazásokban, annak ellenére, hogy a Walsh-megközelítésnek triviális előnyei vannak gyakorlati szempontból [27]: pl. jóval rövidebb számítási idő és kevesebb informatikai erőforrás-felhasználás szükségeltetik hozzá, mint más eljárásokhoz. Ahogy a későbbiekben látható is lesz, a Walsh-transzformáció rövid távú előrejelzésekre (azon belül is a szezonális idősorokra) alkalmazható leginkább (a hosszú távú alkalmazásokat még vizsgáljuk), az ilyen

---

<sup>1</sup>A kutatás a PIAC\_13-1-2013-0176 sz. projekt keretében történt. Beérkezett: 2014. október 9. E-mail: [bajalinov@nyf.hu](mailto:bajalinov@nyf.hu).

predikcióknak a hazai szakirodalma elég bőséges, elsősorban rövid távú makroökonómiai modell-előrejelzéseket találhatunk [33]. Ezek közül a többség tartalmaz szimulációt, valamint érzékenységvizsgálatot is [8], vagyis az általános alkalmazhatóságuk is bizonyított makroökonómiai esetekre. A kvantitatív előrejelzések nemzetközi gyakorlatáról nyújt átfogó képet [19] a munkaerőpiac kapcsán. Vállalati idősor-analízist már kisebb számban találunk a hazai publikációk között, pedig a téma fontossága elvitathatatlan, az egyik legjelentősebb Gelei és Dobos [20] munkája, akik sporadikus keresletű termékek kereslet-előrejelzését végezték el egy valós vállalati példán, egy hazai gyógyszer-nagykereskedelmi vállalatra vonatkozó esettanulmányban. Egy későbbi kutatásban célunk a Walsh-transzformációt valós vállalati idősorok elemzésére is alkalmazni.

Mivel a jelen tanulmány célja betekintést nyújtani a Walsh-féle diadikus analízisbe, ezért a következő részben a tárgyalt módszer nemzetközi alkalmazásait részletezzük, és a továbbiakban eltekintünk a kétségkívül gazdag hazai és nemzetközi szezonális idősorokhoz kapcsolódó, de más statisztikai módszereket használó referenciák bemutatásától. A harmadik és negyedik fejezetben részletesen ismertetjük a módszer matematikai alapjait, majd numerikus példát is mutatunk az előrejelzésre való alkalmazására.

## 2 Szakirodalmi áttekintés

A 20. század elejére a kutatók széles körben ismerték a folytonos függvények ortogonális rendszereit, amelyek sok hasznos tulajdonsággal bírnak. A Fourier-analízis is trigonometrikus függvények ortogonális halmazát használta. A fejlődés következő lépcsőjét az jelentette, amikor matematikusok olyan ortogonális rendszereket hoztak létre, amelyek nem folytonos függvényekből álltak.

A Fourier-elv kiterjesztését valós értékű Boole-függvényekre 1923-ban L. J. Walsh [52] vezette be, amelyben olyan „négyzet alakú” ortogonális függvényeket alkotott meg, amelyek mindössze két értéket vehettek fel: a  $+1$ -et és  $-1$ -et, ami által egy hullámszerű rendszert vagy bázist definiált, olyan rendszert, amely lineárisan független vektorokból áll. Annak ellenére, hogy korábban definiáltak már bináris értékű diszkrét ortogonális függvényekből álló halmazt (Haar-Rademacher), a Walsh által javasolt megközelítés hasznosabbnak bizonyult és az utóbbi évtizedekben újra előtérbe került tudományos tanulmányokban. A Walsh-függvényeket használó első jelentősebb tanulmány Paley [39] cikke, amelyben a szerző úgy mutatja be újra a tudományos közösségnek a megközelítést, mint a Rademacher-függvényekből levezethető módszert. Walsh alapdefiníciója, amely a trigonometrikus függvények viselkedésére utal, alkalmazási szempontból előnyösebb, Paley levezetése azonban matematikai szempontból meggyőzőbb [48]. Később a Walsh-függvényeket a Rademacher-függvényeken keresztül tanulmányozták [2,27,35] és arra használták, hogy a Hadamard-transzformációt állítsák elő velük, amely nagyon hasonló azokhoz az ortogonális szinusz függvényekhez, amiket a Fourier-

transzformáció során alkalmaznak.

A valós adatokra épülő stacionárius folyamatokhoz, azaz statisztikai célra Kohn [27] használta először a Walsh-függvényeket. A '70-es évek elejétől statisztikusok és közgazdászok számos esetben úgy elemezték a valós idősorokat, hogy szétbontották (dekomponálták) azokat, majd trigonometrikus függvényekkel közelítették őket [13]. Kohn azt mutatta meg, hogy ezek a trigonometrikus függvények helyettesíthetők a Walsh-típusú, analóg függvényekkel, hiszen a trigonometrikus függvények leírhatóak a  $+1$  és  $-1$  értékek sorozatával, tehát egy valós adatokból álló stacionárius idősor dekomponálható Walsh-függvényekre. A későbbiekben a Kohn által javasolt megközelítést továbbfejlesztették a '80-as és '90-es években pl. Morettin [35,36], Stoffer [44,45,46,47,48].

Tanulmányában Stoffer [48] megalkotta a Walsh-alapú Hadamard-mátrixot (amely szimmetrikus és csak  $+1$  és  $-1$  elemekből áll), amellyel ki tudta fejezni a Walsh-függvények frekvenciáját, vagyis azt, hogy hányszor metszik az origót, tehát hányszor váltanak a  $+1$  és  $-1$  értékek között. Ezen felül a szerző bemutatta – a Fourier-transzformáció analógiájára – azt az eljárást, aminek segítségével át lehetett alakítani az eredeti adatokat „négyzet alakú” függvényekké (a korábbi gyakorlattal ellentétben, ahol szinuszoszínusz függvényeket kellett használni, amelyekkel jóval nehezebb volt számolni). Stoffer több statisztikai alkalmazást is vizsgált, valamint a módszer koherenciáját is elemezte.

Nason és szerzőtársai [38] tovább vizsgálták a valós idősorok statisztikai modellezésének lehetőségét a Walsh-megközelítés kapcsán. A Walsh-hullámokat változóként használták egy statisztikai modellben arra, hogy előrejelzést állítsanak elő a már ismert idősorhoz kapcsolódó következő időszakra. A szerzők megmutatták, hogy az ismert idősor mely komponensei használhatók egy következő időszakra vonatkozó előrejelzéshez, ezáltal egy megbízható predikciót kaptak. Tanulmányukban hangsúlyozták azt, hogy a hullám-transzformációk (amelyek a Walsh-transzformáción alapulnak) gyors és hatékony számítási eljárást tesznek lehetővé.

Az utóbbi időben is jelentek meg diadikus analízissel, azaz a Walsh-Fourier transzformációval foglalkozó tudományos cikkek, elsősorban a közgazdasági és statisztikai alkalmazás területéről. Bischescu és szerzőtársai [7] egy Walsh modellt állítottak elő azzal a céllal, hogy elemezhesek egy vállalat munkaerő felvételével, illetve elbocsátással kapcsolatos döntési helyzeteket. A diadikus analízis azt az előnyös tulajdonságát használták fel, hogy a függvények kizárólag  $+1$  és  $-1$  értékeket tartalmaznak, így a kapacitás-többletet  $+1$ -gyel, a hiányt pedig  $-1$ -gyel tudták kifejezni. A kapacitás-többlet adott időszakban lehetőséget ad egyes tevékenységek visszaszervezésére („insourcing”), illetve a hiány külső szolgáltatók megbízására („outsourcing”). Ha az adott helyzetet egy két tengelyből álló koordináta-rendszerben képzeljük el, amelyben a függőleges tengely a vevői igény, a vízszintes pedig az idő, a kívánt kapacitás-kihasználtság érdekében a vállalat kiszervez, illetve visszaszervez a kereslet alakulásának függvényében. Ez egy tipikus Walsh-probléma, és a tanulmány bizonyítja, hogy mennyire hatékony tud lenni a módszer alkal-

mazása ebben a gyakorlati szituációban. Szintén fontos tanulsága a cikknek, hogy a metódus hasznos lehet olyan ellátási lánc menedzsment szituációkban, amelyekben több vállalat egy ellátási láncon belül igyekszik kisimítani a készlettartási szintjüket, a diadikus harmonikus analízis megfelelő eszköz lehet az optimális stratégia kialakításában.

Több különböző megközelítés létezik a szakirodalomban a Walsh-függvények alkalmazására vonatkozóan, amelyeket különböző formákban említenek és használnak, bár közös alapjuk a Walsh-Fourier transzformáció. A Walsh-függvények tekintetében legalább három megközelítést [1,4,5,14,15,29] kell megemlíteni, amelyek egymástól abban térnek el, hogy más vektor-sorrendet követnek az egyes rendszerek esetében:

- Walsh-sorrendű, ahol a függvények sorrendje a zéró értéket metszések emelkedő sorrendjét jelenti.
- Paley-sorrendű (vagy más néven diadikus sorrendű), ahol a sorrendet az úgynevezett „Gray-kód” határozza meg (a sorrendet meghatározó indexek olyan átrendezése, amelyben két szomszédos, bináris alakú szám csak egy pozícióban tér el egymástól).
- Hadamard-sorrendű (vagy más néven természetes), ahol a sorok (és az oszlopok) sorrendjét meghatározza a (2) rekurziós képlet.

Az egyes sorrendek közötti különbségek és kapcsolatok taglalása meghaladja ennek a cikknek a terjedelmi korlátait, de bővebb kifejtést lehet olvasni az alábbi tanulmányokban [2, 5, 22, 42, 43, 54, 55, 49].

Különböző Walsh-függvény generátorok léteznek, amelyek különböző módszereket alkalmaznak [2,5,24 stb.]. Az olyan generátoroknak nagyon széles körű alkalmazásuk van, amelyek közvetlenül a Walsh-függvények halmazát generálják, de olyanok is ismeretesek, amelyek először Rademacher-függvényeket generálnak. Ideális esetben a generált függvények ortogonálisak egymásra, és néhány generátor hatásosabb ebből a szempontból, mint mások. Az ismert generátorok az eredeti bináris értékeket használhatják, vagyis a +1 és -1-et, de konvertált generátorok is használhatóak, melyek például a +1 és 0 értékeket alkalmazzák.

Felhívjuk arra a figyelmet, hogy a Walsh-függvények számozásakor a következő jelölést alkalmazzák a szakirodalomban:  $W_i$  olyan Walsh-függvényt jelöl, amelynek  $i$  számú 0 keresztezése van, azaz olyan Walsh-függvény, melynek  $i$  számú előjelváltása van [4].

### 3 A Walsh-függvény és Walsh-mátrix alapjai

Jól ismert tény, hogy tetszőleges valós értékű  $f(t)$  függvény approximálható egy ún. *Fourier-transzformációval* [9,30 stb.]:

$$(1) \quad f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cdot \sin(k \cdot t) + b_k \cdot \cos(k \cdot t)) .$$

Ezt a végtelen összeget Fourier-sornak szokták nevezni vagy az  $f(t)$  függvény Fourier-transzformációjának. Hasonló jellegű ötlet szolgál alapként a Walsh analízisben is.

A Walsh-függvények bizonyos értelemben olyan szerepet játszanak, mint a  $\sin(k \cdot t)$  és  $\cos(k \cdot t)$  függvények a Fourier-analízisben. Azonban a szinuszoid párokkal ellentétben a Walsh-függvények négyzetes hullám-alakúak, és értéként csak a  $+1$ -et és a  $-1$ -et veszik fel (a ki-be analógiájára).

A Fourier-analízisben ezek a  $\sin(k \cdot t)$  és  $\cos(k \cdot t)$  függvények egymástól a frekvenciájukban különböznek, azaz abban, hogy hány teljes ciklust hajtanak végre a  $[0, 1)$  intervallumon. Hasonló ingadozásokat vehetünk észre a Walsh függvények esetén is: „négyzetes alakú” hullámok metszik a vízszintes  $\tau$  tengelyt, úgy, hogy a „nulla-átkeléses” pontok száma tükrözik  $wal_i(\tau)$  indexében.

A Walsh-függvény (*Walsh-mátrix*) legenerálható rekurzív módon is a Hadamard-mátrix [25] használatával:

$k = 0$  A kezdeti lépés az, hogy  $H(k) = +1$ , utána

$k = k + 1$  Rekurzív folytatás:

$$(2) \quad H(k + 1) = \begin{pmatrix} H(k) & H(k) \\ H(k) & -H(k) \end{pmatrix}.$$

Például:

$$(3) \quad H(0) = (1), \quad H(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad H(2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$H(3) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \text{stb.}$$

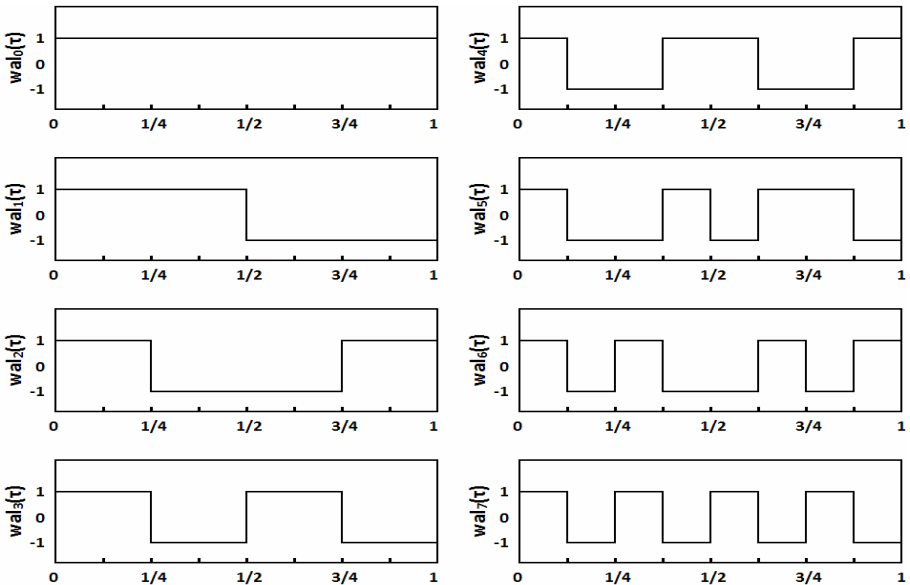
Ezek a Hadamard-mátrixok tartalmazzák a Walsh-függvényeket sorokban (vagy oszlopokban, mivel a mátrix szimmetrikus) olyan sorrendben, amelyet *természetesnek* vagy *Hadamard-sorrendnek* (*natural* vagy *Hadamard order*) szokták nevezni. A Walsh-függvények használatánál figyelembe kell vennünk azt, hogy a Hadamard-mátrixban a Walsh-függvényeket több különböző módon szokták rendezni. Az egyik a szakirodalomban leggyakrabban tárgyalt sorrend az ún. „sequency”-sorrend (*sequency-order*) (gyakran Walsh-sorrendnek nevezik), amelynek fő jellemzője abban áll, hogy minden következő

sorban (vagy oszlopban) az előjelváltások száma eggyel nagyobb az előzőnél. A továbbiakban éppen ezt a rendezési módot fogjuk alkalmazni és a megfelelő rendezésű Hadamard-mátrixot  $H_w(k)$ -val jelöljük.

Ebben a sorrendben az első nyolc (azaz  $N = 2^3$ )  $wal_n(\tau)$  Walsh-függvényt láthatjuk a következő mátrixban:

$$(4) \quad H_w(3) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

A  $H_w(3)$  mátrix sorainak (azaz a Walsh-függvények) grafikusan történő ábrázolását tekinthetjük meg az 1. ábrán. Ha összehasonlítjuk  $H(3)$  és  $H_w(3)$  mátrixokat ((3) és (4) képletek), könnyen belátható, hogy ezek a mátrixok azonos sorokat (oszlopokat) tartalmaznak, csak más sorrendben és egyetlen egy kivétellel: a 0. sor (oszlop) mindkét mátrixban megegyezik. Valóban, pl. a (3) mátrix 1. sora (oszlopa) a legelső sorban található (szélső jobb oldali oszlopban) a  $H_w(3)$  mátrixban, továbbá a 2. sor (oszlop) (3) mátrixból szerepel a 3. sorban (oszlopban) a  $H_w(3)$  mátrixban, stb.



1. ábra. Első nyolc Walsh-függvény a (4) képletben

A Walsh-sorrendű  $H_w(k)$  mátrix előállítható a következő szabály alapján [1,2]. Jelöljön  $u_i$  és  $v_i$  bináris számjegyeket az  $u$  és  $v$  számok  $i$ -edik pozíció-

jában, ahol  $u$  és  $v$  a sor/oszlop decimális indexei a  $H_w(k)$  mátrixban, azaz:

$$u_{10} = (u_{k-1} u_{k-2} \dots u_1 u_0)_2, \quad v_{10} = (v_{k-1} v_{k-2} \dots v_1 v_0)_2.$$

Ekkor egy tetszőleges  $h_{uv}^{(w)}$  eleme a  $H_w(k)$  mátrixnak előállítható a következő képlet szerint:

$$h_{uv}^{(w)} = (-1)^{\Omega(u,v)}, \quad u = 0, 1, \dots, 2^k - 1, \quad v = 0, 1, \dots, 2^k - 1,$$

ahol

$$\Omega(u, v) = \sum_{i=0}^{k-1} r_i(u) v_i,$$

$$r_0(u) = u_{k-1}, \quad r_1(u) = u_{k-1} + u_{k-2}, \quad r_2(u) = u_{k-2} + u_{k-3}, \quad \dots, \quad r_{k-1}(u) = u_1 + u_0.$$

A Paley-sorrendű (*diadikusan rendezett*)  $H_p(k)$  mátrix előállítható az alábbi szabály szerint [1,2,53]. Jelöljön  $h_{uv}^{(p)}$  az  $u$ -adik sorban és  $v$ -edik oszlopban álló elemét a  $H_p(k)$  mátrixnak. Ekkor

$$h_{uv}^{(p)} = (-1)^{\Phi(u,v)}, \quad u = 0, 1, \dots, 2^k - 1, \quad v = 0, 1, \dots, 2^k - 1,$$

ahol

$$\Phi(u, v) = \sum_{i=0}^{k-1} u_{k-1-i} v_i.$$

Nyilvánvaló, hogy mindhárom előállítási szabály (természetes (2), sorozatos (5) és diadikus (6)) könnyen beprogramozható, és a számítástechnikai erőforrásszükséglet szempontjából nagyon „olcsók”.

## 4 Walsh-transzformáció

### 4.1 Elméleti háttér

A továbbiakban tekintsünk egy  $p$  elemből álló  $X = (x_0, x_1, \dots, x_{p-1})$  vektort, amely tartalmazza a vizsgálandó idősor. Jelölje  $k$  a 2 olyan legkisebb hatványát, amely  $p$ -nél nem kisebb  $N$  értéket eredményez, azaz

$$k = \min_g (g : p \leq 2^g) \quad \text{és} \quad N = 2^k.$$

Például, ha  $p = 12$ , akkor  $k = \min_g (g : 12 \leq 2^g) = 4$ , mivel  $12 \leq 2^4 = 16$ . Így az adott esetben  $N = 2^4 = 16$ .

Nyilvánvaló, hogy egy tetszőleges idősor kifejezhető a Walsh-függvények lineáris kombinációjaként:

$$x(\tau) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i \cdot wal_i(\tau), \quad \tau = 0, 1, 2, \dots, p-1,$$

ahol  $wal_i(\tau)$  Walsh-függvények.

Vegyük észre, hogy a Walsh-transzformációnál a vizsgálandó  $X$  vektor mérete meg kell, hogy egyezzen a megfelelő Hadamard-mátrix méretével, azaz  $N = 2^k$ . Épp emiatt a transzformáció előtt az  $X$  vektor méretét hozzá kell igazítani az  $N = 2^k$  értékhez. Ha az  $X$  vektor  $p$  elemből áll, akkor azt bővíteni kell  $(2^k - p)$  elemmel a transzformálhatósága érdekében. Ezért ebben és minden következő esetben feltételezzük, hogy a szükséges bővítés már megtörtént és most az  $X$  vektor  $N = 2^k$  elemből áll. Szóval, az eredeti  $X = (x_0, x_1, \dots, x_{p-1})$  vektor helyett tekintsük a következő  $N$  elemes vektort:

$$X = (x_0, x_1, \dots, x_{p-1}, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{(N-p)}) .$$

Jegyezzük meg, hogy az új  $X$  vektor utolsó  $(N - p)$  eleme lehet 0 (vagy más) értékű, mivel ezek az elemek nem játszanak fontos szerepet a számolásban.

A fentiek alapján a Walsh-transzformáció végrehajtása után felírhatjuk, hogy

$$(7) \quad W = \frac{1}{2^k} H(k) X^T ,$$

ahol a  $W = (w_0, w_1, \dots, w_{N-1})^T$  oszlop-vektor tartalmazza az ún.  $w_i$  Walsh-együtthatókat (vagy spektrális együtthatókat), és  $H(k)$  jelöli  $(2^k) \times (2^k)$  méretű Hadamard-mátrixot:

$$(8) \quad H(k) = \begin{pmatrix} h_{00} & h_{01} & \cdots & h_{0,N-1} \\ h_{10} & h_{11} & \cdots & h_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N-1,0} & h_{N-1,1} & \cdots & h_{N-1,N-1} \end{pmatrix} .$$

A továbbiakban vegyük figyelembe a  $H(k)$  mátrix alábbi hasznos tulajdonságait [1,2]:

$$\det(H(k)) \neq 0, \quad \text{és} \quad H(k)^{-1} = \frac{1}{2^k} H(k), \quad \forall k = 1, 2, \dots$$

Ebből következik, hogy az  $\tilde{X} = (\tilde{x}_0, \tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_{N-1})$  approximált vektort összeállító eljárás könnyen végrehajtható a következő képlet alapján:

$$(9) \quad \tilde{X}^T = H(k) W ,$$

vagy részletesebben:

$$(10) \quad \begin{pmatrix} \tilde{x}_0 \\ \tilde{x}_1 \\ \vdots \\ \tilde{x}_{N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{00} & h_{01} & \cdots & h_{0,N-1} \\ h_{10} & h_{11} & \cdots & h_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N-1,0} & h_{N-1,1} & \cdots & h_{N-1,N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_0 \\ w_1 \\ \vdots \\ w_{N-1} \end{pmatrix} .$$

Összefoglalva, a Walsh-transzformáció a következő lépésekből áll:



1. Ha kell, kibővítjük a vizsgálandó  $X$  vektort a megfelelő méretig;
2. A „helyes” méretű  $X$  vektorra számoljuk ki a (7) képlet alapján a  $W$  spektrális együtthatókat;
3. Majd a  $W$  vektor és a (9) képlet használatával állítjuk elő az  $\tilde{X}$  vektort.

## 4.2 Alkalmazási szempontok

A numerikus kísérletek során a következő megközelítést alkalmaztuk. Tegyük fel, hogy adott az  $m$  évről szóló adatsor a következő  $m$  darab  $X_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ ; vektor formájában

$$\begin{aligned} X_1 &= (x_{01}, x_{11}, \dots, x_{p-1,1}), \\ X_2 &= (x_{02}, x_{12}, \dots, x_{p-1,2}), \\ &\dots \\ X_m &= (x_{0m}, x_{1m}, \dots, x_{p-1,m}), \end{aligned}$$

ahol  $x_{ij}$  – az  $i$ -edik időperiódusban  $j$ -edik évben mért érték.

Ezen vektorok méretének az  $N$  értékhez való igazítása után alkalmazzuk a (7) képletet minden  $X_j$  vektorra. Eredményül a következő  $m$  darab  $W_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ , vektort kapjuk a  $w_{ij}$  ( $i = 0, 1, \dots, N - 1$ ;  $j = 1, 2, \dots, m$ ) spektrális együtthatókkal

$$W_j = \frac{1}{2^k} H(k) X_j^T, \quad j = 1, 2, \dots, m.$$

A  $W_j$  oszlopokból összeállított mátrixot a (7) képletben szereplő  $W$ -vel jelölt oszlopvektorral való összekeverés elkerülése céljából jelöljük a következő módon:

$$(12) \quad \tilde{W} = \begin{pmatrix} w_{01} & w_{02} & \dots & w_{0,m} \\ w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1,m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_{N-1,1} & w_{N-1,2} & \dots & w_{N-1,m} \end{pmatrix},$$

ahol minden  $j$ -edik oszlop tartalmazza a  $j$ -edik évhez tartozó spektrális együtthatókat.

Következő lépésben a  $\tilde{W}$  mátrix minden  $\tilde{W}_i$  ( $i = 0, 1, \dots, N - 1$ ) sorát tekintjük külön idősornak

$$\tilde{W}_i = (w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{im}), \quad i = 0, 1, \dots, N - 1,$$

és alkalmazzuk az ezekre a sorokra megfelelő előrejelzési modelleket és módszereket az  $m$ -edik év után következő  $(m + 1)$ -edik évnek megfelelő  $W_{m+1}$  spektrális oszlopvektor előállítására céljából.

Ennek a műveletnek következtében az eredeti  $\widetilde{W}$  mátrix helyett megkapjuk a mátrix bővített alakját:

$$(13) \quad \widetilde{W}^* = \begin{pmatrix} w_{01} & w_{02} & \cdots & w_{0,m} & w_{0,m+1} \\ w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1,m} & w_{1,m+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ w_{N-1,1} & w_{N-1,2} & \cdots & w_{N-1,m} & w_{N-1,m+1} \end{pmatrix}$$

ahol a szélső, jobb oldali  $(w_{0,m+1}, w_{1,m+1}, \dots, w_{N-1,m+1})^T$  oszlop tekinthető (értelmezhető) olyan spektrális együtthatókból álló vektorként, amely megfelel az  $(m+1)$ -edik évrnek megfelelő ismeretlen

$$X_{m+1} = (x_{0,m+1}, x_{1,m+1}, \dots, x_{p-1,m+1}, \underbrace{x_{p,m+1}, \dots, x_{N-1,m+1}}_{(2^k-N)})$$

előrejelzendő adatsornak. Végül, a  $(w_{0,m+1}, w_{1,m+1}, \dots, w_{N-1,m+1})^T$  oszlopvektor és a (9) inverz transzformáció használatával kapjuk a  $\tilde{X}_{m+1}$  előrejelzéseket a következő  $(m+1)$ -edik évre:

$$\tilde{X}_{m+1} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_{0,m+1} \\ \tilde{x}_{1,m+1} \\ \vdots \\ \tilde{x}_{N-1,m+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{00} & h_{01} & \cdots & h_{0,N-1} \\ h_{10} & h_{11} & \cdots & h_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ h_{N-1,0} & h_{N-1,1} & \cdots & h_{N-1,N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{0,m+1} \\ w_{1,m+1} \\ \vdots \\ w_{N-1,m+1} \end{pmatrix}.$$

Nyilvánvaló, hogy a  $\tilde{X}_{m+1}$  vektor első  $p$  eleme előrejelzésnek tekinthető az eredeti  $m$  évről szóló adatsor alapján előállított  $(m+1)$ -edik évre vonatkozóan.

A fejezet végén még megjegyezzük, hogy a Walsh-függvényeken alapuló transzformációval és approximációval kapcsolatos kérdések és problémák (konvergencia, pontosság stb.) bővebben a következő irodalmakban kerülnek kifejtésre: [17,18,21,37].

## 5 Numerikus kísérletek

Ebben a fejezetben a Központi Statisztikai Hivatal által közölt (www.ksh.hu) többéves (2010, 2011, 2012, 2013 és részben 2014) agrár adatsorokon végrehajtott numerikus kísérletek eredményeiről lesz szó. Összesen 16 adatsorral végeztünk numerikus teszteléseket: 11 adatsor jellegzetes szezonális hatású (alma, árpa, burgonya, búza, fejeskáposzta, káposztarepce, kukorica, napraforgó, paradicsom, vöröshagyma, zöldpaprika) és 5 adatsor, amely esetén szezonális hatás nem jellemző (baromfi, juh, marha, sertés, tojás). A havi bontású eredeti adatok megtekinthetők a Melléklet részben az 5, 6 és 7. táblázatban.

Geometriai szempontból ebben a részben bemutatott esettanulmányt a következőképpen értelmezhetjük. Először is felhasználva a rendelkezésünkre álló 4 év adatait havi bontásban 4 pontot határozunk meg:  $X_1, X_2, X_3, X_4$

a 12 dimenziós térben, amelyek koordinátáit egy ortogonális vektorrendszerben állapítjuk meg, ezután ezeket a koordinátákat egytől egyig külön analizáljuk azzal a céllal, hogy megállapítsuk a várható jövőbeli értéküket (azaz várható értéküket az 5. évben). Végül elvégezzük az inverz transzformációt az előrejelzett koordinátákra úgy, hogy megkaphassuk az új  $X_5$  pontot és eredményképpen 12 előrejelzett értéket az idősor várható jövőbeli értékeire.

Nyilvánvaló, hogy az ilyen típusú termékek idősorának teljes körű elemzéséhez és megbízható előrejelzésükhöz pusztán matematikai eljárások végrehajtása nem elegendő (sok más tényező is fontos, esetleg döntő szerepet játszhat, pl. a hazai és külföldi piac igényei, nemzetközi kereskedelmi és politikai viszonyok, időjárási körülmények stb.). Ezért felhívjuk arra a figyelmet, hogy az adott kutatás célja nem a mezőgazdasági termelés teljeskörű elemzése, hanem a Walsh-transzformáción alapuló előrejelzési eljárás tesztelése, a hatékonyságának vizsgálata és már korábban jól bevált eszközökkel és módszerekkel való összehasonlítása.

Tegyük fel, hogy a 2014. évre vonatkozó első 7 havi adatok ismeretlenek és azokat kell előrejeleznünk. A Walsh-transzformáció ezekhez az adatsorokhoz való alkalmazhatósága céljából az 5, 6 és 7. számú táblázatban látható adatok transzponálása után minden adatsorra kapunk egy-egy új  $(12 \times 5)$  méretű mátrixot. Ezután a kapott mátrixokban a sorok számát igazítsuk a megfelelő minimális méretű Hadamard-mátrixhoz, azaz  $H_w(4)$  mátrixhoz, mert  $2^4 = 16$ . Ennek eredményképpen – a búza termelésére vonatkozó adatsort véve példának – megkapjuk a 1. táblázatban látható bővített mátrixot négy 0 értékű sorral.

	2010	2011	2012	2013	2014
1	54 551	46 074	56 388	28 168	45 489
2	77 048	50 081	67 531	51 728	50 309
3	90 372	35 687	66 437	61 646	66 166
4	72 573	26 350	45 399	69 579	50 854
5	78 210	35 664	48 771	45 972	31 960
6	34 012	15 324	38 526	33 577	32 763
7	252 513	302 545	533 732	513 620	568 516
8	527 253	361 925	406 211	528 388	0
9	247 508	219 056	104 570	311 126	0
10	86 376	75 101	71 029	176 000	0
11	70 953	82 520	91 622	123 676	0
12	71 443	61 587	69 120	65 112	0
13	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0

1. táblázat. Bővített búza adatsor

A Walsh-transzformáció (7) végrehajtása után megkapjuk a  $\widetilde{W}$  mátrixot (a (12) képletnek megfelelően) spektrális együtthatókkal. A következő lépésben az ily módon kapott  $\widetilde{W}$  mátrix minden  $\widetilde{W}_i$  sorát tekintjük külön

négyszeres elemes (azaz 2010, 2011, 2012 és 2013 évekhez tartozó adatokból álló) időszornak, és az MS Office Excel táblázatkezelőben beépített *Előrejelzés()* függvény segítségével állítsuk elő a 2014. évre vonatkozó előrejelzéseket. Az eredmény látható a 2. táblázatban.

	2010	2011	2012	2013	2014
1	103925,58	81994,63	99958,46	125537,05	123553,49
2	44390,58	27211,63	57915,87	41047,68	47810,32
3	-67107,77	-62220,68	-70489,10	-99146,94	-100837,60
4	-7572,77	-7437,68	-28446,51	-14657,56	-25094,43
5	51730,38	49853,16	54974,10	75591,79	77213,65
6	27794,41	31096,88	53117,06	38299,60	50960,92
7	-55648,66	-45588,43	-53463,72	-82007,88	-80915,41
8	-31712,69	-26832,14	-51606,68	-44715,69	-54662,68
9	27516,56	11837,37	-8651,08	5506,18	-12577,63
10	7313,68	-3540,39	-10031,07	-4064,03	-12736,40
11	-32553,58	-13505,33	4628,45	-7459,51	11131,50
12	-12350,70	1872,44	6008,45	2110,70	11290,27
13	24155,43	13078,63	-4489,34	10285,56	-4036,83
14	4075,10	-7532,52	-11494,66	-13925,69	-21710,57
15	-24742,67	-12412,49	5726,23	-14222,33	1012,12
16	-4662,33	8198,66	12731,55	9988,93	18685,86
<b>Kiszámolt</b>					<b>Előrejelzett</b>
<b>Walsh együtthatók</b>					

2. táblázat. Búza adatsorhoz előállított Walsh-együtthatók

Végül az inverz (9) transzformáció segítségével megkapjuk a 2014. évre vonatkozó előrejelzéseket. Az ilyen módon kapott előrejelzési értékeket láthatjuk a 3. táblázatban. A táblázatot az összehasonlítás céljából kiegészítettük a következő eszközökkel kapott előrejelzésekkel:

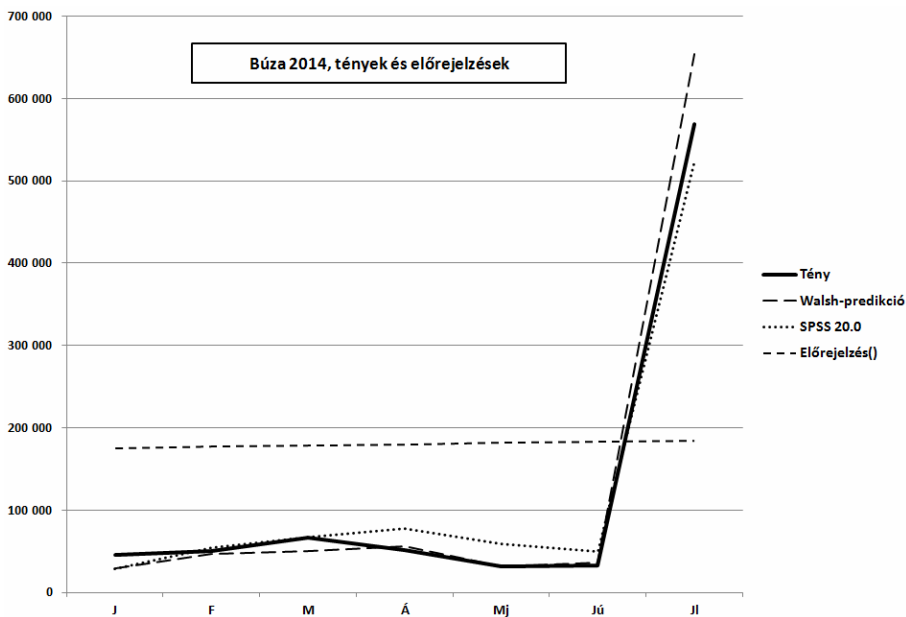
- MS Office Excel táblázatkezelő keretében használható *Előrejelzés()* függvény,
- IBM SPSS Statistics 20.0 programcsomagban beépített *Forecasting* eszköz.

Ezen felül megjelenítettük táblázatban az abszolút eltéréseket is, amelyek közül a legkisebbeket kiemeltük.

	Tény	MS Excel Előrejelzés()	IBM SPSS 20.0	Walsh	Abszolút eltérések		
<b>J</b>	45 489,39	175 237,54	28 795,27	29 086,60	129748,15	16694,12	<b>16402,80</b>
<b>F</b>	50 308,96	176 792,60	54 597,26	46 969,94	126483,64	4288,30	<b>3339,02</b>
<b>M</b>	66 165,68	178 347,66	67 356,92	49 678,15	112181,98	<b>1191,24</b>	16487,53
<b>Á</b>	50 854,33	179 902,72	78 214,45	55 992,44	129048,39	27360,12	<b>5138,10</b>
<b>Mj</b>	31 959,54	181 457,78	58 535,53	31 252,75	149498,25	26575,99	<b>706,79</b>
<b>Jú</b>	32 762,70	183 012,84	49 787,05	35 833,61	150250,14	17024,35	<b>3070,91</b>
<b>Jl</b>	568 515,68	184 567,90	524 740,70	654 229,71	383947,78	<b>43774,98</b>	85714,03

3. táblázat. Búza 2014: tények, előrejelzett értékek és abszolút eltérések

Továbbá, az ismert és az előrejelzett értékek diagram formában láthatók a 2. ábrán. A búza adatsoron végrehajtott *IBM SPSS Statistics 20.0* predikciós eljárás eredményét tartalmazza a 3. és 4. ábra a mellékletek között.



2. ábra. Búza 2014: tények és előrejelzett értékek diagram formában

Az ily módon (*MS Office Excel Előrejelzés()*, *IBM SPSS Statistics 20.0* és a Walsh-transzformáción alapuló eljárás) kapott háromféle predikciós érték vonatkozásában kiszámoltuk az előrejelző becslések pontosságát, amely a 4. táblázatban látható.

Pontossági becslések			
	MS Excel Előrejelzés()	IBM SPSS 20.0	Walsh
MAD	168736,90	19558,44	<b>18694,17</b>
MSE	36344528796,01	<b>565634137,60</b>	1133609215,49
MAPE	2,79	0,35	<b>0,15</b>
Theil-U	0,84	<b>0,10</b>	0,16

4. táblázat. Búza 2014, előrejelzések: pontossági becslések

Hasonló módon a Walsh-transzformáció segítségével előrejelzéseket állítottunk elő a többi 15 KSH adatsorra, majd a kapott eredmények összehasonlítása céljából végeztünk előrejelzéseket az *MS Excel* táblázatkezelőben (*Előrejelzés()* függvény) és az *IBM SPSS Statistics 20.0* programcsomagban (*Forecasting eszköz Expert Modeler* → *All models* opcióval<sup>2</sup>)

<sup>2</sup>Az adott opciónál az IBM SPSS csomag vizsgálja az összes ismert ARIMA/SARIMA és exponenciális simítási modellt, majd alkalmazza az adatsorhoz legjobban illőt.

Az összes 16 adatsoron végzett összehasonlítás eredményei megtekinthetők a Mellékletben a 8, 9 és 10. táblázatban. Az eredmények egyértelműen arra utalnak, hogy a szezonális idősorok esetében nagyobb becslési pontosságot lehet a vizsgált módszerrel elérni, mint a nem szezonális jellegű adatoknál. A különbség érzékeltetésére felhívjuk a figyelmet a melléklet 11, 12 és 13. táblázatban feltüntetett fajlagos eltérésekre ( $|\text{Tény-Közelítő érték}|/\text{Tény } \%$ ), amelyek egyértelműen mutatják, hogy a Walsh alapú predikciós értékek a szezonális idősorok esetében jóval pontosabbak. A vizsgált 16 adatsorból 12 esetben minimális átlagos fajlagos eltérést a Walsh megközelítésnél kaptunk.

Az eltérések illusztrálásához csatoltuk az 5, 6 és 7. ábrákat, amelyekből látszik, hogy a szezonális termékek becslése jóval pontosabb. Ennek magyarázata, hogy a tanulmányban ismertett Walsh alapú megközelítés az egymás után következő évek azonos hónapjai alapján közelíti meg a jövőre vonatkozó becslést. A szezonális pedig a megfelelő hónapok hasonlatosságát jelentő tulajdonság.

## 6 Következtetések

Ahogy az előzőekben látható volt, a tanulmányunkban a diszkrét Walsh-transzformációk általi idősor-analízis egy lehetséges módját mutattuk be. Szintén említésre kerültek a folytonos és diszkrét Walsh-transzformációk legfőbb tulajdonságai. Figyelmet fordítottunk a spektrális koefficiensre, illetve a különböző Walsh-függvény változatokra, valamint bemutattuk azokat az algoritmusokat, amelyek felhasználhatóak a gyakorlati idősor-approximációkhoz, amelyek az előrejelzéshez használhatók.

Számításaink alapján nyilvánvaló, hogy a diszkrét Walsh-transzformáció nagyon hasznos lehet a szezonális jellegű (közgazdasági) adatsorok előrejelzésénél a következők miatt:

- a módszer egyszerű és számítási szempontból nem igényel nagy kapacitást (előrejelző számításainkat, melyeket a Walsh-alapú megközelítés alapján végeztük, MS Excel 2007-ben hajtottuk végre, tulajdonképpen manuálisan)
- a predikció során nagy pontosságot értünk el (főleg 12 hónapos szezonális idősoroknál).

A gyakorlati idősorokon végrehajtott numerikus kísérletek azt mutatják, hogy számos esetben (főleg szezonális hatású adatok esetén) a jelen tanulmányban bemutatott megközelítés az előrejelzések pontossága szempontjából felülmúlja a jól ismert statisztikai eszközöket.

Azonban – ahogy ezt korábban már jeleztük – a bemutatott numerikus tesztelési eredmények még nem bizonyítják a módszer feltétlen alkalmazhatóságát sem, nem hogy a felsőbbrendűségét a már jól ismert módszerrel szemben. Ennek bizonyítására gondosan megtervezett szimuláció és jóval több futtatás szükséges. Ennek ellenére néhány előny már most szembetűnő: a módszerünk esetében újracsoportosított szezonális adatok alkotják a számítás

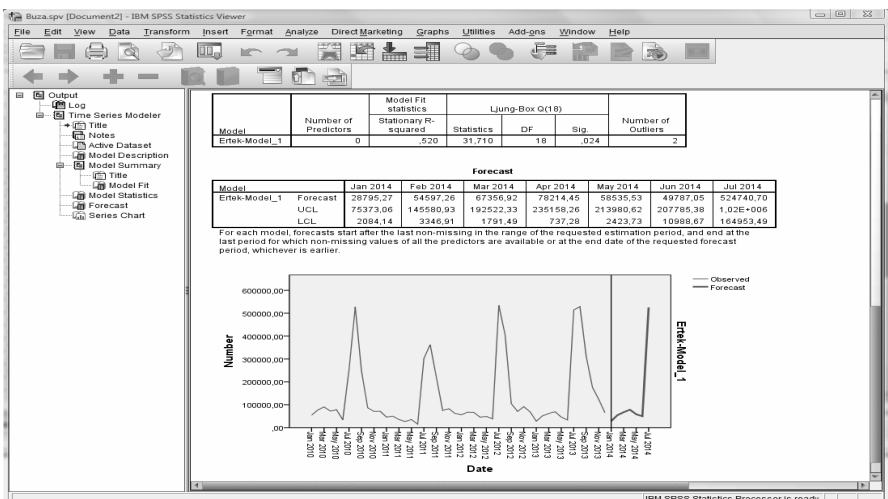
alapját, minden egyes alcsoportot külön számolunk, ezáltal el tudjuk kerülni a lehetséges abnormalitásokat (zajokat), amelyek az utolsó megfigyelésekből származhatnak.

Az eddigi ígéretes eredmények azt támasztják alá, hogy érdemes további kutatásokat végezni a témakörben a predikciók még további pontosítása érdekében. Ezen kívül a végzett numerikus kísérletek azt indokolják, hogy további kutatások során hosszabb (10-15 éves, azaz 120-180 megfigyelési adatot tartalmazó) idősorokon is érdemes lenne végezni hasonló elemzéseket.

## Melléklet

	Ertek	YEAR	MONTH	DATE	Predicted_Ertek_Model_1	LCL_Ertek_Model_1	UCL_Ertek_Model_1	NResidual_Ertek_Model_1	var
34	71029.00	2012	10	OCT 2012	73565.87	22767.33	144231.06	1.18	
35	91622.00	2012	11	NOV 2012	81413.10	27319.27	15373.60	22.96	
36	69120.00	2012	12	DEC 2012	72646.87	22246.03	142914.38	-6.69	
37	28168.00	2013	1	JAN 2013	66769.64	18976.86	134429.07	-84.37	
38	51728.00	2013	2	FEB 2013	39356.09	5744.79	9283.05	37.20	
39	61646.00	2013	3	MAR 2013	53935.31	12294.33	115442.95	22.96	
40	69579.00	2013	4	APR 2013	44618.32	7949.18	101154.12	60.18	
41	45972.00	2013	5	MAY 2013	76903.35	24681.95	148991.42	-57.14	
42	33577.00	2013	6	JUN 2013	39207.13	5685.93	92594.99	-6.61	
43	513620.00	2013	7	JUL 2013	518012.83	363711.43	692180.89	-8.86	
44	528388.00	2013	8	AUG 2013	391854.23	259086.59	544488.52	103.45	
45	311126.00	2013	9	SEP 2013	304431.08	188732.23	439995.59	8.91	
46	17600.00	2013	10	OCT 2013	136372.98	62766.86	229045.75	54.55	
47	123676.00	2013	11	NOV 2013	218028.67	115456.72	325067.28	-104.03	
48	65112.00	2013	12	DEC 2013	109440.57	38985.31	181762.50	-56.72	
49		2014	1	JAN 2014	28795.27	2084.14	75373.06		
50		2014	2	FEB 2014	54597.26	3346.91	145580.93		
51		2014	3	MAR 2014	67356.92	1791.49	192522.33		
52		2014	4	APR 2014	78214.45	737.28	235158.26		
53		2014	5	MAY 2014	58535.53	2423.73	213980.62		
54		2014	6	JUN 2014	49787.05	10988.67	207785.38		
55		2014	7	JUL 2014	524740.70	164953.49	1023594.52		

3. ábra. IBM SPSS 20.0, búza adasor: az eredeti adatok és az előrejelzett értékek



4. ábra. IBM SPSS 20.0, búza adasor: az eredeti adatok és az előrejelzett értékek diagram formában

	2010											
	J	F	M	Á	Mj	Jú	Jl	Au	Sz	O	N	D
1 Alma	2 147	1 806	2 411	2 181	2 349	283	291	15 612	83 771	108 188	26 854	6 476
2 Árpa	3 582	3 877	8 911	2 565	2 073	8 074	91 159	52 720	20 592	3 751	4 631	3 055
3 Burgonya	934	1 577	847	563	791	1 440	2 486	1 972	1 424	1 181	423	501
4 Búza	54 551	77 048	90 972	72 573	78 210	34 012	252 513	527 253	247 508	86 376	70 953	71 443
5 Fejeskásosza	589	554	460	1 057	1 363	785	389	655	887	1 496	1 253	1 227
6 Káposztarepce	854	6 350	8 344	3 217	3 853	298	90 545	72 574	15 353	3 211	2 879	1 176
7 Morzsolt kukorica	91 043	95 571	116 315	151 085	88 848	47 851	21 867	16 802	74 139	539 079	1 275 575	573 087
8 Napraforgó mag	11 885	17 564	11 399	7 531	3 826	3 574	992	902	41 887	162 363	74 580	17 279
9 Paradicsom	39	54	265	769	1 258	2 508	1 700	4 254	19 386	8 798	365	122
10 Vöröshagyma	515	635	179	172	145	211	531	518	980	1 621	1 187	1 519
11 Zöldpaprika	161	203	452	756	420	3 232	4 190	6 381	6 891	4 109	1 736	407
12 Baromfi	22 878	24 135	29 084	26 171	27 002	28 488	27 241	26 707	28 492	27 484	30 437	29 346
13 Juh	200	459	1 544	444	415	365	432	810	404	249	254	1 026
14 Marha	2 581	2 738	2 769	2 424	2 537	2 639	2 498	2 446	2 640	2 993	2 567	2 256
15 Sertés	32 251	34 101	40 737	37 342	34 551	33 202	30 377	32 800	33 348	34 020	37 861	36 025
16 Tyúktartás (millió db)	15	13	14	9	12	14	12	13	12	12	15	13

	2011											
	J	F	M	Á	Mj	Jú	Jl	Au	Sz	O	N	D
1 Alma	832	1 103	974	663	525	286	164	2 708	58 934	52 648	8 906	882
2 Árpa	1 221	783	2 566	2 556	3 191	28 672	66 627	49 227	6 964	4 776	3 105	1 244
3 Burgonya	351	256	412	279	471	1 781	2 314	2 075	2 181	1 955	1 726	1 089
4 Búza	46 074	50 081	35 687	26 350	35 664	15 324	302 545	361 925	219 056	75 101	82 520	61 587
5 Fejeskásosza	490	331	371	625	2 410	1 372	1 389	1 227	1 519	1 485	2 391	1 040
6 Káposztarepce	2 089	71	94	310	487	2 425	75 571	32 604	18 055	2 298	2 189	961
7 Morzsolt kukorica	165 689	105 476	81 623	66 469	72 461	49 036	21 136	32 887	236 725	921 407	848 600	170 406
8 Napraforgó mag	6 122	4 278	4 085	3 379	5 836	3 063	779	2 473	147 764	146 480	41 862	13 043
9 Paradicsom	60	56	249	997	1 884	2 495	2 103	19 490	28 823	2 533	476	129
10 Vöröshagyma	469	343	255	207	280	354	483	660	712	2 199	2 213	925
11 Zöldpaprika	130	151	421	736	1 371	3 243	4 327	7 253	7 473	4 156	1 013	739
12 Baromfi	25 941	23 786	34 092	33 225	38 364	36 672	36 356	38 922	37 437	36 589	39 000	36 385
13 Juh	224	249	544	902	307	359	505	812	281	115	167	448
14 Marha	2 142	2 193	2 234	2 189	2 826	1 693	2 617	2 107	2 352	1 836	1 974	1 337
15 Sertés	30 011	30 910	37 623	34 016	34 141	30 550	29 194	35 277	31 698	34 055	33 849	34 685
16 Tyúktartás (millió db)	16	18	15	13	10	12	15	10	11	11	16	15



	2012											
	J	F	M	Á	Mj	Jú	Jl	Au	Sz	O	N	D
1 Alma	734	1 309	1 712	557	218	91	164	23 129	101 404	114 072	66 730	7 006
2 Árpa	468	1 006	1 991	516	2 504	37 119	106 973	28 211	13 052	4 679	2 190	1 934
3 Burgonya	594	584	893	614	873	1 704	3 687	2 425	1 926	856	979	873
4 Búza	56 388	67 531	66 437	45 399	48 771	38 526	533 732	406 211	104 570	71 029	91 622	69 120
5 Fejéskáposzta	659	591	817	709	1 591	817	487	533	645	1 898	1 164	743
6 Káposztarepce	2 998	1 103	1 834	37	134	3 461	71 853	31 337	7 521	1 582	519	971
7 Morzsolt kukorica	172 772	101 965	126 390	142 366	119 198	92 980	54 392	38 983	266 028	497 539	362 510	138 002
8 Napraforgó mag	12 993	4 505	10 865	8 625	6 279	3 939	594	17 957	251 863	150 774	33 046	13 844
9 Paradicsom	31	31	474	1 324	2 098	3 158	2 712	2 037	11 250	1 454	998	220
10 Vöröshagyma	385	376	298	255	161	379	1 101	587	921	963	1 814	1 705
11 Zöldpaprika	149	169	566	1 069	606	4 854	5 597	7 373	5 330	4 701	1 864	963
12 Baromfi	38 182	35 335	36 851	37 773	40 219	39 867	37 889	38 080	39 558	44 108	42 489	37 072
13 Juh	195	247	977	267	407	392	373	613	243	200	189	654
14 Marha	807	846	2 007	1 336	1 352	1 631	1 947	1 454	1 504	1 411	2 151	1 582
15 Sertés	34 727	32 951	37 405	33 898	33 975	30 450	31 034	30 437	30 387	38 132	32 792	31 821
16 Tyúktartás (millió db)	12	21	13	17	15	19	21	13	10	12	11	11

	2013											
	J	F	M	Á	Mj	Jú	Jl	Au	Sz	O	N	D
1 Alma	1 169	2 072	2 810	1 879	746	69	27	13 785	94 429	117 406	27 366	6 609
2 Árpa	2 357	2 202	4 808	2 948	2 056	38 163	147 609	46 822	14 143	8 490	4 350	3 955
3 Burgonya	786	951	896	813	935	1 786	2 628	1 732	1 451	1 355	492	1 048
4 Búza	28 168	51 728	61 646	69 579	45 972	33 577	513 620	528 388	311 126	176 000	123 676	65 112
5 Fejéskáposzta	356	656	600	1 064	1 560	900	514	677	1 093	1 166	1 054	1 069
6 Káposztarepce	373	2 360	966	1 245	146	1 383	143 025	44 876	21 973	8 460	2 712	2 482
7 Morzsolt kukorica	95 348	93 093	61 159	80 702	90 805	69 223	48 384	35 992	129 759	502 009	737 467	283 993
8 Napraforgó mag	15 325	16 846	16 508	3 421	1 701	1 170	746	1 465	76 838	291 648	131 500	26 941
9 Paradicsom	38	54	455	1 639	2 567	3 262	3 288	8 831	14 244	8 372	1 152	238
10 Vöröshagyma	486	484	518	242	401	471	690	562	861	2 666	991	712
11 Zöldpaprika	230	215	395	1 094	1 468	3 726	5 858	8 028	5 421	2 943	1 383	366
12 Baromfi	38 082	34 732	36 953	41 077	39 230	36 776	40 724	40 088	41 538	41 772	41 088	32 287
13 Juh	211	301	906	390	372	295	516	644	349	222	169	573
14 Marha	2 265	2 320	1 854	2 067	2 799	1 490	2 004	1 666	2 347	2 349	2 093	2 151
15 Sertés	34 170	30 545	35 749	35 967	33 284	28 516	29 770	28 671	30 037	37 003	35 041	35 452
16 Tyúktartás (millió db)	24	27	34	35	28	27	25	37	47	35	30	46

6. táblázat. Eredeti KSH adatok, 2012-2013. év

	2014											
	J	F	M	Á	Mj	Jú	Jl	Au	Sz	O	N	D
1 Alma	677	1 513	2 055	1 751	1 865	967	333					
2 Árpa	2 217	2 314	2 570	3 861	972	96 523	103 891					
3 Burgonya	465	578	525	776	1 681	1 942	2 634					
4 Búza	45 489	50 309	66 166	50 854	31 960	32 763	568 516					
5 Fejéskáposzta	649	891	758	1 120	1 893	687	500					
6 Káposztarepce	1 409	12 376	4 462	1 305	596	8 744	244 638					
7 Morzsolt kukorica	117 661	175 110	156 096	106 511	95 479	49 470	51 196					
8 Napraforgó mag	27 372	46 520	25 529	13 068	7 868	4 195	2 609					
9 Paradicsom	32	83	557	1 666	2 825	3 366	3 160					
10 Vöröshagyma	330	251	227	599	324	421	793					
11 Zöldpaprika	217	270	525	1 179	1 585	3 453	6 316					
12 Baromfi	40 758	36 466	39 599	38 899	40 354	38 379	41 944					
13 Juh	186	275	403	728	322	359	440					
14 Marha	2 171	2 675	1 816	2 523	2 162	2 268	1 549					
15 Sertés	34 391	34 398	37 312	40 974	35 973	33 972	35 861					
16 Tyúktartás (millió db)	50	42	36	32	23	37	21					

7. táblázat. Eredeti KSH adatok, 2014. év

		J	F	M	A	Mj	Jú	Jl	MAD	MSE	MAPE	Theil-U
Alma	Tény	677	1 513	2 055	1 751	1 865	967	333				
	Előrejelzés()	31 622	32 091	32 560	33 029	33 498	33 967	34 435	31720	1007721783	36,02	38,18
	SPSS 20.0	3 807	2 061	1 211	758	498	341	241	1086	2008701	1,09	0,83
	Walsh	463	1 824	2 460	1 067	-319	-27	-37	737	952795	0,63	0,87
Árpa	Tény	2 217	2 314	2 570	3 861	972	96 523	103 891				
	Előrejelzés()	23 129	23 348	23 568	23 787	24 006	24 225	24 444	36807	1969585171	8,15	0,78
	SPSS 20.0	2 032	2 231	1 581	3 195	11 411	36 742	62 947	16155	765818361	1,78	0,63
	Walsh	800	767	1 348	1 923	2 272	52 686	155 517	14698	656900726	0,65	0,46
Baromfi	Tény	40 758	36 466	39 599	38 899	40 354	38 379	41 944				
	Előrejelzés()	43 020	43 351	43 682	44 012	44 343	44 674	45 004	4527	22891112	0,12	1,02
	SPSS 20.0	32 287	32 287	36 968	36 968	36 968	36 968	36 968	3855	19726301	0,10	1,06
	Walsh	45 734	40 332	40 837	46 878	45 839	42 466	46 048	4534	24077341	0,11	1,08
Burgonya	Tény	465	578	525	776	1 681	1 942	2 634				
	Előrejelzés()	1 393	1 399	1 405	1 412	1 418	1 424	1 430	750	643579	0,97	1,98
	SPSS 20.0	954	895	857	833	818	1 790	2 896	353	184284	0,43	1,04
	Walsh	616	454	919	839	976	1 918	3 229	294	149757	0,29	0,84
Búza	Tény	45 489	50 309	66 166	50 854	31 960	32 763	568 516				
	Előrejelzés()	175 238	176 793	178 348	179 903	181 458	183 013	184 568	168737	36344528796	2,79	0,84
	SPSS 20.0	28 795	54 597	67 357	78 214	58 536	49 787	524 741	19558	565634138	0,35	0,10
	Walsh	29 087	46 970	49 678	55 992	31 253	35 834	654 230	18694	1133609215	0,15	0,16
Fejleszköposzta	Tény	649	891	758	1 120	1 893	687	500				
	Előrejelzés()	1 006	1 008	1 009	1 010	1 012	1 013	1 014	365	194871	0,44	0,98
	SPSS 20.0	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000	361	193429	0,43	0,98
	Walsh	391	675	778	890	1 674	916	563	176	38619	0,21	0,46

8. táblázat. Összehasonlítási adatok, I

	J	F	M	A	Mj	Jú	Jl	MAD	MSE	MAPE	Theil-U	
<b>Juh</b>	Tény	186	275	403	728	322	359	440				
	Előrejelzés()	354	350	346	343	339	336	332	119	28300	0,32	0,82
	SPSS 20.0	355	355	809	355	355	355	355	164	49685	0,43	1,32
	Walsh	208	195	623	302	368	308	487	128	34909	0,28	1,02
<b>Káposztrepce</b>	Tény	1 409	12 376	4 462	1 305	596	8 744	244 638				
	Előrejelzés()	16 966	17 064	17 162	17 260	17 358	17 456	17 554	43065	7514813637	8,08	1,07
	SPSS 20.0	16 271	16 325	16 378	16 431	16 484	16 538	16 591	42512	7560826504	7,66	1,04
	Walsh	1 445	-263	-2 289	-344	-1 714	2 965	133 679	20018	1794092784	1,26	0,59
<b>Kukorica</b>	Tény	117 661	175 110	156 096	106 511	95 479	49 470	51 196				
	Előrejelzés()	223 908	224 371	224 833	225 295	225 757	226 219	226 681	117934	15936660537	1,59	4,45
	SPSS 20.0	97 546	65 359	62 705	76 489	59 161	31 106	2 778	50911	3724775928	0,48	1,57
	Walsh	136 212	96 290	66 196	76 342	105 980	91 788	64 647	40530	2518680387	0,39	1,05
<b>Marha</b>	Tény	2 171	2 675	1 816	2 523	2 162	2 268	1 549				
	Előrejelzés()	1 692	1 676	1 660	1 644	1 628	1 612	1 596	536	392307	0,23	1,21
	SPSS 20.0	2 139	2 139	2 139	2 139	2 139	2 139	2 139	288	129491	0,14	0,67
	Walsh	1 378	1 374	1 473	1 523	2 207	986	1 729	706	731045	0,31	1,65
<b>Napraforgó</b>	Tény	27 372	46 520	25 529	13 068	7 868	4 195	2 609				
	Előrejelzés()	64 478	65 551	66 625	67 699	68 772	69 846	70 920	49533	2728317323	8,16	15,85
	SPSS 20.0	31 171	35 468	35 468	35 468	35 468	35 468	35 468	19846	508091954	3,72	7,55
	Walsh	15 879	10 316	16 241	3 967	2 928	1 352	547	10847	235518906	0,62	1,34

		J	F	M	A	Mj	Jú	Jl	MAD	MSE	MAPE	Theil-U
Paradicsom	Tény	32	83	557	1 666	2 825	3 366	3 160				
	Előrejelzés()	3 991	4 010	4 030	4 049	4 069	4 088	4 107	2379	7399760	25,45	20,46
	SPSS 20.0	85	124	288	1 019	4 382	12 506	18 009	3794	43853176	1,56	1,05
	Walsh	34	53	559	1 916	2 987	3 587	3 795	186	77389	0,13	0,17
Sertés	Tény	34 391	34 399	37 312	40 974	35 973	33 972	35 861				
	Előrejelzés()	32 405	32 363	32 321	32 279	32 237	32 195	32 153	3847	19925536	0,10	1,64
	SPSS 20.0	33 335	32 479	36 910	35 059	32 586	30 782	30 356	3054	13131333	0,08	1,35
	Walsh	35 408	29 970	34 083	34 245	32 996	27 140	30 099	4425	23586228	0,12	1,82
Tojás	Tény	50	42	36	32	23	37	21				
	Előrejelzés()	30	31	31	32	32	33	33	9	111	0,27	0,82
	SPSS 20.0	41	41	41	41	41	41	41	10	138	0,36	1,06
	Walsh	23	31	33	39	29	30	29	10	152	0,28	0,94
Vörshagyma	Tény	330	251	227	599	324	421	793				
	Előrejelzés()	954	963	972	981	990	999	1 008	560	345855	1,76	2,30
	SPSS 20.0	735	870	600	366	497	539	603	302	117305	0,97	1,35
	Walsh	421	355	578	284	409	554	975	180	42849	0,51	1,03
Zöldpaprika	Tény	217	270	525	1 179	1 585	3 453	6 316				
	Előrejelzés()	3 200	3 225	3 250	3 275	3 300	3 325	3 350	2224	5887444	4,76	8,75
	SPSS 20.0	234	629	1 643	2 250	3 154	3 279	3 015	1087	2273711	0,86	2,35
	Walsh	224	198	452	1 251	1 562	4 537	6 561	225	178775	0,12	0,37

	J	F	M	Á	Mj	Jú	Jl		
<b>Alma</b>	Fajlagos eltérés  Tény-Közelítő /Tény %							Atl. fajl. eltérés	
	Előrejelzés()	4570,6%	2021,5%	1484,4%	1786,0%	1696,0%	3413,7%	10240,5%	3601,8%
	SPSS 20.0	462,2%	36,2%	41,1%	56,7%	73,3%	64,7%	27,6%	108,8%
	Walsh	31,6%	20,6%	19,7%	39,1%	117,1%	102,8%	111,1%	63,1%
<b>Árpa</b>	Fajlagos eltérés  Tény-Közelítő /Tény %							Atl. fajl. eltérés	
	Előrejelzés()	943,4%	909,0%	817,1%	516,1%	2370,9%	74,9%	76,5%	815,4%
	SPSS 20.0	8,3%	3,6%	38,5%	17,2%	1074,5%	61,9%	39,4%	177,6%
	Walsh	63,9%	66,9%	47,6%	50,2%	133,8%	45,4%	49,7%	65,3%
<b>Baromfi</b>	Fajlagos eltérés  Tény-Közelítő /Tény %							Atl. fajl. eltérés	
	Előrejelzés()	5,5%	18,9%	10,3%	13,1%	9,9%	16,4%	7,3%	11,6%
	SPSS 20.0	20,8%	11,5%	6,6%	5,0%	8,4%	3,7%	11,9%	9,7%
	Walsh	12,2%	10,6%	3,1%	20,5%	13,6%	10,6%	9,8%	11,5%
<b>Burgonya</b>	Fajlagos eltérés  Tény-Közelítő /Tény %							Atl. fajl. eltérés	
	Előrejelzés()	199,6%	142,2%	167,9%	81,8%	15,7%	26,7%	45,7%	97,1%
	SPSS 20.0	105,2%	54,9%	63,4%	7,3%	51,3%	7,8%	9,9%	42,9%
	Walsh	32,5%	21,4%	75,1%	8,0%	41,9%	1,3%	22,6%	29,0%
<b>Búza</b>	Fajlagos eltérés  Tény-Közelítő /Tény %							Atl. fajl. eltérés	
	Előrejelzés()	285,2%	251,4%	169,5%	253,8%	467,8%	458,6%	67,5%	279,1%
	SPSS 20.0	36,7%	8,5%	1,8%	53,8%	83,2%	52,0%	7,7%	34,8%
	Walsh	36,1%	6,6%	24,9%	10,1%	2,2%	9,4%	15,1%	14,9%
<b>Fejeskaposzta</b>	Fajlagos eltérés  Tény-Közelítő /Tény %							Atl. fajl. eltérés	
	Előrejelzés()	55,1%	13,1%	33,1%	9,8%	46,6%	47,4%	102,9%	44,0%
	SPSS 20.0	54,2%	12,3%	32,0%	10,7%	47,2%	45,6%	100,1%	43,1%
	Walsh	39,8%	24,2%	2,7%	20,5%	11,6%	33,2%	12,7%	20,7%

	J	F	M	A	Mj	Jú	Jl		
<b>Juh</b>	Fajlagos eltérés  Tény-Közelítő /Tény %							Atl. fajl. eltérés	
	Előrejelzés()	90,0%	27,1%	14,0%	52,9%	5,5%	6,7%	24,5%	31,5%
	SPSS 20.0	90,5%	28,8%	100,8%	51,3%	10,3%	1,4%	19,4%	43,2%
	Walsh	11,9%	29,3%	54,6%	58,6%	14,3%	14,3%	10,6%	27,7%
<b>Káposztrepce</b>	Fajlagos eltérés  Tény-Közelítő /Tény %							Atl. fajl. eltérés	
	Előrejelzés()	1104,2%	37,9%	284,6%	1222,2%	2812,9%	99,6%	92,8%	807,7%
	SPSS 20.0	1054,9%	31,9%	267,0%	1158,7%	2666,3%	89,1%	93,2%	765,9%
	Walsh	2,6%	102,1%	151,3%	126,4%	387,7%	66,1%	45,4%	125,9%
<b>Kukorica</b>	Fajlagos eltérés  Tény-Közelítő /Tény %							Atl. fajl. eltérés	
	Előrejelzés()	90,3%	28,1%	44,0%	111,5%	136,4%	357,3%	342,8%	158,6%
	SPSS 20.0	17,1%	62,7%	59,8%	28,2%	38,0%	37,1%	94,6%	48,2%
	Walsh	15,8%	45,0%	57,6%	28,3%	11,0%	85,5%	26,3%	38,5%
<b>Marha</b>	Fajlagos eltérés  Tény-Közelítő /Tény %							Atl. fajl. eltérés	
	Előrejelzés()	22,1%	37,4%	8,6%	34,9%	24,7%	29,0%	3,0%	22,8%
	SPSS 20.0	1,5%	20,0%	17,8%	15,2%	1,0%	5,7%	38,1%	14,2%
	Walsh	36,5%	48,6%	18,9%	39,6%	2,1%	56,5%	11,6%	30,6%
<b>Napraforgó</b>	Fajlagos eltérés  Tény-Közelítő /Tény %							Atl. fajl. eltérés	
	Előrejelzés()	135,6%	40,9%	161,0%	418,1%	774,1%	1565,1%	2618,1%	816,1%
	SPSS 20.0	13,9%	23,8%	38,9%	171,4%	350,8%	745,5%	1259,4%	372,0%
	Walsh	42,0%	77,8%	36,4%	69,6%	62,8%	67,8%	79,0%	62,2%

Paradicsom	J	F	M	A	Mj	Ju	Jl	Atl. fajl. eltérés
	Fajlagos eltérés  Tény-Közelítő /Tény %							
Előrejelzés()	12237,2%	4715,7%	623,4%	143,1%	44,0%	21,4%	30,0%	2545,0%
SPSS 20.0	161,8%	48,7%	48,3%	38,8%	55,1%	271,5%	470,0%	156,3%
Walsh	5,3%	36,5%	0,4%	15,0%	5,7%	6,6%	20,1%	12,8%

Sertés	J	F	M	A	Mj	Ju	Jl	Atl. fajl. eltérés
	Fajlagos eltérés  Tény-Közelítő /Tény %							
Előrejelzés()	5,8%	5,9%	13,4%	21,2%	10,4%	5,2%	10,3%	10,3%
SPSS 20.0	3,1%	5,6%	1,1%	14,4%	9,4%	9,4%	15,4%	8,3%
Walsh	3,0%	12,9%	8,7%	16,4%	8,3%	20,1%	16,1%	12,2%

Tojás	J	F	M	A	Mj	Ju	Jl	Atl. fajl. eltérés
	Fajlagos eltérés  Tény-Közelítő /Tény %							
Előrejelzés()	38,9%	26,5%	12,9%	0,5%	40,6%	11,3%	58,6%	27,0%
SPSS 20.0	16,6%	1,3%	15,1%	29,5%	80,2%	12,0%	97,4%	36,0%
Walsh	54,4%	26,7%	7,1%	20,7%	27,6%	19,4%	39,0%	27,8%

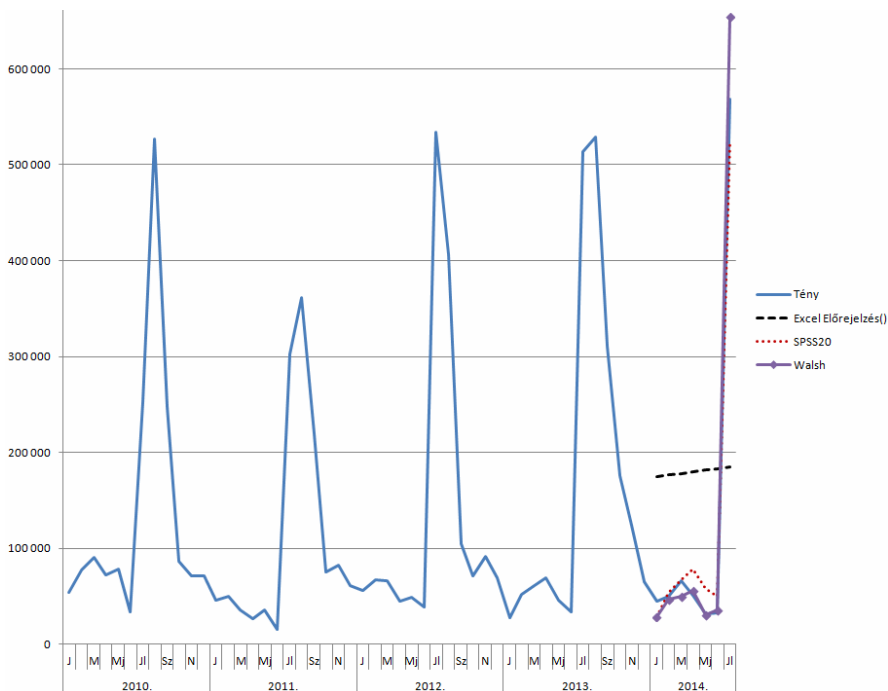
  

Vöröshagyma	J	F	M	A	Mj	Ju	Jl	Atl. fajl. eltérés
	Fajlagos eltérés  Tény-Közelítő /Tény %							
Előrejelzés()	189,5%	283,6%	327,7%	63,6%	205,9%	137,2%	27,1%	176,4%
SPSS 20.0	123,1%	246,4%	164,1%	38,9%	53,7%	27,9%	24,0%	96,9%
Walsh	27,7%	41,2%	154,3%	52,7%	26,3%	31,6%	23,0%	51,0%

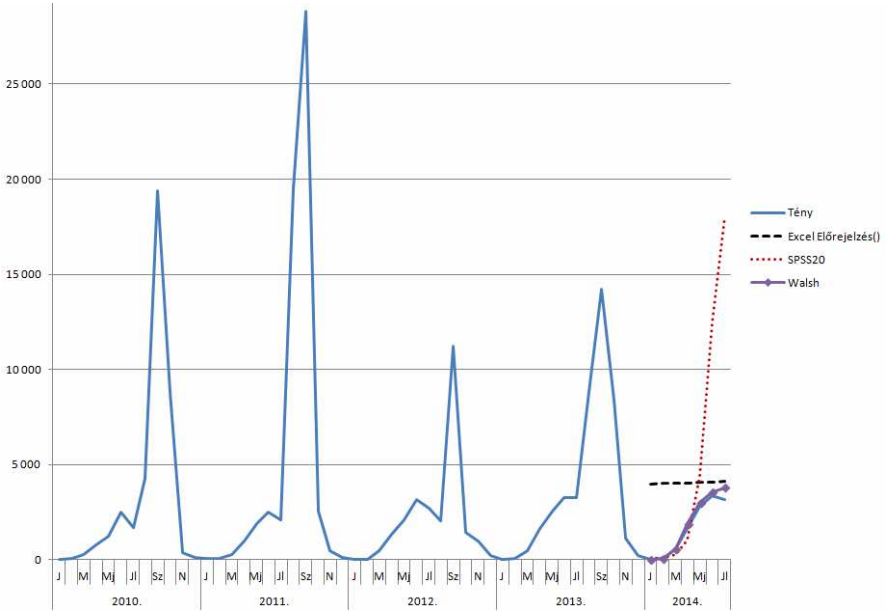
  

Zöldpaprika	J	F	M	A	Mj	Ju	Jl	Atl. fajl. eltérés
	Fajlagos eltérés  Tény-Közelítő /Tény %							
Előrejelzés()	1377,4%	1095,8%	519,1%	177,7%	108,2%	3,7%	47,0%	475,5%
SPSS 20.0	7,9%	133,2%	212,9%	90,8%	99,0%	5,0%	52,3%	85,9%
Walsh	3,4%	26,6%	14,0%	6,1%	1,5%	31,4%	3,9%	12,4%

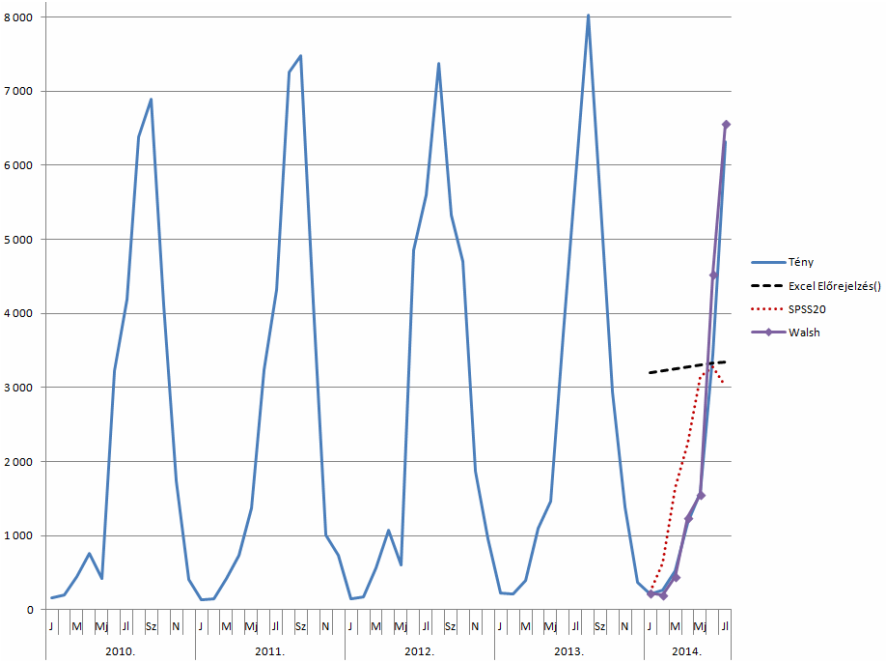
13. táblázat. Fajlagos eltérések, III



5. ábra. Búza: tények és előrejelzett értékek diagram formában



6. ábra. Paracitons: tények és előrejelzett értékek diagram formában



7. ábra. Zöldpaprika: tények és előrejelzett értékek diagram formában



## Irodalom

1. Ahmed, N., Schreiber, H. H., Lopresti, P. V., On notation and definition of terms related to a class of complete orthogonal functions, *IEEE Trans. on Electromag. Compat.*, Vol. 15, May 1973, 75–80.
2. Ahmed, N., Rao, K. R., *Orthogonal Transforms for Digital Signal Processing*, Springer, 1975.
3. Basu, T. K., Bhattacharya, T. K., Purkayastha, P., Medium range forecasting of hourly power system load by time series analysis using the Walsh transform, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. 1991, 13(4), 193–200.
4. Beauchamp, K. G., *Walsh Functions and Their Applications*, Academic Press, London, 1975, Ch. 2, 17–20.
5. Beauchamps, K. G., *Applications of Walsh functions and related functions with an introduction to sequency theory*, Academic Press, London, 1984.
6. Bhattacharya, T. K., Basu, T. K., Medium range forecasting of power system load using modified Kalman filter and Walsh transform, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. 1993, 15(2), 109–115.
7. Bichescu, B. C., Fry, M. J., Polak, G. G., Workload Balancing Through Recurrent Subcontracting, *Production and Operations Management*, 2009, Vol. 18, No. 1, 33–47.
8. Bíró A., Elek P., Vincze J., Szimulációk és érzékenységvizsgálatok a magyar gazdaság egy középmeretű makromodelljével, *Közgazdasági Szemle*, 54(9) 774–799, 2007.
9. Bochner, S., Chandrasekharan, K., *Fourier Transforms*. Princeton Book Comp. Publ., 2001.
10. Box, G., Jenkins, G., *Time series analysis: Forecasting and control*, San Francisco: Holden-Day, 1970.
11. Brown, R. D., A Recursive Algorithm for Sequency-Ordered Fast Walsh Transforms, *Computers, IEEE Transactions on*, Vol. C-26, Issue 8, 819–822, 1977.
12. Chatfield, C., Prothero, D. L., Box-Jenkins seasonal forecasting: problems is a case study, *J. Roy. Stat. Soc. (A)*, 1973, Vol. 136, 295–336.
13. Cryer J. D. *Time-series Analysis* Boston. Duxbury Press, 1986.
14. Falkowski, B. J., Sasao, T., Implementation of Walsh function generator of order 64 using LUT cascades, *Proc. 47th IEEE International Midwest Symposium on Circuits and Systems*, Hiroshima, Japan, July 2004, Vol. 3, 467–470.
15. Falkowski, B. J., Sasao, T., Unified algorithm to generate Walsh functions in four different orderings and its programmable hardware implementations, *IEE Proc.-Vis. Image Signal Process.*, Vol. 152, No. 6, December 2005.
16. Fino, B. J., Algazi, V. R., Unified Matrix Treatment of the Fast Walsh - Hadamard Transform, *IEEE Transactions on Computers* 25 (11), 1142–46, 1976.
17. Gát, Gy., Pointwise convergence of double Walsh-Fejér means, *Annals Univ. Sci. Budapestiensis*, Sect. Comp. 1996, Vol. 16, 173–184.
18. Gát, Gy., Nagy K., Pointwise convergence of cone-like restricted two-dimensional Fejér means of Walsh-Fourier series, *Acta Mathematica Sinica*, English Series, Vol. 26, Issue 12, 2295–2304, December 2010.

19. Gács J., Bíró A., A munkaerő-piaci előrejelzések nemzetközi gyakorlata – áttekintés a kvantitatív módszerekről és felhasználásukról, *MTA KRRTK KTI műhelytanulmányok*, MT-DP-2012/28, 2012.
20. Gelei, A., Dobos I., Kereslet-előrejelzés sporadikus keresletű termékekre: egy gyógyszer-nagykereskedelmi vállalat esettanulmánya, *Sigma*, 43(3-4) 125–143, 2012.
21. Goginava, U., On the Uniform Convergence of Walsh-Fourier Series, *Acta Mathematica Hungarica*, Vol. 93, Issue 1-2, 59–70, Oct. 2001.
22. Golubov, B., Efimov, A., Skvortsov, V., *Theory and applications of Walsh series and transforms*, Kluwer Academic, Boston, 1991.
23. Gordon, K., Chen, C., Winters, P. R., Forecasting peak demand for an electrical utility with a hybrid exponential model, *Management Science*, 1996, Vol. 20, No. 1, 21–31.
24. Harmuth, H. F., *Sequency theory foundations and applications*, Academic Press, New York, 1977.
25. Hurst S. L., Miller D. M., Muzio J. C., *Spectral Techniques in Digital Logic*, London: Academic Press, 1985.
26. Knuth, D., *The Art of Computer Programming*, Volume 2, Third Edition, Addison-Wesley 1997.
27. Kohn, R., On the spectral decomposition of stationary time series using Walsh functions, *Advances in Applied Probability*, 1980, Vol. 12, No. 1, 183–199.
28. Kuklinski, W. S., Fast Walsh transform data-compression algorithm: E.c.g. applications, *Medical and Biological Engineering and Computing*, Vol. 21, Issue 4, 465–472, 1983.
29. Kunt, M., In place computation of the Hadamard transform in Cal-Sal order, *Signal Processing*, Vol. 1, No. 3, July 1979, 227–231.
30. Lighthill, M. J., *Introduction to Fourier Analysis and Generalised Functions*. Cambridge University Press, Cambridge 2003.
31. Mabert, V. A., Introduction to short term forecasting using Box-Jenkins methodology, *American Institute of Industrial Planning Control Publ.*, 1975, No. 2, Paper 46-75-1.
32. Manz, J., A sequency-ordered fast Walsh transform, *Audio and Electroacoustics, IEEE Transactions on*, Vol. 20, Issue 3, 204-205, 1972.
33. Mellár T., Balatoni A., Rövid távú előrejelzésre használt makroökonómiai modell, *Statisztikai Szemle*, 89(12), 1213–41, 2011.
34. Meslier, F., New advances in short term load forecasting using Box-Jenkins approach, *IEEE PES Winter Meeting*, 1975, New York, No. 5.
35. Morettin, P. A., Walsh Spectral Analysis, *SIAM Rev.*, 1981, Vol. 23, No. 3, 279–291.
36. Morettin, P. A., A Note on a Central Limit Theorem for Stationary Processes, *Journal of Time-series Analysis*. 1983, Vol. 4, 49–52.
37. Nakata, S., On the unconditional convergence of Walsh series, *Analysis Mathematica*, Vol. 5, 201–205, 1979.
38. Nason, G. P., Sapatinas, T., Sawczenko, A., Statistical Modeling of Time-series Using Non-decimated Wavelet Representations, 1998, CiteSeerX: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.48.5045>
39. Paley, R. E. A. C., A remarkable series of orthogonal functions (I). *Proc. London Math. Soc.*, 1932, Vol. 34, 241–264.

40. Schipp, F., Wade, W. R., Simon, P., *Walsh series: an introduction to dyadic harmonic analysis*, Adam Hilger, 1990, Bristol & New York
41. Shanks, J. L., Computation of the Fast Walsh-Fourier Transform, *Computers, IEEE Transactions on*, Vol. C-18 , Issue 5, 457–459, 1969.
42. Stankovic, R. S., Stoic, M. R., Stankovic, M. S., *Recent developments in abstract harmonic analysis with applications in signal processing*, Nauka, Belgrade, Yugoslavia, 1996.
43. Stankovic, R. S., Stankovic, M., Jankovic, D., *Spectral transforms in switching theory, definitions and calculations*, Nauka, Belgrade, Yugoslavia, 1998.
44. Stoffer, D. S., Central Limit Theorems for Finite Walsh-Fourier Transforms of Weekly Stationary Time Series, *Journal of Time-series Analysis*. 1985, Vol. 6, 261–267.
45. Stoffer, D. S., Walsh-Fourier Analysis of Discrete Valued Time Series, *Journal of Time-series Analysis*. 1987, Vol. 8, 449–467.
46. Stoffer, D. S., Scher, M. S., Richardson, G. A., Day, N. L., Coble, P. A., A Walsh-Fourier Analysis of the Effects of Moderate Maternal Alcohol Consumption on Neonatal Sleep-State Cycling, *Journal of the American Statistical Association*, 1988, Vol. 83, 954–963.
47. Stoffer, D. S., Multivariate Walsh-Fourier Analysis *Journal of Time-series Analysis*. 1990, Vol. 11, 57–73.
48. Stoffer, D. S., Walsh-Fourier Analysis and its Statistical Applications, *Journal of the American Statistical Association*. 1991, Vol. 86, No. 414, 461–479.
49. Usha, K., Sankar, K. J., Generation of Walsh codes in two different orderings using 4-bit Gray and Inverse Gray codes, *Indian Journal of Science and Technology*, Vol. 5 No. 3 (Mar 2012), 2341–45.
50. Varga J., *Idősorelemzés-előrejelzés*, IGK, Prodinform, Budapest, 1986.
51. Winters, P. R., Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages, *Management Science*, 1960, Vol. 6, No. 3, 324–342.
52. Walsh, J. L., A Closed Set of Orthogonal Functions, *American Journal of Mathematics*, 1923, Vol. 45, 1923, 5–24.
53. Wang, Z., In-place and in-order algorithms for Paley- and sequency-ordered Walsh-Hadamard transforms, *Proceedings of "IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility"*, 90,94, 21-23 Aug 1990.
54. Yaroslavsky, L. P. *Digital picture processing. An introduction*, Springer-Verlag, Berlin, 1985.
55. Yaroslavsky, L. P. *Digital holography and digital image processing: principles, methods, algorithms*, Kluwer Academic, Boston, 2003

AN APPLICABLE METHOD FOR SEASONAL TIME SERIES ANALYSIS:  
THE INTRODUCTION OF THE WALSH-TRANSFORM

The analysis and forecasting of time series has not only been in focus of mathematical-statistical research for long but also has got significant practical relevance since there are many examples in economic practice for the need of the prognosys of such kind of data. The objective of the present study is twofold: on one hand we demonstrate a process (based on Walsh-approach, dyadic analysis) that can be considered as a novelty in the Hungarian economic research, on the other hand we illustrate that for some reproductive time series, very accurate forecasting can be gained by the application of the method. However, we strongly stress that these examples do not sufficiently prove the relevance of the method or its dominance on other mainstream techniques while the gained results are remarkable enough to publish. Further research is needed to systematically test the approach through carefully planned simulations in order to draw more serious conclusions in terms of the applicability of the Walsh-transform based forecasting method.