

DINAMIKUS ÖKOLÓGIAI LÁBNYOM SZÁMÍTÁSA INPUT-OUTPUT MODELLEL¹

DOBOS IMRE

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Az ökológiai, valamint a kapcsolódó lábnyomok számítása egyre népszerűbb az ökológiai közgazdaságtan művelői számára. A dolgozat a számítások egy módszerét vizsgálja, nevezetesen azt a módszertant, amely a Leontief által kifejlesztett input-output modellt használja a lábnyomok számításához. A szerző egy korábbi dolgozatában (Dobos (2018)) a statikus ökológiai lábnyom input-output modellel történő meghatározásának irodalmát bemutatva egy új módszert javasolt annak kiszámításához. Ez a dolgozat az ottani statikus modellt dinamizálja a végső felhasználás felbontásával végső fogyasztásra és tőkefelhalmozásra, vagyis beruházásra. Ezzel a dinamikus Leontief-modellt használja ökológiai lábnyom dinamizált változatának kiszámításához. A továbbfejlesztett módszertan lehetőséget nyújt további lábnyomok számításához is, mint a karbon-, vagy vízlábnyom meghatározása.

Kulcsszavak: ökológiai lábnyom, dinamikus Leontief-modell, egyensúlyi arányos pálya

1 Bevezetés

A lábnyomok, mindenekelőtt az ökológiai lábnyom meghatározása a 90-es évek elejére nyúlik vissza. (Rees (1992), Wackernagel, Rees; (1996)) Ezen vizsgálatok célja annak meghatározása, hogy az egyes nemzetgazdaságok mekkora földterületet használnak fel az ország területén élő népesség szükségleteinek kielégítéséhez. Az ágazati kapcsolatok mérlege (ÁKM), vagyis a Leontief-féle input-output modell jó lehetőséget nyújt az ilyen számítások elvégzéséhez. (Leontief (1977), Miller és Blair (2009), Zalai (2012))

Ebben a dolgozatban két, az irodalomban és alkalmazásban népszerű modellre alapuló dinamizált ökológiai lábnyomszámítási módszert mutatunk be. Bicknell et al. (1998) vizsgálta először az ökológiai lábnyomot input-output modellel. A modell alkalmazásához a nemzetgazdaságban felhasznált földterületeket fel kell bontani aszerint, hogy az külföldről származik-e az importon keresztül, vagy a belső termeléshez szükséges. Ez az oldal tekinthető a „kínálati” oldalnak. A másik oldal, nevezhetjük „keresleti” oldalnak, a földterületek fogyasztáshoz rendelhető részét reprezentálja. Mivel a világ nemzetgazdaságainak többsége nyitott gazdaság, ezért ezen összefüggéseket

¹A szerző a Gazdaság- és Társadalomtudományi Kar Közgazdaságtudományok Intézet egyetemi tanára. E-mail: imre.dobos@bme.hu. Beérkezett: 2017. október 27.

árnyalja az, hogy mindez exportra kerül-e, vagy importból származik. Bicknell et al. (1998) dolgozatukban egy zárt gazdaság kereti között kezdik az elemzésüket, és a végső fogyasztás földterület igényét határozzák meg először. Ezt követően teszik nyílttá az input-output modelljüket az export és import számbavételével. Az import számbavételénél három területtípust különítenek el: (1) az a földterület, amely az importon keresztül *közvetlenül* a végső fogyasztásba kerül, (2) az a földterület, amely a termelésbe kerül, és csak *közvetlenül* kerül a fogyasztóhoz és (3) az importból *közvetlenül* az exportba kerülő földterület. Számítási módszerüket egy 3×3 -as gazdaság mintaszámain demonstrálják, amit mi is használni fogunk. A konkrét számítások mátrixformában a következő részekben mutatjuk be.

Ferng (2001) dolgozatában nagyban építkezik Bicknell et al. (1998) munkájára, de a számítások elvégzéséhez „földszorzó” (land multiplier) bevezetését javasolja. Számításai eredménye lényegében megegyezik az előbb idézett munkával. Ami sokkal lényegesebb különbség, az a földterület importban megtestesülő része. Ezen a ponton Ferng (2001) dolgozata lényegesebb eltérést mutat. A két modell lineáris algebrai problémája, hogy nem teszi lehetővé, hogy a szektorok importját a végső fogyasztás és export szerint lineárisan osszuk fel. Az említett két modell kritikája Dobos (2018) dolgozatában szerepel, a megoldási javaslattal együtt.

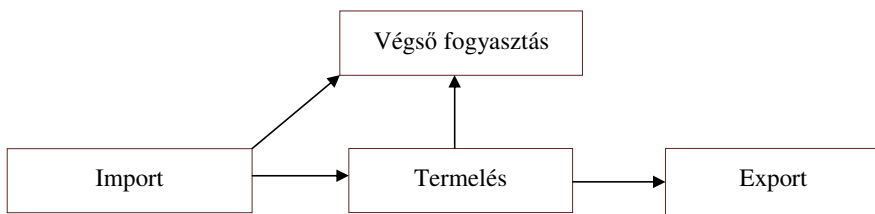
Az igény már korábban felmerült, hogy a lábnyomot dinamizálják. Wackernagel et al. (2004) és Haberl et al. (2001) dolgozataikban a dinamikus lábnyom számításához statikus adatokból nyert trendillesztést alkalmaztak. Lenzen et al. (2007) termelési függvényeken keresztül dinamizálta az ökológiai lábnyomot szintén trendszámítás alkalmazásával. Bastioni et al. (2010) 3D-s eljárással próbálták a dinamizálást végrehajtani, de nem gazdasági, hanem ökológia megfontolásokat figyelembe véve. Az irodalomban az ismertett input-output modelleken alapuló dinamizálást még nem hajtottak végre, ezért a dolgozat célja annak megmutatása, hogy a dinamikus Leontief-modell alkalmas erre a feladatra. Másik oldalról, az is célként tűzhető ki, hogy a dinamikus lábnyom alakulását bemutassuk az egyensúlyi arányos pálya mentén.

A dolgozat következő fejezetében ismertetjük Dobos (2018) cikke alapján matematikai szempontból azt az input-output modellt, amely a lábnyomszámítás és a dinamikus vizsgálat alapja. A dinamikus lábnyom előállításához olyan speciális feltételezéssel kell élni, amellyel elkerülhetővé válik, hogy minden beszállító nemzetgazdaság ágazati kapcsolati mátrixát és ágazati fajlagos földigényét elő kelljen állítani, be kelljen szerezni. A harmadik részben a statikus lábnyomszámítást dinamizáljuk azzal, hogy a végső fogyasztást felosztjuk tőkefelhalmozásra és végső fogyasztásra. Így dinamizáljuk a modellt, ami ezzel a dinamikus Leontief-féle input-output modellre emlékeztet azzal az általánosítással, hogy a szektorok importját, mint külön ágazatokat reprezentáljuk. A dinamikus lábnyom az időszaki lábnyomok egymást követő sorozatát jelenti. Ezt a lábnyomot az időszaki végső fogyasztás, export és a végső fogyasztáshoz közvetlenül importált termékek vektorainak függvényében állítjuk elő. A negyedik fejezetben egy speciális dinamikus input-output modellel, nevezetesen az egyensúlyi arányos pálya mentén állítjuk elő a dina-

mikus lábnyomot. A következő részben eredményeinket Bicknell et al. (1998) és Ferng (2001) dolgozataiban is használt számpélda alapján szemléltetjük. Végül az utolsó, hatodik fejezetben összefoglaljuk a dolgozat eredményeit, és további kutatásokra hívjuk fel a figyelmet.

2 Az ökológiai lábnyom számítása statikus input-output modellel

Az input-output modell anyagáramlása a főbb felhasználási kategóriák között az 1. ábrán szereplő módon értelmezhető:



1. ábra. A statikus input-output modell anyagáramlási ábrája

Az 1. ábrán jól látható, hogy az import termékeket közvetlenül fel lehet használni a termelésben és a fogyasztásban is. A dolgozatunk is ezeket az anyagáramlási folyamatokat állítja a vizsgálatai középpontjába.

A lábnyomszámításhoz a következő, 1. táblázatból indulunk ki. Az importot megoszthatjuk azon gazdaságok (országok) között, amelyekkel a vizsgált nemzetgazdaság kereskedelmi kapcsolatban áll. Ilyen típusú modellezéseket a regionális közgazdaságtanban lehet találni. Tételezzük fel, hogy az így modellezett nemzetgazdaságban n darab ágazat, szektor van, valamint m másik nemzetgazdasággal kerül a vizsgált gazdaság kapcsolatba. Amint az az input-output modellezésben szokásos, x -szel jelöljük a gazdaság bruttó kibocsátási vektorát, c vektor a végző fogyasztás, exp vektor az exportot jelöli, míg X az ágazatközi felhasználás. Az L vektor a gazdaság teljes földterületigényét mutatja ágazatonként. Az X_{imp_i} mátrix az i -edik gazdaságból importált, és az ágazatokban felhasznált termékeket mutatja, míg a c_{imp_i} vektor az i -edik gazdaságból a nemzetgazdaságunk közvetlen végző fogyasztásához importált termékeket jelöli. A v és v_c vektorok a hozzáadott értékeket mutatják, amit nem használunk az elemzéseinkben. Az imp_i vektorok az i -edik nemzetgazdaságból összesen importált termékeket jelöli, azaz $imp_i = X_{imp_i}1 + c_{imp_i}$, ahol az 1 vektor az összegző vektort jelöli, amelynek minden eleme egy.

	Ágazatok	Végső fogyasztás	Export	Teljes kibocsátás, import
Ágazatok	X	c	exp	x
1. ország	X_{imp_1}	c_{imp_1}		imp_1
2. ország	X_{imp_2}	c_{imp_2}		imp_2
...
m . ország	X_{imp_m}	c_{imp_m}		imp_m
Hozzáadott érték	v	v_c		
Teljes kibocsátás	x			
Földterület	L			

1. táblázat. Egy nemzetgazdaság input-output (tranzakciós) táblája külkereskedelemmel

Ezek után konstruáljuk meg a modell input együtthatóit a gazdaságban és az importokra egyaránt, valamint a fajlagos földigényt ágazatonként:

$$A = X\langle x \rangle^{-1}, \quad A_{\text{imp}_i} = X_{\text{imp}_i}\langle x \rangle^{-1}, \quad (i = 1, \dots, m), \quad l = L\langle x \rangle^{-1}.$$

Ezekkel az együtthatómátrixokkal a következő egyenleteket nyerhetjük, amelyek leírják a gazdaságot:

$$\begin{aligned} x &= Ax + c + \text{exp}, \\ \text{imp}_i &= A_{\text{imp}_i} + c_{\text{imp}_i}, \quad (i = 1, \dots, m). \end{aligned}$$

Ezzel az összefüggéssel lényegében megegyezik a 2. táblázat modellje, amennyiben

$$X_{\text{imp}} = \sum_{i=1}^m X_{\text{imp}_i}, \quad c_{\text{imp}} = \sum_{i=1}^m c_{\text{imp}_i},$$

vagyis nem csináltunk mást, mint a különböző országokból származó importot összegeztük. Ezzel a transzformációval az alábbi, 2. táblázathoz jutunk:

	Ágazatok	Végső fogyasztás	Export	Teljes kibocsátás, import
Ágazatok	X	c	exp	x
Import	X_{imp}	c_{imp}		imp
Hozzáadott érték	v	v_c		
Teljes kibocsátás	x			
Földterület	L			

2. táblázat. Egy nemzetgazdaság input-output (tranzakciós) táblája összevont külkereskedelemmel

Térjünk most rá az ökológiai lábnyom megragadására. Mint látható, a Ferng-i értelemben vett földszorzót ($\langle l \rangle(I - A)^{-1}$, Dobos (2018)) csak a vizsgált nemzetgazdaságra ismerjük, a többi, beszállító, exportáló gazdaságra nem, mert akkor minden nemzetgazdaság input-output modelljével tisztában kellene lennünk, a fajlagosokkal együtt. Ha mégis ismernénk az ottani földszorzókat, akkor azok a következő formát vennék fel: $\langle l_i \rangle(I - A_i)^{-1}$, ahol A_i mátrix az i -edik nemzetgazdaság ágazati kapcsolatok mérlegének belső mátrixa, és l_i vektor az adott gazdaság fajlagos földigénye. Ennek ismeretében

az importokat, amit az általunk vizsgált gazdaság felhasznál, összegezzük az 1. ábrán bemutatott rendező modellnek megfelelően:

$$\sum_{i=1}^m \langle l_i \rangle (I - A_i)^{-1} \text{imp}_i = \sum_{i=1}^m \langle l_i \rangle (I - A_i)^{-1} A_{\text{imp}_i} x + \sum_{i=1}^m \langle l_i \rangle (I - A_i)^{-1} c_{\text{imp}_i} .$$

Ez a kifejezés akkor egyezik meg a Bicknell et al. (1998) és Ferng (2001) modelljeivel, ha $A = A_i$, valamint $l = l_i$, vagyis minden gazdaság homogén abban az értelemben, hogy azonos a technológiai mátrixa, és azonos fajlagos földigényűek. Ezzel a feltételezéssel éltek Bicknell et al. (1998) és Ferng (2001) is, ezért ettől ez a dolgozat sem tér el. Mivel az említett két dolgozat feltételezésével élünk, ezért a felmerülő Leontief-paradoxon vizsgálatától és értelmezésétől eltekintünk a jelen dolgozat keretei között. A feltételezés mellett teljesül az alábbi összefüggés:

$$\text{imp} = \sum_{i=1}^m A_{\text{imp}_i} x + \sum_{i=1}^m c_{\text{imp}_i} ,$$

ami azt jelenti, hogy összegezzük az importokat, annak származási helyétől függetlenül. A további vizsgálatainkat ezen az aggregált modellen folytatjuk tovább, ahol

$$A_{\text{imp}} = \sum_{i=1}^m A_{\text{imp}_i} , \quad c_{\text{imp}} = \sum_{i=1}^m c_{\text{imp}_i} .$$

A vizsgált statikus modell tehát most a következő módon egyszerűsödik le:

$$\begin{aligned} x &= Ax + c + \text{exp} , \\ \text{imp} &= A_{\text{imp}} x + c_{\text{imp}} . \end{aligned}$$

Oldjuk meg ezt a lineáris egyenletrendszert a teljes kibocsátás x és az import imp vektoraira:

$$\begin{aligned} x &= (I - A)^{-1} c + (I - A)^{-1} \text{exp} , \\ \text{imp} &= A_{\text{imp}} (I - A)^{-1} c + A_{\text{imp}} (I - A)^{-1} \text{exp} + c_{\text{imp}} . \end{aligned}$$

Itt az első egyenletrendszer a hazai termelést írja le, míg a második rendszer a felhasznált importot mutatja a hazai végső fogyasztás, az export és a végső fogyasztáshoz közvetlenül importált termékek függvényében. A földigényeket úgy tudjuk meghatározni, hogy a teljes kibocsátás vektorát a hazai fajlagos földterület diagonalizált mátrixával szorozzuk, míg az importált termékekre a földszorzót alkalmazzuk. Az importált termékek földigényének meghatározásához azért kell a földszorzót használnunk, mert az importáló országnál ez a felhasznált földterület a beszállító ország kapcsolati mérlegében exportként jelenik meg. Ezzel a gondolatmenettel kapjuk a következő földigényeket:

$$\begin{aligned} \langle l \rangle x &= \langle l \rangle (I - A)^{-1} c + \langle l \rangle (I - A)^{-1} \text{exp} , \\ \langle l \rangle (I - A)^{-1} \text{imp} &= \langle l \rangle (I - A)^{-1} A_{\text{imp}} (I - A)^{-1} c + \\ &+ \langle l \rangle (I - A)^{-1} A_{\text{imp}} (I - A)^{-1} \text{exp} + \langle l \rangle (I - A)^{-1} c_{\text{imp}} . \end{aligned}$$

Így a földigényre öt összefüggésünk van, amelyek

- $\langle l \rangle (I - A)^{-1} c$: a végső fogyasztás hazai földigénye,
- $\langle l \rangle (I - A)^{-1} \text{exp}$: az export hazai földigénye,
- $\langle l \rangle (I - A)^{-1} A_{\text{imp}} (I - A)^{-1} c$: a végső fogyasztás előállításához importált termékek földigénye,
- $\langle l \rangle (I - A)^{-1} A_{\text{imp}} (I - A)^{-1} \text{exp}$: az exportált termékek előállításához importált termékek földigénye,
- $\langle l \rangle (I - A)^{-1} c_{\text{imp}}$: a végső fogyasztáshoz közvetlenül importált termékek földigénye.

Ezeknek a kategóriáknak az ismeretében két csoportba sorolhatjuk a földigényeket: (1) hazai felhasználású földigények, amelyek a végső fogyasztáshoz kapcsolódnak, és (2) a külföldi felhasználású földigények, amelyek az exporthoz tapadnak, és így nem jelennek meg a hazai felhasználásban.

Annak megállapításához, hogy az adott gazdaság több, vagy kevesebb földet használ-e, mint a rendelkezésre álló földterület, nem kell mást tennünk, mint a hazai termeléshez és a belső felhasználáshoz felhasznált földterület különbségét képezni. A hazai termelés földigénye nem más, mint a végső kibocsátás földigénye ágazonként: $\langle l \rangle (I - A)^{-1} c + \langle l \rangle (I - A)^{-1} \text{exp}$. Ugyanakkor a belső felhasználás földigénye a végső fogyasztás és az import földigényének összegével egyezik meg:

$$\langle l \rangle (I - A)^{-1} [I + A_{\text{imp}} (I - A)^{-1}] c + \langle l \rangle (I - A)^{-1} A_{\text{imp}} (I - A)^{-1} \text{exp} + \langle l \rangle (I - A)^{-1} c_{\text{imp}}.$$

E két kifejezés különbsége mutatja, hogy a vizsgált gazdaság több vagy kevesebb földet használ, mint ami rendelkezésre áll. Képezzük tehát a különbséget, ami

$$\begin{aligned} & \langle l \rangle (I - A)^{-1} \text{exp} - \\ & - \left[\langle l \rangle (I - A)^{-1} A_{\text{imp}} (I - A)^{-1} c + \langle l \rangle (I - A)^{-1} A_{\text{imp}} (I - A)^{-1} \text{exp} + \langle l \rangle (I - A)^{-1} c_{\text{imp}} \right] = \\ & = \langle l \rangle (I - A)^{-1} [I - A_{\text{imp}} (I - A)^{-1}] \text{exp} - \langle l \rangle (I - A)^{-1} A_{\text{imp}} (I - A)^{-1} c - \langle l \rangle (I - A)^{-1} c_{\text{imp}}, \end{aligned}$$

ami az exportált és importált termékek földigényének a különbsége ágazonként. Amennyiben a fenti kifejezés egy eleme nemnegatív, akkor a gazdaság adott ágazata nem használ fel több földterületet, mint ami rendelkezésre áll. Ha az előbbi kifejezés negatív, akkor az adott gazdaság vizsgált szektora földterületet „importál”, aminek a nagysága a meghatározott különbség.

Az egész gazdaságra is meghatározhatjuk a különbséget, ami már azt mutatja, a gazdaság egésze több földterületet használ-e fel, mint a rendelkezésre álló terület. Ekkor az előbbi kifejezést az összegző vektorral szorozva az alábbi képletet kapjuk:

$$l(I - A)^{-1} [I - A_{\text{imp}} (I - A)^{-1}] \text{exp} - l(I - A)^{-1} A_{\text{imp}} (I - A)^{-1} c - l(I - A)^{-1} c_{\text{imp}}.$$

Ha ez a kifejezés nemnegatív, akkor a vizsgált gazdaság nem használ fel több földterületet, mint ami rendelkezésre áll, sőt a pozitív különbözetet földként „exportálja”. A földterület importja azt mutatja, hogy a gazdaság ökológiai lábnyoma nagyobb, mint ami rendelkezésre áll. A nemnegativitás eldöntésére

nem adunk általános feltételt, az az export, a belső fogyasztás és a fogyasztáshoz közvetlenül importált termékek konkrét vektorainak nagyságától függ.

Egy egyszerűbb feltételt azonban adhatunk. Amint arra korábban is utaltunk, az $l(I - A)^{-1}$ vektor egységnyi ágazati végső kibocsátások fajlagos földigényét mutatja. Ekkor az export és a fogyasztás importigényét az

$$A_{\text{imp}}(I - A)^{-1}\text{exp} + A_{\text{imp}}(I - A)^{-1}c$$

vektor reprezentálja a gazdaság egészére. Tehát amennyiben az export nem kisebb, mint az export és a belső fogyasztás import igénye, összegezve a fogyasztáshoz közvetlenül importált termékek összegével, akkor az ökológiai lábnyom valóban nemnegatív lesz, azaz:

$$\text{exp} \geq A_{\text{imp}}(I - A)^{-1}\text{exp} + A_{\text{imp}}(I - A)^{-1}c + c_{\text{imp}} = \text{imp}.$$

Ezzel egy feltételt adtunk az ökológiai lábnyom nemnegativitására.

3 A dinamikus lábnyom értelmezése és meghatározása

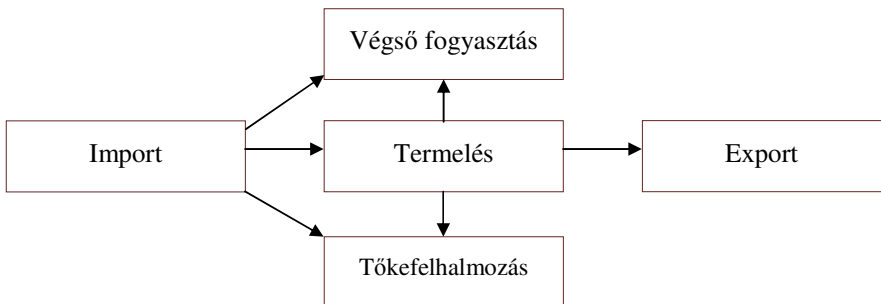
A továbbiakban feltételezzük, hogy a végső fogyasztás tovább osztható felhalmozásra (beruházásra) és végső fogyasztásra. A beruházási tevékenység az a folyamat, amely az egyes időszakok közötti függést megteremti. Amint az előző részben is tettük, azt feltételezzük, hogy az importot nem tudjuk felosztani a forrásaik, vagyis a vizsgált nemzetgazdaságba exportáló országok között, mivel a nemzetgazdasági input-output modellek együtthatóit, felhasznált földterületeit és fajlagos földigényeket nem ismerjük. Ekkor az anyagáramlási folyamatot a 2. ábrán bemutatott módon értelmezhetjük.

Ebben a dinamikus modellben a gazdaságot a következő összefüggések írják le:

$$x_t = Ax_t + B(x_{t+1} - x_t) + c_t + \text{exp}_t \quad (t = 0, 1, \dots, T - 1),$$

$$\text{imp}_t = A_{\text{imp}}x_t + B_{\text{imp}}(x_{t+1} - x_t) + c_{\text{imp},t} \quad (t = 0, 1, \dots, T - 1),$$

ahol feltesszük, hogy a tervezési periódus kezdeti kibocsátási szintje, vagyis x_0 ismert vektor.



2. ábra. A dinamikus input-output modell anyagáramlási ábrája

Amint látható, a statikus modell végső fogyasztása (a korábbi c vektor) szétbomlik egy adott időszakban tőkefelhalmozására (a $B(x_{t+1} - x_t)$ vektor) és végső fogyasztásra (c_t vektor). Feltételezzük, hogy a tervezési időhorizont hossza T , valamint a beruházási mátrix a hazai termelésű és importált termékekre is ismert, amit a B és B_{imp} mátrixokkal jelölünk. A továbbiakban feltételezzük még, hogy a gazdaságunk B tőkemátrixa nonszinguláris, vagyis invertálható. Amennyiben mégis szinguláris lenne a tőkemátrixunk, akkor is megoldható lenne expliciten az első egyenletrendszerünk. (Erre az esetre a megoldást Dobos (1987) és Ábel és Dobos (2017) dolgozatok tartalmazzák.) A dolgozat ezen részében a matematikai kezelhetőség kedvéért maradunk a nonsingularitás feltételezésénél. A matematikai pontosság ugyanis ebben az esetben nem tesz lényegesen többet a mondanivaló kibontásához. A t index jelöli az egyes változók és paraméterek időbeliségét. Az így meghatározott gazdaság tranzakciós tábláját a 3. táblázat mutatja.

Határozzuk meg a dinamikus rendszerünk megoldását expliciten a tőke-mátrix inverzének felhasználásával. Ehhez az

$$x_{t+1} = B^{-1}(I - A + B)x_t - B^{-1}c_t - B^{-1}\text{exp}_t \quad (t = 0, 1, \dots, T - 1)$$

dinamikus rendszer megoldását némi türelemmel állíthatjuk elő, ami

$$x_t = [B^{-1}(I - A + B)]^t x_0 - \sum_{\tau=0}^{t-1} [B^{-1}(I - A + B)]^{t-\tau} B^{-1}c_\tau - \sum_{\tau=0}^{t-1} [B^{-1}(I - A + B)]^{t-\tau} B^{-1}\text{exp}_\tau.$$

	Ágazatok	Végső fogyasztás	Tőke- felhalmozás	Export	Végső kibocsátás
Ágazatok	$A\langle x_t \rangle$	c_t	$B\langle x_{t+1} - x_t \rangle$	exp_t	x_t
Import	$A_{\text{imp}}\langle x_t \rangle$	$c_{\text{imp},t}$	$B_{\text{imp}}\langle x_{t+1} - x_t \rangle$	–	imp_t
Hozzáadott érték	v_t	$v_{c,t}$			
Teljes kibocsátás	x_t				
Föld input	$l\langle x_t \rangle$				

3. táblázat. Egy nemzetgazdaság dinamikus input-output (tranzakciós) táblája összevont külkereskedelemmel

Ez a kifejezés a teljes kibocsátást definiálja a kezdeti teljes kibocsátás, és a végső fogyasztás, valamint az export idősorának függvényében. Ha ezt a bonyolult kifejezést behelyettesítjük az importot meghatározó egyenletekbe, akkor az importra az alábbi képletet nyerjük:

$$\begin{aligned} \text{imp}_t &= A_{\text{imp}}x_t + B_{\text{imp}}B^{-1}[(I - A)x_t - c_t - \text{exp}_t] + c_{\text{imp},t} = \\ &= [A_{\text{imp}} + B_{\text{imp}}B^{-1}(I - A)] [B^{-1}(I - A + B)]^t x_0 - \\ &- [A_{\text{imp}} + B_{\text{imp}}B^{-1}(I - A)] \sum_{\tau=0}^{t-1} [B^{-1}(I - A + B)]^{t-\tau} B^{-1}c_\tau - \\ &- [A_{\text{imp}} + B_{\text{imp}}B^{-1}(I - A)] \sum_{\tau=0}^{t-1} [B^{-1}(I - A + B)]^{t-\tau-1} B^{-1}\text{exp}_\tau - \\ &- B_{\text{imp}}B^{-1}c_t - B_{\text{imp}}B^{-1}\text{exp}_t + c_{\text{imp},t}. \end{aligned}$$

Ez utóbbi kifejezés talán bonyolultnak tűnik, azonban a rendelkezésre álló informatikai eszközök segítségével könnyen kiszámítható. Határozzuk most meg a földigényeket.

A nemzetgazdaság földigényének kiszámításánál az egyes periódusok teljes kibocsátását vesszük alapul, mert a végső fogyasztás és az export idősorainak ismeretében a kibocsátások meghatározhatóak. A *hazai termelés* földigénye:

$$\langle l \rangle x_t = \langle l \rangle (I - A)^{-1} B(x_{t+1} - x_t) + \langle l \rangle (I - A)^{-1} c_t + \langle l \rangle (I - A)^{-1} \text{exp}_t.$$

Ugyanakkor a dinamikus *belső felhasználás* a következő képlettel határozható meg:

$$\begin{aligned} & \langle l \rangle x_t - \langle l \rangle (I - A)^{-1} \text{exp}_t + \langle l \rangle (I - A)^{-1} \text{imp}_t = \\ & = \langle l \rangle (I - A)^{-1} B(x_{t+1} - x_t) + \langle l \rangle (I - A)^{-1} c_t + \langle l \rangle (I - A)^{-1} A_{\text{imp}} x_t + \\ & + \langle l \rangle (I - A)^{-1} B_{\text{imp}} [B^{-1}(I - A)x_t - B^{-1}c_t - B^{-1}\text{exp}_t] + \langle l \rangle (I - A)^{-1} c_{\text{imp},t}. \end{aligned}$$

A kettőnek a különbsége dönti el, hogy az adott gazdaság földterületet exportál-, vagy importál-e a vizsgált periódusban. A különbség tehát

$$\langle l \rangle (I - A)^{-1} \text{exp}_t - \langle l \rangle (I - A)^{-1} \text{imp}_t = \langle l \rangle (I - A)^{-1} (\text{exp}_t - \text{imp}_t).$$

Ez utóbbi kifejezésre elvégezhetőek azok a vizsgálatok, amelyeket a statikus esetben megtettünk, itt azt nem ismételjük meg.

4 Az ökológiai lábnyom az egyensúlyi arányos pálya mentén

Vizsgáljuk most a lábnyomot olyan feltételezés mellett, hogy a végső fogyasztások (hazai termelésű és import), valamint az export is azonos ütemben nő, vagyis α százalékkal, ami azt jelenti, hogy

$$c_t = (1 + \alpha)^t c_0, \quad \text{exp}_t = (1 + \alpha)^t \text{exp}_0, \quad c_{\text{imp},t} = (1 + \alpha)^t c_{\text{imp},0}.$$

Ha még azzal a feltételezéssel is élünk, hogy a termelés és az import is ezzel a növekedési ütemmel nő, vagyis $x_t = (1 + \alpha)^t x_0$, $\text{imp}_t = (1 + \alpha)^t \text{imp}_0$, akkor a dinamikus rendszerünk a következő formában áll elő:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ \text{imp}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ A_{\text{imp}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \text{imp}_0 \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} B & 0 \\ B_{\text{imp}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \text{imp}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_0 + \text{exp}_0 \\ c_{\text{imp},0} \end{bmatrix}.$$

Ebben a modellben azt kérdezzük, hogy milyen fogyasztások és export determinálja a kezdeti teljes kibocsátást és importot. Ehhez az alábbi lineáris egyenletrendszerrel kell megoldanunk:

$$\begin{bmatrix} I - A - \alpha B & 0 \\ -A_{\text{imp}} - \alpha B_{\text{imp}} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \text{imp}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_0 + \text{exp}_0 \\ c_{\text{imp},0} \end{bmatrix}.$$

A fenti egyenletrendszer megoldását könnyen előállíthatjuk a bal oldali mátrix invertálásával. A mátrix inverze

$$\begin{bmatrix} I - A - \alpha B & 0 \\ -A_{\text{imp}} - \alpha B_{\text{imp}} & I \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} (I - A - \alpha B)^{-1} & 0 \\ (A_{\text{imp}} + \alpha B_{\text{imp}})(I - A - \alpha B)^{-1} & I \end{bmatrix}.$$

Az egyenletrendszer mátrixszal történő átszorzásával a következő kifejezést kapjuk:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ \text{imp}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (I - A - \alpha B)^{-1} & 0 \\ (A_{\text{imp}} + \alpha B_{\text{imp}})(I - A - \alpha B)^{-1} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 + \text{exp}_0 \\ c_{\text{imp},0} \end{bmatrix}.$$

Ekkor a gazdaság lehetséges maximális nemnegatív növekedési pályáját a következő sajátérték-feladat megoldásaként állíthatjuk elő:

$$\frac{1}{\alpha^0} \begin{bmatrix} x_0 \\ \text{imp}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (I - A)^{-1}B & 0 \\ A_{\text{imp}}(I - A)B + B_{\text{imp}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \text{imp}_0 \end{bmatrix}.$$

Ennek a sajátérték-feladatnak a nemnegatív megoldása nem más, mint a hazai gazdaság legkisebb pozitív sajátértéke és a hozzá tartozó sajátvektor, amely a Perron-Frobenius-tételek értelmében nemnegatív. Legyen ez a sajátérték α^0 . Ha egy olyan pozitív növekedési ütemet választunk a gazdaságban, amely ennél kisebb, akkor a lineáris egyenletrendszerünknek létezik nemnegatív megoldása. Vizsgáljuk most a földigényt ezen pálya mentén. A hazai termelés földigénye:

$$\langle l \rangle x_0 = \langle l \rangle (I - A - \alpha B)^{-1} c_0 + \langle l \rangle (I - A - \alpha B)^{-1} \text{exp}_0.$$

A belső felhasználásé pedig:

$$\begin{aligned} \langle l \rangle (I - A - \alpha B)^{-1} c_0 + \langle l \rangle (I - A)^{-1} \text{imp}_0 &= \langle l \rangle (I - A - \alpha B)^{-1} c_0 + \\ &+ \langle l \rangle (I - A)^{-1} (A_{\text{imp}} + \alpha B_{\text{imp}}) (I - A - \alpha B)^{-1} (c_0 + \text{exp}_0) + \\ &+ \langle l \rangle (I - A)^{-1} c_{\text{imp},0}. \end{aligned}$$

E két kifejezés különbségeként áll elő az ökológiai lábnyom, ami

$$\begin{aligned} \langle l \rangle (I - A - \alpha B)^{-1} \text{exp}_0 - \langle l \rangle (I - A)^{-1} \text{imp}_0 &= \langle l \rangle (I - A - \alpha B)^{-1} \text{exp}_0 - \\ &- \langle l \rangle (I - A)^{-1} [(A_{\text{imp}} + \alpha B_{\text{imp}}) (I - A - \alpha B)^{-1} (c_0 + \text{exp}_0) + c_{\text{imp},0}]. \end{aligned}$$

Ezt a kifejezést tovább alakíthatjuk az egyes tényezők, azaz az export, a belső fogyasztás és a fogyasztáshoz közvetlenül importált termékek hatásait vizsgálva

$$\begin{aligned} \langle l \rangle [I - (I - A)^{-1} (A_{\text{imp}} + \alpha B_{\text{imp}})] (I - A - \alpha B)^{-1} \text{exp}_0 - \\ - \langle l \rangle (I - A)^{-1} (A_{\text{imp}} + \alpha B_{\text{imp}}) (I - A - \alpha B)^{-1} c_0 - \langle l \rangle (I - A)^{-1} c_{\text{imp},0}. \end{aligned}$$

Annak vizsgálata, hogy milyen növekedési ütem esetén lesz egy ilyen gazdaság öfenntartó, további kutatásokat igényel. Egy ilyen vizsgálat végrehajtásának az adja a nehézségét, hogy az előbbi kifejezés növekedési ütem szerinti deriváltjának előállítását nem egyszerű feladat.

5 Egy numerikus példa

A numerikus példánkhoz alapadatként Bicknell et al. (1998) cikkben szereplő számadatokat használjuk. Ezt az adathalmazt használta Ferng (2001) is dolgozatában a módszere illusztrálásához. Az induló adatainkban a mintagazdaság három szektorból áll. Az információkat a 4. táblázat tartalmazza. Ezt a táblázatot fogjuk a dinamikus Leontief-modell feltételeinek átalakítani. Ehhez a végső fogyasztást fogjuk (végső) fogyasztásra és tőkefelhalmozásra szétbontani. A tőkefelhalmozást ágazati bontásban szerepeltetjük, amint azt a 5. táblázatban szemléltetjük.

	Mezőgazdaság	Ipar	Kereskedelem	Végső fogyasztás	Export	Teljes kibocsátás, import
Mezőgazdaság	45	15	8	55	25	148
Ipar	23	30	42	25	20	140
Kereskedelem	15	25	10	40	5	95
Hozzáadott érték	45	55	30	20		
Mezőgazdasági import	5	5	0	7		17
Ipari import	15	8	5	3		31
Kereskedelmi import	0	2	0	0		2
Teljes kibocsátás	148	140	95			
Földterület (ha)	14.000	2.000	100			

4. táblázat. A 3×3 -as mintagazdaság input-output táblája

	Mezőgazdasági felhasználás	Ipari felhasználás	Kereskedelmi felhasználás	Mezőgazdasági tőkefelhalmozás	Ipari tőkefelhalmozás	Kereskedelmi tőkefelhalmozás	Végső fogyasztás	Export	Teljes kibocsátás, import
Mezőgazdaság	45	15	8	15	10	5	25	25	148
Ipar	23	30	42	4	7	1	13	20	140
Kereskedelem	15	25	10	0	0	0	40	5	95
Hozzáadott ért.	45	55	30						
Mg.-i import	5	5	0	1	2	0	4		17
Ipari import	15	8	5	1	1	0	1		31
Ker.-i import	0	2	0	0	0	0	2		2
Telj. kibocsátás	148	140	95						
Földterület (ha)	14.000	2.000	100						

5. táblázat. A 3×3 -as mintagazdaság input-output táblája tőkefelhalmozással

Jelöléseinket alkalmazva az A és A_{imp} mátrixokat az alábbi módon számíthatjuk ki, ahol x_0 és imp_0 vektorok a teljes kibocsátás és az import vektorokat jelöli:

$$A = X \langle x_0 \rangle^{-1} = \begin{bmatrix} 45 & 15 & 8 \\ 23 & 30 & 42 \\ 15 & 25 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 148 & 0 & 0 \\ 0 & 140 & 0 \\ 0 & 0 & 95 \end{bmatrix}^{-1} \approx \begin{bmatrix} 0,304 & 0,107 & 0,084 \\ 0,155 & 0,214 & 0,422 \\ 0,101 & 0,179 & 0,105 \end{bmatrix}$$

és

$$A_{\text{imp}} = X_{\text{imp}} \langle x_0 \rangle^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 0 \\ 15 & 8 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 148 & 0 & 0 \\ 0 & 140 & 0 \\ 0 & 0 & 95 \end{bmatrix}^{-1} \approx \begin{bmatrix} 0,304 & 0,036 & 0 \\ 0,101 & 0,057 & 0,053 \\ 0 & 0,014 & 0 \end{bmatrix}$$

A B és B_{imp} mátrixok kiszámításához abból a feltételezésből indulunk ki, hogy a gazdaság minden szektora öt százalékkal növekszik, és a felhalmozás ennek megfelelően alakul. Jelöljük Y és Y_{imp} mátrixokkal a felhalmozási szükségleteket, amelyek az 5. táblázatban is szerepelnek. Ekkor a tőkemátrixokat az alábbi módon határozhatjuk meg:

$$B = Y \langle x_1 - x_0 \rangle^{-1} = \frac{1}{\alpha} Y \langle x_0 \rangle^{-1} = \frac{1}{0,05} \begin{bmatrix} 15 & 10 & 5 \\ 4 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 148 & 0 & 0 \\ 0 & 140 & 0 \\ 0 & 0 & 95 \end{bmatrix}^{-1} \approx$$

$$\approx \begin{bmatrix} 2,027 & 1,429 & 1,053 \\ 0,541 & 1 & 0,211 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

és

$$B_{\text{imp}} = Y_{\text{imp}} \langle x_1 - x_0 \rangle^{-1} = \frac{1}{\alpha} Y_{\text{imp}} \langle x_0 \rangle^{-1} = \frac{1}{0,05} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 148 & 0 & 0 \\ 0 & 140 & 0 \\ 0 & 0 & 95 \end{bmatrix}^{-1} \approx$$

$$\approx \begin{bmatrix} 0,135 & 0,286 & 0 \\ 0,135 & 0,143 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ennek ismeretében az egyensúlyi arányos pályát meghatározhatjuk, amennyiben 5 százalékos növekedést tételezünk fel. Tegyük fel, hogy a tervezési időhorizont 3 időszak.

A megoldáshoz az export, a végső fogyasztás és a fogyasztáshoz közvetlenül felhasznált import ismeretét feltételezve juthatunk el, azokat exogén paramétereknek feltételezve. A paramétereket a 6. táblázat tartalmazza.

A tervezési periódusban a teljes kibocsátás és az import a 7. táblázat szerint alakul.

	0. időszak	1. időszak	2. időszak	3. időszak
		<i>Végső fogyasztás</i>		
Mezőgazdaság	25	26,25	27,563	28,941
Ipar	13	13,65	14,333	15,049
Kereskedelem	40	42	44,1	46,305
		<i>Export</i>		
Mezőgazdaság	25	26,25	27,563	28,941
Ipar	20	21	22,05	23,153
Kereskedelem	5	5,25	5,513	5,788
		<i>Fogyasztáshoz közvetlenül importált termékek</i>		
Mezőgazdaság	4	4,2	4,41	4,631
Ipar	1	1,05	1,103	1,158
Kereskedelem	0	0	0	0

6. táblázat. A végső fogyasztás, az export és a fogyasztáshoz közvetlenül importált termékek vektorai a tervezési időhorizonton ágazatonként (exogén paraméterek)

	0. időszak	1. időszak	2. időszak	3. időszak
		<i>Teljes kibocsátás</i>		
Mezőgazdaság	148	155,4	163,17	171,329
Ipar	140	147	154,35	162,068
Kereskedelem	95	99,75	104,738	109,974
		<i>Import</i>		
Mezőgazdaság	17	17,85	18,743	19,68
Ipar	31	32,55	34,178	35,886
Kereskedelem	2	2,1	2,205	2,315

7. táblázat. A teljes kibocsátás és import vektorai a tervezési időhorizonton, ágazonként (endogén változók)

A 6. és 7. táblázat segítségével, valamint a teljes kibocsátás esetén a fajlagos területigény, míg az import és az export esetén a földszorzó segítségével meghatározható az ágazatok földfelhasználása.

Azonnal látszik, hogy mintagazdaságunkban a hazai felhasználás és az import földigénye minden periódusban nagyobb, mint a rendelkezésre álló földterület, azaz a teljes hazai felhasználás nagyobb, mint a teljes kibocsátás és az import földigényének az összege.

	0. időszak	1. időszak	2. időszak	3. időszak
		<i>A teljes kibocsátás hazai földigénye</i>		
Mezőgazdaság	13999,32	14699,29	15434,25	16205,96
Ipar	2000,6	2100,63	2205,662	2315,945
Kereskedelem	99,75	104,738	109,974	115,473
Összesen	16100	16905	17750	18637
		<i>Az import földigénye</i>		
Mezőgazdaság	3329,28	3495,744	3670,531	3854,058
Ipar	803,29	843,455	885,627	929,909
Kereskedelem	18,37	19,289	20,253	21,266
Összesen	4151	4358	4576	4805
		<i>Az export földigénye</i>		
Mezőgazdaság	2364,75	2482,988	2607,137	2737,494
Ipar	285,8	300,09	315,095	330,849
Kereskedelem	5,25	5,5125	5,788125	6,078
Összesen	2656	2789	2928	3074
		<i>Ökológiai lábnyom</i>		
	(Teljes kibocsátás + Import – Export földigényei)			
	17595	18475	19398	20368

8. táblázat. Az ágazatok szerinti földfelhasználás és a dinamikus lábnyom a tervezési periódusban

6 Összefoglalás

A dolgozatban az ökológiai lábnyom meghatározása volt a vizsgálat középpontjában a Leontief-féle dinamikus input-output modellel. Bemutatásra került, hogy ezzel a módszerrel jól leírhatóak a végső fogyasztás és az export lábnyomra gyakorolt hatásai.

Megmutattuk azt is, hogy általánosan is lehetne kezelni a különböző nemzetgazdaságokból érkező importot a lábnyom számításához, azonban ez

óriási számítási igényrel járna, mert minden érintett nemzetgazdaság technikai együttthatóit ismerni kellene. A más szerzők által is tett feltételezés azon alapszik, hogy minden gazdaság fajlagos területigénye, és a technológiai mátrixa is megegyezik.

További kutatásokat igényelne, hogy az adott modellen belül a fogyasztás és a tőkefelhalmozás strukturális változása milyen hatással lehet a földigényekre, valamint az is, hogy e két aggregátum eltérő növekedési üteme milyen ökológiai változásokat generál ebben a dinamikus Leontief-modellben. Egy következő kutatási fázisban a bemutatott modell működőképességet lehetne tesztelni pl. a magyar gazdaság adatain.

Köszönetnyilvánítás

A szerző köszöni az OTKA K 116472 támogatását.

Irodalom

1. Ábel, I., Dobos, I. (2017): Singularity in the Discrete Dynamic Leontief Model, *Periodica Polytechnica Social and Management Sciences*, 25:158–164.
2. Bicknell, K. B., Ball, R. J., Cullen, R., Bigsby, H. R. (1998): New methodology for the ecological footprint with an application to the New Zealand economy, *Ecological Economics*, 27:149–160.
3. Dobos, I. (1987): A dinamikus Leontief-modell rekurzivitása, *Sigma*, 20:269–285.
4. Dobos, I. (2018): Megjegyzés az ökológiai lábnyom számítása input-output modellel való számításához, *Alkalmazott Matematikai Lapok*, közlésre elfogadva.
5. Ferng, J.-J. (2001): Using composition of land multiplier to estimate ecological footprints associated with production activity, *Ecological Economics*, 37:159–172.
6. Haberl, H., Erb, K.-H. Krausmann, F. (2001): How to calculate and interpret ecological footprints for long periods of time: the case of Austria 1926–1995, *Ecological Economics*, 38:25–45.
7. Leontief, W. (1977): *Terv és gazdaság* (fordította: Bródy A.), Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
8. Lenzen, M., Wiedmann, T., Foran, B., Dey, C., Widmer-Cooper, A., Williams, M., Ohlemüller, R. (2007): Forecasting the Ecological Footprint of Nations: A Blueprint for a Dynamic Approach. ISA Research Report 07-01, May 2007. The University of Sydney, Stockholm Environment Institute, University of York.
9. Miller, R. E., Blair, P. D. (2009): *Input-output analysis: Foundations and extensions*, 2nd ed., Cambridge University Press, Cambridge et al.
10. Rees, W. E. (1992): Ecological footprints and appropriated carrying capacity: What urban economics leave out, *Environment and Urbanization*, 4:120–130.
11. Wackernagel, M., Rees, W. E. (1996): *Our ecological footprint: Reducing human impact on the Earth*, New Society Publishers, Gabriola Island, BC.

12. Wackernagel, M., Monfredaa C., Erb, K.-H., Haberl, H., Schulz, N. B. (2004): Ecological footprint time series of Austria, the Philippines, and South Korea for 1961–1999: comparing the conventional approach to an 'actual land area' approach, *Land Use Policy*, 21:261–269.
13. Zalai, E. (2012): *Matematikai közgazdaságtan II.: Többszektoros modellek és makrogazdasági elemzések*, Akadémiai Kiadó, Budapest.

CALCULATION OF DYNAMIC ECOLOGICAL FOOTPRINT WITH INPUT-OUTPUT MODEL

The ecological and other footprint calculations are very popular for ecological economists. This paper investigates a method to calculate ecological footprint, namely the input-output model developed by Wassily Leontief. The author has analyzed and criticized the static ecological footprint calculation in a former paper offered a new method to determine a right ecological footprint. This paper extends the static footprint calculation with separation of final use into final consumption, capital accumulation, and investments. In this dynamized form the dynamic Leontief model can be used to calculate the dynamic ecological footprint. The extended methodology allows to determine other footprints, such as carbon or water footprints.

Keywords: Ecological Footprint, Dynamic Leontief Model, Balanced Growth Path

CSALÁSBIZTOSSÁGOT SÉRTŐ SPORTSZABÁLYOK¹

CSATÓ LÁSZLÓ

Budapesti Corvinus Egyetem, MTA SZTAKI

Egy sportverseny szabályait csalásbiztosnak nevezzük, ha nem történhet meg, hogy egy játékos vagy csapat garantáltan jobban jár egy számára rosszabb (kisebb erőfeszítéssel elérhető) eredmény bekövetkezése esetén. Bár a csalásbiztoság nem az egyetlen fontos elméleti tulajdonság, a szabályrendszer adott esetben ennek ellentmondó célok elérésére is szolgálhat, vizsgálata minden esetben szükségesnek tűnik. A cikkben négy olyan esetet tárgyalunk, amikor nem teljesült ez a követelmény. Megmutatjuk a többek között a kézilabdában alkalmazott, egymást követő csoportköröket tartalmazó bajnokságok ösztönzés inkompatibilitását. Feltárjuk az európai labdarúgó kupasorozatok, az UEFA Bajnokok Ligája és az UEFA Európa Liga kvalifikációjának két problémáját. Végül ismertetünk egy olyan labdarúgó-mérkőzést, ahol mindkét csapat a döntetlen eredményben volt érdekelt, különben kiestek volna. Minden alkalommal javaslatot teszünk egy olyan, az eredeti szabály szelleméhez minél közelebb álló módosításra, mely biztosítja a rangsorolás csalásbiztoságát.

Kulcsszavak: sport, rangsorolás, csalásbiztoság, mechanizmus tervezés.
JEL kód: C44, D71, L83. *MSC kód:* 91A80, 91B14.

1 Bevezetés

Egy sportverseny szabályaival szemben felmerülő természetes elvárás, hogy minden résztvevőt a megfelelő ösztönzőkkel lásson el (Szymanski, 2003). Ennek egy eleme a *csalásbiztoság*: a játékosok jobb teljesítményük révén soha se kerülhessenek hátrányba, illetve megfordítva, rosszabb eredmény(ek) révén ne érhessenek el kedvezőbb végső pozíciót (Vaziri et al., 2018, Property II).² Amennyiben ez a tulajdonság nem teljesül, az nem szándékolt, kellemetlen következményekkel járhat a szervezők, döntéshozók számára (Kendall és Lenten, 2017; Csató és Petróczy, 2018).

Több játékelméleti (Pauly, 2014; Vong, 2017) és empirikus (Fornwagner, 2018; Lenten et al., 2018) tanulmány foglalkozott azzal a problémával, hogy egy szándékos vereséggel növelhető lehet a bajnokság megnyerésének *esélye*, vagy egy csapat a következő szezonban *valószínűleg* kedvezőbb helyzetből indulhat. Mi a manipulációt egy szűkebb értelmezésben használjuk, amikor egy játékos vagy csapat *garantáltan*, minden körülmények között jobban jár a gyengébb teljesítménnyel, a később lejátszandó mérkőzések okozta bizonytalanságot teljes egészében figyelmen kívül hagyva. Az első megjelent

¹Beérkezett: 2018. október 17. E-mail: laszlo.csato@uni-corvinus.hu.

²Vaziri et al. (2018) az axiómát *win incentive* néven vezeti be.

tanulmány ebben a témában minden bizonnyal Dagaev és Sonin (2017) cikke, melyben a szerzők a párhuzamos egyenes kieséses és körmérkőzéses rendszerben zajló bajnokságok ösztönzés kompatibilitásának kérdését vizsgálják. Csató (2018i) az 1996-os labdarúgó-Európa-bajnokság selejtezőjét tárgyalja ebből a szempontból, míg Csató és Petróczy (2018) a téma első magyar nyelvű összefoglalója.

Hasonló fogalmakat a közgazdaságtan számos területén tárgyaltak már. Például Tasnádi (2008) eredménye szerint az 1990 és 2010 közötti magyar országgyűlési választásokon egy pártkoalíció számára hátrányossá válhatott a tagjaira leadott több szavazat. Kóczy és Strobel (2009) azt mutatta meg, hogy a tudománymetriában használt invariáns módszer használata esetén egy folyóirat más újságokra történő pótlólagos hivatkozásai saját reputációjának növekedését eredményezhetik. Csató (2017b) ezen axióma teljesülését vizsgálta olyan bírálati rendszerekben, melyekben két, nagymértékben különböző vélemény esetén szükségessé válik egy harmadik értékelés (lásd még a kérdésben kialakult tudományos vitát (Bakacsi, 2017; Csató, 2017c)).

A csalásbiztosság jellegű axiómák azonban ellentétbe kerülhetnek más, szintén természetesnek tűnő követelményekkel. Young (1985) alapján a kooperatív játékok stabil, magbeli elosztásai nem feltétlenül monotonok, sőt, ez az axióma már négy játékos mellett sérülhet (Housman és Clark, 1998). Emiatt például a pénzügyi alkalmazások területén általában választani kell a monotonitás és más kedvező tulajdonságok között (Csóka és Pintér, 2016; Balog et al., 2017). A páros összehasonlításokon alapuló (sport)rangsorok (Csató, 2013a) esetében szintén ismertek lehetlenségi eredmények (Csató, 2018b,g), azonban, mint majd látni fogjuk, a cikkben tárgyalt, a valós életből vett szabályok csalásbiztossága viszonylag apró módosításokkal elérhető, melyek nagy valószínűséggel nem érintenek más szempontokat.

Ugyanakkor a csalásbiztosság kétségtelenül csupán egy kritérium, az „igazságosság” fogalma ennél jóval tágabban értelmezhető. Elvárható lehet, hogy a játékosok rangsora tükrözze az ellenfelek erejét (Vaziri et al., 2018, Property I), ami például a svájci rendszerű sakkversenyek esetén jelenthet komoly kihívást (Csató 2013a, 2017a). Az sem kívánatos, ha a mérkőzések sorrendje hatással van az eredményre (Vaziri et al., 2018, Property III), bár ez gyakran elméletileg (Krumer et al., 2017a) és empirikusan (Krumer és Lechner, 2017) sem teljesül. Vaziri et al. (2018) megmutatja, hogy e három tulajdonság egyszerre történő kielégítése még nem lehetetlen. Az axiómák halmaza természetesen még tovább bővíthető, például a résztvevők egyenlő kezelése (Guyon, 2018a; Arlegi és Dimitrov, 2018), vagy az eredmények manipulálhatóságának irányába (Guyon, 2018b). Ezen tulajdonságok kapcsolatának mélyebb feltárása további kutatások tárgya lehet.

A tanulmány mindegyik fejezete valós vagy fiktív példára épül, amely egy sportban alkalmazott rangsorolási szabály csalásbiztosságának hiányát illusztrálja. A 2. fejezet, az egymást követő csoportköröket tartalmazó bajnokságok ösztönzés inkompatibilitásának megmutatása teljes egészében a saját hozzájárulásunk. A 3. fejezetben ismertetett mérkőzés a Dagaev és Sonin (2017) által adott hipotetikus példa helyett egy valós eset az UEFA (Európai

Labdarúgó Szövetség) által szervezett nemzetközi kupasorozatok, a Bajnokok Ligája és az Európa Liga kvalifikációja ösztönzés inkompatibilitására. A 4. fejezet rávilágít, hogy a Dagaev és Sonin (2017) cikk elméleti problémája a 3. fejezetben vizsgált kérdés kezelését követően, más kontextusban ismét felmerült. Az 5. fejezetben tárgyalt mérkőzést a Kendall és Lenten (2017) tanulmány befejezése említette egyetlen mondatban, itt részletesen elemezzük azt. Cikkünket rövid összeggel zárjuk.

2 Az egymást követő csoportkörököt tartalmazó tornák ösztönzés inkompatibilitása

A 11. férfi kézilabda-Európa-bajnokságot 2014. január 12. és 26. között Dániában rendezték meg. A 16 résztvevő válogatottat négy négyes csoportba osztották, melyekből az első három csapat jutott tovább a középdöntő két hatos csoportjába. A továbbjutók egymás elleni mérkőzéseik eredményét továbbvitték a középdöntőbe, ezért arra voltak ösztönözve, hogy ott olyan válogatottakkal szerepeljenek együtt, melyek ellen minél jobban teljesítettek. A csoportkör és a középdöntő csoportjaiban is lexikografikus elven rangsorolták a csapatokat, sorrendben a következő szempontok alapján (EHF, 2014a, 9. paragrafus):

1. Több szerzett pont (2 jár a győzelemért, 1 a döntetlenért, 0 a vereségért);
2. Több szerzett pont az azonos pontszámmal álló csapatok között lejátszott mérkőzéseken;
3. Nagyobb gólkülönbség az azonos pontszámmal álló csapatok között lejátszott mérkőzéseken;
4. Több gól az azonos pontszámmal álló csapatok között lejátszott mérkőzéseken;
5. Nagyobb gólkülönbség az összes csoportmérkőzésen;
6. Több gól az összes csoportmérkőzésen;
7. Sorsolás.

Hely	Csapat	Gy	D	V	G+	G-	Gk	Pont
1	Franciaország	2	0	0	63	55	8	4
2	Szerbia	1	0	1	45	46	-1	2
3	Oroszország	1	0	1	55	60	-5	2
4	Lengyelország	0	0	2	46	48	-2	0

Hely = Helyezés; Gy = Győzelem; D = Döntetlen; V = Vereség; G+ = Szerzett gólok; G- = Kapott gólok; Gk = Gólkülönbség. Minden csapat két mérkőzést játszott.

1. táblázat. 2014-es férfi kézilabda-Európa-bajnokság – C csoport (Aarhus)
Állás az utolsó játéknappal előtt

A C csoport résztvevői Franciaország, Lengyelország, Oroszország, és Szerbia voltak. Az első négy mérkőzésen Franciaország legyőzte Lengyelországot és Oroszországot, Szerbia 20-19-re nyert Lengyelország, míg Oroszország 27-25-re Szerbia ellen. A csoport állása az utolsó, 2014. január 17-i játéknappal előtt az 1. táblázatban látható.

Vizsgáljuk meg a lengyel csapat helyzetét a 18.00-kor kezdődő Oroszország elleni mérkőzést megelőzően. $x \geq 1$ gólos győzelem esetén biztosan továbbjutnak, mert vagy megelőzik Oroszországot (ha Szerbia legalább döntetlent játszik Franciaország ellen a 20.15-kor kezdődő összecsapáson), vagy három csapatnak lesz egy győzelme és két veresége, így az egymás elleni gólkülönbségük számít, ami Lengyelországnál $x - 1$, Oroszországnál $2 - x$, Szerbiánál pedig -1 , és $x - 1 \geq 0$. A másik továbbjutó x nagyságán múlik, $x \leq 2$ esetén Oroszország, míg $x \geq 4$ esetén Szerbia. Következésképp, ha Lengyelország legalább négy góllal nyer Oroszország ellen, akkor Szerbia biztos továbbjutó, a lengyelek két vereséggel kezdik a középdöntőt. Amennyiben viszont legfeljebb kétgólos győzelmet aratnak, francia győzelem esetén az oroszok is továbbjutnak, tehát Lengyelország kedvezőbb helyzetből, egy-egy győzelemmel és vereséggel indulna a középdöntőben.

Vagyis a lengyelek a mérkőzés előtt tudhatták, nem érdemes háromnál több góllal nyerniük Oroszország ellen. Az első 30 percet követően Lengyelország 10-14-es vereségre állt, a második félidőben azonban fordítottak, sőt, a 48. (21-16), az 50. (22-17) és az 52. percben (23-18) már öt góllal vezettek (EHF, 2014b). Az összecsapás végül Lengyelország 24-22-es győzelmével zárult. Miután a csoport utolsó mérkőzésén a franciák megverték a szerbeket, a lengyel stratégia sikeresnek bizonyult, az oroszok elleni győzelmüket továbbvitték a középdöntőbe. Ha két góllal többet dobnak, vagy ugyanennyivel kevesebbet kapnak, tehát jobb hatékonysággal támadnak és/vagy a védekeznek, akkor viszont a franciák és szerbek elleni vereség miatt nulla ponttal jutnak a következő körbe.

A fent javasolt stratégia alkalmazása természetesen nehezen bizonyítható.³ A szabályok nyilvánvalóan nem ösztönözték a lengyel csapatot a minél nagyobb arányú győzelemre, ezzel pedig Szerbia rosszul járhatott. Ehhez azonban nem volt szükség látványos beavatkozásra (például a saját kapuba gólokat dobni), a kívánt eredmény eléréséhez néhány labdakezelési figyelmetlenség, védelmi hiba is elegendőnek bizonyulhatott.

Csató (2018e) azonosít egy újabb ilyen szituációt (a 2012-es férfi kézilabda Európa-bajnokság D csoportjának Szlovénia–Izland mérkőzésén a szlovéneknek nyerniük kellett, de lehetőleg három gólnál nem többel, ami sikerült is), valamint egy matematikai modell segítségével belátja, hogy az ehhez hasonló, egymást követő csoportköröket tartalmazó sportbajnokságok ösztönzés inkompatibilisek, amennyiben a továbbjutó csapatok kizárólag az egymás elleni eredményeiket viszik a következő körbe. Ez elkerülhető lenne, ha minden korábban lejátszott mérkőzés számítása vagy törlésre kerülne.

³ A mérkőzés felvétele elérhető a <https://www.youtube.com/watch?v=dQvEAzyBgG0> linken.

A két csoportkörös tornák viszonylag gyakoriak a kézilabdában: 2002 óta ilyen rendszerben szervezik a férfi és női Európa-bajnokságokat, a 2013/14-es idény óta pedig a női EHF Bajnokok Ligáját, az európai női kézilabda-klubcsapatok legrangosabb tornáját. Utóbbi jelentős magyar érdekléssel bír, négyesdöntőjét a budapesti Papp László Sportaréna-ban játsszák, a 2015/16-os szezon kivételével Győri Audi ETO KC részvételével, és háromszori győzelmével (2013/14, 2016/17, 2017/18). 2003 és 2011 között szintén két csoportkörrel rendeztek öt-öt férfi és női kézilabda-világbajnokságot, de a kosárlabdában, a krikettben, és a röplabdában is használják ezt a lebonyolítási módot (Csató, 2018f).

3 Párhuzamos kvalifikáció I. Üresedés a kupagyőztes miatt

Az előző fejezetben egy olyan mérkőzést ismertettünk, ahol az egyik csapat nem volt ösztönözve nagyobb arányú győzelem elérésére, ami egy harmadik csapat kieséséhez vezethetett. Rosszul megkonstruált szabályok esetén olyan forgatókönyv is elképzelhető, amikor az egyik csapat jobban jár egy vereséggel, mint egy döntetlennel.

Dagaev és Sonin (2017) bizonyította, hogy az UEFA két, a tagállamok klubcsapatainak részvételével játszódó éves kupasorozata, a nagyobb presztízsű Bajnokok Ligája (BL) és a második számú Európa Liga (EL) kvalifikációja a 2015/16-os idény előtt nem teljesítette az ösztönzés kompatibilitás követelményét. A szerzők a problémát egy, az orosz labdarúgó-bajnokság első osztályából vett hipotetikus példával illusztrálták, ahol a hátralevő mérkőzések eredményének megfelelő alakulása esetén a Lokomotiv Moszkva csapata csak az utolsó fordulóban vereséget szenvedve indulhatott volna az EL-ben. Az esetet magyar nyelven Csató és Petróczy (2018) tárgyalja. A következőkben megmutatjuk, hogy ez a csalásbiztosságot sértő szabály nem csak elméletileg érdekes, a gyakorlatban is problémát okozott.⁴

Az Eredivisie a holland labdarúgás legmagasabb osztálya, ahol a csapatok oda-visszavágós, körmérkőzéses rendszerben játszanak egymással, a KNVB Beker pedig az ettől független, egyenes kieséses holland kupa. A BL és az EL 2012/13-as idényében a 2011/12-es Eredivisie és KNVB Beker eredményei alapján a következő csapatok indulhattak (UEFA, 2012, Annex IA):

- az Eredivisie bajnoka a BL csoportkörében;
- az Eredivisie második helyezettje a BL harmadik selejtezőkörének nem bajnoki ágán;
- az Eredivisie harmadik helyezettje az EL rájátszásában;
- az Eredivisie negyedik helyezettje az EL harmadik selejtezőkörében;

⁴ A mérkőzésre a *DatKaiser* azonosítójú felhasználó https://www.reddit.com/r/soccer/comments/2515jj/question_about_teams_losing_on_purpose/ linken elérhető hozzászólása nyomán találtunk rá.

- az Eredivisie ötödik helyezettje az EL második selejtezőkörében – a holland labdarúgó-szövetség döntése értelmében azonban ezért a helyért külön rájátszást rendeztek az ötödik, hatodik, hetedik és nyolcadik helyezett között;
- a KNVB Beker győztese az EL rájátszásában.

Vegyük észre, hogy a BL-ben vagy az EL-ben előfordulhat úgynevezett üresedés, amennyiben a kupagyőztes bajnoki helyezése alapján is jogosult a nemzetközi kupaszereplésre. Ekkor UEFA (2012, 2.04 paragrafus) szerint:

- ha a kupagyőztes a BL-be jut (tehát első vagy második helyezett lesz), a kupa második helyezettje az EL azon szakaszában indulhat, ami a bajnokság utolsó, még EL résztvevő helyezettjének jár;
- ha mindkét kupadöntős a BL-be jut (tehát első vagy második helyezett lesz), a bajnokság következő, EL-ben már nem induló helyezettje kerül az EL-be;
- a kupagyőztesnek járó helyet mindkét esetben a bajnokságból az EL-be jutó csapatok legjobbjára kapja meg, a további helyezettek mind az eggyel előtűik végző csapatok helyét veszik át.

Hely	Csapat	Gy	D	V	G+	G-	Gk	Pont
1	Ajax	22	7	4	90	35	55	73
2	Feyenoord	20	7	6	67	35	25	67
3	PSV Eindhoven	20	6	7	84	46	38	66
4	SC Heerenveen	18	10	5	77	56	21	64
5	AZ Alkmaar	18	8	7	63	35	28	62
6	Twente	17	9	7	80	42	38	60

Hely = Helyezés; Gy = Győzelem; D = Döntetlen; V = Vereség; G+ = Szerzett gólok; G- = Kapott gólok; Gk = Gólkülönbség. Minden csapat 33 mérkőzést játszott.

2. táblázat. Eredivisie 2011/12 – Állás az utolsó játéknap előtt

A 2. táblázat az Eredivisie 2012. május 6-i utolsó játéknap előtti állását mutatja. Minden győzelem három, minden döntetlen egy pontot ért, a holtversenyeket a gólkülönbség döntötte el. A KNVB Beker 2012. április 8-i döntőjében a PSV Eindhoven 3-1-re legyőzte a Heracles Almelo csapatát.

Könnyen ellenőrizhető, hogy az Ajax biztosan megnyeri a bajnokságot, a Twente pedig nem lehet ötödiknél jobb. Az utolsó fordulóban a Feyenoord az SC Heerenveen, a PSV Eindhoven az SBV Excelsior, míg az AZ Alkmaar az FC Groningen ellen játszott. Vizsgáljuk meg a helyzetet az SC Heerenveen szempontjából:

- Amennyiben győz, nem lehet negyediknél rosszabb, ezért legalább az EL rájátszásába jut (a BL indulás értékesebb az EL-nél).
- Amennyiben döntetlent játszik, nem lehet negyediknél jobb, vagyis az EL harmadik selejtezőkörében indulhat, kivéve, ha a PSV Eindhoven és az AZ Alkmaar is nyer. Ebben az esetben az SC Heerenveen csak ötödik (rosszabb gólkülönbsége miatt), ráadásul a PSV Eindhoven

másodikként a BL-be kerül, így a Heracles Almelo az EL második selejtezőkörébe jut. Az SC Heerenveennek három másikkal kell megküzdenie az EL harmadik selejtezőfordulójában Hollandiának járó helyért.

- Amennyiben vereséget szenved, akkor sem lehet ötödiknél rosszabb. Ekkor azonban a Feyenoord biztosan második, a kupagyőztes PSV Eindhoven nem kerülhet a BL-be, vagyis az SC Heerenveen legalább az EL harmadik selejtezőkörében indulhat.

SC Heerenveen	PSV Eindhoven	AZ Alkmaar	Az SC Heerenveen helye az EL-ben
győz	—	—	legalább rájátszás
döntetlen	győz	győz	holland rájátszás a harmadik selejtezőkörért
döntetlen	nem nyer	győz	harmadik selejtezőkör
döntetlen	—	nem nyer	rájátszás
veszít	győz	győz	harmadik selejtezőkör
veszít	nem nyer	győz	harmadik selejtezőkör
veszít	—	nem nyer	rájátszás

— azt jelenti, hogy az adott csapat utolsó mérkőzése bármilyen eredménnyel végződhet. A dőlt betűs szcenárió következett be.

3. táblázat. Eredivisie 2011/12. Lehetséges kimenetek az utolsó játéknappal az SC Heerenveen szempontjából

Az elemzés eredményét a 3. táblázatban összegeztük. Az SC Heerenveennek nyilvánvalóan nem volt érdemes döntetlent játszania a Feyenoord ellen, mert a vereség szigorúan dominálta ezt a kimenetelt. Más szavakkal, az UEFA elhibázott szabálya büntette a bajnokságban nyújtott jobb teljesítményt.

Ezek alapján talán nem meglepő, hogy az SC Heerenveen hazai pályán 2-3-ra veszített a Feyenoord ellen: miután a PSV Eindhoven és az AZ Alkmaar is nyert, a döntetlennel rosszabbul járt volna. A rossz ösztönzők hiányában az SC Heerenveen minden bizonnyal több erőfeszítést tett volna az egyenlítésért a mérkőzés utolsó perceiben, egy sikeres támadás pedig a rangosabb, és jelentősebb pénzügyi bevételt eredményező BL-be juttatta volna a PSV Eindhovenot.

Ennek ellenére – számunkra kissé érthetetlen módon – úgy tűnik, a fogadási piacokat nem érintette a lehetőség botrány, az SC Heerenveen vereségére (döntetlenére) nem találtunk kiugróan alacsony (magas) szorzókat (Csató, 2018j).

A bizarr helyzetet a holland labdarúgó-szövetség az EL helyért folyó rájátszás hibájának minősítette, néhányan pedig a kupadöntő előzetes megrendezését kritizálták (Voetbalnieuws, 2012). Valójában a probléma gyökerét nem ezek jelentik, bár a holland rájátszás hiányában nem következett volna be a fenti eset. Dagaev és Sonin (2017) alapján a ösztönzés kompatibilitás teljesülésének feltétele, hogy az összes üres helyet a körmérkőzéses bajnokság, ez esetben az Eredivisie eredményeinek megfelelően kell feltölteni. Vagyis a PSV Eindhoven BL-be jutásakor a harmadik és a negyedik kerülhetett volna

az EL rájátszásába, az ötödik a harmadik selejtezőkörébe, és a hatodiktól a kilencedik helyezettig játszhattak volna a második selejtezőkörös helyéért.

Jelen tudásunk szerint a fenti SC Heerenveen–Feyenoord mérkőzés az egyetlen olyan a labdarúgás történetében, amikor ösztönzés inkompatibilis szabályok használata – nagy valószínűséggel – hátrányosan érintett egy harmadik csapatot. Az ennél jobban ismert, az 1994-es karibi kupa selejtezőjében játszott Barbados–Grenada válogatott mérkőzésen ugyan a hazai csapat szándékosan rúgott öngólt (Kendall és Lenten, 2017, 3.9.4. fejezet), de csak a két pályán levő csapat valamelyike juthatott tovább (Csató és Petróczy, 2018).

4 Párhuzamos kvalifikáció II. Üresedés a címvédő miatt

Az előző fejezetben láthattuk, hogy az európai kupasorozatok kvalifikációja a 2015/16-os idényt megelőzően, a kupagyőztes okozta üresedés kezelése miatt nem teljesítette a csalásbiztosság követelményét. Azóta a kupagyőztes helyét mindig az adott nemzeti bajnokságból töltik fel, így Dagaev és Sonin (2017) eredménye alapján e tekintetben fennáll az ösztönzés kompatibilitás.

Ugyanez az elméleti probléma jelentkezett a 2015/16-os, a 2016/17-es, és a 2017/18-as szezonban a címvédők kvalifikációja miatt. Mindhárom esetben a BL előző évi győztese a BL csoportkörben, az EL győztese pedig a BL rájátszás nem bajnoki ágán indulhatott. Amennyiben a csoportkörben üresedés állt elő, azaz a BL címvédő bajnoki helyezéssel is kivívta a csoportkörös részvételt, a fennmaradó helyet az EL győztese kapta (UEFA, 2017, 3. paragrafus).

Illusztrációként tekintsük az angol első osztályú labdarúgó-bajnokság, a Premier League 2016/17-es idényét, ahonnan az alábbiak szerint lehetett kvalifikálni a BL 2017/18-as szezonjára (UEFA, 2017, Annex A):

- az első, a második, és a harmadik helyezett a BL csoportkörébe jut;
- a negyedik helyezett a BL rájátszás nem bajnoki ágán játszik egy oda-visszavágós mérkőzést a csoportkörbe jutásért.

Hely	Csapat	Gy	D	V	G+	G-	Gk	Pont
1	Chelsea	30	3	5	85	33	52	93
2	Tottenham Hotspur	26	8	4	86	26	60	86
3	Manchester City	23	9	6	80	39	41	78
4	<i>Liverpool</i>	22	10	6	78	42	36	76
5	Arsenal	23	6	9	77	44	33	75
6	Manchester United	18	15	5	54	29	25	69

Hely = Helyezés; Gy = Győzelem; D = Döntetlen; V = Vereség; G+ = Szerzett gólok; G- = Kapott gólok; Gk = Gólkülönbség. Minden csapat 38 mérkőzést játszott.

A csapatok három különböző helyre kerülnek: a félkövér betűkkel szedettek a BL csoportkörben indulnak, a dőlt betűsek a BL rájátszás nem bajnoki ágán vesznek részt, a normál betűsek pedig nem kerülnek a BL-be.

Induljunk ki a bajnokság 4. táblázatban látható végeredményből. Minden győzelem három, minden döntetlen egy pontot ért, a holtversenyeket a gólkülönbség döntötte el. Tegyük fel, hogy a Manchester City nyerte a BL, a Manchester United pedig az EL 2016/17-es szezonját (a Manchester United valóban megnyerte az EL-t, a City azonban a legjobb 16 között kiesett a BL-ben). Miután a Manchester City a bajnokságban elért harmadik helyezéssel is a BL csoportkörébe jut, ott egy üres hely keletkezik, amit az EL címvédő Manchester United kap meg.

A két manchesteri csapat egymás elleni első mérkőzésén, 2016. szeptember 10-én a United 1-2-es vereséget szenvedett a Citytől hazai pályán. Nézzük meg, mi történt volna, ha az eredmény nem 1-2, hanem 2-1. Ekkor a Manchester United $69 + 3 = 72$ ponttal változatlanul hatodik, a City azonban $78 - 3 = 75$ pontjával visszacsúszik a negyedik helyre (jobb gólkülönbsége miatt még mindig megelőzi az Arsenalt). Tehát Premier League végeredménye alapján a Chelsea, a Tottenham Hotspur és a Liverpool kerül a BL csoportkörébe, a Manchester City a BL címvédőjeként szintén ott indulhat, a Manchester Unitednek viszont ehhez egy további párharcot kell sikerrel megvívnia a rájátszás nem bajnoki ágán. Vagyis a Manchester United rosszul járt volna, ha legyőzi a Manchester Cityt, a szabály nem ösztönzés kompatibilis.

A BL kvalifikációs szabályait hároméves ciklusokban rögzítik, a közbeeső években csak a nemzeti bajnokságok rangsorát frissítik klubcsapataik múltbeli teljesítményei alapján (ez utóbbi határozza meg az egyes bajnokságok BL résztvevőinek számát). Csató (2018h) megmutatja, hogy hasonló szituáció akkor következhetett volna be a BL 2017/18-as szezonjában – vagyis a nemzeti bajnokságok 2016/17-es idényében –, ha a BL és EL győztes egyaránt az öt legerősebb (spanyol, német, angol, olasz, portugál), vagy a hét sorrendben következő (francia, orosz, ukrán, belga, holland, török, svájci) bajnokságból került volna ki. A BL győztes helyének betöltésében az EL címvédő élvezett prioritást a BL két megelőző idényében is, sőt, ezekben a BL és EL címvédő valóban azonos bajnokságban (a spanyolban) szerepelt. Noha a problémás szituáció egyik évben sem állt elő, a szabály ösztönzés kompatibilis változata, az üres helyek nemzeti bajnokságok alapján történő feltöltése (Dagaev és Sonin, 2017) azonban bizonyos csapatokat máshova sorolt volna a BL kvalifikáció során.⁵

A 2018/19-es idénytől kezdve az EL előző évi győztese garantált helyet kap a BL csoportkörben, az üresedéseket pedig a hozzáférési lista módosításával kezelik, így a Bajnokok Ligája kvalifikációja ösztönzés kompatibilissé vált (UEFA, 2018).

⁵ A BL 2015/16-os idényében az EL-címvédő spanyol Sevilla helyett a Valencia, a 2016/17-es szezonban az EL-címvédő spanyol Sevilla helyett a Villareal, míg a 2017/18-as idényben EL-címvédő angol Manchester United helyett a Liverpool került volna a BL csoportkörébe, az EL előző évi győztese pedig a rájátszás nem bajnoki ágán indulhatott volna. A Villareal a 2016/17-es idényben nem is jutott a BL csoportkörébe.

5 A segédcsoportos selejtezők újabb problémája

Az előző fejezetekben olyan (potenciális) mérkőzéseket ismertettünk, ahol az egyik csapat számára nem volt optimális a maximális erőfeszítés. Ez a jelenség előfordulhat a segédcsoportot tartalmazó selejtezősorozatok esetén is: Dagaev és Sonin (2013) részletesen bemutatta, Dagaev és Sonin (2017) pedig megemlítette a 2014-es labdarúgó-világbajnokság európai selejtezőjének ösztönzés inkompatibilitását. Csató (2017a), illetve Csató és Petróczy (2018) ugyanezt igazolta a 2018-as labdarúgó-világbajnokság európai selejtezőjéről. Az 1996-os labdarúgó-Európa-bajnokság selejtezőjében kis híján előállt egy ilyen szituáció (Csató, 2018). Végül, Csató (2018c) egy matematikai modellel adott ezekre a tornákra, részletesen elemezte a csalásbiztosság szükséges és elégséges feltételeit, valamint javaslatot tett két, a problémát kezelő mechanizmusra. Ezek közül az egyiket, a segédcsoportban figyelembe nem vett mérkőzések anonimitásának megszüntetésén alapuló megoldást Csató és Petróczy (2018) is tárgyalja.

A következőkben egy még furcsább példával illusztráljuk, hogy bizonyos körülmények között egyik csapatnak sem érdemes győznie, és a gólszerzés helyett az ellenfél szabálytalanságra kényszerítése válhat a játékosok céljává. Az esetet Kendall és Lenten (2017) írta le egyetlen mondatban, egy internetes fórumra történő hivatkozással.⁶

A 2016-os U17-es labdarúgó-Európa-bajnokságot Azerbajdzsánban játszották 16 csapat részvételével. A torna selejtezőjének elitkörében résztvevő 32 válogatottat nyolc négyes csoportba osztották, melyeket azok egy-egy résztvevője rendezett körmérkőzéses rendszerben. A csoportokban alkalmazott rangsorolás az alábbi (UEFA, 2015, 14. paragrafus):

1. Több szerzett pont (3 jár a győzelemért, 1 a döntetlenért, 0 a vereségért);
2. Több szerzett pont az azonos pontszámmal álló csapatok között lejátszott mérkőzéseken;
3. Nagyobb gólkülönbség az azonos pontszámmal álló csapatok között lejátszott mérkőzéseken;
4. Több gól az azonos pontszámmal álló csapatok között lejátszott mérkőzéseken;
5. Ha a (2)-(4). kritériumok alapján a sorrend nem dönthető el, akkor (2)-(4). kritériumokat újra kell alkalmazni a továbbra is azonosan álló csapatok között játszott mérkőzésekre;

⁶Lásd a *Liverpool* azonosítójú felhasználó bejegyzését a https://www.reddit.com/r/soccer/comments/4d5ki3/theres_a_bizarre_situation_in_u17_euro_2016 linken. A leírás nem hibátlan, a hozzászólás szerint az Izland–Görögország mérkőzés 2-2-es döntetlen eredményénél büntetőpárbaj következne a második helyezett megállapítására, de ez nem igaz, a büntetőpontok számításánál.

6. Nagyobb gólkülönbség az összes csoportmérkőzésen;
7. Több gól az összes csoportmérkőzésen;
8. Kevesebb büntetőpont (disciplinary points) az összes csoportmérkőzésen (piros lap = 3 pont, sárga lap = 1 pont, két sárga lapot követő kiállítás = 3 pont);⁷
9. Sorsolás.

Továbbá, amennyiben két azonos pontszámú és gólkülönbségű csapat utolsó csoportmérkőzését egymás ellen játssza, ami döntetlennel zárul, valamint semelyik másik csapat sem szerzett ennyi pontot, akkor sorrendjükéről a mérkőzés végi büntetőpárbaj dönt (UEFA, 2015, 14.02. paragrafus).⁸

A csoportok első helyezettjei továbbjutottak, a nyolc második helyezett közül viszont csak a hét legjobb, mert Azerbajdzsán rendezőként automatikusan résztvevő. A csoportmásodikok rangsorát – az úgynevezett segédcsoportban – szintén lexikografikus elven határozták meg az alábbi szempontokat követve, a negyedik helyezett ellen játszott mérkőzés nélkül (UEFA, 2015, 15. paragrafus): (1) több szerzett pont; (2) nagyobb gólkülönbség; (3) több rúgott gól; (4) kevesebb büntetőpont; (5) sorsolás.

A 6. csoport állását a 2016. április 3-i utolsó forduló Ausztria–Franciaország és az Izland–Görögország mérkőzései előtt az 5. táblázat mutatja. Az első két játéknapon Franciaország egyaránt 1-0-ra nyert Görögország és Izland ellen, utóbbi két csapat pedig 0-0-ás döntetlent játszott Ausztriával. Eddigre az összes többi csoport befejeződött, a segédcsoport pillanatnyilag legrosszabb csoportmásodika Lengyelország volt, egy ponttal, valamint egy rúgott és két kapott góllal, -1-es gólkülönbséggel.

Hely	Csapat	Gy	D	V	G+	G-	Gk	Pont
1	Franciaország	2	0	0	2	0	2	6
2	Ausztria	0	2	0	0	0	0	2
3	Görögország	0	1	1	0	1	-1	1
3	Izland	0	1	1	0	1	-1	1

Hely = Helyezés; Gy = Győzelem; D = Döntetlen; V = Vereség; G+ = Szerzett gólok; G- = Kapott gólok; Gk = Gólkülönbség. Minden csapat két mérkőzést játszott.

5. táblázat. 2016-os U17-es labdarúgó-Európa-bajnokság selejtezője
Elitkör, 6. csoport – Állás az utolsó játéknap előtt

⁷ Érdemes megjegyezni, hogy a 2018-as labdarúgó-világajnokság csoportjaiban szintén alkalmazták a büntetőpontokat rangsorolási szempontként, de kissé más számítással: a direkt piros lap 3 helyett 4, a sárga lap után kapott direkt piros lap pedig 5 pontot ért.

⁸ Azt gondolhatnánk, a csoportmérkőzések végét követő büntetőpárbaj csupán elméleti lehetőség, ez azonban nem igaz. A tárgyalt torna, a 2016-os U17-es labdarúgó Európa-bajnokság selejtezőjének elitkörre 7. csoportjában Lengyelország tizenegyesekkel lett második Írország előtt, a 8. csoportban pedig Belgium szerezte meg az első helyet egy Spanyolország elleni büntetőpárbaj nyomán. Az UEFA a legutóbbi, 2016-os labdarúgó-Európa-bajnokságon is használta ezt a szabályt, a FIFA azonban nem alkalmazta a 2018-as labdarúgó-világajnokságon. A G csoport utolsó fordulója előtt Anglia és Belgium hat-hat ponttal, 8-2-es gólkülönbséggel állt, ezért az UEFA szabályainak átvétele esetén az egymás elleni mérkőzésükön játszott döntetlent büntetőpárbaj követte volna.

Vizsgáljuk meg Görögország és Izland, a korábbi eredményeknek köszönhetően teljesen szimmetrikus helyzetét egymás elleni mérkőzésük előtt. A győztes csapatnak négy pontja lesz, amivel – osztrák győzelem hiányában – elérhető a csoport második helye, de ekkor a segédcsoportban éppen e mérkőzés eredményét törlik, tehát legrosszabb csoportmásodikként (a segédcsoportban egy ponttal, -1-es gólkülönbséggel, rúgott gól nélkül) kiesik. Ugyanakkor Ausztria veresége esetén egy döntetlennel is második lehet valamelyik csapat. Sőt, amennyiben legalább két-két gólt rúgnak, az osztrákokat megelőzik, a csoportmásodik pedig továbbjut, mert a segédcsoportban Lengyelország lesz az utolsó. Görögország és Izland közül az a csapat végez előrébb, amelyiknek kevesebb a büntetőpontja. A görögök egy sárga lapot kaptak Franciaország, és kettőt Ausztria, míg az izlandiak egy sárga lapot kaptak Ausztria, és kettőt Franciaország ellen, vagyis ugyanolyan helyzetből indulnak.

Tehát Görögország és Izland egyetlen esélye a továbbjutásra, következésképp elsődleges célfüggvénye döntetlent játszani egymás ellen, miközben legalább két gólt rúgnak. A 2-2-es döntetlen elérése a mérkőzés 80 perce alatt persze nem nagy mutatvány, miután mindkét csapat ebben érdekelt. Az ezt követő másodlagos célfüggvény, hogy a másik csapat minél több büntetőpontot, sárga vagy piros lapot kapjon, tehát a gólszerzés helyett az ellenfél szabálytalanságra kényszerítése válik céllá! Esetleg, közös megegyezéssel, a pénzfeldobásra bízhatják sorsukat.

Az UEFA végül nagyobb botrány nélkül megúszta az esetet: a párhuzamosan rendezett Ausztria–Franciaország mérkőzést – bár a 15. percben a franciák vezetést szereztek – 2-1-re nyerték az osztrákok egy, a hosszabbítás 3. percében rúgott góllal, Izland pedig nem „áldozta fel” 1-0-ás győzelmét a játékelmélet oltárán.

Nem tudjuk, vajon ezen furcsa helyzet hatására-e, de az évente megrendezett U-17-es és U-19-es labdarúgó-Európa-bajnokságokon és selejtezőjűkben 2017-től bevezettek egy új rangsorolási szabályt a pénzfeldobás előtt, a selejtező sorsolásakor mért jobb UEFA-együtthatót (UEFA, 2016). Ugyan még ez sem zárja ki teljesen a sorsolás alkalmazását (néhány csapatnak azonos az UEFA-együtthatója), de jelentősen csökkenti annak valószínűségét. A fenti problémát azonban egyáltalán nem oldja meg, inkább tovább súlyosbítja a helyzetet, hiszen növeli annak valószínűségét, hogy valamelyik csapat egyetlen esélye a továbbjutásra az ellenfél szabálytalanságra kényszerítése marad.

Tehát a segédcsoportos selejtezőtornák esetén akár mindkét csapat érdekelt lehet a manipulációban (a számára elvileg legjobb eredmény elérése helyett), ha pedig a gólok száma helyett más statisztikai mutatókat használnak rangsorolásra, a gólszerzés helyett ezek javítása válhat céllá (Csató, 2018d). Egyúttal rámutattunk a holtverseny eldöntésére szolgáló szabályok jelentőségére is.

A megoldás természetesen kézenfekvő, az azonos csoportméretek miatt nyugodtan megőrizhető mindhárom lejátszott mérkőzés eredménye a segédcsoportban. Különböző csoportméretek esetén pedig a Csató (2018c) által ajánlott két ösztönzés kompatibilis mechanizmus közül lehet választani. El-

lenkező esetben számolni kell a fentiekben vázolt, a sport szellemiségével ellenkező magatartás előfordulásával.

6 Összefoglalás

A tanulmány négy olyan esetet vázolt, amikor egy sportban használt rangsorolási szabály nem teljesítette a csalásbiztosság követelményét. A gyengébb erőfeszítésre ösztönző, esetleg manipulációra is alkalmas szituáció előfordulásának ugyan többnyire alacsony a valószínűsége – ha nem így lenne, akkor már korábban bekövetkezhetett volna egy olyan botrányos esemény, amely a módszer felülvizsgálatára készteti a döntéshozókat –, de egy esetleges botrány ára vélhetően sokkal magasabb, mint a problémát okozó szabály kijavításának költségében minimális költsége.

Meglátásunk szerint egyes sportágak döntéshozói testületei egyre nyitottabbak a tudományos kutatások felvetéseire. Az IFAB, a Nemzetközi Labdarúgó Szövetség (FIFA) Szabályalkotó Testülete tervei között szerepel a mérkőzéseket követő büntetőpárbajok igazságosabbá tétele (IFAB, 2018), miután a jelenleg alkalmazott *ABAB* szabály szignifikáns előnyt biztosít az első tizenegyest rúgó csapatnak (Apestequia és Palacios-Huerta, 2010; Palacios-Huerta, 2014; Da Silva et al., 2018). Az egyik alternatívát, az *ABBA* rendszert (Palacios-Huerta, 2012; Cohen-Zada et al., 2017, 2018; Echenique, 2017) már a gyakorlatban is tesztelték (Csató, 2018a). A 2018-as labdarúgó-világbajnokság csoportjainak sorsolásakor a csapatokat – a korábbi területi szempontok helyett – a 2017. októberi FIFA-világranglista alapján helyezték el a kalapokba, talán Guyon (2015) kritikája nyomán. A FIFA 2018. június 10-én jelentette be a világranglista a sokat támadott régi változata (Lasek et al., 2013, 2016) helyett alkalmazandó új formuláját (FIFA, 2018). Durán et al. (2017) javaslatát a labdarúgó-világbajnokság dél-amerikai selejtezőjének igazságosabb lebonyolítására egyhangúan elfogadták a CONMEBOL (Dél-amerikai Labdarúgó Szövetség) tagállamai, a 2018-as világbajnokság selejtezőjét már ebben a rendszerben szervezték. Cikkünk remélhetőleg tovább ösztönzi a sportszervezetek és az akadémiai szféra együttműködését.

Köszönetnyilvánítás

Hálával tartozunk egy anonim bírálónak hasznos tanácsaiért. A cikk írása során számos alkalommal használtuk a Wikipédia angol nyelvű oldalait. A kutatást OTKA K 111797 pályázat, valamint az MTA Prémium Posztdoktori Kutatói Program támogatta.

Irodalom

1. Apestequia, J. és Palacios-Huerta, I. (2010). Psychological pressure in competitive environments: Evidence from a randomized natural experiment. *American Economic Review*, 100(5):2548–2564.

2. Arlegi, R. és Dimitrov, D. (2018). Fair competition design. Kézirat. <http://www.gtceneter.org/Downloads/Conf/Dimitrov2839.pdf>.
3. Bakacsi, G. (2017). Axiómák vagy kritériumok? Replika Csató László A harmadik bíráló bosszúja, avagy mire jók az axiómák című cikkére. *Magyar Tudomány*, 178(6):746–751.
4. Balog, D., Bányi, T. L., Csóka, P., és Pintér, M. (2017). Properties and comparison of risk capital allocation methods. *European Journal of Operational Research*, 259(2):614–625.
5. Cohen-Zada, D., Krumer, A., és Shapir, O. M. (2017). Take a chance on ABBA. IZA Discussion Papers, No. 10878, Institute for the Study of Labor (IZA), Bonn. <http://hdl.handle.net/10419/170862>.
6. Cohen-Zada, D., Krumer, A., és Shapir, O. M. (2018). Testing the effect of serve order in tennis tiebreak. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 146:106–115.
7. Csató, L. (2013a). Páros összehasonlításokon alapuló rangsorolási módszerek. *Sigma*, 44(3-4):155–198.
8. Csató, L. (2013b). Ranking by pairwise comparisons for Swiss-system tournaments. *Central European Journal of Operations Research*, 21(4):783–803.
9. Csató, L. (2017a). 2018 FIFA World Cup qualification can be manipulated. Kézirat. <http://unipub.lib.uni-corvinus.hu/3053/>.
10. Csató, L. (2017b). A harmadik bíráló bosszúja, avagy mire jók az axiómák. *Magyar Tudomány*, 178(2):219–223.
11. Csató, L. (2017c). Reflexiók Bakacsi Gyula vitáirátára. *Magyar Tudomány*, 178(6):752–754.
12. Csató, L. (2018a). A fairer penalty shootout design in soccer. Kézirat. <https://arxiv.org/abs/1806.01114>.
13. Csató, L. (2018b). An impossibility theorem for paired comparisons. *Central European Journal of Operational Research*, megjelenés alatt. DOI: 10.1007/s10100-018-0572-5.
14. Csató, L. (2018c). Incentive compatible designs for tournament qualifiers with round-robin groups and repechage. Kézirat. <https://arxiv.org/abs/1804.04422>.
15. Csató, L. (2018d). It may happen that no team wants to win: a flaw of recent UEFA qualification rules. Kézirat. <https://arxiv.org/abs/1806.08578>.
16. Csató, L. (2018e). Overcoming the incentive incompatibility of tournaments with multiple group stages. Kézirat. <https://arxiv.org/abs/1712.04183>.
17. Csató, L. (2018f). A simulation comparison of tournament designs for World's Men Handball Championships. Kézirat. <https://arxiv.org/abs/1803.10975>.
18. Csató, L. (2018g). Some impossibilities of ranking in generalized tournaments. Kézirat. <http://arxiv.org/abs/1701.06539>.
19. Csató, L. (2018h). UEFA Champions League entry has not satisfied strategy-proofness in three seasons. Kézirat. <https://arxiv.org/abs/1801.06644>.
20. Csató, L. (2018i). Was Zidane honest or well-informed? How UEFA barely avoided a serious scandal. *Economics Bulletin*, 38(1):152–158.
21. Csató, L. (2018j). When UEFA rules had inspired unfair behaviour on the field. Kézirat. <https://arxiv.org/abs/1806.03978>.
22. Csató, L. és Petróczy, D. G. (2018). Néhány gondolat a labdarúgás rangsorolási szabályairól a 2018. évi labdarúgó-világbajnokság európai selejtezője kapcsán. *Közgazdasági Szemle*, 65(6):632–649.

23. Csóka, P. és Pintér, M. (2016). On the impossibility of fair risk allocation. *The BE Journal of Theoretical Economics*, 16(1):143–158.
24. Da Silva, S., Miranza, D., és Matsushita, R. (2018). FIFA is right: The penalty shootout should adopt the tennis tiebreak format. *Open Access Library Journal*, 5(3):1–23.
25. Dagaev, D. és Sonin, K. (2013). Game theory works for football tournaments. Kézirat. <http://voxeu.org/article/world-cup-football-and-game-theory>.
26. Dagaev, D. és Sonin, K. (2017). Winning by losing: Incentive incompatibility in multiple qualifiers. *Journal of Sports Economics*, megjelenés alatt. DOI: 10.1177/1527002517704022.
27. Durán, G., Guajardo, M., és Sauré, D. (2017). Scheduling the South American Qualifiers to the 2018 FIFA World Cup by integer programming. *European Journal of Operational Research*, 262(3):1109–1115.
28. Echenique, F. (2017). ABAB or ABBA? The arithmetics of penalty shootouts in soccer. Kézirat. <https://pdfs.semanticscholar.org/85d0/3edc04470d5670266c075f7860c441a17bce.pdf>.
29. EHF (2014a). *EHF Euro Regulations*. Applied on the 11th Men’s European Handball Championship (EHF Euro 2014). http://den2014.ehf-euro.com/fileadmin/Content/DEN2014M/Files/Other_pdf/EUROreg_Final_L131212.pdf.
30. EHF (2014b). Report: 11th Men’s European Handball Championship (EHF Euro 2014), Preliminary round – Group C, Match No. 17, Poland against Russia. 2014. január 17. <http://handball.sportresult.com/hbem14m/PDF/17012014/M17/M17.pdf>.
31. FIFA (2018). Media Release: 2026 FIFA World CupTM: FIFA Council designates bids for final voting by the FIFA Congress. 2018. június 10. <https://www.fifa.com/about-fifa/news/y=2018/m=6/news=2026-fifa-world-cuptm-fifa-council-designates-bids-for-final-voting-by-the-fifa-.html>.
32. Fornwagner, H. (2018). Incentives to lose revisited: The NHL and its tournament incentives. *Journal of Economic Psychology*, megjelenés alatt. DOI: 10.1016/j.joep.2018.07.004.
33. Guyon, J. (2015). Rethinking the FIFA World CupTM final draw. *Journal of Quantitative Analysis in Sports*, 11(3):169–182.
34. Guyon, J. (2018a). What a fairer 24 team UEFA Euro could look like. *Journal of Sports Analytics*, 4(4):297–317.
35. Guyon, J. (2018b). Will groups of 3 ruin the World Cup? Kézirat. DOI: 10.2139/ssrn.3190779.
36. Housman, D. és Clark, L. (1998). Core and monotonic allocation methods. *International Journal of Game Theory*, 27(4):611–616.
37. IFAB (2018). *Laws of the Game 2018/19*. The International Football Association Board. Effective from 1st June 2018. http://static-3eb8.kxcdn.com/documents/662/133314_290518_LotG_18_19_EN_SinglePage_150dp_i.pdf.
38. Kendall, G. és Lenten, L. J. A. (2017). When sports rules go awry. *European Journal of Operational Research*, 257(2):377–394.
39. Kóczy, L. Á. és Strobel, M. (2009). The invariant method can be manipulated. *Scientometrics*, 81(1):291–293.
40. Krumer, A. és Lechner, M. (2017). First in first win: Evidence on schedule effects in round-robin tournaments in mega-events. *European Economic Review*, 100:412–427.

41. Krumer, A., Megidish, R., és Sela, A. (2017). First-mover advantage in round-robin tournaments. *Social Choice and Welfare*, 48(3):633–658.
42. Lasek, J., Szlávik, Z., és Bhulai, S. (2013). The predictive power of ranking systems in association football. *International Journal of Applied Pattern Recognition*, 1(1):27–46.
43. Lasek, J., Szlávik, Z., Gagolewski, M., és Bhulai, S. (2016). How to improve a team's position in the FIFA ranking? A simulation study. *Journal of Applied Statistics*, 43(7):1349–1368.
44. Lenten, L. J. A., Smith, A. C. T., és Boys, N. (2018). Evaluating an alternative draft pick allocation policy to reduce 'tanking' in the Australian Football League. *European Journal of Operational Research*, 267(1):315–320.
45. Palacios-Huerta, I. (2012). Tournaments, fairness and the Prouhet-Thue-Morse sequence. *Economic Inquiry*, 50(3):848–849.
46. Palacios-Huerta, I. (2014). *Beautiful game theory: How soccer can help economics*. Princeton University Press, Princeton, New York.
47. Pauly, M. (2014). Can strategizing in round-robin subtournaments be avoided? *Social Choice and Welfare*, 43(1):29–46.
48. Szymanski, S. (2003). The economic design of sporting contests. *Journal of Economic Literature*, 41(4):1137–1187.
49. Tasnádi, A. (2008). The extent of the population paradox in the Hungarian electoral system. *Public Choice*, 134(3-4):293–305.
50. UEFA (2012). *Regulations of the UEFA Europa League 2012-15 Cycle. 2012/13 Season*. https://www.uefa.com/MultimediaFiles/Download/Regulations/competitions/Regulations/01/80/06/31/1800631_DOWNLOAD.pdf.
51. UEFA (2015). *Regulations of the UEFA European Under-17 Championship, 2015/16*. http://www.uefa.com/MultimediaFiles/Download/Regulations/uefaorg/Regulations/02/25/83/36/2258336_DOWNLOAD.pdf.
52. UEFA (2016). *Regulations of the UEFA European Under-17 Championship, 2016/17*. http://www.uefa.com/MultimediaFiles/Download/Regulations/uefaorg/Regulations/02/39/19/17/2391917_DOWNLOAD.pdf.
53. UEFA (2017). *Regulations of the UEFA Champions League 2015-18 Cycle. 2017/18 Season*. https://www.uefa.com/MultimediaFiles/Download/Regulations/uefaorg/Regulations/02/46/71/38/2467138_DOWNLOAD.pdf.
54. UEFA (2018). *Regulations of the UEFA Champions League 2018-21 Cycle. 2018/19 Season*. https://www.uefa.com/MultimediaFiles/Download/Regulations/uefaorg/Regulations/02/55/82/79/2558279_DOWNLOAD.pdf.
55. Vaziri, B., Dabadghao, S., Yih, Y., és Morin, T. L. (2018). Properties of sports ranking methods. *Journal of the Operational Research Society*, 69(5):776–787.
56. Voetbalnieuws (2012). KNVB betreurt vreemde situatie voor SC Heerenveen – Feyenoord. 2012. május 3. <http://www.voetbalzone.nl/doc.asp?uid=164548>.
57. Vong, A. I. K. (2017). Strategic manipulation in tournament games. *Games and Economic Behavior*, 102:562–567.
58. Young, H. P. (1985). Monotonic solutions of cooperative games. *International Journal of Game Theory*, 14(2):65–72.

INCENTIVE INCOMPATIBLE SPORTS RULES

Sports rules are called incentive compatible if a player or team cannot be better off by exerting a lower effort. Although it is not the unique important theoretical requirement as the rules may aim to achieve other goals, its investigation seems to be necessary. The paper discusses four examples when this property has been violated. We show the incentive incompatibility of tournaments with multiple group stages that are widely used in handball. Two problems of the UEFA Champions League and Europa League qualifications are also analysed. Finally, a football match is presented, where both teams could have qualified only by playing a draw. We suggest some modifications to the original rules that guarantee their strategy-proofness.

Keywords: sports; ranking; strategy-proofness; mechanism design

HÁLÓZATI SZERKEZET ÉS ENDOGÉN PREFERENCIÁK EGY EGYSZERŰ CSEREMODELLBEN¹

LONGAUER DÓRA – SEBESTYÉN TAMÁS

PTE Közgazdaságtudományi Kar

A tanulmányban egy olyan cseremodellt vizsgálunk, amelyben az egyén cserelhetőségeit korlátozza az őt integráló társadalmi hálózat. A szimulációk során a hálózati szerkezetet a teljes és a csillagszerű hálók közötti folytonos skálán értelmezzük, kitérünk a kezdeti készletek eloszlásának és a hálózati szerkezettel való összefüggésének kérdésére, illetve beépítjük az endogén preferenciák lehetőségét is. Vizsgálatunk tárgya elsődlegesen az, hogy a cserehálózat topológiája mennyiben befolyásolja a cserefolyamat hatékonyságát és az egyenlőtlenségi viszonyokat. Az eredmények alapján azt mondhatjuk, hogy a hálózati szerkezetnek és a preferenciák endogenitásának lényeges szerepe van mindkettő alakulásában. A skálafüggetlen hálózatok alapvetően alacsonyabb hatékonyságúak, mint a centrális vagy teljes hálók, ugyanakkor adott feltételek mellett egyenlőbb egyensúlyi eloszlást eredményeznek. A preferenciák endogenitása a készletek kezdeti eloszlásától függően felerősítheti, de meg is fordíthatja a mért hatásokat.

Kulcsszavak: hálózati szerkezet, endogén preferenciák, korlátozott csere, hatékonyság, egyenlőtlenség. *JEL-kód:* C63, D51, L14

1 Bevezetés

A hálózatok tudománya az utóbbi évtizedekben jelentős fejlődésen ment keresztül. Egyrészt kiderült, hogy a megfigyelt hálózati rendszerek nagyon hasonló szerkezetekkel jellemezhetőek (Barabási, 2016; Barabási és Albert, 1999). Ugyanakkor az is kiderült, hogy egy komplex rendszer teljesítményét nagy mértékben befolyásolja az, hogy az elemei milyen módon kapcsolódnak egymáshoz (Bala és Goyal, 2000; Barabási, 2016; Jackson és Wolinsky, 1996). Különösen fontos annak felismerése, hogy a kapcsolódási szerkezet szorosan összefügg a vizsgált hálózati rendszer hatékonyságával és stabilitásával.

Több tanulmány is foglalkozik azzal, hogy a hálózati rendszerekben megtalálható erős és gyenge kapcsolatoknak eltérő, de fontos szerepe van a rendszer hatékonyságának és stabilitásának kialakításában (Barabási, 2003; Csermely, 2005; Granovetter, 1973, 1985). A közgazdasági szakirodalomban is található néhány megközelítés, amelyek a hálózati szerkezet sokk-terjedésben és

¹Beérkezett: 2018. szeptember 12. Longauer Dóra: Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar, Regionális Politika és Gazdaságtan Doktori Iskola, e-mail: longauerd@ktk.pte.hu. Sebestyén Tamás: Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar, és MTA-PTE Innováció és Gazdasági Növekedés Kutatócsoport, e-mail: sebestyent@ktk.pte.hu.

a rendszerszintű kockázatok kialakulásában játszott szerepét vizsgálják (Acmoglu et al., 2012, 2015; Allen és Babus, 2010; Allen és Gale 2000; Bougheas és Kirman, 2014).

A főáramú közgazdaságtani modellek a gazdasági aktorokat elszigetelt, független, tökéletesen informált döntéshozókként mutatják be exogén preferenciával és teljes kapcsolatrendszerrel (Persky, 1995). Ezek a modellek tehát nem építik be annak lehetőségét, hogy az egyén döntéseit társadalmilag beágyazottan hozza meg és ebben különböző társadalmi hatások is befolyásolják, nemcsak a piac által közvetített ár-információk. Az egyén lehetőségeit, választását, ízlésvilágát a társadalom tagjaként befolyásolják a vele kapcsolatban álló személyek (Brock és Durlauf, 2001), aminek aztán fontos hatása lehet a gazdasági folyamatok kimenetelére.

Ezen a ponton válik kifejezetten hasznossá a hálózatelmélet és annak módszertana. A társadalom tagjait összekötő társadalmi hálózat közvetíti a döntésekhez felhasznált információk jelentős részét, ugyanakkor meghatározza azt is, hogy a gazdasági szereplők tipikusan kikkel lépnek cserekapcsolatba. A hálózatelméleti kutatások pedig éppen arra hívják fel a figyelmet, hogy ezeknek a kapcsolatrendszernek a szerkezete lényegesen befolyásolhatja a rendszer egészének működését.

A kérdés fontos kapcsolódással rendelkezik a nem teljes informáltság piaci működésre gyakorolt hatásaival foglalkozó modellek irányába is. A hálózati szerkezetek szerepe éppen akkor válik fontossá, amikor a kapcsoltság nem teljes, tehát nem tehetjük fel, hogy a piaci szereplők egyformán jól értesültek a rendszer minden elemének működését illetően (pl.: Barro, 1976; De Grauwe, 2012; Mankiw és Reis, 2010; Stigler, 1961). Néhány tanulmány azt is vizsgálja, hogy a piaci kapcsolatok lokalitása, szelektivitása mennyiben befolyásolja az aggregált szintű piaci működést (Hau et al., 2013; Váry, 2015).

A tanulmányban egy olyan modellt vizsgálunk, amely a csere folyamatát hálózati kontextusban ragadja meg, vagyis explicit módon megjelenítjük, hogy az egyén cserelehetőségeit illetve preferenciáit korlátozza az őt integráló társadalmi hálózat. Vizsgálatunk tárgya elsődlegesen az, hogy ennek a hálózatnak a topológiája mennyiben befolyásolja a cserefolyamat hatékonyságát és a társadalomban beálló egyenlőtlenségi viszonyokat. A vizsgált modell tekinthető Wilhite (2006) modellje továbbfejlesztéseként, amelyet három érdemi ponton egészítünk ki: (1) a hálózati szerkezetet folytonos skálaként értelmezzük és különböző topológiák egy kontinuumán vizsgáljuk a cserefolyamat jellemzőit; (2) kitérünk a kezdeti készletek eloszlásának és a hálózati szerkezettel való összefüggésének kérdésére; (3) beépítjük az endogén preferenciák lehetőségét is, vagyis, hogy a cserefolyamat szereplői egymás preferenciáit befolyásolhatják.

Fontos kiemelni, hogy a tanulmányban mindvégig exogén, fix hálózati szerkezetekkel dolgozunk, amelyek a cserefolyamat során nem változnak. Bár a gazdasági, társadalmi hálózatok fontos jellemzője a változás, ha feltételezhetjük, hogy ez a hálózati átalakulás lassabban megy végbe, mint ahogy a vizsgált gazdasági folyamat zajlik, akkor korántsem irreleváns fix hálózatokon vizsgálni a modellek működését (Wilhite, 2006).

2 A modell

2.1 A cseremodell

2.1.1 Hasznosság és cserearányok

A modellben N számú ágens léphet potenciális cserekapcsolatba egymással. Az ágensek kétféle, X és Y termék adott induló készletével rendelkeznek.² Jelölje az i ágens készletét az egyes termékekből a t időszakban $X_{i,t}$ és $Y_{i,t}$, ahol $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ valamint $t \in \{1, 2, \dots, \infty\}$. A későbbi referencia kedvéért az i ágens készletarányát a t időszakban jelölje $z_{i,t} = X_{i,t}/(X_{i,t} + Y_{i,t})$.

Az ágens preferenciáit a két termék vonatkozásában egy standard, Cobb-Douglas típusú hasznossági függvény írja le:³

$$U_{i,t}(X_{i,t}, Y_{i,t}) = X_{i,t}^{\alpha_{i,t}} Y_{i,t}^{1-\alpha_{i,t}} \quad (1)$$

ahol tehát mind a készletek, mind pedig a preferenciákat leíró $\alpha_{i,t}$ paraméterek ágensenként és időszakonként különbözhetnek. A fenti hasznossági függvényből származtatható az i ágens helyettesítési határrátája a két termék vonatkozásában a t időszakban:

$$MRS_{i,t} = \frac{\alpha_{i,t} Y_{i,t}}{(1 - \alpha_{i,t}) X_{i,t}} \quad (2)$$

Ismert, hogy két cserélő esetén akkor valósulhat meg csere a felek között, ha a cseréhez használt cserearány a két fél helyettesítési határrátái között található. A modell működése szempontjából nem különösebben lényeges, hogy ezen a tartományon belül miképpen határozódik meg a cserearány. A továbbiakban feltesszük, hogy i és j ágens cseréje esetén a cserearány:

$$R_{i,j,t} = \sqrt{MRS_{i,t} MRS_{j,t}} \quad (3)$$

vagyis a két ágens helyettesítési határrátáinak mértani átlaga. Ennek a formulának megvan az a jó tulajdonsága, hogy a cserearány biztosan a két fél helyettesítési határrátája közé esik, még hozzá oly módon, hogy a két fél azonos mértékben részesedjen a cseréből származó előnyökből. Vagyis semmiképpen sem fordulhat elő az a helyzet, hogy a cseréből származó előnyöket egy az egyben az egyik fél fölözi le, azaz $R_{i,j,t} = MRS_{i,t}$ vagy $R_{i,j,t} = MRS_{j,t}$ legyen érvényben.⁴ Fontos megjegyezni, hogy a cserearány ágens-páronként

²A tanulmányban hűen az eredeti modellhez (Wilhite, 2006) kétféle terméket feltételezünk. A kutatás egy továbbfejlesztési iránya lehetne kettőnél több fajta termék feltételezése.

³A hasznossági függvényt Wilhite (2006)-nak megfelelően választottuk, így a két cikk eredményei könnyen összevethetők. Általánosabb függvényforma (pl. CES) választása a tanulmányban bemutatott kutatás egy lehetséges továbbfejlesztési irányát adja.

⁴Wilhite (2006) egy másik formulát használ, amiben a cserearányt az határozza meg, mennyi a két termék ágens tulajdonában levő együttes mennyiségének aránya: $R_{i,j,t} = (Y_{i,t} + Y_{j,t}) / (X_{i,t} + X_{j,t})$. Ez az arány gyakorlatilag az Edgeworth-doboz jobb alsó és bal felső sarka között húzott átló meredeksége. Ennek a cserearánynak az a problémája, hogy nem veszi figyelembe a szereplők preferenciáit, aminek ezben a dolgozatban később még fontos jelentősége lesz.

és időszakonként különbözik, a két fél készletei és preferenciái határozzák meg.

2.1.2 A csere

A (3) cserearány mellett két ágens akkor cserél, ha a csere Pareto-javulást eredményez, vagyis legalább az egyik fél hasznossága növekszik a csere következtében és egyiké sem csökken. Logikus, hogy amennyiben $MRS_{i,t} > MRS_{j,t}$ áll fenn, úgy $MRS_{i,t} > R_{i,j,t}$ és $MRS_{j,t} < R_{i,j,t}$ miatt i ágens vásárol X terméket j ágenstől és ad cserébe a cserearánynak megfelelő Y terméket. A csere „egysége” az X termék, vagyis minden egyes csereaktusnál egy egység X termék cserél gazdát a cserearánynak megfelelő Y termékért.

Jelölje $E_{i,j,t} = 1$, ha i és j ágensek között a csere megvalósítható, vagyis Pareto-javulást generál, illetve $E_{i,j,t} = 0$ az ellenkező esetet. A csere egyszerű dinamikája a fentieknek megfelelően a következő, tetszőleges i és j ágens-pár esetén:⁵

$$X_{i,t+1} = \begin{cases} X_{i,t}, & \text{ha } E_{i,j,t} = 0 \\ X_{i,t} + 1, & \text{ha } E_{i,j,t} = 1 \text{ és } MRS_{i,t} > MRS_{j,t} \\ X_{i,t} - 1, & \text{ha } E_{i,j,t} = 1 \text{ és } MRS_{i,t} < MRS_{j,t} \end{cases} \quad (4)$$

$$Y_{i,t+1} = \begin{cases} Y_{i,t}, & \text{ha } E_{i,j,t} = 0 \\ Y_{i,t} - R_{i,j,t}, & \text{ha } E_{i,j,t} = 1 \text{ és } MRS_{i,t} > MRS_{j,t} \\ Y_{i,t} + R_{i,j,t}, & \text{ha } E_{i,j,t} = 1 \text{ és } MRS_{i,t} < MRS_{j,t} \end{cases} \quad (5)$$

A készletek fenti változása alapján formálisan felírhatjuk azt is, hogy mely esetekben megvalósítható a csere és mely esetekben nem:

$$E_{i,j,t} = \begin{cases} 1, & \text{ha } U_{i,t+1} > U_{i,t} \text{ és } U_{j,t+1} \geq U_{j,t} \\ 1, & \text{ha } U_{j,t+1} > U_{j,t} \text{ és } U_{i,t+1} \geq U_{i,t} \\ 0, & \text{máskülönben.} \end{cases} \quad (6)$$

ahol az U -val jelölt hasznossági szintek az (1) hasznossági függvényből adódnak a megfelelő készletszintek behelyettesítése után.

2.1.3 Hálózati kapcsolatok

A tanulmány lényegi kérdése, hogy a cserekapcsolatok és a preferenciák kölcsönös meghatározottsága mögött fellelhető hálózatok struktúrája miként befolyásolja a cserefolyamatok jellemzőit. Annak érdekében, hogy ez vizsgálható legyen, az ágensek közötti kapcsolatokat reprezentáló gráfot definiálunk, mely a modellben exogén adottságként jelenik meg, a cserefolyamatok során nem változik. Az ágensek kapcsolódását leíró gráfot az \mathbf{S} mátrixszal jelöljük, melynek $s_{i,j} \in \{0, 1\}$ általános eleme azt mutatja meg, hogy az i és j ágensek között létezik-e kapcsolat ($s_{i,j} = 1$) vagy sem ($s_{i,j} = 0$). Feltesszük, hogy az

⁵Csak az i ágens készletváltozását tüntettük fel, a j ágens készletváltozása értelem-szerűen szimmetrikus.

\mathbf{S} gráf (hálózat) élei irányítatlanok ($s_{i,j} = s_{j,i}$), továbbá az önreflexív éleket kizárjuk ($s_{i,i} = 0$). Az \mathbf{S} mátrix alapján definiáljuk az ágensek fokszámát: $d_i = \sum_j s_{i,j}$.

Az \mathbf{S} hálózat két ponton lép be a modell működésébe. Egyfelől meghatározza az ágensek közötti lehetséges cserekapcsolatokat, azaz csak azon i és j ágens-párok között jöhet létre csere, amelyekre $s_{i,j} = 1$. Formálisan ez azt jelenti, hogy a cserearányra felírt (3) kifejezés az alábbi formára módosul:

$$R_{i,j,t} = \begin{cases} \sqrt{MRS_{i,t} MRS_{j,t}}, & \text{ha } s_{i,j} = 1 \\ 0, & \text{ha } s_{i,j} = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Az ágensek közötti kapcsolatok másik szerepe a preferenciák endogenitásának alakítása, melyre a következő pontban térünk ki.

2.1.4 Endogén preferenciák

A modell egyik kulcsfontos eleme, hogy az ágensek preferenciái időben változhatnak és a modell más ágenseinek jellemzőitől függenek. A preferenciák ilyen endogenitása a hasznossági függvény $\alpha_{i,t}$ paramétereibe épül be, az alábbi módon:

$$\alpha_{i,t} = (1 - \delta)a_{i,t} + \frac{\delta}{d_i} \sum_j s_{i,j} z_{j,t} \quad (8)$$

ahol $a_{i,t}$ az ágensek autonóm preferenciáját jelöli, $s_{i,j}$ a kapcsoltságot leíró paraméter, d_i a fokszám, $z_{i,t}$ pedig a készletarány (lásd az előző pontokat). A $\delta \in [0, 1]$ paraméter a preferenciák endogenitásának szintjét szabályozza. Ha $\delta = 0$, akkor az ágensek saját autonóm preferenciájukra támaszkodnak, döntésükben más ágensek nem befolyásolják őket. Ha $\delta = 1$, úgy az autonóm preferencia szerepe elvész és az ágensek kizárólag más ágensek készletei alapján döntenek.

A (8) összefüggés a preferenciák endogenitását más ágensek készleteihez ($z_{i,t}$) köti, vagyis feltesszük, hogy amennyiben egy ágens másokat is figyelembe vesz döntései során, úgy a partnereinek készlet szintjét figyeli és végső soron ahhoz igyekszik igazítani saját relatív készlet szintjét.

Ugyancsak megjelenik a (8) kifejezésben az ágenseket összekötő \mathbf{S} gráf szerepe: egy adott i ágens preferenciáit csak azon ágensek készletei befolyásolják, amelyekkel közvetlenül kapcsolatban áll. Ez természetesen azt is jelenti, hogy közvetett módon (amennyiben a gráf összefüggő) valamennyi ágens készlete befolyásolja minden más ágens preferenciáját.

2.1.5 Induló készletek

Egy fontos szabadsági fok a modellben a készletek kezdő szintje az ágenseknél, vagyis az $X_{i,0}$ és $Y_{i,0}$ értékek. Erre vonatkozóan feltesszük, hogy az X termékek készlete azonos minden szereplőnél és ezt az \bar{X} paraméter határozza meg. A heterogenitást a modellbe így az Y termékek viszik. Az Y termékek kezdeti

értékét véletlen változónak tekintjük, melynek eloszlását definiálnunk szükséges. Összhangban Acemoglu et al. (2015) munkájával a készletek kezdeti eloszlásának két kitüntetett típusát vizsgáljuk. Az egyik esetben azt feltételezzük, hogy az Y termék készlet-értékei normális eloszlásból származnak, amely esetben az ágensek viszonylag homogénnek tekinthetőek a készleteket tekintve.⁶ A másik esetben azt tesszük fel, hogy a készletek exponenciális eloszlást követnek. Ez az eloszlás aszimmetrikus struktúrát feltételez, amelynél az ágensek többsége relatíve alacsony készletszinttel rendelkezik, miközben néhány ágens extrém nagy készletszintet kaphat. A normális eloszlás esetében az Y termékek mennyiségének várható értéke \bar{X} , szórása pedig $\bar{X}/3$.⁷

A kezdeti készletek eloszlásán felül egy további fontos kérdés, hogy a fenti eloszlásokból generált induló készletszintek miképpen kapcsolódnak az egyes ágensek \mathbf{S} hálózatban betöltött pozíciójához. Ennek rögzítéséhez egy β paramétert definiálunk, amely az $Y_{i,0}$ induló készletek és a d_i foksámok közötti korrelációt fogja szabályozni.

Rendezzük csökkenő sorba a kapott $Y_{i,0}$ és d_i értéket, majd válasszunk egy tetszőleges k ranghelyen lévő $Y_{i,0}$ induló készletszintet. Ezt $1/N + \beta(N-1)/N$ valószínűséggel rendeljük a k -adik ranghelyen lévő foksámmal rendelkező ágenshez és $(1-\beta)/N$ valószínűséggel valamelyik másik ágenshez. Hajtsuk végre ezt minden generált induló készletszintre, így minden ágens rendelkeznii fog induló készlettel, az induló készletszintek és a foksámok közötti korreláció várhatóan β lesz.

2.2 A hálózati modell

Az előző pontban bemutatott vizsgálat alapját képző cseremodellt. A modell fontos eleme, hogy a szereplőket egy exogén módon adott és a cserelhetőségeket valamint a preferenciák kölcsönös függőségét (endogenitását) meghatározó gráf köti össze. A vizsgálatunk lényegi pontja, hogy ennek a gráfnak a struktúrája miképpen befolyásolja a cserefolyamatnak a modellel mérhető különböző jellemzőit. Éppen ezért fontos definiálnunk, hogy milyen hálózati szerkezeteket vizsgálunk. Szokásos az ilyen típusú vizsgálatok esetén, hogy a szerzők néhány tipikus hálózati szerkezetet hasonlítanak össze, mint például a teljes hálózat, a csillag-hálózat vagy éppen az Erdős–Rényi-féle véletlen hálózat (lásd pl. Acemoglu et al., 2015; Cowan és Jonard, 2007; Wilhite, 2006). Néhány esetben a különféle hálózati struktúrák egy teljes skáláját vizsgálják, ahol a skála végein valamilyen standard eset található (lásd pl. Sebestyén, 2010; Watts és Strogatz, 1998).

Ebben a tanulmányban az utóbbi megoldást választjuk: egy olyan hálózati modellt alkalmazunk a hálózati szerkezet exogén meghatározására, amely különböző szerkezetek egy skáláját képes átfogni. A skála egyik végén a teljes hálózat áll, melyben minden szereplő kapcsolatban áll minden másik szerep-

⁶A normális eloszlás ismert jellemzője, hogy a várható értéktől jelentősen eltérő értékek előfordulási valószínűsége gyakorlati szempontból elhanyagolható.

⁷Ezzel a specifikus beállításal azt érjük el, hogy a véletlenszerűen generált készlet-értékek elhanyagolható mennyisége esik a negatív tartományba.

lővel, míg a skála másik végén az extrém centralizált csillagháló szerkezet található. A skála közepén ugyanakkor éppen azok a skálafüggetlennek nevezett struktúrák alakulnak ki, amelyekről a hálózatelmélet megmutatta, hogy a valós hálózatok számos esetben e szerkezeti felépítést követik (lásd pl. Barabási, 2016). A modell alapja a Barabási–Albert-féle preferenciális kapcsolódás modelljének egy speciálisan kiterjesztett változata, amit formálisan mutatunk be a következő szakaszban.

Barabási és Albert (1999) nevéhez fűződik a skálafüggetlen hálózatok leírása. Kutatásaikban rámutattak arra, hogy a társadalmi életben fellelhető hálózatok legtöbbször skálafüggetlen eloszlást követ. A skálafüggetlen hálózatok foksám-eloszlására jellemző a szélesfarkúság, vagyis a hálózatban pozitív valószínűséggel előfordulnak kiugróan sok kapcsolattal rendelkező csomópontok. A hálózatokban a skálafüggetlenség kialakulását Barabási (2016) szerint két mechanizmus, a hálózat növekedése, illetve a preferenciális kapcsolódás (a foksámmal arányos kapcsolatgyűjtő képesség) támogatja.

2.2.1 A módosított preferenciális kapcsolódási algoritmus

A hálózati modell alapja egyfelől a növekedés, ami a csúcsok számának folyamatos bővülését jelenti, másrészt a preferenciális kapcsolódás elve. Barabási (2016), illetve Barabási és Albert (1999) megmutatják, hogy ez a két tulajdonság szükséges és elégséges feltétele annak, hogy a kialakuló hálózatok foksám-eloszlása a valóságban gyakran megfigyelt hatványfüggvény-eloszlást kövesse. A modell alapja a következő algoritmus:

1. Határozzuk meg a létrehozandó hálózat várható átlagos foksámát, melyet jelöljünk \bar{d} -vel.
2. Hozzunk létre egy M elemű véletlen hálózatot \bar{d} várható átlagos foksámmal, vagy ezzel ekvivalens módon $\Delta = \bar{d}/(M - 1)$ várható sűrűséggel. Ehhez Erdős és Rényi (1959) modellje alapján egy M elemű hálózatban Δ valószínűséggel állítsunk egy kapcsolatot létezőre és $(1 - \Delta)$ valószínűséggel nem létezőre.
3. Kezdjük el növelni a hálózat méretét úgy, hogy minden lépésben 1 új csúcsot adunk a hálózathoz.
 - (a) Az új csúcs \bar{d} számú kapcsolatot hoz létre a már meglévő csúcsokkal.
 - (b) Az új kapcsolatok kialakulásának alapja a preferenciális kapcsolódás egy általánosított változata: e szerint annak valószínűsége, hogy az i új csúcs a j meglévő csúccsal alakít ki kapcsolatot (az előző pontban leírtak alapján a kapcsolat létezik, ha $s_{i,j} = 1$ és nem létezik, ha $s_{i,j} = 0$):

$$P(s_{i,j} = 1) = \frac{d_j^\rho}{\sum_k d_k^\rho} \quad (9)$$

ahol $\rho \geq 0$ a preferenciális kapcsolódás erősségét meghatározó paraméter.

4. Ismételjük a 3. lépést, amíg a hálózat mérete (csúcsok száma) el nem éri N -et.

A fenti modell négy paraméteret tartalmaz: az induló hálózat méretét (M), a végső hálózat méretét (N), a várható átlagos fokszámot (\bar{d}) és a preferenciális kapcsolódás erősségét (ρ). Könnyű látni, hogy az induló és végső méret esetében azok aránya lesz a döntő, melyet $m = M/N$ jelöl. Ha $m = 1$, vagy nagyon nagy, úgy a kapott hálózatunk teljes egészében a véletlen hálózatok struktúráját örökli, hiszen nincsen lehetőség a preferenciális kapcsolódás és az abból következő skálafüggetlen szerkezetek felépülésére. Ha $m = 0$, vagy nagyon kicsi, akkor a kapott hálózat szerkezetét csak a preferenciális kapcsolódás (9) formulája határozza meg és a kialakuló szerkezet a ρ paraméter által adott.

Azt is könnyű észrevenni, hogy amennyiben $\rho = 0$, akkor az új csúcsok azonos valószínűséggel kapcsolódnak bármelyik meglévő csúcshoz, tehát a preferenciális kapcsolódás nem működik ebben az esetben.⁸ Ellenkezőleg, ha $\rho \rightarrow \infty$ akkor a legnagyobb csúcs (csúcsok) fogja (fogják) kapni az összes új kapcsolatot, ezáltal egy szélsőségesen centralizált hálózatot hozva létre. Ha pedig $\rho = 1$, akkor a standard preferenciális kapcsolódási modellt kapjuk vissza. Vezessük be az $r = \rho/(1 + \rho)$ jelölést. Ekkor az r paraméter segítségével egy 0-tól 1-ig terjedő skálán tudjuk szabályozni a preferenciális kapcsolódás erősségét. Ha $r = 0$, akkor $\rho = 0$, ha $r \rightarrow 1$, akkor $\rho \rightarrow \infty$ és ha $r = 1/2$, akkor $\rho = 1$. Ezzel a megoldással tehát r egy olyan zárt skálát biztosít, amelyen a két végpont exponenciális és extrém módon centralizált hálózatokat hoz létre, illetve a skála közepe a standard preferenciális kapcsolódás alapján skálafüggetlen szerkezeteket generál.

2.2.2 Egydimenziós skála kialakítása

A célunk a fenti modellel, hogy a teljes és a csillagháló közötti különböző hálózati szerkezeteket, illetve ezek között a skálafüggetlen struktúrákat egy skálán tudjuk kezelni. Azt már láttuk, hogy az r paraméter segítségével a preferenciális kapcsolódás erőssége állítható és a skála egyik oldalán véletlenszerű kapcsolódású, a másik végén pedig erősen centralizált hálózatok jönnek létre, míg középen a standard skálafüggetlen struktúrákat találjuk. Ahhoz azonban, hogy a két végponton a teljes és a csillagháló szerkezeteket találjuk, a modell további paramétereit szükséges az r paraméterhez kötnünk.

Egyrészt definiáljuk az induló hálózat nagyságát r függvényében: $M = 1/(r + 1/N)$. Könnyen látható, hogy amennyiben $r = 0$, akkor $M = N$, vagyis a preferenciális kapcsolódás nem játszik szerepet, a végső hálózat a kezdeti hálózattal egyezik meg, ami definíció szerint véletlenszerű. Ha $r = 1$, akkor elegendően nagy N esetén $M \rightarrow 1$, vagyis a kezdeti hálózat mérete minimális. Ekkor a preferenciális kapcsolódás teljes mértékben kibontakozik, és mivel $r = 1$, ezért extrém mértékben, vagyis egy olyan centralizált hálózati

⁸Ettől függetlenül a növekedés pusztá ténye generál heterogenitást a fokszámokban. Barabási (2016) megmutatja, hogy ebben az esetben a fokszámok eloszlása exponenciális és nem hatványfüggvény szerinti.

szerkezetet kapunk, amelyben \bar{d} számú csúcsnak minden más csúccsal van kapcsolata, a többi csúcs viszont pontosan ugyanazon központi csúcsokkal van összekötve. Ha $r = 1/2$, akkor $M \rightarrow 2$ ahogy $N \rightarrow \infty$, vagyis a preferenciális kapcsolódásnak ebben az esetben is van tere kibontakozni, hiszen nagyon kicsi az induló hálózat és így a végső hálózatot nem torzítja az induló hálózat véletlenszerűsége.

Látható, hogy ekkor az r paraméter 0-tól 1-ig terjedő skálája a véletlen és a csillagszerű struktúrák között tud átmenetet biztosítani, „félúton” a skálafüggetlen struktúrákkal, megválasztható azonban, hogy milyen sűrűségű hálózatot szeretnénk generálni. A továbbiakban azonban a várható átlagos foksza­mot (\bar{d}) szintén r függvényében definiáljuk. Legyen $\bar{d} = 1/(r + 1/(N - 2)) + 1$. Könnyű megmutatni, hogy ha $r = 0$ akkor akkor $\bar{d} = N - 1$, vagyis a hálózat csúcsainak fokszáma maximális lesz, azaz teljes hálózatot kapunk. Amennyiben $r = 1$, akkor $\bar{d} \rightarrow 2$ ha $N \rightarrow \infty$, vagyis valóban csillagháló­tot kapunk, ahol egy kivételével minden szereplőnek egy kapcsolata van, és ezzel az egy kapcsolattal a csillagháló központi csúcsához kapcsolódik.⁹ Ha $r = 1/2$, akkor $\bar{d} \rightarrow 3$ ha $N \rightarrow \infty$, vagyis a skálafüggetlen struktúrák ritkák maradnak, ahogyan az a valós hálózatoknál is jellemző.

Összefoglalva tehát egy olyan hálózati modellt kaptunk, amely egyetlen korlátos paraméter ($r \in [0, 1]$) segítségével a teljes hálózattól a csillagháló szerkezetig ír le hálózati struktúrákat, miközben a skála közepén ($r = 1/2$) a standard skálafüggetlen struktúrát találjuk, relatíve kis sűrűség mellett.

3 Szimulációs keret

Az előző részben kifejtettük a vizsgált cseremodell jellemzőit, valamint a hálózati szerkezetek megjelenítéséhez használt hálózati modellt. Ebben a részben rögzítjük a modellel végzett szimulációk kereteit: egyrészt a szimulációk menetét, másrészt pedig azt a paraméter-teret, amellyel a modellt vizsgáljuk.

3.1 A modell dinamikája

A szimulációk során a fenti kifejtett modell numerikus megoldására kerül sor. A szimuláció a paraméterek beállítása után abból áll, hogy a korábban definiált csere­folyamatot játszunk le az ágens­ek között mindaddig, amíg lehetőség van Pareto-javulást eredményező cserék végrehajtására. A szimuláció megáll, amint ezek a lehetőségek kimerültek, tehát Pareto-hatékony állapotot ért el a modell. A részletes lépéseket az alábbiakban foglaljuk össze.

1. A modell paramétereinek meghatározása (a paraméterek listájához lásd az 1. táblázatot).
2. A hálózati szerkezetet definiáló r paraméter alapján létrehozuk az **S** gráfot a 2.2.1 szakaszban leírtak szerint, amely definiálja az ágens­ek

⁹Egy csillaghálózat esetén a központi csúcs fokszáma $N - 1$, míg a többi $N - 1$ számú csúcs fokszáma 1. Ebből az következik, hogy az átlagos foksza­m ekkor $\bar{d} = (2N - 2)/N$, amiről könnyű belátni, hogy $\bar{d} \rightarrow 2$, ha $N \rightarrow \infty$.

közötti $s_{i,j}$ kapcsolatokat. (A 2.2.2 szakaszban leírtak alapján az r paraméter a hálózat-generáló algoritmus minden további paraméterét meghatározza.)

3. A 2.1.5 szakaszban leírtak alapján generáljuk a kezdeti készletszinteket és hozzárendeljük azokat az ágensekhez a d_i fokszámmok alapján, a β korrelációs paraméternek megfelelően.
4. Végrehajtjuk a cserefolyamatot.
 - (a) A (8) formula alapján kiszámítjuk a preferenciákat meghatározó $\alpha_{i,t}$ értékeket minden ágensre.
 - (b) Vesszük a lehetséges cseréket és felállítjuk ezek egy véletlen sorrendjét. Ennek a véletlen sorrendnek megfelelően elkezdjük végrehajtani a cseréket a (4) és (5) kifejezések alapján. Ennek eredményeként frissülnek a készletszintek.
 - (c) Ismételjük a fenti két lépést mindaddig, amíg vannak kihasználható cserelehetőségek. Ha ezek elfogytak, a szimuláció leáll.
5. Eltároljuk az adott szimuláció eredményeit (lásd az output-változókat felsoroló 2. táblázatban).

3.2 A paraméter-tér és az output változók

Az előző szakaszokban bemutattuk a hálózati háttérre épülő cseremodell részleteit és a szimulációk logikáját. Most összefoglaljuk a modell paramétereit, a közöttük lévő kapcsolatokat és meghatározzuk azokat az output-változókat, amelyeket vizsgálunk.

A modell paramétereit az 1. táblázat sorolja fel. A modell általunk használt változata mindössze hat szabad paraméterrel dolgozik: az ágensek száma (N), a hálózati szerkezet (r), a preferenciák endogenitása (δ), a készletek nagysága (\bar{X}), az induló készletek eloszlása (γ) és korrelációja a fokszámmal (β) azok a paraméterek, amelyek szerepét a cserefolyamat jellemzőiben a továbbiakban vizsgáljuk. A hálózat további paramétereit r értéke határozza meg. A várható átlagos fokszámmot (\bar{d}), a maghálózat méretét (M), a sűrűséget (Δ) a 2.2.2 szakaszban leírt módon r -hez kötjük, majd az így adott paraméterezéssel létrehozott hálózat determinálja az $s_{i,j}$ kapcsolati indikátorokat, továbbá a d_i fokszámmokat, amelyek a cserefolyamat során nem változnak, adottságként jelennek meg. Fontos azonban hangsúlyozni, hogy a hálózati modell sztochasztikus jellege miatt egy adott r érték számos különböző \mathbf{S} hálózatot generálhat, amelyek azonban struktúrájukban rendkívül hasonlóak.

További szabadsági fokot jelent az autonóm preferenciák (a_i) meghatározása. E tekintetben azzal az egyszerűsítéssel élünk, hogy ez minden ágensnél egyszerűen $a_i = 0,5$.

Jelölés	Elnevezés	Tartomány
N	Ágensek száma	$\in \mathbb{N}$
r	Hálózati szerkezet	$[0, 1]$
M	Mag-hálózat mérete	$1/(r + 1/N)$
\bar{d}	Átlagos fokszám (várható)	$1/(r + 1/(N - 2)) + 1$
Δ	Hálózati sűrűség (várható)	$\bar{d}/(M - 1)$
$s_{i,j}$	Hálózati kapcsolatok indikátora	$\{0, 1\}$, r -től függően
a_i	Autonóm preferenciák	0,5
δ	Preferenciák endogenitása	$[0, 1]$
\bar{X}	Készletszint abszolút nagysága	$\in \mathbb{R}^+$
γ	Induló készletek eloszlása	$\{\text{Norm}, \text{Exp}\}$
β	Induló készletek és a fokszámok korrelációja	$[0, 1]$

1. táblázat. A modell paraméterei

Végül meghatározzuk azokat a kulcsváltozókat, amelyeken keresztül a cse-refolyamat jellemzőit vizsgáljuk a különböző paraméterezések mellett. Az output-változókat foglalja össze a 2. táblázat.¹⁰

1. *Hatékonyság.* Hatékonyság alatt a cserék számát értjük, amely az in-duló állapotból a Pareto-hatékonny állapotba vezet a cseregazdaságot.
2. *Egyenlőtlenség.* Egyenlőtlenség alatt a végső készletszintek szórását értjük.
3. *Egyenlőtlenség változása.* Az egyenlőtlenség változását a készletszintek szórásának végső és kezdeti értéke közötti különbségeként határozzuk meg.

Elnevezés	Definíció
Hatékonyság	$\sum_i \sum_j \sum_t E_{i,j,t} s_{i,j}$
Egyenlőtlenség	$\sigma_{X_{i,T} + Y_{i,T}}$
Egyenlőtlenség változása	$\sigma_{X_{i,T} + Y_{i,T}} - \sigma_{X_{i,0} + Y_{i,0}}$

2. táblázat. A vizsgált output változók

4 Eredmények

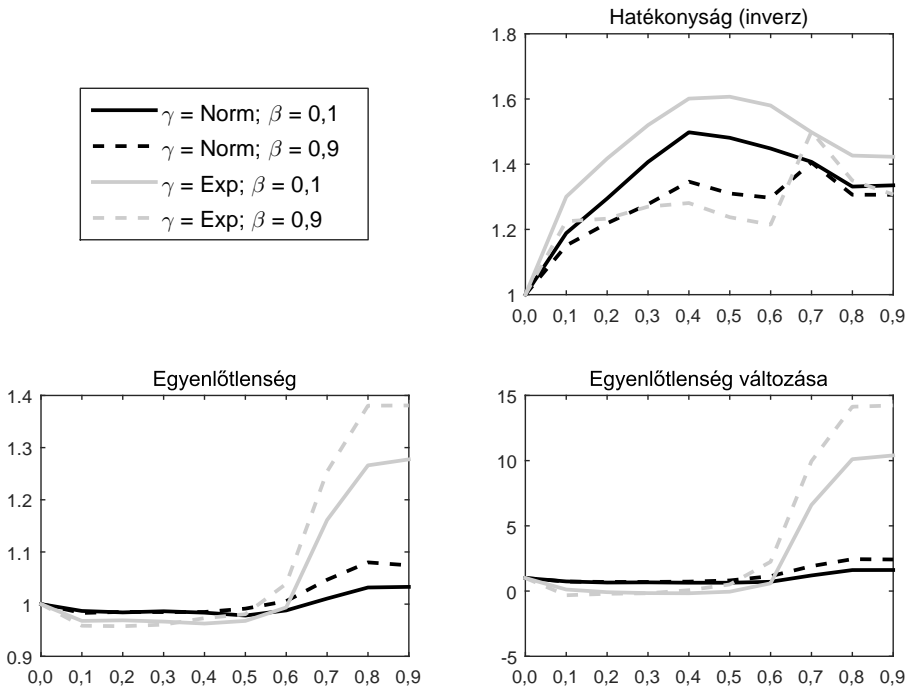
Az előzőekben kifejtettük az elemzéshez használt modellt és a szimulációk kereteit. A továbbiakban a szimulációk során kapott eredményeket közöljük. Az eredményeket két blokkban ismertetjük. Elsőként endogén preferenciák hiányában, csupán a hálózati szerkezet és a kezdeti készleteloszlások szerepét vizsgáljuk az output-változóknál. Vagyis ebben az esetben $\delta = 0$, és r , γ és β paraméterek hatását nézzük. Ezt követően az endogén preferenciákat is „bekapcsoljuk”, és megnézzük, miként befolyásolja a korábban kapott eredményeket.

¹⁰A táblázatban T jelöli a záró időszakot, $\sigma_{X_{i,t} + Y_{i,t}}$ pedig az együttes készletekből számolt szórás a t időszakban.

4.1 Hálózati szerkezet és induló készletek

Ebben a szakaszban azt vizsgáljuk, hogy a hálózati szerkezet és az induló készletek eloszlása illetve fokszámmal való korrelációja miként befolyásolja a cserefolyamatok jellemzőit. Ehhez az 1. táblázatban jelölt paraméterek közül három változását vizsgáljuk: r , β és γ , miközben δ értékét 0-ra állítjuk. A készletek kezdeti eloszlását meghatározó γ paraméter kétértékű, a másik két „mozgó” paraméter a $[0, 1]$ tartományon értelmezett. Ezen a tartományon 0,1-es lépésközökkel minden paraméterkombinációra elvégzünk 1000 független szimulációt, majd ezek átlagát vizsgáljuk, hogy a készletek és a hálózatok generálása során megjelenő sztochasztikus hatásokat elimináljuk. Az egyes output változók tekintetében a legnagyobb és legkisebb 5%-ot elhagyjuk annak érdekében, hogy a kiugró értékek ne torzítsák az eredményeket.

Az 1. ábra három diagramja a három output változó alakulását mutatja a hálózati szerkezet függvényében. A vízszintes tengelyen az r paraméter változik, a függőleges tengelyen pedig a teljes hálózatnál ($r = 0$) kapott eredményhez képest mért relatív eltérés látható az adott változó esetében. A fekete vonalak a normális ($\gamma = \text{Norm}$), a szürke vonalak pedig az exponenciális kezdeti készleteloszlás ($\gamma = \text{Exp}$) mellett kapott eredményeket jelölik. Mindkét esetben a folytonos vonalak a készletek és a foksám alacsony korreláltságát ($\beta = 0, 1$), a szaggatott vonalak a magas korreláltságot ($\beta = 0, 9$) mutatják.



1. ábra. Output változók alakulása r függvényében, különböző beállítások mellett (az output változók értéke mindig az $r = 0$ esetre van normalva).

A végállapotban tapasztalható egyenlőtlenség esetében (bal alsó panel) azt látjuk, hogy a hálózati szerkezetnek lényeges szerepe van. Az ábrán jól látható, hogy a centrális struktúrák (magas r értékek) erősen elválnak a többi topológiától: amikor a hálózati szerkezet centrálissá válik, vagyis a fokszámok eloszlása extrém aszimmetriát mutat, az egyenlőtlenség mértéke lényegesen nagyobb értéket vesz fel a végállapotban, mint más szerkezetek mellett. Az is jól látható, hogy az induló készletek normális, tehát kis heterogenitást mutató eloszlásánál ez az eltérés nem nagy, azonban ha a készletek induló állományában erős heterogenitást tételezünk fel (exponenciális eloszlás), a végállapotban 30-40%-kal nagyobb egyenlőtlenséget látunk a centrális szerkezetek mellett más szerkezetekhez képest. A készletek induló eloszlásánál kisebb, de jól érzékelhető jelentősége van az induló készletek és a fokszámok korreláltságának: magas korreláltság esetén az egyenlőtlenség nagyobb.

Bár a centrális hálóknál esetén tapasztalható pozitív irányú kiugráshoz képest jóval kisebb hatása van, fontos megemlíteni, hogy r alacsonyabb tartományokban, tehát a teljes hálótól távolodva a skálafüggetlen szerkezetek felé az egyenlőtlenség csökken, vagyis a legkevésbé egyenlőtlen hálózati szerkezeteket a skálafüggetlen szerkezeti tartományban kapjuk. Az egyenlőtlenség minimuma 0,2-es és 0,4-es r érték közé esik, azonban a centrális szerkezetek jelentős kiugráshoz képest csak 1-5%-os eltérést jelent a teljes hálónál tapasztalt egyenlőtlenséghez képest. Hasonlóan a centrális szerkezetekhez, a skálafüggetlen topológia egyenlőtlenséget csökkentő hatása is nagyobb exponenciális kezdeti készleteloszlás esetén.

Érdeemes összevetnünk ezt a képet az egyenlőtlenség változására kapott megfigyeléssel (jobb alsó panel), amely esetben ezzel egybevágó eredményeket látunk: a centrális struktúráknál nagyobb mértékben növekszik az egyenlőtlenség, mint más szerkezeteknél, a kezdeti készletek heterogenitása és a kezdeti készletek korreláltsága a fokszámokkal pedig erősíti ezt a hatást. Igen jelentős hatásról beszélünk, a fokszámokkal korrelált és heterogén kezdeti készletek mellett a centrális szerkezeteknél mért növekedés az egyenlőtlenségben csaknem 15-ször akkora, mint a teljes hálózat esetén. Ugyanakkor itt is azt látjuk, hogy a skálafüggetlen szerkezetek mellett a teljes hálóhoz képest kisebb mértékben növekszik az egyenlőtlenség (sőt, itt előfordul az egyenlőtlenség csökkenése is).

1. MEGÁLLAPÍTÁS. A hálózati szerkezet befolyásolja a cserefolyamat során kialakuló egyenlőtlenségi viszonyokat. A teljes hálóhoz képest a skálafüggetlen szerkezetek kis mértékben kisebb, a centrális hálózati szerkezetek pedig nagy mértékben nagyobb egyenlőtlenséghez vezetnek. Hasonlóan, a skálafüggetlen szerkezet mellett a cserefolyamat az egyenlőtlenségeket csak kis mértékben növeli, vagy csökkenti, míg a centrális szerkezetek az egyenlőtlenséget nagy mértékben növelik. Ezt a két hatást erősíti (i) az induló készletek eloszlásának heterogenitása és (ii) az induló készletek és a fokszámok korreláltsága.

Amennyiben a cserefolyamat hatékonyságát vizsgáljuk, vagyis, hogy mennyi csereaktus révén érjük el a Pareto-hatékony állapotot, azt látjuk, hogy a

teljes hálózat bizonyul a leghatékonyabbnak. Ez logikus, hiszen itt minden cserelehetőség megengedett, míg a centrális hálók felé haladva egyre korlátozottabbak a cserelehetőségek, így a cserefolyamat hatékonysága csökken. Érdeemes ugyanakkor megfigyelni, hogy e tekintetben nem a kezdeti készlet-szintek eloszlása, hanem azok fokszámmal való korreláltsága differenciálja a kapott eredményeket. Függetlenül az induló eloszlástól, ha a készletek és a fokszámok nem korreláltak, egyértelműen kirajzolódik a skálafüggetlen szerkezetek hatékonyságot rontó szerepe: ezekben az esetekben van szükség a legtöbb csereaktusra a Pareto-hatékony állapot eléréséhez. Ha azonban a kezdeti készletek és a fokszámok erősen korreláltak, a centrális szerkezetek lesznek a legkevésbé hatékonyak.

2. MEGÁLLAPÍTÁS. Mindebből az látszik, hogy az erősen centralizált elosztási rendszerek akkor tudnak hatékonyabbak lenni a skálafüggetlen rendszereknél, ha az ágensek készletei és hálózatban betöltött pozíciója között nincsen érdemi korreláció. Ha van, tehát a készletekben megjelenő heterogenitás együtt jár a hálózati pozícióval, akkor a centrális szerkezetek hátrányba kerülnek a skálafüggetlen szerkezetekkel szemben.

A 3. táblázat összefoglalja az ebben a szakaszban (exogén preferenciák mellett) kapott eredményeket. A táblázat a készletek kezdeti elosztásától függően (normális és exponenciális eloszlás, illetve alacsony és magas korreláció) mutatja meg a hatások irányát a hatékonyság inverzére és az egyenlőtlenségre a skálafüggetlen és a centrális hálókban a teljes háléhoz képest. Amíg a hatékonyság jellemzően csökken a nem teljes struktúrákban, addig az egyenlőtlenség tekintetében azt látjuk, hogy a skálafüggetlen struktúrák egyenlőbb, a centrális struktúrák pedig egyenlőtlenebb egyensúlyi eloszlást eredményeznek.

	S k á l a f ü g g e t l e n		C e n t r á l i s	
	$\beta = 0,1$	$\beta = 0,9$	$\beta = 0,1$	$\beta = 0,9$
Norm.	+/-	+/-	+/+	+/+
Exp.	+/-	+/-	+/+	+/+

3. táblázat. Készleteloszlástól függő hatások az inverz hatékonyságra/egyenlőtlenségre a skálafüggetlen és centrális struktúráknál a teljes háléhoz képest. +: növekedés, -: csökkenés

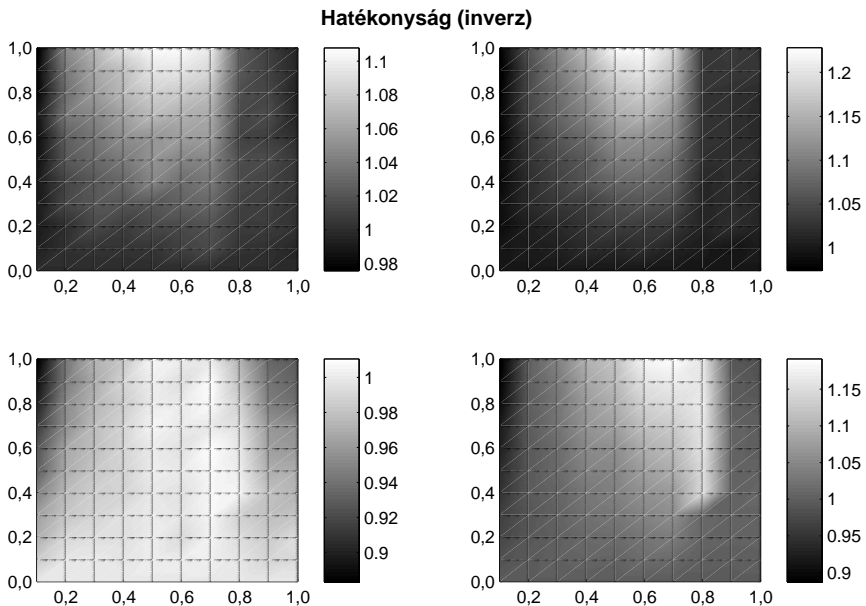
4.2 Hálózati szerkezet és endogén preferenciák

Az előző szakaszban a hálózat szerkezetének és az induló készletek eloszlásának kapcsolatát vizsgáltuk. Ebben a szakaszban bekapcsoljuk a preferenciák endogenitását, ahogyan azt a (8) formula definiálja. Ennek alapján a δ paraméter révén a preferenciák endogenitásának mértékét tudjuk állítani: minél nagyobb δ , annál nagyobb súllyal esnek számításba az adott ágens közvetlen cserepartnereinél lévő készletek a saját preferencia kialakításában (az extrém $\delta = 1$ esetben a preferenciák teljesen endogének, a saját autonóm preferencia szerepe eltűnik – az eddigi elemzések $\delta = 0$ beállítással készültek).

A modell dinamikáját továbbra is a 2. táblázatban bemutatott output változók mentén vizsgáljuk, azonban most a hálózati struktúrát leíró r paraméter mellett a preferenciák endogenitását vezérlő δ paraméter függvényében

is vizsgáljuk az eredményeket. δ értékét 0 és 1 között, 0,1-es lépésközzel változtatjuk. A kezdő készletek eloszlására továbbra is két esetet, a normális és exponenciális eloszlást vizsgáljuk, valamint a kezdő készletek és a foksámok korrelációja tekintetében az előzőekhez hasonlóan a $\beta = 0,1$ és $\beta = 0,9$ esetekre végzett szimulációk eredményeit mutatjuk be. Valamennyi paraméter-kombinációra 1000 független szimulációt végeztünk el, majd a három output változó tekintetében a felső és alsó 5-5%-ot kihagyva az átlagos értékeket elemezzük.

A 2. ábrán az inverz hatékonyságra kapott eredmények láthatóak különböző paraméterezések mellett. Az ábra négy paneljén minden esetben a vízszintes tengely mutatja r változását (teljes hálótól a centrális struktúráig), a függőleges tengely pedig a preferenciák endogenitásának mértékét (autonóm preferenciáktól teljes mértékben endogén preferenciáig). A felső két panel a kezdeti készletek normális (szimmetrikus) eloszlása, az alsó panel a készletek exponenciális (heterogén) eloszlása melletti eredményeket mutat. A bal oldalon a kezdeti készletek és a foksámok alacsony korreláltsága mellett kapott eredmények láthatóak, míg a jobb oldalon az erős korreláltság feltevése mellett kapott eredményt látjuk. Mind a négy panelen a színskála relatív értékeket mutat. Az adott hálózati struktúra mellett a $\delta = 0$, tehát teljesen autonóm (exogén) preferenciák mellett adódó csere-számhoz viszonyítva látható az adott endogenitási szint (δ) mellett adódó csereszám, tehát inverz hatékonyság (vagyis a vízszintes tengely mentén 1-es értékeket látunk). A sötét árnyalatok alacsonyabb, a világos árnyalatok magasabb értékeket jelölnek.



2. ábra. A hatékonyság alakulása r és δ függvényében, különböző beállítások mellett (az output változók értéke mindig az $r = 0$ esetre van normalva).

A cserefolyamat hatékonysága esetén a négy panel minőségileg hasonló képet mutat: a preferenciák endogenitásának növekedésével (tehát δ növekedésével) a skálafüggetlen struktúrák kisebb hatékonysága (magasabb csereszám) látható (világosabb terület). Érdemes ezt összevetni az 1. ábrán a hatékonyságra kapott képpel. Ott azt láttuk, hogy (legalábbis a készletek és a fokszámok alacsony korreláltsága esetén) a köztes, skálafüggetlen hálózati szerkezet mutatkozik a legkevésbé hatékonynak, tehát e mellett a struktúra mellett szükséges a legtöbb csere a Pareto-hatékony állapot eléréséhez. Az endogén preferenciák bekapcsolása azt mutatja, hogy ez a tendencia felerősödik, amennyiben a preferenciák endogénné válnak: a legtöbb cserére endogén preferenciák és skálafüggetlen szerkezet mellett van szükség a végállapot eléréséhez.¹¹ Érdemes azt is megfigyelni, hogy a két szélsőséges hálózati szerkezet mellett ($r = 0$ és $r = 1$ mellett) a preferenciák endogenitásának marginális szerepe van a hatékonyság alakulásában: erős endogenitás mellett is nagyjából azonos csereszám szükséges a Pareto-hatékony állapot eléréséhez, mint alacsony szintű endogenitás mellett.

A fent leírt tendenciák a legmarkánsabban akkor rajzolódnak ki, amikor a készletek kezdeti állománya normális eloszlást követ. Érdemes ugyanakkor megfigyelni, hogy a magas δ és köztes r értékek melletti maximum érték lényegesen nagyobb a jobb oldali panelen (1,2 az 1,1-del szemben), vagyis amikor a kezdeti készletek erősen korrelálnak az ágensek fokszámaival. Ezek szerint a korreláció még inkább felerősíti az endogén preferenciák hatékonyságot csökkentő hatását a skálafüggetlen szerkezetek esetén, ugyanakkor a szélsőséges struktúrák (teljes és centrális szerkezetek) mellett továbbra sincsen érdemi hatása a preferenciák endogenitásának.

Érdemes megfigyelni azt is, hogy az induló készletek exponenciális eloszlása mellett továbbra is hasonló képet látunk, azonban a készletek és a fokszámok korreláltsága erősebb hatással van a kapott eredményekre. Alacsony korreláltság mellett (bal alsó panel) azt látjuk, hogy a köztes skálafüggetlen szerkezetek esetében a preferenciák endogenitása csak minimálisan rontja a hatékonyságot, azonban a két szélső struktúránál érdemi pozitív hatást látunk: a teljes és centrális hálózati szerkezeteknél az endogenitás növekedése alacsonyabb csereszámhoz, tehát hatékonyabb cserefolyamathoz vezet. Ha azonban a korreláltság erős a készletek és a fokszámok között (jobb alsó panel), úgy a skálafüggetlen szerkezetek esetén az endogenitás hatékonyságot rontó szerepe ismét erőteljes, ugyanakkor a szélső szerkezeteknél továbbra is megmarad az érdemi hatékonyságot javító hatás.

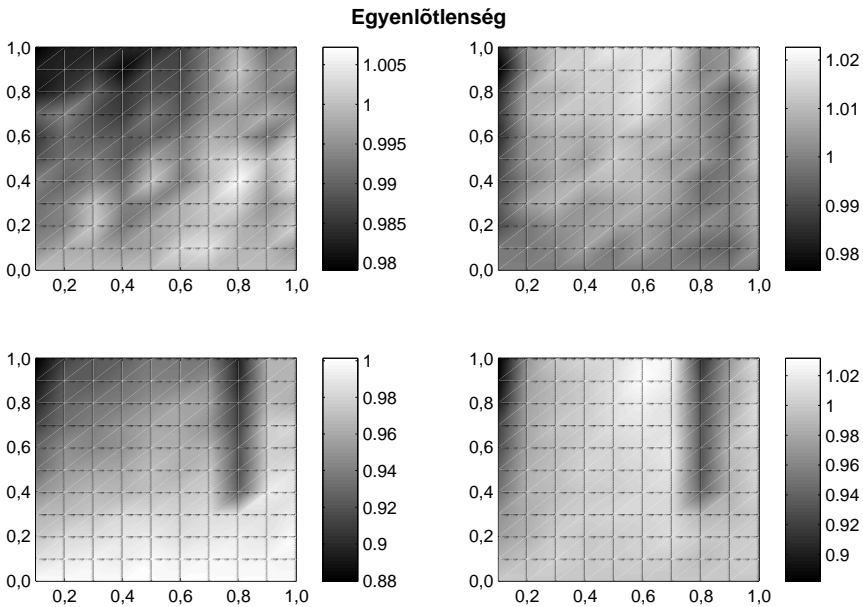
3. MEGÁLLAPÍTÁS. A preferenciák endogenitása általánosan felerősíti a köztes, skálafüggetlen hálózati szerkezetek hátrányát a cserefolyamat hatékonysága tekintetében, miközben a teljes hálózat és az erősen centrális szerkezetek egyaránt hatékonyabbnak bizonyulnak. A kezdeti készletek és a fokszámok erősebb korreláltsága mellett az endogén preferenciák nagyobb mértékben

¹¹Fontos megjegyezni, hogy a preferenciák endogenitása nem csupán ugyanazt a tendenciát hozza a szerkezet szerepét tekintve, amit $\delta = 0$ esetén látunk, hanem felerősíti azt: a skálafüggetlen szerkezetek hátránya a hatékonyságot tekintve növekszik a preferenciák endogenitását növelve.

rontanak a hatékonyságon skálafüggetlen szerkezetek, mint szélsőséges szerkezetek mellett, ugyanakkor a kezdeti készletek exponenciális (aszimmetrikus) eloszlása esetén a szélsőséges struktúráknál (teljes és centrális hálózatok) a preferenciák endogenitása javítja a hatékonyságot.

A 3. ábra az előzővel megegyező formában mutatja be az egyenlőtlenség, tehát a készletek végállapotban mért szórásának alakulását különböző paraméterezések mellett. Az 1. ábra bal alsó paneljén láttuk, hogy exogén preferenciák mellett a skálafüggetlen szerkezetek minimális előnye (egyenlőbb eloszlás), míg a centrális szerkezetek erős hátránya (egyenlőtlenebb eloszlás) figyelhető meg. Az endogén preferenciák hatására ehhez képest mért eltéréseket tükrözi az ábra. Összességében azt állapíthatjuk meg, hogy nincsen nagyon jelentős elmozdulás az egyenlőtlenségben, az endogén preferenciák hatása a $\pm 2\%$ -os sávban mozog, ami a hatékonyság esetén látott 10-20%-os hatásokhoz képest kicsi. Ugyanakkor ebben az esetben markáns különbségek figyelhetőek meg az egyes panelek között.

Amennyiben az induló készletek eloszlása normális (szimmetrikus), akkor jelentős szerepe van az induló készletek és a foksámok korrelációjának. Alacsony korreláltság mellett az endogén preferenciák egyenlőbb eloszláshoz vezetnek, de tipikusan alacsony r érték mellett, tehát a teljes vagy skálafüggetlen hálózati szerkezet esetén. Ha a korreláltság magas, akkor a köztes, skálafüggetlen szerkezetek mellett az endogén preferenciák növelik az egyenlőtlenséget, a teljes hálózat esetén azonban továbbra is csökkentik.

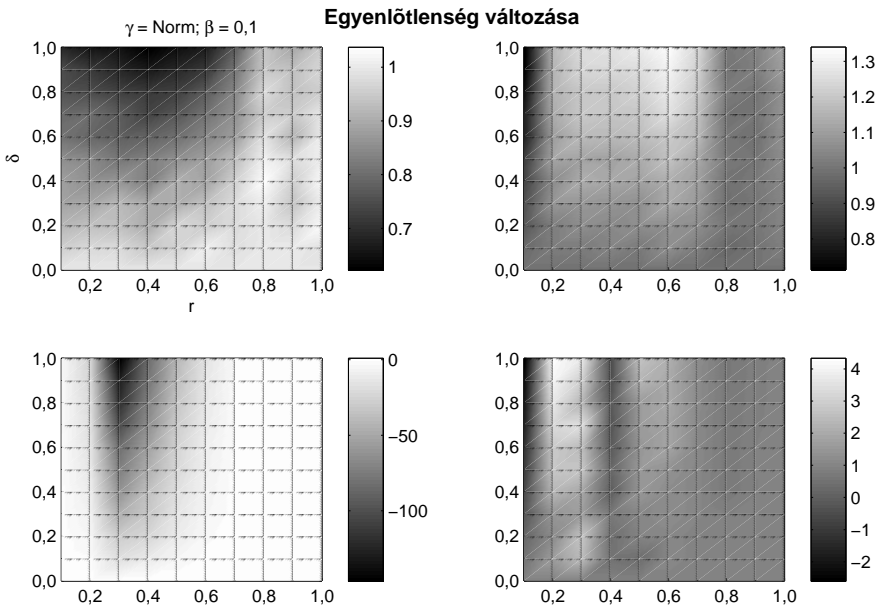


3. ábra. Az egyenlőtlenség alakulása r és δ függvényében, különböző beállítások mellett (az output változók értéke mindig az $r = 0$ esetre van normálva).

Ha az induló készletek eloszlása exponenciális (aszimmetrikus), akkor az alacsony korreláltság mellett azt látjuk, hogy a preferenciák endogenitása csökkenti az egyenlőtlenségeket (vagyis egyenlőbb eloszláshoz vezet) bármilyen hálózati szerkezet mellett, ugyanakkor magas korreláltság mellett a köztes skálafüggetlen szerkezetek esetén már növekvő egyenlőtlenséget látunk endogénebb preferenciák mellett.

4. MEGÁLLAPÍTÁS. A kezdeti készletek és a fokszámok erős korreláltsága esetén az endogén preferenciák növelik az egyenlőtlenséget skálafüggetlen hálózati szerkezet mellett, de csökkentik teljes vagy ahhoz közeli hálózat esetén. Ha a korreláltság alacsony, az egyenlőtlenség tipikusan csökken az endogenitás növekedésével. Ezek a hatások lényegesen erősebbek a készletek exponenciális kezdeti eloszlása esetén.

Végül a 4. ábra mutatja, hogy különböző paraméterek mellett milyen módon változik az egyenlőtlenség a csere folyamat során. Amennyiben a készletek kezdeti eloszlása normális, úgy nagyjából a végső állapotban megfigyelt egyenlőtlenség tükröződik ezeken az ábrákon. Alacsony korreláltság mellett az endogén preferenciák mellett a csere folyamat jobban csökkenti/kevésbé növeli az egyenlőtlenséget, mint exogén preferenciák mellett, és ez a hatás markánsabb a teljes és skálafüggetlen szerkezetek esetén. Ha azonban a korreláltság magas, úgy a skálafüggetlen szerkezetek mellett a preferenciák endogenitása jobban növeli/kevésbé csökkenti az egyenlőtlenséget, mint azok exogén volta.



4. ábra. Az egyenlőtlenség változásának alakulása r és δ függvényében, különböző beállítások mellett (az output változók értéke mindig az $r = 0$ esetre van normálva).

Hasonlóképpen markáns eltérést látunk a korreláltság mentén exponenciális kezdeti készleteloszlás esetén. Ha alacsony a korreláltság, úgy a köztes skálafüggetlen (bár teljes háléhoz közelebbi) szerkezetek esetén a preferenciák endogenitása kedvezőbb az egyenlőtlenség változása szempontjából (kevésbé növeli/jobban csökkenti azt), míg erős korreláltság mellett ezek a szerkezetek éppen ellentétesen viselkednek: erősebb endogenitás mellett az egyenlőtlenség változása kedvezőtlenebb. Érdeemes még megfigyelni azt is, hogy a normális és exponenciális eloszlások mellett kapott eredmények nagyságrendje lényegesen eltér. Normális, tehát szimmetrikus kezdeti készleteloszlás mellett a preferenciák endogenitása jelentős, de még mindig relatíve mérsékelt hatást gyakorol az egyenlőtlenség változására (20-30% körül), míg exponenciális eloszlás esetén ez a hatás lényegesen nagyobb, akár többszörös is lehet.

5. MEGÁLLAPÍTÁS. Az egyenlőtlenség változása szempontjából a hálózati szerkezet és az endogén preferenciák szerepe ellentmondásos. A kezdeti készletek eloszlásától függetlenül a készletek és fokszámok alacsony korreláltsága mellett az endogenitás nagyobb mértéke kedvezően hat az egyenlőtlenség változására (kisebb mértékű növekedés vagy nagyobb mértékű csökkenés), ha a hálózati szerkezet skálafüggetlen, vagy ahhoz közeli. Ha azonban az induló készletek és a fokszámok erősen korreláltak, akkor ugyanezen skálafüggetlen hálózati szerkezetek esetén a preferenciák endogenitása tipikusan ront a csere-folyamat egyenlőtlenségre gyakorolt hatásán (kisebb mértékű csökkenés vagy nagyobb mértékű növekedés). Az endogén preferenciák jelentősége sokkal nagyobb ugyanakkor az exponenciális kezdeti készleteloszlás mellett.

A 4. táblázat összefoglalja az ebben a szakaszban (endogén preferenciák mellett) kapott eredményeket. A táblázatban a preferenciák endogenizálásának hatását látjuk az inverz hatékonyságra illetve egyenlőtlenségre, különböző készletelosztások és hálózati struktúrák esetében. A preferenciák endogenitása jellemzően hatékonyabb és egyenlőbb egyensúlyi eloszlást eredményez a teljes és a centrális struktúrákban, a skálafüggetlen struktúrák esetén azonban a hatékonyság általában romlik, az egyenlőtlenségre tett hatások iránya pedig erősen függ a készletek kezdeti elosztásától.

	T e l j e s		S k á l a f ü g g e t l e n		C e n t r á l i s	
	$\beta = 0,1$	$\beta = 0,9$	$\beta = 0,1$	$\beta = 0,9$	$\beta = 0,1$	$\beta = 0,9$
Norm.	~/-	~/-	+/-	+/+	~/~	~/~
Exp.	-/-	-/-	+/-	+/+	-/-	-/-

4. táblázat. Preferenciák szerepe az inverz hatékonyságra/egyenlőtlenségre a készletek elosztásától függően, különböző hálózati struktúrákban. +: növekedés, -: csökkenés, ~: nincs hatás

5 Összefoglalás

A tanulmányban egy olyan modellt mutattunk be és vizsgáltunk, amely egy egyszerű cserefolyamat során képes figyelembe venni mind a hálózati szerkezet, mint a folyamatban részt vevő ágensek potenciálisan endogén preferenciáinak szerepét. A modell alapja az ágenseket összekötő, a cserefolyamat során fixnek feltételezett hálózati struktúra, amely meghatározza mind

a cserelehetőségeket, mind pedig azokat a csatornákat, amelyen keresztül az ágensek preferenciáit más ágensek állapota befolyásolja.

A modellt arra használtuk, hogy négy peremfeltétel különböző állapotai mellett három eredményváltozó alakulását vizsgáljuk és ezáltal feltárjuk elsősorban a hálózati szerkezet és az endogén preferenciák kölcsönhatásának szerepét a cserefolyamat alakulásában. A négy peremfeltétel rendre: (i) hálózati szerkezet, (ii) preferenciák endogenitásának mértéke, (iii) a készletek kezdeti eloszlásának jellege, valamint (iv) a készletek és a hálózati pozíció korreláltsága. A három eredményváltozó: (i) a cserefolyamat hatékonysága (cserék száma), (ii) a végállapotban mért egyenlőtlenség (készletek szórása) és (iii) az egyenlőtlenség változása a cserefolyamat során. A tanulmány főbb megállapításait az alábbiakban foglaljuk össze, kihangsúlyozandó, hogy a kapott összefüggések a cserefolyamat általunk definiált szabályrendszere mellett érvényesek.

(1) Mindhárom vizsgált eredményváltozó (hatékonyság, egyenlőtlenség és annak változása) tekintetében megállapítható, hogy a hálózati szerkezetnek és a preferenciák endogenitásának lényeges szerepe van ezek alakulásában.

(2) A cserefolyamat hatékonysága (a Pareto-hatékony állapot eléréséhez szükséges tranzakciók száma) esetén azt látjuk, hogy exogén preferenciák mellett a skálafüggetlen szerkezeteknek hátránya van a teljes kapcsolati hálóval és a centrális szerkezettel jellemezhető szélsőségekkel szemben. Ezt a hatást a preferenciák endogenitása felerősíti. Ez azt jelenti, hogy minél inkább mások tulajdonságaira (készlet-ellátottságára) támaszkodnak a cserefolyamat szereplői saját ízlésük kialakítása során, annál kevésbé lesz hatékony a skálafüggetlen hálózati struktúra a Pareto-hatékony állapot elérésében. Nem különösebben meglepő, hogy egy teljes hálózat e tekintetben jobban teljesít, ugyanakkor érdekes eredmény, hogy a szélsőségesen centrális hálózati struktúra (csillag-háló) is hatékonyabb a skálafüggetlen szerkezeteknél, és annál inkább így van ez, minél erősebben endogén módon határozódnak meg a preferenciák.

(3) A cserefolyamat során kialakuló Pareto-hatékony végállapotban mért egyenlőtlenség szempontjából, exogén preferenciák mellett a skálafüggetlen szerkezetek minimálisan alacsonyabb, a centrális szerkezetek pedig erősen nagyobb egyenlőtlenséget mutatnak. A preferenciák endogenitása ezt a hatást ismét felerősíti, de csak akkor, ha a készletek kezdeti értékei és az ágensek fokszámai között nincsen érdemi korreláció. Ha ez a korreláció erős, akkor érdekes módon a skálafüggetlen szerkezetek enyhén kedvezőbb (egyenlőbb) eloszlását a preferenciák endogenitása rontja, nagyobb egyenlőtlenség irányába mozdítja el.

(4) Az egyenlőtlenség változása a cserefolyamat során szintén érdekes képet mutat. Exogén preferenciák mellett a skálafüggetlen szerkezetek kedvezőbbek (egyenlőséget javítóak), míg a centrális szerkezetek rosszabbak (egyenlőtlenséget növelők). E tekintetben ismét a kezdeti készletek és a hálózati pozíció korreláltsága bizonyul döntőnek, ha bekapcsoljuk a preferenciák endogenitását. Amennyiben ez a korreláltság alacsony, úgy a preferenciák endogenitása felerősíti a skálafüggetlen struktúrák kedvező hatását, erős korreláltság

esetén azonban éppen fordítva: a skálafüggetlen szerkezet mellett megjelenő endogén preferenciák kedvezőtlen hatással vannak a cserefolyamatra a tekintetben, hogy az miképpen befolyásolja az egyenlőtlenséget.

(5) A preferenciák endogenitása érdemi hatással van az egyenlőtlenség és a hatékonyság közötti átváltásra. Amíg a preferenciák exogének, a skálafüggetlen szerkezetek bizonyulnak a legkevésbé hatékonyak, ugyanakkor ezek mellett látható a legkisebb egyenlőtlenség. Amennyiben a preferenciák endogénné válnak, érdemi szerepe lesz az induló állapotnak, azon belül is a készletek és a fokszámok szórásának, vagyis annak, hogy milyen mértékben koncentrálódik a nagyobb vagyon (készlet) a magasabb fokszámú (tehát jobb cserelehetőségekkel rendelkező) szereplőknél. Ha ez a korreláltság alacsony, úgy az endogén preferenciák mellett hasonló átváltást találunk a hatékonyság és az egyenlőtlenség között, mint exogén preferenciák mellett. Ha azonban ez a korreláltság erős, akkor az átváltás megváltozik: a továbbra is kevésbé hatékony skálafüggetlen szerkezetek egyben egyenlőtlenebb szerkezetet is jelentenek, míg a hatékonyság szempontjából kedvezőbb teljes vagy centrális struktúrák esetén látjuk a kisebb egyenlőtlenséget.

(6) Az eredményekből az is látszik, hogy a készletek kezdeti eloszlása érdemben befolyásolja, hogy a preferenciák endogenitása milyen mértékben hat a vizsgált eredményváltozókra. Amennyiben a kezdeti eloszlás normális, vagyis a cserefolyamat szereplői nagyjából hasonló készletekkel indulnak neki a cserének, a preferenciák endogenitásának ugyan van hatása a cserefolyamat alakulására, ez azonban lényegesen kisebb, mint amikor a készletek eloszlása kezdetben exponenciális, vagyis aszimmetrikus: a többség kevés készlettel rendelkezik, míg néhány szereplő extrém nagy értékkel az átlaghoz képest.

Irodalom

1. Acemoglu, D., Carvalho, V. M., Ozdaglar, A., and Tahbaz-Salehi, A. (2012). The Network Origins of Aggregate Fluctuations. *Econometrica* 80(5), 1977–2016.
2. Acemoglu, D., Ozdaglar, A., and Tahbaz-Salehi, A. (2015). Systematic Risk and Stability in Financial Networks. *American Economic Review* 105(2), 564–608.
3. Allen, F. and Babus, A. (2010). Financial Connections and Systemic Risk. Tech. rep. NBER Working Paper.
4. Allen, F. and Gale, D. (2000). Financial Contagion. *Journal of Political Economy* 108, 1–33.
5. Bala, V. and Goyal, S. (2000). A Noncooperative Model of Network Formation. *Econometrica* 68(5), 1181–1229.
6. Barabási, A-L. (2003). *Behálózva. A hálózatok új tudománya*. Magyar Könyvklub, Budapest.
7. Barabási, A-L. (2016). *Network Science*. Cambridge University Press.
8. Barabási, A-L. and Albert, R. (1999). Emergence of Scaling in Random Networks. *Science* 286, 509–512.
9. Barro, R. (1976). Rational Expectations and the Role of Monetary Policy. *Journal of Monetary Economics* 2(1), 1–32.

10. Bougheas, S. and Kirman, A. (2014). Complex Financial Networks and Systemic Risk: A Review. Tech. rep. CESifo Working Paper.
11. Brock, W. and Durlauf, S. (2001). Interactions-Based Models. In *Handbook of Econometrics*. Ed. by J. Heckman and E. Leamer. North-Holland: Handbooks in Economics Series.
12. Cowan, R. and Jonard, N. (2007). Structural Holes, Innovation and the Distribution of Ideas. *Journal of Economic Interaction and Coordination* 2(2), 93–110.
13. Csermely, P. (2005). *A rejtett hálózatok ereje*. Vince Kiadó.
14. De Grauwe, P. (2012). *Lectures on Behavioral Macroeconomics*. Princeton University Press.
15. Erdős, P. and Rényi, A. (1959). On Random Graphs I. *Publicationes Mathematicae* 6, 290–297.
16. Granovetter, M. (1973). The Strength Of Weak Ties. *American Journal of Sociology* 78, 1360–1380.
17. Granovetter, M. (1985). Economic Action and Social Structure: The Problem of Embeddedness. *American Journal of Sociology* 91(3), 481–510.
18. Hau, O., Mellár, T., and Sebestyén, T. (2013). Láthatóvá tehető-e a láthatatlan kéz? Egy ágensalapú piaci modell tapasztalatai. *Közgazdasági Szemle* 60(9), 992–1024.
19. Jackson, M. O. and Wolinsky, A. (1996). A Strategic Model of Social and Economic Networks. *Journal of Economic Theory* 71(1), 44–74.
20. Mankiw, N. G. and Reis, R. (2010). Imperfect Information and Aggregate Supply. In: *Handbook of Monetary Economics*. Ed. by B. M. Friedman and M. Woodford. North-Holland: Amsterdam in Press.
21. Persky, J. (1995). Retrospectives. The Ethology of Homo Economicus. magyar. *Journal of Economic Perspectives* 9(2), 221–231.
22. Sebestyén, T. (2010). Tudáshálózatok struktúrájának szerepe egy egyszerű általános egyensúlyi modellben. *Sigma* 41(3-4) 121–153.
23. Stigler, G. J. (1961). The Economics of Information. *The Journal of Political Economy* 69(3), 213–225.
24. Váry, M. (2015). Piaci alkalmazkodás ragadós árak mellett – Calvo-típusú ármerevség egy ágensalapú modellben. *Közgazdasági Szemle* 62(1), 48–77.
25. Watts, D. and Strogatz, S. (1998). Collective Dynamics of 'Small-World' Networks. *Nature* 393(4), 440–442.
26. Wilhite, A. (2006). Economic Activity on Fixed Networks. In *Handbook of Computational Economics. Agent-Based Computational Economics*. Ed. by L. Tesfatsion and K. Judd. North-Holland: Handbooks in Economics Series.

NETWORK STRUCTURE AND ENDOGENOUS PREFERENCES IN A SIMPLE EXCHANGE MODEL

In this paper we examine an exchange model, in which the exchange opportunities of individuals are constrained by their social network ties. We set up a model of network structure from complete networks to star-like hierarchical structures and we address the role of the distribution of initial endowments and its relation

to the network structure while also accounting for the possibility of endogenous preferences. The primary subject of our study is the influence of the exchange network topology on the efficiency of the exchange process and the inequality of the equilibrium distribution. Based on the results, we can say that the network structure and the endogeneity of the preferences have a significant role in both respects. Scale-free networks are less efficient than central or complete networks, but under certain conditions they generate a more equal equilibrium distribution than the others. Depending on the initial distribution of the endowments, the endogeneity of preferences may either strengthen, or reverse these effects.

FUZZY LIKERT SKÁLA ALKALMAZÁSÁNAK ELŐNYEI EGY FELSŐOKTATÁSI PÉLDÁN KERESZTÜL¹

TÓTH ZSUZSANNA ESZTER - JÓNÁS TAMÁS – ÁRVA GÁBOR –
SURMAN VIVIEN
ELTE – BMGE

A tanulmány oktatói teljesítmények értékelése során alkalmazott, fuzzy Likert skálán nyugvó kérdőívek alkalmazását és tradicionális Likert skálás értékelésekkel szemben elérhető eredményeit kívánja egy felsőoktatási példán keresztül szemléltetni. Fuzzy Likert skálák alkalmazása révén lehetőség nyílik arra, hogy az értékelők kvantitatív módon fejezzék ki az értékelés során felmerülő bizonytalanságukat, az értékeléseik összehasonlítása és az értékelt teljesítmény ingadozása számszerű módon kifejezhető legyen. Az alkalmazott megközelítés újdonsága, hogy a fuzzy szám tagsági függvényét a Dombi-féle konjunkciós operátor segítségével egy növekvő és egy csökkenő szigmoid függvény összekapcsolásával állítjuk elő. Dombi ún. rugalmas egyenlőtlenség-modelljét (Pliant Inequality Model) alkalmazva a különböző értékelők által adott vélemények aggregálása egyszerű számítási eljárás, mivel a tagsági függvények paramétereinek aggregálása a számtani és harmonikus átlag segítségével történik. Mindez jól támogatja a statisztikai elemzések céljait is, és egyúttal a menedzseri döntések megbízhatóságát növeli.

Kulcsszavak: Likert skála, fuzzy értékelő skála, rugalmas aritmetika, hallgatói értékelések, felsőoktatás, szolgáltatásminőség

1 Bevezetés

A felsőoktatási intézményekkel szemben fokozódik az az elvárás, hogy rendszeresen mérjék és értékeljék az általuk nyújtott szolgáltatások minőségét, az eredményeket pedig csatolják vissza az egyes szolgáltatások és kapcsolódó szolgáltatási folyamatok fejlesztése érdekében. Miközben a számadási kötelezettség, ill. a működés átláthatósága fokozott elvárásként jelenik meg, az ezeknek való megfelelés érdekében alkalmazott eszközök és mechanizmusok megosztják a felsőoktatási szakirodalmat. Amikor az intézmények a felsőoktatási szolgáltatások értékelésének feladatával szembekerülnek, természetes

¹A tanulmány az Emberi Erőforrások Minisztériuma ÚNKP-17-3-i. kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának támogatásával készült. Tóth Zsuzsanna Eszter egyetemi docens, Eötvös Loránd Tudományegyetem, Gazdálkodástudományi Intézet, tothzs@gti.elte.hu. Jónás Tamás egyetemi docens, Eötvös Loránd Tudományegyetem, Gazdálkodástudományi Intézet, jonas@gti.elte.hu. Árva Gábor PhD hallgató, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Menedzsment és Vállalkozásgazdaságtan Tanszék, arva@mtv.bme.hu. Surman Vivien PhD hallgató, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Menedzsment és Vállalkozásgazdaságtan Tanszék, surman@mtv.bme.hu. Beérkezett: 2017. október 27.

módon merülnek fel az alábbi kérdések: Hogyan, milyen módszerekkel értékelhetik a felsőoktatási intézmények az általuk nyújtott oktatási (vagy egyéb) szolgáltatások minőségét? Hogyan szerezhetnek megbízható információkat arra vonatkozóan, hogy a „vevők”, azaz elsősorban a hallgatók és más érdekelt felek elvárásai, igényei teljesülnek? Ahhoz, hogy az intézmények ezeket a kérdéseket megválaszolják, a szolgáltatásteljesítmény mérésére és értékelésére alkalmas, megbízható eredményeket szolgáló módszertanokra van szükségük. Emellett azonosítaniuk kell azokat a mértékeket is, amelyekkel az elért szolgáltatásteljesítmény-szint meghatározható (Lupo, 2013, Battisti et al., 2005; 2010). A felsőoktatási szolgáltatásminőség és az érdekelt felek elégedettségének mérése a leggyakrabban Likert skálák segítségével valósul meg (pl. Brochado, 2009; Teeroovengadum et al., 2016; Nadiri et al., 2009, Lalla et al., 2005). A felsőoktatásban is széles körben alkalmazott szolgáltatásminőség modellek, mint a SERVQUAL (De Oliveira et al., 2009; Yousapronpaiboon, 2014), a SERVPERF (Bayraktaroglu and Atrek, 2010; Brochado, 2009), vagy ez utóbbi módszertan továbbfejlesztéseként felsőoktatási sajátosságokra szabott HEdPERF (Abdullah, 2005, 2006a, 2006b), a COURSEQUAL (Kincsesné et al., 2015), vagy TEdPERF (Rodríguez-González and Segarra, 2016) módszertana 1-től 5-ig vagy 1-től 7-ig terjedő Likert skálákat használnak az általuk azonosított minőségdimenziók mérésére és értékelésére. Az egyes érdekelt felek elégedettségének a mérése, ill. az oktatók kollégák által megvalósuló értékelése (az ún. peer review) is leggyakrabban hagyományos Likert skálák alkalmazásával valósul meg (pl. Gruber et al., 2010; Douglas and Douglas, 2006; Liu and Carless, 2006).

Chen (2001) hátrányként rója fel, hogy a tradicionális Likert skálán történő értékelés az emberi észlelést egy konkrét értékre szűkíti. Herrera és Herrera-Viedma (2000), Herrera et al. (1999), Kacprzyk (1986), Andayani et al. (2017), Carrasco et al. (2011), Chang és Wang (2016) és Cabrerizo et al. (2017) is amellettt érvel, hogy az egyén mint értékelő egy adott kérdéssel kapcsolatos véleményét csak korlátozottan képes egyetlen konkrét számmal kifejezni. Éppen ennek megoldására került előtérbe a nyelvi értékelés, amely képes az értékelés konkrét számszerű értékét reprezentálni. Szolgáltatásminőség dimenziók értékelésekor a fuzzy megközelítések adaptációja egyre bővül, mivel a kapcsolódó módszertan képes a szolgáltatás- és a kapcsolódó folyamatminőség-mérés és értékelés megbízhatóságát növelni (Li, 2013; Lupo, 2013; Lin, 2010a; Deng, 2008).

Az elmúlt évtizedekben az oktatási szolgáltatásteljesítmény mérésére és értékelésére alkalmazott adatforrások köre bővülni látszik. Ezzel a törekvéssel összhangban, a BME Gazdaság- és Társadalomtudományi Kara egy olyan belső minőségfejlesztési rendszert (Oktatók Oktatói Véleményezése, továbbiakban OOV) dolgozott ki a 2015/2016-os tanévre, amelynek révén az oktatási programok és gyakorlatok folyamatos továbbfejlesztése valósulhat meg. A vonatkozó szakirodalom feldolgozásával és széleskörű nemzetközi felsőoktatási gyakorlatok tanulmányozása alapján egy teljes szemesztert felölelő értékelési folyamat került kialakításra. Az oktatói teljesítmény mérésére és értékelésére kialakított szempontok nemcsak az előadások és szemináriumok megfigyelé-

sére, hanem a hallgatói számonkérésekre, így a zárthelyik és (mind írásbeli, mind szóbeli) vizsgák megfigyelésére is kiterjedtek. Mivel a hallgatói elégedettséget alapvetően befolyásolják azok a módszerek és eszközök, amelyeket az oktatók a szemeszter során tudásuk és teljesítményük mérésére és értékelésére használnak, az értékelési folyamat egyik alfolyamataként jelent meg a zárthelyi dolgozatok, vizsgák után a hallgatók azonnali értékelése a szemeszterek végén közel két évtizede tradicionálisan megjelenő Oktatás Hallgatói Véleményezése (OHV) kérdőív mellett. Ez utóbbi szintén tartalmaz a hallgatói teljesítmény felméréséhez kapcsolódó értékelési szempontot.

Az OOV folyamatában tehát a zárthelyik és vizsgák értékelése mind hallgatói, mind oktatói oldalról a számonkérések után azonnal megvalósul. Az alkalmazott kérdőív mindkét esetben két részből áll: a kérdőívek első része egy 1-től 5-ig terjedő hagyományos Likert skála mentén értékeli a teljesítmény bizonyos nézőpontjait, míg a kérdőívek második része lehetőséget ad egyéb szöveges vélemények kifejtésére, megjegyzések hozzáfűzésére. Annak ellenére, hogy az OOV folyamata és menetközben többször finomított értékelési rendszere összességében pozitív fogadtatásban részesült, három fontos problémakört kell kiemelni, amely mind a hallgatói, mind a kollégák által adott értékelésekben jelen van, és hatással van az OOV révén keletkező eredmények megbízhatóságára:

- az egyes értékelők által adott értékelésekben jelen lévő bizonytalanság,
- az oktatói teljesítmény ingadozása a félév során, illetve
- azon módszerek hiánya, amelyek szöveges megjegyzések összehasonlítására adnak lehetőséget, érkezenek ez utóbbiak akár a hallgatóktól, akár az értékelő kollégáktól.

Cikkünk fókuszában az emberi észlelésekben, percepciókban jelen lévő bizonytalanság megfelelő kezelésének problematikája áll. Kutatásunk célja, hogy az oktatási és oktatói teljesítmény többszemponútú értékelése során bemutassuk az ún. fuzzy Likert skála alkalmazását, és demonstráljuk annak tradicionális Likert skálákkal szemben nyújtott előnyeit, ill. az értékelés megbízhatóságára gyakorolt hatását. A bemutatásra kerülő módszertan alkalmas arra, hogy kezelje az értékelés során felmerülő, a megbízhatóságot alapvetően befolyásoló problémákat, nevezetesen az értékelők bizonytalanságából, valamint az értékelt oktatók teljesítményének ingadozásából fakadó nehézségeket. A számonkérésekkel kapcsolatos oktatási és oktatói teljesítmény értékelésére alkalmazott fuzzy Likert skálák révén lehetőség nyílik arra, hogy az értékelők kvantitatív módon fejezzék ki az értékelés során felmerülő bizonytalanságukat, értékeléseik összehasonlítása és az értékelt oktatók teljesítményének az ingadozása számszerű módon kifejezhető legyen.

Annak ellenére, hogy a fuzzy számok alkalmasak arra, hogy az emberi értékeléseket azok természetének megfelelően pontosabban modellezzék, szélesebb körű gyakorlati alkalmazásuk egyik fontos gátja, hogy a kapcsolódó statisztikai elemzések elvégzéséhez szükséges módszerek meglehetősen összetettek. A szakirodalomban fellelhető módszerek (pl. Frühwirth-Schnatter,

1992 vagy Amini and Jochem, 2011) megfelelő szakértelmet és tapasztalatot, a fuzzy módszertanban való jártasságot igényelnek, ugyanakkor jelentős számítási igénnyel is bírnak, amelyek természetesen a gyakorlati alkalmazás széleskörű elterjedését nehezítik. A bemutatásra kerülő módszertan Dombi (2009) ún. rugalmas egyenlőtlenség-modelljét (Pliant Inequality Model) alkalmazva az előzőekben említett problémákat igyekszik orvosolni azzal, hogy az aggregát értékelések számítását egyszerűsíti. A bemutatott módszertan a statisztikai elemzések céljait jól szolgálja, így egyúttal megbízhatóbb menedzseri következtetések levonását teszi lehetővé.

A cikk következő fejezete a vonatkozó szakirodalmak alapján részletezi a hagyományos Likert skálás értékelés nehézségeit, a fuzzy Likert skálák nyújtotta előnyöket, valamint összegyűjti az oktatói teljesítmény mérésével és értékelésével kapcsolatban felmerülő problémákat. Ezután részletesen kitérünk az alkalmazott módszertan bemutatására, és egy esettanulmány keretében demonstráljuk a fuzzy Likert skála alapú értékelés előnyeit. A cikket a legfontosabb megállapítások összefoglalásával, valamint a kutatás további lehetséges fejlesztési irányainak felvázolásával zárjuk.

2 Hagományos értékelés és fuzzy értékelés

Az oktatási tevékenységek értékelése számos módon és formában valósulhat meg. Mind hazai, mind nemzetközi szinten nagy változatosságot mutatnak az alkalmazott eszközök. Berk (2005) részletes áttekintést ad az oktatási környezetben alkalmazott értékelési lehetőségekről, amelyek esetében gyakori a Likert skálák alkalmazása (pl. Hartley, 2014; Murray, 2013).

A Likert skála egy olyan diszkrét skála, amelyen az értékelő az észleléséhez, véleményéhez, érzékeléséhez legközelebb álló értéket választja, és alkalmazása előre rögzített kategóriákból származó sorrendi skálán mért adatokat eredményez (Gil és González-Rodríguez, 2012). A felsőoktatásban Likert skálán alapuló kérdőívek és értékelési skálák alkalmazásakor a válaszokat általában átlagolják egy-egy specifikus oktatási teljesítményjellemző esetében (De Witte and Rogge, 2011), amelyet ezután egyfajta mérőszámként, indexként használnak fejlesztésorientált, ill. összegző értékelések esetén. Más esetekben az értékelők által adott értékelések összegzésére kerül sor, és az adott teljesítményt a maximálisan elérhető összpontszámhoz viszonyítják. Gyakori megoldás az is, hogy az értékelőket (hallgatókat, értékelő oktatókat, vagy más érdekelt feleket) az átfogó, teljes szemeszterben nyújtott teljesítmény értékelésére kéri, amelynek során a skála azon egyetlen értékét jelölik ki, amely a véleményüket a leginkább tükrözi (Ellis et al., 2003). Az átlagos értékelések ugyanakkor hajlamosak a valós helyzet, nevezetesen az értékelt dolog vagy egyén teljesítményének az „elmosására” (Kuzmanovic et al., 2013).

Kérdőívekben, felmérésekben szereplő szempontok Likert skálán alapuló értékelése összetett feladat, hiszen egyetlen értékelés során az értékelők több döntést hoznak – bizonytalansággal terhelt helyzetben. Az adott szempont szerinti értékelés során az értékelőnek viszonylag kevés érték közül kell vá-

lasztania (Gil and González-Rodríguez, 2012), amely egyúttal azt is jelenti, hogy a pontos, precíz értékeléshez kapcsolódó szóródás, diverzitás és szubjektivitás elvész. Az ilyen típusú értékelések másik hátránya abból fakad, hogy ha az értékek kódolása a relatív helyzetük alapján valósul meg összhangban az adott rangsorral, sorrenddel, akkor az egyes kódok közötti különbségek – a sorrendi skála tulajdonságainak megfelelően – nem értelmezhetőek az értékek közötti különbségként. Ez egyúttal azt is jelenti, hogy a sorrendi skála tulajdonságait figyelembe vevő statisztikai számítások és következtetések alkalmazhatók az így kapott eredményeken, az alkalmazott módszerek köre meglehetősen korlátozott, és az értékelés során releváns ismeretek veszhetnek el (Lubiano et al., 2016).

Likert skálák alkalmazásának egy másik sarkalatos pontja az egyes értékelési szempontok súlyozása, hiszen azok általában nem egyformán fontosak valamennyi értékelő számára. Továbbá, amikor az értékelőknek egy értékelt dologgal, egyénnel kapcsolatban átfogó értékelést kell adniuk, problémaként merül fel, hogy az értékelői attitűd az értékelt dolgokkal kapcsolatban az idő múlásával nem homogén (pl. Tóth et al., 2017b).

Számos tanulmány foglalkozik a hagyományos Likert skálás értékelések megbízhatóságának elemzésével, kiemelve, hogy a lehetséges válaszlehetőségek (értékek) számának a növelése mind a kinyerhető információtartalom, mind pedig a megbízhatóság növelését eredményezheti (Lozano et al., 2008, de Saa et al., 2015). Az értékelés során adható válaszok (értékek) számának a növelése azonban nem érhető el természetes nyelvhasználattal (Sowa, 2013). Ahhoz, hogy a fentiekben részletezett, hagyományos Likert skála alkalmazásával együtt járó problémákat kezelni tudjuk, létezik egy olyan alternatív módszertan, amely figyelembe veszi azt a tényt, hogy az értékeléshez, véleményezéshez kapcsolódó attribútumok természetüknél fogva szubjektivitással és bizonytalansággal terheltek (Lubiano et al., 2016; Quirós et al., 2016).

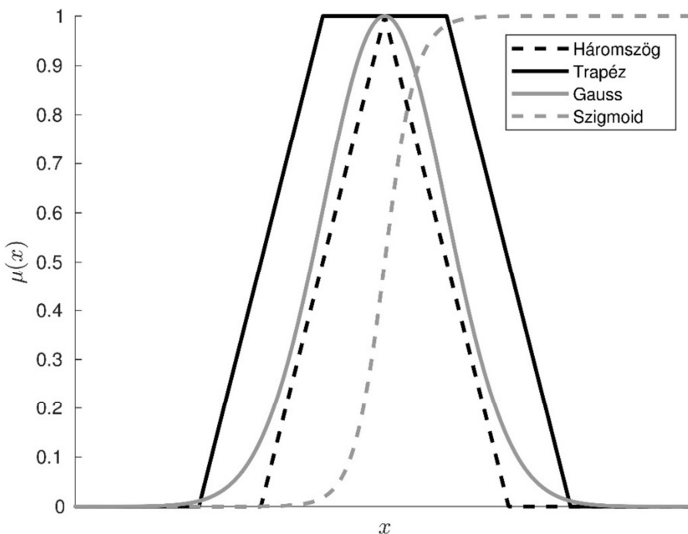
Hesketh et al. (1998) olyan fuzzy értékelő skálát javasolnak, amelyen az értékelők nincsenek rákényszerítve arra, hogy néhány, előre meghatározott kategória közül válasszanak. Ez a fajta skála kellően kifejező ahhoz, hogy az értékelő – a legtöbb való életbeli helyzetnek megfelelően – szubjektív értékelésének kifejezésére egy olyan értéket válasszon, amely a legjobban tükrözi az értékelését, véleményét, ítéletét (Gil et al., 2015). A fuzzy értékelő skála képes arra, hogy modellezze a szubjektivitással és bizonytalansággal terhelt értékeléseket, ezáltal az „életlen” (fuzzy) meghatározások matematikailag kezelhetővé válnak, közbülső „valóságértékekkel” is dolgozik, emellett megfelelő statisztikai elemzések elvégzését is lehetővé teszi (Gil et al., 2015; Calcagníand Lombardi, 2014; Gil and González-Rodríguez, 2012). Ez a megközelítés növeli az értékelés változékonyságát és a pontosságát, amit a hagyományos Likert skála nem tesz lehetővé.

A szolgáltatásminőség szakirodalmában számos olyan kezdeményezésnek lehetünk tanúi, amelyek a fuzzy logika és értékelés alkalmazása felé való elmozdulást sürgetik (Lin, 2010b), egyúttal növekednek a hagyományos szolgáltatásminőség modellekhez kapcsolódó módszertanok finomítására, kiterjesztésére irányuló kísérletek (Chien és Tsai; 2000; Liu et al., 2015; Mashha-

diabdo et al., 2014; Lupo, 2016; Zhang et al., 2010). Liou és Chen (2006) azt bizonyítja, hogy a szolgáltatásminőség fuzzy nyelvi értékelése jobban modellezi az emberi gondolkodást, mint az ún. „éles” számok alkalmazása.

A felsőoktatási szolgáltatásminőség esetében is tanúi lehetünk a fuzzy értékelő skálák egyre szélesebb körű alkalmazásának. Basaran et al. (2011), Lalla et al. (2005) olyan megközelítést javasolnak, amelyek a fuzzy logikát az oktatási teljesítmény hallgatói értékelése során implementálják. Büyüközkan et al. (2007) a fuzzy logika alkalmazását e-learning weboldalak minőségének értékelése esetében mutatják be. Yu et al. (2016) olyan fuzzy nyelvi skálát fejlesztenek ki, amely e-learning rendszerek elégedettségi mutatójának konstruálását teszi lehetővé. Lupo (2013) a SERVQUAL módszer fuzzy logikán alapuló módosítását hajtja végre az oktatásminőség mérések és értékelések megbízhatóságának növelése érdekében. Rouyendegh és Erkan (2013) fuzzy logikán alapuló módszertant mutat be az oktatói kiválasztási folyamatban, Hameed (2011) pedig hallgatói értékelési rendszerben.

A fuzzy halmazok tagsági függvényei többféle alakot ölthetnek (1. ábra). A fuzzy logikát alkalmazó, fentiekben említett szolgáltatásminőség szakirodalmak többsége háromszög vagy trapéz alakú tagsági függvényt használ annak ellenére, hogy azok sok esetben nincsenek teljes összhangban az emberi gondolkodással és értékeléssel, mivel ezekben az esetekben a tagsági függvény meredeksége a teljes intervallumban állandó (pl. Hameed, 2011). A valóságban a válaszadó értékelése csak kismértékben változik azon pontok körül, amelyek az értékelő által adott legrosszabb és legjobb értékelést testesítik meg, és ugyanez igaz arra a pontra, amely az értékelő szerint leginkább kifejezi véleményét, ítéletét. Hameed (2011) bemutatja a háromszög alakú tagsági függvények hátrányait, és egy ún. Gauss alakú tagsági függvényt javasol hallgatói értékelések megbízhatóságának növelése érdekében.



1. ábra. Háromszög, trapéz, Gauss és szigmoid tagsági függvények

A fenti tulajdonságok figyelembe vételével módszertanunk egy olyan tagsági függvény alkalmazásán alapszik, amely egy növekvő és csökkenő szigmoid függvényből áll, felhasználva a szigmoid függvény azon kedvező tulajdonságát, hogy az előbb említett pontok környezetében értéke kevésbé élesen változik (Dombi, 2008; Dombi, 2009). Mivel a szigmoid függvény meredeksége nem konstans, alkalmazása fuzzy számok kialakításánál az emberi gondolkodás és értékelés precízebb kifejezését teszi lehetővé.

Dombi (2009) rugalmas egyenlőtlenység-modelljét alkalmazva a különböző értékelők által adott vélemények aggregálása egyszerű számításhoz vezet, mivel a tagsági függvények paramétereinek aggregálása a számtani és harmonikus átlag segítségével történik. Mindez jól támogatja a statisztikai elemzések céljait is, és egyúttal a menedzseri döntések megbízhatóságát növeli.

2.1 A hallgatói értékelések szerepe az OOV folyamatban

A vonatkozó szakirodalom és elérhető nemzetközi gyakorlatok alapján a 2015/2016-os tanévben indult útjára az oktatók oktatói értékelése (Samson és McCrea, 2008; Ihsan et al., 2012; Washer, 2006; Blackmore, 2005; Courneya et al., 2008; Brent and Felder, 2004). Az egész félévet felölelő értékelési folyamatban alkalmazott kérdőívek értékelési szempontjai kiterjednek az oktató órai teljesítményének, a zárthelyik, vizsgák, valamint a félévi teljesítmény átfogó értékelésére. A legtöbb értékelési szempont esetében az értékelők 1-5 Likert skálán fejezik ki véleményüket (Tóth et al., 2017a). Mind a hallgatók, mind az értékelő kollégák esetében alkalmazott kérdőív mellett lehetőséget nyújtott szöveges vélemények kifejtésére is.

Miután a felsőoktatás legfontosabb érdekelt felei a hallgatók (pl. Owlia and Aspinwall, 1996; Hill, 1995; Mizikaci, 2006) és a hallgatók azok, akik közvetlen kapcsolatban állnak az oktatókkal, a hallgatóságot tekintik az oktatásminőséggel kapcsolatos értékelések legfontosabb forrásának, adatgyűjtési bázisának. A hallgatói értékelésekkel kapcsolatban azonban számos probléma merül fel. Az oktatásminőség megítélése során a hallgatók általában figyelembe veszik az oktatóval kialakult kapcsolatukat, még akkor is, ha az értékelés célja az objektív adatgyűjtés. Emellett a hallgatók hatnak egymás véleményére, így egyfajta közös „véleményt”, értékelést fejeznek ki a minőséggel kapcsolatban. A harmadik probléma, amely a hallgatói értékelésekkel kapcsolatban felmerül, az az észlelés, érzékelés változása az idő múlásával. A hallgatók egészen más érzésekkel bírnak a zárthelyikről vagy vizsgákról kilépve, vagy amikor megismerik az elért eredményüket, vagy a félév végén, a kurzus, tantárgy teljesítésekor. Azt jelenti, hogy az oktatásminőséggel, ill. annak bizonyos dimenzióival kapcsolatos véleményük folyamatosan változik.

A fentiekben említett, az oktatásminőség megítélését befolyásoló kérdések különböző, de párhuzamosan létező észleléseket és véleményeket eredményeznek. Emellett az oktatói teljesítmény sem egyenletes, változik mind egy-egy tanórán belül, mind a szemeszter során. Ilyen helyzetekben meglehetősen nehéz az értékelőnek egyetlen számmal jellemezni a teljesítményt. Ha az érté-

kelőeknek hagyományos Likert skálán kell a véleményüket egyetlen számérték kiválasztásával kifejezni, akkor az így jelölt érték egyfajta „átlagos” értékelését tükrözi az adott órai vagy féléves teljesítménynek. Az így előálló átlagos teljesítmény ritkán reprezentatív és általában nem is elegendő bizonyíték ahhoz, hogy oktatási és oktatói erősségeket és gyengeségeket azonosítsanak. Továbbá ezen értékelések alapján számított statisztikai mutatószámok (mint pl. az átlag, a terjedelem vagy a szórás) sokkal inkább az egyes értékelők (hallgatók) értékelése, véleménye közötti különbségeket tükrözik semmint az oktatói teljesítmény valós ingadozását.

A Likert skálás értékeléseket kiegészítő szöveges értékelések, vélemények is kulcsfontosságú szerepet töltenek be, amelyet az OOV folyamatában a legtöbb oktató szívesen fogadott mind szóban, mind írásban. E szöveges értékelések képesek az oktatói teljesítmény ingadozását vagy a hallgatói észlelések különbözőségét kifejezni. Azonban a szöveges értékelések nehezen elemezhetőek és kevés olyan egyszerűen alkalmazható módszer áll rendelkezésre, amely lehetővé teszi a nyelvi visszacsatolások feldolgozását. Ennek az az eredménye, hogy hiányosan dolgozzák fel és csatolják vissza az így szerzett ismereteket. Ez egyúttal azt is jelenti, hogy ha csak a számszerű értékelésre alapozzuk az oktatói teljesítmény megítélését, és kizárólag az alapján végzünk összehasonlítást, az ismeretek egy meghatározó része vagy elvész, vagy egyáltalán nem vesszük figyelembe, amely természetesen nem szolgál menedzsment célokat.

Figyelembe véve a fuzzy Likert skála előnyös tulajdonságait, amelyek lehetőséget teremtene a hallgatói értékelésekkel kapcsolatosan felmerült nehézségek kezelésére, egy pilot fuzzy szám alapú értékelést indítottunk útjára 2016 szeptemberében. A célunk az volt, hogy tapasztalatot nyerjünk a fuzzy szám alapú értékelésben, és annak alkalmazási előnyeit az oktatási és oktatói teljesítmény értékelése esetében vizsgáljuk. A fuzzy Likert skálák alkalmazását, az általuk szolgáltatott előnyöket most a hallgatói kérdőívekből származó értékelések példáján keresztül mutatjuk be. Az értékelés 8 szempontja az alábbi volt:

- D1 – A felkészüléshez szükséges segédanyagok elérhetősége, hozzáférhetősége;
- D2 – A számonkérés körülményeinek kulturáltsága, légköre;
- D3 – A számonkérés menetének, szabályainak ismertetése, kommunikációja;
- D4 – A feladatok, kérdések egyértelműsége;
- D5 – A számonkérés összhangja az oktató által kihirdetett elvárásokkal;
- D6 – Az eredményszámítás módjának egyértelműsége;
- D7 – A számonkérést megelőző konzultáció színvonala (ha volt ilyen);
- D8 – A megtekintés színvonala, körülményei.

E célra kiválasztottuk 5 tantárgy 7 zárthelyi alkalmát, amelyet követően azonnali visszajelzéseket kértünk a hallgatóktól. Minden egyes zárthelyi

után, tárgyanként átlagosan 10-15 hallgató értékelte fuzzy skálán a hallgatói számonkérésekkel kapcsolatos oktatói teljesítménydimenziókat, így összesen 85 kitöltött kérdőívet gyűjtöttünk össze. A minta reprezentativitását azzal biztosítottuk, hogy a hallgatói névsor alapján véletlenszerűen választottuk ki a fuzzy értékelést adó hallgatókat. Egy-egy alkalommal a kurzuslétszám átlagosan 15%-a vett részt az ilyen típusú válaszadásban.

Az értékelés során 1-5 terjedő skálát 0,25-ös egységekre való bontásban alkalmaztuk annak érdekében, hogy a hallgatók az értékelésüket minél pontosabban fejezhessék ki. A 0,25 egységeket tartalmazó 1-5 skálán minden hallgató a számonkérés során a D1-D8 dimenzióknál 3 értéket adott meg: egyet, amely szerinte leginkább kifejezi a teljesítményt, emellett megadta azt az értéket, amelynél semmiképpen nem adna rosszabbat, valamint azt az értéket, amelynél semmiképpen nem adna jobbat.

A fuzzy számokra alapozott értékeléssel párhuzamosan hagyományos Likert skálát is alkalmaztunk annak érdekében, hogy a kétfajta kérdőív alapján kapott eredményeket összevegyük, és bemutassuk a fuzzy Likert skálák nyújtotta előnyöket. Az általunk tapasztaltak összhangban állnak Gil et al. (2015) eredményeivel.

A hagyományos, Likert skálás értékelés során számos olyan korlátozó tényezőt találtunk, amelyek e típusú értékeléssel szükségszerűen együtt járnak. A résztvevői visszajelzések alapján három lényeges problémát kell kiemelnünk: az értékelések között jelenlévő bizonytalanság, az oktatói teljesítmény ingadozása a szemeszter során, valamint azon módszerek hiánya, amelyek lehetővé tennék a véleményezők által a hagyományos Likert skálás kiegészítéseként megjelenő szöveges értékeléseket, véleményeket (Tóth et al., 2017b). E problémák formálták a kutatási kérdést: hogyan lehet a felsőoktatási környezetben zajló mérések és értékelések megbízhatóságát növelni a fuzzy logika segítségével?

3 Módszertan

3.1 Fuzzy számok mint két lágú egyenlőtlenség metszetei

A bemutatásra kerülő módszerben a Likert skála értékeit fuzzy számok reprezentálják. Az értékelés során a válaszadó tehát nem egy konkrét értéket, hanem egy fuzzy számmal adott „körülbelül” értéket választ. A fuzzy számok tagsági függvényeinek megadásához szigmoid függvényeket használtunk.

1. Definíció. Az a és λ paraméterekkel adott $\sigma_a^{(\lambda)}(x)$ szigmoid függvény:

$$\sigma_a^{(\lambda)}(x) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda(x-a)}}, \quad (1)$$

ahol $x, a, \lambda \in \mathbb{R}$, továbbá $\lambda \neq 0$.

A $\sigma_a^{(\lambda)}(x)$ szigmoid függvény legfontosabb tulajdonságai Dombi (2009) alapján a következők:

Értékkészlet: A $\sigma_a^{(\lambda)}(x)$ függvény értékkészlete a $(0, 1)$ intervallum.

Folytonosság: A $\sigma_a^{(\lambda)}(x)$ függvény folytonos a valós számok \mathbb{R} halmazán.

Menete: (i) Ha $\lambda > 0$, akkor a $\sigma_a^{(\lambda)}(x)$ függvény szigorúan monoton növekvő;
 (ii) Ha $\lambda < 0$, akkor a $\sigma_a^{(\lambda)}(x)$ függvény szigorúan monoton csökkenő.

Határértékek:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sigma_a^{(\lambda)}(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } \lambda > 0 \\ 0, & \text{ha } \lambda < 0, \end{cases} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sigma_a^{(\lambda)}(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } \lambda < 0 \\ 0, & \text{ha } \lambda > 0. \end{cases} \quad (3)$$

A függvény paramétereinek szerepe: (i) A függvény a paramétere az a hely, ahol a $\sigma_a^{(\lambda)}(x)$ függvény értéke 0,5;

(ii) A $\sigma_a^{(\lambda)}(x)$ függvénygörbe meredeksége az a helyen $\lambda/4$, azaz a λ paraméter a függvény érintőjének meredekségét határozza meg az a helyen. A λ paraméter előjelétől függően a függvény szigorúan monoton növekvő vagy csökkenő.

A 2. ábra a $\sigma_a^{(\lambda)}(x)$ függvény grafikonjára mutat néhány példát. A rugalmas egyenlőtlenség-modell (Dombi, 2009) alapján az alábbi definíciókat alkalmazzuk, ahol az l és r indexek rendre a fuzzy számok bal és jobb oldalát alkotó függvények jelölésére szolgálnak.

2. Definíció. Az $\{a_l <_{(\lambda_l)} x\}$ lágy egyenlőtlenség a következő szigmoid függvénnyel adott:

$$\{a_l <_{(\lambda_l)} x\} = \sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda_l(x-a_l)}}, \quad (4)$$

ahol $a_l, \lambda_l \in \mathbb{R}$, $\lambda_l > 0$.

A klasszikus logikában egy ítélet vagy igaz, vagy hamis, ezért egy $a_l < x$ reláció igazságértéke is e két logikai érték közül pontosan az egyikkel egyenlő. A továbbiakban a logikai igaz értéket 1-gyel, a logikai hamis értéket 0-val jelöljük. Érdeemes megjegyezni, hogy ezek az $\{a_l < x : x \in \mathbb{R}\}$ halmaz karakterisztikus függvényének értékei.

Az $\{a_l <_{(\lambda_l)} x\}$ lágy egyenlőtlenség az $a_l < x$ reláció igazságértékét fejezi ki a $(0, 1)$ skálán, azaz $\{a_l <_{(\lambda_l)} x\}$ egy folytonos logikai kifejezés, amelynek lehetséges értékei a $(0, 1)$ intervallum elemei. Ez a lágy egyenlőtlenség paraméteres, azaz értéke függ a λ_l paraméter értékétől. Tekintve, hogy λ_l pozitív, minél nagyobb x értéke, annál nagyobb az $a_l < x$ egyenlőtlenség igazságértéke. Érdeemes megjegyezni, hogy a λ_l paraméter a lágy egyenlőtlenség $\{a_l <_{(\lambda_l)} x\}$ „élességét” adja meg. A következő Lemma alapján az $\{a_l <_{(\lambda_l)} x\}$ lágy egyenlőtlenség az éles $a_l < x$ egyenlőtlenség általánosításának tekinthető.

1. Lemma. Ha $\lambda_l \rightarrow \infty$, akkor $\{a_l <_{(\lambda_l)} x\} = \sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x) \rightarrow H_{a_l}(x)$, ahol

$$H_{a_l}(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x < a_l \\ 0.5 & \text{ha } x = a_l \\ 1 & \text{ha } x > a_l. \end{cases} \quad (5)$$

Bizonyítás. Tegyük fel, hogy $\lambda_l > 0$, így $-\lambda_l < 0$, tehát

$$\lim_{\lambda_l \rightarrow \infty} e^{-\lambda_l(x-a_l)} = \begin{cases} \infty & \text{ha } x < a_l \\ 1 & \text{ha } x = a_l \\ 0 & \text{ha } x > a_l \end{cases}, \quad (6)$$

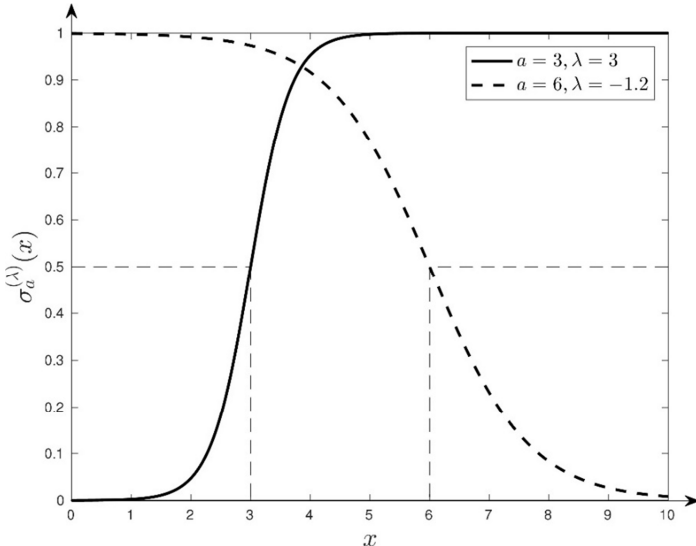
amelyből a lemma állítása egyenesen következik. □

Az 1. Lemma alapján tehát, ha $a_l < x$ és $\lambda_l \rightarrow \infty$, akkor az $\{a_l <_{(\lambda_l)} x\}$ kifejezés értéke, amely az „ x nagyobb, mint a_l ” reláció folytonos logikai értéke, 1-hez konvergál, azaz ekkor az $a_l < x$ egyenlőtlenség fennáll a hétköznapi, „éles” értelemben is. A 2. ábrán látható folytonos vonallal jelölt grafikon egy olyan szigmoid függvény grafikonja, amely a $\{3 <_{(\lambda_l)} x\}$ lágy egyenlőtlenséget definiálja, ahol $\lambda_l = 3$. Ezen az ábrán azt látjuk, hogy minél nagyobb x értéke, annál inkább közel van 1-hez a $\{3 <_{(\lambda_l)} x\}$ igazságérték, azaz az „ x nagyobb, mint 3” ítélet igazságértéke.

3. Definíció. Az $\{a_r >_{(\lambda_r)} x\}$ lágy egyenlőtlenség a következő szigmoid függvénnnyel adott:

$$\{a_r >_{(\lambda_r)} x\} = \sigma_{a_r}^{(\lambda_r)}(x) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda_r(x-a_r)}}, \quad (7)$$

ahol $a_r, \lambda_r \in \mathbb{R}$, $\lambda_r < 0$.



2. ábra. A szigmoid függvény grafikonja különböző paraméterértékek esetén

Az 1. és 2. Definícióval megadott egyenlőtlenségek lehetővé teszik, hogy a válaszadó kifejezze, hogy mennyire tart egy bizonyos x teljesítményértéket nagyobbnak a_l -nél, vagy kisebbnek, mint a_r . E két lágy egyenlőtlenség két fuzzy halmazt reprezentál, amelyek tagsági függvényei rendre $\sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x)$ és $\sigma_{a_r}^{(\lambda_r)}(x)$. Azaz, bármilyen x érték esetén a $\sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x)$ és $\sigma_{a_r}^{(\lambda_r)}(x)$ függvények az x teljesítményérték tagsági függvényei az a_l -nél nagyobb és az a_r -nél kisebb értékeket tartalmazó fuzzy halmazokban. A szóban forgó két fuzzy halmaz Dombi-féle metszete a lágy $\{a_l <_{(\lambda_l)} x <_{(\lambda_r)} a_r\}$ intervallumot adja meg. E két fuzzy halmaz metszetét a Dombi-féle metszet operátorral (Dombi, 2008) előállítva a metszet fuzzy halmaz tagsági függvénye egyszerű alakot ölt.

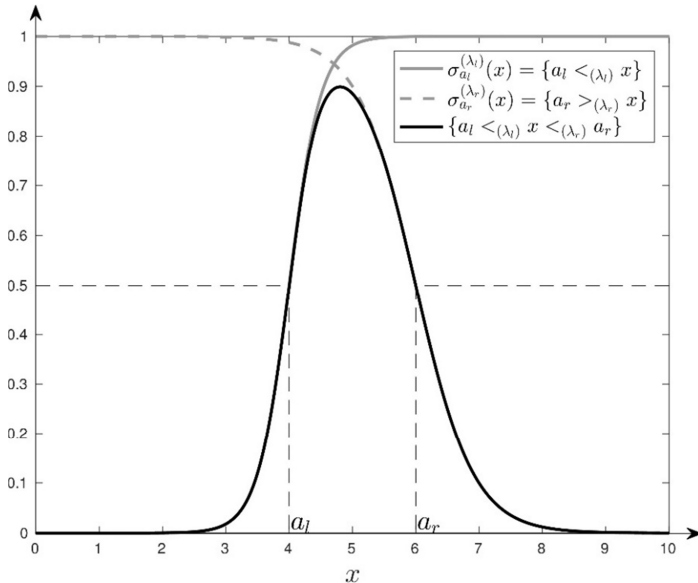
4. Definíció. A $\mu_{A_1}(x)$ tagsági függvénnyel adott \mathbf{A}_1 fuzzy halmaz és a $\mu_{A_2}(x)$ tagsági függvénnyel adott \mathbf{A}_2 fuzzy halmaz Dombi-féle metszete a $\mu_{A_1 \cap A_2}(x)$ tagsági függvénnyel adott fuzzy halmaz:

$$\mu_{A_1 \cap A_2}(x) = \mu_{A_1}(x) *_{(D)} \mu_{A_2}(x) = \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{1 - \mu_{A_1}(x)}{\mu_{A_1}(x)} \right)^\alpha + \left(\frac{1 - \mu_{A_2}(x)}{\mu_{A_2}(x)} \right)^\alpha \right)^{1/\alpha}}, \quad (8)$$

ahol $\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x) \in (0, 1)$, $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha > 0$, míg $*_{(D)}$ a Dombi-féle metszetet jelöli.

Az $\alpha = 1$ érték mellett a Dombi-féle metszetképzést a $\sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x)$ és $\sigma_{a_r}^{(\lambda_r)}(x)$ függvényre alkalmazva a következő eredményhez jutunk:

$$\{a_l <_{(\lambda_l)} x <_{(\lambda_r)} a_r\} = \sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x) *_{(D)} \sigma_{a_r}^{(\lambda_r)}(x) = \frac{1}{1 + \frac{1 - \sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x)}{\sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x)} + \frac{1 - \sigma_{a_r}^{(\lambda_r)}(x)}{\sigma_{a_r}^{(\lambda_r)}(x)}}. \quad (9)$$



3. ábra. Egy növekvő és egy csökkenő szigmoid függvény metszetéből előállított fuzzy szám

Alkalmazva a 2. és a 3. Definíciót:

$$\begin{aligned} \{a_l <_{(\lambda_l)} x <_{(\lambda_r)} a_r\} &= \sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x) *_{(D)} \sigma_{a_r}^{(\lambda_r)}(x) = \\ &= \frac{1}{1 + e^{-\lambda_l(x-a_l)} + e^{-\lambda_r(x-a_r)}} \end{aligned} \quad (10)$$

A 3. ábra egy növekvő és egy csökkenő szigmoid függvény metszeteként előállított fuzzy halmazt mutat.

A következő tétel a szigmoid függvényekkel megadott „ a kisebb, mint x ” típusú lágy egyenlőtlenségek egy gyakorlati szempontból előnyös tulajdonságát mutatja.

1. Tétel. Minden $\alpha \in (0, 1)$ vágatra, ha $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}$, $w_1, \dots, w_n > 0$, $\lambda_1, \dots, \lambda_n > 0$, és

$$\{a_1 <_{(\lambda_1)} x_1\} = \{a_2 <_{(\lambda_2)} x_2\} = \dots = \{a_n <_{(\lambda_n)} x_n\} = \alpha, \quad (11)$$

akkor

$$\{a <_{(\lambda)} w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n\} = \alpha, \quad (12)$$

ahol

$$a = \sum_{i=1}^n w_i a_i, \quad (13)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\lambda_i}. \quad (14)$$

Bizonyítás. A 2. Definíció szerint

$$\{a_i <_{(\lambda_i)} x_i\} = \frac{1}{1 + e^{-\lambda_i(x_i - a_i)}}, \quad (15)$$

ahol $\lambda_i > 0$, $i = 1, \dots, n$. A tétel feltétele szerint $\{a_i <_{(\lambda_i)} x_i\} = \alpha$, ezért minden $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ esetén

$$\frac{1}{1 + e^{-\lambda_i(x_i - a_i)}} = \alpha. \quad (16)$$

Mivel a (16) képletben szereplő szigmoid függvény szigorúan monoton növekvő, az α értéket pontosan az

$$x_i = -\frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{1 - \alpha}{\alpha} + a_i \quad (17)$$

helyen veszi fel. Ez utóbbi egyenletből következik a

$$\sum_{i=1}^n w_i x_i = -\ln \frac{1 - \alpha}{\alpha} \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\lambda_i} + \sum_{i=1}^n w_i a_i \quad (18)$$

egyenlőség. Bevezetve az

$$a = \sum_{i=1}^n w_i a_i, \quad (19)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\lambda_i}. \quad (20)$$

helyettesítéseket, (18) a következő alakot ölti:

$$\sum_{i=1}^n w_i x_i = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{1-\alpha}{\alpha} + \alpha. \quad (21)$$

Ez utóbbi egyenlőségből α -t kifejezve azt kapjuk, hogy

$$\frac{1}{1 + e^{-\lambda(\sum_{i=1}^n w_i x_i - \alpha)}} = \alpha, \quad (22)$$

amely a 2. Definíció szerint azt jelenti, hogy

$$\{a <_{(\lambda)} w_1 x_1 + w_2 x_2 \dots + w_n x_n\} = \alpha. \quad (23)$$

Ezzel a tétel állítását beláttuk. \square

Az 1. Tétel a következőképpen értelmezhető. A hagyományos, „éles” értelemben, ha az

$$a_1 < x_1, \quad a_2 < x_2, \quad \dots, \quad a_n < x_n \quad (24)$$

egyenlőtlenségek mindegyike igaz, és $w_1, \dots, w_n > 0$, akkor a

$$w_1 a_1 + w_2 a_2 + \dots + w_n a_n < w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n \quad (25)$$

egyenlőtlenség szintén teljesül. Az 1. Tétel értelmében, ha az

$$\{a_1 <_{(\lambda_1)} x_1\}, \quad \{a_2 <_{(\lambda_2)} x_2\}, \quad \dots, \quad \{a_n <_{(\lambda_n)} x_n\} \quad (26)$$

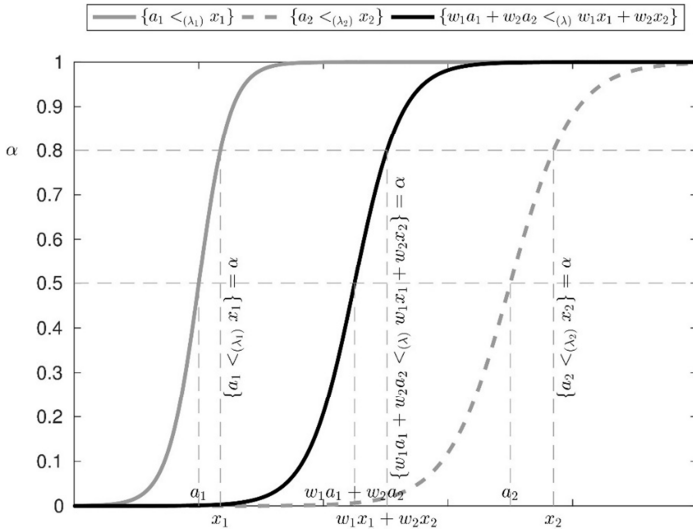
lágú egyenlőtlenségek mindegyikének α az igazságértéke és $w_1, \dots, w_n > 0$, akkor a

$$\{w_1 a_1 + w_2 a_2 + \dots + w_n a_n <_{(\lambda)} w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n\} \quad (27)$$

lágú egyenlőtlenség szintén α igazságértékkel teljesül ($\alpha \in (0, 1)$), ahol

$$\frac{1}{\lambda} = \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\lambda_i}. \quad (28)$$

A tétel gyakorlati szempontból fontos következménye, hogy ha az „ a kisebb, mint x ” típusú lágú egyenlőtlenségeket szigmoid függvényekkel reprezentáljuk, akkor ezen egyenlőtlenségek súlyozott összege szintén megadható szigmoid függvénnyel. A 4. ábra egy példát mutat be arra, hogyan adható meg az 1. Tétel alapján két, szigmoid függvénnyel adott „ a kisebb, mint x ” típusú egyenlőtlenség súlyozott összege.



4. ábra. Két, szigmoid függvénnyel adott „a kisebb, mint x” típusú egyenlőtlenség súlyozott összege

Hasonlóan az 1. Tételhez, a szigmoid tagsági függvénnyel adott „a nagyobb, mint x” típusú egyenlőtlenségek súlyozott összege is előállítható szigmoid függvény segítségével. Ezt fogalmazza meg a 2. Tétel.

2. Tétel. Minden $\alpha \in (0, 1)$ vágatra, ha $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}$, $w_1, \dots, w_n > 0$, $\lambda_1, \dots, \lambda_n < 0$, és

$$\{a_1 >_{(\lambda_1)} x_1\} = \{a_2 >_{(\lambda_2)} x_2\} = \dots = \{a_n >_{(\lambda_n)} x_n\} = \alpha, \quad (29)$$

akkor

$$\{a >_{(\lambda)} w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n\} = \alpha, \quad (30)$$

ahol

$$a = \sum_{i=1}^n w_i a_i, \quad (31)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{\lambda_i}. \quad (32)$$

Bizonyítás. A tétel az 1. Tétel bizonyításához hasonlóan belátható. \square

Az 1. és 2. Tételek következménye az alábbi tétel.

3. Tétel. Legyenek $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_n$ rendre a $\sigma_{a_1}^{(\lambda_1)}, \sigma_{a_2}^{(\lambda_2)}, \dots, \sigma_{a_n}^{(\lambda_n)}$, szigmoid függvényekkel mint tagsági függvényekkel megadott fuzzy halmazok, valamint legyen $\text{sgn}(\lambda_1) = \text{sgn}(\lambda_2) = \dots = \text{sgn}(\lambda_n)$, továbbá az \mathbf{A} fuzzy halmaz ezek lineáris kombinációja:

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^n w_i \mathbf{A}_i, \quad (33)$$

ahol $w_1, \dots, w_n > 0$ és $\sum_{i=1}^n w_i = 1$. Ekkor az \mathbf{A} halmaz szintén fuzzy halmaz a $\sigma_a^{(\lambda)}$ szigmoid tagsági függvényvel, ahol

$$a = \sum_{i=1}^n w_i a_i, \quad (34)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \sum_{i=1}^n w_i \frac{1}{\lambda_i}. \quad (35)$$

Bizonyítás. Mivel az 1. és 2. Tétel állításai tetszőleges $\alpha \in (0, 1)$ vágat esetén fennállnak, továbbá két fuzzy halmaz egyenlő, ha α -vágataik minden $\alpha \in (0, 1)$ esetén megegyeznek, ezért a tétel állítása teljesül. \square

A 3. Tétel következménye, hogy az $\{a_l <_{(\lambda_l)} x <_{(\lambda_r)} a_r\}$ formában adott fuzzy intervallumok bal és jobb oldalai, hasonlóan az egyenlőtlenségekhez, külön-külön összegeezhetők.

A szigmoid függvények a és λ paraméterei egyértelműen meghatározhatók a függvénygörbe két pontja alapján. Tekintve, hogy a szigmoid függvény csak határértékben veszi fel a 0, illetve az 1 értéket, a gyakorlati alkalmazások megkönnyítése érdekében célszerű két olyan pontot választani, ahol a függvényérték közel van 0-hoz és 1-hez. Legyen ε egy tetszőlegesen választott, kicsiny pozitív szám (pl. $\varepsilon = 0,001$, továbbá

$$y_0 = \varepsilon, \quad (36)$$

$$y_1 = 1 - \varepsilon. \quad (37)$$

Feltéve, hogy a $\sigma_a^{(\lambda)}$ szigmoid függvény az y_0 és az y_1 értéket veszi fel az x_0 illetve az x_1 helyen, a függvény a és λ paraméterei kifejezhetők az alábbi összefüggés segítségével:

$$a = \frac{x_0 \ln \frac{1-y_1}{y_1} - x_1 \ln \frac{1-y_0}{y_0}}{\ln \frac{1-y_1}{y_1} - \ln \frac{1-y_0}{y_0}} \quad (38)$$

$$\lambda = -\frac{\ln \frac{1-y_0}{y_0}}{x_0 - a}, \quad (39)$$

($x_0 \neq a$). Legyen l, m, r három „éles” érték, amelyekre teljesül, hogy $l < m < r$. Az értékeléstől azt várjuk, hogy a $\sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x)$ függvény rendre az ε és az $1 - \varepsilon$ értéket vegye fel az l , illetve az m helyen, és hasonlóan, $\sigma_{a_r}^{(\lambda_r)}(x)$ értéke rendre $1 - \varepsilon$, illetve ε legyen az m és az r helyen. Ehhez a függvények $a_l, \lambda_l, a_r, \lambda_r$ paramétereit a következők szerint kell megválasztanunk:

$$a_l = \frac{l + m}{2} \quad (40)$$

$$\lambda_l = \frac{2}{m - l} \ln \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \quad (41)$$

$$a_r = \frac{r + m}{2} \tag{42}$$

$$\lambda_r = \frac{2}{m - r} \ln \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon}. \tag{43}$$

Képezve a fenti paraméterekkel adott szigorúan monoton növekvő $\sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x)$ és a szigorúan monoton csökkenő $\sigma_{a_r}^{(\lambda_r)}(x)$ szigmoid függvények Dombi-féle metszetét, a következő tagsági függvény adódik:

$$\begin{aligned} \mu(x; l, m, r) &= \frac{1}{1 + e^{-\frac{2}{m-l} \ln \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} (x - \frac{l+m}{2})} + e^{-\frac{2}{m-r} \ln \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} (x - \frac{r+m}{2})}} = \\ &= \frac{1}{1 + \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{-\frac{2}{m-l} (x - \frac{l+m}{2})} + \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{-\frac{2}{m-r} (x - \frac{r+m}{2})}}. \end{aligned} \tag{44}$$

A $\mu(x; l, m, r)$ függvény ott maximális, ahol az

$$y(x) = \left(\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon}\right)^{-\frac{2}{m-l} (x - \frac{l+m}{2})} + \left(\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon}\right)^{-\frac{2}{m-r} (x - \frac{r+m}{2})} \tag{45}$$

függvénynek minimuma van. Tekintve, hogy az $y(x)$ függvény két konvex függvény összege, azon c hely, ahol a $\mu(x; l, m, r)$ függvénynek maximum van, a következő egyenlet megoldásával határozható meg:

$$\frac{dy(x)}{dx} = 0. \tag{46}$$

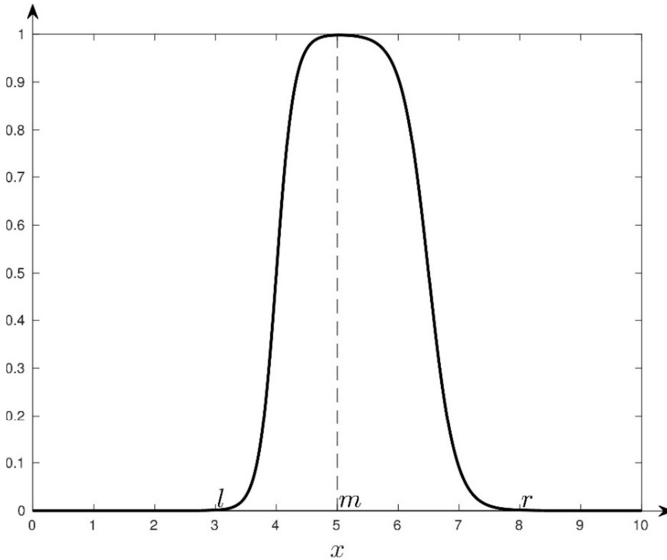
Az egyenlet megoldása:

$$c = \frac{(m - l)(m - r) \ln \frac{r-m}{m-l}}{2(l - r) \ln \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}} + m. \tag{47}$$

Az eredmények alapján a $\mu(x; l, m, r)$ függvény a „körülbelül c ” érték tagsági függvényének tekinthető. Továbbá, bizonyítható, hogy

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{(m - l)(m - r) \ln \frac{r-m}{m-l}}{2(l - r) \ln \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}} = 0, \tag{48}$$

azaz, ha ε nulla közeli értéket vesz fel, akkor $c \approx m$. Mivel gyakorlati megfontolásokból ε értéke egy kicsi pozitív szám (például $\varepsilon = 0.001$, a $\mu(x; l, m, r)$ tagsági függvény jól reprezentálja a „körülbelül m ” fuzzy számot.



5. ábra. A „körülbelül m ” teljesítményérték reprezentációja fuzzy számmal

Az 5. ábra a $\mu(x; l, m, r)$ tagsági függvényvel adott „körülbelül m ” teljesítményértéket reprezentáló fuzzy számot mutatja. Az ábra jól érzékelteti, hogy minél távolabb van x értéke az m értéktől, annál kevésbé igaz, hogy „ x körülbelül m értékű” és fordítva, minél közelebb van x értéke m értékéhez, annál nagyobb az „ x körülbelül m értékű” kijelentés igazságértéke. Azt, hogy egy m -hez közeli értéket mekkora mértékben tekintünk m -mel egyenlőnek, a $\mu(x; l, m, r)$ függvény paraméterei határozzák meg. Korábban láttuk, hogy

$$\mu(x; l, m, r) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda_l(x-a_l)} + e^{-\lambda_r(x-a_r)}}, \quad (49)$$

ahol a_l , λ_l , a_r és λ_r rendre a (40), (41), (42) és (43) képletekkel adottak. Mivel a $\mu(x; l, m, r)$ tagsági függvény bal és jobb oldalának meredeksége a λ_l , illetve λ_r paraméterértékektől függ, ezek pedig (41) és (43) alapján az l , m , r és ε paraméterek segítségével is kifejezhetők, e paraméterek változtatásával befolyásolható a függvény helyettesítési értéke az m hely környezetében.

3.2 A teljesítményértékelés egy lehetséges értelmezése

A korábbiakban bemutattuk, hogy egy tetszőleges x teljesítményérték esetén a $\mu(x; l, m, r)$ tagsági függvény jól reprezentálja az $\{x = m\}$ lágy egyenlőséget, azaz, a teljesítményértéket jellemző „ x körülbelül m értékű” egyenlőség jól leírható a $\mu(x; l, m, r)$ függvény segítségével. Az is belátható, hogy a $\mu(x; l, m, r)$ függvény értéke tetszőleges x esetén 0 és 1 közötti érték, és $x < c$ esetén a függvény szigorúan monoton növekvő, míg $x > c$ esetén szigorúan monoton csökkenő. Ebből következik, hogy pontosan két olyan hely van, jelölje ezeket $x_l^{(\alpha)}$ és $x_r^{(\alpha)}$ ($x_l^{(\alpha)} < x_r^{(\alpha)}$), ahol a $\mu(x; l, m, r)$ függvény értéke egy tetszőleges

$\alpha \in (0, \mu(c; l, m, r))$ értékkel egyenlő. Azaz, a $\mu(x; l, m, r)$ függvény tetszőleges α -vágata az $[x_l^{(\alpha)}, x_r^{(\alpha)}]$ intervallum, tehát:

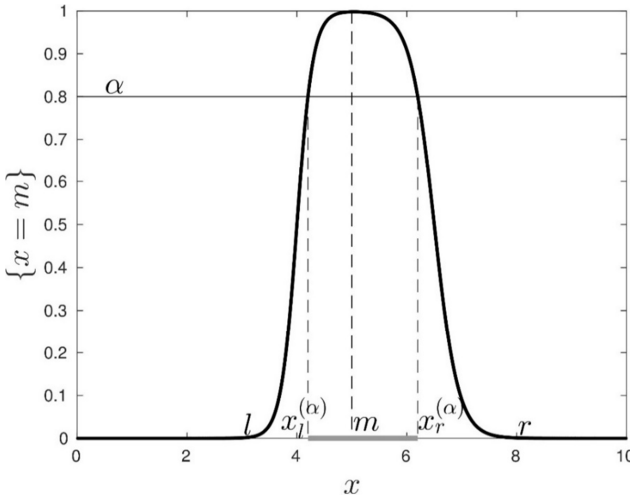
$$[x_l^{(\alpha)}, x_r^{(\alpha)}] = \{x : x \in \mathbb{R}, \mu(x; l, m, r) \geq \alpha\}. \tag{50}$$

A $\mu(x; l, m, r)$ függvény konstrukciójának köszönhetően, az α -vágatot határoló $x_l^{(\alpha)}, x_r^{(\alpha)}$ értékek a $\mu(x; l, m, r)$ függvény bal- és jobb oldali szigmoid komponensei segítségével egyszerűen meghatározhatók:

$$x_l^{(\alpha)} \approx -\frac{1}{\frac{2}{m-l} \ln \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}} \ln \frac{1-\alpha}{\alpha} + \frac{l+m}{2}, \tag{51}$$

$$x_r^{(\alpha)} \approx -\frac{1}{\frac{2}{m-r} \ln \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}} \ln \frac{1-\alpha}{\alpha} + \frac{r+m}{2}. \tag{52}$$

Fentiek alapján, a „körülbelül m ” értéket leíró $\mu(x; l, m, r)$ tagsági függvénnyel adott fuzzy számot teljesítményértékelésre alkalmazva, ha az észlelt teljesítményérték $x_l^{(\alpha)}$ és $x_r^{(\alpha)}$ közé esik, akkor azon állítás igazságtartalma, hogy a teljesítmény „körülbelül m ”, legalább α . Az α -vágatot határoló $x_l^{(\alpha)}$ és $x_r^{(\alpha)}$ értékek ezen interpretációját az 6. ábra szemlélteti.



6. ábra. A „körülbelül m ” teljesítményértéket reprezentáló fuzzy szám α -vágata ($\alpha = 0.8$)

4 Esettanulmány

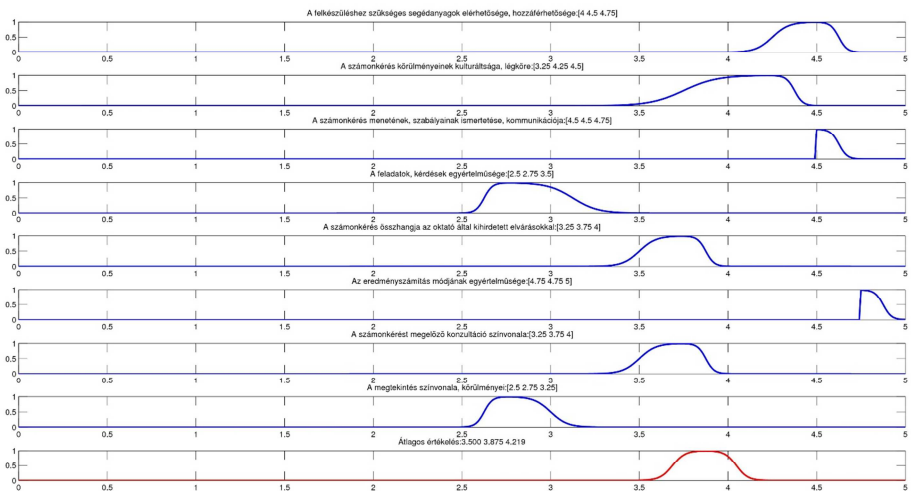
4.1 Oktatási teljesítmény fuzzy Likert skála alapú mérése

A hagyományos, Likert skálán alapuló értékelések hátrányainak kiküszöbölésére a 2016/2017-es tanév őszi félévében, egy pilotprojekt keretében 5 tantárgy összesen 7 zárthelyi dolgozata került kiválasztásra, amelyek után a

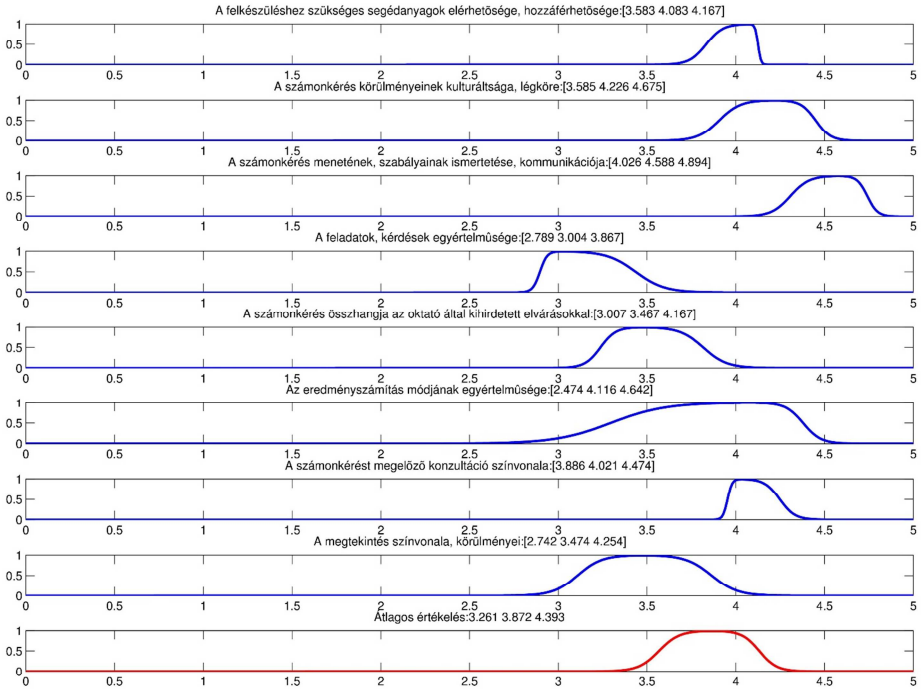
hallgatók az OOV számonkérésekre vonatkozó kérdéseit fuzzy Likert skálán is értékelhették. Összesen 85 fuzzy alapú hallgatói értékelést gyűjtöttünk össze 5, az Oktatók Oktatói Véleményezése program keretében értékelt oktató teljesítményére vonatkozólag.

A 2.1 fejezetben bemutatott 8 értékelési dimenzió mindegyikét a hallgatók három értékelés segítségével minősítették: egy olyan értékkel, amely szerintük leginkább kifejezi a teljesítményt, illetve egy-egy olyan értékkel, amelynél biztosan nem adna rosszabbat, illetve jobbat. A három érték segítségével a 3. fejezetben bemutatott módon állíthatók elő a fuzzy Likert skála egyes pontjait reprezentáló fuzzy számok.

A következőkben az egyes ábrák a különböző értékelési dimenziókban kapott eredményeket szemléltetik. A 7. ábra késsel jelölt fuzzy számai egy véletlenszerűen kiválasztott hallgató értékeléseit mutatják a vizsgálatba bevont 9 dimenzió mentén egy kiválasztott oktató teljesítményére (lásd Oktató 1) vonatkozólag, míg a piros fuzzy szám e 8 dimenzió átlagos értékelését testesíti meg, amelyet a 3. fejezetben bemutatott, Dombi-féle rugalmas egyenlőtlenység-modell segítségével állítottunk elő. A 7. ábrán látható, hogy a hallgatói bizonytalanság növekedésével, illetve az oktatói teljesítmény ingadozásával együtt a fuzzy számok végpontjai is távolabb kerülnek annak középpontjától. Az ábra alapján tehát megállapítható, hogy az érintett oktató teljesítménye a számonkérés menetének, szabályainak ismertetése és az eredményszámítás módjának egyértelműsége dimenziók mentén kevésbé, míg más dimenziók, például a számonkérés körülményeire vonatkozó értékelési szempontok tekintetében jobban ingadozik. A hallgatói értékítélet e bizonytalanságát, vagy az oktatói teljesítmény ingadozását ugyanakkor a hagyományos Likert skálák nem képesek megjeleníteni vagy érzékeltetni, hiszen az abból számolt szórásertékek nem egy-egy értékelő véleményének bizonytalanságát, hanem a különböző értékelők véleményei közötti eltérést számszerűsítik.



7. ábra. Egyetlen hallgató által adott fuzzy értékelések és azok átlaga Oktató 1 esetében



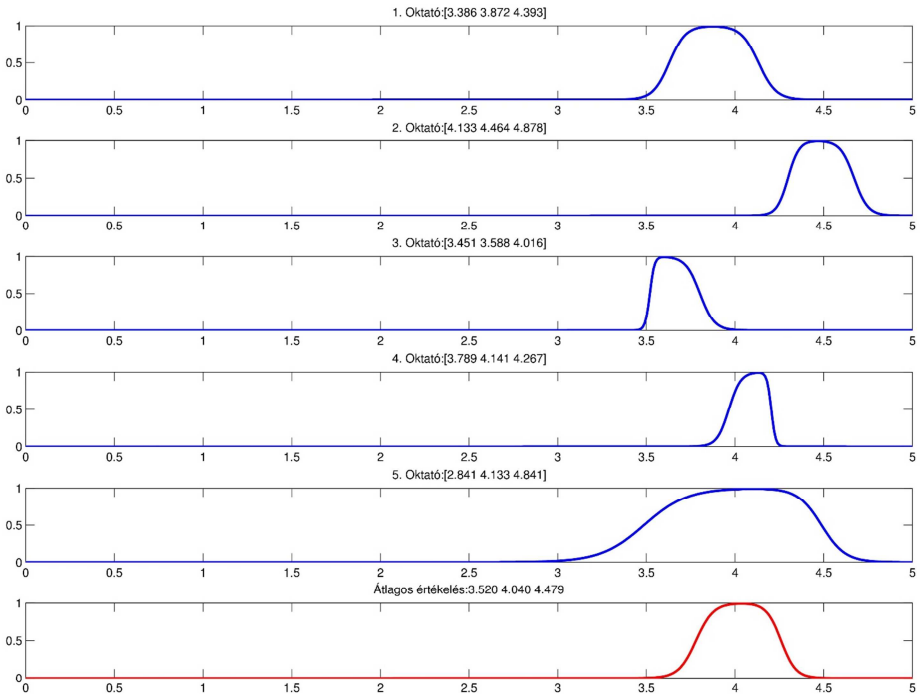
8. ábra. Az Oktató 1 átlagos teljesítménye az egyes értékelési dimenziókban (kékkel) és összesítve (pirossal)

Ugyanezen oktató (Oktató 1) valamennyi – összesen tizenkét – hallgatói értékeléseinek átlagát a 8. ábra szemlélteti. Az ábrán kékkel jelölt fuzzy számok az adott oktatót értékelő valamennyi hallgatói értékelések átlagát reprezentálják a számonkérések értékeléséhez kapcsolódó 8 dimenzióban, míg ezek átlaga, a pirossal jelölt fuzzy szám az oktató átlagos teljesítményét szimbolizálja, figyelembe véve valamennyi értékelési dimenziót és valamennyi hallgató értékelését.

Az 1. táblázat a fuzzy számok paramétereit tartalmazza, emellett szemlélteti minden egyes értékelési szempont átlagos értékelését, valamint az éles értékelések várható értékeire vonatkozó 95%-os konfidenciaintervallum határait. Megállapítható, hogy a fuzzy számok közepei, amelyek a legvalószínűbb értékelést testesítik meg, és az éles értékelések várható értékei között nincsenek szignifikáns különbségek. Az éles értékelések várható értékeire vonatkozó 95%-os konfidenciaintervallumok szélessége és elhelyezkedése többnyire egybeesik a fuzzy értékeléssel, azonban az átlagos éles értékelések esetében – amelynek becslésekor egy nagyobb minta állt rendelkezésre –, a konfidenciaintervallum valamivel szűkebb. Hangsúlyozni kell azonban, hogy az „éles”, hagyományos Likert skálán kapott adatok szórásai kizárólag a különböző válaszadók értékelései közötti különbséget reprezentálják. Ezzel szemben a fuzzy Likert skála alkalmas arra, hogy ugyanazon értékelő véleményének bizonytalanságát is megjelenítse.

Értékelési szempontok	F u z z y s z á m			É l e s é r t é k e l é s 95%-os intervallum			
	Bal	Közép	Jobb	Átlag	Szórás	alsó határa	felső határa
A felkészüléshez szükséges segédanyagok elérhetősége	3.583	4.083	4.167	3.917	0.515	3.589	4.244
A számonkérés körülményeinek kulturáltsága, légköre	3.585	4.226	4.675	4.167	0.835	3.636	4.697
A számonkérés menetének, szabályainak ismertetése	4.026	4.588	4.894	4.583	0.669	4.159	5.008
A feladatok, kérdések egyértelműsége	2.789	3.004	3.867	3.250	1.055	2.579	3.921
A számonkérés összhangja a kihirdetett elvárásokkal	3.007	3.467	4.167	3.583	0.996	2.950	4.216
Az eredményszámítás módjának egyértelműsége	3.474	4.116	4.642	4.083	0.996	3.450	4.716
A számonkérést megelőző konzultáció színvonala	3.886	4.021	4.474	3.917	1.165	3.177	4.657
A megtekintés színvonala, körülményei	2.742	3.474	4.254	3.750	1.422	2.846	4.654
Átlagos értékelés	3.386	3.872	4.393	3.906	0.789	3.451	4.362

1. táblázat. Az 1. Oktató teljesítményének értékeléséhez használt értékelési dimenziókhoz kapcsolódó fuzzy számok paraméterei és az éles értékelések várható értékére vonatkozó 95%-os konfidenciaintervallumok határai



9. ábra. Az egyes oktatók átlagos teljesítménye (kékkel), és az értékelésbe bevont valamennyi oktató átlagos értékelése (pirossal)

Az Oktató 1-hez hasonlóan minden egyes értékelési szempont esetében kiszámítottuk az átlagos teljesítményt a vizsgálatba bevont további négy oktató esetében is, az így kapott eredményeket, valamint a fuzzy értékelésből származó előnyöket szemlélteti a 9. ábra.

Az ábrán jól nyomon követhető, hogy az Oktató 4 és Oktató 5 teljesítménye közel azonos (a fuzzy számok közepei: 4,141 és 4,133), azonban az Oktató 5 esetében jól látható módon vagy a hallgatói értékelések vagy az oktatói teljesítmény kiegyensúlyozatlan. Ha a tradicionális Likert skálás értékeléseket vesszük alapul, akkor szinte lehetetlen különbséget tenni a két oktató teljesítménye között, hiszen az Oktató 4 teljesítményének átlagos értékelése 4,026 (szórása 0,897), míg az Oktató 5 esetében ugyanez az érték 4,017 (szórása 0,921). A tradicionális Likert skálán adott éles értékelések átlagai és a fuzzy Likert skálán fuzzy számok segítségével megvalósuló értékelés paraméterei alapján összehasonlítható a két módszertan. A fuzzy számokon nyugvó értékelés több információt tartalmaz az oktatói teljesítménnyel kapcsolatban, mint a hagyományos értékelés, ugyanis az előbbi a hallgatói véleményeket pontosabban képes leképezni, mivel maga a fuzzy módszertan alkalmas arra, hogy kifejezze az oktatói teljesítmény szemeszter során bekövetkező változását, vagy tükrözze a különböző hallgatói véleményeket.

5 Összefoglalás

Az első eredmények alapján megállapítottuk, hogy a bemutatott módszertan lehetőséget nyújt arra, hogy a tradicionális Likert skálán nyugvó értékelésekkel együtt járó nehézségeket kezeljük. Ennek alkalmazását az Oktatók Oktatói Véleményezése programban gyűjtött hallgatói értékelések példáján keresztül demonstráltuk. A fuzzy értékelésen és Dombi modelljén nyugvó módszertan lehetővé teszi, hogy összehasonlítsuk a különböző oktatói teljesítményeket, jó gyakorlatokat és fejlesztési lehetőségeket azonosítsunk. A cikkben bemutatott eredmények a fuzzy alapú értékelés további hasznosítási lehetőségeit vetik fel.

A fuzzy számok oktatói teljesítmény értékelése során megvalósuló alkalmazása lehetővé teszi, hogy az értékelésekben kódolt információ mennyiségét növelni lehessen. Ez nemcsak az elemzések statisztikai szempontú megközelítése miatt előnyös, hanem megteremti annak a lehetőségét, hogy többféle információt vegyünk figyelembe az oktatói teljesítmény értékelésekor, az oktatói jó gyakorlatok azonosításakor. Ezzel párhuzamosan csökkenhet az olyan, statisztikailag nem, vagy nehezebben feldolgozható szöveges vélemények száma, amelyek az értékelt oktató teljesítményének ingadozására, vagy az értékelő véleményének bizonytalanságára vonatkoznak.

Az oktatói teljesítmények értékelése mellett a bemutatott módszertan alkalmazása minden olyan esetben felmerülhet, ahol hagyományosan Likert skálás értékelés valósul meg, így pl. a hallgatói értékelések egyéb formáinál (pl. szemeszter végi tantárgyi értékelések), munkatársi értékelések esetében is, mivel ezekben az esetekben ugyanazok a problémák merülnek fel az értékelés

során, mint amelyeket cikkünk korábbi részeiben felvetettünk. Ezek nemcsak alacsony válaszadási arányt eredményezhetnek, de az ilyen értékelésekből származó eredmények megbízhatósága megkérdőjelezhető. Az egyes felső-oktatási érdekelt felek oktatási szolgáltatásminőséggel kapcsolatos percepciói meglehetősen nagy változatosságot mutatnak, az ezzel kapcsolatos értékelések hagyományos Likert skálán való megjelenítése nehézkes. A fuzzy számok alkalmazásával azonban az értékelő nem csak egyetlen értéket választ a lehetőségek közül (amely legjobban kifejezi az ítéletét, véleményét), hanem emellett az adott értékelési szempont mentén egy-egy értékkel fejezi ki a legoptimistább és legpesszimistább értékelését is.

5.1 További kutatási irányok

Az eredmények értékelt oktatók felé történő visszacsatolása mellett, az oktatói és hallgatói értékelések, valamint a tantárgyi értékelések folyamatos nyomon követésére és a különböző forrásokból származó eredmények összevetésére van szükség. Annak érdekében, hogy az oktatók más oktatók által megvalósuló értékelésének hatását az oktatói teljesítményre nézve elemezzük, valamint értékeljük a fuzzy Likert skálán nyugvó értékelések eredményességét, az oktatók és hallgatók által megvalósuló értékelések további elemzésére van szükség. A fuzzy számokon nyugvó értékelési módszertan kiterjesztése más érdekelt felektől származó értékelések esetében lehetőséget teremthet az ok-okozati kapcsolatok mélyebb feltárására is; ennek legfontosabb eleme a hallgatók év végi kurzusértékeléseinek hasonló formában való elkészítése lenne. Ezáltal lehetőség nyílna a félév végi teljesítmény és az azt befolyásoló dimenziók közötti kapcsolat elemzésére is, például fuzzy regresszió (Alfonso et al., 2016), vagy fuzzy következtető rendszerek (pl. Hameed, 2011; Jónás and Árva, 2016) segítségével.

Irodalom

1. Abdullah, F. (2005): HEDPERF versus SERVPERF: The quest for ideal measuring instrument of service quality in higher education sector, *Quality Assurance in Education* 13(4):305–328. <https://doi.org/10.1108/09684880510626584>
2. Abdullah, F. (2006a): Measuring service quality in higher education: HEDPERF versus SERVPERF, *Marketing Intelligence & Planning*, 24(1), 31–47. <https://doi.org/10.1108/02634500610641543>
3. Abdullah, F. (2006b): The development of HEDPERF: a new measuring instrument of service quality for the higher education sector, *International Journal of Consumer Studies*, 30(6), 569–581. <https://doi.org/10.1111/j.1470-6431.2005.00480.x>
4. Alfonso, G., Roldán López, de Hierro, A. F. and Roldán, C. (2016): A fuzzy regression model based on finite fuzzy numbers and its application to real-world financial data, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 24(2), 344–359. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2016.12.001>
5. Amini, S. and Jochem, R. (2011): A conceptual model based on the fuzzy set theory to measure and evaluate the performance of service processes” paper presented at Enterprise Distributed Object Computing Conference

- Workshops (EDOCW), 29 Aug – 02 Sept, 2011, Helsinki, Finland, 122–131. <https://doi.org/10.1109/EDOCW.2011.25>
6. Andayani, S., Hartati, S., Wardoyo, R. and Mardapi, D. (2017): Decision-Making Model for Student Assessment by Unifying Numerical and Linguistic Data, *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, 7(1), 363–373. <https://doi.org/10.11591/ijece.v7i1.pp363-373>
 7. Basaran, M. A., Kalayci, N. and Atay, M. T. (2011): A novel hybrid method for better evaluation: Evaluating university instructors teaching performance by combining conventional content analysis with fuzzy rule based systems, *Expert Systems with Applications*, 38(10), 12565–68. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.04.043>
 8. Battisti, F., Nicolini, G. and Salini, S. (2005): The Rasch model to measure service quality, *The ICFAI Journal of Services Marketing*, 3(3), 58–80. <https://doi.org/10.2139/ssrn.628004>
 9. Battisti, F., Nicolini, G. and Salini, S. (2010): The Rasch model in customer satisfaction survey data, *Quality Technology & Quantitative Management*, 7(1), 15–34. <https://doi.org/10.1080/16843703.2010.11673216>
 10. Bayraktaroglu, G. and Atrek, B. (2010): Testing the superiority and dimensionality of SERVQUAL vs SERVPERF in higher education, *The Quality Management Journal*, 17(1), 47–59. <https://doi.org/10.1080/10686967.2010.11918260>
 11. Berk, R. A. (2005): Survey of 12 strategies to measure teaching effectiveness, *International Journal of Teaching and Learning in Higher Education*, 17(1), 48–62.
 12. Blackmore, J. A. (2005), A critical evaluation of peer review via teaching observation within higher education, *International Journal of Educational Management*, 19(3), 218–232. <https://doi.org/10.1108/09513540510591002>
 13. Brent, R. and Felder, R. M. (2004): *A protocol for peer review of teaching*, *Education Designs*, North Carolina State University, Session 3530.
 14. Brochado, A. (2009): Comparing alternative instruments to measure service quality in higher education, *Quality Assurance in Education*, 17(2), 174–190. <https://doi.org/10.1108/09684880910951381>
 15. Büyüközkan, G., Ruan, D. and Feyzioglu, O. (2007): Evaluating e-learning web site quality in a fuzzy environment, *International Journal of Intelligent Systems*, 22(5), 567–586. <https://doi.org/10.1002/int.20214>
 16. Cabrerizo, F. J., López-Gijón, J., Martínez, M. A., Morente-Molinera, J. A. and Herrera-Viedma, E. (2017): A fuzzy Linguistic Extended LibQUAL+ Model to Assess Service Quality in Academic Libraries, *International Journal of Information Technology & Decision Making*, 16(1), 225–244. <https://doi.org/10.1142/S0219622015500406>
 17. Calcagni, A. and Lombardi, L. (2014): Dynamic fuzzy Rating Tracker (DYF-RAT): a novel methodology for modeling real-time dynamic cognitive processes in rating scales, *Applied Soft Computing*, 24, 948–961. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2014.08.049>
 18. Carrasco, R. A., Villar, P., Hornos, M. J. and Herrera-Viedma, E. (2011): A linguistic multi-criteria decision making model applied to the integration of education questionnaires, *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 4(5), 946–959. <https://doi.org/10.1080/18756891.2011.9727844>
 19. Chang, T. C. and Wang, H. (2016): A Multi Criteria Group Decision-making Model for Teacher Evaluation in Higher Education Based on Cloud Model

- and Decision Tree, *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 12(5), 1243–1262. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1510a>
20. Chen, T. C. (2001): Applying linguistic decision-making method to deal with service evaluation problems, *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge Based Systems*, 9(1), 103–114. <https://doi.org/10.1142/S0218488501001022>
 21. Chien, C. J. and Tsai, H. H. (2000): Using fuzzy numbers to evaluate perceived service quality, *Fuzzy Sets and Systems*, 116(2), 289–300. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(98\)00239-5](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(98)00239-5)
 22. Courneya, C. A., Pratt, D. D., and Collins, J. (2008): Through what perspective do we judge the teaching of peers?, *Teaching and Teacher Education*, 24, 69–79. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2007.01.009>
 23. De Oliveira, O. J. and Ferreira, E. C. (2009): Adaptation and application of the SERVQUAL scale in higher education, paper presented at POMS 20th Annual Conference, 1-4 May 2009, Orlando, Florida USA.
 24. Douglas, J. and Douglas, A. (2006): Evaluating teaching quality, *Quality in Higher Education*, 12(1), 3–12. <https://doi.org/10.1080/13538320600685024>
 25. de Sáa, S. D. L. R., Gil, M. Á., González-Rodríguez, G., López, M. T. and Lubiano, M. A. (2015): Fuzzy rating scale-based questionnaires and their statistical analysis, *IEEE Transactions on fuzzy Systems*, 23(1), 111–126. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2014.2307895>
 26. De Witte, K. and Rogge, N. (2011): Accounting for exogenous influences in performance evaluations of teachers, *Economics of Education Review*, 30(4), 641–653. <https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2011.02.002>
 27. Deng, W. J. (2008): Fuzzy importance-performance analysis for determining critical service attributes, *International Journal of Service Industry Management*, 19(2), 252–270. <https://doi.org/10.1108/09564230810869766>
 28. Dombi, J. (2008): Towards a general class of operators for fuzzy systems, *IEEE Transactions on fuzzy Systems*, 16(2), 477–484. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2007.905910>
 29. Dombi, J. (2009): Pliant Arithmetics and Pliant Arithmetic Operations, *Acta Polytechnica Hungarica*, 6(5), 19–49.
 30. Ellis, L., Burke, D. M., Lomire, P., and McCormack, D. R. (2003): Student grades and average ratings of instructional quality: The need for adjustment, *The Journal of Educational Research*, 97(1), 35–40. <https://doi.org/10.1080/00220670309596626>
 31. Frühwirth-Schnatter, S. (1992): On statistical inference for fuzzy data with applications to descriptive statistics, *Fuzzy Sets and Systems*, 50, 143–165. [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(92\)90213-N](https://doi.org/10.1016/0165-0114(92)90213-N)
 32. Gil, M. Á. and González-Rodríguez, G. (2012): Fuzzy vs. Likert scale in statistics, in Trillas, E., Bonissone, P. P., Magdalena, L. and Kacprzyk, J. (Eds.), *Combining experimentation and theory*, Springer, Berlin Heidelberg, 407–420. https://doi.org/10.1007/978-3-642-24666-1_27
 33. Gil, M. Á., Lubiano, M. A., De Sáa, S. D. L. R. and Sinova, B. (2015): Analyzing data from a fuzzy rating scale-based questionnaire, A case study. *Psicothema*, 27(2), 182–191. <https://doi.org/10.7334/psicothema2014.268>
 34. Gruber, T., Fub, S., Voss, R. & Glaser-Zikuda, M. (2010): Examining student satisfaction with higher education services using a new measurement tool, *International Journal of Public Sector Management*, 23(2), 105–123. <https://doi.org/10.1108/09513551011022474>

35. Hameed, I. A. (2011): Using Gaussian membership functions for improving the reliability and robustness of students' evaluation systems, *Expert Systems with Applications*, 38, 7135–7142.
36. Hartley, J. (2014): Some thoughts on Likert-type scales, *International Journal of Clinical and Health Psychology*, 14(1), 83–86. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.12.048>
37. Herrera, F. and Herrera-Viedma, E. (2000): Choice functions and mechanisms for linguistic preference relations, *European Journal of Operational Research*, 120(1), 144–161. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(98\)00383-X](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(98)00383-X)
38. Herrera, F., López, E., Mendana, C. and Rodríguez, M. A. (1999): Solving an assignment-selection problem with verbal information and using genetic algorithms 2., *European Journal of Operational Research*, 119(2), 326–337. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(99\)00134-4](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(99)00134-4)
39. Hesketh, B., Pryor, R., Gleitzman, M. and Hesketh, T. (1988): Practical applications and psychometric evaluation of a computerized fuzzy graphic rating scale, *Advances in Psychology*, 56, 425–454. [https://doi.org/10.1016/S0166-4115\(08\)60493-8](https://doi.org/10.1016/S0166-4115(08)60493-8)
40. Hill, F. M. (1995): Managing service quality in higher education: the role of the student as primary consumer, *Quality assurance in education*, 3(3), 10–21. <https://doi.org/10.1108/09684889510093497>
41. Ihsan, A. K. A. M., Taib, K. A., Talib, M. Z. M., Abdullah, S., Husain, H., Wahab, D. A., Idrus, R. M. and Abdul, N. A. (2012): Measurement of course evaluation for lecturers at the Faculty of Engineering and Built Environment, *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 60, 358–364. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.09.391>
42. Jónás, T. and Árva, G. (2016): Application of fuzzy inference systems build from data for quality and service management purposes, in: Dahlgaard-Park, S. M. and Dahlgaard, J. J. (eds.), *19th QMOD-ICQSS Conference International Conference on Quality and Service Sciences. Roma, Italy*, 21.09.2016–23.09.2016. Lund University Library Press, Lund, 519–534.
43. Kacprzyk, J. (1986): Towards a 'human-consistent' multistage decision making and control models using fuzzy sets and fuzzy logic, *Fuzzy Sets and Systems*, 18(3), 299–314. [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(86\)90008-4](https://doi.org/10.1016/0165-0114(86)90008-4)
44. Kincsesné, V. B., Farkas, G. & Málóvics, É. (2015): Student evaluations of training and lecture courses: development of the COURSEQUAL method, *International Review on Public and Nonprofit Marketing*, 12, 79–88. <https://doi.org/10.1007/s12208-015-0127-6>
45. Kuzmanovic, M., Savic, G., Popovic, M. and Martic, M. (2013): A new approach to evaluation of university teaching considering heterogeneity of students' preferences, *Higher Education*, 66(2), 153–171. <https://doi.org/10.1007/s10734-012-9596-2>
46. Lalla, M., Facchinetti, G. and Mastroleo, G. (2005): Ordinal scales and fuzzy set systems to measure agreement: an application to the evaluation of teaching activity, *Quality & Quantity*, 38(5), 577–601. <https://doi.org/10.1007/s11135-005-8103-6>
47. Li, Q. (2013): A novel Likert scale based on fuzzy sets theory, *Expert Systems with Applications*, 40(5), 1609–1618. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2012.09.015>
48. Lin, H. F. (2010a): An application of fuzzy AHP for evaluating course website quality, *Computers & Education*, 54(4), 877–888. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2009.09.017>

49. Lin, H. T. (2010b): Fuzzy application in service quality analysis: An empirical study, *Expert systems with Applications*, 37(1), 517–526. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2009.05.030>
50. Liou, T. S. and Chen, C. W. (2006): Subjective appraisal of service quality using fuzzy linguistic assessment, *International Journal of Quality & Reliability Management*, 23(8), 928–943. <https://doi.org/10.1108/02656710610688149>
51. Liu, N., and Carless. D. (2006): Peer Feedback: The Learning Element of Peer Assessment, *Teaching in Higher Education*, 11(3), 279–290. <https://doi.org/10.1080/13562510600680582>
52. Liu, R., Cui, L., Zeng, G., Wu, H., Wang, C., Yan, S. and Yan, B. (2015): Applying the fuzzy SERVQUAL method to measure the service quality in certification and inspection industry, *Applied Soft Computing*, 26, 508–512. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2014.10.014>
53. Lozano, L. M., García-Cueto, E. and Muñiz, J. (2008): Effect of the number of response categories on the reliability and validity of rating scales, *Methodology*, 4(2), 73–79. <https://doi.org/10.1027/1614-2241.4.2.73>
54. Lubiano, M. A., de Sáa, S. D. L. R., Montenegro, M., Sinova, B. and Gil, M. Á. (2016.): Descriptive analysis of responses to items in questionnaires. Why not using a fuzzy rating scale?, *Information Sciences*, 360, 131–148. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2016.04.029>
55. Lupo, T. (2013): A fuzzy ServQual based method for reliable measurements of education quality in Italian higher education area, *Expert systems with applications*, 40(17), 7096–7110. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2013.06.045>
56. Lupo, T. (2016): A fuzzy framework to evaluate service quality in the health-care industry: An empirical case of public hospital service evaluation in Sicily, *Applied Soft Computing*, 40, 468–478. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2015.12.010>
57. Mashhadiabdol, M., Sajadi, S. M. and Talebi, K. (2014): Analysis of the gap between customers' perceptions and employees' expectations of service quality based on fuzzy SERVQUAL logic (case study: Mofid children's hospital in Tehran, Iran), *International Journal of Services and Operations Management*, 17(2), 119–141. <https://doi.org/10.1504/IJSOM.2014.058840>
58. Mizikaci, F. (2006): A systems approach to program evaluation model for quality in higher education, *Quality Assurance in Education*, 14(1), 37–53. <https://doi.org/10.1108/09684880610643601>
59. Murray, J. (2013): Likert data: what to use, parametric or non-parametric? *International Journal of Business and Social Science*, 4(11), 258–264.
60. Nadiri, H., Kandampully, J. and Hussain, K. (2009): Students' perceptions of service quality in higher education, *Total Quality Management*, 20(5), 523–535. <https://doi.org/10.1080/14783360902863713>
61. Owlia, M. S. and Aspinwall, E. M. (1996): A framework for the dimensions of quality in higher education, *Quality Assurance in Education*, 4(2), 12–20. <https://doi.org/10.1108/09684889610116012>
62. Quirós, P., Alonso, J. M. and Pancho, D. P. (2016): Descriptive and Comparative Analysis of Human Perceptions expressed through fuzzy Rating Scale-based Questionnaires, *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 9(3), 450–467. <https://doi.org/10.1080/18756891.2016.1175811>
63. Rodríguez-González, F. G. and Segarra, P. (2016): Measuring academic service performance for competitive advantage in tertiary education institutions: the development of the TEdPERF scale, *International Review on Pub-*

- lic and Nonprofit Marketing*, 13(2), 171–183. <https://doi.org/10.1007/s12208-016-0159-6>
64. Rouyendegh, B. D. and Erkan, T. E. (2013): An application of the fuzzy ELECTRE method for academic staff selection, *Human Factors and Ergonomics in Manufacturing & Service Industries*, 23(2), 107–115. <https://doi.org/10.1002/hfm.20301>
 65. Samson, S. and McCrea, D. E. (2008): Using peer review to foster good teaching, *Reference Services Review*, 36(1), 61–70. <https://doi.org/10.1108/00907320810852032>
 66. Sowa, J. F. (2013): What Is the Source of Fuzziness? , in Seiging, R., Trillas, E., Moraga, C. and Termini, S. (Eds.), *On Fuzziness*, Springer Berlin, Heidelberg, 645–652. https://doi.org/10.1007/978-3-642-35644-5_31
 67. Teeroovengadum, V., Kamalanabhan, T. J. and Seebaluck, A. K. (2016): Measuring service quality in higher education: Development of a hierarchical model (HESQUAL), *Quality Assurance in Education*, 24(2), 244–258. <https://doi.org/10.1108/QAE-06-2014-0028>
 68. Tóth Zs. E., Andor Gy. and Árva G. (2017a): Peer review of teaching at Budapest University of Technology and Economics – Faculty of Economic and Social Sciences, *International Journal of Quality and Service Sciences*, 9(3-4), 402–424. <https://doi.org/10.1108/IJQSS-02-2017-0014>
 69. Tóth Zs. E., Surman V. and Árva G. (2017b): Challenges in course evaluations at Budapest University of Technology and Economics, in Zafer Bekirogullari; Melis Y. Minas; Roslind X. Thambusamy (eds.): *8th ICEEPSY – International Conference on Education and Educational Psychology*. Porto, Portugal, 2017.10.11-2017.10.14. Future Academy, 2017, 629–64. <https://doi.org/10.15405/epsbs.2017.10.60>
 70. Washer, P. (2006): Designing a system for observation of teaching, *Quality Assurance in Education*, 14(3), 243–250. <https://doi.org/10.1108/09684880610678559>
 71. Yousapronpaiboon, K. (2014): SERVQUAL: Measuring higher education service quality in Thailand, *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 116, 1088–1095. 5th World Conference on Educational Sciences – WCES 2013 <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.01.350>
 72. Yu, C. M., Tsang, H. T. and Chen, K. S. (2016): Developing a performance evaluation matrix to enhance the learner satisfaction of an e-learning system, *Total Quality Management & Business Excellence*, Published online 19 Sept 2016, <http://dx.doi.org/10.1080/14783363.2016.1233809>, 1–19.
 73. Zhang, J., Lin, T. and Ren, L. (2010): Dynamic fuzzy Evaluation for E-Commerce Service Quality Based on the SERVPERF, paper presented at the *International Conference on E-Business and E-Government 2010 (ICEE)*, 576–579., available at: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5590689/> (letöltve 2017.05.17) <https://doi.org/10.1109/ICEE.2010.153>

ADVANTAGES OF IMPLEMENTING FUZZY LIKERT SCALES IN HIGHER EDUCATIONAL CONTEXT

The primary purpose of this paper is to demonstrate the application of fuzzy Likert scales in case of a peer review program aiming at the assessment of lecturers'

performance and to illustrate the advantages of this kind of evaluation compared to the results originating from traditional Likert scales. Fuzzy Likert scales allows reviewers to express their uncertainty in a quantitative way and at the same time the comparison of evaluations becomes possible and the variation of the observed lecturers' performance levels can be grabbed. The novelty of the paper is the utilization of Dombi's intersection operator to conjunct an increasing and a decreasing sigmoid function in order to result in a membership function. By applying Dombi's Pliant Inequality Model, fuzzy Likert scale based evaluations can be aggregated in a convenient way by aggregating the parameters of the membership function with the help of arithmetic and harmonic mean. This serves the purposes of statistical analyses as well as enhances the reliability of managerial decisions.

NÉGYSZEKTOROS ÁKM VIZSGÁLATA AZ ÖKOLÓGIAI HÁLÓZATELEMZÉS (ENA) MÓDSZERTANÁVAL¹

KISS TIBOR

PTE Közgazdaságtudományi Kar, Kék Gazdaság Kutatóközpont

Az input-output-elemzés – általános logikai vázának köszönhetően – az ökológiában is hasznos eszközznek bizonyult. Már az 1960-as évektől elkezdték használni, és az ökológiai hálózatelemzés (Ecological Network Analysis – ENA) egyik kulcselemévé vált. Az évtizedek során a módszertanban az ökológiai sajátosságoknak megfelelő fejlesztések történtek – például jelentős hangsúly helyeződik a kibocsátási együttthatók alapján történő számításokra –, amelyek jelentősen gazdagíthatják a gazdasági elemzések eszköztárát. Az ENA segítségével számszerűsíthető az a belső körforgás, ami a szektorok közötti kölcsönös forgalmat mutatja, és a rendszerszerű működés egyik alapeleme. Ezen kívül centralitási és függőségi mutatók is számíthatók, amelyek kimutatják az egyes szektorok központi helyzetét, valamint a többi szektortól való függését. A tanulmány „visszaáramoltatja” ezeket a fejlesztéseket a gazdaságba, és az ÁKM 2010-es, négysektoros változatán keresztül bemutatja az ENA gazdasági területen is használható módszertanát, valamint az új elemek gazdasági használatát. A tanulmány következtetése az, hogy a módszertan a gazdaságban is jól használható, de még sok kutatómunkára van szükség a lehetőségek megfelelő kihasználásához.

Kulcsszavak: Ecological Network Analysis – ENA, ökológiai hálózatelemzés, Ágazati Kapcsolatok Mérlege – ÁKM, input-output-elemzés, energia-szektor

1 Bevezetés

Az ökológiai rendszerek táplálékláncának modellezésére Hannon (1973) és Ulanowicz (1980, 1986, 2009) egy olyan hálózatelemzési módszertan alapjait rakták le, amelyek megkísérik egy ökológiai tápláléklánc rendszerének modellezését. Ehhez felhasználják az *input-output-elemzés* módszertanát is, úgy, hogy a gazdasági szektorokat megfeleltetik az egyes élőhelyeken található fajoknak². A rendszer robusztusságának, életképességének a meghatározásához

¹E-mail: kisst@ktk.pte.hu. Ezúton mondok köszönetet a lektornak, aki rendkívül sokat segített abban, hogy a tanulmány ebben a formájában kerülhet publikálásra. Ezen kívül köszönöm Szabó Norbertnek a tanulmány elkészítése során nyújtott sok segítséget, valamint Hetesi Zsoltnek a hasznos megjegyzéseket. A kutatást támogatta a Felsőoktatási Intézményi Kiválósági Program (szerződés száma: 20765-3/2018/FEKUTSTRAT), valamint az EFOP-535 3.6.2-16-2017-00017 „Fenntartható, intelligens és befogadó regionális és városi modellek”. Beérkezett: 2018. június 3.

²Angolul: ecosystem compartments, ecosystem components

az *információtechnológiából* (IT) is vettek át elemeket (például Shannon, 1948), hogy az ökológiában jobban használható eszközrendszert fejlesszenek ki. Ezek együttesen alkotják az ökológiai hálózatelemzést (Ecological Network Analysis, ENA – a továbbiakban az angol rövidítést használjuk). Hannon megfogalmazásában: egy ökológiai rendszer struktúráját tárják fel, bemutatva a rendszer közvetlen és közvetett energiafüggőségeit.

Két jelentős iskola alakult ki ezen a területen. A tanulmányban az Ulanowicz-iskola megközelítését mutatjuk be (ENA), ezen belül is az input-output-elemzésen alapuló fejlesztéseket. A másik jelentős iskola a környezeti rendszerek modellezésére a Bernard Patten féle megközelítés, amely 1976 óta ismert, Network Environ Analysis (NEA) néven (lásd például Faith és Patten, 1999), de ennek ismertetése nem célja a tanulmánynak. A két iskolának a megközelítését Scharler és Faith (2009) mutatja be részletesen. A mindkét iskola által kidolgozott módszertan eszközrendszerét egyesítve készült egy szoftvercsomag (*enaR*) „Gnu-R”³-ben (Borrett és Lau, 2014), amely elérhetővé teszi a módszereket szélesebb kutatórétegek számára is. A 90-es évek elején is kifejlesztettek egy külön szoftvercsomagot – (Eco)Netwrk – amely az Ulanowicz-iskola módszertanának megfelelően futtatja ezeket az eseteket (Ulanowicz és Kay, 1991). Az *enaR* szoftvercsomagon keresztül is hozzáférhetők ezek a leírások/adatbázisok.

A Leontief névéhez fűződő input-output-elemzés (a továbbiakban IOA) olyan általános logikai modell, amely számos területen jól alkalmazható. Baumol (2000) például egy nettóenergia-számításon keresztül mutatja be annak egy egyedi alkalmazását. Az 1970-es években használták már a módszert az energiarendszerek modellezésére (Odum, 1998), de a természeti erőforrások modellezésére is (Wright 1975). Baumol szerint az IOA az általánosítható logikai vázának köszönheti a nagyarányú elterjedését, és Augusztinovics (1995) is örökérvényűnek tekinti a mögötte lévő gondolatiságot.

Az ökológiai rendszerek nemlineáris, élő rendszerek, a rájuk épülő komplex társadalmi-gazdasági rendszerekkel együtt. Ezt a nemlinearitást a rendszerelemek közötti visszacsatolás biztosítja, ez adja a rendszer dinamikáját (Forrester, 1969, p. 13, Bossel, 1994, p. 27). A visszacsatolások jelentős hatással lehetnek egy rendszerre, stabilizálhatják azt (negatív visszacsatolások) vagy felerősíthetik a hatásokat (pozitív visszacsatolások) (Miller és Page, 2007, p. 50).

A közgazdaságtan alapvető célkitűzése a szűkös erőforrások megfelelő elosztása, a gyakorlatban azonban az exportálás, az értékesítés a nyereségeség előfeltétele, ezért a keresleti oldalra különösen erős hangsúly helyeződik. Ennél fogva a ráfordítási-együttható-mátrix⁴ alapján főként keresletvezérelt elemzésekre használják az input-output mátrixot. Az ökológiában ez a keresletvezérelt, kibocsátás-központú elemzés nem olyan jelentős. Az ökológiai hálózatelemzés során elsősorban az anyag- és energiaáramlást vizsgálják (pl. szén, nitrogén) egy adott ökológiai egységen belül (Borrett, 2013). Ebben

³<https://www.r-project.org/about.html>

⁴Lásd a matematikai függelék a kibocsátási és a ráfordítás-együtthatók szerinti számításokról.

az értelemben adódik az a logikai kapcsolatrendszer, ahogy a tápláléklánc ténylegesen zajlik, mint pl. az egyik klasszikus példa, a rákok (*prawns*, első szint) – teknősök, kígyók, nagy halak (második szint) – krokodilok (3. szint) (Goerner et al., 2009). Ennek értelmében a kibocsátáseggyütthető-mátrix elemei azt jelentik, hogy az adott szinten található tápanyag milyen arányban hasznosul a többi szinten, pl. a rákokban lévő összes széntartalomból a táplálékláncban mennyi jut a teknősöknek, kígyóknak és nagy halaknak. Alkalmazták ugyan mindkét mátrix-típust, pl. Scharler és Fath (2009) vizsgálják a tápláléklánc mindkét irányultságát, de alapértelmezésben a kibocsátáseggyütthető-mátrixot használják (pl. Lenzen, 2007) és legfeljebb csak megemlítik a másik elemzési típus lehetőségét. Ennek egyik oka Borrett (2013) szerint az, hogy az ökológiai rendszerek termodinamikailag nyitottak, inputként kapják az energiát/anyagot, és a kilégzés, anyagcsökkenés stb. egyfajta energia-veszteség. Erre hivatkoznak Szyrmer és Ulanowicz (1987), valamint Suh (2005) is. Mindkét utóbbi tanulmányban fontosnak tartják, hogy ne csak az energiaveszteséget, hanem az exportot (más ökológiai rendszernek átadott anyagáramot) is meghatározzák, de több esetben (pl. Borrett, 2013) ettől eltekintenek. Ebből következően a kibocsátási együtthetőmátrixból indulnak ki az inputváltozások hatásának mérése érdekében, tehát a kínálatvezérelt elemzések a gyakoribbak.

Ezt a fajta elemzést a közgazdaságtanban elsősorban a fejlődő országok számára tartják használhatónak (pl. Zalai, 2012, p. 256), ahol ezzel a módszerrel kimutatható, hogy mely szektorok fejlesztése hasznos a GDP-növekedés szempontjából. Ez esetben feltételezik a keresletbővülést/bővítést is a keresleti oldalról, mint ahogy általában az egyes ökológiai élőhelyek elbírják a rákok szaporodása következtében előálló többi faj szaporodását is a fenti példa esetén, bár az elsődleges cél itt az elemzés. Belegondolva azonban a megközelítés logikájába, több oka is lehet annak, hogy a fejlett országok gazdaságában is használható a kibocsátási együtthetőmátrixból kiinduló elemzés. Így ez a megközelítés kimondottan hasznos a túlságosan nyitott gazdaságok számára, mint amilyen például Magyarország is, mivel lehetőséget ad annak vizsgálatára, hogy mi történik akkor, ha az importhányadot csökkentjük és megpróbáljuk kiváltani azt hazai termeléssel. Cooper et al. (2017) input-output-elemzéssel modellezik a körforgásos gazdaságra való áttérést, ahol a termelési folyamatokban történik változás. Így pl. az autóiparban a súlycsökkentésre való törekvés csökkenti az acél-inputot. Hasonló a megközelítése az ún. Factor 4 koncepciónak (Weizsäcker et al., 1997), ahol az erőforráshatékonyság növelésére helyezik a hangsúlyt: fele annyi erőforrással kétszer annyi termék előállítása adja a négyes faktort. Ebből eredeztethető az ún. Factor 10 megközelítés (Schmidt-Bleek, 2008), ahol 2050-re az USA esetében 15, Finnországnál pedig 20-as faktort is elérhetnek. Ezek a várható változások mind vizsgálhatók a kibocsátáseggyütthető-mátrixból kiinduló elemzéssel. Mindazonáltal figyeljünk arra a tényre, hogy ezeknél a vizsgálatoknál megváltoztatjuk a ráfordítási szerkezetet, ami az eredmény torzítását eredményezheti (lásd a 1. függelék utolsó bekezdését).

Az ÁKM esetében fontos cél, hogy minél kevesebb anyag vesszen el az

ágazatközi áramlásokban, és minél több kerülhessen végső felhasználásra. Az ökológiai rendszereknél a fontos tápanyagok, mint a szén-, vagy nitrogén-áramlás *megfigyelése* történik, és nincs olyan jellegű „cél”, mint a gazdasági életben. Nem cél a tápanyagok rendszeren belüli áramoltatása, hanem egy állapot, ahogy és amilyen mértékben ez az ökológiai rendszerekre jellemző. Ami gazdasági szempontból fontos, az az a tény, hogy az ökológiai rendszerek stabilak, reziliensek (Fath, 2014), ezért érdemes figyelembe venni a szerkezeti jellemzőiket. Feltételezhetjük, hogy ezek a rendszerek *megfelelő mértékben* támaszkodnak a külső és a belső erőforrásaikra.

Az ökológiai rendszer analógiájára nagyon sokrétű felhasználási lehetőségekhez jutunk. Például a város is felfogható, mint egy metabolikus rendszer, és így már modellezhető az ENA-val (például Zhang et. al, 2015). Bodini et al. (2012) és Minx et al. (2011) a városokat vizsgálják, mint ökológiai rendszereket. Mivel az egyik alapmódszertan, az IOA a közgazdaságtanból származik, ezért az a tény különös figyelmet kapott, hogy mi a helyzet az új elemek gazdasági használatával, a mikro- és/vagy a makroökonómia milyen mértékben támaszkodik az ökológiai irodalom módszertani fejlesztéseire? Szyrmer és Ulanowicz (1987) és Suh (2005) arra a következtetésre jutnak, hogy nincs visszaáramlás. Fiscus (2007) vizsgálata egyike a ritka alkalmazásoknak, ahol a nitrogén-áramlást vizsgálja az USA-ban a marhahús-ellátásban, beleértve annak gazdasági oldalát is.

Az, hogy melyik faj foglal el központi szerepet, azt az ökológusok a centralitásra kidolgozott mutatóval mérik – és nem a legmagasabb szintű ragadozók vannak központi helyzetben, hanem a bomlástermékeket feldolgozók (Fann és Borrett, 2012). A nagyon érzékeny ökológiai rendszereknél különösen fontos annak az elemnek az azonosítása, amely igen nagy arányú függést okoz, hiszen az a mögött álló faj eltűnésével felbomolhat az egyensúly (Szyrmer és Ulanowicz, 1987). Mindegyik mutatónak van jelentése a gazdasági életben is. Az ENA által használt belső körforgás, a centralitás és a függési viszonyok mérésének gazdasági alkalmazása még nem ismert.

A tanulmány tartalmaz saját kutatási eredményeket is: a mutatókat ahhoz, hogy az eredeti értelmezésüknek megfeleljenek, át kellett alakítani a gazdasági alkalmazásoknak megfelelően. Az ökológiában ugyanis nem mérik a szektoron belüli forgalmat, ezért az input-output mátrix átlóiban nullák szerepelnek, így az eredetileg kidolgozott mutatók eltérő értelmezést kaphatnak. Ezért elemzéseink a nettó input-output-elemzésen alapulnak, amelyek megfelelnek az ökológiában használatos mutatószámoknak. Egy másik módszertani eredmény annak a kimutatása, hogy az ENA-ban kidolgozott belső körforgás mutatószámai nem veszik figyelembe az összes hatást, ami a szektorok közötti belső forgalomnak köszönhető.

Először a létrehozott négysektoros ÁKM-et mutatjuk be (2. fejezet), majd elemezzük azt az ENA által kifejlesztett módszertannal (3. fejezet), bemutatva azt is, hogy hogyan hidalható át az ökológiai és a gazdasági alkalmazás közötti különbség. A 4. fejezet az összefoglaló rész. Az elemzés keretrendszerét, az input-output-elemzés azon elemeit, amelyek a tanulmány szempontjából fontosak, az első, matematikai függelékebe tettük, illetve a

függelékbe került annak az indirekt kapcsolatnak a részletes kimutatása is, amely a belső körforgásnak köszönhető, de mégsem szerepel az erre a célra kidolgozott indikátorokban. Ez a függelék egyben segít abban, hogy jobban megértsük a közvetlen és közvetett kapcsolatok természetét, illetve a belső körforgás sajátosságait.

2 Ágazati Kapcsolatok Mérége – ÁKM

Az Ágazati Kapcsolatok Mérégeinek (ÁKM) az elkészítése az input-output elemzésnek köszönhető, mivel ez a táblázat szolgáltat statisztikai adatokat az elemzéshez (Zalai, 2012, p. 123). A nemzeti elszámolási számlákból állítják össze, és az input-output-egyezőséget megtartva bemutatják az adott rendszer struktúráját. Mivel elsősorban makrogazdasági tervezéshez, elemzéshez használatosak, ezért megmutatják a szektorok közötti kapcsolódásokat, lehetővé teszik a multiplikátor-hatások kimutatását, feltárva ezzel olyan struktúrális jellemzőket, amelyek egyébként nem lennének elérhetők.

Hazánkban az elmúlt években is irányultak kutatások az ÁKM elemzésére. A legújabb elemzés Koppány (2018) tanulmánya az autóipar gazdasági beágyazottságáról. Az agrárgazdaság nemzetgazdasági szerepét vizsgálták Kemény et al. (2012) az ÁKM alapján, illetve az input-output-elemzési eszköztár regionalizálásának módszereit mutatja be Szabó (2015). Ezen kívül az ÁKM biztosítja az adatbázist több olyan korszerű kutatáshoz is, mint például az általános egyensúlyi modellezés. Így vizsgálták például a klímaváltozás lehetséges gazdasági hatásait statikus és dinamikus egyensúlyi modellekkel (Révész-Zalai, 2012). Egy ilyen alkalmazás volt az ökológiai megközelítést alkalmazó kék gazdaság egyik innovációjának, a hulladékból történő gomba termesztési hatásainak az elemzése is, ahol az adatbázist a regionális szintű ÁKM szolgáltatta (Varga et al., 2013).

Az ÁKM-nek többféle formája is ismert (Zalai, 2012). A tanulmány céljának olyan ÁKM a megfelelő, amely valós adatokból épül fel, de egyszerű, és ezáltal jól tükrözi az ENA módszertani elemeit. Zalai (2012, p. 179) bemutat egy olyan háromszektoros modellt, amely a következő szektorokat tartalmazza: termelőeszközöket és fogyasztási cikket előállító eszközöket készítő ágazatok és fogyasztási cikket termelő ágazatok. Perman et al. (2011, pp. 253-256) olyan modellt mutatnak be, amely szintén háromszektoros, de a hagyományosabb szektorális felbontást tartalmazza: mezőgazdaság, ipar és szolgáltatás. Jelen tanulmány egy négyszektoros ÁKM-en keresztül mutatja be az ökológiai hálózatelemzés fontosabb módszertani elemeit. Az ÁKM 2010 szervezet \times szervezet típusú 64 szektoros alapáras táblájából (TEÁOR 08, ESA2010, 2017-es módszertan szerint) egy négyszektoros tábla készült, ahol a négy szektor a Mező-erdőgazdálkodás és halászat, Energia, Egyéb ipari tevékenység és Szolgáltatás. A tanulmányban egyforma jelentéssel használjuk a szektor és az ágazat megnevezéseket. A szervezet \times szervezet típusú ÁKM használata mellett az döntött, hogy az ENA alapvetően az áramlásokat vizsgálja, így az ÁKM esetén is az ágazatok közötti áramlás

vizsgálata a fő cél. A négysectoros ÁKM a következő ágazatokból áll:

- a) Mező- erdőgazdálkodás és halászat szektorának összetevői a „01: Növénytermesztés ...”, „02: Erdőgazdálkodás” (energiacélú tevékenységek nélkül) és „03: Halászat és halgazdálkodás”.
- b) Energiaszektor, amelynek összetevői a „02: Erdőgazdálkodás” és a „05-09: Bányászat” energiacélú tevékenységei, valamint a „19: Kőszgyártás és kőolaj-feldolgozás” és a „35: Villamosenergia-, gáz-, gőzellátás és légkondicionálás” ágazatok.
- c) Egyéb ipari tevékenység, amelyben a „05-09: Bányászat és kőfejtés” (energiacélú tevékenységek nélkül), 10-18: az élelmiszeripartól a nyomdai tevékenységekig, valamint a 20-32: a vegyianyag-gyártástól az egyéb feldolgozóipari tevékenységig ágazatok szerepelnek.
- d) Szolgáltatás, ahol a „33: Gép, berendezések és eszköz javítása és üzembe helyezése”, illetve a 36-99 ágazatok, a „36. Víztermelés ...”-tól a „88. Területen kívüli szervezetek és testületek szolgáltatásai”-ig szerepelnek.

Az ÁKM többi sor- és oszlopmegnevezése értelemszerűen utal az alapul szolgáló 64 szektoros ÁKM megfelelő soraira és oszlopaira. A továbbiakban a négy szektorra a következőképpen hivatkozunk: *mezőgazdaság, energia/energiaszektor, ipar és szolgáltatás*.

Az energiaszektor létrehozása során szükség van az energiacélú tevékenységek elkülönítésére az olyan ágazatokból, ahol az energiacélú tevékenység összevontan szerepel más tevékenységekkel. Ilyen a bányászat és az erdőgazdálkodás. Ehhez alapvetően a Révész (2001) által ajánlott módszertant használtuk fel, ahol ezt a rendelkezésre álló adatok lehetővé tették, de az elkülönítés jelentős részben további becsléseken is alapul. Ennek egyik oka, hogy az EU-s csatlakozás után a reálfolyamatokkal kapcsolatos statisztikák rendelkezésre állása romlott (Révész-Zalai, 2012). Az ÁKM-alapú új, aggregált ágazatok készítéséhez Révész (2001) javasolja az iparstatisztikai, energetikai évkönyvek használatát az energiaszektor megfelelő elkülönítése érdekében. Ezen kívül felhasználtuk a PannonPower, a Portfolio és a HVG internetes portáljai által közölt adatokat is.

Az energiahordozók ágazatai

Ágazati szinten az *alap-energiahordozókat* tekintve a „35: Villamosenergia-, gáz-, gőzellátás és légkondicionálás” ágazatban található az atomerőművi, vízerőművi, szélerőművi adatok. Ugyanakkor a „01: Növénytermesztés ...” a szalmatüzelésű energiatermelő egységek, a „02: Erdőgazdálkodás ...” a fatüzelésű energiatermelő egységek, a „05-09 Bányászat – kőfejtés” pedig a szén- és szénhidrogének energiahordozóit is tartalmazza.

Ágazati szinten az *átalakított energiahordozókat* tekintve a „19: Kőszgyártás és kőolaj-feldolgozás” ágazatban vannak a kősz, kőolajfeldolgozóipari termékek (fűtőolaj, benzin, gázolaj, petróleum, kőolajkősz), brikett,

kohógáz, kamragáz-tételek, illetve a „35: Villamos energia ...” ágazatban található az átalakított energiahordozókkal kapcsolatos tételek (például hőenergia).

A továbbiakban az alap-energiához tartozókat különítjük el azokban az ágazatokban, ahol az energiacélú tevékenységek összevontan szerepelnek más tevékenységekkel.

Szalmatüzelés

A Pannonpower (Pannon Hő Kft) szalmatüzelésű blokkja 2010-ben még nem üzemelt, ezért a „01: Növénytermesztés, állattenyésztés, vadgazdálkodás és kapcsolódó szolgáltatások” ágazatból nem különítünk el külön energiacélú felhasználást. 2013-ban helyezték üzembe a szalmatüzelésű blokkot, 180-200 ezer tonna/év szalmafelhasználással. 20 000 Ft/tonna körüli áron⁵ 3-4 milliárd forint a nyersanyagköltség, ami az egész 01-es ágazatnak mintegy egy ezreléke, az összes szalma mennyiségének pedig kb. 3,5%-a⁶.

Tűzifa

2010-ben tűzifát az ipar (900 ezer tonna), a mezőgazdaság-erdőgazdálkodás-halászat (105 ezer tonna) illetve a lakosság (1334 ezer tonna) használt fel⁷. Az 1. táblázat tartalmazza az ide vonatkozó adatokat.

	Összesen	Ebből			
		ipar víz- és hulladék- gáz- dálkodás nélkül	mezőgaz- daság, erdőgaz- dálkodás, halászat	szállítás, raktározás	lakosság
Tűzifa, ezer tonna	2344	900	105	2	1334
Ár (Ft/tonna)		9616			25300
Tűzifa ára (MFt)		8655			33750

1. táblázat. Tűzifa-felhasználás Magyarországon, 2010-ben. Forrás: a „Tűzifa, ezer tonna” sora: KSH 2011, 4.5.5 táblázat alapján, a többi saját szerkesztés.

A lakossági tűzifaár (fogyasztói ár) 2010-ben 25 300 Ft/tonna volt⁸, amely összeget beszorozva a felhasználással (1334 ezer tonna) 33 750 millió Ft-ot kapunk lakossági tűzifa-fogyasztásra. A „02: Erdőgazdálkodás” – „Háztartások végső fogyasztási kiadásai” cellában 19 698 millió, a „46: Nagykereskedelem” cellában 6045, a „47: kiskereskedelem” cellában 439 millió forint szerepel (477818 szakmakódú a Tüzelőanyag-kiskereskedelem). Összességében ezek összege jóval kevesebb, mint a 33 750 millió forintos érték, ezért nem feltételezhető, hogy a nem erdészettől származó összegnek megfelelő famennyiség a nagy- és kiskereskedelmen keresztül jut el a lakossághoz. Mivel mind a kis-

⁵<http://energiaoldal.hu/68-ezer-haztartast-lat-el-a-pecsi-eromu-szalmatuzelesu-blokkja>

⁶<http://www.pannonpower.hu/tagvallalatok/pannon-ho-kft/tuzeloanyag-ellatas>

⁷KSH 2011-es évkönyvének 4.5.5-ös táblázata

⁸KSH STADAT, 3.6.3, éves adatok

mind a nagykereskedelemben ezek az értékek elhanyagolható nagyságrendűek, ezért nem bontottuk meg a 46 és 47-es ágazatokat, mivel nincs is megbízható adat ezek mértékére. Ennek megfelelően a „02. Erdőgazdálkodás” – „Háztartások végső fogyasztási kiadásai” 19 698 millió forintos cellaértékét teljes egészében energiacélú vásárlásként tüntetjük fel, és más elkülönítést itt nem alkalmazunk.

Az *ipari felhasználás* (erőművi energiatermelés) céljára átadott tűzifaár valószínűsíthetően kisebb a lakossági árnál. Feltételezve, hogy az ÁKM-ben a „02: Erdőgazdálkodás” – „35: Villamosenergia-termelés” cellájában lévő 8655 millió forint egészében ezt tartalmazza, úgy annak a tonnánkénti ára 9616 forint. Ennek az árnak a realitását alátámasztja, hogy az erőművek hosszú távú szerződésekkel fedték le a tűzifa-igényüket. Így az összes hazai energiacélú termelőfelhasználás értékét 8655 millió forintban állapítottuk meg. Fennáll a lehetősége, hogy sok tűzifa kerülő úton, integrátorok segítségével (közvetítő cégeken keresztül elszámolás) a „46: Nagykereskedelem” ágazaton keresztül jut el a felhasználókhoz. Az erdőgazdálkodásból a nagykereskedelemnek átadott teljes érték 6 045 millió Ft, ennek az elkülönítésére azonban nem áll rendelkezésre semmilyen megbízható adat, illetve ez az összeg az összes nagykereskedelmen belül elenyésző, ezért a 46-os ágazatot nem bontottuk meg.

A részletes ÁKM-be az erdőgazdálkodás alá egy új sort illesztettünk „02b: Erdőgazdálkodás – energia” néven, ahol a „35: Villamos energia” 8656 mFt-os, és a „Háztartások végső fogyasztási kiadásai” 19 698 mFt-os értékét ebben a sorban szerepeltettük. Ez a két összeg az erdőgazdálkodás 112 279 mFt-os „Kibocsátás összesen” összegének a 25%-a, ezért a „02b: Erdőgazdálkodás - energia” oszlopába a „02. Erdőgazdálkodás” értékének a 25%-át tettük. Így például a „01: Növénytermesztés . . .” – „02: Erdőgazdálkodás” cellájában lévő 3408 millió Ft-ból 2556 millió forint (75%) maradt a „02: Erdőgazdálkodás”-nál, és az új, „02b: Erdőgazdálkodás – energia” cellájába 852 millió forint (25%) került. Ezzel a módszerrel felvállaltuk (itt is, illetve a következő fejezetben tárgyalt bányászat esetében is), hogy az alsó ágon az import illetve a hozzáadott értékek, mint a munkaerőfelhasználás, szintén a számított aránnak megfelelően kerültek felosztásra.

Bányászat

Eltérően a tűzifától, ahol a felhasználás alapján határoztuk meg az energiacélú tevékenység arányát, a „05-09 Bányászat – kőfejtés” esetén a forrásoldalról vannak pontos adataink. A 05-ös ágazat a szénbányászat (főként lignit), a 06-os ágazat a szénhidrogén-bányászat (kőolaj- fölgázkitermelés), a 07 a fémtartalmú érc bányászata, a 08 kavics-, homok-, agyagbányászat, kőfejtés, tőzeg- sókitermelés és egyéb bányászat. Az utóbbi két ágazat nem energiacélú. A „09 Bányászati szolgáltatás”-ból a 09.0 a kőolaj-, fölgáz-kitermelési szolgáltatás, a 09.9-es pedig egyéb bányászati szolgáltatás, tehát ez a rész is tartalmaz energiacélú tevékenységeket. A 2. táblázat tartalmazza a 05-09 ágazat energiaszempontú megosztását.

Ágazat	Millió Ft
05-06 Energiahordozó bányászata	14 182 647*
07-09 Egyéb ásványbányászat és bányászati szolgáltatás, kivéve az energiajellegű szolgáltatásokat	39 730 641*
09-ből Energiajellegű bányászati szolg.	19 826 000**
Összes energiajellegű tevékenység	34 008 647
Bányászat, kőfejtés	73 739 288

* KSH honlap-Tájékoztatósi adatbázis-ipar gazdasági ág-ipari termelés, értékesítés, rendelésállomány-Az ipar termelési és értékesítési adatai szakágazatok szerint

** Ipari és építőipari statisztikai évkönyv, 2.13-as tábla, 2010. CD-ROM, KSH, 2011

2. táblázat. A „05-09 Bányászat – kőfejtés” összevont ágazat energiaszempontrú megosztása.
Forrás: saját szerkesztés

A táblázat alapján megállapítható, hogy a „05-09 Bányászat – kőfejtés” összevont ágazat energiatartalmú tevékenysége az összes tevékenység 46,12%-a, ami a Bányászat „Kibocsátás összesen” értékének (101 161 mFt) megfelelően 46 655 millió Ft. Ebből következően az új ÁKM „05-09b: Bányászat – energia” oszlopa a bányászati ágazat minden tételének a 46,12 %-át tartalmazza.

A „05-09b: Bányászat – energia” új sora végösszegének is 46 655 millió Ft-nak kell lennie. A 05-09-es „fősorból” átvisszük a 19-es (8216 millió Ft) és a 35-ös ágazat (6914 millió Ft) teljes cellaértékét. Az összevont ágazat saját felhasználása 1506 millió Ft, aminek szintén a 46,12%-át (695 mFt) vesszük energiacélú tevékenységnek pontosabb adat hiányában. Ezek összege 15 825 millió Ft. A „05-09 Bányászat – kőfejtés” sorában a fontosabb felhasználók még a 23-24. szektor, amelyek a nemfém- és fémalanyag gyártása szektorok, így alapvetően a 07-08 szektorokhoz tartoznak. Az építőiparnak (41-43) magas még a bányászati részesedése, ami minimális elsődleges energiahordozót tartalmaz⁹, tehát a kavics-sóder-alapanyag miatt magas a bányászati részesedése, így ezekből nem különítünk el energiacélú tevékenységet.

A „49: Szárazföldi és csővezetékes szállítás”-hoz tartozó *szállítási költség* a Pannonpower publikált adatai szerint¹⁰ 2500 Ft/m³, ami 700 kg/m³ ideális súllyal számolva 3570 Ft/tonna. Ez az összeg sokszor egy fuvarra értendő, illetve gyakran ingyen kiszállítást vállalnak a lakosoknak, ezért ezt fogadjuk el közelítő értéknek. A szén összes szállítási költsége ennél kevesebb (3. táblázat). Az összes szállítási költség így számítva 9,4 millió forint, ami a „49: Szárazföldi és csővezetékes szállítás” végső fogyasztási kiadásai kormányzati kiadásokkal csökkentett értékének (211 793 millió Ft) a töredéke, így a szállítási ágazat költségeinek megbontásától eltekintünk.

	tonna	Ár (Ft/tonna)	Szállítási költség (millió Ft)
Fa	2344	3570	8,371
Szén	300	3570	1,071
Összesen	2744	3570	9,442

3. táblázat. Szállítási költségek. Forrás: saját szerkesztés

⁹KSH, 2011, 4.5.5 táblázat

¹⁰Pannon Pellet Kft, <http://www.mapellet.hu/images/page/content/pelletgyartas.pdf>

A háztartásoknak az összevont 05-09-es ágazatokból való részesedésének kiszámításához a következőket vesszük figyelembe: a lakosság szenet és kavicsot-homokot is használ, tehát ennek megfelelően kell megosztani a Bányászat és a Háztartások fogyasztása cellájában lévő 7969 millió forintot. A szénfelhasználás esetén 300 ezer tonna lakossági felhasználással számolunk 2010-ben¹¹. Az árat 10000 Ft/tonnában határoztuk meg, mert bár voltak 2730 forintos, kézi válogatású darabos szenek, vagy lengyel, cseh és orosz szén is, ami 4500-6800 forintba került¹², de a nagy része (kb. 200 ezer tonna) már 760 forintért¹³ is vihető volt a telephelyről (ezek mázsánkénti árak). Így ennek összértéke kb. 3 milliárd forint.

A kavics és homokfelhasználás 2010-ben¹⁴ 24 527 231 tonna volt. A lakosság saját építkezései kb. 9%-osak az összes építkezéshez viszonyítva¹⁵, ami 1000 Ft/tonna átlagos árral számolva (tekintettel a kavics minőség szerinti árainak szórására) 2207 millió forint. A fenti adatok értelmében a háztartási kiadásokból (ami összesen a bányászatból 7969 millió Ft) 60%-ot számolunk energiacélú kiadásra, azaz 4781,4 millió Ft-ot.

Az energiahordozók exportja igen jelentős, 2010-ben 558,6 milliárd forint volt¹⁶, de annak megoszlására nincsenek adataink. A „05-09 Bányászat – kőfejtés” összes exportja 11 592 millió Ft, tehát töredéke az összes exportnak, és valószínűsíthetően tartalmaz a 07-08 ágazatokból is valamennyit. Így az összes export 90%-át (10 432,8 millió Ft) vesszük energiacélú exportnak. A következő táblázat mutatja be a „05-09 Bányászat – kőfejtés”-ből elkülönített új energiaszektor becsült adatait.

Megnevezés	Érték, Mrd Ft
Összes energiacélú tevékenység értéke	46 655
Saját felhasználásból	695
A 19-es ágazatból	8 216
A 35-ös ágazatból	6 914
Háztartási fogyasztásból	4 781
Exportból	10 433
Becsült felhasználások összesen	31 039
Különbség (bruttó állóeszközfelhalmozásból)	15 616

4. táblázat. A bányászatból elkülönített energiacélú ágazat összetevői.
Forrás: saját szerkesztés.

¹¹https://www.napi.hu/magyar_gazdasag/olcso_szenre_vagyik_a_kormany_nem_tamogatja.609771.html szerint 2013-ban 370 ezer tonna szenet használt fel a lakosság. 2002-ben ez az érték 518 ezer tonna volt (<https://rekk.hu/downloads/projects/uhg-ag-vol2.pdf>), ami jelentősen csökkent, de 2007 óta, 73 ezer tonnáról folyamatosan növekszik; 2013-ra már 370 ezer tonna volt. (letöltve: 2018.04.07)

¹²Lásd Világgazdaság: <https://www.vg.hu/vallalatok/felfutoban-a-lignit-piaca-395205/> (letöltve: 2018.04.07)

¹³Lásd a Mátrai Szénerőmű tudósítását: <http://www.mert.hu/hu/szenertekesites> (letöltve: 2018.04.07)

¹⁴KSH 2011, 5.2.5 táblázat

¹⁵A Portfolio jelentésében (KSH-adatokból) a 2011 I. negyedévének arányaira támaszkodva (<https://m.portfolio.hu/ingatlan/lakas/elkepeszto-zuhanas-a-lakaspiacon.148704.html>, letöltve: 2018.04.07)

¹⁶KSH évkönyv, 2011, 4.4.4 táblázat

Szimmetrikus ÁKM (szervezet x szervezet) tábla a hazai kibocsátásra, alapján, folyó áron TEÁOR 08 (ESA2010)										
Nemzetgazdaság, (2010. évi módosított szerinti) millió forint										
Szimmetrikus ÁKM (termék x termék) tábla a hazai kibocsátásra, sor (VPSOTB)										
Hazai termelőfelhasználás (mF)										
Végso felhasználás (mF)										
	Mező-erdő-gazdálkodás és halászat	Energia szektorok (erdő-gazdálkodásból, bányászattól, kőlejtől, feldolgozás, villamosenergia-gáz-elosztás, hőellátás)	Egyéb ipari ágazatok	Szolgáltatások	Háztartások + NPIH*-k végső fogyasztási kiadásai	Kormányzat végső fogyasztási kiadásai	Bruttó átlósztékfelhalmozás	Készletváltozás +EBEE**	Export	Felhasználás/Kibocsátás összesen
	450 274	12 230	592 732	109 022	285 302	5 112				
	66 190	273 852	638 432	754 206	835 468	15 771	74 269	5 710	574 532	3 258 430
	236 533	517 184	1 760 165	7 314 533	8 165 843	5 434 014	3 167 958	-3 725	3 822 336	19 438 662
	985 991	939 819	4 617 282	9 525 560	10 524 430	5 554 546	3 880 471	-318 126	19 461 370	55 171 343
	234 963	1 293 190	10 146 075	3 945 638	1 956 795	233 894	1 288 395	433 996	1 729 800	20 645 746
	38 016	38 246	126 813	822 721	2 531 598	66 419	362 312	-2 239	186 684	4 170 570
	1 256 970	2 271 255	14 890 170	13 695 919	15 012 823	5 854 859	5 511 178	113 631	21 377 854	79 987 659
	254 340	269 953	2 215 486	9 239 121						11 978 900
	213 685	199 171	1 802 699	7 517 725						9 793 270
	-323 501	15 945	38 816	266 400						-2 340
	599 612	414 253	1 337 094	3 827 079						6 178 038
	269 930	287 024	957 095	3 385 982						4 899 431
	869 542	701 277	2 294 189	7 212 461						11 077 469
	614 756	3 328	59 354	1 670 128						2 347 566
	800 380	987 175	4 548 491	16 717 982						23 054 029
	2 069 360	3 256 430	19 438 662	30 414 901						55 171 343

5. táblázat. Négyszektoros szimmetrikus ÁKM (szervezet x szervezet) a hazai kibocsátásra. Forrás: saját szerkesztés

A „05-09b Bányászat – energia” új sorában lévő becült értékek összege 31 039 millió Ft, így a 46 655 millió Ft-ból még 15 616 millió Ft hiányzik, amit a bruttó állóeszköz-felhalmozás 18 396 millió Ft-os értékéből csoportosítunk át energiacélú tevékenységekre.

Az átcsoportosítások eredményeként a „05-09 Bányászat és kőfejtés” nem energiacélú kibocsátása 54 506,4, a „05-09b Bányászat – energia” új összevont ágazat összes kibocsátása pedig 46 654,6 millió Ft, amelyek összege 101 161 millió Ft. Az 5. táblázat mutatja be az ezek alapján létrehozott négysektoros „B”-típusú ÁKM-et.

3 Az ENA által létrehozott elemzési eszközök

Ez a fejezet az ENA-ban leggyakrabban használt módszertani eszközöket tárgyalja. A gazdasági elemzési eszköztár már ennél sokkal gazdagabb (lásd például Zalai, 2012), de nem célunk ezeknek a bemutatása. A fejezetben bemutatjuk a belső körforgás, valamint az egyes tényezők központi szerepének és a szektorok közötti függőségnek a mérését.

Az eredeti input-output-modellek nem tartalmazták a saját felhasználást (szektoron belüli forgalom). Leontief is nulla diagonális elemekkel készítette el az első elemzéseit az USA-ra vonatkozóan (Miller és Blair, 2009, p. 278). Az ökológiában sincs saját felhasználás, mert ezeket, mint energiaveszteséget az outputhoz teszik, így a mutatók is ennek megfelelően kerültek kidolgozásra. Ez az úgynevezett nettó input-output-modell, míg ahol a diagonális elemek nem nullák, az a bruttó input-output-modell. Annak érdekében, hogy a kidolgozott mutatószámok érvényesek legyenek az ÁKM-re is, az elemzésekkor a nettó modellt vesszük főként figyelembe, mivel a hangsúly a szektorok közötti kapcsolatokon van. Miller és Blair ajánlása szerint (2009, p. 278) kivesszük a diagonális elemeket és értelemszerűen csökkentjük a kibocsátásokat ezekkel az értékekkel. Így a kapott Leontief-inverz a nettó Leontief-inverz lesz, amit L^{net} -tel jelölünk a továbbiakban.

Kiindulásként közöljük a bruttó és nettó Leontief-inverzeknek az input-és output-orientált, azaz kereslet- és kínálatvezérelt változatát a következő táblázatokban.

	B r u t t ó				N e t t ó			
	Mezőgazd.	Ener-gia	Ipar	Szolgál-tatás	Mezőgazd.	Ener-gia	Ipar	Szolgál-tatás
Mezőg.	1,2874	0,0088	0,0440	0,0089	1,0060	0,0069	0,0344	0,0070
Energia	0,0707	1,1009	0,0457	0,0389	0,0648	1,0084	0,0418	0,0357
Ipar	0,1596	0,0629	1,1055	0,0673	0,1462	0,0576	1,0130	0,0617
Szolg.	0,2285	0,2389	0,1480	1,3342	0,1736	0,1814	0,1124	1,0133
Összesen	1,7462	1,4115	1,3432	1,4493	1,3906	1,2544	1,2016	1,1176

6. táblázat. A keresletvezérelt bruttó (a) és nettó (b) Leontief-inverz. Forrás: saját szerkesztés.

	B r u t t ó					N e t t ó				
	Mező- gazd.	Ener- gia	Ipar	Szolg.	Össze- sen	Mező- gazd.	Ener- gia	Ipar	Szolg.	Össze- sen
Mezőg.	1,2874	0,0140	0,4157	0,1320	1,8491	1,0060	0,0128	0,3809	0,1002	1,5000
Energia	0,0447	1,1009	0,2724	0,3635	1,7815	0,0349	1,0084	0,2496	0,2761	1,5690
Ipar	0,0169	0,0105	1,1055	0,1053	1,2382	0,0132	0,0097	1,0130	0,0800	1,1159
Szolg.	0,0155	0,0256	0,0946	1,3342	1,4699	0,0121	0,0234	0,0867	1,0133	1,1355

7. táblázat. A kínálatvezérelt bruttó (a) és nettó (b) Leontief-inverz. *Forrás:* saját szerkesztés.

A 6. táblázatban a multiplikátor-hatást elemezve látható, hogy a keresletvezérelt bruttó inverz mátrix esetében a *mezőgazdaság* egységnyi kibocsátás-növekedéséhez szükséges a legnagyobb forrásigény-növekmény. Amennyiben egységnyivel szeretnénk növelni a *mezőgazdasági* termelést, akkor az első oszlopnak megfelelő szerkezetben, 1,7462-vel nő a forrásigény a *mezőgazdaság* részéről, beleértve a közvetlen és közvetett hatásokat is (lásd ezzel kapcsolatban az 1. Függelék y vektorát, ahol a változás a Δy). A nettó esetben ez lecsökken 1,39-re. A *mezőgazdaságot* a bruttó esetben a *szolgáltatás* követi, amelynek értéke a nettó esetben a legkisebb lesz, jelezve ezzel, hogy a forgalmának döntő többsége szektoron belül zajlik. Amennyiben ezeket az értékeket megszorozzuk a *mezőgazdaság* végső felhasználásával, úgy a konkrét értékeket is megkapjuk (lásd az 1. Függelék F1. táblázatát).

A kínálatvezérelt bruttó inverz mátrix esetében az egységnyi erőforrás-többlet szintén a *mezőgazdaság* esetén okozza a legnagyobb szektorális növekedést. Amennyiben a *mezőgazdaság* egységnyi pótlólagos erőforrástöbblet juttat, úgy a kibocsátása nő 1,8491 egységgel, a 7.a táblázat első sorának megfelelő szerkezetben. Lásd ezzel kapcsolatban az 1. Függelék h vektorát, ahol a változás a Δh . A nettó inverz esetében (7.b táblázat) a legnagyobb többlet az *energiaszektorban* keletkezik (1,569), tehát egységnyi pótlólagos erőforrás bevonása az *energiaszektor* kibocsátását növeli a legnagyobb mértékben. Ez utóbbi esetben érdemes az ellenkező hatást is megvizsgálni, miszerint egységnyi pótlólagos erőforrásnak megfelelő energiaimport-csökkenés ilyen kibocsátáscsökkenéssel jár, amit a belső struktúra átrendezésével (például napelemgyártás) kellene orvosolni, ami eltérő importszerkezetet is von maga után.

Az ENA esetében további elemzések alapjául szolgálnak a Leontief-inverzek. Ilyenek a centralitási mutatók, a belső körforgás kimutatását szolgáló indikátorok és a függőségi mérőszámok.

3.1 Centralitás – Környezeti Centralitás (Environ Centrality – EC)

A centralitás, az egyes elemek központi szerepére vonatkozó vizsgálat az ökológiában nagyon jelentős terület. Jordán et al. (2007) például 13 féle centralitás-mérőszámot hasonlít össze. Ebben a tanulmányban a Fann és Borrett (2012) által kidolgozott környezeti centralitási mutatót (environ centrality – EC) ismertetjük.

Több rendszer összehasonlításánál megállapíthatók a rendszerek közös jellemzői. Fann és Borrett (2012) elemezték 50 ökoszisztémát, és kiszámították az átlagos EC-értékeiket. Ezek alapján kimutatták a táplálékláncokban a

bomlástermékek és az azokat feldolgozók (a baktériumokkal együtt) domináns szerepét. Ahogy az IOA a közgazdaságtanból kiindulva az ökológiában gazdaságított eszköztárral visszatér a közgazdaságtanba, úgy az IOA a szociológiában is hasznos elemzőeszköznek bizonyult. Így például Hubbell (1965) a klikkesedést vizsgálta ennek az eszköznek a segítségével.

Az ökológiában fontos vizsgálati szempont, hogy az adott ökológiai rendszer hogy bánik a meglévő erőforrásaival, ezért ez a módszertan a kibocsátási együtthatókból számított Leontief-inverz használja fel (L^{Out}) a centralitási értékek számításánál. Ilyen centralitási mutatószámok a hagyományos Leontief-inverz alapján is számíthatók. Mivel jelen esetben gazdasági jellegű alkalmazásról van szó, ezért a következőkben elvégezzük a számításokat mind a kereslet-, mind a kínálatvezérelt esetre.

Módszertan

Az ökológiában az L^{Out} mátrixból számítják ki az egyes elemek input- és output-oldali súlyát (lásd a 8. táblázat EC^1 és EC^2 sorát), és a kettő átlagolásával kapják az átlagos környezeti centralitás (AEC) mérőszámát. A lenti, (1) képleteket Fann és Borrett (2012) alapján alakítottuk ki. A centralitás-mutatók az egyes fajok/szektorok súlyát, jelentőségét mutatják az egész rendszer tevékenységéhez mérten, beleértve a közvetett kapcsolódásokat és a belső körforgást is.

$$EC_i^1 = \frac{\sum_{j=1}^n L_{ij}^{Out}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n L_{ij}^{Out}} \quad EC_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^n L_{ij}^{Out}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n L_{ij}^{Out}} \quad AEC_i = \frac{EC_i^1 + EC_i^2}{2} \quad (1)$$

Az első mutató (EC^1) a sorösszesen, a második (EC^2) az oszlopösszesen arányában számolja a súlyokat.

Az ÁKM elemzése

A kínálatvezérelt esetben a nettó Leontief-mátrix esetében (7.b) az *energia-szektorra* elvégezve a számításokat az EC^1 értéke: $1,569/5,3203=0,2949$. Az oszlop-összesenek alapján számított mutató $1,0543/5,3203=0,1982$ (lásd a 8.b táblázat [1,2] és [2,2] elemét). A négysektoros ÁKM esetében a centralitás mérőszámai a következők:

	Keresletvezérelt				Kínálatvezérelt			
	Mezőgazd.	Energia	Ipar	Szolgáltatás	Mezőgazd.	Energia	Ipar	Szolgáltatás
EC^1 (sor)	0,2124	0,2318	0,2575	0,2983	0,2819	0,2949	0,2097	0,2134
EC^2 (oszl.)	0,2801	0,2527	0,2421	0,2251	0,2004	0,1982	0,3252	0,2762
AEC	0,2462	0,2422	0,2498	0,2617	0,2412	0,2465	0,2675	0,2448

8. táblázat. Az L^{net} keresletvezérelt (a) és az L^{net} kínálatvezérelt (b) mátrixból számított centralitási mérőszámok, dőlttel a hagyományos értelmezésű összesen értékekből nyert mutatószámok. *Forrás:* saját szerkesztés.

A bruttó és nettó inverz esetében nincs jelentős különbség a centralitási mutatók között, így csak a kereslet- és kínálatvezérelt nettó Leontief-inverzből számított értékeket közöljük a fenti táblázatban. Az összesített (*AEC*) mutatók szinte pontosan azonos súlyokat mutatnak mindkét esetben, így az egyes szektorok átlagos súlya azonosnak mondható. Az elemzésben az EC^1 és az EC^2 mutatókra térünk ki részletesebben.

A 8.a táblázatban a keresletvezérelt (hagyományos) Leontief-inverz esetén az oszlopösszesen értelmezése az, hogy mennyi pótlólagos erőforrásigény szükséges a szektorok egységnyi többletkibocsátásához (lásd a 6. táblázat elemzését, illetve az 1. Függelékét). A 8.a táblázat kiemelten jelölt cellái (EC^2) az ezen értelmezés szerint számított centralitás-mutatókat tartalmazzák, tehát az a szektor van központibb helyzetben, ahol több pótlólagos erőforrás szükséges az adott szektor egységnyi többletkibocsátásához, mivel az a szektor *annál erőforrás-igényesebb*. Egyúttal azonban a legnagyobb hatása is van a többi szektorra, azok kibocsátására, ezért ez a szektor *a legnagyobb hatású is egyben*. Ez esetben a *mezőgazdaság* a legnagyobb hatású, mivel a legerőforrás-igényesebb, 28%-kal, ezt követi az *energia* (25%) és az *ipar* (24%); a *szolgáltatás* értéke 22,5%.

A sorösszesen értelmezéséhez az 1. Függelék F1-es táblázata nyújt segítséget. Az előző bekezdésben leírtuk, hogy egységnyi kibocsátás mennyi forrásigénnyel jár. Amikor megnő egy szektor végső felhasználása, akkor a forrásigény az adott oszlop értékeinek megfelelően növekszik. Ezek az oszlopértékek egyúttal megnövelik a többi szektor végső felhasználását is, ezekkel az értékekkel. A hagyományos Leontief-inverz sorai azt az összesített hatást mutatják, hogy mi történne, ha mindegyik szektor végső felhasználása növekedne egy egységgel, úgy mennyivel nőne összesen a szektorok végső felhasználása. *Ez azt a helyzetet tükrözi, amikor általános fellendülés tapasztalható a gazdaságban, és mindegyik szektor terméke iránti kereslet egyaránt bővül*. A sorokban lévő egyes elemek mutatják, hogy az összes szektor egységnyi végső felhasználás-bővülése esetén az azokhoz szükséges erőforrásigény-bővülés következtében mennyivel nő az egyes szektorok végső felhasználása ténylegesen. Így az a szektor van legközpontibb helyzetben, amelyik *rendszerszinten a legnagyobb hatású, a legerőforrás-igényesebb, a legnagyobb mértékben támaszkodik a többi szektorra, a legtöbb erőforrásra van szüksége a többi szektortól a teljes rendszer keresletnövekedése esetén: ez a szolgáltatási szektor* (30%). Ezt követi az *ipar* (25,8%), az *energia* (23%), majd a legkisebb értékkel rendelkező *mezőgazdaság* (21%).

A multiplikátor-hatás (amikor csak egy szektor iránti termék kereslete bővül egy egységgel) összehasonlítható azzal, amikor mindegyik szektor terméke iránti kereslet bővül egy egységgel. Az előző esetben a *mezőgazdaság* egységnyi kibocsátásnövekedéséhez szükséges a legnagyobb forrásigény-növekmény (1,39, 6.b táblázat). Ez azt is jelenti, hogy ez növeli legjobban a többi szektor végső felhasználását, mivel a szektorok teljesítményének növeléséhez szükség van az import és a hozzáadott értékek növelésére is. Az utóbbi esetben viszont a *mezőgazdaság* az utolsó helyen van (lásd az előző bekezdést), mivel a többi szektortól összességében olyan keveset kap, hogy a többi szektor növekménye

öt kevésbé segíti.

A 8.b táblázat dőlttel jelzett centralitásmutatói (EC^1 , sorösszesenek alapján számított mutatók) azok szerint az értékek szerint számítnának, amelyek azt fejezik ki, hogy az adott ágazat milyen többletfelhasználási lehetőséghez jut abban az esetben, ha az ágazat egységnyi pótlólagos erőforrásban részesül (lásd a 7. táblázat elemzését, illetve az 1. Függelékét). Így e szerint a centralitásmutató szerint az a szektor van központibb helyzetben, ahol egységnyi pótlólagos erőforrás nagyobb termelési értéket eredményez, tehát *minél jövedelmezőbb, ha csak az adott ágazatot fejlesztik*. Itt az *energiaszektornak* van a legmagasabb értéke (29,5%), kevéssel megelőzve a *mezőgazdaságot* (28,2%). A másik két szektor jelentősen kisebb értékekkel rendelkezik (21-21%).

Az oszlopösszesen értelmezéséhez az 1. Függelék F2-es táblázata nyújt segítséget. A kínálatvezérelt esetben az oszlopok azt jelentik, hogy ha mindegyik szektor erőforrása növekedne egy egységgel, akkor az adott oszlop szektora mennyivel több erőforrással rendelkezne, és ennek következtében mennyivel többet tudna értékesíteni a többi szektor számára. *Ez a helyzet adódhat akkor, ha egy gazdaság gyarapszik és egyformán szeretné erősíteni minden szektorát az elsődleges erőforrások növelése révén, mint pl. az import.* Ebben az esetben az a szektor van központibb helyzetben, *amelyik a leginkább kiszolgálja a többi szektort (közvetlenül és közvetetten)*. Ez a szektor a 8.b táblázat másik sora (EC^2) szerint az *ipar* (32,5%); ezt követi a *szolgáltatás* (27,6%), majd az utolsó két helyen a *mezőgazdaság* és az *energiaszektor* (20-20%) található.

A multiplikátor-hatás (amikor csak egy szektor forráslehetőségei bővülnek egy egységgel) itt is összehasonlítható azzal, amikor mindegyik szektor forráslehetőségei bővülnek egy egységgel. Az első esetben az *energiaszektor* egységnyi erőforrás-többlete eredményezi a legnagyobb felhasználás-növekményt (1,57, 7.b táblázat), míg a második esetben az utolsó helyen van (a *mezőgazdasággal* együtt, amelynek ugyancsak magas volt a multiplikátor-mutatója, lásd az előző bekezdést). A magyarázat hasonló az előzőhöz: nincs rászorulva a többi szektor erőforrásaira (az *energiaszektorhoz* hasonlóan), így összességében a legkisebb igény támasztódik vele szemben. Itt ismét érdemes felvetni a megújuló energiák kérdését, hiszen az energiainport megújuló energiával való kiváltása esetén az *energiaszektor* jobban rászorulna a többi ágazatra (mindegyikre), így a 19%-os arány jelentősen nőhetne.

A centralitásmutatók rávilágítottak arra, hogy bizonyos értelemben mindegyik ágazat központi helyzetben van, ami az *AEC* szerint szinte teljesen azonos súlyt ad mindegyik szektornak. A döntéshozók számára különösen azok a centralitásmutatók adnak új információt, amelyek az egyes szektorok fejlesztésén túl az egész rendszer harmonikus fejlesztése esetén előálló helyzetet elemzik, mind forrás-, mind felhasználás-oldalról.

3.2 A belső körforgás mérése

Az ország exportjövödelmének növelése, a fenntarthatóság, az erőforrás-hatékonyság és a hulladékok újrahasznosítása miatt egyre fontosabbá válik a szek-

torok közötti folyamatok elemzése. Jámbor szerint: „A legfontosabb hosszú távú cél csak a hazai alapanyagokból származó magas hozzáadott értékű élelmiszerek előállítására és exportja lehet (a tömegtermékek exportja és a feldolgozott termékek importja helyett).” (2011, p. 790). A tanulmány szempontjából ezt a kijelentést nemzetgazdasági szempontból értelmezzük, azokra az esetekre, amikor a nagyobb feldolgozottságú termék többletköltsége nem haladja meg az így szerezhető többletbevétel nagyságát. Ilyen lehetőség van például a gabonaexport (tömegtermék-export) esetén akkor, ha az élelmiszeripar bevonásával élelmiszeripari termékként exportáljuk a gabonából készült termékeket. Ez a továbbfeldolgozás a szektorok közötti kapcsolat bővítését eredményezi.

A természeti erőforrások erőforrás-hatékonysága nő, amennyiben a hulladék/melléktermék újra felhasználásra kerül. A hulladékok/melléktermékek újrafelhasználásának témakörét Nakamura-Kondo (2009) tárgyalja részletesen. Az újrafelhasználás történhet szektoron belül (ami csak részletesebb szektorális felbontással mutatható ki) és egy másik szektor által is. Ezek a folyamatok megvalósíthatók a szektorok közötti kapcsolat megerősítésével, ami nem feltétlenül jelent visszacsatolást, azaz kölcsönösséget. Lehet szektoron belüli felhasználás – például mezőgazdasági hulladékkal fűtenek a terményszárítóban – illetve szektorok közötti felhasználás – például a fűtés során keletkezett hamut a cementiparban inputként felhasználják. Ezek *nem* elemei a belső körforgásnak.

Ökológiai értelemben vett rendszerszerű viselkedés akkor alakul ki, ha a visszacsatolások folyamatok elősegítik a rendszerelemek belülről való megerősítését. Ilyen folyamatok például a következők: A *mezőgazdaság* átadja a megtermelt terményt feldolgozásra az *iparnak*, ami a termelési folyamat hulladékát – például a törkölyt – visszaadja a *mezőgazdaságnak* talajjavítás céljából. Ezért a következő évben nagyobb lesz a termés, az *ipar* nagyobb hasznot realizálhat. Ebből fejleszthet olyan *mezőgazdasági* gépeket, amelyek ismét növelhetik az agrárágazat termelékenységét. Több pénz juthat az oktatásra – például adók formájában –, ahol a hatékonyabb *mezőgazdasági* termelést oktathatják, tehát újabb visszacsatolások keletkezhetnek a rendszerben. Ez az a rendszerszerű működés, ami a visszacsatolásokon alapul, és amelynek a mérése megoldható az ENA módszertanával.

A szektorok közötti kölcsönös – közvetlen és közvetett – kapcsolatot (visszacsatolást) hívjuk a rendszerben működő belső körforgásnak (cycling), ami elősegíti az adott rendszer rendszerszerű működését.

Fath (2012) meghatározása szerint a folyamat visszatér a kiindulási szektorához, ami történhet indirekt kapcsolatok révén is. A belső körforgás indexe (Finn-index) méri, hogy egy átlagos egység hányszor tovább marad a rendszerben a belső körforgás miatt, mielőtt elhagyná azt (Finn, 1976, p. 369). Fontos annak a ténynek a figyelembe vétele, hogy a *szektoron belüli forgalom lehet visszacsatolós is, de az ENA módszertana a szektorok közötti kialakuló visszacsatolást vizsgálja, így a szektoron belüli visszacsatolások ezzel a módszertannal nem kimutathatók, csak a szektorok megfelelő alábontásával.*

Módszertan

Belső körforgás – a szektorokhoz történő visszaáramoltatás – esetén az L^{net} mátrix diagonális elemei nagyobbak lesznek egynél, ez jelzi a belső körforgás nagyságát. Ezért Han (1997 in Allesina, Ulanowicz, 2004) azt a módszert alkalmazza a belső körforgás kimutatására, hogy az L^{net} mátrix diagonális elemeiből képez egy olyan vektort (l vektor), ami megmutatja, hogy az egyes szektorok (ill. élőhelyeken élő fajok) a saját maguk ellátásán felül milyen arányban vesznek részt a többi faj, ágazat ellátásában. Az l vektor kiszámítása a következőképpen történik:

$$l_j = \frac{L_{jj}^{net} - 1}{L_{jj}^{net}}, \quad (2)$$

ahol az L_{jj}^{net} az L^{net} mátrix diagonális elemeit jelöli. Az l vektorból a számolások megkönnyítése miatt létrehozunk egy diagonális mátrixot (\hat{l}). Az L_{jj}^{net} diagonális elemekből is létrehozható ilyen mátrix a további számításokhoz, amelyet jelöljünk \hat{l}^d -vel. Az \hat{l} és az \hat{l}^d között fennáll a következő kapcsolat:

$$\hat{l} = I - (\hat{l}^d)^{-1}. \quad (3)$$

Az \hat{l} segítségével az L_{cyc} (a belső körforgás mátrixa) értékeit a következőképpen kapjuk meg:

$$L_{cyc} = L^{net} \hat{l}. \quad (4)$$

Szyrmer és Ulanowicz (1987) ennek az ellenkezőjét teszik, azaz nem kiszámolják, hanem kivesszük a Leontief-inverzből a visszaáramlásokat, tehát a belső körforgást: az L^{net} mátrixot elosztják annak diagonális elemeivel. Suh (2005) megoldását alkalmazva: beszorozzák az \hat{l}^d inverzével, így megkapják az L_{DInd} mátrixot:

$$L_{DInd} = L^{net} (\hat{l}^d)^{-1}. \quad (5)$$

Miután az L_{DInd} az a mátrix, amiből kivontuk a belső körforgást, értelemszerű, hogy az L^{net} mátrixból kivonva az L_{DInd} mátrixot, ugyanúgy megkapjuk az L_{cyc} mátrixot a (4), (3) és (5) alapján:

$$L_{cyc} = L^{net} \hat{l} = L^{net} (I - (\hat{l}^d)^{-1}) = L^{net} - L^{net} (\hat{l}^d)^{-1} = L^{net} - L_{DInd} \quad (6)$$

ahol

- L_{cyc} a belső körforgásra jutó felhasználás,
- L_{DInd} a közvetlen + közvetett felhasználás fennmaradó része.

Az L_{DInd} -ből kivonva az egységmátrixot megkapjuk a szektorok közötti közvetlen és közvetett, a körforgásoktól megtisztított forgalmat (L_{Ncyc}):

$$L_{Ncyc} = L_{DInd} - I. \quad (7)$$

Az L_{cyc} a belső körforgásra kidolgozott mutatószám-mátrix nem tartalmaz minden elemet, ami a belső körforgásnak köszönhető, lásd a részletes magyarázatot a 2. Függelékben.

A Leontief-inverzben megtalálhatók a belső körforgásnak köszönhető olyan elemek is, amelyek az L_{cyc} -ben, a belső körforgás mutatóit tartalmazó mátrixban nincsenek benne. Ez a különbség azokban a szektorokban jelentkezik, ahova csak értékesítés történik valamelyik olyan szektorból, amely egy másikkal kölcsönös kapcsolatban áll.

A ciklikusság, a belső körforgás indikátoraként leggyakrabban a Finn (1976) által kidolgozott mutatót használják, és róla is nevezték el Finn-indexnek. Ennek az indexnek vannak különböző változatai (lásd például Allesina és Ulanowicz, 2004; Kazanci et al., 2009), de az eredetileg kidolgozott indikátor a mai napig általánosan használt.

A Finn által kidolgozott módszertan szerint az l vektor értékeit (2) súlyozzák az egyes szektorok/fajok arányával ($x_j / \sum x_j$)

$$FCI_j = \frac{x_j}{\sum x_j} l_j. \tag{8}$$

A $\sum FCI_j$ (az FCI vektor elemeinek összege) adja a Finn-indexet (Allesina, Ulanowicz 2004).

Az ÁKM elemzése

Az alábbi táblázatban láthatók az L^{net} mátrixból származtatott, a szektorok saját működésének biztosításán felül a többi szektorral kialakított kapcsolatrendszer, mind a belső körforgás elemei (9.a) mind az egyéb direkt és indirekt kapcsolatok (9.b).

	B e l s ő (L_{cyc})				K ü l s ő (L_{Ncyc})			
	Mezőgazd.	Energia	Ipar	Szolgáltatás	Mezőgazd.	Energia	Ipar	Szolgáltatás
Mezőg.	0,0060	0,0001	0,0004	0,0001	0,0000	0,0066	0,0367	0,0049
Energia	0,0004	0,0084	0,0005	0,0005	0,0645	0,0000	0,0447	0,0330
Ipar	0,0009	0,0005	0,0130	0,0008	0,1353	0,0467	0,0000	0,0022
Szolg.	0,0010	0,0015	0,0015	0,0133	0,1727	0,1787	0,1202	0,0000

9. táblázat. Az $(L^{net} - I)$ mátrix felbontása: a belső körforgás (a) és az egyéb szektorok közötti kapcsolatok (b). *Forrás:* saját szerkesztés.

A fenti mutatókat számszerűsítve meghatározhatók azok összegszerű értékei. Az összes kibocsátásnak az ágazat saját működéséhez szükséges értéke, a termelőfelhasználás közvetlen-közvetett és a belső körforgásból származó elemei a nettó kereslet- és a kínálatvezérelt esetben a következők:

	K e r e s l e t v e z é r e l t					K í n á l a t v e z é r e l t				
	Mezőgazd.	Energia	Ipar	Szolg.	Összesen	Mezőgazd.	Energia	Ipar	Szolg.	Összesen
x'	1609	2985	17813	23100	45507	1609	2985	17813	23100	45507
l	895	1506	16115	20586	39103	1073	2319	14821	20889	39103
L_{cyc}	14	31	228	300	574	10	25	229	303	567
L_{Ncyc}	700	1448	1469	2214	5830	526	641	2762	1908	5837

10. táblázat. Az ÁKM összes kibocsátásának részelemei: keresletvezérelt, felhasználás-oldali (a) és kínálatvezérelt, forrás oldali (b) nettó Leontief-inverz esetén, Mrd Ft. *Forrás:* saját szerk.

	Keresletvezérelt				Kínálatvezérelt			
	Mezőgazd.	Energia	Ipar	Szolgáltatás	Mezőgazd.	Energia	Ipar	Szolgáltatás
x'	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
l	55,63	50,45	90,47	89,12	66,71	77,69	83,21	90,43
L_{cyc}	0,90	1,05	1,28	1,30	0,59	0,83	1,29	1,31
L_{Ncyc}	43,48	48,50	8,25	9,58	32,70	21,48	15,51	8,26

11. táblázat. Az ÁKM összes kibocsátásának részelei a keresletvezérelt (a) és a kínálatvezérelt (b) nettó Leontief-inverz esetén, százalék. *Forrás:* saját szerkesztés.

Amennyiben a bruttó modellt használnánk, úgy az L_{cyc} értékei tartalmaznák a szektorok belső forgalmát, amiben keverten vannak a visszacsatolások és az egyéb belső forgalmak. Feltételezve, hogy a belső forgalom szerkezetében hasonló az aránya a visszacsatolások és egyéb szektorális kapcsolatoknak, úgy látható, hogy ennek a hozzávétele teljesen eltorzítaná az elemzést.

A 10. és 11. táblázatban a *mezőgazdaságot* elemezzük tovább a négysetoros ÁKM-ben. A 2059 Mrd Ft-os értékéből (5. táblázat, *mezőgazdaság*, összes kibocsátás) elvéve a szektoron belüli forgalmat (450,3 Mrd Ft, lásd a táblázat diagonális elemét) marad 1609 Mrd Ft. Ebből a szektor saját működésének biztosítása (az egységmátrix) „elviszi” a végső felhasználásnak megfelelő összeget (895 Mrd Ft – 5. táblázat, 55,6% – 11.a táblázat). A kínálatvezérelt esetben forrás oldalról az import, termékadók és hozzáadott értékek összege (1073 Mrd Ft – 5. táblázat, 66,7% – 11.b táblázat) az ágazat működtetéséhez szükséges összeg, így mindkét esetben marad a hazai termelőfelhasználás saját felhasználáson felüli része, tehát a többi szektorral való kapcsolat. A *mezőgazdaság* felhasználás-oldali megközelítésben, amit értékesít a többi szektor számára (10.a táblázat), az 714 Mrd Ft (44,38%), amiből csak 14 Mrd Ft (0,9%) az, ami a kölcsönösségen alapul, tehát a belső körforgás része, ami a rendszerszerű működést elősegíti. Ilyen például az *ipar* által gyártott szárítóberendezéseken szárított termények értékesítése a *mezőgazdaságból* az élelmiszeriparba, valamint a közvetett hatások is (lásd a 2. Függelék). A hazai feldolgozottsági szintet növelő kapcsolatok (például gabona feldolgozása, vagy az újrafelhasználás (például szalmabálák energiacélú hasznosítása) a 700 Mrd Ft (43,38%)-ba tartozik. A többi szektor számára történő értékesítés aránya a *mezőgazdaság* és az *energiaszektor* esetén 40-50% közötti, míg a *szolgáltatásnál* és az *iparnál* a végső felhasználás aránya lényegesen magasabb, így a többi szektor számára történő értékesítés aránya 10% alatti mindkét esetben. Ez értékben még mindig magasabb, hiszen ez utóbbi két szektor összkibocsátása kb. a tízszerese a *mezőgazdaság* és *energiaszektor* kibocsátásának.

A forrásoldali megközelítésben (10.b táblázat) amit a *mezőgazdaság* a többi szektortól vásárol az 536 Mrd Ft (33,29%), amiből csak 10 Mrd Ft-nyi (0,59%) az, ami a kölcsönösségen alapuló, belső körforgás eleme. Ilyen például az *ipari* hulladék *mezőgazdaságba* való visszajuttatása (törköly talajjavításra), valamint a közvetett hatások is (lásd a 2. Függelék). Ami a feldolgozottsági szintet növeli, illetve erősíti a szektorok közötti kapcsolatokat (például szaktanácsadás a szolgáltatás részéről), az a 32,7%-ban van benne. A nem hazai termelő-felhasználás (import, hozzáadott értékek) aránya már

sokkal kiegyenlítettebb, mint felhasználás-oldalról: 67-90% közötti arányúak.

Ezek az eredmények vagy keresztmetszeti összehasonlításban – más országokkal –, vagy dinamikájukban – több évet összehasonlítva – lesznek majd jobban értelmezhetők, de ezek a mutatók más országok vonatkozásában jelenleg nem állnak rendelkezésre.

A Finn-index kiszámításához szükség van az egyes szektorok FCI elemeinek számszerűsítésére. Az *energiához* tartozó FCI_2 elem kiszámítása a (8) alapján, ahol az l_2 értéke a 6b-7b táblázatból 1,0084, az x_2 és a $\sum x$ értékei az 5. táblázatból 2984,58 és 45506,7 Mrd Ft:

$$FCI_2 = 2984,58/45506,7 * (1,0084 - 1)/1,0084 = 0,06557 * 0,00833 = 0,00055$$

Az FCI_1 értéke 0,000209, az $FCI_3 = 0,005033$, az $FCI_4 = 0,006664$, így az összesített $FCI = 0,01245$. Így a *gazdaság egészére vonatkozó* belső körforgás mértéke, a *Finn-index közelítő értéke 1,245%*. A 10. táblázat alapján a belső körforgás (574 és 567 Mrd Ft) aránya az összes felhasználáshoz (45506,7 Mrd Ft, nettó mátrix) viszonyítva 0,012, ami megegyezik a Finn-indexszel, így a súlyozás sokat nem változtatott a mutató nagyságán.

Megjegyzendő, hogy az Ulanowicz-féle iskola módszertana szerint mind az összes forrás, mind az összes felhasználás szerves része az összforgalomnak, így erre számolják a súlyokat, ami szerint a Finn-index megközelítőleg a fele lesz az eredeti értéknek: 0,0067. Az R szoftvercsomag az eredeti Finn-indexet számolja ki. Ez nem abszolút mutatószám, összehasonlításának csak hasonló rendszerekkel van értelme. Ökológiai rendszereknél ez az érték magasabb, például az egyik sokat hivatkozott rendszernél (Cone Spring, Guesnet et al., 2015, Szyrmer és Ulanowicz, 1987), a Finn-index 0,0663, ami ökológiai rendszerek esetén is alacsonynak számít. Ez az érték az ÁKM esetében ténylegesen magasabb lehet, hiszen feltételezhető, hogy a belső szektorális forgalom is tartalmaz visszacsatolást, amit részletesebb felbontással lehetne kimutatni.

A belső körforgás mutatói a döntéshozók szempontjából olyan pótlólagos információt szolgáltatnak, amely rávilágít az ország sérülékenységének, kiszolgáltatottságának mértékére. A mutatók igen alacsony szintje jelzi, hogy szinte teljesen hiányoznak azok a belső folyamatok, amelyek egy önálló rendszerként működő gazdaság fontos jellemzői. Itt megemlíthető ismét a megújuló energiák kérdése, ami jelentősen növelhetné a *mezőgazdaság-ipar-energia-szektor* közötti kölcsönös kapcsolatrendszer kiépítését, növelve ezzel a belső körforgás arányát és így a gazdaság rendszerszerű működését is.

3.3 Függőségi mutatók

Az ágazatok központi szerepének (3.1 fejezet) vizsgálata mellett az is nagyon lényeges, hogy a hazai termelő-felhasználáson belül mely szektorok függenek leginkább a többi szektortól, és melyiktől. Ez vonatkozik a forrásoldali és a felhasználásoldali függésre egyaránt. Fiscus (2009) a szarvasmarha-ágazatban azt vizsgálta, hogy a marhahúsban a nitrogéntartalom milyen hálózaton keresztül áramlik a fogyasztóhoz. Eredményei szerint van olyan elem a rend-

szerben, ami teljes függőséget mutat, tehát az az ipari részfolyamat nagyon finomra hangolt, nagyon hatékony.

Módszertan

Az ökológiában már a nettó L -inverz mátrix is használatos erre a célra, kivonva belőle az egységmátrixot ($L^{net} - I$), azaz a szektor saját működtetéséhez szükséges értékeket. Megmutatja, hogy mennyi az első, második stb. fokan a többiek számára biztosított kibocsátás (akkumulált hatás), benne a közvetett hatással és a belső körforgás hatásával. Suh (2005) ezt a mátrixot használja a kölcsönös függőség bemutatására. Ez a módszer használható kereslet- és kínálatvezérelt esetben is.

Szyrmer és Ulanowicz (1987) kialakítottak két függőségi mátrixot, két aggregált közbülső (*total intermediate*) input/output mátrixot¹⁷, tehát forrás és felhasználás-oldalról is vizsgálják a függőséget. Az input oldali mátrixot (D^{Inp}) Ulanowicz a *Neturk* szoftverében aggregált függőségi mátrixnak nevezi (Szyrmer megnevezése alapján).

A D^{Inp} és a D^{Out} mátrixok kiszámításának elve az, hogy az $(L - I)$ mátrixot osztják az L_{jj}^{net} diagonális elemekből létrehozott \hat{l}^d diagonális mátrixszal, azaz szorozzák annak inverzével. A két mátrix kiszámítása a következő (Szyrmer és Ulanowicz, 1987):

$$D^{Inp} = (\hat{l}^d)^{-1}(L - I) \quad \text{és} \quad D^{Out} = (L^{Out} - I)(\hat{l}^d)^{-1}. \quad (9)$$

Az ÁKM elemzése

A 12. és 13. táblázatokban láthatók a függőségi mutatók a (9) alapján.

	D^{Inp}				D^{Out}				Össze- sen
	Mező- gazd.	Ener- gia	Ipar	Szolg.	Mező- gazd.	Ener- gia	Ipar	Szolg.	
Mezőg.	0,0059	0,0069	0,0342	0,0069	0,0059	0,0127	0,3760	0,0989	0,4936
Energia	0,0642	0,0083	0,0415	0,0354	0,0347	0,0083	0,2464	0,2724	0,5618
Ipar	0,1443	0,0569	0,0129	0,0609	0,0131	0,0096	0,0129	0,0789	0,1145
Szolg.	0,1713	0,1791	0,1109	0,0131	0,0120	0,0232	0,0856	0,0131	0,1340
Össz.	0,3858	0,2511	0,1995	0,1163					

12. táblázat. A D^{Inp} és a D^{Out} függőségi mátrixok. Forrás: saját számítások.

	D^{Inp}				D^{Out}				Össze- sen
	Mező- gazd.	Ener- gia	Ipar	Szolg.	Mező- gazd.	Ener- gia	Ipar	Szolg.	
Mezőg.	1,5	2,7	17,2	6,0	1,2	2,6	76,2	20,0	100,0
Energia	16,7	3,3	20,8	30,4	6,2	1,5	43,9	48,5	100,0
Ipar	37,4	22,7	6,4	52,3	11,5	8,4	11,2	68,9	100,0
Szolg.	44,4	71,3	55,6	11,3	9,0	17,4	63,9	9,8	100,0
Össz.	100,0	100,0	100,0	100,0					

13. táblázat. A D^{Inp} és a D^{Out} függőségi mátrixok értékeiből számolt százalékos megoszlások. Forrás: saját számítások.

¹⁷ A_T és B_T mátrixként jelölik.

D^{Inp} és a D^{Out} mátrixok a fontosabb közvetlen és közvetett ágazatközi forgalom szerkezetét mutatják. Mivel jelentésükben és tartalmukban nagyon közel állnak az $(L - I)$ és az $(L^{Out} - I)$ mátrixokhoz, csak a számítási mód tér el, így az értelmezésükben segít az utóbbi két mátrix szerinti értelmezés.

A $D_{1,3}^{Inp}$ (0,0342, 12. táblázat) jelentése: az *ipar* vásárlásai milyen arányban származnak közvetlen és közvetett módon a *mezőgazdaságtól*, azaz mennyiben függ az *ipar* termékeinek előállítása a *mezőgazdasági* termékektől. E szerint a *mezőgazdaság* 0,0342-es értéke az *ipar* összes 0,2086-os értékéhez képest nincs 20%-os (13. táblázat), ellenben a *szolgáltatás-tól* való függés meghaladja az 50%-ot. Kiemelendő az *energiaszektornak* a *szolgáltatástól* való több, mint 70%-os függése, de az *ipar* is jelentősen függ a *szolgáltatástól*. A *szolgáltatástól* való nagymértékű függést nagyban meghatározza a *szolgáltatási szektor* több mint 50%-os súlya.

A felhasználás (output) alapú függésnél a $D_{1,3}^{Out}$ 0,376-os értéke (12. táblázat) azt mutatja, hogy a *mezőgazdaság* értékesítései (közvetlen és közvetett) döntően az *iparba* irányulnak (a 0,4936-hoz viszonyítva 76%-os a hazai termelői szektorbeli piaci függősége, 13. táblázat). Az *ipar* és a *szolgáltatás* közötti függőségi kapcsolatot a felhasználás oldaláról is látszik: kimagasló arányúak az *iparnak* a *szolgáltatásba*, illetve a *szolgáltatásnak* az *iparba* történő értékesítései.

Megjegyzendő, hogy az $(L - I)$, illetve a D^{Inp} , valamint az $(L^{Out} - I)$, illetve a D^{Out} mátrixok valóban nagyon hasonló eredményt adnak a függőségre vonatkozóan, egyik mátrixérték sem tér el egy ezreléknél nagyobb mértékben egymástól.

Ezekben az esetekben a bruttó mátrixok elemzése annyival ad több információt, hogy az átló elemei a saját felhasználásnak köszönhetően jelentősen megnőnek.

A függőségi mutatók megmutatják a döntéshozóknak azokat az arányokat, ami a hazai termelőfelhasználás során a szektorok közötti kapcsolatokat jellemzik. A hagyományos, keresletvezérelt esetben nem az *energiaszektor* az, amelyiknek legjobban ki van szolgáltatva a többi szektor. A kínálatvezérelt esetben az elemzés nem hozott meglepetést: az *ipar* és a *szolgáltatás* az, amelyek felvevőkapacitásától legjobban függ valamennyi szektor.

4 Összegzés

A tanulmányban bemutattuk az ökológiai hálózatelemzés (ENA) input-output-elemzésen alapuló eszközzrendszerét, amely továbbfejlesztette a közgazdaságtanból átvitt módszereket az ökológiai rendszerek sajátosságainak megfelelően. A tanulmányban egy négyszektoros ÁKM-re vonatkozóan mutattuk be a továbbfejlesztett eszközkészlet használatát. Mivel az ENA elsősorban a szektorok közötti szerkezeti kapcsolatok elemére fókuszál, ezért bevezettük a nettó input-output-modellt, amely a szektorok belső forgalmát figyelmen kívül hagyva jobban mutatja a szerkezeti összefüggéseket.

A termékek nagyobb feldolgozottsági szinten történő exportálása, vala-

mint a hulladékok, az eddig fel nem használt melléktermékek újrahasznosítása igényli a szektorok közötti szorosabb együttműködést. Azok a törekvések, hogy minél nagyobb hozzáadott értékkel exportáljunk, illetve újrahasznosítsuk a hulladékokat/melléktermékeket, nem feltétlenül jelentenek azonban belső körforgást is, mivel az akkor áll elő, ha az együttműködés kölcsönös, van a szektorok között visszacsatolás, ami elősegíti a rendszerszerű működést. Elsőként használtuk a gazdaságban – az ÁKM-re vonatkozóan – a belső körforgás nagyságának a mérését, ami jó indikátora lehet a gazdaság rendszerszerű működésének. Egyúttal kimutattuk, hogy a belső körforgás mérésére kidolgozott mutatószámok nem tartalmaznak minden olyan elemet, amelyek a belső körforgásnak köszönhetőek. Megállapítottuk, hogy a szektorok összes kibocsátásához képest a kölcsönös kapcsolatok, tehát a belső körforgás aránya alig nagyobb, mint egy százalék, ami egy túlságosan nyitott, (ökológiai értelemben vett) rendszerszerű működést alig mutató gazdaságot jelez.

A centralitási mutatók a szektorok központi szerepének a kimutatására szolgálnak. Az ÁKM négy szektora nagyjából azonos súlyú, nincs túl hangsúlyos szektor, de mindegyik szektor más miatt van központi szerepben. Megállapítottuk, hogy a *mezőgazdaság* a legerőforrás-igényesebb és így a legnagyobb hatással van a többi szektor kibocsátására – ha csak ezt a szektort fejlesztik. A *szolgáltatási* szektornak van a legnagyobb rendszerszintű erőforrás-igénye, így legnagyobb szüksége is a többi szektorra. Az *energiaszektor* fejlesztése a legjövedelmezőbb egy szektor fejlesztése esetén, és az *ipar* szolgálja ki legjobban a többi szektort a rendszer egészének a fejlesztése esetén.

A szektorok függőségi viszonyainak elemzése rávilágított, hogy egy-két helyen van erősebb szektorális függés. Így az *energiaszektor* termelése több, mint 70%-ban függ a *szolgáltatási* szektortól a hazai termelőfelhasználást figyelembe véve. A *mezőgazdaság* értékesítése több, mint 75%-ban az *iparba* történik, így felhasználás oldalról ez jelenti a legjelentősebb függést.

A tanulmány hiányossága, hogy az elemzések szándékoltan nagyon vázlatosak. Nem mindegyik mutató bevezetése ad az ÁKM esetében látványos eredményeket. Így például a belső körforgás mutatója a szektorok közötti forgalmon alapul, tehát nagyobb, *megfelelően kialakított* szektorális felbontás esetén lehetne igazán azonosítani a körforgásban résztvevő tevékenységeket/szervezeteket. További hiányosság, hogy a vállalatokon/szektorokon belüli hulladék-újrahasznosítás ezzel a módszerrel csak közvetetten mutatható ki (például kevesebb energiát vásárol), hiszen ennek a helye a hozzáadott értékek között lehetne a saját vállalat szempontjából, és az ENA a szektorok közötti kapcsolatra fókuszál.

További elemzéseket lehetne végezni a részletes ÁKM vizsgálatával az egyes módszertani elemekre vonatkozóan (például függőség), ahol a szektorok közötti és belüli forgalom máshogy alakul és pontosíthatók a mutatók.

Az ÁKM elemzése során olyan új eredményeket kaptunk, amelyeket a hagyományos elemzési eszközökkel nem érhattünk volna el. Összességében megállapítható, hogy az ökológiai hálózatelemzés módszertana gazdagíthatja a gazdasági elemzés módszertanát.

1. Függelék. Matematikai függelék, az elemzés keretrendszere

Az elemzés alapjául a következő, az IOA-nak megfelelő keretrendszert választottuk, Zalai (2012, p. 177) alapján¹⁸:

	Hazai termelőfelhasználás	Végső felhasználás	Összes felhasználás (kibocsátás)
Hazai termelőfelhasználás	Z	Y – oldalsó szárny	x'
Importált termékek, adók + hozzáadott értékek	H – alsó szárny	Import végső felhasználásra Termékadók és támogatások egyenlege	
Összes ráfordítás (kibocsátás)	x		

F.1. ábra. A keretrendszer elemei, „B” típusú alapítás ÁKM esetén. Forrás: Saját szerkesztés Zalai (2012, p. 177) alapján.

A belső, Z mátrix egy $n \times n$ elemű mátrix, ahol az n jelöli a szektorok, vagy az ökológiában az egyes populáció-csoportok (rókák, kígyók stb.) számát. Az oszlopok mentén, balról jobbra haladva: Jelöljük z^{Out} -tal azt az oszlopvektort, ami tartalmazza az egyes szektorok más szektoroknak átadott összes értékét, Y -nal pedig a szektorok végső felhasználásának mátrixát (végső fogyasztás, export – oldalsó szárny). Az Y összesítése révén kapjuk az y (oszlop)vektort, y_i értékekkel (végső felhasználás vektora). Az x' oszlopvektor jelöli a szektorok összes kibocsátását, felhasználását. A továbbiakban ezt összes felhasználásnak hívjuk: $z^{Out} + y \rightarrow x'$.

A sorok szerint haladva, fentről lefelé, z^{In} -nel jelöljük azt a sorvektort, ami tartalmazza az egyes szektorok működéséhez szükséges, a többi hazai szektortól származó összes inputját, z_j^{In} értékekkel. A H mátrix (import+termékadók, támogatások valamint a hozzáadott értékek, mint a bérek, más néven: pótlólagos elsődleges erőforrások – alsó szárny) összegzéseként előálló (sor)vektor a h vektor. Az x sorvektor jelöli a rendszer összes forrását/ráfordítását ($H + Z$ összesítése, x_j értékekkel - oszlopösszegek): $z^{In} + h \rightarrow x$. Ezt a továbbiakban összes forrásnak vagy ráfordításnak hívjuk. A mátrix tartalmazza azokat a külső inputokat is (import, termékadók és támogatások egyenlege) a H mátrix megfelelő sorainál, amelyek azonnal végső felhasználásra kerülnek; ezeket a jobb alsó szárny tartalmazza.

¹⁸A tanulmánynak nem célja az input-output-elemzés részletes módszertanának ismertetése. A szükséges alapszintű ismeretek több helyen is elérhetők, lásd például Zalai (2012), vagy Perman et al. (2011), amely irodalmak ennek az összefoglalónak is az alapját képezik.

A Z mátrixhoz hozzárendelhető egy ún. technológiai mátrix (A , ahol a mátrix elemei $a_{ij} = Z_{ij}/x_j$) (vagy nettó ráfordításiegyüttható-mátrix – Zalai, 2012, p. 124), ahol az A elemeivel összeszorozva az oszlopösszegeket (x_j) visszakapjuk a Z mátrix elemeit: $Z_{ij} = a_{ij}x_j$, illetve mátrixalgebrai eszközökkel a szektorok más szektorok számára történő kibocsátását:

$$Ax' = z^{Out}, \quad x' = z^{Out} + y \rightarrow x' = Ax' + y. \quad (F.1)$$

Az a_{ij} elemeket itt a ráfordításokkal, azaz az x_j -kkel normálva kaptuk meg (Z_{ij}/x_j), de ugyanúgy normálhatunk a szektorok összes felhasználására is (Z_{ij}/x'_i), ekkor kapjuk meg a nettó kibocsátásiegyüttható-mátrixot (Zalai, 2012, p. 257), amit nevezünk A^{Out} -nak. Ebből szintén visszanyerhető a Z_{ij} mátrix: $Z_{ij} = a_{ij}^{Out}x_i$, illetve mátrixalgebrai eszközökkel a szektorok összes forrását kapjuk:

$$xA^{Out} = z^{In}, \quad x = z^{In} + h \rightarrow x = xA^{Out} + h. \quad (F.2)$$

A közgazdaságtanban inkább az első esetet vizsgálják, ez a keresletvezérelt elemzés: a szektor kibocsátásához milyen erőforrások szükségesek; így megállapítható például, hogy milyen visszahatása van a felhasználás-változásnak. Ezért a kibocsátáshoz szükséges struktúra megállapításához az (F.1) alapján kifejezték az y -t: $x' - Ax' = y$, amiből $(I - A)x' = y$, ahol I az egységmátrix. Innen adódik az

$$x' = (I - A)^{-1}y = Ly \quad (F.3)$$

megoldás, ahol az L a közgazdaságtanban általánosan használt (alapértelmezés szerinti, hagyományos, keresletvezérelt) Leontief inverz, a struktúramátrix, amelynek egyik legjellemzőbb felhasználása annak vizsgálata, hogy a végső felhasználás változásához milyen erőforrásigény szükséges. Így a kibocsátás-tervezésnél meghatározhatók az (egy időszaki) szükséges ráfordítások. Az Ly négysektoros változatának felírása segít abban, hogy a függőségi és centralitás-mutatókat jobban tudjuk értelmezni, ezért bemutatjuk a részletes mátrixot is:

$L_{11} * y_1$	$L_{12} * y_2$	$L_{13} * y_3$	$L_{14} * y_4$
$L_{21} * y_1$	$L_{22} * y_2$	$L_{23} * y_3$	$L_{24} * y_4$
$L_{31} * y_1$	$L_{32} * y_2$	$L_{33} * y_3$	$L_{34} * y_4$
$L_{41} * y_1$	$L_{42} * y_2$	$L_{43} * y_3$	$L_{44} * y_4$

F1. táblázat. Ly felírásában fellépő mátrixelemek négysektoros modell esetén. Forrás: Saját szerkesztés.

Az ökológiában a végső felhasználás szerepe nem olyan jelentős, inkább a forrásokra/ráfordításokra, illetve azoknak a populációcsoportokra gyakorolt hatását vizsgálják, ezért inkább a második összefüggésből (F.2) indulnak ki, ez a kínálatvezérelt elemzés: $x - xA^{Out} = h$, amiből $x(I - A^{Out}) = h$, ahol I az egységmátrix. Innen adódik az

$$x = h(I - A^{Out})^{-1} = hL^{Out}. \quad (F.4)$$

A hL^{Out} szorzat összetevői részletesen felírva a következők:

$h_1 * L_{11}^{Out}$	$h_1 * L_{12}^{Out}$	$h_1 * L_{13}^{Out}$	$h_1 * L_{14}^{Out}$
$h_2 * L_{21}^{Out}$	$h_2 * L_{22}^{Out}$	$h_2 * L_{23}^{Out}$	$h_2 * L_{24}^{Out}$
$h_3 * L_{31}^{Out}$	$h_3 * L_{32}^{Out}$	$h_3 * L_{33}^{Out}$	$h_3 * L_{34}^{Out}$
$h_4 * L_{41}^{Out}$	$h_4 * L_{42}^{Out}$	$h_4 * L_{43}^{Out}$	$h_4 * L_{44}^{Out}$

F2. táblázat. hL^{Out} felírásban fellépő mátrixelemek négyszektoros modell esetén. *Forrás:* Saját szerkesztés.

Az L^{Out} (kínálatvezérelt Leontief-inverz) segítségével azt vizsgálják, hogy pótlólagos erőforrások milyen változást eredményeznek az összes felhasználásban (kibocsátásban), tehát az előreható kapcsolatokat vizsgálják (Zalai, 2012, p. 257). Ez a megközelítés is megjelenik a közgazdaságtanban: Ghosh ezt toló hatásnak nevezte (Ghosh, 1958 in Zalai, 2012, p. 257), illetve Augusztinovics (1970) is foglalkozott ezzel a kínálatvezérelt mátrixszal. (Ulanowicz többször idézi Augusztinovics Máriaának ezt a cikkét, például Szyrmer és Ulanowicz, 1987.) Az ökológiai irodalomban gyakran használják az L^{Out} mátrixot, lásd például a tanulmányban tárgyalt centralitási mérőszámokat vagy a függőséget bemutató mátrixokat.

Zalai (2012, p. 257) felhívja arra a figyelmet, hogy a kínálati toló hatás érvényesülése esetén a ráfordítási szerkezet tetszés szerint alakulhat, ami feltételezi, hogy a felhasznált termékek között nagyfokú helyettesíthetőség van. Ez a probléma azért jelentkezik, mert a változást (Δh) az általunk fontosnak tartott szerkezetben „toljuk rá” a többi ágazatra is (lásd az F2. táblázat első oszlopát), ami valószínűleg megváltoztatja a ráfordítási szerkezetet. Amennyiben a termelési tényezők egymást valóban helyettesíthetik, úgy ez nem probléma, de a ráfordítási szerkezetet az ökológiában is szabályozza az evolúció, mint ahogy a gazdaságban is lassú folyamat a szerkezetváltozás/változtatás. A fentiek értelmében óvatosan kell eljárni a (Δh) meghatározásakor; a legbiztosabb, ha az követi a Leontief-inverz által kialakított szerkezetet.

2. Függelék. Közvetlen, közvetett kapcsolatok, valamint a belső körforgás

A függelék célja azoknak a közvetett hatásoknak a kimutatása, amelyek kezelhetők a belső körforgás elemeiként, a Leontief-inverz ki is mutatja őket, de a belső körforgás mutatói nem tartalmazzák azokat. Ennek bemutatására készítünk két mintapéldát, ahol az egyik esetben nincs körforgás, a másik esetben van. Mindkét esetre vonatkozóan közöljük a belső körforgás mutatóit (L_{cyc} mátrix, F3/3 táblázatok), ahol látható, hogy az egymással kölcsönös kapcsolatba lépő szektorok között kimutatható a belső körforgás, a többi szektornál nem. Azt is bemutatjuk a Neumann-hatványsor segítségével, hogy van olyan hatás a többi szektorban is, ami a létrejött kapcsolatnak, tehát a belső körforgásnak köszönhető (F3/7 táblázatok).

A Leontief-inverz konvergál a Neumann-hatványsorral (lásd például Zalai, 2012, p. 160), Szyrmer és Ulanowicz, 1987), tehát az L felbontható a

következőképpen (ahol az $A^0 = I$, $A^1 = A$):

$$(I - A)^{-1} = I + A + A^2 + A^3 + \dots \quad (\text{F.5})$$

A jelen tanulmányban használt input-output-elemzés során bemutatott rendszerben változatlan inputok által változatlan outputok kibocsátása történik a szektorok közötti áramlások állandóságát feltételezve (stacionárius modell). Amennyiben az i és j -edik ágazat nem függ közvetlenül egymástól, de mindegyik függ például a k -adiktól ($a_{ij} = 0$, de $a_{ik} > 0$ és $a_{kj} > 0$ – az A mátrixok elemeit a_{ij} -vel jelöljük), akkor az A^2 -ben az a_{ij} helyén pozitív érték lesz, mutatva a kettő közötti közvetett kapcsolatot (Zalai, 2012, p. 159).

Az is lehet, hogy ez a közvetett kapcsolat még egy szinttel arrébb tolódik, tehát az egyik függ egy $k1$, a másik egy $k2$ cellától, amelyek nincsenek egymással kapcsolatban, de mindkettő függ egy m cellától, akkor az A^3 -ban lesz majd az $a_{k1,k2}$ cellában pozitív érték. Ezen kívül a belső körforgást is tartalmazza a mátrix, amikor az egyes szektorok visszaáramoltatják a hozzájuk beérkezett inputot, tehát közvetlen és közvetett módon is részt vesznek egymás tevékenységében. Ez a belső körforgás az A^3 -tól végig ott szerepel az A -mátrixokban.

A lenti példában a négyszektoros ÁKM-ben az első esetben (F3/a táblázatok) az *energiaszektor* ad az *iparnak*, az *ipar* a *mezőgazdaságnak*, a *mezőgazdaság* pedig a *szolgáltatásnak* terméket, a *szolgáltatás* pedig csak végső felhasználásra szolgáltat. Ebben az esetben a Leontief inverz átlóiban 1-es értékek szerepelnek (F3/a/2 táblázat), mivel nincs a többi szektor számára szállított termék/szolgáltatás. A belső körforgás mátrix elemeinek értéke (LC_{yc} , F3/a/3 táblázat) ennek következtében végig nulla. Az A^1 tartalmazza a közvetlen kapcsolatokat, tehát ott van benne érték, ahol az ÁKM-ben is. Az A^2 -ben a közvetett kapcsolatok vannak, így az *energia* és a *mezőgazdaság* [2,1] cellájába pozitív érték kerül, mert volt direkt kapcsolat az *energia* és az *ipar*, valamint az *ipar* és a *mezőgazdaság* között. Ugyanígy kerül az *ipar-szolgáltatás* [3,4] cellájába is pozitív érték, mert volt közvetlen kapcsolat az *ipar*-*mezőgazdaság* és a *mezőgazdaság-szolgáltatás* között. Mivel az *energia* a *mezőgazdaságot* közvetetten befolyásolta (A^2 [2,1]), a *mezőgazdaság* a *szolgáltatást* viszont közvetlenül (A^1 , [1,4]), így az *energia* és a *mezőgazdaság* is kapcsolatba kerül egy következő szinten (A^3 , [2,4] cella). Ennél magasabb szintű kapcsolat nincs a rendszerben, ezért az A^4 -es mátrix (és onnantól a többi hatvány is) már végig nulla.

Az F3. ábra b) oszlopában közölt mátrixoknál ebbe a rendszerbe belép egy körforgásos elem, azaz az *ipar* visszaad az *energiaszektornak* 135,6 Mrd forintnyi terméket. Alatta a Leontief-inverz megfelelő elemei [2,2] és [3,3] nagyobbak lesznek 1-nél a másik szektornak visszajuttatott érték következtében (F3/b/2 táblázat), méghozzá a kölcsönösségnek megfelelő mértékben, ugyanannyival növelve mindkét diagonális elem értékét. Ez a folyamat követhető az A^2 mátrixban, ahol a [2,2] és [3,3] érték az A^1 – közvetlen kapcsolatok mátrixa – megfelelő [2,3] és [3,2] celláinak a szorzata. Az A^3 -as mátrixtól kezdődően ez a folyamat végtelenedik, hol a [2,3] [3,2], hol a [2,2] és [3,3]

7.	A^4 – körforgás nélkül				A^4 – körforgással			
	Mezőg.	Energia	Ipar	Szolg.	Mezőg.	Energia	Ipar	Szolg.
Mezőg.	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Energia	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00002	$6 \cdot 10^{-6}$	0.00000	0.00000
Ipar	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	$6 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-6}$
Szolg.	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

F3. táblázat. A négysektoros ÁKM bemutató példája a körforgás ábrázolására, a bal oldali oszlopban a körforgás nélküli (a), a jobb oldaliban pedig a körforgás belépésével (b). A táblázatok bal felső sarkában a sorszámok az egyes táblázatsorokra vonatkoznak. *Forrás:* saját szerkesztés.

Irodalom

1. Allesina, S., Ulanowicz, R. (2004) Cycling in ecological networks: Finn's index revisited, *Computational Biology and Chemistry* 28, 227–233.
2. Augusztinovics, M. (1970) Methods of International and Intertemporal Comparison of Structure. In *Contributions to Input-Output Analysis* (Ed. A. P. Carter and A. Bródy). North-Holland Publishing Company, Amsterdam-London.
3. Augusztinovics, M. (1995) What Input-Output is about? *Structural Change and Economic Dynamics* 6, 271–277.
4. Baumol, W. J. (2000) Leontief's Great Leap Forward: Beyond Quesnay, Marx and von Bortkiewicz," *Economic Systems Research, Journal of the International Input-Output Association* (special issue), 12(2), 141–152.
5. Bodini, A., Bondavalli, C., Allesina, S. (2012) Cities as ecosystems: Growth, development and implications for sustainability, *Ecological Modelling*, 245, 185–198.
6. Borrett, S. R., Lau, M. K. (2014) enaR: An R package for Ecosystem Network Analysis, *Methods in Ecology and Evolution*
7. Borrett, S. (2013) Throughflow centrality is a global indicator of the functional importance of species in ecosystems, *Ecological Indicators*, 32, 182–196.
8. Bossel, H. (1994) *Modeling and Simulation*. A K Peters/CRC Press.
9. Cooper S. J. G., Giesekam J., Hammond G. P., Norman J. B., Owen A., Rogers J. G., Scott K. (2017) Thermodynamic insights and assessment of the 'circular economy', *Journal of Cleaner Production*, 162, 1356–1367. doi: 10.1016/j.jclepro.2017.06.169.
10. Fann, S., Borrett, S. (2012) Environ centrality reveals the tendency of indirect effects to homogenize the functional importance of species in ecosystems, *Journal of Theoretical Biology*, 294, 74–86.
11. Fath, B. (2014) Quantifying economic and ecological sustainability *Ocean & Coastal Management*, 108, 13–19.
12. Fath, B. (2012) Analyzing Ecological Systems Using Network Analysis, *Ecological Questions*, 16, 77–86, doi: 10.2478/v10090-012-0008-0.
13. Fath, B. D. & Patten, B. C. (1999). Review of the foundations of network environ analysis, *Ecosystems*, 2, 167–179.
14. Finn, J. T. (1976). Measures of ecosystem structure and function derived from analysis of flows. *Journal of Theoretical Biology*, 56, 363–380.
15. Fiscus, D. A. (2007) Comparative Ecological Modeling for Long-term Solution of Excess Nitrogen Loading to Surface Waters and Related Chronic and Systemic Human-Environment Problems, Doctoral dissertation, <http://drum>.

- lib.umd.edu/bitstream/handle/1903/6791/umi-umd-4277.pdf; sequence=1, letöltve: 2016.08.16.
16. Fiscus, D. A. (2009) Comparative network analysis toward characterization of systemic organization for human–environmental sustainability, *Ecological Modelling*, 220, 3123–3132.
 17. Forrester, Jay W. (1969) *Urban Dynamics*. Pegasus Communications, Inc.
 18. Goerner, S. J., Lietaer, B., Ulanowicz, R. E. (2009) Quantifying economic sustainability: Implications for free-enterprise theory, policy and practice, *Ecological Economics*, 69, 76–81.
 19. Guesnet, V – Lassalle, G. – Chaalali, A. – Kearney, K. – Saint-Béat, B. – Karimi, B. – Grami, B. – Tecchio, S. – Niquil, N. – Lobry, J. (2015) Incorporating food-web parameter uncertainty into Ecopath-derived ecological network indicators *Ecological Modelling*, 313, 29–40.
 20. Hannon, B. (1973) The structure of ecosystems. *Journal of Theoretical Biology*, 41, 535–546.
 21. Hubbell, C. H. (1965) An input–output approach to clique identification. *Sociometry*, 377–399.
 22. Jámbor, A. (2011) Az agrárkereskedelem változása Magyarországon és az Európai Unió között a csatlakozás után, *Közgazdasági Szemle*, 58, 775–791.
 23. Jordán, F., Benedek, Z., Podani, J. (2007) Quantifying positional importance in food webs: a comparison of centrality indices. *Ecological Modelling*, 205, 270–275.
 24. Kazanci, C., Matamba, L., Tollner, E. W. (2009) Cycling in ecosystems: An individual based approach *Ecological Modelling*, 220, 2908–2914.
 25. Kemény, G. – Lámfalusi, I. – Tanító D. (2012) Az agrárgazdaság nemzetgazdasági szerepe az ágazati kapcsolatok mérlege alapján, *Gazdaság*, 56(3), 201–210.
 26. Koppány, K. (2018) Mi lenne velünk az autóipar nélkül? Ágazataink nemzetgazdasági jelentőségének vizsgálata input-output táblákkal és hypothetical extractions módszerrel, *Sigma*, 49(1-2), 11–38.
 27. Lenzen, M. (2007) Structural path analysis of ecosystem networks, *Ecological modelling*, 200, 334–342.
 28. Minx, J. C., Creutzig, F., Medinger, V., Ziegler, T., Owen, A. and Baiocchi, G. (2011) Developing a Pragmatic Approach to Assess Urban Metabolism in Europe - A Report to the Environment Agency prepared by Technische Universität Berlin and Stockholm Environment Institute, Climatecon Working Paper 01/2011, Technische Universität Berlin.
 29. Miller, J. H., Page, S. E. (2007) *Complex Adaptive Systems*. Princeton University Press.
 30. Miller, R. E., Blair, P. D. (2009) *Input–Output Analysis - Foundations and Extensions*, Second Edition. Cambridge University Press.
 31. Nakamura, S., Kondo, Y. (2009) *Waste Input-Output Analysis – Concepts and Application to Industrial Ecology Eco-efficiency in Industry and Science*, Volume 26, Springer, ISBN: 978-1-4020-9901-4
 32. Odum, H. T. (1998). Self-organization, transformity and information. *Science*, 242 (4882), 1132–1139.
 33. Perman, Ma, Common, Maddison & Mcgilvray (2011) *Natural Resource and Environmental Economics*, 4th edition. Addison-Wesley.

34. Révész, T., Zalai, E. (2012) A számszerűsített általános egyensúlyi (CGE) modellekről, *Szigma*, 43(1-2), 73–106.
35. Révész, T. (2001) A turizmus költség hatás-elemzése SAM-modellel *Statisztikai Szemle*, 79(10-11), 825–847.
36. Scharler, Ursula M., Fath, B. D. (2009) Comparing network analysis methodologies for consumer–resource relations at species and ecosystems scales, *Ecological Modelling*, 220, 3210–3218.
37. Schmidt-Bleek F. (2008) Factor 10: The future of stuff. *Sustainability: Science, Practice, & Policy* 4(1):1–4. Published online May 08, 2008. <http://archives/vol4iss1/editorial.schmidt-bleek.html>.
38. Shannon, C. E. (1948) A mathematical theory of communication, *Bell Syst. Tech. J.* 27, 379–423.
39. Suh, S. (2005) Theory of materials and energy flow analysis in ecology and economics, *Ecological Modelling*, 189, 251–269.
40. Szabó, N. (2015) A regionális input-output táblák becslési módszerei, *Területi Statisztika*, 55(1), 3–27.
41. Szyrmer, J., Ulanowicz, R. E. (1987) Total Flows in Ecosystems, *Ecological Modelling*, 35, 123–136.
42. Ulanowicz, R. E. (2009) The dual nature of ecosystem dynamics. *Ecological Modelling*, 220, 1886–1892.
43. Ulanowicz, R. E., Kay, J. J. (1991). A package for the analysis of eco-systems flow networks. *Environmental Software*, 6(3), 131–142.
44. Ulanowicz, R. E. (1986) *Growth & Development: Ecosystems Phenomenology*. Springer-Verlag, NY.
45. Ulanowicz, R. E. (1980) A hypothesis on the development of natural communities, *Journal of Theoretical Biology*, 85, 223–245.
46. Varga, A., Hau-Horváth, O., Szabó, N., Járosi, P. (2013) A GMR–Európa-modell alkalmazása kék gazdaság-típusú innovációk hatásvizsgálatára, *Területi Statisztika*, 53(5), 411–434.
47. Weizsäcker Von E., Lovins A. B., Lovins L. H. (1997) *Factor Four – Doubling Wealth, Halving Resources Use*, Earthscan Eds, London.
48. Wright, D. J. (1975). The natural resource requirements of commodities. *J. Appl. Econ.* 7(1), 31–39.
49. Zalai, E. (2012) *Matematikai Közgazdaságtan II*. Akadémiai Kiadó.
50. Zhang, Y., Zheng, H., Yang, Z., Li, J., Yin, X., Liu, G. Su, M. (2015) Analysis of urban energy consumption in carbon metabolic processes and its structural attributes: a case study for Beijing, *Journal of Cleaner Production*, 103, 884–897.

EXAMINATION OF THE FOUR-SECTORS' NATIONAL INPUT-OUTPUT
TABLE WITH THE METHODOLOGY OF ECOLOGICAL NETWORK
ANALYSIS (ENA)

The input-output analysis – thanks to the underlying general logic – proved to be an efficient methodology in the ecology from the 1960s. This methodology became one of the keystones of Ecological Network Analysis – ENA. In accordance with

the ecological specialities, during the decades, altering developments occurred on this field – e.g. ecology focussed more on the output-oriented calculations - that can enrich the tool set of the economic analysis. With help of the ENA one can quantify the cycling, which is based on the mutual relationships of sectors and one of the condition of the „systemic” behavior of a system. Centrality and dependency indicators are also calculated, which show the central position and dependency of the sectors from other sectors. This study brings back these developments into the economy and illustrates the methodology through a brief analysis of a 4 sectors’ national input-output table of Hungary from 2010. The conclusion of the study is that ENA enriches the quality and quantity of the economic analysis as well, but more work is needed to properly utilise the potential of the ENA methodology.