

A NEMZETKÖZI KERESKEDELEM MODELLEZÉSE HETEROGÉN TERMÉKEK ESETÉN¹

SIMON ANDRÁS²

Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem

A kínálat figyelembevételét a nemzetközi kereskedelmi modellekben sokáig az akadályozta, hogy az alkalmazott elméleti paradigmákban a termékek választéka adott volt. Így az eladásokat az összkereslet és a relatív árak határozták meg. Az újabb kutatások hívták fel a figyelmet arra, hogy az értékesítés mennyiségében nagy szerepe van annak is, hogy hányféle terméket kínálunk. A termékváltozatok növelésével az exportálók növelhetik forgalmukat anélkül, hogy az ár vagy az összkereslet változna. E tulajdonság figyelembevétele a nemzetközi kereskedelem empirikus modelljeinek olyan új specifikációját igényli, amely a kereslet mellett „egyenrangúan” a kínálatot is szerepelteti.

Bevezetés

A nemzetközi kereskedelem hagyományos modelljei a keresletre épülnek, mint a forgalmat meghatározó tényezőre. Ez a magyarázat azonban úgy tűnik, hogy túl egyoldalú. Nem ad például kielégítő választ arra, hogy egyes országok vagy régiók, mint például Kelet-Ázsia, hogyan tudtak olyan látványosan teret hódítani a világpiacon. E tanulmány áttekinti az empirikus kutatásokban eddig alkalmazott kereskedelmi modellek típusait, és ezek hibáinak feltárásával eljut egy olyan javasolt modellhez, amely mentes a hagyományos kereslet-meghatározta modellek torzításaitól. Mintegy helyreállítja a kínálat jogait, melyeket az előző modellek olyan jogtalanul elnyomtak.

A keresletoldali előítéleteket régen felismerték az irodalomban (Orcutt (1950), Harberger (1953), Lawrence (1979)), sokan kifejezetten szerepeltették is a kínálat hatását modelljeikben (Moriguchi(1973), Helkie-Hooper(1988), Hooper-Mann(1989), Martins(1990)), és még többen implicite figyelembe vették, vagy egyes változókat vagy együtthatókat a kínálat hatásaként értel-

¹Beérkezett: 1993. január 23.

²A szerző köszönettel tartozik F. G. Adams, M. Fujita, L. R. Klein, B. Gangnes, L. Lau, R. F. Wescott értékes megjegyzéséért, melyeket e tanulmány első változatához fűztek, valamint Jin Myon Leenek, aki a számítások elvégzésében nyújtott technikai segítséget. A tanulmány a szerzőnek az International Center for the Study of East Asian Developments (Kitakyushu, Japán)-ben végzett kutatásain alapszik.

meztek³. Mindezek az ökonometriai modellek azonban vagy nem tértek ki a specifikáció elméleti háttérének és függvényalakjának a tárgyalására, vagy szükségtelenül szűken értelmezték a kínálat változóit (mint Martins(1990)). Annak érdekében, hogy az olvasónak ne legyen most is hasonló benyomása, áttekintést adok azokról az elméletekről, amelyeket a nemzetközi kereskedelem ökonometriai modelljei alkalmazni szoktak, összehasonlítva őket a kínálatot is figyelembe vevő megközelítés modelljével.

A nemzetközi kereskedelem elmélete mindig az általános közgazdasági elmélet fejlődését követte. A klasszikus elmélet fogalmaiban gondolkodva született meg a kereskedelem tökéletes piaci modellje. Bonyolultabb piaci szerkezetek elemzésével és a keynesi elmélet hatására alakult ki a nem-tökéletes piac kereslet-meghatározta modellje. Az utolsó két évtizedben új formában, de újra tért hódított a kínálat-meghatározta termelés klasszikus megközelítése. A nemzetközi kereskedelem empirikus modelljei, úgy tűnik, nem követték még ezt az újjáéledési folyamatot. Az itt közölt áttekintés bemutatja majd, hogy az áron kívüli verseny figyelembevétele az, amely elvezet a kereskedelemben a kereslet és kínálat szimmetrikus figyelembevételéhez.

A modellek fejlődését az 1. ábrán mutatom be. Az ábrát az olvasó a későbbiekben mint referenciát is használhatja. A fogalom-megjelölés rövidsége érdekében egyes szavakat speciálisan értelmezzünk.

Termékek és változatok. Minden termék fajtából (angolul „brand”) áll. A fajta a termékek származási ország szerinti megkülönböztetése. Ugyanazon terméket tehát más fajtának nevezünk, ha más országból származik. Minden terméken és fajtán belül változatok („variety”) vannak: ezek olyan termékek, melyek vagy fizikai jellemzőikben, vagy az értékesítés földrajzi helye szerint különböznek.

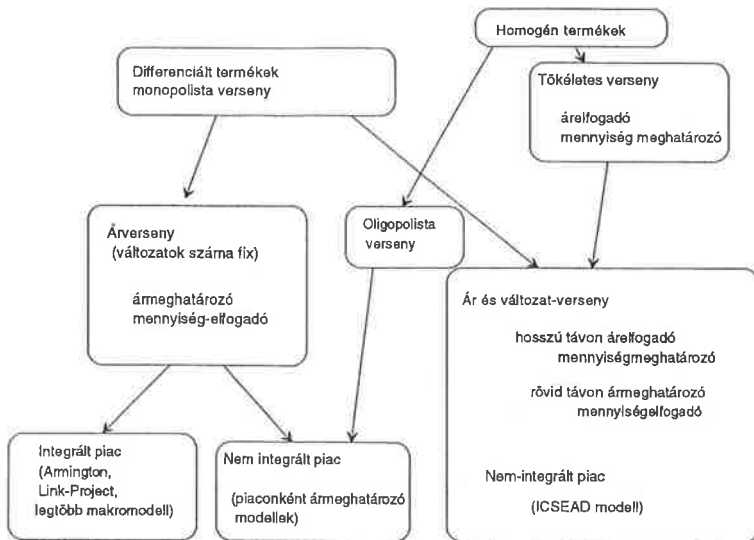
Piacok, kereskedelem. Minden ország egy-egy piac, amely mikropiacok összességéből áll. A mikropiacok földrajzilag elkülönült pontok, melyeket az információ és a tranzakciós költség korlátai választanak el. A kereskedelmet az egységes jelölés kedvéért szélesen értelmezzük: x_{ij} az i -edik országban termelt és a j -edik országban értékesített terméket jelenti, tehát ebbe az értelmezésbe az $i = j$ eset is beletartozik.

Integrált piac és az arbitrázs. Egy piac integrált, ha az információ és a tranzakciós költségek nem osztják kisebb egységekre. Ebben az esetben a profitmaximalizálás tökéletes térbeli arbitrázst hoz létre, vagyis azonos terméknek azonos az ára mindenütt. Ha az árak rugalmasak, akkor ez az ár meg is tisztít minden részpiacot. Ha az árak merevek, akkor az integrált piacon a piac állapota egységes: vagy minden részpiacon hiány van, vagy minden részpiacon többlet.

³Egyesek trendváltókkal próbálták a kínálat hatását megragadni, mint Adams-Shishido(1988), Hickman-Lau(1974) és Krugman-Baldwin(1987). Junz-Rhomberg(1973) az árhatás hosszú reakcióidejét a kínálat lassú alkalmazkodásával magyarázza.

A tényleges piacok különféle mértékben szeparáltak (nem integráltak), valamint integráltak vagy szeparáltak lehetnek országon belül vagy országok között is.

1. ábra: Kereskedelmi modell-paradigmák kapcsolatai



A tökéletes verseny piac

Történelmileg először a tökéletes versenypiac paradigmáját alkalmazták a kereskedelem modellezésére. Itt a termékek tökéletes helyettesei egymásnak és a világpiacon egy terméknek egy ára van, vagyis érvényesül az ún. egységes ár elve. A teljes kereskedelmi forgalom felbontása származás-rendeltetés szerinti áramlásokra meghatározatlan. A kínálatot kínálati egyenletek magyarázzák, a keresletet fogyasztási függvények. Az egységes ár hozza létre a kereslet és a kínálat egyensúlyát.

Fogyasztási függvény:

$$x_j = c_j(p, I_j, z_j) \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (1)$$

Kínálati függvény:

$$x_i^s = s_i\left(\frac{p}{c_i}\right) \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (2)$$

Egyensúly-feltétel:

$$\sum_{j=1}^N x_j = \sum_{i=1}^N x_i^s \quad (3)$$

ahol

x_j – kereslet a j -edik országban

x_i^s – kínálat az i -edik országban

$c(), s()$ – fogyasztási és kínálati függvények

p – ár

c_i – a kínálat költségei

I_j – jövedelem a j -edik országban

z_j – egyéb változók (pl. a modellen kívüli termékek árai)

Az $i = 1, 2, \dots, N$ index a származási országot, a $j = 1, 2, \dots, N$ index a rendeltetési országot jelöli. A modell lényeges jellemzői:

1. Piac megtisztulása
2. Világpiaci integráció
3. Homogén termék

E modell megmaradt, mint a nyersanyag-kereskedelem elemzésének eszköze, ahol az egységes ár elve alapvető tulajdonsága a piacnak.

A nem-tökéletes versenypiac

Viszonylag korán kiderült, hogy a feldolgozott termékek kereskedelme, amely a világkereskedelem döntő hányadát adja, nem bontható fel homogén termék-csoportokra. Az empirikus modellek új paradigmához fordultak, a nem-homogén termékek piacához.

Ebben a modellben minden termék összetett, fajták kombinációja. A fajták nem tökéletes helyettesek, így a kínálóknak bizonyos szabadságfokuk van az ár meghatározásában. A differenciált termékek fogalmának az első alkalmazása a nemzetközi kereskedelemre Armington (1969) nevéhez fűződik. Ebben a modellben nem érvényesül az egységes ár elve.

Az árverseny piaca

A piacot nagyon sokáig úgy képzeltük el, mint ahol egy adott termékválasztékot adnak-vesznek. Fel sem merült sokáig, hogy ez a piac egy szélesebb fogalomnak speciális esete. A specialitás abból származik, hogy ezen a piacon csak egyetlen paraméter határozódik meg, az ár. Ezért nevezhetnénk ezt a piacot ár-versenypiacnak. Valójában, általánosabb megközelítésben, talá-lunk még egy paramétert, magát a termékválasztékot. Ennek a jelentőségét

csak a legutóbbi irodalom tárta fel, és az elméletnek ezt az új fejleményét a nemzetközi kereskedelemre való alkalmazás eddig teljesen figyelmen kívül hagyta. Mielőtt rátérnék ennek az elhanyagolásnak a következményeire, összefoglalom az ár-versenypiacra épülő kereskedelmi modellek fő jellemzőit.

Két variánsa van ennek a modellnek, attól függően, hogy integrált vagy szeparált nemzetközi piacot tételezünk-e fel. További eseteket származtathatunk a piactisztulás szempontjából: teljes piactisztulás és többletkínálat a szokásos kétféle feltevés.

Nemzetközileg integrált piacok

Ebben a modellben a termékfajták árai nemzetközileg egységesegek, más szóval az eladó nem differenciál az értékesítési piacok között. Ugyanazon termék ára piaconként eltérhet, de csak azért, mert az egyes fajták (származási országok) súlya különböző a fogyasztott kombinációban.

A kínálók a piacon való részarányért versenyeznek. E részarány függ a relatív áraktól, de függhet az egyes fajták különböző jövedelmi elaszticitásától is. A modell tipikus formája a következő:

Fogyasztási függvény:

$$x_j = c_j(p_j, I_j, z_j) \quad (j = 1, 2, \dots, N). \quad (1a)$$

Kínálati függvény:

$$x_i^s = s_i \left(\frac{p_i}{c_i} \right) \quad (i = 1, 2, \dots, N). \quad (2)$$

Egyensúly-feltétel:

$$\sum_{j=1}^N x_{ij}^d = x_i^s \quad (i = 1, 2, \dots, N). \quad (3a)$$

Keresleti függvény:

$$x_{ij}^d = d_j \left(\frac{p_i}{p_j}, x_j \right), \quad (i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, N), \quad (4)$$

(-, +)

ahol

x_j - összes kereslet a j -edik piacon

x_{ij}^d - kereslet az i -edik fajta iránt a j -edik piacon

c_i - az i -edik kínáló költségei

$d()$ - keresleti függvény

p_i - az i -edik fajta ára.

Az index első pozíciójában lévő pont a fajták (exportálók), a második pozícióban lévő pont a piacok (importálók) szerinti összegezést jelent.

Ez az általános megfogalmazás természetesen nem biztosítja automatikusan a keresletek konzisztenciáját,

$$\sum_{i=1}^N p_i x_{ij}^d = p_j x_j \quad (i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, N),$$

vagy azt, hogy a keresletelmélet által indokolt egyéb megkötések fennálljanak.

Mivel a kereslet e modellben már fajtákra irányul, a kereskedelmet $N \times N$ egyenlet magyarázza, és az egyensúly-feltételnek minden egyes fajtára fenn kell állnia.

A modellt ebben a formájában soha nem alkalmazták. Felismerték, hogy a nem-tökéletes helyettesíthetőség együtt jár az ármerevséggel, mivel mindkettő a termékek differenciáltságának a következménye. Az aukciós-piaci termékeknel a piactisztulás feltevése ésszerű lehet, de a feldolgozott termékek árai nem alkalmazkodnak azonnal: az árakat árképzési szabályok szerint határozzák meg, amelyek nem feltétlenül tisztítják meg azonnal a piacot.

Mivel a piacon hiányokat vagy adagolást nem észleltek, feltételezték, hogy a nem-tisztuló piacon az eladásokat a kereslet (4) határozza meg. Ha viszont a piac nem tisztul meg, akkor a kínálat egyrészt érdektelenné, másrészt megfigyelhetetlenné válik. Így ezek a modellek a kínálatot explicit módon nem szerepeltették. A (2a) egyenletet árképzési egyenlettel helyettesítették és megszületett a kereslet-meghatározott modell prototípusa.

A legegyszerűbb árképzési modellekben, melyeket évtizedekig használtak, a kínálók a költségarányos profit elve szerint képzik áraikat. Feltételezik, hogy az árak mindig elég magasak ahhoz, hogy a kereslet kielégüljön. A (2a) kínálati egyenletet N darab árképzési egyenlet váltja fel:

$$p_i = p(c_i) \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (2aa)$$

A modell egyes variációiban a nyereségráta a piaci helyzettől is függhet.

Nemzetközileg szeparált piacok

Ha a piac nemzetközileg szeparált, akkor az ár mind származási, mind rendeltetés ország szerint differenciált lesz. A keresleti és az árképzési függvény a következő lesz:

$$x_{ij}^d = d\left(\frac{p_{ij}}{p_j}, x_j\right), \quad (i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, N) \quad (4b)$$

$$(-, +)$$

$$p_{ij} = p(c_i, p_j, z_i, z_j) \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (2b)$$

ahol z_i, z_j – itt nem specifikált változók. E paradigmán belül kifinomult modellek az árképzést a kínálók maximalizáló viselkedéséből vezetik le a nem-tökéletes piacon, ahol a kínálók nem csak a termelés, de az árak változtatásának költségeit is figyelembe veszik. E modellek feltételezhetik a piactisztulást, vagy elvethetik, feltételezhetnek monopolisztikus vagy oligopolisztikus versenyt, de bármi legyen is a magyarázat, az árképzési függvény nagyon hasonló (2b)-hez. Az árak a költségek valamilyen dinamikus függvényei, valamint függenek a versenytársak áraitól, e fogalomba beleértve a valuta árfolyamát is.⁵

Az ár-versenypiac modelljének korlátai

Nem magyarázza meg a kereskedelmet

Az ár-versenypiac modelljének érvényessége nagyon korlátozott. Az, hogy mennyire nem alkalmas fontos makroökonomiai jelenségek megmagyarázására, a legjobban talán Japán világgiazi előretörésének magyarázatában mutatkozik meg.

Kövessük a modell logikáját abból a megfigyelésből kiindulva, hogy a japán termékeket soha sem kellett adagolni.⁶ Az export tehát mindenképpen a keresletnek megfelelően alakult, a japán előretörés teljes időszakában. A japán részarány növekedését a világkereskedelemben tehát a (4) egyenlet magyarázó változóiban kellene keresnünk. Egy kicsit is utánagondolva azonban meg kell állapítanunk, hogy ez a magyarázat mind a tapasztalatnak, mind a józan érveknek ellentmond.

Nézzük először a jövedelem-változót, mint magyarázatot. Eszerint a japán termékek jövedelem-rugalmassága nagyobb, mint a többi terméké. A priori nem zárhatjuk ki azt a lehetőséget, hogy a japán termékeket a magasabb jövedelmi kategóriákban fogyasztják, azonban a tények ennek ellentmondanak. Éppen ellenkezőleg, ha történelmileg visszatekintünk a japán export alakulására, olyan „húzó ágazat” termékeket találunk, mint textíliák, kerékpárok, acél, hajók, melyek semmiképpen sem támasztják alá a jövedelem-rugalmassági hipotézist.

Nem is ismerek olyan szerzőt, aki a japán export dinamikus növekedését annak kedvező struktúrájával magyarázta volna. Márcsak azért sem, mert kiderült, hogy a látszólag nagy jövedelem-rugalmasságok iparágakon belül is észlelhetők.⁷

⁵Lásd erről Dornbusch (1987), Feenstra (1987), Gangnes (1989), Krugman (1987), Mann (1986), Marston (1987), Ohno (1989), Petersen et al (1991).

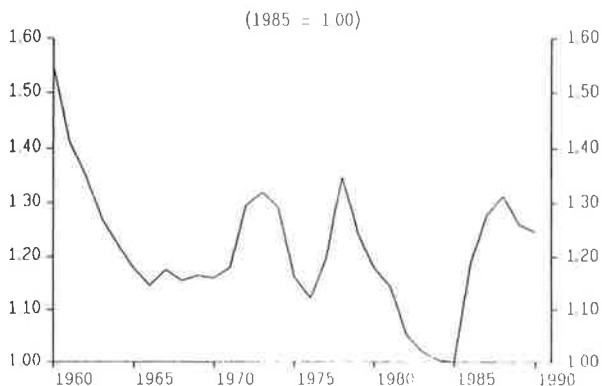
⁶Volt már eset az adagolásra, mint például a Honda autók esetében nemrég, de ezek a példák nem gyakoribbak, mint a piac más szegmenseiben.

⁷Olvasmányaim e tekintetben valószínűleg nem teljesek, így csak A dam-Shishido(1989)-ra hivatkozom példaként.

Nincs ésszerű magyarázat arra, hogy az emberek jövedelmük növekedésével miért éppen a japán termékeket kezdenék jobban megszeretni. Annak az oka, hogy az emberek egyre több Toyotát vásárolnak, nem a növekvő jövedelmekben keresendő. A kereslet-meghatározta modellek jövedelem-tagjának az együttthatója más tényezők hatását rejti, melyeket a specifikáció nem tartalmaz.⁸

Ha a japán expanzió a relatív árak alakulásának a következménye, akkor a japán export-árindexeknek szakadatlanul csökkenniük kellett volna az utóbbi 25 évben. Hasonlítsuk össze példaként a Japán és az USA exportárát a 2. ábrán

2. ábra: Japán exportárát az USA-hoz viszonyítva



Forrás: International Financial Statistics

Az ábra azt mutatja, hogy ha volt is a 60-as években valamelyes japán térnyerés az árversenyben, a 25 év egészét tekintve nem lehet azt mondani, hogy a japán áruk olcsóbbodása okozta volna Japán előretörését a világpiacon.

A legtöbb ökonometriai modellező valószínűleg osztaná kételyeimet keres-

⁸ Az általam ismert elemzések mind tartózkodnak attól, hogy a japán előretörést jövedelem-hatással magyarázzák. Adósak maradnak azonban az alternatív magyarázattal. Adams-Shishido(1989) – nyilvánvalóan a jövedelem-rugalmassági magyarázattal való elégedetlenségük miatt – trendet csatol az egyenleteihez. Kitamura(1989) ugyan a keresleti rugalmasság csökkenéséről beszél az utóbbi időben, de sajátos terminológiája miatt ezen valójában árak hatását kell értenünk.

kedelmi modelljeivel kapcsolatban. Valószínűleg ők is feltételezik, hogy az export előretörése valamilyen összefüggésben van az exportőr országok gyors belföldi növekedésével. Az ár-versenypiac modelljének merev struktúrája azonban nem engedi, hogy kitörjenek a jövedelem-ár-volumen változók háromszögéből. Az alábbiakban bemutatom, hogy a magyarázó változók számának ez a korlátja az ár-versenypiac paradigmájának a következménye. A piac általánosabb felfogása megengedi, hogy az eladó akkor is növelje az értékesítést, ha az ár változatlan.

Az ár-versenypiac természet

A tiszta ár-versenypiac feltevése, hogy a kínált termék-változatok száma konstans. Valójában a változatok száma a verseny lényeges elemét jelenti. A homogén termékek piacát, mint aukciós piacot gyakran szokták szembeállítani a differenciált termékek piacával. Ez a szembeállítás jogos, de csak akkor, ha a differenciált termékek változatainak száma nem konstans. Ha a változatok száma konstans, akkor az utóbbi nem más, mint egy sok-termékes aukció, mint például a Sotheby, vagy egy hétvégi bolha-piac. A Sotheby ráadásul piactisztító aukció. A bolhapiac nem feltétlenül megtisztuló piac, de mindenképpen integrált, ugyanis a piac koncentrálja az információkat: mindenki végig tudja járni a standokat, összehasonlítja az árakat, az árak tehát egységesek. Ha azonban az emberek húzódoznak az alkudozástól, akkor nem biztos, hogy megtalálják a piactisztító árakat: estére egyes standokon eladatlan áru marad.

A késztermékeknek csak egy elhanyagolható hányada kerül ilyen integrált piacokon értékesítésre. A tipikus vevő nem tud minden „standot” végiglátogatni. Információi és keresési kapacitása korlátozottak, éppúgy, mint az eladóé, így hatóköre csak bizonyos mikropiacokra terjed ki. Így egyes mikropiacokon lehet az árut kapni, másokon nem, egyes mikropiacokon ennyi az ár, máshol annyi. Az előző fejezet szeparált piacokat feltételező modelljei csak az utóbbit vették figyelembe, azt, hogy vannak árkülönbségek, de nem azt, hogy a kínált termék is különbözőképpen állhat rendelkezésre az egyes mikropiacokon.

A rendelkezésre álló változatok számának endogén változókénti kezelése nagymértékben növeli a következtetések érdekességét. A Sothebyn nemcsak az árak lehetnek fontosak, hanem az összeforgalom is, amely az eladott tételek számától is függ.

Ár- és változatok versenypiac

Ha feladjuk az integrált piac eszméjét, akkor a kínálat szerepe máris újraértékelődik. Ha a piac mikropiacokból áll, akkor a piac egészében hiányok és többletek egyszerre fordulhatnak elő. Ha csak néhány mikropiacon hiány van, a kínálat növelésével változatlan árakon is nőhet az értékesítés. A kínálat

hatása azonban másképpen is értelmezhető. Nem kell, hogy ármerevségeket vagy hiányt feltételezzünk. A piacra való belépés és kilépés egy megtisztuló piacon ugyanazt a jelenséget idézi elő. Bármelyik eladó növelheti az eladásait, anélkül, hogy az árait változtatná, ha minőségileg vagy földrajzilag új termékkel lép a piacra. Így kínálatot teremt ott, ahol azelőtt nem volt kínálat és növeli a forgalmat.

A gondolat megértését talán segíti, ha tovább követjük a Toyotával kapcsolatos példát.

Egy példa

Ha egy amerikait megkérdeznénk, hogy miért vásárol idén Toyotát, és tavaly még nem, valószínűleg három indokot hozna fel:

1. Csak fokozatosan tanulta meg, hogy a Toyoták jobbak, mint az amerikai versenytársak. Az a gondolat, hogy a kereslet egy dinamikus folyamat során alkalmazkodik az árakhoz, nem új az ökonometriai gyakorlatban. A (4) keresleti egyenlet módosítható ennek megfelelően:

$$x_{ij}^d = d\left(\frac{P_{ij}}{p_j}, x_{ij}, x_{ij}^d(-1)\right), \quad (i = 1, 2, \dots, N \quad j = 1, 2, \dots, N) \quad (4a)$$

(-, +, +)

de ez nem vezet ki az ár-versenypiac paradigmájából.

2. Mivel a Toyota csak fokozatosan szélesítette eladási hálózatát is, modelljeinek skáláját is, a kínált változatok száma mind földrajzi, mind minőségi értelemben fokozatosan növekedett. Ez a magyarázat már tisztán kínálati. Figyelembe veszi, hogy a piac szeparált, a vevők elszigeteltek földrajzilag és információs szempontból. Azok, akik közel laknak egy Toyota üzlethez, azok kipróbálják, hagyják magukat rábeszélni, és vásárolnak. Az USA egy másik államában, ahol a Toyota még nem rendezkedett be, kereslet sem lesz, mert kereslet csak arra van, amire kínálat is létezik. Többletkereslet nincs tehát, a forgalmat mégis a kínálat határozza meg. Nem kell adagolást vagy hiányt feltételeznünk ahhoz, hogy a kínálat fontos szerepét felismerjük. A piac tökéletesen működik, nincsenek nem-teljesített rendelések. Annyi történik, hogy rendelést csak ott adnak fel, ahol van mire. A nemzetközi kereskedelemre értelmezve a gondolatot, egy ország piaca az exportőr szempontjából két részre osztható: egyik részén már bevezette a termékét, itt az eladás volumenét a kereslet határozza meg, másik részén még nem, itt az értékesítés 0. A bevezetett piacon az eladónak nincs hatalma a vevők felett, de a piac egészen bármikor növelheti a forgalmat azzal, hogy egyre több mikropiacra lép be.

3. A 80-as és 90-es évek Toyotája nem ugyanaz, mint a 60-as éveké. A minőség óriásiit javult, többet, mint a versenytársaké, az ár azonban nem

emelkedett a minőséggel arányosan. Tulajdonképpen tehát az árstatisztikák torzítanak. Valójában a változtatlan relatív árak szélesedő szakadékot takarnak a versenytársak ár/teljesítmény hányadosaiban: azonos értékű japán áru teljesítménye relatíve sokkal több ma, mint a múltban.

Nézzük kissé részletesebben mind a 2., mind a 3. esetet.

Termékváltozatok modelljei

Két fajta modelltípus van, melyek a fenti példa piaci szerkezetét leírják. Chamberlain (1933)–Spence (1976)–Dixit–Stiglitz (1977) reprezentatív fogyasztón alapuló modellje és Hotelling (1929)–Lancaster (1979)–Salop (1979) térbeli elhelyezkedési modellje (angolul „location model”). Az előbbit a változatosság iránti igény (taste for variety) modelljének nevezhetjük, mert azon alapul, hogy a fogyasztó hasznossági függvénye nő, ha a kínált termék-változatok száma nő. Az utóbbit nevezhetjük az igények változatossága (variety of tastes) modelljének, itt az egyének ízlése, igényei különbözőek, és a változatok számának növelése azért növeli az összes hasznosságot, mert az egyes személyek fogyasztásukban közelebb kerülhetnek az ízlésük szempontjából ideális változathoz. Mindkét modell a piac megtisztulását tételezi fel.

A változatosság iránti igény. Ebben a modellben a termelők különféle változatokat kínálnak, melyek nem-tökéletes helyettesek. Dixit–Stiglitz matematikailag nagyon vonzó formulához jutott arra, hogy két kínálónak mennyi lesz a relatív súlya az összes értékesítésben. Ehhez fel kellett tenniük, hogy a helyettesítési elaszticitás konstans és azonos minden változat között.

$$\frac{x_{ij}}{x_{kj}} = \gamma_{ij} \frac{m_{ij}}{m_{kj}} \left(\frac{p_{ij}}{p_{kj}} \right)^{-\sigma}, \quad \sigma > 1, \quad (5)$$

ahol

x_{ij} , x_{kj} - kereskedelmi áramlás i és k országból j országba

m_{ij} - az i -edik ország által kínált változatok száma a j ország piacán (azonos súlyúnak feltételezve minden változatot)

σ - egységes helyettesítési elaszticitás, származási országra és változatokra való tekintet nélkül.⁹

E megközelítés előnye a kapott keresleti függvény analitikusan egyszerű formája. Hátránya a reprezentatív fogyasztó feltevéséből adódik. Így nehéz értelmezni a modellt, ha a változatok földrajzilag különböznek: a földrajzilag különböző helyen lévő fogyasztók keresleti függvényei szükségszerűen különböznek kellene, hogy legyenek.

⁹Bismut–Martins (1987), Martins (1990) olyan modellt fogalmazott meg, ahol a fogyasztó preferenciafüggvénye egy többlépcsős CES függvény, melyet Sato (1967) dolgozott ki. Ez lehetővé tette, hogy megkülönböztessenek ország-jellemző és változat-jellemző helyettesítési elaszticitást.

Az igények változatossága. A Lancaster–Salop modell szerint a változatok a térben helyezkednek el különbözőképpen, amely tér értelmezhető földrajzi térként is, és „fizikai jellemzők tere”-ként is. E megközelítés szépsége, hogy egységes értelmezést ad a differenciálásnak, akár fizikai jellemzők szerint, akár földrajzi értelemben beszélünk különböző termékekről. Az autóértékesítés kiskereskedelmi hálózata példa a földrajzi értelmezésre, a kompakt autók mellett luxuskategóriájú kocsik piacra hozatala példa a minőségi értelmezésre. Bármilyen legyen is az értelmezés, a keresleti függvény hasonló lesz a változatok iránti igény modelljéhez:

$$\frac{x_{ij}}{x_{kj}} = d(m_{ij}, m_{kj}, p_{ij}, p_{kj}), \quad (6)$$

$$(+, -, -, +)$$

ahol az egyenlőség alatt a parciális deriváltak előjele szerepel.

Mint az előző esetben is, a monopolisztikus verseny létezéséhez a kereslet árrugalmassága nagyobb kell, hogy legyen, mint 1. A parciális deriváltak előjele megegyezik az (5)-ével, bár a modell nem kötődik semmilyen speciális függvényformához.

Kínálati viselkedés

Tekintsünk egy céget, amely több országban és mikropiacon működik. Ki kell választania, hogy milyen változatokat állítson elő és milyen áron ahhoz, hogy profitja maximális legyen. Tegyük fel, hogy a vállalat adottnak tekinti a többi vállalat döntését. A döntési probléma ekkor a következőt jelenti:

$$\max_{\{p_{jk}, m_j\}} \left\{ \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{m_j} (p_{jk} - c_{jk}) x_{jk} \right\} \quad (7)$$

ahol

p_{jk} – a j -edik országban kínált k -edik változat ára

c_{jk} – a j -edik országban kínált k -edik változat költsége

x_{jk} – a j -edik országban kínált k -edik változat iránti kereslet.

A vállalat szerinti indexeket elhagytuk. Két egyszerű következménye van a profitmaximalizáló magatartásnak:

1. A vállalat által megállapított ár a költségek növekvő függvénye,
2. a kínált változatok száma a költségek csökkenő függvénye.

Ez az érték a (7) egyenletben integer, ami a probléma megfogalmazását hasonlóvá teszi a változatok iránti igények modelljéhez. Ha a termékeket úgy értelmeznénk, mint pontokat a „termék-térben”, akkor a termékek sűrűsége lehetne a költségek folytonos függvénye.

A vállalat két paraméterrel versenyez a piacon: az árral és a változatok számával. Ésszerűnek tűnik, hogy a változatok lehetséges számát végtelennek

tekintsük. Ekkor visszanyerjük a klasszikus modell tulajdonságát: A kínáló a piac egészét tekintve vízszintes keresleti függvénnyel áll szemben; adott áron bármennyit értékesíthet, az eladott mennyiségnek csak a költségei szabnak határt. A modell abban különbözik a klasszikus esettől, hogy a vállalat maga dönti el minden egyes változat (mikropiac) esetében, hogy milyen árral lép fel.

Csökkenő költségek. Ismert, hogy a változatokkal való verseny a csökkenő költségek következménye. Egy mikropiacra való belépés beruházást igényel, éspedig lesz egy minimális beruházás, amely független attól, hogy mennyi a várható értékesítés. Ez azt jelenti, hogy az egységköltségek függvénye egy bizonyos szakaszon mindenképpen csökkenő lesz. Ha a kereslet nem túl rugalmatlan, akkor ezen a szakaszon a profitráta növekvő. Ez az oka annak, hogy egy vállalat – vagy egy ország – terjeszkedhet a piacon anélkül, hogy csökkentené árait a versenytársaihoz képest. A terjeszkedést földrajzi és gazdasági szegmensek szerint, fokozatosan hajtja végre. A Toyota nem úgy kezdte az amerikai piacon a megjelenést, hogy elárverezett 10 autót a legmagasabb árat kínálóknak. Az autók árai nem olyan rugalmatlanok, mint a műkincseké, ezért a 10 autó árát nem tudta volna annyira felhajtani, hogy az fedezze egy országos aukció költségeit, nem is beszélve arról a közvetett kárról, amit egy ilyen eladási forma a Toyota image-ében okozott volna. Ehelyett inkább részletekben haladt előre a piacon, egyenként kisebb beruházásokkal az egyes mikropiacokon, változatlanul tartva az autó árát.

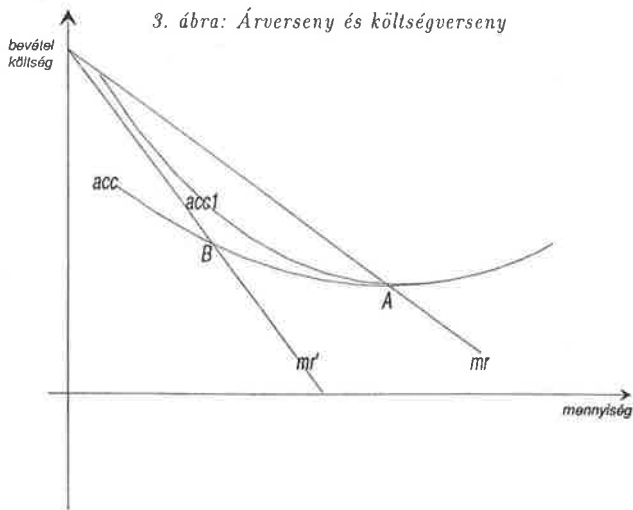
Mivel a piaci belépés beruházást jelent, az erről való döntés a hosszabb távon várható profit függvénye, míg az árról való döntés horizontja rövidebb is lehet.

Áron kívüli verseny és az egységes ár elve. Ha a piacra lépéssel, mint új változóval gazdagítjuk a nemzetközi kereskedelem modelljét, akkor a japán export magyarázatával kapcsolatos korábbi probléma megoldódik. A nehézséget az árverseny modellje és a tények közötti nyilvánvaló ellentmondás jelentette.

Ami nem volt magyarázható árakkal vagy jövedelemmel, az megmagyarázható a vállalat piacrálépési döntésével egy klasszikushoz hasonló piaci környezetben. Tulajdonképpen a modell vegyíti a klasszikus modellt, ahol az eladó árelfogadó és mennyiség-meghatározó, és a kereslet-determinált modellt, ahol az eladó mennyiség elfogadó és ár meghatározó. A piacrálépés szemszögéből a vállalat árelfogadó, míg az egyes mikropiacokon való viselkedés szempontjából ár meghatározó. Tekintettel arra, hogy e két viselkedést meghatározó döntés horizontja különbözik, azt is mondhatjuk, hogy a vállalatok árelfogadók hosszú távon és ár meghatározók rövid távon. A klasszikus modellel való analógia nemcsak látszólagos. Empirikus alapja a vásárlóerő-paritás hosszú távú érvényessége, elméleti alapja az eladók fix költségeiben rejlik. A 2. ábra azt sugallja, hogy az árak szórásának kínálók szerint lehet

szerepük rövid távon a versenyben, de hosszabb távon biztosan nem, mert nem is változnak hosszabb távon. Ennek oka az, hogy hosszabb távon a csata nem az árakon dől el, hanem azon, hogy a költségek alapján ki tud a piacon maradni, ki lép be vagy ki a piacon. Mindig vannak egy piacon alacsony áron és magas áron eladók, de az árkülönbséget a fix költségek és a kereslet rugalmassága meglehetősen behatárolják. Egy vállalat nem maradhat végtelen sokáig a piacon, végtelenül növelve árait és csökkentve eladott mennyiségeit, mert sokkal előbb tönkremegy. Így lehetséges, hogy ha kínáló egy csoportja csökkenti költségeit és az árait, akkor ezzel a relatív árai a piacon nem csökkennek ilyen arányban, mert a növekvő árverseny kiszórja a magas áron kínálókat a piacról. Ezen a piacon tehát lehetnek ugyan árkülönbségek, de az aggregátumra vonatkozóan fennáll a klasszikus egységes ár elve; a piacon a verseny alapján költségek versenye adott árak mellett.

A 3. ábra illusztrálja az elmondottakat. Kétféle mikroökonómiai helyzetet mutat: az egyik esetben a vállalat költségfüggvénye olyan, hogy tartós árverseny létezhet, a másik, véleményem szerint realisztikusabb esetben a versenyt a költségek dominálják. Tegyük fel, hogy egy vállalat nem tökéletes piacon működik. Átlagköltség-görbéje acc , határbevételi görbéje mr . Ekkor az A pont mutatja az értékesítés hosszútávú egyensúlyi mennyiségét. Ha a piacon a versenyfeltételek élesednek (a versenytársak csökkentik árait), akkor a határbevétel görbéje mr' -re módosul. Ha a vállalat fix költségei viszonylag kicsik, akkor az új egyensúlyi helyzet B lesz, tehát a vállalat továbbra is megél, csak kisebb lesz a forgalma. Valószínűbb azonban, hogy a fix költségek szerepe nagy, vagyis a vállalat átlagköltség-görbéje valójában $acc1$. Ekkor már nincs olyan mennyiség, amelyet veszteség nélkül tudna eladni, tehát kiesik a piacról.



Az árstatistikában nem mutakozó minőségváltozás

A mai Toyota autó nem ugyanaz, mint a 60-as évek Toyotája. Nagyon valószínű, hogy a minősége sokkal többet javult, mint a versenytársaié, ára azonban nem növekedett ezzel arányosan. Más szóval a Toyoták ára azonos minőségre vetítve csökkent. A statisztika azonban nem képes a minőségre vetített árak mérésére, kénytelen mindig valamilyen fizikai egységre vetíteni az árakat. Ha lenne egy „igazi” árindexünk, akkor azt észlelnénk, hogy a japán export előretörésében valójában mégiscsak szerepet játszott az ár, éspedig nemcsak rövid távon, de hosszabb távon is.

Az „igazi” árnak a statisztikaival való egybevetése sok szempontból hasznos lehet. A japán előretörésnek a statisztikában nem megmutakozó minőségjavulással való magyarázata ésszerű és valószínűleg helyes. A minőség szerepének hangsúlyozása gazdagítja a képet arról, hogy mi is történik a világpiacnak ezen a területén, mi Japán erőssége és a versenytársak gyengesége. E tanulmánynak azonban van egy pragmatikus célja: ökonometriaire modellek specifikációs lehetőségeit elemezzük. Olyan modelleket tehát, melyek a kereskedelmi áramlásokat megfigyelt statisztikai változókkal magyarázzák. A standard minőségű termék és az erre vetített ár fogalma nem járul hozzá e feladat megoldásához, ezért más megközelítésre van szükség.

A különböző évjáratok autóit teljes joggal tekinthetjük különböző változatoknak. Ebben az esetben a minőség javulása egy új változat belépését jelenti. Az eset csak abban speciális, hogy az új változat közeli helyettese a régi modellnek. Így a régi modell hamar kiszorul a piacról, nehézzé téve a statisztika dolgát, amelynek a méréshez szüksége volna a régi és az új közötti piaci helyettesítési arányra. Ezért azután a statisztikai gyakorlat nem tud különbséget tenni gyorsan javuló vagy lassan javuló minőséget takaró modellváltások között. Bármennyire is sajnáljuk a statisztikának ezt a hiányosságát, alkalmazkodnunk kell hozzá, és fel kell adnunk azt az igényt, hogy a minőségváltozást közvetlenül mérjük. Ehelyett csak arra keresünk választ, hogy a minőségváltozás hogyan befolyásolja a kereskedelemnek a statisztika által szintén torzított volumenét. Ebből a szempontból az ár és változat verseny-modellje alkalmasabb eszköz, mint a tisztán árverseny modellje.

Az árverseny modelljének ugyanazok a hibái, mint korábban, a nem mért minőségi változásokat nem tudja értelmezni. Az árak nem tartalmazzák ezeket, és az importáló országok jövedelmére sem árul el semmit az exportok minőségi különbségeiről.

Az ár és változat verseny-modelljében viszont az új – jobb minőségről való döntés teljesen analóg egy új változat bevezetéséről való döntéssel. Mindkét esetben ugyanolyan költség-bevétel elemzést kell végrehajtani. Mivel a minőségjavulás esetében az új változat közeli helyettes, a dolgot úgy értelmezhetjük, hogy egy „változatnövekmény” lép a piacra: egy régi minőség jobb változattal való felcserélése egy ilyen változatnövekménnyel való megjelenést

jelent a piacon. A döntés a javítás költségeitől és a remélt többletbevételtől függ. Ugyanaz a kínálati döntés és ennek megfelelően ugyanaz a kínálati függvény érvényes, mint az általános esetben.

Az ár- és változat versenymodell egy ökonometriai specifikációja

Miután áttekintettük a tisztán ár-versenyt feltételező modellek hátrányait és a változat-verseny jelentőségét a nemzetközi kereskedelem magyarázatában, az alábbiakban az elmélet adta ajánlásokat igyekszem olyan egyenletekben megfogalmazni, amelyek ökonometriai becslés gyakorlati céljainak is megfelelőhetnek. Az egyenlet-specifikáció célja egy más alkalommal ismertetendő empirikus modell alapjainak a lerakása.

Árak

Az ár- és változat verseny-modelljének áregyenlete azonos lehet a tisztán árverseny-modellek egyenleteivel, melyeket a szeparált piacokra vonatkozóan dolgoztak ki az utóbbi évtizedben. Természetesen az integrált piacot feltételező modellek tisztán költségbázisú áregyenletei ez esetben teljesen alkalmazhatók, hiszen a változatok versenye éppen szeparált piacokat feltételez.

Piacralépés

A vállalat piacralépéseinek (kínált változatainak) száma a költségeitől függ. Makroökonómiai alkalmazásokban ez a változó közvetlenül nem megfigyelhető. Még ha lenne is egy aggregált költségadat, a termelékenység magyarázata általában kívül esik az ökonometriai modellek hatókörén. Javaslatom az, hogy a költséghatékonyság indikátoraként a termelőkapacitások adatait használjuk. A választás azért megfelelő, mert a kapacitásról való döntés egyenes következménye a költséghatékonyságnak. Specifikusan azt tételezhetjük fel, hogy a vállalat teljes kapacitásáról úgy dönt, hogy összehasonlíttja várható bevételeit és várható költségeit. Ez a döntés explicit módon nem szerepel a makroökonómiai modellekben, a kapacitást általában az inputok oldaláról közelítik, feltételezve egy exogén technikai fejlődést. E tekintetben nekem sincs új javaslatom. Amit azonban explicit módon modellezhetünk, az az, hogy ezt a kapacitást a termelő hogyan osztja fel értékesítési irányok szerint. Az eladás feltétele mikropiaconként a piacralépés. Ahová az eladó belép, ott el is kíván adni, a „belépett” piacok mutatják tehát, hogy az eladó hol kíván eladni, tehát összes termelését hová kívánja szétosztani, allokálni. Mivel a piacok nem integráltak, az árak szóródnak. Szóródnak a helyi értékesítési költségek is. A belépesi döntés ezektől a helyi feltételektől

függ. Abban az országban, ahol az árszint nő, a profitmaximalizáló vállalatok nyilván több mikropiacra igyekeznek bekerülni.

Tegyük fel, hogy \bar{p}_j az átlagos (világpiacon) ár amely a vállalatok kapacitásdöntését meghatározza. A j -edik ország tervezett részaránya az i -edik ország összes eladásából a j -edik ország árszínvonalának arányától függ a világpiacon átlagos árszintjéhez képest:

$$\frac{\bar{x}_{ij}^s}{\bar{x}_i^s} = s\left(\frac{\bar{p}_j}{\bar{p}_i}, t\right) \quad (i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, N) \quad (8)$$

ahol

$s()$ – a kínáló magatartási függvénye

\bar{x}_{ij}^s – i ország tervezett exportja j országba

\bar{x}_i^s – i ország tervezett kapacitása (exogén)

\bar{p}_j, \bar{p}_i – várható árszint j országban és a világpiacon, azonos valutában

t – idő.

A döntést befolyásolhatja a j piac i piactól vett „távolsága”: kockázat, tranzakciós költségek, kereskedelmi korlátok. Ezek a hatások tükröződnek a trend tényezőben. Feltehető például, hogy integrációs folyamat zajlik, amelynek hatására a forgalom λ ütemben nő. Ez az integrációs hatás valószínűleg az importáló ország politikájától függ. Ez azt jelenti, hogy ha ez a politika nem diszkriminál exportálók között, akkor $\lambda_{ij} = \lambda_{kj}$ ($k \neq j$). Természetesen nincs okunk feltételezni, hogy ez az ütem azonos a belső integráció ütemével, λ_{jj} -vel.

Tegyük fel, hogy hosszú távon a verseny tisztán nem-árjellegű: a vállalatok kizárólag új mikropiacok meghódításával terjeszkednek, beleértve a minőség javítását is. Ez a viselkedés azt jelenti, hogy a vállalatok nem változtatják piaci részarányukat egyik mikropiacon sem. Ennek megfelelően, a vállalat által „belépett” mikropiacok számának aránya az összeshez viszonyítva megégyezik a vállalat tervezett értékesítésének arányával a piac egészében.

$$m_{ij} = m_j \frac{\bar{x}_{ij}^s}{\bar{x}_j^s} \quad (i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, N)$$

ahol

m_{ij} – az i -edik eladó által „belépett” mikropiacok száma a j -edik piacon

\bar{x}_j^s – összes értékesítés a j -edik piacon

m_j – a mikropiacok (változatok) összes száma a j -edik piacon.

Kereslet és értékesítés

A differenciált piac keresleti függvényét a (6) és (7) egyenletek fogalmazták meg. Ökonometriai becslési célokra a Dixit-Stiglitz függvény tűnik a

legkényelmesebb formának. Ha a „belépések” számára lenne közvetlen megfigyelésünk, akkor a (6), (9) és az áregyenlet meghatározná az értékesítést. Adatok hiányában azonban a „belépések” számának változóját helyettesítenünk kell. A (9)-ből behelyettesítve és feltételezve, hogy a függvény logaritmus szerint additív, a következő függvényhez jutunk i és k ország részarányának magyarázatára a j -edik ország piacán:

$$\frac{x_{ij}}{x_{kj}} = \alpha \frac{m_{ij}}{m_{kj}} \left(\frac{p_{ij}}{p_{kj}}\right)^{-\varphi} = \alpha \frac{\bar{x}_i^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}}{\bar{x}_k^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}} \left(\frac{\bar{p}_i}{\bar{p}_k}\right)^{-\varphi} \left(\frac{p_{ij}}{p_{kj}}\right)^{-\sigma} e^{(\lambda_{ij}-\lambda_{kj})t} \quad (10)$$

ahol

α – konstans

φ – a kínálat árelasztticitása (az egyszerűség kedvéért $\varphi_{ij} = \varphi$)

Ez azt jelenti, hogy két exportáló relatív súlya az ajánlott változatok és a kereslet függvénye. Az előbbi a relatív kapacitásoktól függ, az utóbbi a várható relatív áraktól a két országban.

Irodalom

1. Adams, F. G. – Shishido, S. et al. (1988): Structure of Trade and Industry in the US-Japan Economy. NIRA Research Output. NRS-85-1.
2. Almon, C. S. – Nyhus, D. (1977): The INFORUM International System of Input-Output Models and Bilateral Trade Flows. IIASA 5th Global Modeling Conference, Laxenburg.
3. Armington, P. S. (1969): A Theory of Demand for Products Distinguished by Place of Production. IMF Staff Papers, May, XVI, No 1.
4. Bismut, C. – Martins, O. J. (1987): Compétitivité-prix, parts de marché et différenciation des produits. In Actes du Colloque Aix-en-Provence, 1987, Commerce international en concurrence imparfaite, eds. D. Laussel et C. Montet, Economica (1989), Paris.
5. Bosworth, B. P. (1988): Comment on Krugman and Baldwin, „The Persistence of the US Trade Deficit,” in Brookings Papers on Economic Activity, Vol. 1: 44-47.
6. Chamberlin, E. H. (1933): The Theory of Monopolistic Competition. Rand Journal of Economics, 16: 473-486.
7. Dixit, A. K. – Stiglitz, J. (1977): Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity. American Economic Review, 67; 297-308.
8. Dornbusch, R. (1987): Exchange Rates and Prices. American Economic Review 77/1, March.
9. Feenstra, Robert C. (1987): Symmetric Pass-through of Tariffs and Exchange Rates under Imperfect Competition: an Empirical Test. NBER Working Paper No. 2453, December.
10. Fisher, E. (1989): A Modell of Exchange Rate Pass-Through. Journal of International Economics 26, No. 1/2, February.

11. Gabszewicz, J. – Shaked, A. – Sutton, J. – Thisse, J. F. (1981): International Trade in Differentiated Products. *International Economic Review* 22: 527–535.
12. Gangnes, B. (1989): *Industry Structure and Exchange Rate Pass-Through: An Empirical Analysis*. University of Pennsylvania, Working Paper.
13. Goldstein, M – Kahn, M. S. (1985): Income and Price Effects in Foreign Trade, in R.W. Jones and P. B. Kenen, eds., *Handbook of International Economics*, vol II. Elsevier Science Publishers.
14. Harberger, A. C. (1953): A Structural Approach to the Problem of Import Demand. *American Economic Review Papers and Proceedings*: 1480160.
15. Hanazaki, M. (1989): Industrial and Trade Structures and the International Competitiveness of Asia's NIEs. Japan Development Bank Report.
16. Helkie, W. H. – Hooper, P. (1988): The US External Deficit in the 1980s: An Empirical Analysis, in R. C. Bryant, G. Holtham, P. Hooper, eds, *External Deficits and the Dollar: The Pit and the Pendulum*, Washington, The Brookings Institution.
17. Helpman, E. – Krugman, P. (1985): *Market Structure and Foreign Trade*. MIT Press, Cambridge, USA.
18. Hickman, B. G. – Lau, L. J. (1974): Elasticities of Substitution and Export Demands in a World Trade Model. *European Economic Review* 4: 347–380.
19. Hooper, P. (1987): Comment on Krugman and Baldwin, „The Persistence of the US Trade Deficit,” in *Brookings Papers on Economic Activity*, Vol. 1: 47-51
20. Hooper, P. – Mann, C. L. (1989): The US External Deficit: Its Causes and Persistence, in A. Burger, ed., *The US Trade Deficit: Causes, Consequences and Cures*. Boston, Kluwer Academic Publishers.
21. Hooper, P. – Mann, C. L. (1989): Exchange Rate Pass Through in the 1980s: The Case of US imports of Manufactures. The Brookings Institute, Washington D.C.
22. Hotelling, H. (1929): Stability in Competition. *Economic Journal*, 39: 41-57.
23. Industrial Bank of Japan (1991): Forecast of the Change in Japanese Trade Structure and Trade Surplus, *Trends of Economy and Industry 1991/8*, (In Japanese).
24. Junz, H. B. – Rhomberg, R. R. (1973): Price Competitiveness in Export Trade Among Industrial Countries. *American Economic Review*., *Papers and Proceedings*: 412–418.
25. Kitamura, Y. (1989): Restoring External Balances. Chapter 7. in Nomura *Medium-term Economic Outlook for Japan and the World, 1989*. Nomura Research Institute.
26. Krugman, P. (1987): „Pricing to Market When the Exchange Rate Changes.” Chapter 3 in S.W. Arndt and J.D. Richardson, eds, *Real-Financial Linkages among Open Economies*. Cambridge: MIT Press.
27. Krugman, P. – Baldwin, R. (1987): The Persistence of the US Trade Deficit. *Brookings Papers on Economic Activity*. Vol 1: 1–44.

28. Krugman, P. (1989): Differences in Income Elasticities and Trends in Real Exchange Rates. *European Economic Review*, vol 33, May: 1031–1046.
29. Lancaster, K. (1979): *Variety, Equity and Efficiency*. New York: Columbia University Press.
30. Lawrence, R. Z. (1979): Toward a Better Understanding of Trade Balance Trends: The Cost-Price Puzzle. *Brookings Papers on Economic Activity*, pp 191–212.
31. Mann, C. L. (1986): „Prices, Profit Margins, and Exchange Rates.” *Federal Reserve Bulletin*, June.
32. Marston, Richard C. (1988): „Pricing to Market in Japanese Manufactures.” *Mimeo*, University of Pennsylvania, September.
33. Martins, J. O. (1990): Comportement l'exportation avec différenciation des produits. *Revue D'Économie Politique*. 100. No 3.:416–438.
34. McCafferty, S. (1977): Excess Demand, Search and Price Dynamics. *American Economic Review*. 67: 228–235.
35. Moriguchi, C. (1973): Forecasting and Simulation Analysis of the World Economy. *American Economic Review*, 63/2.
36. Muellbauer, J. (1978): Macrotheory vs. Macroeconomics: the Treatment of Disequilibrium in Macromodels. *Discussion Paper No. 59*. Birkbeck College.
37. Nomura Medium-term Economic Outlook for Japan and the World (1989), Nomura Research Institute.
38. Ohno, K. (1988): Export Pricing Behavior of Manufacturing: a U.S.- Japan Comparison. Working paper WP/88/78, International Monetary Fund, August.
39. Orcutt, G. H. (1950): Measurement of Price Elasticities in International Trade. *Review of Economics and Statistics*: 117–132.
40. Petersen, C. – Pedersen, K. D. – Riordan, E. J. – Lynn, R. A. – Bradley, T. (1991): BANK-GEM: A World Bank Global Economic Model. World Bank, IECAP. Draft.
41. Salop, S. (1979): Monopolistic Competition with Outside Goods. *Bell Journal of Economics*. Vol 10: 141–156.
42. Sato, K. (1967): A Two-level Constant Elasticity of Substitution Production Function. *Review of Economic Studies*, 34, August: 201–218.
43. Simon, A. (1989): A Search Modell of Shortages. *Acta Oeconomica*, 41: 137–156.
44. Spence, M. E. (1976): Product Selection, Fixed Costs, and Monopolistic Competition. *Review of Economic Studies*, 43: 217–236.

MODELING TRADE OF HETEROGENEOUS GOODS

Supply in models of international trade has been neglected because of the fact that in the applied theoretical paradigms the set of goods traded was considered to be given. This meant that sales were determined solely by total demand and relative prices. Recent developments focused attention to the role of the number of varieties offered on the volume of sales. With increasing the number of varieties exports may be expanded without changing prices and total demand. Modeling this feature needs a new specification of empirical trade models, where supply has „equal rights” to demand.

ÁLTALÁNOSÍTOTT MONOTONITÁS ÉS ÁLTALÁNOSÍTOTT KONVEXITÁS¹

KOMLÓSI SÁNDOR²

Janus Pannonius Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar

Ma már nem nagyon kell bizonygatni hogy a konvexitás fogalma és különféle általánosításai milyen fontos szerepet játszanak a matematikai közgazdaságtan, gazdasági modellezés, operációkutatás legkülönbözőbb területein [1, 2, 16, 21].

Ez a felismerés egyre jobban igényli az általánosított konvexitás minél sokrétűbb vizsgálatát. Hosszú időn keresztül az ezirányú vizsgálódások szinte kizárólag a differenciálható függvényekre korlátozódtak. Csak újabban, a nemdifferenciálható optimalizálás önálló diszciplínává válásával erősödtek fel a nemdifferenciálható (azaz nem szükségképpen differenciálható) függvényekre vonatkozó kutatások.

1. Bevezetés

A nemdifferenciálható esetben a gradiens vektort valamilyen célszerűen megválasztott *általánosított derivált* helyettesíti. A „legklasszikusabb” általánosított derivált az *iránymenti derivált*.

Jelöljön $f(\mathbf{x})$ egy n -változós valós függvényt, mely legyen értelmezve az $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ valamely környezetében. Ha $f(\mathbf{x})$ nem differenciálható az \mathbf{a} helyen, akkor számos esetben még mindig elfogadhatóan szép és hasznos eredményekhez juthatunk az

$$f'(\mathbf{a}; \mathbf{d}) := \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(\mathbf{a} + t\mathbf{d}) - f(\mathbf{a})}{t}$$

iránymenti derivált létezésének megkövetelése révén, ahol $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^n$ tetszőleges irány.

A konvex analízisből jól ismert a következő, a dolgozat témájának kiinduló pontjául szolgáló állítás.

1.1 Tétel *Legyen az $f(\mathbf{x})$ függvény konvex a $C \subset \mathbb{R}^n$ konvex halmazon. Ekkor igazak a következő állítások: bármely $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in C$ esetén $f'(\mathbf{y}; \mathbf{x} - \mathbf{y})$*

¹Beérkezett: 1993. január 23.

²Jelen tanulmány az OTKA 1313/1991 sz. pályázat támogatásával készült.

létezik,

$$f(x) \geq f(y) + f'(y; x - y)$$

és

$$f'(y; x - y) + f'(x; y - x) \leq 0. \quad (1)$$

Ha $f(x)$ szigorúan konvex C -n, akkor $x \neq y$ esetén (1) mindig szigorú egyenlőtlenség formájában teljesül.

Az $f'(x; d)$ iránymenti derivált (1) tulajdonságát *monotonitásnak* nevezük. Sajnos az $f'(x; d)$ iránymenti derivált létezése nem konvex függvényekre egyáltalán nem biztosított. Sem a lokálisan Lipschitz, sem a kvázikonvex függvények³ esetén nem garantált az iránymenti derivált létezése.

A monotonitás fogalmának általánosítása meglehetősen újkeletű. Differenciálható függvények gradiensére vonatkozóan S. Karamardian vezette be elsőként a pszeudomonotonitás fogalmát 1976-ban [7]. A Hassouni pár évvel később, 1983-ban, lokálisan Lipschitz függvények kvázikonvexitásának jellemzésére vezette be halmazértékű függvények (szubdifferenciálok) kvázimonotonitásának fogalmát [6]. A monotonitás különböző általánosításainak jelentőségére valójában a [8] dolgozat hívta fel a figyelmet. Azóta számos cikk foglalkozott ezzel a témával. Az érdeklődő Olvasó számára hasznos lehet a következő művek tanulmányozása is [9, 10, 11, 12, 13, 14, 17, 19, 20].

Jelen dolgozat azt kívánja bemutatni, hogy a differenciálható függvények gradiens leképezéseire Karamardian és Schaible által bevezetett általánosított monotonitási fogalmakat nemdifferenciálható függvények esetére is értelmezni lehet általánosított deriváltak segítségével és ezek az általánosított monotonitási fogalmak általánosított konvexitási tulajdonságokat jellemeznek.

A következő részben a Diewert-féle középérték tételt ismertetjük, mely vizsgálódásainknak fontos segédeszköze lesz. A harmadik fejezet konvexitás és monotonitás, a negyedik fejezet kvázikonvexitás és kvázimonotonitás, az ötödik rész pedig (szigorú) pszeudokonvexitás és (szigorú) pszeudomonotonitás kapcsolatát vizsgálja.

2. A Diewert-féle középérték tétel

Jelöljön $f(x)$ egy n -változós valós függvényt, mely legyen értelmezve az $a \in \mathbb{R}^n$ valamely környezetében. Ha $f(x)$ nem differenciálható irány szerint az a helyen, akkor sok esetben még mindig hasznos információkkal szolgálhatnak a Dini-féle felső, illetve alsó iránymenti deriváltak, melyeket a következő módon értelmezünk:

$$D^+ f(a; d) := \limsup_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(a + td) - f(a)}{t}$$

³Mindkét függvényosztály a konvex függvények általánosítása.

$$D_+ f(\mathbf{a}; \mathbf{d}) := \liminf_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(\mathbf{a} + t\mathbf{d}) - f(\mathbf{a})}{t}$$

A Dini-deriváltak nagy előnye, hogy mindig léteznek (abban az értelemben, hogy megengedjük értékük gyanánt a $+\infty$ -t és $-\infty$ -t is). A Dini deriváltak optimalizáláselméletben betöltött szerepéről széleskörű áttekintés található a [4, 5] cikkekben.

Számunkra ezek közül kiemelkedő fontossága van a következő, alulról félig folytonos függvényekre vonatkozó középérték tételnek.

A Diewert-féle középérték tétel [4, Theorem 1, Corollary 1]. *Legyen az $f(\mathbf{x})$ függvény értelmezett az $[\mathbf{y}, \mathbf{z}]$ szakaszon. Legyen továbbá az $s(t) = f(\mathbf{y} + t(\mathbf{z} - \mathbf{y}))$ függvény alulról félig folytonos a $[0, 1]$ intervallumon. Ekkor létezik olyan $t_0 \in [0, 1]$ érték, amelyre*

$$D_+ f(\mathbf{x}_0; \mathbf{z} - \mathbf{y}) \geq f(\mathbf{z}) - f(\mathbf{y})$$

teljesül, ahol $\mathbf{x}_0 = \mathbf{y} + t_0(\mathbf{z} - \mathbf{y})$.

3. Konvexitás és monotonitás

A Bevezetésben definiáltuk az iránymenti derivált monotonitásának fogalmát. Ezt a tulajdonságot és néhány általánosítását most általánosított deriváltak esetére fogalmazzuk meg.

Minden általánosított derivált egy olyan kétváltozós $h(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ függvénynek fogható fel, ahol az \mathbf{x} változó egy \mathbb{R}^n -beli helyet, a \mathbf{d} változó pedig egy \mathbb{R}^n -beli irányt jelent és $h(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ minden rögzített \mathbf{x} esetén a \mathbf{d} iránynak pozitív homogén függvénye. ($h(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ értékei gyanánt a végtelenek is megengedettek!) Jelöljön C egy tetszőleges \mathbb{R}^n -beli részhalmazt. A $h(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ általánosított deriváltat C -n értelmezettnek mondjuk, ha $h(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ értelmezett minden $\mathbf{x} \in C$ és $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^n$ esetén.

3.1 Definíció *A $h(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ általánosított deriváltat monotonnak mondjuk a $C \subset \mathbb{R}^n$ halmazon, ha bármely két $\mathbf{y} \in C$, $\mathbf{z} \in C$, $\mathbf{y} \neq \mathbf{z}$ pontra*

$$h(\mathbf{y}; \mathbf{z} - \mathbf{y}) + h(\mathbf{z}; \mathbf{y} - \mathbf{z}) \leq 0 \quad (2)$$

teljesül. Ha bármely két $\mathbf{y} \in C$, $\mathbf{z} \in C$, $\mathbf{y} \neq \mathbf{z}$ pontra

$$h(\mathbf{y}; \mathbf{z} - \mathbf{y}) + h(\mathbf{z}; \mathbf{y} - \mathbf{z}) < 0 \quad (3)$$

teljesül, akkor $h(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ -t C -n szigorúan monotonnak nevezzük.

A következő tétel azt mutatja, hogy bizonyos esetben a Dini-deriváltak monotonitása elegendő feltétele az adott függvény konvexitásának.

3.2 Tétel *Legyen $f(\mathbf{x})$ radiálisan alulról félig folytonos a konvex $C \subset \mathbb{R}^n$ halmazon. Ekkor igaz a következő két állítás:*

- (i) Ha $D_+f(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ az alsó Dini-derivált (szigorúan) monoton C -n, akkor $f(\mathbf{x})$ (szigorúan) konvex C -n.
- (ii) Ha $D^+f(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ a felső Dini-derivált (szigorúan) monoton C -n, akkor $f(\mathbf{x})$ (szigorúan) konvex C -n.

Bizonyítás: (i) Indirekt módon okoskodva tegyük fel, hogy $D_+f(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ monoton ugyan C -n, de $f(\mathbf{x})$ nem konvex a C halmazon. Ekkor létezik olyan $[\mathbf{a}, \mathbf{b}] \subset C$ szakasz és azon egy olyan $\mathbf{w} \in (\mathbf{a}, \mathbf{b})$ pont, hogy

$$f(\mathbf{w}) > rf(\mathbf{b}) + (1-r)f(\mathbf{a}), \quad (4)$$

ahol

$$\mathbf{w} = \mathbf{a} + r(\mathbf{b} - \mathbf{a}), \quad 0 < r < 1. \quad (5)$$

A (4) egyenlőtlenségből egyszerű átalakítással a következő két egyenlőtlenséghez jutunk:

$$\frac{f(\mathbf{w}) - f(\mathbf{a})}{r} > f(\mathbf{b}) - f(\mathbf{a})$$

és

$$\frac{f(\mathbf{w}) - f(\mathbf{b})}{1-r} > f(\mathbf{a}) - f(\mathbf{b}).$$

A Diewert-féle középérték tételt az $[\mathbf{a}, \mathbf{w}]$ és $[\mathbf{b}, \mathbf{w}]$ szakaszokon az $f(\mathbf{x})$ függvényre alkalmazva azt kapjuk, hogy léteznek olyan $\mathbf{y} \in [\mathbf{a}, \mathbf{w}]$ és $\mathbf{z} \in [\mathbf{b}, \mathbf{w}]$ pontok, hogy

$$D_+f(\mathbf{y}; \mathbf{w} - \mathbf{a}) \geq f(\mathbf{w}) - f(\mathbf{a}), \quad (7)$$

$$D_+f(\mathbf{z}; \mathbf{w} - \mathbf{b}) \geq f(\mathbf{w}) - f(\mathbf{b}). \quad (8)$$

Tekintettel arra, hogy $D_+f(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ pozitív homogén a \mathbf{d} változójában, továbbá, hogy

$$\mathbf{w} - \mathbf{a} = r(\mathbf{b} - \mathbf{a}) \quad \text{és} \quad \mathbf{w} - \mathbf{b} = (1-r)(\mathbf{a} - \mathbf{b}),$$

ezért (7) és (8) a következőképpen is írható:

$$D_+f(\mathbf{y}; \mathbf{b} - \mathbf{a}) \geq \frac{f(\mathbf{w}) - f(\mathbf{a})}{r},$$

$$D_+f(\mathbf{z}; \mathbf{a} - \mathbf{b}) \geq \frac{f(\mathbf{w}) - f(\mathbf{b})}{1-r}.$$

Felhasználva a (6) egyenlőtlenséget

$$D_+f(\mathbf{y}; \mathbf{b} - \mathbf{a}) > f(\mathbf{b}) - f(\mathbf{a}) \quad \text{és} \quad D_+f(\mathbf{z}; \mathbf{a} - \mathbf{b}) > f(\mathbf{a}) - f(\mathbf{b})$$

adódik. Ezen két egyenlőtlenség összeadásával a

$$D_+ f(y; b - a) + D_+ f(z; a - b) > 0$$

összefüggésre jutunk, mely ekvivalens a $D_+ f(x; d)$ monotonitásának ellentmondó

$$D_+ f(y; z - y) + D_+ f(z; y - z) > 0$$

feltétellel. Ez az ellentmondás bizonyítja az (i) állítás helyességét. A szigorú monotonitás esete teljesen hasonlóan tárgyalható.

A (ii) állítás helyessége az imént bizonyított (i) állításból, valamint a következő lemmából közvetlenül adódik, tekintettel a $D_+ f(a; d) \leq D^+ f(a; d)$ relációra.

3.3 Lemma *Legyenek $h(x; d)$ és $g(x; d)$ a $C \subset \mathbb{R}^n$ halmazon értelmezett általánosított deriváltak. Tegyük fel, hogy $h(x; d)$ majorálja $g(x; d)$ -t a C halmazon, vagyis minden $x \in C$ és $d \in \mathbb{R}^n$ esetén fennáll a következő egyenlőtlenség:*

$$g(x; d) \leq h(x; d).$$

Ekkor, ha $h(x; d)$ (szigorúan) monoton C -n, akkor $g(x; d)$ is (szigorúan) monoton C -n.

A bizonyítás nagyon egyszerű, végiggondolását a Tisztelt Olvasóra hagyom. A fenti lemma és az azt megelőző tétel további érdekes következményekkel jár.

Ismert dolog, hogy lokálisan Lipschitz függvényekre a Clarke-derivált számos jó tulajdonsággal rendelkezik (véges és az iránynak pozitív homogén konvex függvénye). A Clarke derivált definíciója a következő:

$$f^C(a, d) = \limsup_{\substack{z \rightarrow a \\ t \rightarrow 0^+}} \frac{f(z + td) - f(z)}{t}.$$

Könnyen ellenőrizhető a következő relációk helyessége:

$$D_+ f(x, d) \leq D^+ f(x, d) \leq f^C(x, d). \quad (9)$$

A 3.3 Lemma, a 3.2 Tétel valamint (9) alapján könnyen igazolható a következő tétel, mely lokálisan Lipschitz függvények esetére F. Clarke-tól származik [3]. (F. Clarke-nál a lokálisan Lipschitz függvényekre vonatkozó Lebourg-féle középérték tétel játszotta a fő szerepet.)

3.4 Tétel *Legyen $f(x)$ radiálisan alulról félig folytonos a konvex K halmazon. Ha az $f^C(x, d)$ Clarke-derivált (szigorúan) monoton K -n, akkor maga az $f(x)$ függvény (szigorúan) konvex ugyanott.*

4. Kvázikonvexitás és kvázimonotonitás

Ebben a részben a kvázikonvexitást fogjuk jellemezni általánosított deriváltak kvázimonotonitásával.

Emlékeztetőül felidézzük a kvázikonvexitás fogalmát: az $f(x)$ függvényt a $C \subset \mathbb{R}^n$ konvex halmazon *kvázikonveznek* nevezzük, ha rendelkezik a következő tulajdonsággal:

minden $x, y \in C$ és $t \in [0, 1]$ esetén

$$(QCX) \quad f(tx + (1-t)y) \leq \max\{f(x), f(y)\}.$$

A definíció közvetlen következményeként adódnak a következő állítások:

4.1 Tétel Legyen $f(x)$ kvázikonvez a konvex C halmazon. Ekkor $f(x)$ C -n a következő két tulajdonság mindegyikével rendelkezik:

$$QCX(UDini) : \quad x, y \in C, \quad f(x) \leq f(y) \Rightarrow D^+f(y, x-y) \leq 0,$$

$$QCX(LDini) : \quad x, y \in C, \quad f(x) \leq f(y) \Rightarrow D_+f(y, x-y) \leq 0,$$

Általában a QCX(UDini) és QCX(LDini) feltételek nem elegendő feltételei $f(x)$ kvázikonvexitásának. Igazolható azonban a következő állítás [4].

4.2 Tétel Legyen $f(x)$ alulról félig folytonos a konvex C halmazon. Ekkor

$$(QCX) \iff QCX(UDini) \iff QCX(LDini).$$

Most bevezetjük a kvázimonotonitás fogalmát és rátérünk a kvázikonvexitással való kapcsolatának vizsgálatára.

4.3 Definíció A $h(x; d)$ általánosított deriváltat kvázimonotonnak mondjuk a $C \subset \mathbb{R}^n$ halmazon, ha bármely két $y \in C$, $z \in C$, $y \neq z$ pontra teljesül a következő implikáció:

$$(QM) : \quad h(z; y-z) > 0 \Rightarrow h(y; z-y) \leq 0.$$

A következő tételek mutatják, hogy kvázikonvex függvények bizonyos általánosított deriváltjai rendelkeznek a most bevezetett tulajdonsággal.

4.4 Tétel Legyen $f(x)$ kvázikonvez a $C \subset \mathbb{R}^n$ konvex halmazon. Ekkor igaz a következő két állítás mindegyike:

- (i) a $D^+f(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ Dini-derivált kvázimonoton C -n,
 (ii) a $D_+f(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ Dini-derivált kvázimonoton C -n.

Bizonyítás: (i): A 4.1 Tétel szerint $f(\mathbf{x})$ rendelkezik C -n a QCX(UDini) tulajdonsággal. Tegyük fel, hogy $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in C$ -re $D^+f(\mathbf{y}; \mathbf{x} - \mathbf{y}) > 0$ teljesül. A QCX(UDini) tulajdonság szerint $f(\mathbf{x}) \leq f(\mathbf{y})$ nem lehetséges, következésképpen $f(\mathbf{y}) < f(\mathbf{x})$. A QCX(UDini) tulajdonság szerint azonban ez csak úgy lehet, ha $D^+f(\mathbf{x}; \mathbf{y} - \mathbf{x}) \leq 0$.

(ii): Mivel $D_+f(\mathbf{x}; \mathbf{d}) \leq D^+f(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ minden $\mathbf{x} \in C$ és $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^n$ esetén, ezért a (ii) állítás helyessége közvetlenül következik (i)-ből és a következő lemmából.

4.5 Lemma Legyenek $h(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ és $g(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ a $C \subset \mathbb{R}^n$ halmazon értelmezett általánosított deriváltak. Tegyük fel, hogy $h(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ majorálja $g(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ -t a C halmazon, vagyis minden $\mathbf{x} \in C$ és $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^n$ esetén fennáll a következő egyenlőtlenség:

$$g(\mathbf{x}; \mathbf{d}) \leq h(\mathbf{x}; \mathbf{d}).$$

Ekkor, ha $h(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ kvázimonoton C -n, akkor $g(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ is kvázimonoton C -n.

A bizonyítás nagyon egyszerű, végiggondolását a Tisztelt Olvasóra hagyom. A 4.4 Tétel állítása bizonyos esetben megfordítható.

4.6 Tétel Legyen $f(\mathbf{x})$ radiálisan alulról félig folytonos a $C \subset \mathbb{R}^n$ konvex halmazon. A következő feltételek bármelyike biztosítja $f(\mathbf{x})$ kvázikonvezitását C -n.

- (i) $D_+f(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ kvázimonoton C -n,
 (ii) $D^+f(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ kvázimonoton C -n,
 (iii) $f^C(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ kvázimonoton C -n.

Bizonyítás: (i) Legyen $D_+f(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ kvázimonoton C -n. Indirekt módon okoskodva tegyük fel, hogy $f(\mathbf{x})$ nem kvázikonvex C -n. Ez azt jelenti, hogy létezik három olyan különböző pont C -ben, \mathbf{a} , \mathbf{b} és \mathbf{c} , hogy \mathbf{c} belső pontja az $[\mathbf{a}, \mathbf{b}]$ szakasznak és

$$f(\mathbf{c}) > \max\{f(\mathbf{a}), f(\mathbf{b})\}. \quad (10)$$

A Diewert-féle középértéktétel szerint létezik az $[\mathbf{a}, \mathbf{c}]$ szakaszon egy olyan \mathbf{u} pont és a $[\mathbf{b}, \mathbf{c}]$ szakaszon egy olyan \mathbf{w} pont, hogy

$$D_+f(\mathbf{u}; \mathbf{c} - \mathbf{a}) \geq f(\mathbf{c}) - f(\mathbf{a}) > 0,$$

$$D_+f(\mathbf{w}; \mathbf{c} - \mathbf{b}) \geq f(\mathbf{c}) - f(\mathbf{b}) > 0.$$

Tekintettel arra, hogy a Dini-derivált az irány változójában pozitív homogén, ezért a fenti egyenlőtlenségekből közvetlenül kapjuk, hogy

$$D_+ f(\mathbf{u}; \mathbf{w} - \mathbf{u}) > 0 \quad \text{és} \quad D_+ f(\mathbf{w}; \mathbf{u} - \mathbf{w}) > 0.$$

Ez azonban ellentmond a kvázimonotonitásnak. Ez az ellentmondás az (i) állítás helyességét igazolja.

A (ii) és (iii) állítások a $D_+ f(\mathbf{x}; \mathbf{d}) \leq D^+ f(\mathbf{x}; \mathbf{d}) \leq f^C(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ relációk, a 4.5 Lemma és az imént bizonyított (i) rész közvetlen következményei.

5. Pseudokonvexitás és pseudomonotonitás

A kvázikonvexitás függvénytulajdonság szerencsés módon őrzi a konvex függvények azon nevezetes tulajdonságát, mely szerint ha az $f(\mathbf{x})$ függvény konvex a $C \subset \mathbb{R}^n$ konvex halmazon, akkor az

$$\{\mathbf{x} \in C, f(\mathbf{x}) \leq \alpha\}$$

alsó nívóhalmaz bármely $\alpha \in \mathbb{R}$ esetén konvex. A kvázikonvexitás azonban sajnálatos módon nem őrzi azt a differenciálható konvex függvényekre jellemző jó tulajdonságot, mely szerint a stacionaritás a globális minimum létezésének elegendő feltétele. Ennek a hiányosságnak a korrigálására vezette be O. L. Mangasarian a pseudokonvexitás fogalmát differenciálható függvényekre [15]. Több próbálkozás is történt, hogy ezt a fogalmat tetszőleges függvényekre is kiterjesszék. A legkevésbé restriktív definíció W. E. Diewerttől ered [4].

5.1 Definíció Legyen az $f(\mathbf{x})$ függvény értelmezett a $C \subset \mathbb{R}^n$ konvex halmazon. $f(\mathbf{x})$ -et C -n (szigorúan) pseudokonveznek nevezzük, ha rendelkezik a következő tulajdonsággal:

$$(PCX) : \quad \mathbf{x}, \mathbf{a} \in C, f(\mathbf{x}) < f(\mathbf{a}) \Rightarrow D_+ f(\mathbf{a}; \mathbf{x} - \mathbf{a}) < 0.$$

$$(SPCX) : \quad \mathbf{x}, \mathbf{a} \in C, \mathbf{x} \neq \mathbf{a}, f(\mathbf{x}) \leq f(\mathbf{a}) \Rightarrow D_+ f(\mathbf{a}; \mathbf{x} - \mathbf{a}) < 0.$$

Ellentétben a differenciálható függvények esetével, tetszőleges függvényekre a pseudokonvexitás nem feltétlenül biztosítja a kvázikonvexitást. Az alulról félig folytonos függvények osztályában azonban sokkal kedvezőbb a kép [4].

5.2 Tétel Legyen $f(\mathbf{x})$ radiálisan alulról félig folytonos a $C \subset \mathbb{R}^n$ konvex halmazon. Ekkor teljesülnek a következő implikációk:

$$(SPCX) \Rightarrow (PCX) \Rightarrow (QCX).$$

A továbbiakban azt vizsgáljuk, hogy (szigorúan) pszeudokonvex függvények bizonyos általánosított deriváltjai milyen monotonitási tulajdonságokkal jellemezhetők. Ehhez szükségünk van a következő fogalmakra.

5.3 Definíció *A $h(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ általánosított deriváltat (szigorúan) pszeudomonotonnak mondjuk a $C \subset \mathbb{R}^n$ halmazon, ha bármely két $\mathbf{y} \in C$, $\mathbf{z} \in C$, $\mathbf{y} \neq \mathbf{z}$ pontra teljesül a következő implikáció:*

$$(PM) : \quad h(\mathbf{z}; \mathbf{y} - \mathbf{z}) \geq 0 \Rightarrow h(\mathbf{y}; \mathbf{z} - \mathbf{y}) \leq 0,$$

illetve

$$(SPM) : \quad h(\mathbf{z}; \mathbf{y} - \mathbf{z}) \geq 0 \Rightarrow h(\mathbf{y}; \mathbf{z} - \mathbf{y}) < 0.$$

A következő tételek mutatják, hogy pszeudokonvex függvények bizonyos általánosított deriváltjai rendelkeznek a most bevezetett tulajdonságokkal.

5.4 Tétel *Legyen $f(\mathbf{x})$ radiálisan alulról félig folytonos és (szigorúan) pszeudokonvex a $C \subset \mathbb{R}^n$ konvex halmazon. Ekkor igaz a következő állítás: a $D_+f(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ Dini-derivált (szigorúan) pszeudomonoton C -n.*

Bizonyítás: (i): Tegyük fel, hogy $f(\mathbf{x})$ rendelkezik C -n a (PCX) tulajdonsággal, továbbá, hogy $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in C$ -re $D_+f(\mathbf{y}; \mathbf{x} - \mathbf{y}) \geq 0$ teljesül. A (PCX) tulajdonság szerint $f(\mathbf{x}) < f(\mathbf{y})$ nem lehetséges, következésképpen $f(\mathbf{y}) \leq f(\mathbf{x})$. Az 5.2 Tétel szerint esetünkben $f(\mathbf{x})$ rendelkezik C -n a (QCX) tulajdonsággal is, mely szerint az $f(\mathbf{y}) \leq f(\mathbf{x})$ relációból $D_+f(\mathbf{x}; \mathbf{y} - \mathbf{x}) \leq 0$ következik. A szigorú pszeudokonvexitás esete teljesen hasonlóan tárgyalható.

A (szigorú) pszeudomonotonitás esetében is egyszerűen igazolható a következő „összehasonlító kritérium”.

5.5 Lemma *Legyenek $h(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ és $g(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ a $C \subset \mathbb{R}^n$ halmazon értelmezett általánosított deriváltak. Tegyük fel, hogy $h(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ majorálja $g(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ -t a C halmazon, vagyis minden $\mathbf{x} \in C$ és $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^n$ esetén fennáll a következő egyenlőtlenség:*

$$g(\mathbf{x}; \mathbf{d}) \leq h(\mathbf{x}; \mathbf{d}).$$

Ekkor, ha $h(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ (szigorúan) pszeudomonoton C -n, akkor $g(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ is (szigorúan) pszeudomonoton C -n.

A következőkben az előző tétel állításának megfordíthatóságát mutatjuk meg.

5.6 Tétel *Legyen $f(\mathbf{x})$ radiálisan alulról félig folytonos a $C \subset \mathbb{R}^n$ konvex halmazon. A következő feltételek bármelyike biztosítja $f(\mathbf{x})$ (szigorú) pszeudokonvexitását C -n.*

- (i) $D_+f(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ (szigorúan) pszeudomonoton C -n,
- (ii) $D^+f(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ (szigorúan) pszeudomonoton C -n,
- (iii) $f^C(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ (szigorúan) pszeudomonoton C -n.

Bizonyítás: (i) Legyen $D_+f(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ pszeudomonoton C -n. Indirekt módon okoskodva tegyük fel, hogy $f(\mathbf{x})$ nem pszeudokonvex C -n. Ez azt jelenti, hogy létezik két olyan különböző pont C -ben, \mathbf{a} és \mathbf{b} , hogy

$$f(\mathbf{a}) < f(\mathbf{b}) \quad \text{és} \quad D_+f(\mathbf{b}; \mathbf{a} - \mathbf{b}) \geq 0. \quad (11)$$

A Diewert-féle középértéktétel szerint létezik az $[\mathbf{a}, \mathbf{b}]$ szakaszon egy olyan \mathbf{c} pont, hogy

$$D_+f(\mathbf{c}; \mathbf{b} - \mathbf{a}) \geq f(\mathbf{b}) - f(\mathbf{a}) > 0. \quad (12)$$

Tekintettel arra, hogy a Dini-derivált az irány változójában pozitív homogén, ezért a (11) és (12) egyenlőtlenségekből közvetlenül kapjuk, hogy $\mathbf{c} \neq \mathbf{b}$ és

$$D_+f(\mathbf{b}; \mathbf{c} - \mathbf{b}) \geq 0 \quad \text{és} \quad D_+f(\mathbf{c}; \mathbf{b} - \mathbf{c}) > 0.$$

Ez azonban ellentmond a pszeudomonotonitásnak. Ez az ellentmondás az (i) állítás helyességét igazolja. A szigorú változat bizonyítása teljesen hasonlóan történik.

A (ii) és (iii) állítások a $D_+f(\mathbf{x}; \mathbf{d}) \leq D^+f(\mathbf{x}; \mathbf{d}) \leq f^C(\mathbf{x}; \mathbf{d})$ relációk, az 5.5 Lemma és az imént bizonyított (i) rész közvetlen következményei.

Záró megjegyzések

Ebben a dolgozatban kizárólag csak általánosított deriváltak általánosított monotonitási tulajdonságaival foglalkoztam. A Hassouni által szubdifferenciál leképezésekre (halmazértékű függvényekre) bevezetett kvázimonotonitás mellett értelmezni lehet szubdifferenciál leképezések pszeudomonotonitását és szigorú pszeudomonotonitását is. [10, 13, 14].

Ezek az új fogalmak hasznosak lehetnek egyensúlyi modellek, komplementaritási-modellek és variációs egyenlőtlenségek egzisztencia problémáinak vizsgálatában. Ezt a kérdéskört egy későbbi dolgozatomban szándékozom bemutatni.

Irodalom

1. AVRIEL, M., DIEWERT, W. E., SCHAIBLE, S., ZIEMBA, W. T., Generalized Concavity, Plenum Press, New York, 1988.
2. CABBINI, A., CASTAGNOLI, E., MARTEIN, L., MAZZOLENI, P., SCHAIBLE, S., Generalized Convexity and Fractional Programming with Economic Applications, Springer Verlag, Heidelberg, 1990.
3. CLARKE, F. H., Optimization and Nonsmooth Analysis, Wiley and Sons, New York, 1983.
4. DIEWERT, W. E., „Alternative characterizations of six kinds of quasiconcavity in the nondifferentiable case with applications to nonsmooth programming” in: S. Schaible, W. T. Ziemba (eds.) Generalized Concavity in Optimization and Economics, Academic Press, New York, 1981.
5. GIORGI, G. – KOMLÓSI, S., „Dini derivatives in Optimization”, University of Torino, Serie III, N.60 (1991) pp. 44. To be published in two parts in the Rivista A.M.A.S.E.S.
6. HASSOUNI, A., „Sous-différentiels des fonctions quasi-convexes”, Thèse de 3^o cycle de l’Université Paul Sabatier, 1983.
7. KARAMARDIAN, S., „Complementarity Over Cones with Monotone and Pseudomonotone Maps”, JOTA 18 (1976) 445–454.
8. KARAMARDIAN, S. – SCHAIBLE, S., „Seven kinds of monotone maps”, JOTA 66 (1990) 37–46.
9. KARAMARDIAN, S., SCHAIBLE, S., CROUZEIX, J. P., „Characterizations of Generalized Monotone Maps”, JOTA, 76 (1993) 399–413.
10. KOMLÓSI, S., „Generalized monotonicity of generalized derivatives” Working Paper, Janus Pannonius University, Pécs; 1991, pp. 8.
11. KOMLÓSI, S., „On generalized upper quasidifferentiability” in: F. Giannessi (ed.) Nonsmooth Optimization: Methods and Applications, Gordon and Breach, London, 1992, pp. 189–201.
12. KOMLÓSI, S., „Generalized monotonicity of generalized derivatives” in: P. Mazzoleni (ed.) Proceedings of the Workshop on Generalized Concavity for Economic Applications held in Pisa April 2, 1992, (Verona, 1992), pp. 1–7.
13. KOMLÓSI, S., „Generalized Monotonicity in Nonsmooth Analysis”, in: S. Komlósi, T. Rapcsák, S. Schaible (eds.) Proceedings of the IVth International Workshop on Generalized Convexity, Springer Verlag, Heidelberg, 1993 (to appear).
14. KOMLÓSI, S., „Generalized monotonicity and generalized convexity” WP 1992., MTA SZTAKI, to appear in JOTA.
15. MANGASARIAN, O. L., „Pseudoconvex Functions”, SIAM Journal on Control 3 (1965), 281–290.
16. MARTOS, B., Nonlinear programming: theory and methods, North Holland (Amsterdam, 1975).

17. PINI, R.-SCHAIBLE, S., „Some invariance properties of generalized monotone maps”, in: P. Mazzoleni (ed.) Proceedings of the Workshop on Generalized Concavity for Economic Applications held in Pisa April 2, 1992, (Verona, 1992), pp. 87-89.
18. ROCKAFELLAR, R. T., The Theory of Subgradients and its Applications to Problems of Optimization: Convex and Nonconvex Functions, Heldermann Verlag, Berlin, 1981.
19. SCHAIBLE, S., „Generalized monotone maps” in: F. Giannessi (ed.) Nonsmooth Optimization: Methods and Applications, Gordon and Breach, London, 1992, pp. 392-408.
20. SCHAIBLE, S., „Generalized monotone maps – a survey”, in: S. Komlósi, T. Rapcsák, S. Schaible (eds.) Proceedings of the IVth International Workshop on Generalized Convexity, Springer Verlag, Heidelberg, 1993 (to appear).
21. SCHAIBLE, S., ZIEMBA, W. T., (eds.) Generalized Concavity in Optimization and Economics, Academic Press, New York, 1981.

GENERALIZED MONOTONICITY AND GENERALIZED CONVEXITY

Generalized monotonicity of generalized derivatives is a rather new concept in optimization and nonlinear analysis. It is shown in the present paper how convexity, quasiconvexity, pseudoconvexity and strict pseudoconvexity can be characterized via the monotonicity, quasimonotonicity, pseudomonotonicity and strict pseudomonotonicity of the lower and upper Dini derivatives and the Clarke derivative.

A FOGYASZTÁS ALAKULÁSA A MAGYAR GAZDASÁGBAN¹

MELLÁR TAMÁS – RAPPAI GÁBOR²

Privatizációs Kutatóintézet és JPTE Közgazdaságtudományi Kar

A szerzők tanulmányukban az elmúlt 30 év magyar lakossági fogyasztásának és fogyasztói magatartásának alakulását vizsgálták egyensúlyi és nem-egyensúlyi modellek segítségével. Egyensúlyi ökonometriai modellek segítségével mutatták meg, hogy a permanens jövedelem–hipotézisen alapuló előretekintő, racionális fogyasztói magatartást feltételező modellek a magyar viszonyokra nem alkalmazhatók. Magyarországon a lakossági fogyasztást az elmúlt időszak fogyasztásán túl más, a fogyasztók jövedelmi és vagyoni helyzetét meghatározó tényezők is befolyásolták. Ezzel szemben a „current income” hipotézis sokkal inkább alkalmazható a magyar fogyasztási viszonyok leírására. A becslések szerint a lakosság 80–90 százaléka rendszerint azt az egyszerű szabályt követi fogyasztási döntései kialakításakor, hogy teljes egészében elkölti a rendelkezésére álló aktuális jövedelmét.

A tanulmány második részében nem-egyensúlyi modellek segítségével elemezték a magyar fogyasztási piac és a fogyasztói magatartás sajátosságait. Eredményeik azt mutatják, hogy bár inkább a kereslettöbblet volt jellemző a vizsgált időszakban, de a krónikus hiány és az ezzel összefüggő hiányszindróma nem alakult ki. A fogyasztói magatartásra inkább volt jellemző az adaptív, mint a racionális várakozás.

1. Bevezetés

A fogyasztás vizsgálata mindig is fontos helyet foglalt el a közgazdasági viszonyok elemzésében. A nyolcvanas évek közgazdasági vitáinak egyike is éppen a fogyasztással, a fogyasztói magatartás alakulásával volt kapcsolatos. A keynesi jövedelem–hipotézis ötvenes–hatvanas évekbeli kiterjedt használata után azonban egyre inkább az életciklus és a permanens jövedelem elméletek alkalmazása vált meghatározóvá. Az ilyen típusú modellekben alkalmazott fogyasztói viselkedést „előretekintő” (forward looking) magatartásnak, míg a múltbeli jövedelmek értékelésén alapuló — a keynesiánus

¹Beérkezett: 1993. január 23.

²A szerzők köszönetet mondanak Király Júliának, Dietmar Meyernek és Pintér Józsefnek az értékes észrevételeikért.

feltételezéseknek megfelelő — magatartást „visszatekintő” (backward looking) magatartásnak nevezi az irodalom¹. Az előretekintő fogyasztói magatartás egy változatának tekinthető az ún. „random walk” (véletlen bolyongás) elmélet, amely elsősorban *R. Hall* nevéhez köthető². A random walk elmélet a permanens jövedelemhipotézisen alapuló, előretekintő magatartás egy változata, amikor a fogyasztók várakozásairól azt tételezzük fel, hogy racionálisak. E szerint az elmélet szerint a jelen időszakra vonatkozó fogyasztást legjobban az előző időszak fogyasztása alapján magyarázhatjuk meg. Más tényezők (pl. jövedelem-alakulás) nem játszanak szerepet a fogyasztás meghatározásában. A random walk elmélettel szemben sok kritika jelent meg az elmúlt időszakban. Elsősorban a költségvetési korlát hiányát kérdőjelezték meg a kritikusok, amellet érvelve, hogy a fogyasztók többségének fogyasztói döntésekor szembe kell néznie rövidtávú költségvetési korláttal. A nagy kérdés persze az, hogy a fogyasztók mekkora hányadára érvényes az előretekintő, és mekkora hányadára az adott jövedelmet felhasználó, ún. „current income” elmélet által megfogalmazott magatartás. Nyilvánvalóan ez az arány erősen befolyásolja a fogyasztás makroszintű alakulását és más tényezőktől való függését.

Áttérve a magyar fogyasztás alakulásának tárgyalására, elsősorban azt kell megvizsgálnunk, hogy a sajátos magyar viszonyok között használhatók-e ezek a modellek, illetve milyen módosításokra van szükség a sikeres adaptációkhoz. A tervgazdasági rendszerben a piaci mechanizmusok csak igen korlátozottan tudtak működni, és ezért sajátos alkalmazkodási folyamatok épültek ki. Ezek a magatartási módok nem a racionális gazdasági kalkuláció elvein épültek fel, hanem a központi irányítás logikáját követték. A másik lényeges különbség a szocialista gazdaságokra jellemző krónikus hiány, állandósult kereslet-túlsúly tényéből következik. Ha a fogyasztási javak piacán állandósult egyensúlytalanság van, akkor ennek jellemzésére nem lehet megfelelő a tartós egyensúly feltételezésére alapozott ökonometriai modell. Másfelől pedig a tartós hiány körülményei között a nyugati értelemben vett racionális magatartás és várakozás helyett sokkal inkább a hiánypsichózis, a hiányszindróma válik uralkodóvá.

A fenti aggályok figyelembe vétele alapján tehát a magyar fogyasztási javak piacának vizsgálatakor a következő típusú vizsgálatokat kell elvégezni: 1. egyensúlyi és nem-egyensúlyi ökonometriai vizsgálatok párhuzamos alkalmazása, 2. fogyasztók racionális magatartásának és várakozásainak vizsgálata, mind egyensúlyi, mind nem-egyensúlyi viszonyok között, 3. a krónikus hiányból következő magatartás és várakozások beépítése a modellekbe és azok érvényesülésének tesztelése. Mindezek alapján a jelen tanulmány felépítése

¹Lásd pl. Branson (1990), vagy Hall-Taylor (1988) tankönyvét.

²Lásd Hall (1978) úttörő munkáját. Szokták még ezt az elméletet „Euler egyenlőség” néven is emlegetni, mi azonban a továbbiakban is a random walk elnevezést használjuk.

a következőképpen alakul. Az első részben egyensúlyi modellek segítségével teszteljük az előretekinthető fogyasztói magatartás és a racionális várakozások meglétét a magyar gazdaságban. Majd a random walk elmélet egy alternatívájaként a folyó jövedelem (current income)³ hipotézis alapján a rövidtávú korlátok (rövidtávú költségvetési korlát) melletti magatartási modell érvényességét vizsgáljuk meg. E hipotézis alap gondolata az, hogy a fogyasztók a racionális várakozások helyett egy nagyon egyszerű hüvelykujj-szabályt követnek: annyit fogyasztanak, amennyi a folyó aktuális jövedelmük.

A tanulmány második részében nem-egyensúlyi (disequilibrium) modellek segítségével elemezzük a magyar fogyasztás és fogyasztási piac alakulását, a keresletbővület időbeli alakulását. Megvizsgáljuk, hogy nem-egyensúlyi feltételek között a hiányhelyzet által generált fogyasztói magatartások, az elbátortalanított fogyasztó és a hiányszindróma mennyire érvényesül adaptív és racionális várakozások feltételezése mellett. Vizsgálatunk időhorizontja az 1960 és 1989 közötti időszak. Ez egy viszonylag homogén időszaknak számít, az 1990-es rendszerváltás még nem érezteti hatását. Éves adatokat használtunk, mert a magyar statisztikákban nem áll rendelkezésre erre az időszakra vonatkozó negyedéves vagy havi bontású adatsor. Az aggregált fogyasztás vizsgálatát tűztük ki célul, tehát az egyes fogyasztási javak részpiacaival külön nem foglalkoztunk. Számításainkat az egy főre vetített adatokkal (tehát egy főre jutó fogyasztás, jövedelem, stb.) végeztük. A defláláshoz a fogyasztói árindexeket használtuk.

2. Egyensúlyi modellek

2.1 Az előretekinthető fogyasztói magatartás és a random walk elmélet

Az előretekinthető fogyasztói magatartásnak az az alap gondolata, hogy a fogyasztó az egész élete során várható jövedelem-folyam alapján alakítja ki az egyes időszakokra vonatkozó fogyasztását, a fogyasztói pályáját. Az egyes időszakok fogyasztása lényegesen eltérhet az ugyanezen időszakokra vonatkozó jövedelmektől, mert a jövedelmeket kölcsönadással és kölcsönfelvétellel időben átcsoportosíthatja. Csak egy korlát van: az egész életére vonatkozó össz-fogyasztás és összvagyon-felhalmozás meg kell hogy egyezzen az össz-jövedelemmel. A fogyasztó tehát a következő döntési feladattal áll szemben fogyasztási pályájának meghatározásakor: maximalizálnia kell a következő

³A current income elmületről lásd bővebben Campbell-Mankiw (1989), (1990), (1991) tanulmányait.

hasznossági függvényt⁴

$$\max E_t \sum_{\tau=0}^{T-t} (1 + \delta)^{-\tau} u(c_{t+\tau}) \quad (1)$$

a következő korlát szerint

$$\sum_{\tau=0}^{T-t} (1 + r)^{-\tau} (c_{t+\tau} - y_{t+\tau}) = A_t \quad (2)$$

ahol

E_t = a matematikai várható érték, a t időszakban rendelkezésre álló összes információ alapján

δ = a fogyasztó szubjektív időpreferenciája (diszkont tényezője), a feltételezés szerint időben állandó

r = a reál kamatláb ($r \geq \delta$), a feltételezés szerint időben állandó

T = a vizsgált időhorizont hossza

$u(\cdot)$ = egy periódusos hasznossági függvény, a feltételezés szerint szigorúan konkáv

c_t = a t időszaki fogyasztás

y_t = a t időszaki jövedelem

A_t = a vagyon a t időszakban

Az y_t jövedelem sztochasztikus, és az egész modellben ez az egyetlen forrása a bizonytalanságnak. A fogyasztó minden t időszakra azt a c_t fogyasztást választja a rendelkezésre álló információk alapján, amely maximalja az egész életére vonatkozó várható hasznosságot. A fogyasztó ismeri az y_t jövedelem nagyságát, amikor a c_t fogyasztásról dönt. Az y_t sztochasztikus tulajdonságaira vonatkozóan nincs semmilyen speciális kikötés, csak annyi, hogy a jövőbeli jövedelmek feltételes (a ma rendelkezésre álló információkon alapuló) várható értéke $E_t y_{t+\tau}$ létezik.

A fent leírt feladat megoldásának elsőrendű feltételéből származtatható a következő összefüggés:

$$E_t u'(c_{t+1}) = \left(\frac{1 + \delta}{1 + r} \right) u'(c_t) \quad (3)$$

⁴A modell felírásánál támaszkodtunk a már idézett Hall (1978) tanulmányára. A probléma determinisztikus viszonyok közötti tárgyalása megtalálható pl. Branson (1990) tankönyvében.

Egyenlet	σ	Konstans	β_1	SEE	R^2	$D - W$
1. egyenlet	1.0	—	0.957 (0.004)	0.0001	0.9947	0.97
2. egyenlet	0.2	—	0.821 (0.012)	0.0037	0.9908	1.19
3. egyenlet	-1.0	1758.7	0.9682 (0.005)	0.0097	0.9904	1.57

1. tábla: A $c_{t+1}^{-1/\sigma} = \beta_1 c_t^{-1/\sigma} + \epsilon_{t+1}$ regressziós modell becslési eredményei

Ebből az összefüggésből jól látszik, hogy a c_t fogyasztás mellett nincs olyan további tényező, amely hatással lenne a jövőbeli határhaszon várható értékére; következésképpen így nincs olyan más lényeges információ, amely felhasználható lenne a c_{t+1} jövőbeli fogyasztás becslésére. A jövedelem vagy a vagyont t időszaki vagy korábbi értékei irrelevánsak, ha c_t már ismert.

A határhasznokra vonatkozó ezen összefüggésből származtathatjuk a fogyasztásokra vonatkozó kapcsolatot is. Ha a hasznossági függvényt

$$u(c_t) = c_t^{(\sigma-1)/\sigma} \quad (4)$$

konstans helyettesítési rugalmasságú formát ölt, akkor a következő statisztikai modell írja le a fogyasztási utat:

$$c_{t+1}^{-1/\sigma} = \beta_1 c_t^{-1/\sigma} + \epsilon_{t+1} \quad (5)$$

Ez az összefüggés — összhangban az alfejezet elején leírtakkal — azt mutatja, hogy az előrettekintő, racionális fogyasztói magatartás alapján alakuló fogyasztás meghatározásához csak a korábbi időszak fogyasztását kell és lehet felhasználni.

Elsőként megvizsgáltuk az (5) alpmmodell helyességét különféle előre adott (σ) rugalmasságok mellett. Paraméterbecslésünk eredményeit az 1. tábla tartalmazza⁵. Láthatjuk, hogy a modellek illeszkedése megfelelő, a paraméterértékek hasonlóak Hall eredményeihez, a Durbin-Watson statisztika értékei viszonylag kedvezőtenek, ez valószínűleg a rövid idősorok használatából ered. Láthatjuk, hogy β_1 paraméter értéke mindhárom modellben jelentősen eltér nullától, így hipotézisünk, miszerint az előző időszaki fogyasztás szignifikáns kapcsolatban áll a tárgyidőszaki fogyasztással, beigazolódott. A variánsok közül a $\sigma = -1.0$ helyettesítési rugalmasságú modell (tulajdonképpen egy

⁵A tábla fejezatában a σ a konstans helyettesítési rugalmasságot, β_1 a modellek paraméterét (alatta zárójelben a standard hibáját), SEE a regresszió standard hibáját, R^2 a korrigált determinációs együtthatót, $D - W$ a Durbin-Watson d-próba értékét jelzi. A vonatkozó egyenletek részletes specifikációanalízisét a Függelék (1.1–1.3 modell) tartalmazza.

k	F -érték	szign. ért.
2	1.049	0.3154
3	0.423	0.6602
4	1.404	0.2694
5	1.188	0.3476

2. tábla: A β_i paraméterek ($i = 2, \dots, k$) együttes szignifikanciája

lineáris regressziós függvény) bizonyult a leginkább elfogadhatónak, bár a modell általános diagnosztizálását szolgáló RESET-próba specifikációs hibára (pl. helytelen modelltípus, vagy kihagyott változó) utal.

Az előzetekintő, racionális fogyasztói magatartás feltételezi, hogy a tárgyidőszaki fogyasztás kialakítása során csak a megelőző időszak fogyasztását kell figyelembe venni. Vizsgálatunk második lépcsőjeként elemezni kívánjuk, hogy igaz-e a feltevés, hogy csak az egy időszakkal késleltetett fogyasztás bír jelentős befolyással a jelen fogyasztására; a korábbi időpontok ebből a szempontból jelentéktelennek tekinthetők. A hipotézis ellenőrzését a

$$c_t = \beta_0 + \beta_1 c_{t-1} + \sum_{i=2}^k \beta_i c_{t-i} + \epsilon_t \quad (6)$$

modellel végeztük el. A fenti modellek számszerűsítése után a paraméterek egy csoportjának szignifikanciáját teszteltük F -próbával⁶. A hipotézisvizsgálat eredményeit mutatja a 2. tábla. A próbák alapján megállapítható, hogy a magyarországi fogyasztási modellben sem kell szerepeltetni a fogyasztás egy-nél többel késleltetett értékeit, mivel ezek hatása a jelen fogyasztására nem szignifikáns.

Amennyiben a random walk elmélet helytálló, úgy a fenti feltevések mellett teljesülni kell annak a hipotézisnek is, miszerint az egy időszakkal korábbi fogyasztáson kívül semmilyen más tényező sem befolyásolja a jelen fogyasztását. Hall vizsgálatában arra a kérdésre kívánt választ kapni, hogy meghatározható-e a fogyasztás a rendelkezésre álló jövedelmekből, illetve létezik-e racionális jövedelmi (rövidtávú likviditási) korlát a fogyasztó szempontjából. Magyarországra vonatkozó elemzésünkben némiképp kiterjesztettük a vizsgálatba vonandó változók körét, és arra kerestünk választ, vajon léteznek-e olyan a jövedelemmel, vagyonnal, inflációval összefüggő tényezők, amelyek az elmúlt 30 év Magyarországon releváns hatást gyakoroltak az aktuális fogyasztásra. A fogyasztó jövedelmi helyzetét a rendelkezésre álló jövedelmekkel (y); a vagyoni helyzetét a takarékbetétállománnyal ($tbet$), a fogyasztók tulajdonában levő összes pénzállománnyal (op) és a megtakarításokkal (sm) jelle-

⁶Ez tulajdonképpen nem más, mint a Granger-Sargent kauzalitáspróba Wald-féle típusának egy speciális esete.

<i>i</i>	<i>y</i>	<i>sm</i>	<i>tbt</i>	<i>op</i>	<i>fai</i>	<i>gdp</i>	<i>imp</i>
1	3.58 (0.069)	3.59 (0.069)	0.68 (0.418)	3.83 (0.061)	4.58 (0.042)	0.66 (0.423)	0.18 (0.678)
2	3.48 (0.047)	6.09 (0.007)	6.56 (0.035)	4.84 (0.017)	3.41 (0.050)	0.39 (0.678)	2.20 (0.132)
3	2.45 (0.090)	3.97 (0.021)	6.50 (0.003)	6.48 (0.002)	2.44 (0.092)	0.30 (0.823)	2.38 (0.096)
4	2.66 (0.063)	3.04 (0.041)	6.10 (0.002)	5.58 (0.093)	1.83 (0.163)	0.49 (0.742)	1.45 (0.189)
5	3.05 (0.036)	6.47 (0.001)	4.36 (0.009)	4.03 (0.012)	1.24 (0.332)	0.65 (0.665)	1.21 (0.383)

3. tábla: A különböző magyarázóváltozók szignifikanciája a fogyasztásra

meztük. Az infláció nagyságát a fogyasztói árindex-szel (*fai*) közelítettük. A fentiek mellett megvizsgáltuk néhány, a gazdaság egészét, az elfogyasztható jószágok mennyiségét befolyásoló tényező (a bruttó hazai termék (*gdp*) és az import (*imp*)) fogyasztásra gyakorolt hatását is. Az oksági viszonyok feltárására ismét a Granger-Sargent-próba Wald-típusának lineáris restriktiók esetén alkalmazható F-próbáját használtuk. A 3. tábla a különböző hosszúsággal (*i*) készített magyarázó változókhoz tartozó paramétercsoportok együttes szignifikanciáját jellemző empirikus F-értékeket, és – zárójelben – ezek szignifikancia-értékeit tartalmazza.

Látható, hogy Hall vizsgálatával ellentétben, nem teljesült a nullhipotézis, ugyanis a tárgyidőszak fogyasztását mind a rendelkezésre álló jövedelmek, mind pedig a fogyasztó vagyoni helyzetét jellemző mutatók szignifikánsan befolyásolják. Nem találtunk azonban oksági összefüggést a GDP, illetve az importállomány és a fogyasztás között. A fogyasztói árszínvonal változása (infláció) is csak csekély mértékű hatást gyakorolt a fogyasztási szokásokra az elmúlt három évtizedben. A szignifikáns magyarázó hatással bíró változók modellbe vonásával a következő három fogyasztási modellt specifikálhattuk:

$$c_t = \beta_0 + \beta_1 c_{t-1} + \gamma_1 y_{t-1} + \gamma_2 y_{t-2} + \epsilon_t \quad (7)$$

$$c_t = \beta_0 + \beta_1 c_{t-1} + \gamma_1 sm_{t-1} + \gamma_2 sm_{t-2} + \epsilon_t \quad (8)$$

$$c_t = \beta_0 + \beta_1 c_{t-1} + \gamma_1 tbt_{t-1} + \gamma_2 tbt_{t-2} + \epsilon_t \quad (9)$$

A fenti modellek az életciklus és a permanens jövedelem hipotézis alapján készített modellek családjába tartoznak. Egyértelműen nem sorolhatók be egyik irányzatba sem, de rokoníthatók az egyes modell-típusokkal. Így pl. a (7) egyenlet a Friedman-Brown típusú, a (8) egyenlet a Houthakker-Taylor típusú, míg a (9) egyenlet az Ando-Modigliani típusú fogyasztási függvényekhez sorolható be. Ez a rokonság nem meglepő, hiszen Hall modellje a perma-

nens jövedelem és az életciklus elmélet általánosítása, racionális fogyasztói várakozások feltételezése mellett.

Elvégeztük az adott modellek verifikálását is, eredményeinket a Függelék (2.1–2.3 modell) tartalmazza. A modellek specifikációanalízise alapján azonban egyik függvényünk sem tekinthető minden szempontból megfelelőnek, így feltétlenül a Hall–hipotézis — legalábbis részleges — feladására és új modell specifikálására kényszerülünk.

A modellek elvetése azt jelenti, hogy a magyar fogyasztási javak piacán nem érvényesült az előretékintő racionális magatartás, amely a permanens jövedelemre alapozva hosszú távra meghatározná az optimális fogyasztási pályát. Ennek okait a következő részben kíséreljük meg feltárni, illetve olyan alternatív modellt felállítani, amely már nem kizárólagosan az előretékintő, racionális fogyasztói magatartás hipotézisére épül.

2.2 Az aktuális jövedelemre alapozott fogyasztás-elmélet

Az előző részben arra a konklúzióra jutottunk, hogy a fogyasztás alakulása a magyar gazdaságban nem magyarázható kielégítően a permanens jövedelemen alapuló, előretékintő magatartás alapján. Az elmúlt 30 esztendőben a hiány, majd később az infláció léte bizonyára erősen befolyásolta a fogyasztói magatartást, s ezért a hosszútávú, permanens jövedelemre alapozott fogyasztási pálya nem alakulhatott ki. A lakosság annyit fogyasztott, amennyit a hiányhelyzet lehetővé tett, illetve amennyit csak tudott, félve a jövőbeli áremelkedésektől. Ugyanakkor felvethető az is, hogy a hazai viszonyok között a pénzpiac igen fejletlen volt, tehát a jövedelmek kölcsönfelvétellel, hitelbeadással történő módosítása nehezen volt megvalósítható. Továbbá a jövedelmek is relatíve alacsonyok voltak a társadalom nagy részében, s ezen korlátok következtében a fogyasztók annyit költöttek, amennyit adott jövedelmük (rövidtávú költségvetési korlátuk) lehetővé tett. Ha a hiány a fogyasztási javak piacán nem volt globális, csak strukturális⁷, akkor ez a magatartás széleskörben érvényre juthatott. A kérdés csak az, hogy ez a típusú magatartás mennyire volt jellemző a magyar gazdaságban. Másként fogalmazva: a fogyasztók mekkora hányada tekinthető olyannak, aki mindig elkölti az aktuális jövedelmét. Ennek meghatározásához az előbbi alfejezetben használt modell egy módosított változatát használjuk⁸.

A fogyasztói magatartást leíró alapmodell megoldásának (3) elsőrendű feltételéből következik, hogy

⁷A fogyasztási javak piacának egyensúlyi helyzete az elmúlt években gyakran vitatott kérdés volt. A vitázók egyik fele azt állította, hogy a mind a globális, mind a strukturális hiány jellemző volt a magyar fogyasztási javak piacára, míg a másik fél amellett tette le a voksot, hogy globális hiány nem volt, csak strukturális. Ez utóbbi álláspontot képviselik a szerzők is, lásd a második rész vizsgálatait.

⁸A módosított modellt Campbell–Mankiw (1989) és (1991) alapján készítettük el.

$$Ec_{t+1} = c_t \quad (10)$$

ha feltesszük, hogy $r = \delta$ és a határhasznok lineárisak. Ez a racionális, előretekintő fogyasztói magatartás hipotézisének megfelelően azt jelenti, hogy a jövőbeli fogyasztás optimális becslésére a jelenbeli fogyasztás használható a legjobban. A fogyasztás változása ennek megfelelően:

$$\Delta c_t = \epsilon_t \quad (11)$$

ahol ϵ_t a racionális becslés hiba tényezője. E hipotézis alapján tehát a fogyasztás változásának előrebecslése meghatározatlan.

Tételezzük fel, hogy a gazdaságban λ azoknak az aránya, akik az adott aktuális jövedelmüket elfogyasztják, és $(1 - \lambda)$ azok aránya, akik a várható permanens (vagy életciklus) jövedelmük alapján döntenek a fogyasztásukról. Ha a két csoport jövedelme y_{1t} és y_{2t} , akkor az összes jövedelem $y_t = y_{1t} + y_{2t}$. Mivel az első csoport az összes jövedelem λ hányadát kapja, ezért $y_{1t} = \lambda y_t$ és $y_{2t} = (1 - \lambda)y_t$. Az első csoport egyénei elfogyasztják a teljes jövedelmüket, tehát $c_{1t} = y_{1t}$, amelyből következően $\Delta c_{1t} = \Delta y_{1t} = \lambda \Delta y_t$. A másik csoport esetében pedig az előzőek értelmében $\Delta c_{2t} = (1 - \lambda)\epsilon_t$. Az aggregált fogyasztás változására tehát felírhatjuk a következő egyenletet:

$$\Delta c_t = \Delta c_{1t} + \Delta c_{2t} = \lambda \Delta y_t + (1 - \lambda)\epsilon_t \quad (12)$$

A felírt egyenletből kitűnik, hogy a fogyasztás változása súlyozott átlaga az aktuális jövedelem változásának és a permanens jövedelem előre nem látható változásának. Ha $\lambda = 0$, akkor az egyenlet az előretekintő, permanens jövedelem hipotézisének felel meg. A $\lambda = 0$ tekinthető null hipotézisnek is, és az aktuális jövedelmet elfogyasztó magatartás jelenléte — amikor $\lambda > 0$ — pedig alternatív hipotézisnek. A következőkben tehát az a feladat, hogy teszteljük a null hipotézisünket, illetve megbecsüljük λ konkrét értékét, s ezzel konkrét információt nyerjünk a fogyasztói magatartás természetéről.

Az aktuális jövedelem hipotézis tesztelése során — Campbell és Mankiw tanulmányának alapján — a következő három modell paraméterbecslését végeztük el:

1. a hipotézis alapegyenletét megjelenítő λ -modell

$$\Delta c_t = \mu + \lambda \Delta y_t + \epsilon_t \quad (13)$$

2. módosított modell, melyben a jövedelemnövekményt egy elsőrendű mozgóátlag-folyamatból ($MA(1)$) származtatjuk

$$\Delta c_t = \mu + \lambda(\alpha \Delta y_t + (1 - \alpha)\Delta y_{t-1}) + \epsilon_t \quad (14)$$

Modell	μ	λ	α	R^2	SEE	D - W
λ -modell	33.69	0.937 (0.09)	—	0.829	406.1	2.59
λ -MA(1)	572.3	0.773 (0.21)	1.285 (0.51)	0.783	456.6	2.77

4. tábla: Az aktuális jövedelem hipotézisen alapuló modellek becslési eredményei

3. λ időbeni változását lineáris trenddel leíró modell

$$\Delta c_t = \mu + (\lambda_0 + \lambda_1 t)(\alpha \Delta y_t + (1 - \alpha) \Delta y_{t-1}) + \epsilon_t \quad (15)$$

A modellek elméleti származtatása során már világosan kitűnhetett, hogy az aktuális jövedelem hipotézist számszerűsítő ökonometriai modellek paraméterei nem becsülhetők a közönséges legkisebb négyzetek módszerével, mivel a hibatag nem szükségszerűen ortogonális a jövedelemnövekményre. A probléma megoldható az instrumentális változók módszerével, ahol a fogyasztás-, illetve jövedelemnövekmény késleltetett értékeit, valamint a megtakarítást választottuk instrumentális változóknak.

Az első két modell esetében a becslés legfontosabb célja λ paraméter meghatározása, ezáltal annak megmutatása, hogy a fogyasztók mekkora hányada hozza döntéseit az aktuális jövedelem hipotézis alapján. (Természetesen a fennmaradó rész $(1 - \lambda)$ fogyasztása a random walk elmélet alapján írható le!) Paraméterbecslésünk legfontosabb eredményeit a 4. tábla tartalmazza⁹.

A paraméterbecslés eredményei alapján megállapíthatjuk, hogy az elmúlt időszakban Magyarországon a fogyasztók nagy része (80–90 százalék) az aktuális jövedelem hipotézis alapján tervezte fogyasztását. Ez azt jelenti, hogy az előzetektől, racionális fogyasztói magatartás nem volt jellemző a magyar fogyasztók túlnyomó többségére. Csak a fogyasztók 10–20 százaléka volt abban a helyzetben, hogy a várható jövedelmei alapján alakítsa ki a hosszú távú fogyasztási pályáját; és a jövedelmei felhasználását e szerint transzformálja időben. Ennek a ténynek a magyarázata abban a — már említett — sajátosságban rejlik, hogy a szocialista gazdaságban a fogyasztók rendelkezésére álló jövedelem az alapvető fogyasztói igényekhez képest igen alacsony volt (a fejletlenségből és a magas közösségi fogyasztási részarányból következően), ami azt jelenti, hogy nem volt sem lehetséges, sem kívánatos a jelentős nagyságú lakossági diszkrecionális jövedelem, s így a jövedelmek időbeli átcsoportosítása széles rétegek számára nem is merülhetett fel reális

⁹A paraméterbecslésre vonatkozó további hipotézisek tesztelési eredményei a Függelékben (3.1–3.2 modell) olvashatók.

alternatívaként. Ugyancsak ennek a magatartásnak a kialakulását erősítette az, hogy a hatvanas–hetvenes évtizedben a tartós fogyasztási javak megszerzése erősen korlátozott volt, tehát nem volt erős motiváció a jelenbeli jövedelmek megtakarítására a jövőbeni elköltés céljából. Ugyanakkor viszont a megtakarítások számára sem volt megfelelő — könnyen mobilizálható és reálértékét megőrző — forma, így a szándékolt megtakarítások egy jelentős része is fogyasztásként (tartós javak felhalmozása, házépítés stb.), a jelenbeli jövedelem elköltéseként jelent meg.

Végezetül megvizsgáltuk azt a feltevést is, hogy változik-e a λ -modell által meghatározott fogyasztói részarány időben. Az ennek tesztelésére becsült modell:

$$\Delta c_t = 116.7 + \begin{pmatrix} 0.7764 & +0.0032t \\ (0.176) & (0.008) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.98\Delta y_t & +(1-0.98)\Delta y_{t-1} \\ (0.101) \end{pmatrix} + \epsilon_t$$

Látható, hogy λ_1 paraméter nem különbözik szignifikánsan 0-tól, így nullhipotézisünk — miszerint λ időben nem változik — elfogadhatónak bizonyult.

Eredményeinket összevetve Campbell–Mankiw vizsgálatával, melyet a hét legfejlettebb ipari állam adatbázisán végeztek, elmondhatjuk, hogy ez az igen magas részarány jóval meghaladja az ezekben a gazdaságokban meglévő arányokat (kivéve Franciaországot). Az aktuális jövedelem elköltésének szabálya ott jellemző, ahol a háztartások likviditáskorlátosak, vagyis költségeiket rövidtávon is a rendelkezésre álló jövedelmük határozza meg. A fejlett országokban ott magas az aktuális jövedelemre alapozott fogyasztói magatartás részaránya, ahol a pénzpiac, a lakossági és a fogyasztási hitelrendszer viszonylag fejletlen. Az USA-ban, ahol eléggé fejlett a fogyasztási hitelrendszer, a likviditási korláttal rendelkező háztartások részaránya a keresztmetszeti panelvizsgálatok és a statisztikai becslések szerint mintegy 30–50 százalék.¹⁰ Franciaországban viszont, ahol ehhez képest fejletlenebb a pénzpiac, ez az arány jóval magasabb: 50–80 százalék körül van. A mi becslési eredményünk, a 80 százalék körüli arány jól illeszkedik a nemzetközi eredményekhez és arra utal, hogy nálunk igen kezdetleges volt a pénzpiac és a fogyasztási hitelrendszer.

3. Disequilibrium modellek a fogyasztási javak piacára

3.1 Az alapmodell

Az előző rész egyensúlyi modellekre alapozott statisztikai elemzése után most disequilibrium ökonometriai modellek segítségével próbálunk meg következtetéseket levonni a fogyasztás és a fogyasztásijavak piacának egyensúlyi viszonyaira vonatkozóan. A disequilibrium ökonometriai modellek lehetőségét

¹⁰Lásd Hall – Taylor (1988) és Campbell – Mankiw (1991)

nyújtanak arra, hogy mind az egyensúlyi, mind a krónikus hiány hipotézist empirikusan teszteljük. Választásunk tehát ezért esett erre a modell-családra.

A klasszikus disequilibrium ökonometriai modell három egyenletből, keresleti, kínálati egyenletből és minimum feltételből áll.

$$D_t = \alpha'_1 X_{1t} + u_{1t} \quad (16)$$

$$S_t = \alpha'_2 X_{2t} + u_{2t} \quad (17)$$

$$Q_t = \min(D_t, S_t) \quad (18)$$

ahol X_{1t} , X_{2t} a keresleti és a kínálati függvény egzogén változóit, α_1 , α_2 pedig a hozzájuk tartozó paramétervektorokat jelöli. Az u_{1t} , u_{2t} reziduális változók várható értéke 0 és kovariancia mátrixa Σ . A szokásoknak megfelelően feltesszük, hogy u_{1t} , u_{2t} eloszlása normális és időben független egymástól. A D_t kereslet és az S_t kínálat közvetlenül nem megfigyelhető látens változók; csak a Q_t tranzakciókra vonatkozóan rendelkezünk statisztikai megfigyelésekkel. A (18) minimum-feltétel kifejezi az önkéntes csere elvét: a gazdasági szereplőket nem lehet arra kényszeríteni, hogy többet vásároljanak vagy adjanak el, mint amennyit szándékoltak.

Az (16)–(18) modell nem becsülhető olyan egyszerű eljárásokkal, mint pl. a legkisebb négyzetek módszere. A nehézség forrása az, hogy nem tudjuk pontosan meghatározni, egy adott időszakban a kereslet vagy a kínálat van-e a rövidebb oldalon és ennek megfelelően a tranzakciós mennyiséget a keresleti vagy a kínálati függvény becsülésére használhatjuk-e. Éppen ezért a becsüléshez a maximum likelihood (ML) módszert kell alkalmazni. Az ehhez szükséges likelihood függvény a D_t , S_t nem-megfigyelhető véletlen változók együttes valószínűségeloszlásának sűrűségfüggvényéből nyerhető¹¹.

A fogyasztási javak aggregált piacán megjelenő egyensúlytalansági viszonyok becsüléséhez először specifikálni kell az X_{1t} , X_{2t} vektorokat, a keresleti és a kínálati függvény változóit. Vegyük először a keresleti oldalt. A keresleti függvény meghatározásához az előző részben, az egyensúlyi modelleknél legmegfelelőbbnek bizonyult összefüggésből indultunk ki. Az aktuális jövedelem elméletre alapozott összefüggés alapján a következő konkrét formát definiáltuk:

$$D_t = \alpha_{10} + \alpha_{11}c_{t-1} + \alpha_{12}\Delta y_t + u_{1t} \quad (19)$$

Kínálati oldalon a nemzeti jövedelem alapazonosságából indultunk ki. Feltételezésünk szerint a fogyasztás szorosan együtt mozog a nemzeti jövedelemmel, időben viszonylag stabil hányadát képezi. A nemzeti jövedelem alternatív felhasználási elemei (beruházás, kormányzati kiadások, export)

¹¹A likelihood függvény származtatása megtalálható Maddala–Nelson (1974), Fair–Jaffee (1972) munkáiban. A mélyebben érdeklődő olvasónak Quandt (1988) összefoglaló munkáját ajánlhatjuk.

paraméterek	Induló értékek		ML becslés	
α_{10}	134.07	(0.5216)	960.10	(1.6848)
α_{11}	0.9993	(130.4518)	0.9211	(60.8539)
α_{12}	0.8187	(11.7482)	0.8315	(12.6038)
R^2	0.9982			
D.-W.	2.8527			
σ_1^2	366.09		289.49	(4.8744)
α_{20}	744.26	(1.2611)	-1540.41	(- 2.8348)
α_{21}	0.3774	(15.9551)	0.4875	(14.1667)
α_{22}	0.3099	(7.0881)	0.1340	(2.3582)
R^2	0.9933			
D.-W.	1.0204			
σ_2^2	723.15		134.75	(1.2300)
$\log L$			-200.83	

5. tábla: A disequilibrium fogyasztási modell becslésének eredményei

nem befolyásolják, nem szorítják ki a fogyasztást. Mindezentúl a külső forrás bevonása, az import is lényeges szerepet játszik a fogyasztási javak kínálatának alakulásában. Ennek alapján a fogyasztási javak kínálati függvényét a következőképpen specifikálhatjuk:

$$S_t = \alpha_{20} + \alpha_{21}gdp_t + \alpha_{22}imp_t + u_{2t} \quad (20)$$

ahol gdp a bruttó hazai termék, imp az import reálnagyságát jelöli. A tranzakciós egyenletünk most

$$c_t = \min(D_t, S_t) \quad (21)$$

ahol c továbbra is a háztartások által megvásárolt árukat és szolgáltatásokat (beleértve a tartós javakat és a lakásberuházásokat) jelöli. Az (19)–(21) modell minden nehézség nélkül becsülhető a maximum likelihood módszerrel.

A becslés eredményei

A becslési eredményeket az 5. tábla tartalmazza. A paraméterbecslés eredményeiről összességében elmondható, hogy közgazdaságilag értelmezhető paraméterértékek adódtak¹².

A keresleti és kínálati paraméterek becslésén túl a fogyasztási piac egyensúlyi-egyensúlytalansági viszonyainak elemzését is elvégezhethjük. Az egyen-

¹²Meg kell említeni, hogy sem ennél, sem a későbbi becsléseknél nem történt strukturális törés-vizsgálat. A strukturális törés-vizsgálat hiányában továbbra is csak hipotézisként tarthatjuk fenn azt a véleményünket, hogy az adott 1960–89-es időszak az egyensúlytalansági viszonyok szempontjából homogén volt.

súlyi helyzetre vonatkozó hipotézisünket a $Pr(S_t < D_t)$ valószínűségek tesztelésével ellenőrizhetjük. Ehhez a Kolmogorov-Szmirnov próbát használtuk. A próba kritikus értéke 5%-os szignifikancia szinten 0.24, amely kisebb, mint a $D(x)$ értékek maximuma 0.18, következésképpen *vissza kell utasítanunk az egyensúlyra vonatkozó nullhipotézisünket*. Nem jelenti viszont ez azt, hogy *a krónikus hiány hipotézisét fenntartások nélkül el kellene fogadnunk*. A túlkereslet becsült valószínűségei nem támasztják alá a krónikus hiány, a majdnem végtelen kereslet téziséét. A túlkereslet valószínűségei igen eltérőek időszakról-időszakra. Alacsony és magas túlkeresletű időszakok egyaránt előfordulnak az időszak során. A becsült valószínűségekből megállapítható, hogy a túlkereslet nagyságának változása többé-kevésbé együttmozog az általános gazdaságpolitika változásával. Az élénkítés időszakaiban a túlkereslet valószínűsége általában magasabb, mint a visszafogás időszakaiban. Ebből arra következtethetünk, hogy *a gazdaságpolitika eszközeivel képes befolyásolni a fogyasztási javak keresletét és kínálatát*. Az általános élénkítés időszakaiban a fogyasztási javak kereslete gyorsabban nő, mint a kínálat, visszafogáskor viszont a kereslet jobban csökken, mint a kínálat és így enyhül a kereslet-többlet.

3.2 Várakozások a fogyasztási javak piacán

Az előzőekben azt vizsgáltuk meg, hogy milyen immanens tényezőktől függ a fogyasztási javak kereslete és kínálat. Nem-egyensúlyi viszonyok között azonban — ahogy ezt a vonatkozó szakirodalom hangsúlyozza — a más piacok egyensúlytalanságai és a saját piacokon fellépő korlátok módosíthatják az eredeti keresletet és kínálatot. A továbbiakban csak ez utóbbi módosító hatásokkal foglalkozunk.

Ha egy adott piacon tartósan egyensúlytalanság van, akkor szükségszerűen lépnek fel különböző típusú elosztási (adagolási) sémák. Ilyen elosztási sémák léte megváltoztathatja a kezdeti keresletet és kínálatot, különösen akkor, ha ezek a sémák valamilyen módon figyelembe veszik a kiinduló keresletet és kínálatot. Ugyancsak módosíthatja a piaci szereplők kezdeti szándékait, ha a piacon keresleti vagy kínálati korlátokkal kell szembenéznük. Ezek a korlátok természetesen soha nem láthatók előre pontosan. Ha előreláthatók lennének és a szándékolt tranzakciók alkalmazkodnának hozzá, akkor soha nem fordulhatna elő túlkereslet vagy túlkínálat. A gazdasági szereplők csak a múltbeli tapasztalataikra alapozva alakíthatnak ki bizonyos várakozásokat ezekre a korlátokra vonatkozóan, és aztán ezen várakozásoknak megfelelően módosíthatják tranzakációs igényeiket.

A továbbiakban az elosztási sémákból származó módosító hatásokat nem vizsgáljuk, csak az egyensúlytalansági várakozások befolyásoló szerepét tekintjük át. Még tovább konkretizálva a témát, csak a keresleti oldalt és a fogyasztói várakozások hatását kíséreljük meg bemutatni. A fogyasztási javak

piacán meglévő egyensúlytalanság többféle várakozást indukálhat, és ebből következően különféle hatásokat fejthet ki a kezdeti keresletekre. Kétféle fogyasztói magatartást veszünk vizsgálat alá ebből a szempontból.

1. Az **elbátortalanított fogyasztó**¹³. Ez a magatartási mód azt fogalmazza meg, hogy a fogyasztók a várható kereslettöbblet-növekedésre keresletük csökkentésével válaszolnak, mert úgy vélik, hogy nincs esélyük a keresletük kielégítésére, és fordítva: ha a várható kereslettöbblet csökken, akkor növelik keresletüket. Ez a viselkedésmód valószínűleg azon a megfontoláson alapul, hogy az adott javak megszerzése nem elengedhetetlenül fontos, és más alternatív vásárlások is rendelkezésre állnak.
2. A **hiány-szindróma**¹⁴. Ez a magatartásmód azon alapszik, hogy a fogyasztók kezdeti keresletüket akkor növelik, ha erősödő hiányokra számítanak, s többletvásárlásokkal akarnak ez ellen védekezni. Ha tehát a kereslettöbblet meghaladja a megszokott (várt) szintet, akkor az eredeti keresleteiket megnövelik, és fordítva.

A fenti két magatartás további elemzéséhez szükség van annak rögzítésére, hogy a múltbeli tapasztalatokból, hogyan alakulnak a jelenre vonatkozó várakozások. A leggyakrabban használt két várakozási típust vettünk figyelembe: az *adaptív* és a *racionális* várakozást. Az adaptív várakozás abból a feltételezésből indul ki, hogy a gazdasági szereplők a korábbi időszakok rendelkezésre álló információi alapján alakítják ki a jelenre vonatkozó várakozásaikat és az újabb információk alapján folyamatosan módosítják azokat. A racionális várakozás nemcsak a múltbeli információkból származtatja a jelenre vonatkozó várakozásokat, hanem az adott időpontban rendelkezésre álló összes információ feldolgozásából. Pontosabban fogalmazva ez azt jelenti, hogy egy gazdasági eseményre vonatkozó racionális várakozás nem más, mint az eseményre vonatkozó matematikai várható érték, amelyet a gazdaság szerkezetét leíró modelltől származtattunk.

Ezt a kétféle várakozást kombinálva az előbbi kétféle magatartással, négy modellt fogalmazhatunk meg:

1. **Modell:** *Elbátortalanított fogyasztó, adaptív várakozásokkal.*
2. **Modell:** *Elbátortalanított fogyasztó, racionális várakozásokkal.*
3. **Modell:** *Hiány-szindróma, adaptív várakozásokkal.*
4. **Modell:** *Hiány-szindróma, racionális várakozásokkal.*

¹³Az elbátortalanított fogyasztó tükörfogalmát, az "elbátortalanított munkavállaló" kategóriáját lásd bővebben Quandt-Rosen (1988) munkájában.

¹⁴Lásd pl. Kornai (1980).

Nézzük most ezt a négy modellt (az egyszerűség kedvéért az előző részben használt általános jelölést használjuk és nem a későbbiek konkrét modell-specifikációját).

1. Modell

Az elbátortalanított fogyasztó esetében azt feltételezzük, hogy a kiinduló keresletet a várt kereslettöbblet negatívan befolyásolja:

$$D_t = \bar{D}_t + \gamma ED_t^* + u_{1t} \quad (22)$$

ahol \bar{D}_t a fogalmi kereslet ($= \alpha'_1 X_{1t}$), ED_t^* a várt kereslettöbblet ($ED_t = D_t - S_t$), γ a módosító paraméter, amelyről feltételezzük az elmélet szerint, hogy $\gamma < 0$. Az adaptív várakozások értelmében a várt kereslettöbblet

$$ED_t^* = \theta ED_{t-1} + (1 - \theta) ED_{t-1}^* \quad (23)$$

ahol a θ paraméter ($0 \leq \theta \leq 1$) azt határozza meg, hogy a jelenlegi várakozások alakulásában mekkora szerepet játszanak a legutóbbi időszakra vonatkozó ismeretek, illetve a korábbi időszakokra vonatkozó várakozások.

Írjuk most fel a (22) egyenletet a $t - 1$ időszakra és ennek $(1 - \theta)$ -szorosát vonjuk ki az eredeti egyenletből. Ekkor azt kapjuk, hogy

$$D_t - (1 - \theta)D_{t-1} = \bar{D}_t - (1 - \theta)\bar{D}_{t-1} + \gamma ED_t^* - (1 - \theta)\gamma ED_{t-1}^* + u_{1t} - (1 - \theta)u_{1t-1}$$

Ebből az egyenletből a várt kereslettöbblet kiküszöbölhető a (23) felhasználásával.

$$D_t - (1 - \theta)D_{t-1} = \bar{D}_t - (1 - \theta)\bar{D}_{t-1} + \gamma ED_{t-1} + u_{1t} - (1 - \theta)u_{1t-1}$$

Ez alapján most már újrafogalmazhatjuk a kiinduló klasszikus disequilibrium modellünket:

$$D_t = (1 - \theta)D_{t-1} + \alpha'_1 X_{1t} - (1 - \theta)\alpha'_1 X_{1t-1} + \gamma\theta(D_{t-1} - S_{t-1}) + u_{1t} - (1 - \theta)u_{1t-1} \quad (24)$$

$$S_t = \alpha'_2 X_{2t} + u_{2t} \quad (25)$$

$$Q_t = \min(D_t, S_t) \quad (26)$$

2. Modell

Most is a (22) egyenletből indulunk ki, de a (23) helyett most a racionális várakozásoknak megfelelően kell definiálni a várt kereslettöbbletet:

$$ED_t^* = E(D_t - S_t) \quad (27)$$

ahol az E operátor a változó várható értékét jelöli. A (27) összefüggés értelmében a várt kereslettöbblet egyenlő az egész modellből levezetett kereslettöbblet matematikai várható értékével. A keresleti egyenletünkbe ezt beírva

$$D_t = \bar{D}_t + \gamma E(D_t - S_t) + u_{1t} \quad (28)$$

Ebből a keresleti egyenletből és a változatlan kínálati egyenletből meghatározhatjuk a kereslettöbbletet és annak várható értékét:

$$D_t - S_t = \bar{D}_t - \bar{S}_t + \gamma E(D_t - S_t) + u_{1t} - u_{2t}$$

$$E(D_t - S_t) = \bar{D}_t - \bar{S}_t + \gamma [E(D_t - S_t)]$$

$$E(D_t - S_t) = \frac{1}{1 - \gamma} [\bar{D}_t - \bar{S}_t]$$

$$E(D_t - S_t) \simeq \frac{1}{1 - \gamma} [\bar{D}_{t-1} - \bar{S}_{t-1}]$$

Gyakorlati becslési szempontok miatt a $\bar{D}_t - \bar{S}_t$ különbséget az eggyel késleltetett értékekkel helyettesítettük. Ez utóbbi összefüggést visszairva a (28) keresleti egyenletbe, a disequilibrium modellünk a következő formát ölti:

$$D_t = \alpha'_1 X_{1t} + \frac{\gamma}{1 - \gamma} [\alpha'_1 X_{1t-1} - \alpha'_2 X_{2t-1}] + u_{1t} \quad (29)$$

$$S_t = \alpha'_2 X_{2t} + u_{2t} \quad (30)$$

$$Q_t = \min(D_t, S_t) \quad (31)$$

Ez a helyettesítés természetesen azt eredményezi, hogy a modell várhatóan autokorrelált lesz, azonban az autokorrelációs együttható könnyen becsülhető. A likelihood függvénybe ρ helyébe a becsült autokorrelációs együtthatót írva a paraméterbecslés torzítatlanná tehető. Így a (29–31) modell minden különösebb nehézség nélkül becsülhető az ML módszerrel.

3. Modell

A hiány-szindrómának megfelelően most nem önmagában a várt kereslettöbbletnek van módosító hatása, hanem a várt és a tényleges kereslettöbblet különbségének:

$$D_t = \bar{D}_t + \gamma(ED_t - ED_t^*) + u_{1t} \quad (32)$$

ahol $\gamma > 0$ feltételezéssel élünk a hiányelmélet értelmében. A várt kereslettöbblet meghatározására most is a (23)-at használjuk, mert adaptív várakozásokat tételezünk fel. Az 1. modellnél alkalmazottakhoz hasonló átalakításokkal a (32) és a (23) a következő formába írható át:

$$D_t = (1 - \theta)D_{t-1} + \alpha'_1 X_{1t} - (1 - \theta)\alpha'_1 X_{1t-1} + (1 - \theta)\gamma(ED_t - ED_{t-1}) + u_{1t} - (1 - \theta)u_{1t-1} \quad (33)$$

A (33) keresleti egyenletet kiegészítve a (24) kínálati és a (25) tranzakciós egyenlettel megkapjuk a hiány-szindróma, adaptív várakozások melletti disz-equilibrium modelljét. A (33) egyenlet nagyon hasonlít a (23)-hoz, s így az 1. modellnél alkalmazott likelihood függvény könnyen átalakítható ennek a modellnek az ML becslésére.

4. Modell

Újból a (32) egyenletből indulunk ki, de most a (23) adaptív várakozások helyett a (27) racionális várakozások összefüggését használjuk. A (32) keresleti, a (25) kínálati és a (27) összefüggésekből a 2. modellnél használt átalakítások segítségével származtathatjuk a várható kereslettöbbletet:

$$E(D_t - S_t) = \tilde{D}_t - \tilde{S}_t$$

$$E(D_t - S_t) \simeq \tilde{D}_{t-1} - \tilde{S}_{t-1}$$

Visszaírva ezt a (32) keresleti egyenletbe

$$D_t = \frac{1}{1-\gamma} \alpha'_1 X_{1t} - \frac{\gamma}{1-\gamma} [\alpha'_2 X_{2t} + \alpha'_1 X_{1t-1} - \alpha'_2 X_{2t-1}] + u_{1t} \quad (34)$$

A 4. modell három egyenletét tehát a (34) keresleti, a (25) kínálati és a (26) tranzakciós egyenlet alkotja. Ez a modell – a 2. modellhez hasonlóan – minden nehézség nélkül becsülhető az ML eljárással.

A becslés eredményei

Az 1.–4. modellek becslését az ML módszerrel végeztük, a RATS programcsomag segítségével. A becslések eredményeit a 6. és 7. tábla tartalmazza.

A paraméterek előjele az elmélet alapján előzetesen várt irány szerint alakult. A paraméterek becsült értékei általában a közgazdaságilag elfogadható értékek körül adódtak. Érdekes megemlíteni, hogy γ értéke egy kivétellel mindenütt negatív volt. A negatív γ értékek a 3. és a 4. modellben azt jelzik, hogy a hiány-elmélet a priori feltételezés (t.i. $\gamma > 0$) nem igazolódott be. Az 1. modell becslési eredménye megfelel az elbátortalanított fogyasztó hipotézisnek, ugyanakkor viszont γ a 2. modellben pozitív, tehát nem igazolja vissza az elméleti feltételezést, igaz ez nem tekinthető szignifikánsnak. A becsült γ értékeinek összevetéséből kiderül, hogy ezek jobban függenek a várakozások jellegétől, mint a feltételezett fogyasztói magatartásuktól. Jól látható, hogy γ abszolút értéke sokkal nagyobb az adaptív, mint a racionális várakozások feltételezése esetén. Ez a sajátosság pedig arra figyelmeztet, hogy az elbátortalanított fogyasztó hipotézis érvényességét se tekintjük maradéktalanul igazoltnak.

paraméterek	1. Modell		2. Modell	
α_{10}	1387.23	(5.4657)	607.15	(0.452)
α_{11}	0.9010	(123.55)	0.9474	(21.17)
α_{12}	0.8118	(10.55)	0.6804	(4.138)
σ_1^2	212.02	(2.983)	168.09	(3.564)
α_{20}	-222.28	(-1.252)	6682.7	(0.882)
α_{21}	0.3800	(55.74)	0.292	(1.524)
α_{22}	0.4023	(28.50)	0.2848	(1.626)
σ_2^2	66.33	(2.441)	153.5	(1.330)
γ	-0.1784	(-2.752)	0.0083	(0.04)
θ	0.8917	(1.589)		
$\log L$		-182.79		-115.59

6. tábla: Az 1. és a 2. modell becslési eredményei

paraméterek	3. Modell		4. Modell	
α_{10}	-5488.4	(-0.136)	938.1	(3.8580)
α_{11}	0.9903	(2.464)	0.9268	(172.5)
α_{12}	0.7926	(1.6001)	0.6914	(3.0778)
σ_1^2	341.2	(0.7068)	185.5	(4.9739)
α_{20}	776.4	(0.3505)	8174.1	(0.1353)
α_{21}	0.3771	(5.9490)	0.2538	(0.4663)
α_{22}	0.3104	(3.4635)	0.4039	(0.5813)
σ_2^2	682.4	(2.0148)	611.9	(1.3311)
γ	-0.4900	(-1.3860)	-0.1116	(-0.3645)
θ	0.4899	(2.0758)		
$\log L$		-201.05		-193.05

7. tábla: A 3. és a 4. modell becslésének eredményei

Összehasonlítva a különböző típusú várakozásokat azt állapíthatjuk meg, hogy mind az adaptív, mind a racionális várakozások elfogadható becslési eredményeket produkáltak. Mindazonáltal az adaptív várakozások melletti modellek az elmélet szempontjából kielégítőbb eredményeket adtak. Ebből a tényből arra kellene következtetnünk, hogy az adaptív várakozások sokkal inkább jellemzőek a fogyasztói magatartásra, mint a racionális várakozások. Ez a konklúzió egybecseng az egyensúlyi vizsgálatoknál tett megállapításunkkal, és nem-egyensúlyi viszonyok között is megerősíti azt. Fel kell azonban hívni a figyelmet arra, hogy a fogyasztói viselkedést jellemző paraméterértékek mellett a modellek többi paraméterértékére adott becsléseknél nem látszik nagy különbség az adaptív várakozások javára, s így csak egy gyenge megerősítésről beszélhetünk.

A négy modellből egyértelműen a legszignifikánsabb becslési eredményeket az adaptív várakozások melletti elbátortalanított fogyasztói magatartásra alapozott modell adta. Annak oka, hogy miért az elbátortalanított fogyasztói magatartás volt a releváns, szemben a hiányszindrómával, az lehet, hogy a magyar fogyasztási javak piacán valószínűleg a kereslettúlsúly volt az uralkodó viszony a vizsgált időszakban, de ez a kereslettúlsúly sohasem volt olyan nagy, nértékű, hogy hiány-szindróma típusú viselkedést és várakozásokat generált volna. A magyar fogyasztóknak nem kellett számítaniuk a fogyasztási piac összeomlására, egy bizonyos szintű kínálatra mindig számíhattak, még akkor is, ha bizonyos területeken rövidebb vagy hosszabb ideig elégtelen kereslet volt. Ezért a kereslettöbbletre úgy reagáltak, hogy a vásárlásaikat elhalasztották egy későbbi időszakra, amikor nagyobb valószínűséggel tudják igényeiket kielégíteni.

Annak a magyarázata pedig, hogy az adaptív várakozások miért voltak jellemzőbbek a racionális várakozásokkal szemben, az lehet, hogy a lakosság számára sohasem állt rendelkezésre még ex post sem a kereslettöbblet nagysága, tehát nem volt elég információjuk a várható kereslettöbblet meghatározására. Nem készültek szakértői és statisztikai becslések a várható kereslettöbbletre vonatkozóan (sőt az általános gazdasági helyzetre vonatkozóan sem), amit felhasználhattak volna racionális várakozásaik kialakítására. Mindemellett a kormányzat gazdaságpolitikája nem előre rögzített szabályok szerint, hanem a rögtönzött aktivista beavatkozások alapján alakult, tervezett akcióit szinte sohasem jelentette be előre, és a 80-as évek végéig általában nem engedte kiszivárogni. Ilyen körülmények között hiányzott az az információs bázis, amelyre alapozva a racionális várakozások kialakulhattak volna. Ennek hiányában a lakosság csak a múltbeli tapasztalatait értékelhette, és ebből építhette fel és módosíthatta a várakozásait.

4. Összegzés

A magyar fogyasztási piac és fogyasztói magatartásra vonatkozó vizsgálataink alapján az állapítható meg, hogy a racionális várakozáson alapuló, előretekinthető fogyasztói magatartás nem volt jellemző a háztartásokra. Sokkal inkább érvényes volt az a "hüvelykujj-szabály", hogy a háztartások annyit fogyasztanak, amennyit az adott időszaki jövedelmük lehetővé tesz. Becslésünk szerint ez utóbbi magatartás a háztartások túlnyomó többségére, mintegy 80–90 százalékra vonatkoztatható. Eredményünk egybevág azzal az empirikus ténnyel, hogy a vizsgált időszakban igen alacsony volt (összehasonlítva a fejlett országokkal) a pénzbeli megtakarítás. Természetesen az egész harminc éves időszak nem tekinthető homogénnek ebből a szempontból: az utóbbi években — ahogy bővül a megtakarítási lehetőségek köre — egyre növekszik a pénzmegtakarítás részaránya. A jövőre vonatkozóan tehát nem vetíthetjük mechanikusan előre becslési eredményeinket.

A nem-egyensúlyi vizsgálatok új betekintést nyújtottak a fogyasztási piac és a fogyasztói magatartás vizsgálatába. Eredményeink nem igazolták a széles körben elfogadott krónikus kereslettúlsúly és a hiánypszychózis téziséit. A magyar fogyasztási javak piacán a vizsgált időszakban kismértékű kereslettöbblet volt, amely azonban időben erősen ingadozott az alkalmazott általános stop-go típusú gazdaságpolitikának megfelelően. A hiány nagysága nem volt olyan mértékű, hogy hiányszindróma típusú fogyasztói magatartást generáljon. A releváns információk hozzáférhetőségének erős korlátozottsága és a gazdaságpolitika rögtönzései miatt a várakozások nem racionális, hanem adaptív módon, a felhalmozott fogyasztói tapasztalatok alapján képződtek.

Végezetül felmerül a kérdés, hogy mi a haszna ennek a vizsgálatnak, amely az 1960–89-es időszakra, a szocialista tervgazdasági rendszerre vonatkozik, hiszen az 1990-es rendszerváltás után ez a gazdasági rendszer az összes jellemzőjével megszűnt. Először is az alkalmazott vizsgálati módszerek és elméletek eredetileg a fejlett piacgazdaságokra lettek kidolgozva, mi csak a magyar viszonyokra adaptáltuk őket. Az, hogy ezek a módszerek eredményesen alkalmazhatók, azt jelzik, hogy a különböző gazdasági rendszerek nem minden esetben igényelnek eltérő vizsgálati eszközöket és módszereket. Meggyőződésünk, hogy ugyanezek a módszerek, vagy ezek továbbfejlesztett változatai alkalmazhatók lesznek a rendszerváltás utáni időszak fogyasztási viszonyainak elemzésére is. Másodszor: az új rendszer nem a semmiből keletkezik, hanem a régi átalakulásával, nem lehet „tabula rasa”-t csinálni. Az örökölt gazdasági struktúra, az intézmények, a kialakult magatartási szabályok az új rendszerben is éreztetik a hatásukat, és rányomják bélyegüket az átalakulás konkrét menetére. Harmadszor: a korábbi rendszer alapos diagnózisa bázisul szolgálhat a későbbi összehasonlításra, a rendszerváltás módosító hatásainak pontos kimutatására. Lehetőseget ad annak megragadására, hogy hogyan és

mikor történt meg a váltás, egyáltalán megtörtént-e a váltás, és a rendszer-váltás hatására hogyan módosulnak az alapvető trendek.

5. Függelék

A Magyarországra vonatkozó random walk modellek specifikáció-analízise

1.1 modell:

$$c_t^{-1/\sigma} = \beta_1 c_{t-1}^{-1/\sigma} + \epsilon_t \quad \sigma = 1.0$$

1.2 modell:

$$c_t^{-1/\sigma} = \beta_1 c_{t-1}^{-1/\sigma} + \epsilon_t \quad \sigma = 0.2$$

1.3 modell:

$$c_t = \beta_0 + \beta_1 c_{t-1} + \epsilon_t$$

A kibővített modellvariánsok specifikációanalízise

2.1 modell:

$$c_t = \beta_0 + \beta_1 c_{t-1} + \gamma_1 y_{t-1} + \gamma_2 y_{t-2} + \epsilon_t$$

2.2 modell:

$$c_t = \beta_0 + \beta_1 c_{t-1} + \gamma_1 sm_{t-1} + \gamma_2 sm_{t-2} + \epsilon_t$$

2.3 modell:

$$c_t = \beta_0 + \beta_1 c_{t-1} + \gamma_1 tbet_{t-1} + \gamma_2 tbet_{t-2} + \epsilon_t$$

Az aktuális jövedelem hipotézis modelljeinek specifikációanalízise

3.1 modell:

$$\Delta c_t = \mu + \lambda \Delta y_t + \epsilon_t$$

3.2 modell:

$$\Delta c_t = \mu + \lambda(\alpha \Delta y_t + (1 - \alpha) \Delta y_{t-1}) + \epsilon_t$$

Mutató/Próba	1.1 modell	1.2 modell	1.3 modell
SEE	0.0001	0.0037	868.82
MAPE	2.3257	11.2640	2.1373
R^2	0.9947	0.9908	0.9904
F-próba	5255.78 (0.0000)	1373.69 (0.0000)	2876.23 (0.0000)
D-W d	0.9676	1.1954	1.5689
RESET y^2	27.5812 (0.0000)	27.3570 (0.0000)	17.0791 (0.0003)
RESET y^3	13.2644 (0.0001)	28.7253 (0.0000)	8.5181 (0.0015)
RESET y^4	9.0062 (0.0004)	41.0795 (0.0000)	6.1499 (0.0030)
Autokorr. Q	35.0850 (0.0014)	6.0954 (0.9640)	11.3419 (0.6593)
LM1	12.2426 (0.0005)	13.5813 (0.0002)	1.2811 (0.2577)
LM5	18.0958 (0.0028)	23.5857 (0.0003)	6.5325 (0.2494)
Durbin-h	2.7805 (0.0054)	2.1718 (0.0299)	1.1663 (0.2435)
Heteroszk. G-Q	0.5955 (0.8091)	0.0009 (0.9999)	7.1223 (0.0014)
White	0.0130 (0.9092)	1.7343 (0.4201)	5.4172 (0.0666)
Normalitás LM	8.9171 (0.0116)	64.8538 (0.0000)	9.8602 (0.0072)

8. tábla: A random walk modellek teszteredményei

Mutató/Próba	2.1 modell	2.2 modell	2.3 modell
SEE	787.35	728.23	718.98
MAPE	1.6341	2.1231	1.6338
R^2	0.9915	0.9927	0.9929
F-próba	1051.24 (0.0000)	1230.21 (0.0000)	1262.26 (0.0000)
D-W d	1.9679	1.5440	2.2174
RESET y^2	13.2240 (0.0014)	13.7040 (0.0012)	16.1697 (0.0005)
RESET y^3	7.7918 (0.0028)	6.7586 (0.0052)	8.7614 (0.0016)
RESET y^4	5.3860 (0.0066)	4.3118 (0.0161)	8.9639 (0.0005)
Autokorr. Q	8.0642 (0.8859)	19.1031 (0.1610)	9.9383 (0.7667)
LM1	0.6118 (0.4341)	1.4227 (0.2330)	0.9172 (0.3382)
LM5	12.7026 (0.0263)	10.4569 (0.0633)	9.7621 (0.0823)
Heteroszk. G-Q	3.8911 (0.0278)	3.7310 (0.0315)	1.9935 (0.1594)
White	10.9999 (0.0884)	22.0764 (0.0012)	15.6561 (0.0157)
Normalitás LM	65.0924 (0.0000)	11.6556 (0.0029)	6.6576 (0.0358)

9. tábla: A kibővített modellek teszteredményei

Mutató/Próba	3.1 modell	3.2 modell
SEE	406.14	456.66
MAPE	13.570	6.9303
R^2	0.8291	0.7840
F-próba	112.60 (0.0000)	40.70 (0.0000)
D-W d	2.5906	2.7711
RESET y^2	4.3897 (0.0485)	3.4437 (0.0783)
RESET y^3	3.9314 (0.0363)	2.5335 (0.1058)
RESET y^4	2.5008 (0.0904)	3.5264 (0.0361)
Autokorr. Q	23.8742 (0.0211)	15.9263 (0.1946)
LM1	9.9579 (0.0016)	1.1002 (0.2942)
LM5	11.3956 (0.0441)	7.6950 (0.1739)
Heteroszk. G-Q	5.5159 (0.0090)	20.1278 (0.0002)
White	2.5229 (0.2832)	7.5653 (0.1819)
Normalitás LM	9.6965 (0.0078)	7.0629 (0.0293)

10. tábla: Az aktuális jövedelem hipotézis modelljeinek teszteredményei

A táblákban SEE a becslés standard hibáját; MAPE az átlagos százalékos abszolút eltérést; R^2 a korrigált determinációs együtthatót, F-próba a paraméterek együttes szignifikanciáját tesztelő globális F-próbát jelöli. A RESET-próbáknál az eredményváltozó becslött értékének második, harmadik, negyedik hatványával dolgoztunk. Az autokorrelációt a Ljung-Box-féle Q-próbával, és az első és ötödrendű autokorrelációt tesztelő LM-próbával teszteltük. G-Q a heteroszkedaszticitás Goldfeld-Quandt-próbáját jelöli ($p = 2$). Zárójelben a szignifikancia-értékek találhatóak.

Irodalom

1. BRANSON, W.: *Macroeconomics*, Third Edition, Harper & Row Publishers, New York 1990.
2. CAMPBELL, J. Y. – MANKIW, N. G.: Consumption, income, and interest rates: The Euler equation approach ten years later, Macro Seminar Working Papers, Princeton University February 1989.
3. CAMPBELL, J. Y. – MANKIW, N. G.: Permanent income, current income, and consumption, *Journal of Business and Economic Statistics*, 8, 1990. 269–279.
4. CAMPBELL, J. Y. – MANKIW, N. G.: The response of consumption to income (A cross-country investigation), *European Economic Review*, 35, 1991. 723–756.
5. DEATON, A. S. – MUELLBAUER, J.: *Economics and consumer behavior*, Cambridge University Press, Cambridge 1980.
6. FAIR, R. – JAFFEE, D.: Methods of Estimation for Markets in Disequilibrium, *Econometrica*, 40, May 1972. 497–514.
7. HALL, R. E.: Stochastic implications of the life-cycle permanent income hypothesis: Theory and evidence, *Journal of Political Economy*, 86, 1978. 971–987.
8. HALL, R. E.: Intertemporal substitution in consumption, *Journal of Political Economy*, 96, 1988. 339–357
9. HALL, R. E. – TAYLOR, J.: *Macroeconomics*, W. W. Norton & Co., New York, 1988.
10. KORNAI, J.: A hiány, *Közgazdasági és Jogi Kiadó*, 1980.
11. MADDALA, G. – NELSON, F.: Maximum Likelihood Methods for Models of Markets in Disequilibrium, *Econometrica*, 42, November 1974, 1013–1030.
12. QUANDT, Richard: *The Econometrics of Disequilibrium*, Oxford: Blackwell, 1988.
13. QUANDT, R. – ROSEN, H.: The Conflict between Equilibrium and Disequilibrium Theories: The Case of the U.S. Labour Market, Kalmazoo MI: Upjohn, 1988.

THE CONSUMING BEHAVIOUR IN HUNGARY

The authors in their study analysed the consume, and the consuming behaviour with equilibrium and disequilibrium models in Hungary in the last 30 years. It is shown the equilibrium models based on permanent income hypothesis do not exist in Hungarian relation. In spite of this the current income hypothesis was more relevant in Hungary. By estimation 80-90 percent the population spend all their current actual income. In the second part of the study they analysed the structure of the consumer behaviour with disequilibrium models. The results prove that chronic shortage and shortage syndrome was not significant during the analysed period. The consuming behaviour was more characterised with adaptive than rational expectation.

M. KALECKI KONJUNKTÚRACIKLUS-MODELLJÉNEK MATEMATIKAI BÍRÁLATA¹

FÜLÖP PÉTER

egyetemi hallgató, Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem

Dolgozatomban Michal Kalecki „A Konjunktúraciklus” című tanulmányában (lásd Kalecki (1980) 184–200. o.) megfogalmazott konjunktúraciklus-moddellel foglalkozom. A probléma megközelítésénél, az alkalmazott vizsgálati módszernél irányadó volt számomra R. Frisch tanulmánya (Frisch (1935)), valamint G. Gandolfo könyve (Gandolfo (1980)). Ennek a megközelítésnek a lényege az, hogy a modell működésének a matematikai alapjait vizsgálja, és ebből von le bizonyos következtetéseket a modell egészére vonatkozólag. Így írásom is főleg a modell matematikai részével, ill. az eredményekből lesűrűsíthető következtetésekkel foglalkozik. A modell közgazdasági részét ismertnek tételezem fel, és csak a vizsgálat szempontjából legszükségesebbet tárgyalom a bevezetés utáni részében. A modell közgazdaságtani alapjaival részletesen foglalkozik Kalecki (1980), Kalecki (1954) és Feiwel (1975). Annak ellenére, hogy elsősorban matematikai eszközöket használok, úgy gondolom, a vizsgálat messzemenően közgazdaságtani vonatkozású. Segít ugyanis valamelyest mélyebben feltárni egy közgazdaságtani modell belső összefüggéseit, és ezáltal talán segíthet megtalálni helyét a közgazdaságtani gondolkodásban.

Néhány szóval megelőlegezve a végkövetkeztetést, a dolgozat a következő álláspontot kívánja igazolni: a modell nemcsak, hogy nem stabil – függetlenül a paramétereiktől és a kezdeti függvényről, hanem még a megoldás exponenciális korlátossága is nagyon nehezen érhető el. Más szavakkal: nem tudjuk úgy megadni a rendszer paramétereit, hogy a rendszer – minden külső hatástól függetlenül – mozgása csillapított legyen.

Itt szeretnék köszönetet mondani Elbert Árpádnak, aki vállalva a fáradságos és nagy türelmet igénylő tanításmat lehetővé tette a dolgozat megszületését. Míg az esetleges eredmények az ő segítségével tudhatók be, addig a hiányosságok és hibák természetesen engem terhelnek. Meg szeretném köszönni csoporttársamnak, Fábian Attilának az eredmények ellenőrzésében vállalt közreműködését. Köszönettel tartozom a dolgozat ismeretlen bírálójának is. Véleményének figyelembe vétele több hibát, pontatlanságot és félreértési lehetőséget küszöbölt ki.

¹Beérkezett: 1993. január 23.

A modell alapjai

Mint ismeretes, Kalecki munkássága során három konjunktúraciklus-modellt dolgozott ki. (Mindhárom megtalálható Kalecki (1980)-ben.) Az elsőt 1933-ban, a másodikat 1943-ban, ill. 1954-ben, a harmadikat 1968-ban publikálta. Mindhárom modellben közös, hogy a gazdasági tevékenység szintjét – végső soron – a beruházásokra vezeti vissza. Míg az első két modell lényegében egy trendektől mentes gazdaságot vizsgál, a harmadikba be van építve a gazdaság hosszú távú növekedése is. (A trendet Kalecki már a „Konjunktúraciklus” című tanulmányában megemlíti, itt azonban – úgy vélem – az elemzés jellege alapvetően stacionárius.)

Ez a dolgozat Kalecki második – azaz a „Konjunktúraciklus” című tanulmányában megjelent – konjunktúraciklus modelljével foglalkozik. Természetesen a modell nem érthető meg egyedül ez alapján a tanulmány alapján, szükséges hozzá egyéb írások ismerete is (Kalecki (1980), Kalecki (1954)).

A kiinduló feltevés alapján a külkereskedelem és a költségvetés kiegyensúlyozott, valamint a munkásoknak nincsenek megtakarításaik. Ilyen feltételek mellett a gazdasági tevékenység szintjét meghatározó beruházásokra – Kalecki szerint – egy bizonyos időkésedelemmel, az alábbiak hatnak:

- megtakarítások és ezen keresztül a beruházások (hisz a feltételek alapján a kettő megegyezik egymással);
- az adózás utáni profit, melyet a beruházások, a tőkések fogyasztása és a profit valamint a fogyasztás fennálló aránya határoz meg;
- a magánszektor bruttó terméke, melyet befolyásol az adók rendszere és az egyéb, a jövedelem elosztását befolyásoló tényező, valamint maga a jövedelem.

Mivel mindhárom tényező kifejezhető a beruházások segítségével, azt kapjuk, hogy a gazdasági tevékenység szintjét a beruházások határozzák meg. Bizonyos egyszerűsítő feltevéseket alkalmazva, valamint bevezetve a nettó beruházást (i), mely a beruházás és az értékcsökkenés különbségként van értelmezve, a következő egyenlethez jutunk:

$$i(t + \theta) = \frac{a}{1 + c} i(t) + \mu i'(t - \omega),$$

ahol tehát i a nettó beruházás, a , c és μ a modell együtthatói, θ és ω az idő siettetési és késleltetési adatai, ' pedig az idő szerinti differenciálás operátora.

Ebben a modellben ez az egyenlet az, amely meghatározza a gazdasági tevékenység szintjét. Részletesebben lásd erről Kalecki (1980), Kalecki (1954) és Feiwel (1975).

Ennek az egyenletnek a vizsgálata során Kalecki a következő két következtetésre jut:

- ha μ nő - a többi paraméter változatlanságát feltételezve, az ingadozások robbanásszerűkké, ill. ha μ csökken, csillapítottakká válnak (Kalecki (1980) 195. o.);
- a rendszer alapmechanizmusától elválaszthatatlan a csillapodás (uo. 197. o.).

A dolgozat ennek a két állításnak a cáfolatával foglalkozik.

Az egyenlet megoldása

Tekintsük tehát az

$$i(t + \theta) = \eta i(t) + \mu i'(t - \omega) \quad (1)$$

ún. „előresiető” (advanced) típusú differenciál-differencia egyenletet, ahol $\eta = a/(1 + c)$, valamint $0 < \eta < 1$ és $\mu > 0$. Az ilyen egyenletek megoldását általában az

$$y(t) = e^{\lambda t}$$

alakban szokás keresni. Ekkor (1) a következőképpen írható fel:

$$e^{\lambda(t+\theta)} = \eta e^{\lambda t} + \mu \lambda e^{\lambda(t-\omega)} \quad (2)$$

azaz:

$$e^{\lambda\theta} = \eta + \mu \lambda e^{-\lambda\omega} \quad (3)$$

A (3) egyenlet megoldását a komplex számsíkon az

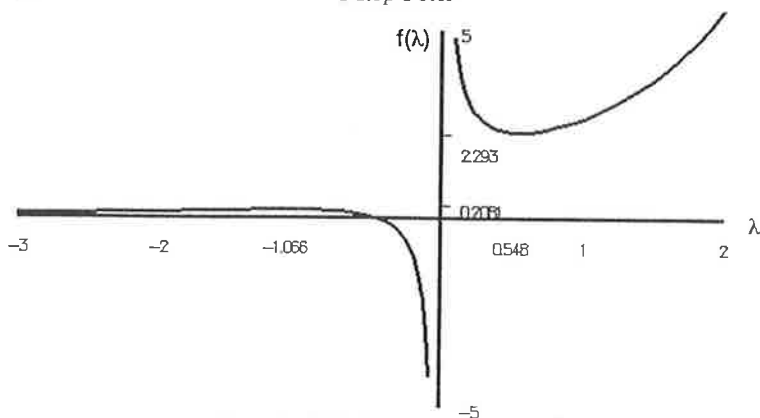
$$F(\lambda) = \eta + \mu \lambda e^{-\lambda\omega} - e^{\lambda\theta} \quad (4)$$

komplex változós valós együtthatós függvény gyökei adják, és attól függően, hogy (4)-nek véges vagy végtelen sok gyöke van, a

$$\sum_k c_k e^{\lambda_k t} \quad (5)$$

alakban felírt általános megoldás egy véges vagy végtelen tagú szumma. Ugyanakkor, mivel (4) valós együtthatós, bármely megoldásának konjugáltja is megoldás. Elég tehát csak a pozitív előjelű képzetes résszel rendelkező megoldásokat vizsgálnunk.

Az (1) egyenlet megoldása során külön figyelmet érdemel az, hogy milyen együtthatók mellett tudunk olyan kezdeti függvényt megadni, hogy a



1. ábra: Az $f(\lambda)$ függvény és szélsőértékei

megoldás ne ciklikus jellegű mozgást eredményezzen. Mivel az ilyen jellegű mozgások a (4) függvény valós gyökeihez kapcsolódnak, a valós és a komplex gyököket külön vizsgáljuk.

Még mielőtt ezt megtennénk, az (1) egyenlet bizonyos paramétereinek értékeit kell adnunk. Kalecki η , ω és θ értékeire becsléseket ad. Válasszuk ki az $\eta = 0,634$, $\omega = 0,25$ és a $\theta = 1$ értékeket. (Kalecki [1980] 57. o., ill. 111–112. o.)

A valós megoldások

A (3) egyenletből átrendezéssel kapjuk az

$$(e^{\lambda(\theta+\omega)} - \eta e^{\lambda\omega})/\lambda = \mu \quad (6)$$

egyenletet. Az egyenlet valós megoldásait nyilvánvalóan az

$$f(\lambda) = (e^{\lambda(\theta+\omega)} - \eta e^{\lambda\omega})/\lambda$$

valós függvény és a λ tengelytől μ távolságra lévő a λ tengellyel párhuzamos egyenes metszéspontjai adják. Az $f(\lambda)$ függvényt a fentebb megadott együtt-hatók mellett az 1. ábra szemlélteti.

Az ábrán jól látható, hogy $0 < \mu \leq 0,2081$ és $\mu \geq 2,293$ esetén választhatjuk meg úgy a kezdeti függvényt, hogy a rendszer mozgása ne legyen ciklikus. Az első esetben exponenciálisan csökkenő, a második esetben exponenciálisan növekvő megoldást állíthatunk elő a kezdeti függvény megfelelő megválasztásával. Ez a lehetőség azonban csak elvi, hisz a rendszer – a későbbiekben

igazolt – instabilitása lehetetlenné tesz bármilyen, a kezdeti függvényhez hasonlító megoldást. A 7. és a 8. ábra két exponenciális kezdeti függvénnyel indított futtatást szemléltet.

Komplex megoldások

A minket igazán érdeklő ciklikus mozgásokat a (4) komplex változós, valós együtthatós függvény komplex gyökei adják. Először a $0, 2081 < \mu < 2, 293$ értékekre egy-egy komplex megoldást (lásd a pont), majd egy konkrét μ -höz kiszámítjuk az összes megoldást (lásd b pont).

(a)

Legyen tehát $\lambda = \beta + i\alpha$. Ekkor felhasználva Euler képletét

$$e^{(\beta+i\alpha)t} = e^{\beta t} (\cos(\alpha t) + i \sin(\alpha t)),$$

és elvégezve a szükséges átalakításokat, (4) függvényre a következőt kapjuk:

$$F(\beta + i\alpha) = \eta + \mu\beta e^{-\beta\omega} \cos(\alpha\omega) + \mu\alpha e^{-\beta\omega} \sin(\alpha\omega) - e^{\theta\beta} \cos(\theta\alpha) + i(\mu\alpha e^{-\beta\omega} \cos(\alpha\omega) - \mu\beta e^{-\beta\omega} \sin(\alpha\omega) - e^{\theta\beta} \sin(\theta\alpha)) \quad (7)$$

Legyen $\theta = \xi\omega$, $u = \beta\omega$, $v = \alpha\omega$. Ekkor a $\Phi(u + iv) = p + ir$ valós és képzetes részét előállító $p = f_{\pi}(u, v)$ és $r = f_r(u, v)$ valós függvények a következők:

$$f_{\pi}(u, v) = \eta + \frac{1}{\omega} \mu u e^{-u} \cos v + \frac{1}{\omega} \mu e^{-u} v \sin v - e^{\xi u} \cos(\xi v) \quad (8)$$

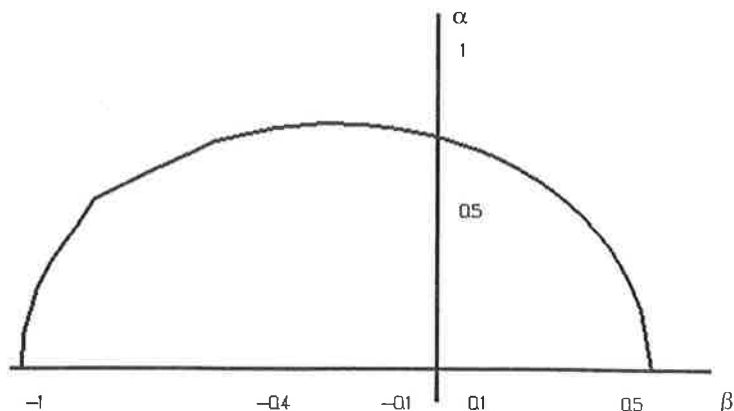
$$f_r(u, v) = \frac{1}{\omega} \mu e^{-u} v \cos v - \frac{1}{\omega} \mu u e^{-u} \sin v - e^{\xi u} \sin(\xi v) \quad (9)$$

A különböző μ értékekhez tartozó gyököket iterációs eljárással keressük meg. Tudjuk, hogy $\mu_1 = 2, 293$ és $\mu_2 = 0, 2081$ esetén a $\beta_1 = 0, 548$ és a $\beta_2 = -1, 0665$ felfogható olyan komplex számnak, amelynek képzetes része nullával egyenlő. Ebből indul ki az iterációs eljárás. A μ értékét a μ_1 értékénél egy tizeddel kisebbre választottuk és a β_1 -hez tartozó u_1 -gyel kiszámítottuk – az $f_{\pi}(u, v) = 0$ alapján – a v_1 -et. Ezt a v_1 -et helyettesítettük be (9)-be és az $f_r(u, v) = 0$ egyenlőség alapján határozzuk meg az u_1 egy pontosabb értékét. Ezt az iterációt alkalmazva határoztuk meg a különböző μ értékekhez tartozó u, v , ill. β, α értékeket. Az eredményeket az 1. táblázatban foglaltuk össze.

A módszer elég gyorsan konvergált, általában a harmadik iterációs lépésnél már 4 tizedesjegyre megegyeztek az eredmények. Ez várható is, hisz mindkét függvény differenciálható és mivel μ -t mindig csak kis mértékben változtattuk

μ	u	v	β	α
2,293	0,1317	0,0000	0,5480	0,0000
2,2	0,1305	0,0458	0,5220	0,1832
2,1	0,1237	0,0662	0,4948	0,2648
2,0	0,1166	0,0820	0,4664	0,3280
1,9	0,1091	0,0953	0,4367	0,3812
1,8	0,1011	0,1071	0,4044	0,4284
1,7	0,0929	0,1179	0,3716	0,4716
1,6	0,0835	0,1279	0,3340	0,5116
1,5	0,0738	0,1372	0,2952	0,5481
1,4	0,0634	0,1459	0,2536	0,5836
1,3	0,0521	0,1541	0,2084	0,6164
1,2	0,0397	0,1618	0,1588	0,6472
1,1	0,0262	0,1689	0,1048	0,6756
1,0	0,0112	0,7016	0,0448	0,7016
0,9	-0,0054	0,1811	-0,0216	0,7244
0,8	-0,0244	0,1857	-0,0976	0,7428
0,7	-0,0463	0,1889	-0,1852	0,7556
0,6	-0,0721	0,1897	-0,2884	0,7588
0,5	-0,1033	0,1865	-0,4132	0,7460
0,4	-0,1427	0,1755	-0,5708	0,7020
0,3	-0,1955	0,1452	-0,7820	0,5808
0,2081	-0,2665	0,0009	-1,0660	0,0036

1. tábla: A különböző μ értékekhez tartozó gyökök



2. ábra

meg, nem kerültünk túl messze a gyököktől sem. Ha az eredményeket a (β, α) számsíkon ábrázoljuk, a 2. ábrát kapjuk. Úgy tűnik tehát, hogy – mivel μ különböző értékeihez más-más β -t és α -t kaptunk – μ változtatásával a megfelelő kezdeti függvényt választva – elvileg – meg tudjuk határozni a rendszer mozgásának a jellegét. Mielőtt azonban erre a kérdésre végleges választ adnánk, nézzük a megoldáshoz tartozó többi komplex gyököt.

(b)

A módszer a következő: Válasszunk ki egy μ értéket. Legyen $\mu = 2$. Először numerikusan meghatározunk néhány további gyököt, majd az eredmények alapján levezetjük az u és v közötti aszimptotikus kapcsolatot. Mivel β és α ezeknek csak konstansszorososa, ezzel meghatároztuk a (4) függvény gyökeinek a számát és a gyökök valós (β) és képzetes (α) része közötti aszimptotikus függvénykapcsolatot is. A gyökök megkeresésénél az ún. argumentum-elvet és a kétismeretlenes egyenletrendszerekre vonatkozó Newton-módszert alkalmazzuk. Néhány szót a módszerek alkalmazhatóságáról. Mivel (4) a komplex számsíkon differenciálható függvények összegeként állítható elő, maga is differenciálható (analitikus) a komplex számsíkon. Ez azt jelenti, hogy nincs pólusa, következésképp az $F(\lambda)$ argumentumának a változásával kifejezhető egy zárt görbén belüli gyökök száma. Részletesebben lásd Duncan (1974) 207. o. 8.41 tétel. A Newton-módszer alkalmazhatósága (8) és (9) függvényre

következik abból, hogy egyrészt a parciális deriváltak, tehát az

$$f_{\pi u}(u, v) = (1/\omega)\mu e^{-u}(\cos v - u \cos v - v \sin v) - \xi e^{\xi u} \cos(\xi v)$$

$$f_{\pi v}(u, v) = (1/\omega)\mu e^{-u}(\sin v + v \cos v - u \sin v) + \xi e^{\xi u} \sin(\xi v)$$

$$f_{ru}(u, v) = (1/\omega)\mu e^{-u}(u \sin v - \sin v - v \cos v) - \xi e^{\xi u} \sin(\xi v)$$

$$f_{rv}(u, v) = (1/\omega)\mu e^{-u}(\cos v - v \sin v - u \cos v) - \xi e^{\xi u} \cos(\xi v)$$

függvények folytonosak, másrészt az argumentum-elv segítségével kiválasztott tartományon belül (8) és (9) függvénynek van gyöke, tehát az

$$f_{\pi}(u, v) = 0$$

$$f_r(u, v) = 0$$

kétismeretlenes egyenletrendszer Jacobi-mátrixához az adott tartományon belül találunk olyan (u, v) -t, hogy a determináns ne legyen egyenlő nullával. Részletesebben lásd Henrici (1985) 104. o. 2.5 tétel.

A gyökkeresés konkrét módszere tehát a következő: az $F(\lambda)$ függvény tárgysíkján kijelölünk egy zárt görbét (esetünkben egy négyzetet), és megnézzük, hogy a megfelelő képsíkbeli görbe körbejárja-e az origót. Ha igen, akkor a tárgysíkon kijelölt zárt görbén belül $F(\lambda)$ -nak van gyöke. Ekkor egy, a görbén belüli pontból kiindulva alkalmazzuk a Newton-módszert. Mivel kellően közel vagyunk a gyökhöz, a módszer gyorsan konvergál. Általában a harmadik iterációs lépésnél már megegyeztek a gyökök. A 3/a ill. a 3/b ábra egy-egy ilyen vizsgálatot szemléltet. Az első esetben a vizsgált tartományon belül van gyök, a második esetben nincs.

Az így megkapott numerikus eredményeket a 2. táblázat mutatja be.

A numerikus eredményekből már sejtethető, hogy végtelen sok pozitív valószínűségű megoldás van. Próbáljuk ezt elméletileg is belátni! Nézzük meg, hogy (8) és (9) milyen tagok összegeként írható fel. Legyen:

$$f_{\pi 1}(u, v) = \eta + (1/\omega)\mu u e^{-u} \cos v \quad (10.1)$$

$$f_{\pi 2}(u, v) = (1/\omega)\mu e^{-u} v \sin v \quad (10.2)$$

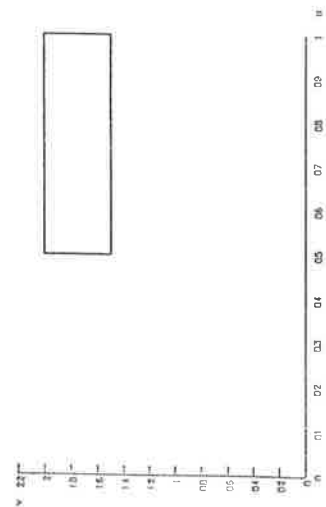
$$f_{\pi 3}(u, v) = -e^{\xi u} \cos(\xi v) \quad (10.3)$$

$$f_{r 1}(u, v) = (1/\omega)\mu e^{-u} v \cos v \quad (10.4)$$

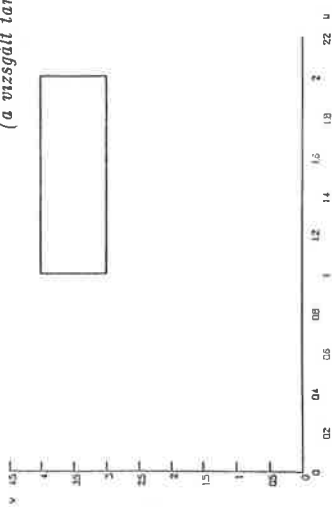
$$f_{r 2}(u, v) = -(1/\omega)\mu u e^{-u} \sin v \quad (10.5)$$

$$f_{r 3}(u, v) = -e^{\xi u} \sin(\xi v) \quad (10.6)$$

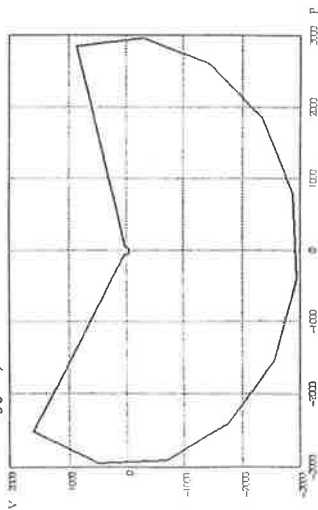
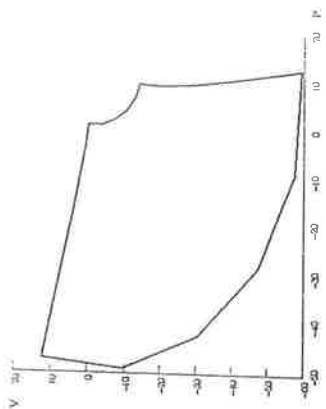
Mivel a megoldások konjugáltja is megoldás, az aszimptotikus viselkedést két esetre elegendő megnéznünk.



3/a ábra: Gyökkeresés az argumentum-eltv és a Newton-módszer segítségével
(a vizsgált tartományon belül van gyök)



3/b ábra: Gyökkeresés az argumentum-eltv és a Newton-módszer segítségével
(a vizsgált tartományon belül nincs gyök)



u	v
0,1166	0,0820
0,5207	1,5080
0,6278	2,7930
0,6918	4,0540
0,7470	5,3085
0,7959	6,5684
0,8335	7,8332
0,8593	9,0957
0,8809	10,3520
0,9042	11,6060
0,9284	12,8630
0,9487	14,1240
0,9636	15,3840
0,9764	16,6400
0,9912	17,8950
1,0319	21,5090
1,0639	25,4370

2. tábla: A $\Phi(\lambda)$ néhány gyöke $\mu = 2$ mellett(a) $u \rightarrow -\infty, v \rightarrow \infty$

Ekkor (10.3) és (10.6) a nullához tart. Ahhoz, hogy $F(\lambda)$ -nak legyen gyöke, a következő egyenlőségeknek kell aszimptotikusan fennállnia:

$$f_{\pi_1}(u, v) \approx -f_{\pi_2}(u, v)$$

$$f_{r_1}(u, v) \approx f_{r_2}(u, v)$$

Az egyszerűsítéseket elvégezve, kizárva a $\sin v = 0$ és a $\cos v = 0$ eseteket, (ezt megtehetjük hisz ezek egyrészt egyszerre nem állhatnak fenn, másrészt bármelyik fennállása esetén a fenti egyenlőségek aszimptotikusan nem teljesülnek) a következőt kapjuk:

$$\operatorname{tg}^2 v = -1$$

Erre pedig nincs valós megoldás.

(b) $u \rightarrow \infty, v \rightarrow \infty$

Ekkor (10.1) és (10.5) nullához tart. Ahhoz, hogy $F(\lambda)$ függvénynek legyen

gyöke, a következő egyenlőtlenségeknek kell aszimptotikusan fennállnia:

$$f_{\pi 2}(u, v) \approx -f_{\pi 3}(u, v)$$

$$f_{r 1}(u, v) \approx f_{r 3}(u, v)$$

Ezt rendezve:

$$(1/\omega)\mu e^{-u(\xi+1)}v \sin v = \cos(\xi v) \quad (11)$$

$$(1/\omega)\mu e^{-u(\xi+1)}v \cos v = \sin(\xi v) \quad (12)$$

Négyzetre emelve és összeadva a két egyenletet:

$$v = (\omega/\mu)e^{u(\xi+1)}$$

Helyettesítsünk be (11)-be és (12)-be:

$$\sin v = \cos(\xi v) \quad (13)$$

$$\cos v = \sin(\xi v) \quad (14)$$

(13) egyenletet $\cos v$ -vel, (14) egyenletet $\sin v$ -vel beszorozva, (13)-ból (14)-t kivonva:

$$\cos(\xi v) \cos v - \sin(\xi v) \sin v = 0,$$

tehát

$$\cos(v(\xi + 1)) = 0.$$

Ebből

$$v_k = (2k + 1) \frac{\pi}{2(\xi + 1)} \quad (15)$$

Másrészt (13) alapján teljesülnie kell a

$$\sin v = \cos(\xi v)$$

egyenlőségnek. Tehát:

$$v + \xi v = v(\xi + 1) = \pi/2 + 2k\pi$$

amiből

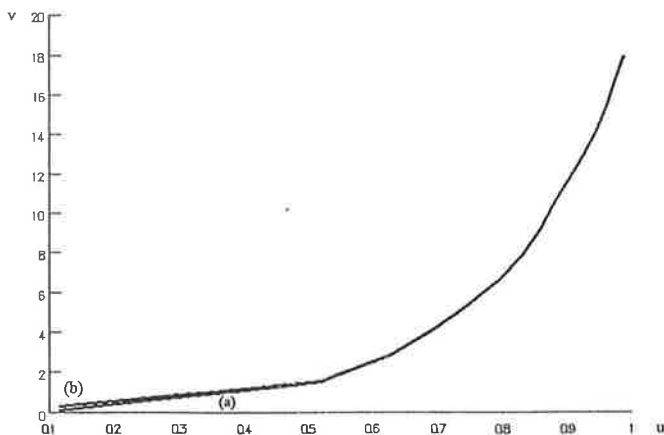
$$v_k = (4k + 1) \frac{\pi}{2(\xi + 1)} \quad (16)$$

(15) és (16) alapján

$$v_k = (4k + 1) \frac{\pi}{2(\xi + 1)} \quad (17)$$

és így

$$u_k = \frac{\ln(\mu/\omega)v_k}{\xi + 1} \quad (18)$$



4. ábra: Az $F(\lambda)$ gyökeinek valós (u) és képzetes (v) része közötti (a) valódi, (b) aszimptotikus kapcsolat

Az eredményekből egyrészt az szűrhető le, hogy $F(\lambda)$ -nak végtelen sok gyöke van, másrészt ezek közül legfeljebb csak véges sok rendelkezik negatív valós résszel. A numerikus módszerrel kiszámított és (17) és (18) alapján kiszámolt gyökök között meglévő konvergenciát jól mutatja a 4. ábra.

A megoldás korlátossága

Eddigi eredményeink tehát a következőképpen foglalhatók össze:

- $F(\lambda)$ -nak végtelen sok pozitív valós részű gyöke van;
- $F(\lambda)$ -nak csak véges sok nempozitív valós részű gyöke van;
- a pozitív valós részű gyököknek nincs felső korlátja.

Az eredmények közül ez utóbbi tehát azt jelenti, hogy nincs olyan $c > 0$, amelynél nagyobb valós részű megoldás ne lenne. Milyen következménnyel jár ez az (1) egyenlet $y(t)$ megoldására nézve?

Tudjuk, hogy ha $y(t)$ legalább szakaszonként folytonos $t > 0$ tartomány minden véges szakaszában, és teljesül rá az

$$|y(t)| \leq c_1 e^{ct} \quad c_1, c > 0 \quad (19)$$

elegendő nagy t -re, akkor az $y(t)$ Laplace-transzformáltja létezik, és konvergens. (Lásd például Bronstejn (1980) 565–566. o.) Vegyük (1) mindkét oldalának a Laplace-transzformáltját. Ha elvégezzük a szükséges átalakításokat, és helyettesítéssel integrálunk, a következőt kapjuk:

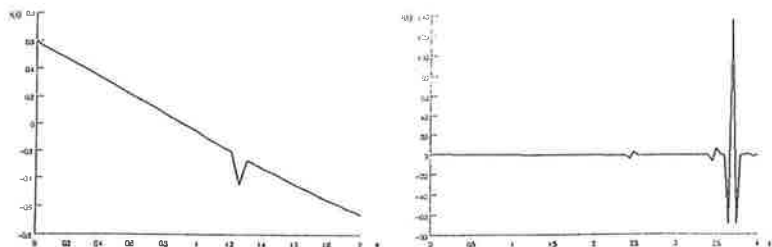
$$e^{\lambda\theta} - \eta - \mu\lambda e^{-\lambda\omega} \int_0^{+\infty} y(t)e^{-\lambda t} dt = e^{\lambda\theta} \int_0^{\theta} y(t)e^{-\lambda t} dt + \mu\lambda e^{-\lambda\omega} \int_{-\omega}^0 y(t)e^{-\lambda t} dt - \mu y(-\omega) \quad (20)$$

Jól látható, hogy az egyenlet bal oldalán $y(t)$ Laplace-transzformáltja van megszorozva (1) karakterisztikus függvényével, $F(\lambda)$ -val. Mivel $F(\lambda)$ pozitív valós részű gyökeinek nincs felső korlátja bármekkora c_0 esetén az $1/F(\lambda)$ -nak végtelen sok szinguláris pontja lesz. Ahhoz, hogy (20)-on el lehessen végezni az inverz Laplace-transzformációt, az kell, hogy (20) jobb oldalán lévő függvény és az $F(\lambda)$ hányadosaként felírható függvény analitikus legyen. Ez csak akkor fordulhat elő, ha a számlálót alkotó függvénynek az $F(\lambda)$ függvény gyökei szintén gyökei. Ha ez nem teljesül, $y(t)$ Laplace-transzformáltja sem írható fel, következésképp $y(t)$ exponenciálisan nem korlátos, azaz (19) nem teljesül. Hasonló gondolatmenet részletesebben Bellman (1963) 65–67. o. található.

Következtetések

Milyen következtetések vonhatók le ezekből az eredményekből? A megoldások ismeretében most meg kellene tudnunk határozni olyan μ értéket és kezdeti függvényt, melyre a rendszer mozgása csillapodó lenne. A megoldás korlátosságával kapcsolatos vizsgálódásunk azonban arra enged következtetni, hogy a belső struktúrából adódóan ilyen értékeket nem tudunk megadni. Hiába választunk ugyanis ki egy csak negatív valós résszel rendelkező megoldást; gyakorlatilag lehetetlen lesz biztosítani az ehhez a megoldáshoz tartozó Laplace-transzformált konvergenciáját és így a megoldás exponenciális korlátosságát. Ami más szavakkal azt jelenti, hogy nem tudunk megadni egy olyan exponenciális függvényt, mely minden t -re felső korlátja lenne a megoldásnak. Ha még sikerülne is elvileg biztosítani a Laplace-transzformáltnak a konvergenciáját a kezdeti függvény nagyon kis megváltoztatása már felborítaná ezt. A különböző kerekítési és ábrázolási hibák miatt az ilyen helyzeteket jól tudjuk a rendszer szimulációs futtatásaival szemléltetni.

Szemléltetésül kiválasztottunk három, elvileg csillapodó mozgást eredményező partikuláris megoldást. Ennek alapján megadtuk a kezdeti függvényt és megnéztük azt, hogy a rendszer mennyiben követi a partikuláris megoldást. Nézzük az eredményeket.



5. ábra

(a) $\mu = 0,9$, és válasszuk úgy a kezdeti feltételeket, hogy

$$y(t) = e^{-0,0216t} \cos(0,7244t).$$

A rendszer mozgását mutatja az 5. ábra. Az ábra a $t = 2$, ill. $t = 4$ időpontig mutatja e rendszer mozgását.

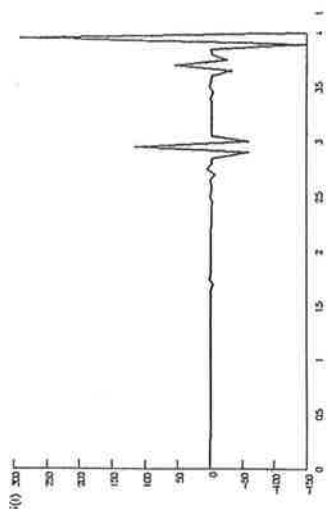
Az ábrából jól látható, hogy a rendszer egy bizonyos idő után mennyire nem követi $y(t)$ -t, ami egyrészt a számítási pontatlanságok, másrészt a rendszer „instabilitásának” a következménye. Azt a tényt, hogy a rendszer mennyire érzékeny a kezdeti értékekre, jól mutatja a 6. ábra. Itt 0,01-el megnöveltem a kezdeti értékek $t = -1,25$ és $t = -0,75$ közötti értékeit. Jól látható, hogy már az eredeti futtatáshoz képest is milyen zavarok lépnek fel.

A következő ábrák hasonló futtatások eredményeit mutatják

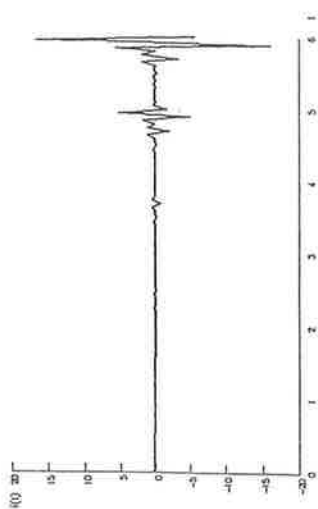
(b) $\mu = 0,2081$ és $y(t) = e^{-1,0666t} \cos(0t)$ -re, valamint

(c) $\mu = 0,25$ és $y(t) = e^{-0,9216t} \cos(0,4364t)$ -re.

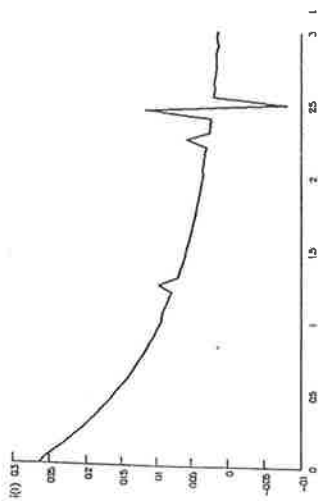
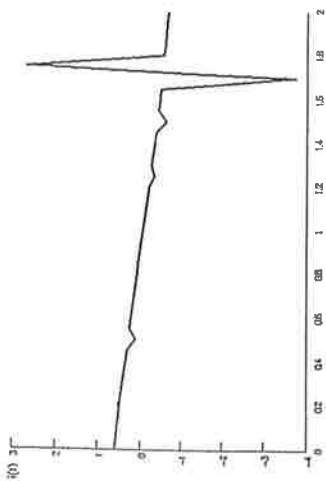
Különösen érdekes a 7. és 8. ábra. Látható, hogy annak ellenére kaptuk a fenti mozgást, hogy $y(t)$ egy exponenciálisan csökkenő függvény volt. Az is jól látható, hogy a kezdeti értékek kis megváltozása rövid időn belül milyen nagy kilengéseket okoz. Természetesen a számítási pontosság növelésével egy ideig lehetne csökkenteni a kilengéseket. Esetünkben a kiértékelés 0,05-ként történt. Ennek finomításával javíthatnánk némileg a helyzetet, de a rendszer aszimptotikus viselkedését ez nem változtatná meg.

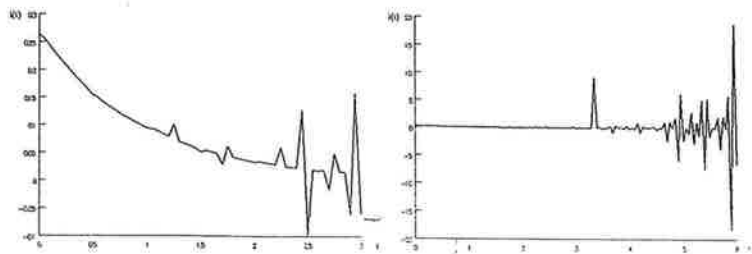


6. ábra



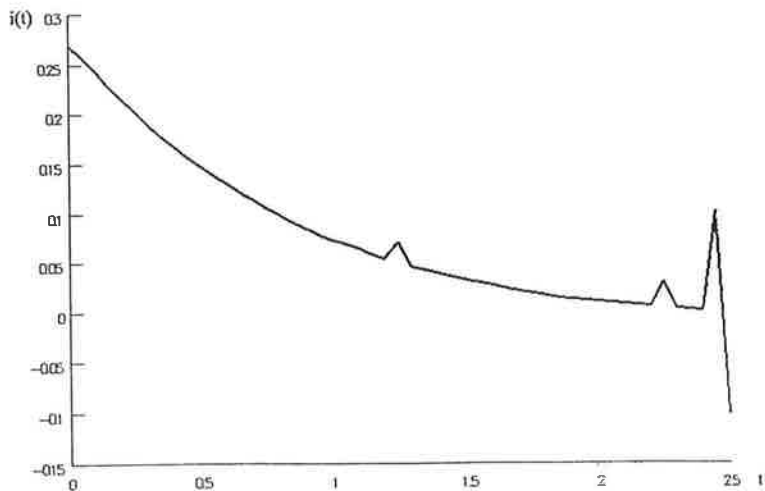
7. ábra: Futtatások (b) alapján.



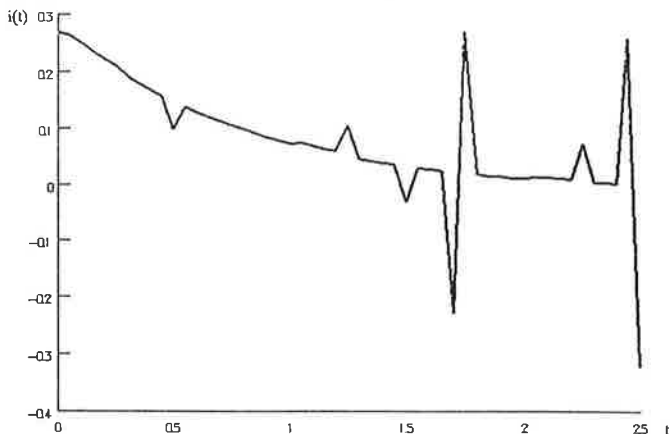


8. ábra: Futtatások (b) alapján.

A kezdeti értékek $t = -1,52$ és $t = -0,75$ között 0,01-el nagyobbak.



9. ábra: Futtatás (c) alapján.



10. ábra: Futtatás (c) alapján.

A kezdeti értékek $t = -1,25$ és $t = -0,75$ között 0,001-el megnöveltek.

Összefoglalva eredményeinket: az (1) által leírt modelltől csak nagyon ritka esetben, és akkor is a kezdeti értékekre nagyon érzékenyen várhatunk el korlátos mozgást.

Ez nyilvánvalóan annak köszönhető, hogy a megfelelő karakterisztikus függvénynek végtelen sok és nem korlátos pozitív valós részű gyöke van. Minthogy az ún. „előresiető” (advanced) típusú differenciál-differenciaegyenleteknél általában ez a helyzet, az ilyen egyenletek segítségével felírt konjunktúraciklus-modellektől nem sok „jót” várhatunk. Érdemesebb másfajta (pl. retardált vagy neutrális) egyenletekkel próbálkoznunk.

Irodalom

1. Bellman, R. – Cooke, K. (1963): Differential-Difference Equations. Academic Press, London.
2. Bronstejn, I. N – Szemengyajev, K. A. (1980): Matematikai zsebkönyv. Műszaki Kiadó, Budapest.
3. Duncan, J. (1974): Bevezetés a komplex függvénytanba. Műszaki Kiadó, Budapest.
4. Ferwel, R. G. (1975): The Intellectual Capital of Michal Kalecki. The University of Tennessee Press, Knoxville.
5. Frisch, R. – Holme, H. (1935): The Characteristic Solution of a Mixed Difference and Differential Equation Occuring in Economic Dynamics. Econometrica, 1935/3, 225–239. o.

6. Gandolfo, G. (1980): *Economic Dynamics: Methods and Models*. North-Holland Publishing Company, Amsterdam.
7. Henrici, P. (1985): *Numerikus analízis*. Műszaki Kiadó, Budapest.
8. Kalecki, M. (1954): *Theory of Economic Dynamics*. George Allen and Unwin Ltd, London.
9. Kalecki, M. (1980): *A tőkés gazdaság működéséről*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.

THE MATHEMATICAL CRITICISM OF KALECKI'S BUSINESS CYCLE MODEL

The paper discusses Kalecki's second business cycle model. This model is founded on a mixed differential-difference equation of advanced type. It is elucidated that this model does not dispose of property expected by Kalecki. The solution of this model is bounded only in a special case.

KÖZJÓSZÁG ALLOKÁLÁSA LABORATÓRIUMI KÖRÜLMÉNYEK KÖZT¹

BERDE ÉVA

Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem

A cikk egy olyan, a potyautas problémát szimuláló játékot ismertet, melyet a szerző szerző saját egyetemi hallgatóival próbált ki. A játék két tanulsággal is szolgált. Egyrészt megmutatta, hogy a közgazdasági problémák szimulálása a mikroökonómiai tananyag elsajátításának rendkívül élvezetes és tágabb körben is alkalmazható módja, másrészt pedig felhívta a figyelmet arra, hogy a közgazdasági összefüggések ismerete nem vezet feltétlenül társadalmilag optimális döntéshez.

Bevezetés

A gazdasági problémákat a bőrükön érzik az emberek, ezért a közgazdaságtan az a tudományág, amelyhez mindenki ért, vagy legalábbis úgy gondolja, hogy ért hozzá. Vajon a gazdaságtani képzettséget kapók mennyire tudják hasznosítani tudásukat? Stigler (1963) és Stigler (1970) szerint a szokásos közgazdasági oktatás csak technikai jellegű ismereteket ad, az „alapszintű közgazdasági kurzusok nem tanítják meg a résztvevőket, hogyan kell végiggondolni egy közgazdasági problémát. A technikák és kérdéskörök tömeges és rövid ismertetése nem ad lehetőséget arra, hogy olyan elemi közgazdasági logikára tanítsa meg a hallgatókat, melynek segítségével az állampolgárként majdan szembesülő közgazdasági helyzetekkel elernzési szinten tudjanak mit kezdeni”². A Stigler által felvetett kérdés erősen megszívlelendő a magyar közgazdászképzésben is. Ebben a cikkben bemutatom, hogy a logikus gondolkodás, a modellszerű megközelítésben való jártasság, és a magasabb szintű, „tényleges problémakezelésre utat mutató képzés egyenlő jobb gazdasági döntések” összefüggés fennállása mégsem teljesen egyértelmű.

Kísérleti körülmények közt próbáltam megvizsgálni a gazdaság szereplőinek lehetséges viselkedését egy bizonyos nagyon is reálisnak tekinthető gazdasági szituációban. Olyan beruházásallokálási döntési helyzetet szimuláltam, amikor a beruházóknak két különböző befektetési lehetőség közül kellett választaniuk. Az egyik lehetőség egy magánberuházás volt, amelynek hozamát

¹Beérkezett: 1993. június 20.

²lásd Stigler (1963)

a befektető egyedül élvezte. A másik pedig egy ún. közösségi beruházás, amelynek hozamából a játékban részt vevő valamennyi szereplő egyformán részesült, teljesen függetlenül attól, hogy osztozott-e, vagy sem a költségekben.

A fent leírt játék a közgazdasági irodalomban gyakran emlegetett potyautas (más néven potyázó) problémát szimulálta. A játék szereplői elsőéves közgazdász hallgatóim voltak, középszinten leadott, de alaptémákkal foglalkozó mikroökonómiai kurzusom³ utolsó ötödében. Hallgatóim meglepően nagy szorgalommal tanulták a mikroökonómiát, és a kérdéses órára a közjavak és externáliák témakörét kivéve, a szabványos mikroökonómia minden alapszintű kérdését nagy biztonsággal kezelték.

Cikkem első részében a potyautas probléma ismertetésével foglalkozom. A második rész a szimulációs játék szabályainak leírását, és a hasonló játék külföldi tapasztalatait tartalmazza. A harmadik részben összehasonlítom a külföldi tapasztalatokat az én konkrét, látszólag furcsa eredményeimmel, és megpróbálok magyarázatot adni hallgatóim viselkedésére. A negyedik részben összefoglalom a történeteket.

1. A potyautas (más néven potyázó) probléma

A potyautas probléma a közjavak⁴ alokációjához kapcsolódik. A közjavak azon tulajdonsága miatt, hogy a fogyasztásukból nem zárható ki senki, viszont a megtermelt közjószág előállítására anyagi áldozatokkal jár, arra készteti a haszonmaximalizáló fogyasztókat, hogy potyázzanak: az előállítás költségeihez való hozzájárulás nélkül élvezzék az előnyöket.

Képzelnünk el egy kétszereplős mini közösséget, ahol egyfajta közjószágot, és egy „univerzális” privát⁵ jószágot fogyasztanak. A két résztvevő minden pénzt elkölti a megfigyelés időpontjában. Bármelyik résztvevő által vásárolt univerzális privát jószág megegyezik az illető induló vagyonának és közjószágra költött pénzének a különbségével. A közjószágból összesen vagy egy darabot fogyasztanak, vagy egyet sem. Mindkét fogyasztó Ft-

³Megjegyzendő, hogy a pillanatnyi tanmenet szerint közgazdász hallgatóink előbb mikroökonómia, majd makroökonómia képzést kapnak. Elsőeim tehát a makroökonómia problémákról még nem tudhattak semmi „hivatalosat”.

⁴A tökéletes vagy tiszta közjószág olyan jószág, amelynek fogyasztásából senkit (természetesen csak a fogyasztani óhajtok közül senkit) nem lehet kizárni, vagyis pl. nem lehet a közjószág fogyasztásáért díjat kérni. Ugyanakkor a tiszta közjószág fogyasztói nem is zavarják egymást a jószág "élvezetében", nincs köztük rivalizálás, mert az ilyen típusú jószágra nem jellemző a zsúfoltság. A gyakorlatban nagyon kevés a tiszta közjószág (klasszikus példa lehet a honvédelem), viszont többé-kevésbé közjószág tulajdonsággal rendelkező fogyasztási cikk, úgynevezet vegyes jószág (pl. egészségügy, játszóterek, oktatás, hidak, stb.) annál több létezik.

⁵Tiszta privát (vagy magán) jószágnak nevezzük azokat a javakat, melyek fogyasztásánál mind a kizárás, mind a rivalizálás érvényesül.

ban értékeli saját helyzetét, a közjóságot saját rezervációs árukon⁶ veszik számba. Jelöljük a közjóság megvásárlásának költségét c -vel, az első fogyasztó rezervációs árát r_1 -gyel, a második fogyasztót r_2 -vel. Az első fogyasztó induló vagyonának nagysága ν_1 , a második fogyasztóté ν_2 . Amennyiben mindkettő meg akarja vásárolni a közjóságot, akkor osztoznak a költségeken.

Tegyük fel továbbá, hogy $\max(r_1, r_2) < c < r_1 + r_2$. Amennyiben csak egyikük óhajtja a közjóság beszerzését, akkor kizárólag ő fizet érte. A közjóság tulajdonságából következően használni viszont a másik is használhatja. A két szereplő döntését egymástól függetlenül hozza. Az 1. táblázat kifizetési mátrixa a lehetséges helyzeteket illusztrálja.

1. táblázat

	A 2. fogyasztó akar közjóságot venni	A 2. fogyasztó nem akar közjóságot venni
Az 1. fogyasztó akar venni közjóságot	$\nu_2 - \frac{c}{2} + r_2$	$\nu_2 + r_2$
Az 1. fogyasztó nem akar venni közjóságot	$\nu_1 - \frac{c}{2} + r_1$	$\nu_1 - c + r_1$
	$\nu_2 - c + r_2$	ν_2
	$\nu_1 + r_1$	ν_1

A kétszereplős döntési játék kifizetési mátrixa

Az 1. táblázat döntési játékának létezik domináns stratégiája, amely szerint egyik szereplő sem óhajtja megvásárolni a közjóságot. Mindez azért van így, mert mindkettő reménykednek a potyázás lehetőségében, vagyis úgy szeretnék használni a közjóságot, hogy nem fizetnek érte. Ugyanakkor egyikük sem „önfeláldozó”, nem hajlandó annyit fektetni a közjóságba (egyedül megvásárolni), amennyit nem is ér meg számára.

Az 1. táblázat által modellezett példák sokasága a valóságban több szereplővel, de gyakorlatilag ugyanígy zajlik le. A közjóságot egyetlen ember nem képes megvenni, az arányos hozzájárulást pedig mindenki szívesen elmulasztja, abban bízva, hogy a többiek úgyis megfizetik a jóság árát.

Természetesen, mint minden példa általánosító ereje, a fentiek is több helyen megtámadható. Először is tiszta vagy tökéletes közjóság alig-alig léte-

⁶Egy jóság rezervációs ára az a pénzösszeg, amelyet a szóban forgó fogyasztó még éppen hajlandó kifizetni érte. A fogyasztó saját helyzetét ugyanúgy ítéli meg, akár kifizeti a termékért a rezervációs árát, és így megszerzi azt, akár egyáltalán nem vásárolja meg, és így pénzt sem ad ki rá.

zik. Vegyes jószág esetében többé-kevésbé módosulnak az induló feltételek. Másodsor: ha akár formálisan, akár informálisan összejátszanak a szereplők, akkor megvásárolják a közjószágot. Harmadsor: az összejátszáshoz hasonló helyzet alakul ki akkor is, tanulás útján, ha végtelen sokszor ismétlik az induló szituációt. Negyedsor: elképzelhető, hogy a szereplőket nem kizárólag saját hasznosságuk maximalizálása vezeti, hanem egyéb szempontokat is szem előtt tartanak. Végül: egy esetleges kényszerhelyzetben nyilván nem érvényes az induló okfejtés.

A potyázás kérdésköre egyes szerzők szerint nem is létezik. Johansen (1977) szerint pl. egyetlen történelmi tény sem igazolja, hogy valaha is potyáztak volna az emberek. Úgy gondolja, hogy ott, ahol a piaci erők szabadon működhetnek, valaki biztosan észreveszi, hogy a társadalmi haszon a közjószág megvalósításával növelhető. Az eredeti szereplőket a korábbival azonos, vagy annál magasabb hasznossági szintre juttatva, az illető saját profitját is gyarapíthatja.

Johansen elsőnek idézett érve enyhén szólva nevetségesnek hat, pl. a-mennyiben a pesti belváros forgalmi dugóira gondolunk. Ugyanezzel a példával lehet cáfolni a másodiknak idézett érvét is. Ha ugyanis a tömegközlekedés megnövekedett igényeire a jól működő piac a kínálat fokozásával reagálna, akkor minden személyautó-tulajdonos jobban járna autója parkolóban hagyásával. Ha viszont a jelenlegi körülmények közt egyvalaki a villamost vagy a metrót választja autója helyett, egyáltalán nem biztos, hogy jobban jár. Píllanatnyilag még nem került elő az a vállalkozó sem, aki számára jövedelmező lenne, hogy a budapesti polgárok fejében tudatosítsa saját érdekeiket, és megszervezze a jobb tömegközlekedést⁷.

Johansen második érve a fenti példa ellenére elgondolkodtató. Hátha mégis az esetek többségében a piac optimalizáló ereje utat tör magának? A hallgatóimmal lefolytatott szimulációs játék tekinthető az állítás igazolására, illetve elvetésére vonatkozó laboratóriumi kísérletnek.

2. A szimulációs játék

A játék alapötletét Brock (1991)-ben olvastam. A Brock (1991) által javasolt szimuláció éppen abba az irányzatba tartozik, mely megpróbálja életközébe hozni a hallgatóknak oktatott közgazdaságtant. A játék szabályai a következők: 5–25 csapat vehet részt, egy csapat állhat egy vagy több hallgatóból is. A játék több forduló, a fordulók számát a tanóra időtartama szabja meg, nem szükséges előre meghatározni. Minden fordulóban minden csapat azonos számú zsetont kap. A zsetonokat kétfajta beruházásra költhe-

⁷Szívesen folytattam a fenti eszmefuttatást, de be kell látnom, hogy ez nem tartozik a Szigma profiljába.

tik: ún. közösségi és ún. magán beruházásra. Minden fordulóban minden zsetont fel kell használni. A beruházások csak a kérdéses fordulóban biztosítanak hozamot, a magán beruházás kizárólag finanszírozójának, a közösségi beruházás a játék minden csapatának, egyenlő mértékben, függetlenül attól, hogy ki állta a költségeket. A játék változó paraméterei a csapatok és a zsetonok száma, a magánszámlára tett zsetonok (a magánberuházásban értékesített zsetonok) egységhezama és a közösségi számlára tett zsetonok (a közösségi beruházásban értékesített zsetonok) hozama. A csapatok külön-külön vett célja, hogy a játék végén minél nagyobb összhozamokat érjenek el⁸. Minden forduló végén minden csapat megtudja, hogy mennyi hozamot realizálhat magán számláján, és a közösségi számla rácső részén. Azt azonban nem tudja meg, hogy a többi csapat egyenként hány zsetont fordított közösségi beruházásra.

Brockhoz hasonló gondolatmenettel dolgozik Isaac és Plott (1981), akik az összejátszás lehetőségét vizsgálják különböző piaci körülmények közt. (A 3. részben én is kitérek a potyázás és az összejátszás analóg problematikájára.) Isaac és Walker (1988) a résztvevők számának, és a hozamok nagyságának változtatásával szimulálja az összejátszás mértékét különböző körülmények között. A két cikk közül azonban egyiknek sem jut eszébe a módszer oktatási célzatú alkalmazása.

Visszatérve az induló ötlethez, Brock (1991) 20 csapattal, és fordulónként 25 zsetonnal dolgozik. A privát számlára tett egy zseton 30 centet jövedelmez, a közösségi zseton pedig 50 centet, amiből értelemszerűen 2,5 cent jut egy csapatra. Négy forduló esetén, az egy csapat által reálisan elérhető maximális össznyereség $2,5 \text{ cent} \times 25 \times 20 \times 4 = 50\$$. Így pl. az a csapat, amelyik összesen 20\\$-t mondhat magáénak, 40%-os teljesítménnyel értékelhető⁹.

A játék technikailag úgy zajlik le, hogy minden csapat kap egy papírlapot, rajta a csapat számával, és egy táblázzal. A táblázat fejlécei: a forduló száma, magánzsetonok száma, közösségi zsetonok száma, magánszámla, közösségi számla, összeg, kumulált összeg. A csapatok minden fordulóban kitöltik az első három rubrikát (tulajdonképpen még a negyediket is ki tudnak tölteni), és egy borítékban átadják a játék vezetőjének. A játékvezető összeadja a csapatok közösségi zsetonjainak számát, megszorozza egy közösségi zseton hozamával, elosztja a csapatok számával, és azt beírja minden csapat közösségi számlájára. A játékvezető feladata a többi megjelölt oszlop kitöltése is.

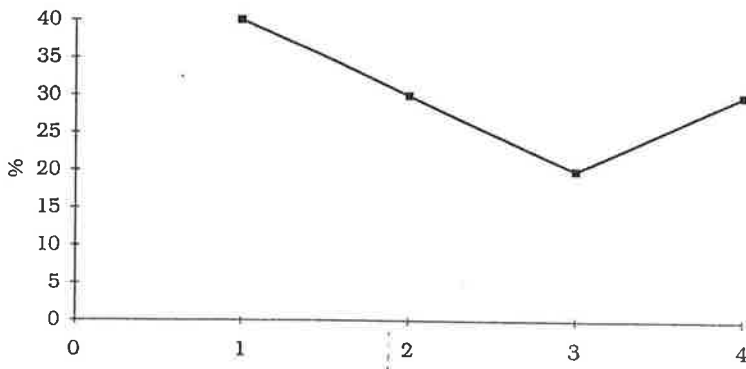
Brock javasolja a játékot vezető oktatóknak, hogy habár jelenlétükben ne engedjék meg a csapatoknak az összejátszást, de néhány forduló után valamilyen ürüggyel egy rövid időre hagyják el a termet. Ekkor minden valószínűség

⁸Brock (1991) a profitmaximalizálási cél követése érdekében vizsgapontokat ígért a legjobb csapatoknak.

⁹Ezért Brock meg is adta a csapat résztvevőinek a maximálisan megígért jutalompontok 40%-át.

szerint össze fognak beszélni a csapatok, és néhány forduló erejéig megnövekszik a közösségi zsetonok száma. Utána véleménye szerint a közösségi beruházás ismét visszaesik, és eléri a korábbi alacsony szintet.

Az 1. ábra Brock négy fordulójában a közösségi számlára tett zsetonok százalékos arányát illusztrálja.



1. ábra: Brock négy fordulójában a közösségi számlára tett zsetonok százalékos aránya

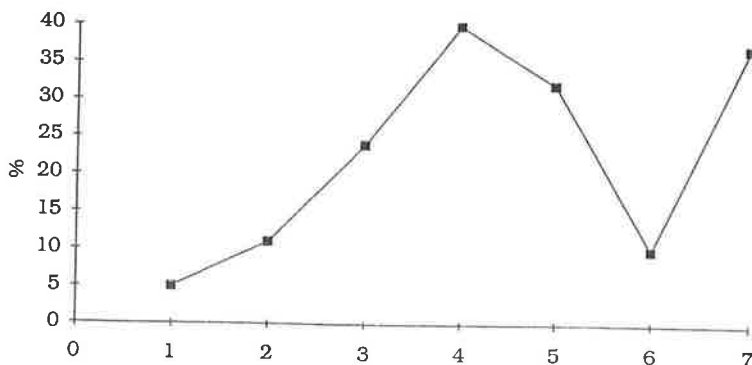
Brock a cikkben illusztrálton kívül több kísérletet is végzett. Ezek eredményei alapján, véleménye szerint, az első fordulóban a közösségi zsetonok tipikus aránya az összes zseton 30 és 60%-a közt van, a második fordulótól kezdve ez a részarány egyre csökken, egészen addig, míg meg nem történik az összejátszás. Az összejátszás azonban nem tart sokáig, a közösségi beruházások szintje ismét csökkenő tendenciát mutat.

3. Saját kísérletem eredménye

Ahogy a bevezetőben írtam, a játékot saját mikroökonómiai kurzusomon próbáltam ki, azután, hogy a hallgatók már megismerkedtek a piaci elméletekkel, de még nem találkoztak a közjószág és az externália témakörével. A játék 7 fordulóból állt (ennyi fért bele a 90 perces órába), és 5 csapat vett benne részt. A fordulónként kiosztott zsetonok száma 20 volt, a magánszámlára tett zseton 3 millió forintot, a közösségre tett pedig összesen 5 millió Ft-ot (egy csapatnak tehát 1 millió Ft-ot) jövedelmezett. Hallgatóim nagy

lelkesedéssel játszottak, nem volt szükség semmifajta jutalompont megígéréseire. A hét fordulóban egy csapat reálisan összesen maximum $7 \times 20 \times 5 = 700$ millió Ft nyereségre tehetett szert, ehhez képest a legtöbbet teljesítő összesen 579 millió Ft-ot ért el. Ez a csapat egyetlen egy zsetont sem tett a közösségi számlára! A legkisebb nyereséget, 318 millió Ft-ot realizáló csapat viszont a legtöbb közösségi beruházást „hajtotta végre”, összesen 87 zsetont tett a közösségi számlára.

A 2. ábra csapataim közösségi számlára tett zsetonjainak százalékos részarányát mutatja az egyes fordulókban.



2. ábra: Saját szimulációs játékomban az egyes fordulókban a közösségi számlára tett zsetonok százalékos aránya

Brock utasításának megfelelően kimentem a teremből, méghozzá az 5. forduló zsetonjainak elhelyezése előtt. Itt azonban éppen ellentétes tendencia figyelhető meg ahhoz képest, amit Brock állított. Az 5. fordulóban nemhogy nem nőtt, de éppen csökkent a közösségi zsetonok száma. Gyakorlatilag Brock egyetlen állítását kivéve, mely szerint a közösségi zsetonok részaránya nem lesz több, mint 60%, semmi nem teljesült. Az első néhány fordulóban ezt még furcsálltam, aztán kimenetelem után, az 5. forduló eredményeit összegezve, megtaláltam a magyarázatot. A végső összesítésben első helyen szereplő csapat papírján a következő megjegyzés állt: „Mi megtanultuk azt a tételt, hogy érdemes a kartellt kijátszani, ha nem tudnak büntetni.”

A rejtély tehát egy pillanat alatt megoldódott. Jó tanuló csoportommal néhány tanórával a szimulációs játékot megelőzően a kartellel foglalkoztunk.

A kartellbeli család¹⁰ témaköre valóban teljesen analóg a potyázó problémával, így hallgatóimnak igazuk volt, amikor nem mentek bele se a formális, se az informális egyezségbe. Esetleg módosult volna a játék menete, ha induló feladatul nem azt adtam volna meg, hogy minden csapat minél nagyobb hozamra tegyen szert, hanem azt hangsúlyozom, hogy próbálják meg elérni minden fordulóban azt a maximális hozamot, amit hosszú távon valóban el lehet érni. A közgazdasági elméletet ismerő szereplő ugyanis tudja, hogy ilyen helyzetben, a paraméterek általam megadott értékét is figyelembe véve, a közösségi beruházás a legkedvezőbb. Sajnos azonban ugyanez a tájékozott játékos azt is tudja, hogy ha valamelyik szereplő bármilyen okból kifolyólag nem a közösségi számlájára teszi a zsetonját, miközben senki másnak nincs magánberuházása, akkor a kérdéses szereplő máris felülmúlja a hosszú távon reálisan elérhető maximumot. A 2. táblázat egy, a játékbeli tetszőleges résztvevő által élvezett hozamok nagyságát mutatja, különböző feltételek mellett.

2. táblázat

Minden zsetont közösségi számlára tettek	100
20 zseton (egy másik résztvevő összes zsetonja) nem került közösségi számlára	80
1 zseton (egy másik résztvevőé) nem került közösségi számlára	99
A vizsgált játékos összes zsetonja magán, a többieké közösségi számlára került	140

A játék egy tetszőleges résztvevőjének lehetséges hozamai (millió Ft-ban), egy tetszőleges fordulóban, különböző körülmények közt

Amennyiben valaki csak egyetlen zsetonját a közösségi számláról a magán-számlára teszi át, miközben a többiek a korábbiak megfelelően cselekszenek, akkor az illető hozambeli nyeresége 2 millió forint.

Az első fordulóban tapasztalt alacsony szintű közösségi beruházás feltételezhetően a fentiekben ismertetett tények tudatosulása miatt következett be. Aztán látván a feltűnően alacsony hozamokat, egyesek mégis megpróbálkoztak a közösségi megoldással is, de gyakorlatilag ők jártak rosszul. Ami azt a rövid időszakot illeti, amikor elhagytam a termet, utólag elárulták, hogy azalatt éppen a család hasznosságát tárgyalták meg.

¹⁰A kartellbeli család azt jelenti, hogy a kartellszerződés tagjainak valamelyike, vagy esetleg többen is, nem tartják be a megállapodást. Többet termelnek a rájuk jutó résznél, vagy olcsóbban árulják terméküket, mint amennyiben megegyeztek.

4. Összefoglalás

Teljesen igaza van Stigler (1963)-nak és Stigler (1970)-nek, miszerint a gazdaságtani oktatásnak a valóságos gazdasági problémákhoz kell kapcsolódnia. Az az irányzat, amelyhez Brock (1991) is tartozik, és amely azt vallja, hogy a kísérleti közgazdasági módszerek, vagyis a szimulációs játékok, az oktatásban jól használhatóak, valóban egyfajta egészséges szemléletet ad az oktatásnak. Két dologról azonban nem szabad megfeledkeznünk:

- A közgazdasági kísérlet egyfajta modellalkotás, a modellezés összes absztrakciós feltevésével együtt. A most leírt szimulációs játékban is jó néhány, a valóságban szerepet játszó körülményt elhanyagoltunk, pontosabban a modell szempontjából irreleváns tényezőnek tekintettünk: pl. nem foglalkoztunk kamatlábbal, a szereplők feltételei minden fordulóban azonosak voltak, a beruházások csak egyetlen évig biztosítottak hozamot, stb. Ezek a tényezők az alapszituációt tekintve valóban lehetnek elhanyagolhatók, ugyanakkor bizonyos körülmények közt előtérbe kerülhetnek. Pl. a beruházások több éves hozama esetén a kamattényezővel mindenképpen számolni kell.
- Láthattuk, hogy a szereplők gazdasági képzettsége, magas szintű problémakezelése sem garancia arra, hogy mindenkor helyes döntések szülessenek. Mindenesetre a közgazdasági műveltség legalább elősegíti azt, hogy a gazdaság szereplői valóban érzékeljék a problémákat, és ismerjék a lehetséges megoldási módozatokat.

Végezetül bízom abban, hogy meggyőztem olvasóimat arról, hogy a kísérleti közgazdaságtant érdemes bevonni a magyar gazdasági oktatás eszköztárába is.

Irodalom

1. Brock, John R.: Teaching Tools. A public goods experiment for the classroom. *Economic Inquiry*. Vol. XXIX, April 1991. pp. 395–401.
2. Isaac, Mark R. and Walker, James M.: Group size effects in public goods provision: The voluntary contributions mechanism. *The Quarterly Journal of Economics*, February 1988. pp. 179–199.
3. Isaac, Mark R. and Plott, Charles R.: The opportunity for conspiracy in restraint of trade. An experimental study. *Journal of Economic Behaviour and Organization*. 4 (2), 1981. pp. 1–30.
4. Johansen, Leif: The theory of public goods: misplaced emphasis? *Journal of Public Economics* 7. 1977. pp. 147–152.

5. Stigler, George J.: Elementary economic education. *American Economic Review*. Vol LXII. 2. 1963. pp. 453-459.
6. Stigler, George J.: The case, if any, for economic literacy. *The Journal of Economic Education*. 1970. Vol. 1. No. 2. 77-84.

A SIMULATION GAME FOR ALLOCATION OF COMMODITIES

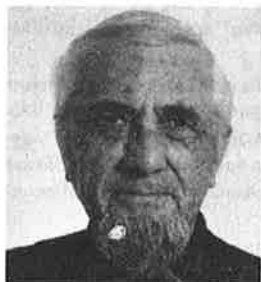
This paper examines a simulation of the free rider problem. The author conducted the simulation with students of economics. Two conclusions can be reached. First the experiment showed that the simulation of economic problem is an enjoyable and useful method of teaching economic problems; second it is demonstrated that the knowledge of economic rules doesn't always lead to social efficient decision.

TUDOMÁNYOS ÉLET

A MAGYAR OPERÁCIÓKUTATÁSI TÁRSASÁG ÉLETÉBŐL

A Magyar Operációkutatási Társaság második közgyűlése 1992. május 22-én tiszteletbeli elnökévé választotta Martos Bélát, az MTA Közgazdaságtudományi Intézetének nyugalmazott főmunkatársát. Annak ellenére, hogy Martos Bélát nem kell bemutatni az operációkutatók hazai taborának, legkevésbé a Szigma olvasóinak, mégis a MOT Elnöksége a következő szakmai-tudományos életrajz közreadásával is szeretne Martos Béla munkássága előtt tisztelegni.

Martos Béla szakmai életrajza



Martos Béla 1920-ban született Budapesten. Miután kitanulta az elektro-műszerész szakmát, a szegedi és a budapesti tudományegyetemen matematikát és fizikát tanult. A matematika szeretetéhez Kalmár László, Fejér Lipót, Szász Pál és Turán Pál mutatták az utat. A háború után tanári oklevelet szerzett az Eötvös Lóránd Tudományegyetem matematika-fizika szakán. Pályafutását ennek ellenére a közigazgatás területén kezdte. 1949 és 1962 között a Központi Statisztikai Hivatalban, az Országos Tervhivatalban és a Kohó- és Gépipari Minisztériumban dolgozott.

Pályájának kezdeti szakaszát igencsak a változatosság jellemezte. Volt elektro-műszerész, gépi hurkoló, társadalombiztosítási tisztviselő, tervhivatali osztályvezető és főmérnök a Kohó- és Gépipari Minisztériumban, miközben szakcikket írt munkaiügyi kérdésekről a Statisztikai Szemlébe, a Munkaiügyi Szemlébe és a Közgazdasági Szemlébe.

1962 óta az MTA Közgazdaságtudományi Intézetében dolgozik, 1990 óta nyugállományban. Martos Béla szigorú értelemben vett tudományos pályafutása az ötvenes évek vége felé vette kezdetét és ez a kezdet, noha akkor már közel 40 éves volt, ragyogó sikerekkel indult. Első olyan eredményét, amire a nemzetközi tudomány is felfigyelt, a *matematikai programozás* terén érte el. Abban az időben a kutatások fő iránya a legegyszerűbb modell típus, a lineáris programozási feladat vizsgálatára irányult. Az ennek a feladatosztálynak

a megoldására szolgáló szimplex algoritmus ismerete ma már a közgazdász alapképzés része. Martos Béla észrevette, hogy az a feladatosztály, ahol két lineáris függvény hányadosának a szélsőértékeit kell meghatározni, sok lényeges tulajdonságában megegyezik a lineáris feladatokkal. Ennek alapján a világon elsőként oldotta meg a lineáris tört-programozási, vagy az általa bevezetett terminológiát használva a *hiperbolikus programozási feladatot*, megelőzve az ugyanezzel foglalkozó amerikai és német matematikusokat.

Martos Béla idevágó eredményei 1960-ban jelentek meg magyar nyelven, de hogy a nemzetközi szakma azonnal felfigyelt rá, bizonyítja, hogy pár éven belül a teljes cikket leköszölte angolra lefordítva az egyik vezető amerikai szakmai folyóirat, a Naval Research Logistics Quarterly is. Martos Bélának ez a cikke elindítója volt a *tört-programozásról* (Fractional Programming) szóló irodalomnak, aminek bibliográfiája ma már több száz adatot tartalmaz.

Martos Béla további vizsgálódásaiban egy érdekes újítást vezetett be. Ahelyett, hogy adott feladatosztályhoz keresett volna megoldási algoritmust, adott algoritmushoz, nevezetesen a szimplex algoritmushoz keresett olyan feladatosztályt, amelyre az algoritmus működik. Ezen vizsgálódásai kapcsán jutott el a linearitás különböző általánosításainak (kvázimonotonitás, pszeu-domonotonitás) vizsgálatához. Ezek az eredmények is számos további kutatások kiindulási pontjával szolgáltak, „megfertőzve” számos hazai kutatót is.

1966–67-ben Ford ösztöndíjjal az Egyesült Államokban, Cambridgeben (az MIT-n) és Stanfordban folytatott tanulmányokat. 1969-ben (majd 1980-ban újra) a Purdue Egyetemen (Indiana, USA) volt vendégprofesszor egy-egy szemeszterre. 1970-ben elnyerte a matematikai tudományok kandidátusa fokozatot a matematikai programozásban elért eredményeit összegző disszertációjával.

Pár évvel később, 1975-ben, angol nyelvű monográfiában foglalta össze kutatási eredményeit *Nonlinear Programming: Theory and Methods* címmel. Sok hazai és külföldi szakember szerint ez a könyv akkor a legjobb volt a piacon. El is fogyott egy szálig. De azóta is, jóllehet már több, mint 15 év telt el, és az adott témában sok újabb monográfia is napvilágot látott, könyvét rendszeresen meghivatkozzák az adott terület kutatói.

Hogy tudományos eredményeit milyen nagyra értékelte az akkori szakmai társadalom, jelzi, hogy beválasztották a Mathematical Programming Society elnökségébe, melynek több éven keresztül volt tagja.

Matematikai kutatásai széles spektrumot ívelnek át. A tiszta matematikától a releváns alkalmazásokig. A hatvanas években intenzíven tanulmányozta a népgazdaság dinamikus modelljeit, amiről 1967-ben társszerzőkkel (Andorka Rudolf-fal és Dányi Dezső-vel) egy könyvet is publikált *Dinamikus népgazdasági modellek* címmel.

Martos Béla a hetvenes évek elején kezdett el foglalkozni a szabályozás-

elmélet közgazdasági alkalmazásaival. Ebből a témából első cikkét Kornai Jánossal közösen írta a gazdasági rendszerek vegetatív működéséről, melynek angol nyelvű változata a világ legrangosabb matematikai-közgazdasági folyóiratában, az *Econometrica*-ban jelent meg 1973-ban. Kornai Jánossal már korábban is több munkában voltak társak: alumíniumipari programozás, kétszintű tervezés stb. Ez a közös munkájuk azonban minden korábbinál gyümölcsözőbbnek bizonyult, egész iskola alakult ki körülöttük. Ennek egyik kézzelfogható bizonyítéka az a Martos és Kornai által szerkesztett *Szabályozás árjelzések nélkül* című tanulmánykötet, amely 1981-ben az Akadémiai Kiadónál jelent meg. Martos Béla nemcsak egyik szerkesztője volt ennek a nagysikerű munkának, melyet hamarosan a North-Holland kiadó angol fordításban is megjelentetett, hanem a 13 tanulmány közül 4-nek szerzője, kettőnek pedig társszerzője volt.

Ez a monográfia csak az első állomás volt Martos Béla szabályozáseméleti kutatásaiban. A gazdasági szabályozási struktúrák című közgazdasági akadémiai doktori értekezésében, melyet 1985-ben sikeresen meg is védett, nemcsak mások eredményeit fejlesztette tovább, de kritikusan felülvizsgálta saját és Kornaival közös korábbi modelljeit is. Az értekezés *Economic Control Structure: a non-Walrasian Approach* címmel 1990-ben a North-Holland kiadónál publikálásra került.

Tudományos tevékenysége nemzetközi elismeréseként gyakran hívták meg külföldre. Először Ford ösztöndíjasként, majd vendégprofesszorként tartózkodott az Egyesült Államokban, közben Rómában a FAO-nál tevékenykedett. FAO szakértőként demográfiai-mezőgazdasági tervezési modellt dolgozott ki fejlődő országok részére, amit Pakisztánban és Egyiptomban ki is próbáltak.

Alelnöke az IFAC (International Federation of Automatic Control) Gazdasági Rendszerek Bizottságának (Economic and Management Systems Committee), tagja az Econometric Society-nek. Hosszú ideig részt vett az *Econometrica* folyóirat szerkesztésében. Tagja az MTA Operációkutatási Bizottságának. Alapító tagja a Magyar Gazdaságmodellezési Társaságnak és a Magyar Operációkutatási Társaságnak.

Az elmúlt 30 év folyamán Martos Béla nemcsak saját munkájával törődött, hanem példamutatóan aktív szerepet játszott a Magyar Közgazdasági Társaság Matematikai-Közgazdasági Szakosztályában, annak rendezvényein. Mindenekelőtt a szakosztály SZIGMA folyóiratát szerkesztette 1969-es megjelenésétől kezdve 20 éven át nagy odaadással, és nemzetközi mércével mérve is magas színvonalon. A magyar közgazdasági életben máig meg nem honosodott módon a Szigmánál két névtelen lektor alapos véleménye alapján megszűrt és átdolgozott cikkek jelentek meg az 1969-es indulás óta. Ez a szakmai igényesség is hozzájárult ahhoz, hogy a Szigmában megjelent cikkeket a nemzetközi referáló folyóiratok (pl. a *Mathematical Reviews*) is rendszeresen referálják.

Számos hazai és külföldi tudományos konferencia szervezésének volt részese, egyeseknek elnöke. Számos konferencián tartott előadást. Iskola-teremtő munkásságának elismeréseképpen a Janus Pannonius Tudományegyetem 1991-ben díszdoktorává avatta.

Martos Béla nyugdíjasként sem „tétlenkedik”. Matematikusként a lineáris irányított rendszerek működőképes trajektóriáiról publikált cikket, közgazdászként pedig a hazai nyugdíjak egyenlőtlenségét elemzi új felfogásban és új módszerekkel.

* * *

A Magyar Operációkutatási Társaság 1992. május 22-i közgyűlése tiszteletbeli tagjává választotta Jakob Krarup dán matematikust, a számítógéptudomány és operációkutatás professzorát.

Az MTA SZTAKI matematikai programozási téli iskoláinak résztvevői jól ismerik kedves, közvetlen egyéniségét, különleges vonzódását Bartók zenéjéhez, és azon keresztül a magyar kultúrához. A magyar operációkutatók közül sokan élvezték személyes támogatását is. A MOT létrejöttét a kezdetektől fogva őszinte érdeklődéssel kísérte, és mint az IFORS alelnöke, illetve az EURO elnöke, messzemenőig segítette a MOT felvételét az IFORS-ba és az EURO-ba.



Jakob Krarup életrajza I.

Jakob Krarup 1936. július 21-én született Koppenhágában. 1964-ben, mint *elektromérnök* és *alkalmazott matematikus* M. Sc. fokozatot szerzett a koppenhágai Dán Műszaki Egyetemen. Ugyanitt Ph. D. fokozatot szerzett 1967-ben *operációkutatásban*. Ugyanezen tudományterületen D. Sc. fokozatot szerzett 1982-ben a Koppenhágai Egyetemen. Jelenleg a Koppenhágai Egyetem Számítógéptudományi Intézetének (DIKU) professzora.

Számos egyetemen, kutatóintézetben volt „látogató” professzor (London School of Economics; University of California, Berkeley; SEMA, Paris; Université de Montreal; University of Calgary; Technion, Israel Institute of Technology; Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne), többek között az MTA SZTAKI-ban és az ELTE Operációkutatási Tanszékén is.

Krarup professzor rendkívül aktív szerepet játszik számos nemzetközi szervezetben. Mellőzve a teljes felsorolást, csak a legfontosabbak megemlítve:

Danish Federation of Information Processing and Management: Executive Committee Member (1971–76, 1978–79);

Danish OR Society: Member (1964–), Secretary (1969–72), President (1977–79);

DAPS Society, European OR Seminars: Co-founder and President (1984–);

EURO, Association of European OR Societies: Danish Representative (1977–79, 1983–), Vice President (1981–85), President (1989–90), Program Committee Chairman, EURO III (1979), Co-founder and member of four EURO Working Groups (Location Analysis, Systems Science, ESIGMA, Decision Support Systems);

IFORS, International Federation of OR Societies: Danish Representative (1977–79, 1992–), EURO Vice President of IFORS and Co-ordinator of Meetings (1992–);

MPS, Mathematical Programming Society: Member (1971–), Member of International Programme Committee for all symposia organized by MPS since 1976;

NATO, Special Programme Panel on Systems Science: Member (1975–79);

ORS, Operational Research Society, U.K.: Member (1990–);

ORSA, OR Society of America: Full member (1979–);

TIMS, The Institute of Management Sciences: Member (1965–), Council Member (1978–81).

Krarp professzor tudományos publikációinak száma meghaladja a százat. Ezek között 6 könyv található, melyeknek szerzője illetve társszerzője, szerkesztője illetve társszerkesztője.

Számos nemzetközi folyóirat szerkesztőbizottságának tagja:

European Journal of Operational Research (1976–91), *Discrete Applied Mathematics* (1979–), *Advances in Management Studies* (1981–), *OR Spektrum* (1981–), *Annals of OR* (1983–), *JORBEL* (1984–), *YUJOR* (1991–).

Krarp professzor – kérésünkre – számos adattal segítette életrajzának megírását. Rendhagyó módon a „száraz” tényadatok mellé a következő személyes töltetű kis írást is mellékelte, melyet 1992 augusztusában írt. Ez az oka, hogy a MOT IFORS illetve EURO tagságáról, mint közeljövőben esedékes eseményről ír¹. Hogy a fordítás során ne vesszen el, illetve ne transzformálódjon ennek a személyes visszatekintésnek a hangulata, mondandója, ezért a Krarp professzor által a MOT Elnökségének küldött írást fordítás nélkül adjuk közre.

“Mylife”, Part II

I grew up in Copenhagen as the only child of two professional musicians, both pianists and organists. My father introduced me to Bach, Buxtehude, and Brahms whereas the vitalization of Mozart, Debussy, Ravel, and Bartók largely was left to my mother.

Travelling was clearly impossible during the five dark years 1940–45 where the only door ajar to the outside world was the lights along the nearby Swedish coast. Some compensation, however, was found at the dining table

¹A teljesség kedvéért megemlítjük, hogy 1992 novemberében az IFORS tagszervezetek nagy többséggel megszavazták a MOT csatlakozási kérelmét. 1993. július 11-én az EURO is felvette a MOT-ot tagjai sorába.

at home with city maps of a handful of European capitals where my parents had studied and worked, notably Berlin, Budapest and Paris.

My mother's fascination about Budapest: its rich musical life and personalities, its spectacular views, Hungarian cooking, and the hopelessly difficult language, has remained with her ever since and was passed to me at an early age via maps, photographs, and her many accounts of people, places, and events.

Thus, Budapest was not completely virgin territory to me when the first visit actually materialized. As most OR people and math programmers will recall: 1976 was the year of the *IX. International Symposium on Mathematical Programming*, staged and directed by Prof. András Prékopa, and held at the MTA premises on Roosevelt tér. András' enterprising and organizational capabilities are well known. Among his many initiatives is the series of Math Programming Conferences, preferably held in the Academy's Summer House in Mátrafüred. Thanks to the kind invitation extended to me by András, I became acquainted with the „true Matrafüred spirit” as early as in 1977 ... and no such meeting, be it in Mátrafüred, Visegrád, or Galyatető, has been missed ever since. The main aim of *DAPS Society* is to provide a forum where graduate DIKU-students interact with senior researchers and are given the opportunity of presenting their works to an international audience. Thanks to an equally kind invitation, András hosted the third annual meeting in this series (Visegrád, 1980).

Other attractive manifestations of the Budapest-Copenhagen connection over many years have been the almost regular January-visits, normally a week or so for joint research with various staff members at SZTAKI. It seems quite appropriate in this context here to acknowledge my gratitude, not only to András Prékopa but also to László Kovács, István Maros, and Piroska Turchányi, to mention but a few.

In return, DIKU has at many occasions welcomed visiting scholars, all distinguished members of the Hungarian OR community. Recession or not: I hope that means can be found for making similar exchange visits possible also in the years to come.

Europe has, mildly spoken, witnessed dramatic changes during the past few years. As one of many consequences, an increased strengthening of cooperation across old and new borders is well called for. Steps have already been taken to make associations like IFORS and EURO visible to our colleagues in the new democracies.

The *Committee on Operations Research*, Hungarian Academy of Sciences, Kindred Member Society of IFORS since 1983, obtained associate membership of EURO the same year. The *Hungarian Operational Research Society* (HORS) which eventually was founded on May 24, 1991, can now be expected soon to obtain full membership of both associations.

This takes me back to the expect above. Honestly, the „precious contribution” in this direction does in no way go beyond the duties I had as President of EURO. Rather, in the light of all of the above, it was a but a dear obligation to offer a modest amount of obstetric aid.

Precious or modest: it is a great honour to be proposed as a candidate for honorary membership of HORS. The proposal is accepted with pleasure and with thanks to HORS in general and to Margit Ziermann and Tamás Rapcsák in particular.

Good excuses for visiting and revisiting Budapest quite frequently have never been missing. The lasting friendships that have evolved over the past 16 years are highly ranked in this context. Yet, I am happy to add yet another good excuse to the list. *Ezért: Vizontlátásra! Remélem, az hamarosan lesz.*

Beszámoló a párizsi sokváltozós statisztikai konferenciáról

Sok van, mi csodálatos, de... Párizsnál nincs semmi csodálatosabb, legfeljebb csak egy párizsi sokváltozós statisztikai konferencia.

1993. augusztus 31. és szeptember 4. között Párizsban rendezte a Klasszifikációs Társaságok Nemzetközi Szövetsége (IFCS, International Federation of Classification Societies) negyedik nemzetközi biennáléját. Az előző három konferencia helyszínei: Aachen (Németország), Charlottesville (USA) és Edinburgh (Nagy-Britannia), az ötödik pedig Japánban lesz.

A mostani konferencia tudományos jelentőségét a számok is mutatják. Nyolc plenáris előadás, 21 meghívott és 70 benyújtott előadás szerepelt a négy és fél napos programban. További közel negyven dolgozatot a poszter szekcióban mutathattunk be. Így sikerült elkerülnünk a szervezőknek azt, hogy nagyon szűkrezabott idejű előadások és elnöki szóval berekesztett viták peregenek.

Az első napon három óras nagy előadások voltak a kombinatorikus módszerekről (J.P. Barthelemy), a szimbolikus adatelemzésről (E. Diday), a térbeli adatok elemzéséről (P. Legendre), valamint a kérdőíves adatok elemzéséről (A. Morineau).

A második napon három párhuzamos szekcióban kezdődött meg a munka, amelyet csak a délutáni poszter szekció szakított meg. A szünetek ugyanis jó alkalmat teremtettek a kifüggesztett dolgozatok elolvasására és megbeszélésére.

Mind az előszóban előadott, mind a leírt dolgozatok között előfordultak elméleti megközelítések, új algoritmusok és ezek tesztelését bemutató anyagok is. Számos előadásból kaptunk képet gyakorlati alkalmazásokról, esettanmányokról. Számomra azonban különösen azok az előadások voltak szívet melengetőek, amelyek az alkalmazások során fellépő problémákat érintették. Példaként megemlítem egy amerikai kolléga (G.W.Furnas) dolgozatát, melyben a dimenziószám csökkentése és az információvesztés közötti feloldhatatlan ellentmondást tárgyalta, valamint egy bécsi professzort, (R. Viertl), aki a nem pontos adatok további elemzése során fellépő problémákra tért ki.

Jóleső érzéssel hallgattam a sokváltozós statisztikai módszerek iránt a külföldi kollégák szavaiból kicsendülő kritikus bizalmat. Ezt a furcsa jelzőtársítást talán legjobban az egyik szekció címével tudom indokolni. A „Bizonytalanság és osztályozás” elnevezésben még a sorrend is fontos. Sohasem téveszthetjük szem elől egy sokváltozós statisztikai elemzésben a mérési és nem-mérési hibáktól kezdve a módszerekben rejlő szubjektív döntéseket igénylő

lépéseket, mint a bizonytalanság legfőbb forrásait. Az így nyert eredmények értelmezése nagy önmérsékletet igényel. Ugyanakkor az előadók mindegyik bizalommal alkalmazta és ajánlotta a klaszterezés, a faktoranalízis, a sokdimenziós skálázás vagy éppen a diszkriminancia, valamint a korrespondencia elemzés eljárásait.

A konferencia hivatalos nyelve az angol mellett a francia volt. De kellemes meglepetésként magyar szót is hallottam, amikor az esti fogadáson lengyel kollégám az asztalunknál ülő társaság minden tagjait saját anyanyelvükön üdvözölte.

A nyolc fogásos vacsora a francia konyha legfinomabb remekeiből állt. A világ legtávolabbi részeiből összegyűlt oktatók, kutatók dícséretére legyen mondva, hogy a hosszú munkanap és a kiadós vacsora után táncra perdültek, és a francia, valamint dél-amerikai dallamokra lelkesen táncoltak. Másnap persze a szokásosnál egy órával később kezdődtek az előadások.

Fontos kísérője volt a konferenciának az a kiállítás, amelyen a legújabb könyveket és szoftvereket mutatták be a rendezvényt támogató cégek. A STATGRAPHICS 6.0 változatát és a Statg. Pluszt például úgy reklámozták, hogy nincs többé adatmátrix méret probléma, mert 35000 elemű mintát is könnyen kezelhetünk ezzel a programcsomaggal. A 386/486-os PC-ken is futtatható programok a korábbiaknál elegánsabb grafikus ábrákat készítenek és egérrel is működnek.

A kétoldalas absztraktokat tartalmazó kötet már a konferencia előtt elkészült. Vastagsága kellő nyomatékkal bizonyítja, hogy a sokváltozós osztályozással foglalkozó szakembereknek van még mondanivalójuk egymás és a világ számára. A 223 résztvevő jó hangulatú, érdekes előadásokban gazdag konferencia után búcsúzott el egymástól szombaton délbén, hogy a hétvégét Párizsban szentelhesse.

Párizs!... Egy hosszú sóhaj, a leírhatatlan sok szép látnivaló, néhány tekerics film, de ez már egy más LAP-ra tartozik.

Kovács Erzsébet

KÖNYVEKRŐL

SIMON ANDRÁS: *Piac, adagolás, hiány*. Aula Kiadó, 1990. 134 old.

Kissé megkésett ismertető ez egy könyvről. Bár már 1990-ben kaptam egy felkérést a megírására, két évig halogattam, hogy eleget tegyek ennek. Úgy gondoltam, hogy egy ilyen fajsúlyú könyv elemzése nem egy frissen végzett egyetemi hallgató feladata. Azt hittem, hogy a könyv értékelését a hazai közgazdasági tudomány prominens képviselői fogják elvégezni, azok, akik részt vettek abban az élénk szakmai vitában, amely a könyv által érintett területre olyan jellemző volt a hetvenes és nyolcvanas években. Vártam, hogy felszólalnak azok, akiknek sokéves intellektuális építményét a szerző egy-egy elegáns gondolatmenettel földig rombolja, talán kiderül, hogy mégsem olyan elegánsak ezek az érvek, van ellenük ellenérv. Ma már látom, hogy várokozásom indokolatlan volt. Simon András úgy zárt le egy témát, hogy nem hagyott logikai réseket, amelyeken keresztül mondanivalója támadható lenne.

A vita Simon András érveivel annál is nehezebb, mivel könyve szakít a verbális közgazdaságtannak azzal a régi magyar hagyományával, miszerint egy gondolat annál alaposabban van megindokolva, minél hosszabban fejtegetjük az igazságát. Ez a hagyomány ugyan olvasmányosabbá, látszólag érthetőbbé, ugyanakkor viszont könnyen támadhatóvá teszi a műveket. Az olvasó, amikor mondatról mondatra követi az általában nagyon szellemesen és színesen megírt mondanivalót, úgy érzi, hogy érti, amit olvas. Szívesen végig is olvassa, mert mindenféle érdekeset talál benne, ami megegyezik a saját tapasztalatával, majd a végére érve meglepődéssel és meggyőzve teszi le a könyvet. Nem veszi észre, hogy becsapták, a sok tetszetős szövegbe logikai hibákat csempészték. Az ellenvélemények ugyanebbe a csapdába esnek, gyakran felületesek, csak látszólag ellentétes értelműek, esetleg csak szemantikai természetű ellentmondásokon lovagolnak. Simon András nem ezt az utat követi: a logikai szigort nem helyettesíti bőbeszédűséggel. Bár megközelítésmódja alapján véve nem matematikai jellegű, sokszor előfordul, hogy egy-egy fogalom csak matematikailag fogalmazható meg pontosan, és itt nem riad vissza a képletek alkalmazásától. Ez a képzetlen olvasót elriaszthatja, de a képzett olvasó számára valójában könnyítés, mert így félreérthetetlen pontossággal kapja a gondolatok megfogalmazását.

A könyv átfogó mű, amely alkalmas arra, hogy olvasója megismerkedjen a címben szereplő téma minden fontos kérdésével. Nagy segítség az olvasónak, hogy a könyvben röviden és az intuitív megértésre koncentrálva találhatja meg olyan elméletek leírását, melyek egyébként csak technikailag igen nehezen követhető, matematikai orientációjú forrásokban találhatóak meg. A

könyv elsődleges célja azonban nem ismertetés: az ismertető rész a szerző saját mondanivalójának megértését készíti elő és maga is nagymértékben a szerző értékítéletével telített. Mi sem példázza ezt jobban, mint az, hogy az irodalomban alig hivatkozott J. Green sokszorosan nagyobb súlyt kap, mint J. Benassy, akire a tényleges kereslet elméletének egyik atyjaként tekintenek. Ez a szelekció részben a szerző azon törekvését tükrözi, hogy ne elmélettörténetet írjon: a műveket elsősorban ne a működésük idején kifejtett hatásuk alapján, hanem aszerint ismertesse, hogy mennyire bizonyultak időtállóknak. A szelekció másik szempontja az volt, hogy az ismertetés tulajdonképpen csak előkészítő a szerző saját elméletének megértéséhez. Ez az elmélet a hiánygazdaság működésének a leírása.

Magyarországon ezt a témát mindig nagy érdeklődés kísérte. A figyelem nagymértékben Kornai Jánosnak köszönhető, akinek könyve (Kornai (1980)) szakmai bestsellernek bizonyult, de a könyv nyomán kialakuló vita is sok értékes gondolatot vetett fel. A „Piac, adagolás, hiány” c. mű alapvetően lefedi ennek a vitának a területét. Érdekes módon ez az átfedés nehezen észrevehető az olvasó számára. Bár a szerző nem mulasztja el megjegyezni, hogy Kornai nézetei nem állják ki a könyv logikai szigorúságának a próbáját, és megemlíti nézeteinek rokonságát Soós Károly Attiláéval (1986), ezek a megállapítások nem kapnak hangsúlyt a könyv egészében. Ennek két oka van. Az egyik ok az, hogy a szerző megközelítése alapvetően különbözik mind Kornaiétól, mind Soósétól. Kornai *Hiány* c. művében a szocialista vagy tervgazdaságok számára új közgazdaságtant, a keresletkorlátos gazdaság tanát kínálja. Ez a megközelítés lehetővé tette számára, hogy ne kelljen mindazt feldolgoznia, amit a közgazdaságtudomány a korlátozott egyensúly témájában már elért. Elegendőnek tartotta, hogy megfelelő módon elhatárolja magát ezektől. Soós (1986) a verbális hagyományok művelőjeként még kevésbé kötődik az elmélethez, nem is hivatkozik a tiszta elmélet olyan képviselőire, mint Svensson vagy akár Benassy, érdeklődése gyakorlatibb. Így azután nem csodálható, hogy ha valaki a nyugati közgazdasági tudományra építve bontja ki mondanivalóját, mint ahogy a szerző teszi, nem sok közös szállal kötődik akár Kornai, akár Soós gondolatmenetéhez. A másik ok talán a szerző szándékaiból adódik: műfaját tekintve tiszta művet akart alkotni, ezért a közgazdasági tanulmány műfaját nem akarta a vitairat műfajával keverni, még akkor sem, ha ez utóbbi talán több olvasót vonzana. (E különbségekről az olvasó valamivel többet találhat Simon András (1992b) cikkében).

A könyv első nagy érdeme az olyan alapfogalmak tisztásában rejlik, amelyek pontos definíciója nélkül a hiány fogalma a levegőben lóg, nem értelmezhető. A szerző megmutatja, hogy a hiány fogalmának a megértéséhez a kulcs az a kereslet. A kereslet különféle értelmezése a korlátozott piacokon más és más hiányfogalomhoz vezet, és a hiány elemzésével foglalkozó szerzők gondolati rendszereinek inkonzisztenciái általában a kereslet zavaros értelmezéséből

adódnak. Nemcsak igen hasznos a szerző azon törekvése, hogy „rendet teremtsen” ezen a téren, hanem meggyőző is, ahogyan teszi. Benassy speciális tényleges kereslet fogalmát kereken elveti, mint spekulatív konstrukciót, Dréze definícióját pedig a determinisztikus adagolás speciális kereslet-fogalmaként értelmezi. A sztochasztikus korlátok esetére Svensson (1980) dolgozta ki a helyes értelmezést. A fogalom érdekes következménye – mint a szerző rámutat – hogy a korlátok megléte elválasztja egymástól a kinyilvánított vételi szándékot és a tervezett vásárlást, szemben a walrasi gazdasággal, ahol ez a két fogalom egybeesik, és joggal nevezetük bármelyik keresletnek. Simon András meggyőzően mutatja be, hogy a kereslet fogalmának tisztázatlanságai sokaknál ennek a walrasi gazdaságtól eltérő kettősségnek a fel nem ismerésére vezethetők vissza és ennek a különbségtételnek a figyelmen kívül hagyása egy egész közgazdasági modell-rendszert (Portes – Winter (1976) és követői) vezetett vakvágányra. Ezeknek az ún. disequilibrium modelleknek erre az elméleti buktatójára ugyan már sokan céloztak, legelőször talán Katz (1977) – Kornai (1980) kritikája is tartalmazza ennek a gondolatmenetnek egyes elemeit –, de a bajok gyökerének ilyen pontos megállapításához Simon könyvéig várnunk kellett. Simon mutat rá arra is, hogy Kornai János kritikája és saját konstrukciója szintén miért inkonzisztens: a kereslet fogalma nála is definiálatlan. Joggal kéri tehát számon tőle, hogy mit is kell értenünk (majdnem) végtelen keresleten és a rá épülő erőforrás-korlátos gazdaság fogalmán.

A könyv első részében precízen kifejttet fogalmakra alapozva Simon András elegánsan tudja a hiánygazdaság működésének konzisztens leírását adni. A könyvnek ez a 3. fejezete külföldön is ismert és joggal váltott ki nemzetközi elismerést. A modell mikroökonómiai alapja McCafferty (1977) egy régi, egészen más alkalmazásra kidolgozott kereséses modelljéből származik. A szerző megmutatja, hogy ez a keresési modell értelmezhető úgy, mint egy hiánypiacon megvalósuló adagolás. Ragyogó meglátása, hogy az egészen más oldalról közelítő Green adagolási rendszere ezzel ekvivalens. Green (1981) elemzésében a tranzakció mennyisége a kinyilvánított keresleten kívül csak a piac általános állapotától (az összes kereslet és kínálat viszonyától) függ. Simon megállapítja, hogy a fenti tulajdonság a piacon történő elosztás nem-diszkriminatív jellegét emeli ki, és a nem walrasi, tehát hiánypiacoknak is olyan jellemző tulajdonsága, ami a modellezés alapjául szolgálhat. Bár kitér arra, hogy az ettől eltérő – például tervezési – adagolásoknak milyen szerepük van a hiánygazdaságban a javak elosztásában, lényegében ilyen hiánypiacot elemez, amikor saját modelljét felállítja. E modellel a szerző alapvetően tisztázza a hiánygazdaság működési mechanizmusát, olyan precízen tömör megfogalmazásban, amelyre e témában az eddigi közgazdasági irodalomban nem találunk példát.

Az így felállított modell alapvető makroökonómiai kérdésekre is választ ad. Megtudhatjuk, hogy 1. az aggregált kereslet (mint tervezett vásárlás)

növekedése jellemzően a hiánygazdaságban is növeli a termelést – szemben a disequilibrium-modell híveinek ellenkező predikciójával, 2. a termelés mindig kereslet- meghatározott a fenti értelemben, tehát a kereslet-korlátos – erőforrás-korlátos gazdaság megkülönböztetésnek nincs alapja. Sőt, a kereslet bizonyos szinten túli növelése a termelés ellehetetlenüléséhez, megszűnéséhez vezet – szemben a Kornai-féle elmélet majdnem-végtelen keresletre épülő konstrukciójával, 3. a hiányok oka a tervgazdaságokban a kínálat rugalmatlansága, amely a kereslet szintjétől függetlenül adott – összhangban Soós Károly Attila nézetével. (A szerző itt hozzátéhetette volna Mellár Tamás (1987) nevét is.)

Mindezek a következtetések természetesen merev-áras rendszert tételeznek fel. A könyv megírásakor a szerző még nem foglalkozott azzal, hogy az árak szabadabb tétele milyen hatással lenne a hiányra. Egy későbbi tanulmánya (Simon (1992b)) már erre is kitér. Ekkor joggal mutat rá arra, hogy az átmenet tapasztalatai igazolták a modell következtetéseit. Nyilvánvalóvá vált, hogy a különbség lényege a szocialista (állami) és piaci (magán) gazdaságok között mennyire a vállalatok kínálatának rugalmatlanságában rejlik: az árak szabadabb tétele ugyan többé-kevésbé megszüntette vagy legalábbis lényegesen csökkentette a hiányokat, de ez nem a termelés átcsoportosításával ment végbe: a kereslet csökkentése egyszerűen csak a termelés csökkenését, munkanélküliséget idézett elő. Az történt, hogy ahol azelőtt többletkínálat volt termékekből, ott ez átvetődött a munkapiacra, átalakult a munka többletkínálatává.

A szerző meggyőző arról, hogy a merev árak – és ezzel a hiányok fellépésének lehetősége – nem valami olyasmi, ami egy jól működő piaci gazdaságban nem fordulhat elő. Olyannyira lehetséges, hogy ennek elemzése része a közgazdasági irodalomnak, és ebből kapunk ízelítőt az 1.5 fejezetben. Hozzátehetnénk, hogy az ármerevségek okainak vizsgálata a neok Keynesiánus elmélet fő területe. Ez már nem témája a könyvnek, részben azért, mert ez az elmélet jórészt a munkapiacot elemzi, részben azért, mert a szerző szűken csak a hiánykövetkezményekkel foglalkozik.

A 4. fejezetben a szerző ismertetést ad a Barro-Grossman modellről. Maga a leírás, amely tartalmazza a modell összes feltételezésének precíz megfogalmazását, a magyar nyelvű irodalomban önmagában is hiányt pótol, de fontosabbak a modellhez fűzött megjegyzések. A szerző itt értékeli a modellt, mint a termék- pénz- és munkapiac közötti túlcsordulás vizsgálatának eszközt. A keynesi típusú egyensúly vizsgálatában nagyon hasznosnak találja a modellt, de ugyanakkor a túlcsordulás jelenségét érdektelennek tekinti a szocialista gazdaságok hiányjelenségeinek, vagy hatékonysági problémáinak magyarázata szempontjából. A szerző e könyv megírása utáni cikkeiben bővítette a Barro-Grossman modellről elmondottakat (Simon (1992a, 1992b)).

Összefoglalva a könyv értékelését, a mű egy közgazdasági elmélet kifejtése,

amely a szocialista gazdaságok legáltalánosabb jellemzőit magyarázza. Ez az elmélet azonban mélyen gyökerezik a közgazdaságtudomány általános elméletében. A magyar olvasóközönség számára ezért csak úgy volt megírható, ha a szerző ismerteti azokat az alapokat, amelyekre az elmélet épül. A könyv ezért tankönyvként is jól használható, egyrészt a hiány témájával kapcsolatos közgazdasági szakirodalom alapjainak forrásaként, másrészt a tervgazdaság működési mechanizmusának elméleti modelljének leírásaként. Bár ez a modell a szerző nevéhez fűződik, a benne lévő gondolatok eléggé kitisztultak ahhoz, – márcsak azért is, mert az elmúlt 15 év gyakran hibás, de mégis csak gondolatébresztő munkáira építhetett – hogy mentesek legyenek az elsőkézből való megfogalmazások nehézségétől, vagy a túlzottan egyéni látásmód torzító szemüvegétől. Így nyugodt szívvel ajánlhatom a könyvet a felnővekvő hazai közgazdász-generáció számára. Bár a hiánygazdaság modellje, mint téma elavultnak tűnhet, a könyv nem avult el. Tárgyalásmódja, a benne foglalt elméleti mag sokkal általánosabb annál, semminthogy valamiféle gazdaságtörténeti leírásaként foghatnánk fel. Szemlélete, tanulságai a mai átmenet időszakában pedig különösen hasznosak.

Érdeemes megszerezni a könyvet még akkor is, ha kiadása szinte titokban, minden hírvéres nélkül történt, egyetemi tankönyv formájában.

Irodalom

1. Benassy, J.P. (1974): Neo-Keynesian Disequilibrium in a Monetary Economy. *Review of Economic Studies*, 42. 503-523.
2. Green, J. (1980): On the Theory of Effective Demand. *Economic Journal*, 90. 341-353.
3. Katz, B. G. (1979): The Disequilibrium Model in a Controlled Economy: Comment. *American Economic Review*, 69. 721-725.
4. Kornai János (1980): A hiány. *Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó*, Budapest.
5. McCafferty, S. (1977): Excess Demand, Search, and Price Dynamics. *American Economic Review*, 67. 228-235.
6. Mellár Tamás (1987): „A hiány” és a szocializmus gazdaságtana. *Közgazdasági Szemle* XXXIV/3.
7. Portes, R. – Winter, D. (1980): Disequilibrium Estimates for Consumption Goods Markets in Centrally Planned Economies. *Review of Economic Studies*, XLVII. 137-159.
8. Simon András (1992a): A pénz a hiánygazdaságban. *Közgazdasági Szemle*, XXXIX/4.
9. Simon András (1992b): Aggregált többlet kereslet vagy strukturális rugalmatlanság? *Közgazdasági Szemle*, XXXIX/10.

10. Soós Károly Attila (1986): Terv, kampány, pénz. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
11. Svensson, L. E. O. (1980): Effective Demand and Stochastic Rationing. Review of Economic Studies, XLVII. 339-356.

Paál Beatrix¹

¹Paál Beatrix a Cornell University posztgraduális egyetemi hallgatója.