A TŐKEPIACI ÁRFOLYAMOK MODELLJÉNEK ALKALMAZHATÓSÁGA MAGYAR ÉRTÉKPAPÍRPIACON[1]

RAPPAI GÁBOR
JPTE Közgazdaságtudományi Kar

A hatvanas években kidolgozott tőkepiaci árfolyamok elmélete alapján képzett modell (CAPM) az értékpapírok kockázatosságának mérését szolgálja. A felhasználók a végeredményt jelentő β-együtthatót általában a közönséges legkisebb négyzetek módszerével határozzák meg, és gyakran kapnak az elmélettel nem konzisztens eredményeket. Ebben a tanulmányban az elmélet bemutatása után meghatározzuk a β-együtthatót 3-3 magyar, illetve amerikai részvényárfolyamra. A paraméterbecslés verifikációja a magyar eredmények elvetéséhez vezet, melynek okaként részint a tőkepiac „tökéletlenségét", részint a hozamidősorok varianciájának nemstacionaritását jelölhetjük meg. A variancia-stabilizáló Box-Cox transzformáció után lehetővé válik elméletileg helyes paraméter, valamint egyensúlyi piaci hozamsáv meghatározása.

Bevezetés

A tőkepiaci árfolyamok elmélete alapján képzett modell (CAPM) a hatvanas évek első felében jelent meg a szakirodalomban.[2] Az elmélet alapvető célja a különféle értékpapírok egymáshoz, illetve egy piaci átlaghoz viszonyított kockázatosságának meghatározása. A modell alkalmazható valamennyi befektetési típusra, tehát a részvényekre és a kötvényekre is. Az általános megfogalmazás mellett ugyanakkor kidolgoztak egy speciálisan a kötvények esetében használható verziót is, ennek bemutatásától ebben a tanulmányban eltekintünk.

A gyakorlatban használt modellek esetében a felhasználók következtetéseiket lineáris regressziószámítás eredményei alapján vonják le. Az elmélet kidolgozói nem vizsgálták, hogy *módszertani szempontból* indokolt-e a klasszikus legkisebb négyzetek módszerével nyert paraméterek értelmezése, illetve

[1] A tanulmány a Gazdaságmodellezési Társaság III. Szakértői Konferenciáján (Dobogókő, 1994. október 4–6.) elhangzott előadás szerkesztett változata. Beérkezett 1994. december 8.

[2] Lásd Sharpe [1963] és Lintner [1965]

hogy teljesülnek-e a paraméterbecslés szükséges feltételei. A magyarországi értékpapírpiacra vonatkozó elemzések jó része a CAPM alapján „megmagyarázhatatlan” eredményeket kap, az értékpapírelemzők gyakran jelentik ki, hogy a hazai tőkepiac fejletlenségéből következően az elmélet nálunk nem alkalmazható. Ebben a tanulmányban az elmélettel nem konzisztens eredmények keletkezésének módszertani okairól, illetve a modell egy alternatív felhasználási lehetőségéről lesz szó.

Az általános modell

A CAPM az értékpapír-árfolyamoknak egy egyensúlyi modellje, vagyis a kereslet és kínálat azonos szintje mellett értelmezhető.[3] A tőkepiac felépítését a következő táblázat szemlélteti:

Érték-papír	Befektető 1.	2.	...	h	...	H	$\sum_{h=1}^{H}$
1.	ω_{11}	ω_{12}	...	ω_{1h}	...	ω_{1H}	θ_1
2.	ω_{21}	ω_{22}	...	ω_{2h}	...	ω_{2H}	θ_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$
i	ω_{i1}	ω_{i2}	...	ω_{ih}	...	ω_{iH}	θ_i
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$
N	ω_{N1}	ω_{N2}	...	ω_{Nh}	...	ω_{NH}	θ_N
$N+1$	$\pm\omega_{N+1,1}$	$\pm\omega_{N+1,2}$	...	$\pm\omega_{N+1,h}$	...	$\pm\omega_{N+1,H}$	0
$\sum_{i=1}^{N+1}$	φ_1	φ_2	...	φ_h	...	φ_H	1

A fentiek értelmében a piacon H befektető van jelen, akik N kockázatos befektetés és 1 kockázatmentes hozadéki rátát biztosító, hitelviszonyt megtestesítő értékpapír közül választhatnak. Ezen utóbbi befektetés pozitív, illetve negatív egyenleggel szerepelhet a befektetők portfoliójában, annak függvényében, hogy papír-kibocsátók, vagy -vásárlók. A piaci viszonyokat jellemző tipikus elem ω_{ih} megmutatja, hogy a h-adik befektető az i-edik értékpapírból megszerzett állományával mekkora részesedéssel bír a teljes piac befektetéseiből. Értelemszerűen $\pm\omega_{N+1,h}$ mutatja a h-adik befektető kockázatmentes befektetésének részesedését a piac egészéhez viszonyítva. Az i-edik sorösszeg (θ_i) az i-edik papír részesedése a befektetések közül. Az oszlopösszegek megmutatják az egyes befektetők összes befektetésének

[3]Mivel a szabályozott tőkepiacok (tipikusan pl. a tőzsde) meglehetősen atomizáltak, ezért az egyensúly feltételezése nem indokolatlan.

arányát a befektetések összegén belül. Értelemszerűen a kockázatmentes hitelnyújtások összege ($\sum_{h=1}^{H} \omega_{N+1,h}$) egyenlő 0-val.[4]

Tekintsük ezek után a h-adik befektető haszonfüggvényét:[5]

$$u_h = u(\overline{r}_{ph}, \sigma_{ph}^2) \tag{1}$$

ahol

- a h-adik befektető portfoliójának várt hozama

$$\overline{r}_{ph} = \frac{1}{\phi_h} \left(\sum_{i=1}^{N} \omega_{ih} \overline{r}_i + \omega_{N+1,h} r_f \right)$$

- az i-edik értékpapír várt hozama $\overline{r}_i$
- a kockázatmentes hozam r_f
- a h-adik befektető portfolióhozam-varianciája

$$\sigma_{ph}^2 = \frac{1}{\phi_h^2} \left(\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \omega_{ih} \omega_{jh} \sigma_{ij} \right)$$

- az i-edik és j-edik befektetés hozamai közötti kovariancia σ_{ij}.

A racionálisan gondolkodó h-adik befektető célja a haszonfüggvény maximálása. A maximum elsőrendű feltételei (λ_h a h-adik befektető haszonfüggvényére vonatkozó Langrange-multiplikátor, az első feltétel a kockázatos portfolióra ($i = 1, 2, \ldots, N$), a második feltétel a kockázatmentes papírra vonatkozik):

$$\frac{\partial u_h}{\partial \overline{r}_{ph}} \frac{\partial \overline{r}_{ph}}{\partial \omega_{ih}} + \frac{\partial u_h}{\partial \sigma_{ph}^2} \frac{\partial \sigma_{ph}^2}{\partial \omega_{ih}} + \lambda_h \frac{1}{\phi_h} =$$

$$\frac{\partial u_h}{\partial \overline{r}_{ph}} \frac{1}{\phi_h} \overline{r}_i + \frac{\partial u_h}{\partial \sigma_{ph}^2} \left(2 \frac{1}{\phi_h^2} \sum_{j=1}^{N} \omega_{jh} \sigma_{ij} \right) + \lambda_h \frac{1}{\phi_h} = 0$$

és

$$\frac{\partial u_h}{\partial \overline{r}_{ph}} \frac{\partial \overline{r}_{ph}}{\partial \omega_{N+1,h}} + \frac{\partial u_h}{\partial \sigma_{ph}^2} \frac{\partial \sigma_{ph}^2}{\partial \omega_{N+1,h}} - \lambda_h \frac{1}{\phi_h} = \frac{\partial u_h}{\partial \overline{r}_{ph}} \frac{-1}{\phi_h} r_f - \lambda_h \frac{1}{\phi_h} = 0$$

[4]Egy zárt piacon ugyanis a hitelfelvevők csak annyi hitelt tudnak felvenni, mint amenynyit a hitelnyújtók kínálnak.

[5]Feltételezzük, hogy a haszonfüggvény additív, a befektető elsődleges célja a hozam maximalizálása valamilyen kockázati szint mellett.

Összeadva a két feltételt eliminálhatjuk a Langrange-multiplikátort:

$$\frac{\partial u_h}{\partial \bar{r}_{ph}}(\bar{r}_i - r_f) + \frac{\partial u_h}{\partial \sigma^2_{ph}}\left(2\frac{1}{\phi^2_h}\sum_{j=1}^{N}\omega_{jh}\sigma_{ij}\right) = 0 \, .$$

A fenti egyenlet az egyensúlyt megtestesítő feltétel, ebből adódóan érvényesnek kell lennie valamennyi befektetőre és valamennyi befektetésre. Ha ez fennáll, akkor felírhatjuk az összefüggést bármely két befektetés közötti kapcsolatra is. Vegyük az i-edik és a k-adik értékpapírt:

$$\frac{\frac{\partial u_h}{\partial \bar{r}_{ph}}(\bar{r}_i - r_f)}{\frac{\partial u_h}{\partial \bar{r}_{ph}}(\bar{r}_k - r_f)} = \frac{-\frac{\partial u_h}{\partial \sigma^2_{ph}}\left(2\frac{1}{\phi^2}\sum_{j=1}^{N}\omega_{jh}\sigma_{ij}\right)}{-\frac{\partial u_h}{\partial \sigma^2_{ph}}\left(2\frac{1}{\phi^2}\sum_{j=1}^{N}\omega_{jh}\sigma_{kj}\right)}$$

ami az alábbi formára egyszerűsíthető:

$$\frac{\bar{r}_i - r_f}{\sum_{j=1}^{N}\omega_{jh}\sigma_{ij}} = \frac{\bar{r}_k - r_f}{\sum_{j=1}^{N}\omega_{jh}\sigma_{kj}}$$

Ismeretes, hogy

$$\sum_{h=1}^{H}\omega_{jh} = \theta_j \, ,$$

mindezt felhasználva, és az előző egyenletbe helyettesítve, megkapjuk a valamennyi befektetésre érvényes közös rátát:

$$\frac{\bar{r}_i - r_f}{\sum_{j=1}^{N}\theta_j\sigma_{ij}} = \frac{\bar{r}_k - r_f}{\sum_{j=1}^{N}\theta_j\sigma_{kj}} = \gamma \, . \tag{2}$$

Bővítsük a fenti törteket θ_k-val, és összegezzünk valamennyi befektetésre:

$$\frac{\sum_{k=1}^{N}(\bar{r}_k\theta_k - r_f\theta_k)}{\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\theta_k\theta_j\sigma_{kj}} = \frac{\bar{r}_m - r_f}{\sigma^2_m} = \gamma \, , \tag{2a}$$

ahol

- $\bar{r}_m$ a piac egészére érvényes várt hozam (a ,,piaci portfolió" várt hozama),
- σ^2_m a piac egészén érvényes várt hozam varianciája.

A (2) és (2a) egyenletet egymásba helyettesítve kapjuk a CAPM általánosan ismert formáját:

$$\bar{r}_i = r_f + \frac{\bar{r}_m - r_f}{\sigma_m} \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m} , \tag{3}$$

vagy

$$\bar{r}_i = r_f + (\bar{r}_m - r_f)\beta_i , \tag{4}$$

ahol

- $\sigma_{im} = \sum_{j=1}^{N} \theta_j \sigma_{ij}$ a piaci hozam és az i-edik befektetés hozamának kovarianciája
- $\beta_i = \sigma_{im}/\sigma_m^2$ az i-edik befektetés ún. β együtthatója.

(4)-ben felírt összefüggés az alábbi módon interpretálható: az i-edik papír várt hozama megegyezik a kockázatmentes kamatláb és a kockázati prémium összegével.

Ezen utóbbi tényezőnek szintén két összetevője van:

- egyrészt az értékpapírpiacon várt átlaghozam (részvények várt átlaghozama) és kockázatmentes kamatláb különbsége (ez minden részvény esetében állandó);
- másrészt az egyedi értékpapír átlagtól eltérő kockázatosságáért járó „jutalom".

A kockázatmentes hozamot általában a reálkamatláb, az inflációs várakozás és a likviditási prémium függvényében változó értéknek szokták definiálni. A kockázati prémium első tényezője az egyedi értékpapírok tekintetében konstans. Mindebből következik, hogy az i-edik és a j-edik értékpapír várt hozamának különbsége kockázatosságuk különbségéből ered, a kockázatosság proxyjaként használható a β-együttható.

A h-adik befektető portfoliójának együttes β-koefficiensét az egyes értékpapírokhoz tartozó béták súlyozott összegeként határozhatjuk meg:

$$\beta_{hp} = \sum_{i=1}^{N} \theta_i \beta_i . \tag{5}$$

Könnyen belátható, hogy a piac egészére számított β-együttható értéke 1. Rendezzük át a CAPM (4)-ben bemutatott formáját!

$$\bar{r}_i - r_f = \beta_i(\bar{r}_m - r_f) \tag{6}$$

Az „extra-hozamokra”, vagyis a kockázatmentes hozamot meghaladó várt hozamokra vezessük be a következő jelöléseket!

$$\begin{aligned} y_i &= \overline{r}_i - r_f \,, \\ x_m &= \overline{r}_m - r_f \,. \end{aligned} \qquad (7)$$

Amennyiben rendelkezünk különböző időpontokból származó empirikus megfigyelésekkel a kockázatmentes hozam, az egyedi értékpapír, illetve a piaci portfolió hozamára vonatkozóan, akkor (6) és (7) alapján már képezhető olyan formula, mely alkalmas β regressziós egyenleten keresztüli becslésére:

$$y_{it} = \beta_i x_{mt} \,. \qquad (8)$$

β értelmezése a fentiek alapján kézefekvő: a piaci portfolió hozamának 1 százalékpontos változása átlagosan β_i százalékpontos változást eredményez az i-edik értékpapír hozamában, a kockázatmentes hozam állandóságát feltételezve. A paraméter előjele és abszolút értéke egyaránt lényeges információkat hordoz:

- amennyiben β-koefficiens előjele pozitív, akkor a konkrét értékpapír hozama a piaci portfolió hozamával azonos irányba mozog (a befektetés konjunktúrában jó), amennyiben az előjel negatív, akkor az egyedi értékpapír és a piaci portfolió hozama ellentés irányba változik (a papír dekonjunktúrában jó befektetés);

- *agresszív*nek nevezzük a portfoliót, ha a β-együttható abszolút értéke 1 felett van (a papír az átlagnál kockázatosabb), illetve *deffenzív*nek, ha a koefficiens értéke kisebb, mint 1.

Az értékpapírpiaci elemzők véleménye szerint a piacra vonatkozó feltételek teljesülése esetén, a CAPM segítségével meghatározott β-értékek 0.5 és 1.5 között vannak.

Végezetül ejtsünk néhány szót az ún. α-együtthatóról! α a tényleges, illetve a CAPM által definiált várt hozam különbségét méri:

$$\alpha_i = r_i - \overline{r}_i = r_i - r_f - (\overline{r}_m - r_f)\beta_i$$

Ha az értékpapír korrektül értékelt, akkor $\alpha_i = 0$. Ha az értékpapír alulértékelt (túlkeresletes) $\alpha_i > 0$, vagyis a tényleges hozama magasabb, mint a várt (a vártnál magasabb áron adható el). Ha $\alpha_i < 0$, akkor az értékpapír túlértékelt, azaz a várt árfolyamon nem adható el.

A tőkepiaci árfolyamok modelljének tesztje

A CAPM általánosan bevett empirikus tesztje a következő idősoros adatbázison alapuló regressziós becslést használja:

$$r_{it} - r_{ft} = a + b\beta_i + \epsilon_{it} \, .$$

Amennyiben a CAPM feltevései korrektek, úgy a regressziós modell az alábbiak szerint alakul:

1. A regressziós konstans (a) értéke 0.
2. A regressziós együttható (b) értéke $(r_{mt} - r_{ft})$
3. β_i mellett egyetlen további magyarázó változó sem áll szignifikáns kapcsolatban az eredményváltozóval (az egymásba ágyazott modellek közötti választás esetében meg szokták vizsgálni az átlagos osztaléknagyság, az ágazati hovatartozás, a cégek növekedési adatai, a P/E-nagyság hatását).

Végezetül megemlítendő, hogy az empirikus vizsgálatok általában nem igazolják teljesen a CAPM fennállását. A gyakorlatban a fenti regressziós egyenlet interceptje általában pozitív; a regressziós együttható kisebb a vártnál; valamint léteznek további szignifikáns magyarázó változók.

A CAPM szemléltetése empirikus adatokon

Az alábbiakban a CAPM-ben tárgyalt összefüggéseket szemléltetjük a New York-i Értéktőzsde (New Yorker Stock Exchange, NYSE), valamint a Budapesti Értéktőzsde (BÉT) részvényeinek napi záróárfolyamai alapján. Elemzésünk adatbázisát 3 amerikai és 3 magyar részvény árfolyama, a piaci portfoliót reprezentáló tőzsdeindexek, valamint az amerikai értékpapírpiac vonatkozásában a kockázatmentes hozamot megtestesítő 90 napos kincstárjegy hozama, a magyar részvénypiacon a DAIWA-MKB Kincstárjegy Hozamindex (DWIX) értékei alkotják.

Az adatbázisban szereplő részvények, illetve tőzsdeindexek:

- NYSE (1991. január 3. – 1991. december 17., 244 megfigyelés)[6]
  - Coca Cola Company (COCA)
  - Eastmen Kodak Company (KODAK)

[6] Az adatbázis a MetaStock 3.1 tőzsdei elemző szoftver adattárából származik.

- McDonald's Corporation (MCDON)
- Dow-Jones Industrial Average (DJIA)

- BÉT (1993. január 6. – 1994. augusztus 31., 411 megfigyelés)[7]
- Fotex Első Amerikai-Magyar Fotószolgáltatási Rt. (FOTEX)
- Idegenforgalmi, Beszerzési, Utazási és Szállítási Rt. (IBUSZ)
- Pick Szeged Rt. (PICK)
- Budapesti (ideiglenes) Értéktőzsdeindex (BETI)

Az elemzés előtt meg kell határoznunk a részvények (értékpapírok) hozamát. Vizsgálatunkban az értékpapírok hozamát az alábbi módon számoltuk:

$$r_{it} = \frac{P_{it} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}} \times 365$$

ahol P_{it} az i-edik értékpapír záróárfolyama a t-edik napon.

Látható, hogy a hozamokat valamennyi esetben éves szinten határoztuk meg, élve azzal az értékpapírkereskedelemben bevett konvencióval, hogy éven belül lineáris kamatozást kell feltételezni.

A részvények árfolyamára, illetve hozamára vonatkozó leíró statisztikai mutatókat tartalmazzák a következő táblák:

1. tábla: A részvények záróárfolyamainak alapstatisztikái

Részvény (névérték)	Záróárfolyam ($ vagy Ft) Minimális	Maximális	Átlag	Szórás
COCA (0.5 $)	43.00	74.75	58.26	7.00
KODAK (2.5 $)	37.75	49.50	42.88	2.30
MCDON (1 $)	26.75	37.25	33.09	2.19
FOTEX (100 Ft)	238.00	557.00	382.18	101.21
IBUSZ (1000 Ft)	900.00	4600.00	1598.37	801.07
PICK (1000 Ft)	1200.00	8105.00	3489.55	2293.83

[7] Az adatbázis a FORNAX Monitorból származik.

2. tábla: A részvények hozamainak alapstatisztikái

Részvény	Hozam (%)			
	Minimális	Maximális	Átlag	Szórás
COCA	-19.351	23.384	0.795	5.403
KODAK	-22.234	21.940	0.195	6.389
MCDON	-15.368	23.657	0.406	6.012
FOTEX	-25.550	228.125	0.752	14.476
IBUSZ	-253.472	906.970	4.948	84.842
PICK	-31.523	321.524	3.401	23.868

A fenti alapadatokat vizsgálva szembeötlő, hogy a magyar részvényárfolyamok relatív szórása lényegesen magasabb, ugyanígy – nagyságrenddel – magasabbak a magyar részvényhozamok szóródási mutatói. Meg kell említeni, hogy a Budapesti Értéktőzsdén, annak ellenére, hogy vizsgálatunkba az adásvétel tárgyát leggyakrabban képező részvényeket igyekeztünk választani, az elemzésbe vont részvényekre nem kötöttek minden megfigyelt napon üzletet. Azokon a tőzsdenapokon, amikor a vizsgált részvényekkel tranzakció nem történt, a záróárfolyamot az előző napi záróárfolyammal azonosnak tekintettük, ennek következménye, hogy a magyar részvény-hozam idősorok viszonylag sok helyen tartalmaznak 0 értéket.

A CAPM-ben rejlő összefüggések felhasználói a kockázat-meghatározást célzó egyenletet általában a közönséges legkisebb négyzetek módszerével becsülik. Az LNM-vel nyert eredményeket mutatja a 3. tábla:[8]

3. tábla: A modellbecslések eredményei $\overline{r}_i - r_f = \beta_i(\overline{r}_m - r_f)$

Részvény	β-mutató	t-érték	R^2	DW
COCA	1.218	15.735	0.517	1.813
KODAK	1.075	9.927	0.302	2.151
MCDON	1.083	10.465	0.332	1.923
FOTEX	0.127	0.732	0.001	2.038
IBUSZ	2.276	1.229	0.007	2.242
PICK	0.373	1.861	0.008	1.875

A modellbecslések eredményeit vizsgálva az alábbi megállapításokat tehetjük:

[8] A táblák fejrovatában alkalmazott jelölések a szokásosak: t-érték a paraméter és standard hibájának a hányadosa; R^2 a determinációs együttható; DW a Durbin-Watson-féle d-statisztika értéke.

- az amerikai részvényárfolyamokra vonatkozó β-együtthatók értéke a modell szerint meghatározott sávban található; valamennyi szignifikánsan különbözik 0-tól, ugyanakkor a magyar részvényárfolyamokhoz tartozó β-koefficiensek „megmagyarázhatatlan" értékeket vesznek fel, nem mindig szignifikánsak;
- NYSE részvényeivel becsült modellek szignikánsak, a modellek magyarázó ereje 30–50% között mozog, a magyarországi árfolyammodellek magyarázó ereje gyakorlatilag 0;
- valamennyi modellre vonatkozó Durbin-Watson mutatók kielégítőek.

A fentiekből következően a magyar részvénypiacon az elmélet megalapozatlannak látszik. A következő részben ennek okát kutatom.

A modell feltételrendszerének vizsgálata

A Budapesti Értéktőzsde árfolyamaira, illetve a részvények hozamára vonatkozó becsléseink sem a modellek illeszkedését tekintve, sem a paraméterértékek tekintetében nem bizonyultak megfelelőnek. Ennek oka lehet egyrészt az elmélet feltételeinek nem teljesülése, másrészt a módszertani kiinduló feltevések érvénytelensége. Esetünkben valószínűleg mindkettő fennáll. Elméleti oldalról vizsgálva a kérdést valószínűsíthetően:

- nem tekinthető a BÉT tökéletes tőkepiacnak (valószínűsíthető, hogy a kereslet és kínálat nincs dinamikus egyensúlyban; a jelenlevő befektetők száma sem tekinthető végtelennek);
- a piaci portfoliót reprezentáló (ideiglenes) tőzsdeindex vélelmezhetően nem hatékony proxy, összeállítása nem korrekt;
- az egyedi részvények kereskedésében beálló hosszú szünetek, illetve az ebből adódó hosszú időintervallumokban megjelenő alacsony hozamok torzítják a tényleges összefüggéseket.

Ugyanakkor módszertani szempontból is találhatunk magyarázatot a fenti eredményekre. Vizsgáljuk meg a CAPM által becsült β-együttható (paraméter) stabilitását. A paraméterstabilitás tesztelésére az ismert Chow-próbát alkalmazhatjuk. A próba lényege, hogy becsüljük az alábbi regressziós modelleket:

$$r_{it} = \beta_1 r_{mt} + \epsilon_t \qquad t \in T_1, \quad \text{ahol a hozam negatív}$$

$$r_{it} = \beta_2 r_{mt} + \epsilon_t \qquad t \in T_2, \quad \text{ahol a hozam pozitív}$$

és teszteljük a

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2$$

$$H_1 : \beta_1 \neq \beta_2$$

hipotézisrendszert. Legyen az első modellből származó reziduális négyzetösszeg RSS1, a modell szabadságfoka NDF1; a második modell reziduális négyzetösszege RSS2, szabadságfoka NDF2; a mintaidőszak szétválasztása nélkül becsült modell eltérésnégyzetösszege RSS, szabadságfoka NDF. Amennyiben a nullhipotézis igaz (a paraméter értéke állandó), úgy az

$$F = \frac{(RSS - RSS1 - RSS2)/3}{(RSS1 + RSS2)/(NDF1 + NDF2)}$$

valószínűségi változó (1; $NDF1{+}NDF2$) szabadságfokpárú F-eloszlást követ, azaz alkalmas a nullhipotézis tesztelésére. A vizsgált részvényárfolyamokra vonatkozó Chow-teszt eredményeit tartalamazza a következő tábla:

4. tábla: A Chow-teszt eredményei

Részvény (NYSE)	β	β_1	β_2	F	p-érték
COCA	1.218	0.995	1.379	2.485	0.064
KODAK	1.075	0.931	1.203	1.488	0.431
MCDON	1.083	0.994	1.152	1.145	0.677
FOTEX	0.127	0.191	0.093	13.020	0.000
IBUSZ	2.276	2.365	2.234	3.732	0.015
PICK	0.373	-0.178	0.731	1.082	0.432

A paraméterstabilitási teszt eredményei alapján látható, hogy az amerikai részvények esetében mindig el kell fogadni a nullhipotézist, ugyanakkor a BÉT-en jegyzett részvények esetében a paraméter stabilitására vonatkozó nullhipotézis csak a PICK részvény esetén elfogadható. (Ebben az esetben viszont elgondolkodtató, hogy a paraméter a különböző mintaidőszakokban előjelet vált, ennek magyarázata lehet, hogy az egyik minta – árfolyamcsökkenés – viszonylag kis elemszámú.)

Mi okozhatja a paraméter instabilitását? A kérdésre a választ a hozamidősorok természetének vizsgálata adja. Lehetséges ugyanis, hogy a piaci portfolió hozama és az egyedi részvény hozama csak látszatkapcsolatban van egymással (a két idősor nem kointegrált). Ennek ellentmondani látszik, hogy valamennyi modell kielégítő Durbin-Watson értékkel rendelkezik.

Vizsgáljuk meg a hozam-idősorok integráltságát! A hozamok várható érték stacionaritását a Dickey-Fuller féle τ-próbával vizsgáltuk.[9] Az eredmények (kritikus érték 1%-os szignifikancia-szinten -2.58):

5. tábla: Dickey-Fuller τ-próba eredményei

Részvény (NYSE)	τ	Részvény (BÉT)	τ
COCA	-16.858	FOTEX	-21.163
KODAK	-16.549	IBUSZ	-20.214
MCDON	-14.856	PICK	-19.437

Láthatjuk, hogy a hozamidősorok mindegyike (az amerikai és a magyar részvénypiacon egyaránt) várható értékében stacionárius. Ebből adódóan a kointegráció hiányára vonatkozó feltevés tesztelése értelmetlen.

Meglepő eredménnyel jár ugyanakkor a hozamok variancia-stacionaritásának tesztelése. Az erre vonatkozó Goldfeld-Quandt-próba eredményeit tartalmazza a 6. tábla (az F-eloszlás szabadságfokpárja az amerikai árfolyamok esetében 110;110, a magyar részvényeknél 200;200):

6. tábla: A Goldfeld-Quandt próba eredményei

Részvény (NYSE)	F	p-érték	Részvény (BÉT)	F	p-érték
COCA	1.34	0.06	FOTEX	7.06	0.00
KODAK	1.07	0.36	IBUSZ	217.85	0.00
MCDON	1.19	0.18	PICK	3.86	0.00

Látható, hogy az amerikai részvények közül valamennyi hozam variancia-stacionernek bizonyult. Ugyanakkor a Budapesti Értéktőzsde részvényei esetében a nullhipotézist el kell vetni. Mindez megmagyarázza korábbi eredményeinket: a variancia instabilitása vezet a paraméter (β-együttható) instabilitásához, azaz a kockázat-meghatározó modell eredményeinek megkérdőjelezéséhez. A részvények hozamánál észlelhető nemstacionárius variancia ismét a piac tökéletességére vonatkozó kiinduló felvetés elvetését jelenti.

A CAPM egy alternatív felhasználási lehetősége

Amennyiben egy idősor varianciájában nem stacioner, úgy sztochasztikus idősor-modellekkel (Box-Jenkins-modellek) úgy vizsgálhatjuk, ha előbb valamilyen variancia-stabilizáló transzformációval kiküszöböljük a nemstacionaritást.

[9] Az egységgyök létére vonatkozó hipotézis tesztelésére szolgáló eljárásokat részletesen lásd pl. HUNYADI [1994] cikkében.

A leggyakrabban alkalmazott stabilizáló transzformáció a Box-Cox-transzformáció. Helyettesítsük a modellezni kívánt idősor értékét a következő transzformált értékkel:

$$r'_t = \begin{cases} \frac{1}{\lambda}(r_t^\lambda - 1), & \text{ha } \lambda \neq 0\,; \\ \ln r_t, & \text{ha } \lambda = 0\,. \end{cases}$$

λ alkalmas megválasztása iterációs úton történhet.

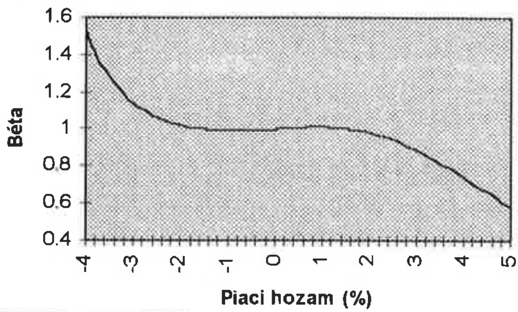
Látható, hogy a változó (részvény-hozam) helyébe a Box-Cox-transzformáltját helyettesítve egy paramétereiben nemlineáris modellhez jutunk, vagyis ha meg kívánjuk tartani a becsült β-együttható eredeti értelmezését, akkor az együttható értéke a piaci hozam függvényében változik.

Ennek alapján kézenfekvően adódik a modell egy alternatív felhasználási lehetősége: kiindulva abból, hogy amennyiben az elmélet érvényes, úgy β abszolút értékének 0.5 és 1.5 között kell lenni, meghatározható a piaci portfolió hozamának egy olyan sávja, amelyikben a CAPM érvényes, vagyis amelyben feltételezhető az értékpapírpiac egyensúlyi volta. Ez más szavakkal annyit jelent, hogy amennyiben a piaci portfolió hozama (empirikus elemzésekben a tőzsdeindex változása) egy előre meghatározható sávon kívül esik, úgy a piaci mechanizmusok nem érvényesülnek tökéletesen. Vegyük észre, hogy az empirikus modellezés esetén ez a hozamsáv (változási ütem) részvényenként (értékpapíronként) eltérő lehet, ám ha a transzformációban szereplő λ paraméter abszolút értéke az elméletben elvárt értékhatárok között marad,[10] akkor a sávok jelentős mértékű átfedéseket tartalmaznak.

Például a FOTEX részvényei esetén, a varianciastabilizáló transzformáció után a következő modellhez jutunk:

$$\lambda = -0.5 \qquad \frac{r_{FOTEX}^\lambda - 1}{\lambda} = 0.016 r_{BETI} + \epsilon\,.$$

A β-együttható változását szemlélteti a következő ábra:



[10] Az elméletileg várt λ-értékek tekintetében a szakirodalom nem egységes, MILLS [1990] $-1 < \lambda < 1$ intervallumot javasol.

Láthatjuk, hogy az elméletileg elvárt β-értékek a piaci portfolió hozamának -4% és $+5\%$ közötti változása esetén keletkeznek.

A Budapesti Értéktőzsde mindhárom részvényhozamának transzformációja után becsült modellek alapján meghatározott piaci portfolió hozamsávok, melyekben az értékpapírpiac „tökéletes"-nek fogható fel:

7. tábla: BÉTI hozamsávok „egyensúlyi" piacon

Részvény	$r_m - r_f$ (%) Minimális	Maximális
FOTEX	-3.97	5.07
IBUSZ	-4.12	6.21
PICK	-5.23	6.14

Látható, hogy az intervallumok nagyjából fedik egymást, az értékpapírpiac egyensúlyinak tekinthető, ha a piaci portfolió hozama kockázatmentes hozam -5% és kockázatmentes hozam +6% között található. Ez annyit jelent, hogy a Budapesti Értéktőzsdeindex és a DWIX átlagos szintjét[11] feltételezve, ha a tőzsdeindex napi változása kívül esik a 0.66–1.01 pont intervallumon, akkor a piaci szereplők irracionálisan viselkednek.

Vélelemezhetően a piac „tökéletességére" vonatkozó kritérium napi adatbázis alapján történő meghatározása – a folyamatok várható érték jellegéből adódóan – nem alkalmazható a gyakorlatban. Éves szinten mindez azt jelentené, hogy racionálisan működő magyar értékpapírpiac esetén a tőzsdeindex évente legalább 240, legfeljebb 370 ponttal emelkedik. (Vegyük észre, hogy a tőzsdeindexnek – egyensúlyi piacon – feltétlenül emelkednie kell, ezt a feltételt egyébként az amerikai, illetve nyugat-európai tőzsdéken használt indexek teljesítik.)

Összegzés

A CAPM használhatóságára vonatkozó megállapításokat a következőkben foglalhatjuk össze:

- a CAPM *elméletileg helyes* modell, ám *rendkívül érzékeny* nemcsak a kiinduló módszertani feltevések, hanem a mikroökonómiai (piacra vonatkozó) feltevések teljesülésére is;
- amennyiben a paraméter (β-együttható) értéke az elméletileg várt intervallumon kívülre esik, ez a *feltevések nem teljesülésének* jó proxyja;

[11] A vizsgált időszakban az átlagos BÉTI 1175 pont, az átlagos DWIX 25.5%.

- ha a β-együttható instabil, ez a részvényhozam varianciájának nemstacionárius voltára vezethető vissza, alkalmazandó valamilyen variancia-stabilizáló transzformáció; az így nyert paraméterek meghatározzák azt a *portfolió-hozam intervallumot*, melyben a *CAPM a kockázat kielégítő proxyját képes becsülni.*

Irodalom

1. Blake, D. [1990]: Financial Market Analysis. McGraw-Hill Book Company, London, 1990.
2. Elton, E. J. - Gruber, M. J. [1987]: Modern Portfolio Theory and Investment Analysis. John Wiley and Sons, New York, 1987.
3. Hunyadi László [1994]: Egységgyökök és tesztjeik. Szigma, 1994/3. 135–164.
4. Lintner, J. [1965]: The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. Review of Economics and Statistics, 1965/February, 13–37.
5. Malkiel, B. G. [1992]: Bolyongás a Wall Streeten. Nemzetközi Bankárképző Központ, Budapest, 1992.
6. Martin Hajdu György (szerk.) [1991]: Tőzsdei kézikönyv. KJK, Budapest, 1991.
7. Mills, T. C. [1990]: Time Series Techniques for Economists. Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
8. Sharpe, W. F. [1963]: A Simplified Model for Portfolio Analysis. Management Science, 1963/January, 277–293.
9. Száz János [1991]: Hitel, pénz, tőke. KJK, Budapest 1991.

ON THE APPLICATION OF THE CAPITAL ASSET PRICING MODEL ON THE HUNGARIAN STOCK MARKET

The capital asset pricing model (CAPM) developed in 1960's is used for the measurement of the risk of securities. The β-coefficient as an endresult is usually estimated with the method of ordinary least squares (OLS), and often gives results inconsistent with the theory. In this study after having the theory introduced the β-coefficient is estimated for 3-3 American and Hungarian share prices. The verification of the parameter estimation leads to the denying of the Hungarian results that can be partially explained by the disequilibrium of the capital market and partially by the nonstationarity of the variance of the returns. The introduction of the Box-Cox transformation providing variance-stabilization results in the determination of the adequate theoretical parameter and the determination of the equilibrium market return range.