JÁTÉKELMÉLETI MEGKÖZELÍTÉS A HATALMI ERŐK ELOSZLÁSÁNAK ÉRTÉKELÉSÉRE A MAGYAR PARLAMENTBEN[1]

GYETVÁN FERENC
JPTE Közgazdaságtudományi Kar

A játékelmélet politikai problémákra történő alkalmazásának egyik érdekes köre a választási eljárások, valamint a választott testületek hatalmi struktúrájának modellezése és elemzése. A következőkben bemutatunk egy speciális választási struktúrát, és a kooperatív játékelmélet bizonyos fogalmainak és eszközeinek (kooperatív játékok, választási játékok, Shapley érték, Shapley-Shubik erőindex) alkalmazását a magyar parlamentben lévő politikai pártok közötti erőeloszlás a priori vizsgálatára.

1. Választási játékok

Legyen $I = \{1, 2, \dots, n\}$ játékosok egy halmaza és $S \in 2^I$ a játékosok egy bizonyos koalíciója, ahol 2^I az I halmaz részhalmazainak halmaza. Definiáljuk a koalíciók értékelésére szolgáló $v(S)$ valós értékű karakterisztikus függvényt minden $S \in 2^I$ koalícióra a következőképpen:

(i) $v(\emptyset) = 0$,

(ii) $v(S_1 \cup S_2) \geq v(S_1) + v(S_2), \qquad (S_1 \cap S_2 = \emptyset\ , \ \ S_1, S_2 \in 2^I)\ .$

Az (I, v) párt az I halmazzal és a $v(S)$ karakterisztikus függvénnyel adott n-személyes *kooperatív játék*nak nevezzük.

Az általunk vizsgált problémában legyen $I = \{1, 2, \dots, n\}$ politikai tömörülések (pártok, frakciók) egy halmaza valamely választott testületben, például a parlamentben. Jelölje a_i az i-edik párt adott testületbeli képviselőinek a számát.

$$a_0 = \sum_{i=1}^{n} a_i$$

az összes képviselők száma az adott testületben. Továbbá legyen definiálva egy α többségi szabály a következőképpen: egy választási szituációban a

[1]Beérkezett 1993. december 7. A dolgozat az OTKA 1295/90 pályázat keretében készült.

szavazás megnyeréséhez szükséges szavazatok minimális száma

$$\mathrm{int}(\alpha a_0) + 1,$$

ahol $0 < \alpha < 1$ és $\mathrm{int}(\alpha a_0)$ az αa_0 egészrészét jelenti.

Az adott szituáció játékelméleti megközelítése a következő: a pártok egy adott kérdésben történő szavazás előtt választási koalíciókat hoznak létre annak érdekében, hogy a győzelemhez szükséges számú szavazatot megszerezzék.

A probléma egyszerűsítése érdekében szükséges rögzíteni az alábbi feltételezéseket:

a) Egy párt minden tagja mindig egyformán szavaz.

b) Ha valamely kérdésben pártok koalíciót alkotnak, akkor a koalíció tagjai egyformán szavaznak.

c) Pártok bármilyen koalíciója lehetséges, és minden koalíció létrejötte egyformán valószínű.

Azt mondjuk, hogy egy $S \in 2^I$ *győztes koalíció*, ha

$$\sum_{i \in S} a_i \geq \mathrm{int}(\alpha a_0) + 1\,, \tag{1}$$

és vesztes ellenkező esetben. Könnyű megmutatni, hogy a következő függvény karakterisztikus függvény:

$$v(S) = \begin{cases} 1, & \text{ha } S \text{ győztes koalíció,} \\ 0, & \text{ha } S \text{ vesztes koalíció.} \end{cases} \tag{2}$$

Az (1)-ben definiált nyerési szabállyal és a (2)-ben definiált $v(S)$ karakterisztikus függvénnyel adott egyszerű kooperatív játékot az (I, v, α) *választási játék*nak nevezzük.

Legyen (I, v, α) választási játék, $S \in 2^I$, és $i \in S$. Ha $v(S) = 1$ és $v(S - \{i\}) = 0$, akkor azt mondjuk, hogy az i-edik játékos *lényeges tagja* az S koalíciónak. Az elnevezést az indokolja, hogy az i-edik játékos nélkül a koalíció vesztessé válna.

2. A Shapley-Shubik erőindex

Egy adott testületben a mandátumok megoszlása a pártok között nem teljesen hű jellemzője az erő és a befolyás megoszlásának. Ezt mutatja a következő illusztratív példa. Tekintsünk egy 100 fős, három pártból álló parlamentet. A pártok között a mandátumok megoszlását az *1. táblázat* mutatja.

pártok	képviselők
1.	49
2.	2
3.	49
$\sum$	100

1. táblázat: A mandátumok eloszlása három párt között

Legyen $\alpha = 0.5$. Figyelembe véve az 50%-os többségi szabályt, mindhárom pártnak hasonló a helyzete a választási játékban. Semelyik párt sem tud nyerni egyedül, és bármely kéttagú koalíció győztes koalíció. Sőt, bármely kéttagú győztes koalíció minden tagja lényeges. Vagyis nélküle az adott koalíció vesztessé válna. Ez azt jelenti, hogy a győzelem elérése szempontjából a koalíció minden tagja egyformán fontos. Meg kell jegyezni, hogy bizonyos körülmények között a mindössze két képviselőből álló 2. párt szerepe meghatározó lehet. (Ha például a két nagy párt, az 1. és 3. ellenlábasai egymásnak.) Egészen más szituáció figyelhető meg, ha $\alpha = 0.66$, azaz ha a többségi szabály 2/3-os. Ebben az esetben a 2. pártnak nincs befolyása a szavazás kimenetelére. Az 1. és 3. párt koalíciója szükséges valamely javaslat vagy törvény elfogadásához.

Shapley(1953) kidolgozott egy koncepciót kooperatív játékokban a különböző játékosok erejének apriori értékelésére. A vizsgálat arra irányul, hogy mennyire fontos az egyes pártok jelenléte az egyes koalíciókban. Minél több koalíció válna vesztes koalícióvá egy adott párt jelenléte nélkül, vagy ami ugyanazt jelenti, hogy minél több vesztes koalíciót tenne győztessé a koalícióbeli jelenlétével, azt lehet mondani, annál nagyobb az ő potenciális ereje. Ez az erő, mely egy választási játékban minden egyes pártot jellemez egy n-komponensű $\mathbf{h} = (h_1, \ldots, h_n)$ ún. Shapley-vektorral írható le. Az i-edik párt erejét reprezentáló h_i érték kiszámítása érdekében tekintsük azokat az S nyerő koalíciókat, melyekben i lényeges tag. Legyen

$$h_i = \sum_S \frac{(|S|-1)!(n-|S|)!}{n!} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n) \tag{3}$$

ahol $|S|$ az S koalíció tagjainak száma. Az összegzés tehát az összes olyan S nyerő koalícióra történik, melyre $i \in S$, és $S - i$ vesztő koalíció. Továbbá legyen $h_i = 0$, ha az i-edik párt semelyik nyerő koalícióban sem lényeges tag. Megmutatható, hogy

$$\sum_{i=1}^{n} h_i = 1\,, \qquad h_i \geq 0\,,$$

így $\mathbf{h}$ valószínűségi vektor.

Shapley és Shubik(1954) alkalmazta a választási játékokat az erő eloszlásának értékelésére bizottsági rendszerekben. A politikai irodalomban a h_i értéket a bizottság i-edik tagja Shapley-Shubik erőindexének hívják. Ezt a terminológiát használjuk mi is. Valójában h_i egy valószínűség, mely azt mutatja, hogy az i-edik párt mennyire lényeges, vagyis az összes elméletileg lehetséges koalíciót figyelembe véve milyen valószínűséggel kerülhet olyan nyerő koalícióba, melynek ő lényeges tagja.

Korábbi példánkban, ahol a parlament három pártból állt, és amelynek adatait az 1. táblázat tartalmazza, definiáljuk a választási játékot. Legyen $I = \{1,2,3\}$, azaz $n = 3$. A lehetséges koalíciók: $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1,2\}$, $\{1,3\}$, $\{2,3\}$ és $\{1,2,3\}$. Tegyük fel, hogy $\alpha = 0.5$. Ekkor a $v(S)$ vektor értékei az (1), (2) összefüggések és az 1. táblázat adatai alapján :

$$v(\{1\}) = v(\{2\}) = v((3\}) = 0 \ ,$$

$$v(\{1,2\}) = v(\{1,3\}) = v(\{2,3\}) = 1 \ ,$$

$$v(\{1,2,3\}) = 1 \ .$$

Azt láthatjuk, hogy például az 1. párt három győztes koalíciónak is tagja, de csak kettőben, az $\{1,2\}$ és az $\{1,3\}$ koalícióban lényeges tag. Ezért h_1 a (3) összefüggés alkalmazásával e két koalícióra történő összegzéssel nyerhető a következőképpen:

$$h_1 = \frac{1!\cdot 1!}{3!} + \frac{1!\cdot 1!}{3!} = \frac{1}{3} \ .$$

Teljesen hasonlóan számolható ki h_2 és h_3 is. Így

$$\mathbf{h} = (1/3, 1/3, 1/3) \ .$$

Tehát az erőindex mindhárom párt esetében ugyanaz, ami megfelel korábbi intuitív megállapításunknak. Ha $\alpha = 0.66$, akkor

$$v(\{1\}) = v(\{2\}) = v(\{3\}) = 0,$$

$$v(\{1,2\}) = v(\{2,3\}) = 0,$$

$$v(\{1,3\}) = v(\{1,2,3\}) = 1.$$

Ennek alapján a (3) összefüggés segítségével:

$$\mathbf{h} = (1/2, 0, 1/2) \ ,$$

ami azt jelenti, hogy a hatalom az 1. és 3. párt, tehát a nagy pártok kezében van.

3. Választási játék és a többkamarás törvényhozás

A következőkben egy speciális parlamenti struktúrát, a többkamarás parlamentet vizsgáljuk. Feltételezésünk szerint a törvényhozás több házból áll, melyek önállóan szavaznak. Egy javaslatot csak akkor tekintünk elfogadottnak, ha mindegyik ház elfogadta a kellő többséggel.

Legyen m a házak száma a többkamarás törvényhozásban. Jelölje $J = \{1, 2, \ldots, m\}$ a kamarák halmazát, és a_{ik} az i-edik párt képviselőinek a számát a k-adik házban. Ekkor

$$a_{0k} = \sum_{i \in I} a_{ik} \tag{4}$$

a k-adik ház képviselőinek száma. (A különböző házakban nem szükséges a képviselők számának megegyezni.)

Egy S koalíció nyerő koalíció egy többkamarás parlamentben az α többségi szabály mellett, ha

$$\min_{k \in J} \left[\sum_{i \in S} a_{ik} - \mathrm{int}(\alpha a_{0k}) \right] > 0 \,. \tag{5}$$

Az (5) egyenlőtlenség azt jelenti, hogy az S koalíció α többségben van mindegyik házban. Ellenkező esetben, azaz, ha legalább egy házban nem kapja meg az a többséget, S vesztő koalíció.

Kiindulva a győztes és vesztes koalíció fogalmából, az előző egykamarás parlamenthez hasonló módon megalkothatunk egy választási játékot a többkamarás parlamentre, és kiszámíthatjuk a megfelelő Shapley-Shubik potenciálokat.

Illusztrációképpen tekintsük a következő háromkamarás, három pártból álló parlamentet, melynek adatait a 2. táblázat tartalmazza. Az I. ház 100, a II. ház 50, a III. ház szintén 50 képviselőből áll. A pártok három parlamentbeli százalékos megoszlása látható az utolsó oszlopban.

pártok	I. ház	II. ház	III. ház	$\sum$	%
1.	50	25	10	85	42.5
2.	45	10	15	70	35.0
3.	5	15	25	45	22.5
$\sum$	100	50	50	200	100.0

2. táblázat: A képviselők száma és aránya

A lehetséges koalíciókat, a szavazási kimeneteleket és karakterisztikus függvény értékeit láthatjuk a 3. táblázatban.

koalíciók	I. ház	II. ház	III. ház	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.66$
$\{1\}$	50	25	10	0	0
$\{2\}$	45	10	15	0	0
$\{3\}$	5	15	25	0	0
$\{1,2\}$	95	35	25	0	0
$\{1,3\}$	55	40	35	1	0
$\{2,3\}$	50	25	40	0	0
$\{1,2,3\}$	100	50	50	1	1
50%	50	25	25		
66.6%	67	34	34		

3. táblázat: A lehetséges koalíciók értékelése

A táblázatból látható, hogy $\alpha = 0.5$-re két győztes koalíció van, az $\{1,3\}$ és az $\{1,2,3\}$ nagykoalíció.

Az 1. párt Shapley-Shubik indexe kiszámításához tekintsük azokat a koalíciókat, amelyekben ő lényeges tag. Mindkét győztes koalícióban az 1. párt lényeges. Ha az $\{1,2,3\}$ koalícióból elhagyjuk az 1. pártot, akkor a $\{2,3\}$ vesztes koalícióhoz jutunk, melynek nincs többsége sem az I. házban, sem a II. házban. Ha az $\{1,3\}$ győztes koalícióból kilépne az 1. párt, akkor a $\{3\}$ vesztes koalíció jönne létre, melynek semelyik házban sincs többsége. Könnyű látni, hogy a 3. párt is lényeges tagja mindkét győztes koalíciónak, de a 2. párt nem lényeges tagja az egyetlen, őt tartalmazó $\{1,2,3\}$ győztes koalíciónak. Minden rendelkezésre áll a Shapley-Shubik erőindexek kiszámításához.

koalíciók	1. párt	2. párt	3. párt
$\{1,3\}$	1/6	0	1/6
$\{1,2,3\}$	1/3	0	1/3
h	1/2	0	1/2

4. táblázat: $(|S|-1)!(n-|S|)!/n!$ *értékei a győztes koalíciókra*

Az 50%-os többségi szabályhoz tartozó erőeloszlást mutatja a 4. táblázat utolsó sora. Ennek alapján:

$$\mathbf{h} = (1/2, 0, 1/2)\,.$$

Igen érdekes eredményt kaptunk: 50%-os többségi szabály esetén a 3. pártnak, mely 22.5%-os képviselői aránnyal bír a háromkamarás parlamentben (lásd a 2. táblázat utolsó oszlopát), ugyanúgy 1/2 a potenciális ereje, mint az 1. pártnak, melynek 42,5%-os képviselete van. A 2. párt nem rendelkezik potenciális erővel a szavazásoknál, pedig jelenléte 35%-os, a három parlament összlétszámára vonatkoztatva.

Ha $\alpha = 0.66$, akkor a pártok szavazást befolyásoló képessége egyforma:

$$\mathbf{h} = (1/3, 1/3, 1/3)\,.$$

Hasonlítsuk most össze a háromkamarás parlamentünket az egykamarással, feltételezve, hogy a képviselők száma és aránya ugyanaz. Ekkor $\alpha = 0.5$-re

$$\mathbf{h} = (1/3, 1/3, 1/3)\,,$$

$\alpha = 0.66$ esetén pedig

$$\mathbf{h} = (2/3, 1/6, 1/6)\,.$$

4. Erőviszonyok a magyar parlamentben

Az érvényben lévő jogszabályok alapján a magyar parlament egykamarás. Az 1990-es választások utáni ún. szabad parlamentbe a szavazatok legalább 4 százalékát elért pártok kerültek be. Ezt a szintet hat párt teljesítette. A parlamentben azonban jelen van egy hetedik politikai erő is, az egyéni választókerületekben függetlenként megválasztott, vagy időközben függetlenné vált képviselők csoportja. Ennek alapján a magyar parlamentben a következő pártok alkotnak pártfrakciót:

1. Magyar Demokrata Fórum; 2. Szabad Demokraták Szövetsége; 3. Független Kisgazda Párt; 4. Magyar Szocialista Párt; 5. Fiatal Demokraták Szövetsége; 6. Kereszténydemokrata Néppárt; 7. Független Képviselők.

A választási eredmények alapján a parlament a következő képet mutatta 1990. május 2-án:

	A parlamenti képviselők		Shapley-Shubik indexek	
	száma	aránya (%)	$\alpha = 0.5$ (%)	$\alpha = 0.66$ (%)
MDF	165	42.7	56.19	59.19
SZDSZ	94	24.4	11.19	9.69
FKGP	44	11.4	11.19	9.69
MSZP	33	8.5	11.19	9.69
FIDESZ	22	5.7	4.52	5.40
KDNP	21	5.5	2.86	3.23
FK	7	1.8	2.86	3.23
$\sum$	386	100.0	100.00	100.00

5. táblázat: A magyar parlament erőviszonyai

Az 5. táblázat alapján megfigyelhetjük, hogy a játékelméleti erőeloszlás különbözik a mandátumok százalékos eloszlásától. A pártok befolyása függ a pártok képviselőinek struktúrájától és a választási szabálytól. Az egykamarás magyar parlamentben semelyik pártnak sincs elég ereje, hogy egyedül, koalíciós együttmüködés nélkül eldöntse a szavazások végeredményét. Ugyanakkor megfigyelhető, hogy bizonyos pártok a szavazásoknál parlamentbeli jelenléti arányuknál nagyobb erőt képviselnek. Nagyobb a szavazások végeredményét befolyásoló képességük! Más pártok éppen fordítva. Mint az 5. táblázatból kitűnik, 50%-os többségi szabály, $\alpha = 0.5$ esetén legszembetűnőbb az MDF potenciális ereje. Bár jelentősen kisebb mértékben, de jelenléti arányánál jobb a pozíciója az MSZP-nek, és a Független Képviselők parlamenti csoportjának. Ugyanakkor jelenléti arányához képest jelentősen kisebb a potenciális ereje az SZDSZ-nek, és hasonló a helyzete a FIDESZ-nek és a KDNP-nek is. Az FKGP-nek az ereje hasonló a jelenléti arányához. Kétharmados többségi szabály estén az 50%-oshoz képest az MDF jelentősége tovább nő, és csökken a közepes pártok ereje. (Lásd az 5. táblázat $\alpha = 0.66$-ra vonatkozó oszlopát.)

5. Befejezés

Mint a példákból és az elvégzett vizsgálatokból kitűnik, a hatalmi erők a priori eloszlásának játékelméleti vizsgálata betekintést nyújt választási testületek (parlament bizottságok stb.) valóságos erőviszonyaiba. Ez tehát használható eszköz lehet választások után lehetséges kormánykoalíciók egy értékelésére. Továbbá annak értékelésére, hogy az állandó bizottságok összetétele megfelel-e a választásokon elért eredmények alapján szükséges aránynak, valamint egyéb szempontoknak. Egy érzékenység-vizsgálati elemzés képet adhat a választási testületek vagy a (lehetséges) kormánykoalíció(k) stabilitásáról.

A Shapley-Shubik erőindexnek, mint a valós erőeloszlás mértékének a magyar parlamentre történő alkalmazásának gyenge pontja abból a feltételezésből fakad, hogy minden elméletileg lehetséges koalíció egyformán valószínű. A valóságban sokszor vannak elvi alapokon kízárható koalíciók (pl. a jelenlegi kormánykoalíció kialakításánál MDF-SZDSZ, vagy MDF-MSZP), és egy sor további koalíció sorolható fel, melyek hasonló megkötések miatt nem jöhetnek létre.

Ennek kiküszöbölésére egy alternatív mértéket javasolt Banzhaf (1965) a hatalmi erők mérésére. A Banzhaf-féle erőindex az i-edik párt számára a következő hányadossal definiálható:

$$b_i = \frac{c_i}{\sum\limits_{i \in I} c_i} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

ahol c_i azon megengedett nyerő koalíciók száma, melyekben az i-edik párt lényeges tag. Tehát ha meg lehet adni a megengedett koalíciók halmazát, kizárva a lehetetlen koalíciókat, akkor kiszámítható a Banzhaf indexek $\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ vektora. Ez általában különbözik a Shapley-Shubik erőindexek $\mathbf{h} = (h_1, ..., h_n)$ vektorától.

Irodalom

1. Banzhaf, J. F.: Weighted Voting doesn't Work: a Mathematical Analysis. Rutgers Law Review, Vol. 19, 1965, pp. 317–343.
2. Shapley, L. S.: A Value for n-Person Games. In: Annals of Math. Studies No. 28. (Contributions to the Theory of Games II), Princeton 1953, pp. 307–317.
3. Shapley, L. S. – Shubik, M.: A Method for Evaluating the Distribution of Power in a Committee System. In: American Political Science Review, 48, 1954, pp. 787–792.
4. Schwodiauer, G.: Calculation of a Priori Power Distributions for the United Nations. Research Memorandum No. 24, Institute für höhere Studien und Wissenschaftliche Forschung, Wien, 1968.
5. Turnovec, F.: A Game Theoretical Approach to Evaluation of Power Distribution in Czecho-Slovak Parliamentary Bodies. Research Memorandum, No. 90/I, Bratislava, 1990.

AN ESTIMATION TO EVALUATION OF POWER DISTRIBUTION IN THE HUNGARIAN PARLIAMENT

One of the most interesting applications of the theory of games to political problems is an analysis of voting procedures and power structures in representative bodies. In this paper it will be introduced a special voting structure called multi-cameral legislation and used some concepts of cooperative game theory to estimate an a priori power distribution among different political formations in the Hungarian parliament.