

HÁLÓZATI SZERKEZET ÉS ENDOGÉN PREFERENCIÁK EGY EGYSZERŰ CSEREMODELLBEN¹

LONGAUER DÓRA – SEBESTYÉN TAMÁS

PTE Közgazdaságtudományi Kar

A tanulmányban egy olyan cseremodellt vizsgálunk, amelyben az egyén cserelhetőségeit korlátozza az őt integráló társadalmi hálózat. A szimulációk során a hálózati szerkezetet a teljes és a csillagszerű hálók közötti folytonos skálán értelmezzük, kitérünk a kezdeti készletek eloszlásának és a hálózati szerkezettel való összefüggésének kérdésére, illetve beépítjük az endogén preferenciák lehetőségét is. Vizsgálatunk tárgya elsődlegesen az, hogy a cserehálózat topológiája mennyiben befolyásolja a cserefolyamat hatékonyságát és az egyenlőtlenségi viszonyokat. Az eredmények alapján azt mondhatjuk, hogy a hálózati szerkezetnek és a preferenciák endogenitásának lényeges szerepe van mindkettő alakulásában. A skálafüggetlen hálózatok alapvetően alacsonyabb hatékonyságúak, mint a centrális vagy teljes hálók, ugyanakkor adott feltételek mellett egyenlőbb egyensúlyi eloszlást eredményeznek. A preferenciák endogenitása a készletek kezdeti eloszlásától függően felerősítheti, de meg is fordíthatja a mért hatásokat.

Kulcsszavak: hálózati szerkezet, endogén preferenciák, korlátozott csere, hatékonyság, egyenlőtlenség. *JEL-kód:* C63, D51, L14

1 Bevezetés

A hálózatok tudománya az utóbbi évtizedekben jelentős fejlődésen ment keresztül. Egyrészt kiderült, hogy a megfigyelt hálózati rendszerek nagyon hasonló szerkezetekkel jellemezhetőek (Barabási, 2016; Barabási és Albert, 1999). Ugyanakkor az is kiderült, hogy egy komplex rendszer teljesítményét nagy mértékben befolyásolja az, hogy az elemei milyen módon kapcsolódnak egymáshoz (Bala és Goyal, 2000; Barabási, 2016; Jackson és Wolinsky, 1996). Különösen fontos annak felismerése, hogy a kapcsolódási szerkezet szorosan összefügg a vizsgált hálózati rendszer hatékonyságával és stabilitásával.

Több tanulmány is foglalkozik azzal, hogy a hálózati rendszerekben megtalálható erős és gyenge kapcsolatoknak eltérő, de fontos szerepe van a rendszer hatékonyságának és stabilitásának kialakításában (Barabási, 2003; Csermely, 2005; Granovetter, 1973, 1985). A közgazdasági szakirodalomban is található néhány megközelítés, amelyek a hálózati szerkezet sokk-terjedésben és

¹Beérkezett: 2018. szeptember 12. Longauer Dóra: Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar, Regionális Politika és Gazdaságtan Doktori Iskola, e-mail: longauerd@ktk.pte.hu. Sebestyén Tamás: Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar, és MTA-PTE Innováció és Gazdasági Növekedés Kutatócsoport, e-mail: sebestyent@ktk.pte.hu.

a rendszerszintű kockázatok kialakulásában játszott szerepét vizsgálják (Acmoglu et al., 2012, 2015; Allen és Babus, 2010; Allen és Gale 2000; Bougheas és Kirman, 2014).

A főáramú közgazdaságtani modellek a gazdasági aktorokat elszigetelt, független, tökéletesen informált döntéshozókként mutatják be exogén preferenciával és teljes kapcsolatrendszerrel (Persky, 1995). Ezek a modellek tehát nem építik be annak lehetőségét, hogy az egyén döntéseit társadalmilag beágyazottan hozza meg és ebben különböző társadalmi hatások is befolyásolják, nemcsak a piac által közvetített ár-információk. Az egyén lehetőségeit, választását, ízlésvilágát a társadalom tagjaként befolyásolják a vele kapcsolatban álló személyek (Brock és Durlauf, 2001), aminek aztán fontos hatása lehet a gazdasági folyamatok kimenetelére.

Ezen a ponton válik kifejezetten hasznossá a hálózatelmélet és annak módszertana. A társadalom tagjait összekötő társadalmi hálózat közvetíti a döntésekhez felhasznált információk jelentős részét, ugyanakkor meghatározza azt is, hogy a gazdasági szereplők tipikusan kikkel lépnek cserekapcsolatba. A hálózatelméleti kutatások pedig éppen arra hívják fel a figyelmet, hogy ezeknek a kapcsolatrendszereknek a szerkezete lényegesen befolyásolhatja a rendszer egészének működését.

A kérdés fontos kapcsolódással rendelkezik a nem teljes informáltság piaci működésre gyakorolt hatásaival foglalkozó modellek irányába is. A hálózati szerkezetek szerepe éppen akkor válik fontossá, amikor a kapcsoltság nem teljes, tehát nem tehetjük fel, hogy a piaci szereplők egyformán jól értesültek a rendszer minden elemének működését illetően (pl.: Barro, 1976; De Grauwe, 2012; Mankiw és Reis, 2010; Stigler, 1961). Néhány tanulmány azt is vizsgálja, hogy a piaci kapcsolatok lokalitása, szelektivitása mennyiben befolyásolja az aggregált szintű piaci működést (Hau et al., 2013; Váry, 2015).

A tanulmányban egy olyan modellt vizsgálunk, amely a csere folyamatát hálózati kontextusban ragadja meg, vagyis explicit módon megjelenítjük, hogy az egyén cserelehetőségeit illetve preferenciáit korlátozza az őt integráló társadalmi hálózat. Vizsgálatunk tárgya elsődlegesen az, hogy ennek a hálózatnak a topológiája mennyiben befolyásolja a cserefolyamat hatékonyságát és a társadalomban beálló egyenlőtlenségi viszonyokat. A vizsgált modell tekinthető Wilhite (2006) modellje továbbfejlesztéseként, amelyet három érdemi ponton egészítünk ki: (1) a hálózati szerkezetet folytonos skálaként értelmezzük és különböző topológiák egy kontinuumán vizsgáljuk a cserefolyamat jellemzőit; (2) kitérünk a kezdeti készletek eloszlásának és a hálózati szerkezettel való összefüggésének kérdésére; (3) beépítjük az endogén preferenciák lehetőségét is, vagyis, hogy a cserefolyamat szereplői egymás preferenciáit befolyásolhatják.

Fontos kiemelni, hogy a tanulmányban mindvégig exogén, fix hálózati szerkezetekkel dolgozunk, amelyek a cserefolyamat során nem változnak. Bár a gazdasági, társadalmi hálózatok fontos jellemzője a változás, ha feltételezhetjük, hogy ez a hálózati átalakulás lassabban megy végbe, mint ahogy a vizsgált gazdasági folyamat zajlik, akkor korántsem irreleváns fix hálózatokon vizsgálni a modellek működését (Wilhite, 2006).

2 A modell

2.1 A cseremodell

2.1.1 Hasznosság és cserearányok

A modellben N számú ágens léphet potenciális cserekapcsolatba egymással. Az ágensek kétféle, X és Y termék adott induló készletével rendelkeznek.² Jelölje az i ágens készletét az egyes termékekből a t időszakban $X_{i,t}$ és $Y_{i,t}$, ahol $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ valamint $t \in \{1, 2, \dots, \infty\}$. A későbbi referencia kedvéért az i ágens készletarányát a t időszakban jelölje $z_{i,t} = X_{i,t}/(X_{i,t} + Y_{i,t})$.

Az ágens preferenciáit a két termék vonatkozásában egy standard, Cobb-Douglas típusú hasznossági függvény írja le:³

$$U_{i,t}(X_{i,t}, Y_{i,t}) = X_{i,t}^{\alpha_{i,t}} Y_{i,t}^{1-\alpha_{i,t}} \quad (1)$$

ahol tehát mind a készletek, mind pedig a preferenciákat leíró $\alpha_{i,t}$ paraméterek ágensenként és időszakonként különbözhetnek. A fenti hasznossági függvényből származtatható az i ágens helyettesítési határrátája a két termék vonatkozásában a t időszakban:

$$MRS_{i,t} = \frac{\alpha_{i,t} Y_{i,t}}{(1 - \alpha_{i,t}) X_{i,t}} \quad (2)$$

Ismert, hogy két cserélő esetén akkor valósulhat meg csere a felek között, ha a cseréhez használt cserearány a két fél helyettesítési határrátái között található. A modell működése szempontjából nem különösebben lényeges, hogy ezen a tartományon belül miképpen határozódik meg a cserearány. A továbbiakban feltesszük, hogy i és j ágens cseréje esetén a cserearány:

$$R_{i,j,t} = \sqrt{MRS_{i,t} MRS_{j,t}} \quad (3)$$

vagyis a két ágens helyettesítési határrátáinak mértani átlaga. Ennek a formulának megvan az a jó tulajdonsága, hogy a cserearány biztosan a két fél helyettesítési határrátája közé esik, méghozzá oly módon, hogy a két fél azonos mértékben részesedjen a cseréből származó előnyökből. Vagyis semmiképpen sem fordulhat elő az a helyzet, hogy a cseréből származó előnyöket egy az egyben az egyik fél fölözi le, azaz $R_{i,j,t} = MRS_{i,t}$ vagy $R_{i,j,t} = MRS_{j,t}$ legyen érvényben.⁴ Fontos megjegyezni, hogy a cserearány ágens-páronként

²A tanulmányban hűen az eredeti modellhez (Wilhite, 2006) kétféle terméket feltételezünk. A kutatás egy továbbfejlesztési iránya lehetne kettőnél több fajta termék feltételezése.

³A hasznossági függvényt Wilhite (2006)-nak megfelelően választottuk, így a két cikk eredményei könnyen összevethetők. Általánosabb függvényforma (pl. CES) választása a tanulmányban bemutatott kutatás egy lehetséges továbbfejlesztési irányát adja.

⁴Wilhite (2006) egy másik formulát használ, amiben a cserearányt az határozza meg, mennyi a két termék ágens tulajdonában levő együttes mennyiségének aránya: $R_{i,j,t} = (Y_{i,t} + Y_{j,t}) / (X_{i,t} + X_{j,t})$. Ez az arány gyakorlatilag az Edgeworth-doboz jobb alsó és bal felső sarka között húzott átló meredeksége. Ennek a cserearánynak az a problémája, hogy nem veszi figyelembe a szereplők preferenciáit, aminek ezben a dolgozatban később még fontos jelentősége lesz.

és időszakonként különbözik, a két fél készletei és preferenciái határozzák meg.

2.1.2 A csere

A (3) cserearány mellett két ágens akkor cserél, ha a csere Pareto-javulást eredményez, vagyis legalább az egyik fél hasznossága növekszik a csere következtében és egyiké sem csökken. Logikus, hogy amennyiben $MRS_{i,t} > MRS_{j,t}$ áll fenn, úgy $MRS_{i,t} > R_{i,j,t}$ és $MRS_{j,t} < R_{i,j,t}$ miatt i ágens vásárol X terméket j ágenstől és ad cserébe a cserearánynak megfelelő Y terméket. A csere „egysége” az X termék, vagyis minden egyes csereaktusnál egy egység X termék cserél gazdát a cserearánynak megfelelő Y termékért.

Jelölje $E_{i,j,t} = 1$, ha i és j ágensek között a csere megvalósítható, vagyis Pareto-javulást generál, illetve $E_{i,j,t} = 0$ az ellenkező esetet. A csere egyszerű dinamikája a fentieknek megfelelően a következő, tetszőleges i és j ágens-pár esetén:⁵

$$X_{i,t+1} = \begin{cases} X_{i,t}, & \text{ha } E_{i,j,t} = 0 \\ X_{i,t} + 1, & \text{ha } E_{i,j,t} = 1 \text{ és } MRS_{i,t} > MRS_{j,t} \\ X_{i,t} - 1, & \text{ha } E_{i,j,t} = 1 \text{ és } MRS_{i,t} < MRS_{j,t} \end{cases} \quad (4)$$

$$Y_{i,t+1} = \begin{cases} Y_{i,t}, & \text{ha } E_{i,j,t} = 0 \\ Y_{i,t} - R_{i,j,t}, & \text{ha } E_{i,j,t} = 1 \text{ és } MRS_{i,t} > MRS_{j,t} \\ Y_{i,t} + R_{i,j,t}, & \text{ha } E_{i,j,t} = 1 \text{ és } MRS_{i,t} < MRS_{j,t} \end{cases} \quad (5)$$

A készletek fenti változása alapján formálisan felírhatjuk azt is, hogy mely esetekben megvalósítható a csere és mely esetekben nem:

$$E_{i,j,t} = \begin{cases} 1, & \text{ha } U_{i,t+1} > U_{i,t} \text{ és } U_{j,t+1} \geq U_{j,t} \\ 1, & \text{ha } U_{j,t+1} > U_{j,t} \text{ és } U_{i,t+1} \geq U_{i,t} \\ 0, & \text{máskülönben.} \end{cases} \quad (6)$$

ahol az U -val jelölt hasznossági szintek az (1) hasznossági függvényből adódnak a megfelelő készletszintek behelyettesítése után.

2.1.3 Hálózati kapcsolatok

A tanulmány lényegi kérdése, hogy a cserekapcsolatok és a preferenciák kölcsönös meghatározottsága mögött fellelhető hálózatok struktúrája miként befolyásolja a cserefolyamatok jellemzőit. Annak érdekében, hogy ez vizsgálható legyen, az ágensek közötti kapcsolatokat reprezentáló gráfot definiálunk, mely a modellben exogén adottságként jelenik meg, a cserefolyamatok során nem változik. Az ágensek kapcsolódását leíró gráfot az \mathbf{S} mátrixszal jelöljük, melynek $s_{i,j} \in \{0, 1\}$ általános eleme azt mutatja meg, hogy az i és j ágensek között létezik-e kapcsolat ($s_{i,j} = 1$) vagy sem ($s_{i,j} = 0$). Feltesszük, hogy az

⁵Csak az i ágens készletváltozását tüntettük fel, a j ágens készletváltozása értelem-szerűen szimmetrikus.

\mathbf{S} gráf (hálózat) élei irányítatlanok ($s_{i,j} = s_{j,i}$), továbbá az önreflexív éleket kizárjuk ($s_{i,i} = 0$). Az \mathbf{S} mátrix alapján definiáljuk az ágensek fokszámát: $d_i = \sum_j s_{i,j}$.

Az \mathbf{S} hálózat két ponton lép be a modell működésébe. Egyfelől meghatározza az ágensek közötti lehetséges cserekapcsolatokat, azaz csak azon i és j ágens-párok között jöhet létre csere, amelyekre $s_{i,j} = 1$. Formálisan ez azt jelenti, hogy a cserearányra felírt (3) kifejezés az alábbi formára módosul:

$$R_{i,j,t} = \begin{cases} \sqrt{MRS_{i,t} MRS_{j,t}}, & \text{ha } s_{i,j} = 1 \\ 0, & \text{ha } s_{i,j} = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Az ágensek közötti kapcsolatok másik szerepe a preferenciák endogenitásának alakítása, melyre a következő pontban térünk ki.

2.1.4 Endogén preferenciák

A modell egyik kulcsfontos eleme, hogy az ágensek preferenciái időben változhatnak és a modell más ágenseinek jellemzőitől függenek. A preferenciák ilyen endogenitása a hasznossági függvény $\alpha_{i,t}$ paramétereibe épül be, az alábbi módon:

$$\alpha_{i,t} = (1 - \delta)a_{i,t} + \frac{\delta}{d_i} \sum_j s_{i,j} z_{j,t} \quad (8)$$

ahol $a_{i,t}$ az ágensek autonóm preferenciáját jelöli, $s_{i,j}$ a kapcsoltságot leíró paraméter, d_i a fokszám, $z_{i,t}$ pedig a készletarány (lásd az előző pontokat). A $\delta \in [0, 1]$ paraméter a preferenciák endogenitásának szintjét szabályozza. Ha $\delta = 0$, akkor az ágensek saját autonóm preferenciájukra támaszkodnak, döntésükben más ágensek nem befolyásolják őket. Ha $\delta = 1$, úgy az autonóm preferencia szerepe elvész és az ágensek kizárólag más ágensek készletei alapján döntenek.

A (8) összefüggés a preferenciák endogenitását más ágensek készleteihez ($z_{i,t}$) köti, vagyis feltesszük, hogy amennyiben egy ágens másokat is figyelembe vesz döntései során, úgy a partnereinek készlet szintjét figyeli és végső soron ahhoz igyekszik igazítani saját relatív készlet szintjét.

Ugyancsak megjelenik a (8) kifejezésben az ágenseket összekötő \mathbf{S} gráf szerepe: egy adott i ágens preferenciáit csak azon ágensek készletei befolyásolják, amelyekkel közvetlenül kapcsolatban áll. Ez természetesen azt is jelenti, hogy közvetett módon (amennyiben a gráf összefüggő) valamennyi ágens készlete befolyásolja minden más ágens preferenciáját.

2.1.5 Induló készletek

Egy fontos szabadsági fok a modellben a készletek kezdő szintje az ágenseknél, vagyis az $X_{i,0}$ és $Y_{i,0}$ értékek. Erre vonatkozóan feltesszük, hogy az X termékek készlete azonos minden szereplőnél és ezt az \bar{X} paraméter határozza meg. A heterogenitást a modellbe így az Y termékek viszik. Az Y termékek kezdeti

értékét véletlen változónak tekintjük, melynek eloszlását definiálnunk szükséges. Összhangban Acemoglu et al. (2015) munkájával a készletek kezdeti eloszlásának két kitüntetett típusát vizsgáljuk. Az egyik esetben azt feltételezzük, hogy az Y termék készlet-értékei normális eloszlásból származnak, amely esetben az ágensek viszonylag homogénnek tekinthetőek a készleteket tekintve.⁶ A másik esetben azt tesszük fel, hogy a készletek exponenciális eloszlást követnek. Ez az eloszlás aszimmetrikus struktúrát feltételez, amelynél az ágensek többsége relatíve alacsony készletszinttel rendelkezik, miközben néhány ágens extrém nagy készletszintet kaphat. A normális eloszlás esetében az Y termékek mennyiségének várható értéke \bar{X} , szórása pedig $\bar{X}/3$.⁷

A kezdeti készletek eloszlásán felül egy további fontos kérdés, hogy a fenti eloszlásokból generált induló készletszintek miképpen kapcsolódnak az egyes ágensek \mathbf{S} hálózatban betöltött pozíciójához. Ennek rögzítéséhez egy β paramétert definiálunk, amely az $Y_{i,0}$ induló készletek és a d_i foksámok közötti korrelációt fogja szabályozni.

Rendezzük csökkenő sorba a kapott $Y_{i,0}$ és d_i értéket, majd válasszunk egy tetszőleges k ranghelyen lévő $Y_{i,0}$ induló készletszintet. Ezt $1/N + \beta(N-1)/N$ valószínűséggel rendeljük a k -adik ranghelyen lévő foksámmal rendelkező ágenshez és $(1-\beta)/N$ valószínűséggel valamelyik másik ágenshez. Hajtsuk végre ezt minden generált induló készletszintre, így minden ágens rendelkeznii fog induló készlettel, az induló készletszintek és a foksámok közötti korreláció várhatóan β lesz.

2.2 A hálózati modell

Az előző pontban bemutatott vizsgálat alapját képző cseremodellt. A modell fontos eleme, hogy a szereplőket egy exogén módon adott és a cserelhetőségeket valamint a preferenciák kölcsönös függőségét (endogenitását) meghatározó gráf köti össze. A vizsgálatunk lényegi pontja, hogy ennek a gráfnak a struktúrája miképpen befolyásolja a cserefolyamatnak a modellel mérhető különböző jellemzőit. Éppen ezért fontos definiálnunk, hogy milyen hálózati szerkezeteket vizsgálunk. Szokásos az ilyen típusú vizsgálatok esetén, hogy a szerzők néhány tipikus hálózati szerkezetet hasonlítanak össze, mint például a teljes hálózat, a csillag-hálózat vagy éppen az Erdős–Rényi-féle véletlen hálózat (lásd pl. Acemoglu et al., 2015; Cowan és Jonard, 2007; Wilhite, 2006). Néhány esetben a különféle hálózati struktúrák egy teljes skáláját vizsgálják, ahol a skála végein valamilyen standard eset található (lásd pl. Sebestyén, 2010; Watts és Strogatz, 1998).

Ebben a tanulmányban az utóbbi megoldást választjuk: egy olyan hálózati modellt alkalmazunk a hálózati szerkezet exogén meghatározására, amely különböző szerkezetek egy skáláját képes átfogni. A skála egyik végén a teljes hálózat áll, melyben minden szereplő kapcsolatban áll minden másik szerep-

⁶A normális eloszlás ismert jellemzője, hogy a várható értéktől jelentősen eltérő értékek előfordulási valószínűsége gyakorlati szempontból elhanyagolható.

⁷Ezzel a specifikus beállítással azt érjük el, hogy a véletlenszerűen generált készlet-értékek elhanyagolható mennyisége esik a negatív tartományba.

lővel, míg a skála másik végén az extrém centralizált csillagháló szerkezet található. A skála közepén ugyanakkor éppen azok a skálafüggetlennek nevezett struktúrák alakulnak ki, amelyekről a hálózatelmélet megmutatta, hogy a valós hálózatok számos esetben e szerkezeti felépítést követik (lásd pl. Barabási, 2016). A modell alapja a Barabási–Albert-féle preferenciális kapcsolódás modelljének egy speciálisan kiterjesztett változata, amit formálisan mutatunk be a következő szakaszban.

Barabási és Albert (1999) nevéhez fűződik a skálafüggetlen hálózatok leírása. Kutatásaikban rámutattak arra, hogy a társadalmi életben fellelhető hálózatok legtöbbször skálafüggetlen eloszlást követ. A skálafüggetlen hálózatok foksám-eloszlására jellemző a szélesfarkúság, vagyis a hálózatban pozitív valószínűséggel előfordulnak kiugróan sok kapcsolattal rendelkező csomópontok. A hálózatokban a skálafüggetlenség kialakulását Barabási (2016) szerint két mechanizmus, a hálózat növekedése, illetve a preferenciális kapcsolódás (a foksámmal arányos kapcsolatgyűjtő képesség) támogatja.

2.2.1 A módosított preferenciális kapcsolódási algoritmus

A hálózati modell alapja egyfelől a növekedés, ami a csúcsok számának folyamatos bővülését jelenti, másrészt a preferenciális kapcsolódás elve. Barabási (2016), illetve Barabási és Albert (1999) megmutatják, hogy ez a két tulajdonság szükséges és elégséges feltétele annak, hogy a kialakuló hálózatok foksám-eloszlása a valóságban gyakran megfigyelt hatványfüggvény-eloszlást kövesse. A modell alapja a következő algoritmus:

1. Határozzuk meg a létrehozandó hálózat várható átlagos foksámát, melyet jelöljünk \bar{d} -vel.
2. Hozzunk létre egy M elemű véletlen hálózatot \bar{d} várható átlagos foksámmal, vagy ezzel ekvivalens módon $\Delta = \bar{d}/(M - 1)$ várható sűrűséggel. Ehhez Erdős és Rényi (1959) modellje alapján egy M elemű hálózatban Δ valószínűséggel állítsunk egy kapcsolatot létezőre és $(1 - \Delta)$ valószínűséggel nem létezőre.
3. Kezdjük el növelni a hálózat méretét úgy, hogy minden lépésben 1 új csúcsot adunk a hálózathoz.
 - (a) Az új csúcs \bar{d} számú kapcsolatot hoz létre a már meglévő csúcsokkal.
 - (b) Az új kapcsolatok kialakulásának alapja a preferenciális kapcsolódás egy általánosított változata: e szerint annak valószínűsége, hogy az i új csúcs a j meglévő csúccsal alakít ki kapcsolatot (az előző pontban leírtak alapján a kapcsolat létezik, ha $s_{i,j} = 1$ és nem létezik, ha $s_{i,j} = 0$):

$$P(s_{i,j} = 1) = \frac{d_j^\rho}{\sum_k d_k^\rho} \quad (9)$$

ahol $\rho \geq 0$ a preferenciális kapcsolódás erősségét meghatározó paraméter.

4. Ismételjük a 3. lépést, amíg a hálózat mérete (csúcsok száma) el nem éri N -et.

A fenti modell négy paraméteret tartalmaz: az induló hálózat méretét (M), a végső hálózat méretét (N), a várható átlagos fokszámot (\bar{d}) és a preferenciális kapcsolódás erősségét (ρ). Könnyű látni, hogy az induló és végső méret esetében azok aránya lesz a döntő, melyet $m = M/N$ jelöl. Ha $m = 1$, vagy nagyon nagy, úgy a kapott hálózatunk teljes egészében a véletlen hálózatok struktúráját örökli, hiszen nincsen lehetőség a preferenciális kapcsolódás és az abból következő skálafüggetlen szerkezetek felépülésére. Ha $m = 0$, vagy nagyon kicsi, akkor a kapott hálózat szerkezetét csak a preferenciális kapcsolódás (9) formulája határozza meg és a kialakuló szerkezet a ρ paraméter által adott.

Azt is könnyű észrevenni, hogy amennyiben $\rho = 0$, akkor az új csúcsok azonos valószínűséggel kapcsolódnak bármelyik meglévő csúcshoz, tehát a preferenciális kapcsolódás nem működik ebben az esetben.⁸ Ellenkezőleg, ha $\rho \rightarrow \infty$ akkor a legnagyobb csúcs (csúcsok) fogja (fogják) kapni az összes új kapcsolatot, ezáltal egy szélsőségesen centralizált hálózatot hozva létre. Ha pedig $\rho = 1$, akkor a standard preferenciális kapcsolódási modellt kapjuk vissza. Vezessük be az $r = \rho/(1 + \rho)$ jelölést. Ekkor az r paraméter segítségével egy 0-tól 1-ig terjedő skálán tudjuk szabályozni a preferenciális kapcsolódás erősségét. Ha $r = 0$, akkor $\rho = 0$, ha $r \rightarrow 1$, akkor $\rho \rightarrow \infty$ és ha $r = 1/2$, akkor $\rho = 1$. Ezzel a megoldással tehát r egy olyan zárt skálát biztosít, amelyen a két végpont exponenciális és extrém módon centralizált hálózatokat hoz létre, illetve a skála közepe a standard preferenciális kapcsolódás alapján skálafüggetlen szerkezeteket generál.

2.2.2 Egydimenziós skála kialakítása

A célunk a fenti modellel, hogy a teljes és a csillagháló közötti különböző hálózati szerkezeteket, illetve ezek között a skálafüggetlen struktúrákat egy skálán tudjuk kezelni. Azt már láttuk, hogy az r paraméter segítségével a preferenciális kapcsolódás erőssége állítható és a skála egyik oldalán véletlenszerű kapcsolódású, a másik végén pedig erősen centralizált hálózatok jönnek létre, míg középen a standard skálafüggetlen struktúrákat találjuk. Ahhoz azonban, hogy a két végponton a teljes és a csillagháló szerkezeteket találjuk, a modell további paramétereit szükséges az r paraméterhez kötnünk.

Egyrészt definiáljuk az induló hálózat nagyságát r függvényében: $M = 1/(r + 1/N)$. Könnyen látható, hogy amennyiben $r = 0$, akkor $M = N$, vagyis a preferenciális kapcsolódás nem játszik szerepet, a végső hálózat a kezdeti hálózattal egyezik meg, ami definíció szerint véletlenszerű. Ha $r = 1$, akkor elegendően nagy N esetén $M \rightarrow 1$, vagyis a kezdeti hálózat mérete minimális. Ekkor a preferenciális kapcsolódás teljes mértékben kibontakozik, és mivel $r = 1$, ezért extrém mértékben, vagyis egy olyan centralizált hálózati

⁸Ettől függetlenül a növekedés pusztá ténye generál heterogenitást a fokszámokban. Barabási (2016) megmutatja, hogy ebben az esetben a fokszámok eloszlása exponenciális és nem hatványfüggvény szerinti.

szerkezetet kapunk, amelyben \bar{d} számú csúcsnak minden más csúccsal van kapcsolata, a többi csúcs viszont pontosan ugyanazon központi csúcsokkal van összekötve. Ha $r = 1/2$, akkor $M \rightarrow 2$ ahogy $N \rightarrow \infty$, vagyis a preferenciális kapcsolódásnak ebben az esetben is van tere kibontakozni, hiszen nagyon kicsi az induló hálózat és így a végső hálózatot nem torzítja az induló hálózat véletlenszerűsége.

Látható, hogy ekkor az r paraméter 0-tól 1-ig terjedő skálája a véletlen és a csillagszerű struktúrák között tud átmenetet biztosítani, „félúton” a skálafüggetlen struktúrákkal, megválasztható azonban, hogy milyen sűrűségű hálózatot szeretnénk generálni. A továbbiakban azonban a várható átlagos fokszámot (\bar{d}) szintén r függvényében definiáljuk. Legyen $\bar{d} = 1/(r + 1/(N - 2)) + 1$. Könnyű megmutatni, hogy ha $r = 0$ akkor akkor $\bar{d} = N - 1$, vagyis a hálózat csúcsainak fokszáma maximális lesz, azaz teljes hálózatot kapunk. Amennyiben $r = 1$, akkor $\bar{d} \rightarrow 2$ ha $N \rightarrow \infty$, vagyis valóban csillaghálót kapunk, ahol egy kivételével minden szereplőnek egy kapcsolata van, és ezzel az egy kapcsolattal a csillagháló központi csúcsához kapcsolódik.⁹ Ha $r = 1/2$, akkor $\bar{d} \rightarrow 3$ ha $N \rightarrow \infty$, vagyis a skálafüggetlen struktúrák ritkák maradnak, ahogyan az a valós hálózatoknál is jellemző.

Összefoglalva tehát egy olyan hálózati modellt kaptunk, amely egyetlen korlátos paraméter ($r \in [0, 1]$) segítségével a teljes hálózattól a csillagháló szerkezetig ír le hálózati struktúrákat, miközben a skála közepén ($r = 1/2$) a standard skálafüggetlen struktúrát találjuk, relatíve kis sűrűség mellett.

3 Szimulációs keret

Az előző részben kifejtettük a vizsgált cseremodell jellemzőit, valamint a hálózati szerkezetek megjelenítéséhez használt hálózati modellt. Ebben a részben rögzítjük a modellel végzett szimulációk kereteit: egyrészt a szimulációk menetét, másrészt pedig azt a paraméter-teret, amellyel a modellt vizsgáljuk.

3.1 A modell dinamikája

A szimulációk során a fenti kifejtett modell numerikus megoldására kerül sor. A szimuláció a paraméterek beállítása után abból áll, hogy a korábban definiált cserefolyamatot játszunk le az ágensok között mindaddig, amíg lehetőség van Pareto-javulást eredményező cserék végrehajtására. A szimuláció megáll, amint ezek a lehetőségek kimerültek, tehát Pareto-hatékony állapotot ért el a modell. A részletes lépéseket az alábbiakban foglaljuk össze.

1. A modell paramétereinek meghatározása (a paraméterek listájához lásd az 1. táblázatot).
2. A hálózati szerkezetet definiáló r paraméter alapján létrehozuk az **S** gráfot a 2.2.1 szakaszban leírtak szerint, amely definiálja az ágensok

⁹Egy csillaghálózat esetén a központi csúcs fokszáma $N - 1$, míg a többi $N - 1$ számú csúcs fokszáma 1. Ebből az következik, hogy az átlagos fokszám ekkor $\bar{d} = (2N - 2)/N$, amiről könnyű belátni, hogy $\bar{d} \rightarrow 2$, ha $N \rightarrow \infty$.

közötti $s_{i,j}$ kapcsolatokat. (A 2.2.2 szakaszban leírtak alapján az r paraméter a hálózat-generáló algoritmus minden további paraméterét meghatározza.)

3. A 2.1.5 szakaszban leírtak alapján generáljuk a kezdeti készletszinteket és hozzárendeljük azokat az ágensekhez a d_i fokszámmok alapján, a β korrelációs paraméternek megfelelően.
4. Végrehajtjuk a cserefolyamatot.
 - (a) A (8) formula alapján kiszámítjuk a preferenciákat meghatározó $\alpha_{i,t}$ értékeket minden ágensre.
 - (b) Vesszük a lehetséges cseréket és felállítjuk ezek egy véletlen sorrendjét. Ennek a véletlen sorrendnek megfelelően elkezdjük végrehajtani a cseréket a (4) és (5) kifejezések alapján. Ennek eredményeként frissülnek a készletszintek.
 - (c) Ismételjük a fenti két lépést mindaddig, amíg vannak kihasználható cserelehetőségek. Ha ezek elfogytak, a szimuláció leáll.
5. Eltároljuk az adott szimuláció eredményeit (lásd az output-változókat felsoroló 2. táblázatban).

3.2 A paraméter-tér és az output változók

Az előző szakaszokban bemutattuk a hálózati háttérre épülő cseremodell részleteit és a szimulációk logikáját. Most összefoglaljuk a modell paramétereit, a közöttük lévő kapcsolatokat és meghatározzuk azokat az output-változókat, amelyeket vizsgálunk.

A modell paramétereit az 1. táblázat sorolja fel. A modell általunk használt változata mindössze hat szabad paraméterrel dolgozik: az ágensek száma (N), a hálózati szerkezet (r), a preferenciák endogenitása (δ), a készletek nagysága (\bar{X}), az induló készletek eloszlása (γ) és korrelációja a fokszámmal (β) azok a paraméterek, amelyek szerepét a cserefolyamat jellemzőiben a továbbiakban vizsgáljuk. A hálózat további paramétereit r értéke határozza meg. A várható átlagos fokszámmot (\bar{d}), a maghálózat méretét (M), a sűrűséget (Δ) a 2.2.2 szakaszban leírt módon r -hez kötjük, majd az így adott paraméterezéssel létrehozott hálózat determinálja az $s_{i,j}$ kapcsolati indikátorokat, továbbá a d_i fokszámmokat, amelyek a cserefolyamat során nem változnak, adottságként jelennek meg. Fontos azonban hangsúlyozni, hogy a hálózati modell sztochasztikus jellege miatt egy adott r érték számos különböző \mathbf{S} hálózatot generálhat, amelyek azonban struktúrájukban rendkívül hasonlóak.

További szabadsági fokot jelent az autonóm preferenciák (a_i) meghatározása. E tekintetben azzal az egyszerűsítéssel élünk, hogy ez minden ágensnél egyszerűen $a_i = 0,5$.

Jelölés	Elnevezés	Tartomány
N	Ágensek száma	$\in \mathbb{N}$
r	Hálózati szerkezet	$[0, 1]$
M	Mag-hálózat mérete	$1/(r + 1/N)$
\bar{d}	Átlagos fokszám (várható)	$1/(r + 1/(N - 2)) + 1$
Δ	Hálózati sűrűség (várható)	$\bar{d}/(M - 1)$
$s_{i,j}$	Hálózati kapcsolatok indikátora	$\{0, 1\}$, r -től függően
a_i	Autonóm preferenciák	0,5
δ	Preferenciák endogenitása	$[0, 1]$
\bar{X}	Készletszint abszolút nagysága	$\in \mathbb{R}^+$
γ	Induló készletek eloszlása	$\{\text{Norm}, \text{Exp}\}$
β	Induló készletek és a fokszámok korrelációja	$[0, 1]$

1. táblázat. A modell paraméterei

Végül meghatározzuk azokat a kulcsváltozókat, amelyeken keresztül a cse-refolyamat jellemzőit vizsgáljuk a különböző paraméterezések mellett. Az output-változókat foglalja össze a 2. táblázat.¹⁰

1. *Hatékonyság.* Hatékonyság alatt a cserék számát értjük, amely az in-duló állapotból a Pareto-hatékonny állapotba vezeti a cseregazdaságot.
2. *Egyenlőtlenség.* Egyenlőtlenség alatt a végső készletszintek szórását értjük.
3. *Egyenlőtlenség változása.* Az egyenlőtlenség változását a készletszintek szórásának végső és kezdeti értéke közötti különbségeként határozzuk meg.

Elnevezés	Definíció
Hatékonyság	$\sum_i \sum_j \sum_t E_{i,j,t} s_{i,j}$
Egyenlőtlenség	$\sigma_{X_{i,T} + Y_{i,T}}$
Egyenlőtlenség változása	$\sigma_{X_{i,T} + Y_{i,T}} - \sigma_{X_{i,0} + Y_{i,0}}$

2. táblázat. A vizsgált output változók

4 Eredmények

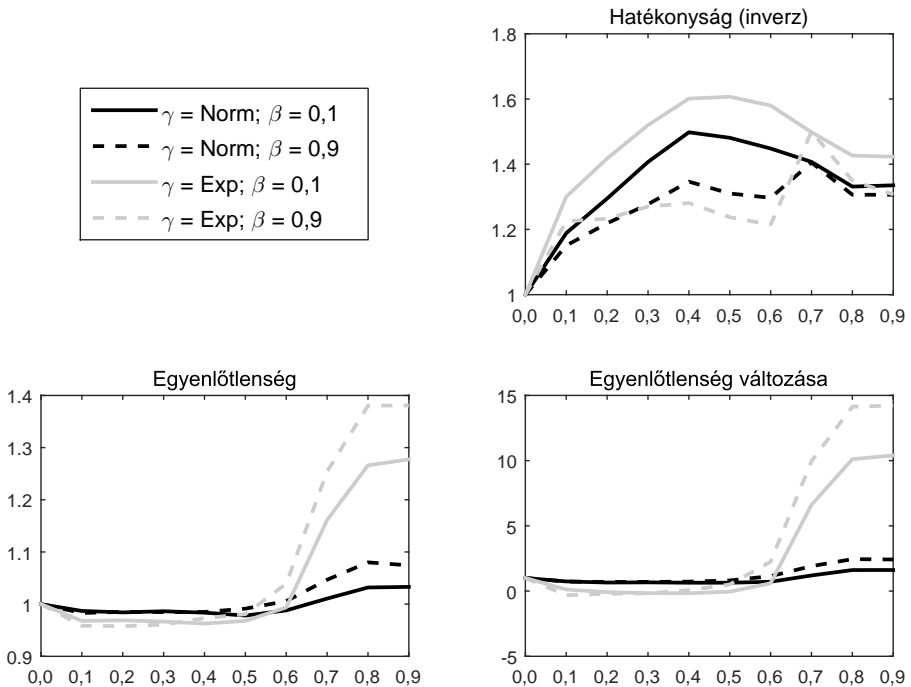
Az előzőekben kifejtettük az elemzéshez használt modellt és a szimulációk kereteit. A továbbiakban a szimulációk során kapott eredményeket közöljük. Az eredményeket két blokkban ismertetjük. Elsőként endogén preferenciák hiányában, csupán a hálózati szerkezet és a kezdeti készleteloszlások szerepét vizsgáljuk az output-változóknak. Vagyis ebben az esetben $\delta = 0$, és r , γ és β paraméterek hatását nézzük. Ezt követően az endogén preferenciákat is „bekapcsoljuk”, és megnézzük, miként befolyásolja a korábban kapott eredményeket.

¹⁰A táblázatban T jelöli a záró időszakot, $\sigma_{X_{i,t} + Y_{i,t}}$ pedig az együttes készletekből számolt szórás a t időszakban.

4.1 Hálózati szerkezet és induló készletek

Ebben a szakaszban azt vizsgáljuk, hogy a hálózati szerkezet és az induló készletek eloszlása illetve fokszámmal való korrelációja miként befolyásolja a cserefolyamatok jellemzőit. Ehhez az 1. táblázatban jelölt paraméterek közül három változását vizsgáljuk: r , β és γ , miközben δ értékét 0-ra állítjuk. A készletek kezdeti eloszlását meghatározó γ paraméter kétértékű, a másik két „mozgó” paraméter a $[0, 1]$ tartományon értelmezett. Ezen a tartományon 0,1-es lépésközökkel minden paraméterkombinációra elvégzünk 1000 független szimulációt, majd ezek átlagát vizsgáljuk, hogy a készletek és a hálózatok generálása során megjelenő sztochasztikus hatásokat elimináljuk. Az egyes output változók tekintetében a legnagyobb és legkisebb 5%-ot elhagyjuk annak érdekében, hogy a kiugró értékek ne torzítsák az eredményeket.

Az 1. ábra három diagramja a három output változó alakulását mutatja a hálózati szerkezet függvényében. A vízszintes tengelyen az r paraméter változik, a függőleges tengelyen pedig a teljes hálózatnál ($r = 0$) kapott eredményhez képest mért relatív eltérés látható az adott változó esetében. A fekete vonalak a normális ($\gamma = \text{Norm}$), a szürke vonalak pedig az exponenciális kezdeti készleteloszlás ($\gamma = \text{Exp}$) mellett kapott eredményeket jelölik. Mindkét esetben a folytonos vonalak a készletek és a foksám alacsony korreláltságát ($\beta = 0, 1$), a szaggatott vonalak a magas korreláltságot ($\beta = 0, 9$) mutatják.



1. ábra. Output változók alakulása r függvényében, különböző beállítások mellett (az output változók értéke mindig az $r = 0$ esetre van normalva).

A végállapotban tapasztalható egyenlőtlenség esetében (bal alsó panel) azt látjuk, hogy a hálózati szerkezetnek lényeges szerepe van. Az ábrán jól látható, hogy a centrális struktúrák (magas r értékek) erősen elválnak a többi topológiától: amikor a hálózati szerkezet centrálissá válik, vagyis a fokszámok eloszlása extrém aszimmetriát mutat, az egyenlőtlenség mértéke lényegesen nagyobb értéket vesz fel a végállapotban, mint más szerkezetek mellett. Az is jól látható, hogy az induló készletek normális, tehát kis heterogenitást mutató eloszlásánál ez az eltérés nem nagy, azonban ha a készletek induló állományában erős heterogenitást tételezünk fel (exponenciális eloszlás), a végállapotban 30-40%-kal nagyobb egyenlőtlenséget látunk a centrális szerkezetek mellett más szerkezetekhez képest. A készletek induló eloszlásánál kisebb, de jól érzékelhető jelentősége van az induló készletek és a fokszámok korreláltságának: magas korreláltság esetén az egyenlőtlenség nagyobb.

Bár a centrális hálókat esetén tapasztalható pozitív irányú kiugráshoz képest jóval kisebb hatása van, fontos megemlíteni, hogy r alacsonyabb tartományokban, tehát a teljes hálótól távolodva a skálafüggetlen szerkezetek felé az egyenlőtlenség csökken, vagyis a legkevésbé egyenlőtlen hálózati szerkezeteket a skálafüggetlen szerkezeti tartományban kapjuk. Az egyenlőtlenség minimuma 0,2-es és 0,4-es r érték közé esik, azonban a centrális szerkezetek jelentős kiugráshoz képest csak 1-5%-os eltérést jelent a teljes hálónál tapasztalt egyenlőtlenséghez képest. Hasonlóan a centrális szerkezetekhez, a skálafüggetlen topológia egyenlőtlenséget csökkentő hatása is nagyobb exponenciális kezdeti készleteloszlás esetén.

Érdekes összevetnünk ezt a képet az egyenlőtlenség változására kapott megfigyeléssel (jobb alsó panel), amely esetben ezzel egybevágó eredményeket látunk: a centrális struktúráknál nagyobb mértékben növekszik az egyenlőtlenség, mint más szerkezeteknél, a kezdeti készletek heterogenitása és a kezdeti készletek korreláltsága a fokszámokkal pedig erősíti ezt a hatást. Igen jelentős hatásról beszélünk, a fokszámokkal korrelált és heterogén kezdeti készletek mellett a centrális szerkezeteknél mért növekedés az egyenlőtlenségben csaknem 15-ször akkora, mint a teljes hálózat esetén. Ugyanakkor itt is azt látjuk, hogy a skálafüggetlen szerkezetek mellett a teljes hálóhoz képest kisebb mértékben növekszik az egyenlőtlenség (sőt, itt előfordul az egyenlőtlenség csökkenése is).

1. MEGÁLLAPÍTÁS. A hálózati szerkezet befolyásolja a cserefolyamat során kialakuló egyenlőtlenségi viszonyokat. A teljes hálóhoz képest a skálafüggetlen szerkezetek kis mértékben kisebb, a centrális hálózati szerkezetek pedig nagy mértékben nagyobb egyenlőtlenséghez vezetnek. Hasonlóan, a skálafüggetlen szerkezet mellett a cserefolyamat az egyenlőtlenségeket csak kis mértékben növeli, vagy csökkenti, míg a centrális szerkezetek az egyenlőtlenséget nagy mértékben növelik. Ezt a két hatást erősíti (i) az induló készletek eloszlásának heterogenitása és (ii) az induló készletek és a fokszámok korreláltsága.

Amennyiben a cserefolyamat hatékonyságát vizsgáljuk, vagyis, hogy mennyi csereaktus révén érjük el a Pareto-hatékony állapotot, azt látjuk, hogy a

teljes hálózat bizonyul a leghatékonyabbnak. Ez logikus, hiszen itt minden cserelehetőség megengedett, míg a centrális hálók felé haladva egyre korlátozottabbak a cserelehetőségek, így a cserefolyamat hatékonysága csökken. Érdekes ugyanakkor megfigyelni, hogy e tekintetben nem a kezdeti készlet-szintek eloszlása, hanem azok fokszámmal való korreláltsága differenciálja a kapott eredményeket. Függetlenül az induló eloszlástól, ha a készletek és a fokszámok nem korreláltak, egyértelműen kirajzolódik a skálafüggetlen szerkezetek hatékonyságot rontó szerepe: ezekben az esetekben van szükség a legtöbb csereaktusra a Pareto-hatékony állapot eléréséhez. Ha azonban a kezdeti készletek és a fokszámok erősen korreláltak, a centrális szerkezetek lesznek a legkevésbé hatékonyak.

2. MEGÁLLAPÍTÁS. Mindebből az látszik, hogy az erősen centralizált elosztási rendszerek akkor tudnak hatékonyabbak lenni a skálafüggetlen rendszereknél, ha az ágensek készletei és hálózatban betöltött pozíciója között nincsen érdemi korreláció. Ha van, tehát a készletekben megjelenő heterogenitás együtt jár a hálózati pozícióval, akkor a centrális szerkezetek hátrányba kerülnek a skálafüggetlen szerkezetekkel szemben.

A 3. táblázat összefoglalja az ebben a szakaszban (exogén preferenciák mellett) kapott eredményeket. A táblázat a készletek kezdeti elosztásától függően (normális és exponenciális eloszlás, illetve alacsony és magas korreláció) mutatja meg a hatások irányát a hatékonyság inverzére és az egyenlőtlenségre a skálafüggetlen és a centrális hálókban a teljes háléhoz képest. Amíg a hatékonyság jellemzően csökken a nem teljes struktúrákban, addig az egyenlőtlenség tekintetében azt látjuk, hogy a skálafüggetlen struktúrák egyenlőbb, a centrális struktúrák pedig egyenlőtlenebb egyensúlyi eloszlást eredményeznek.

	S k á l a f ü g g e t l e n		C e n t r á l i s	
	$\beta = 0,1$	$\beta = 0,9$	$\beta = 0,1$	$\beta = 0,9$
Norm.	+/-	+/-	+/+	+/+
Exp.	+/-	+/-	+/+	+/+

3. táblázat. Készleteloszlástól függő hatások az inverz hatékonyságra/egyenlőtlenségre a skálafüggetlen és centrális struktúráknál a teljes háléhoz képest. +: növekedés, -: csökkenés

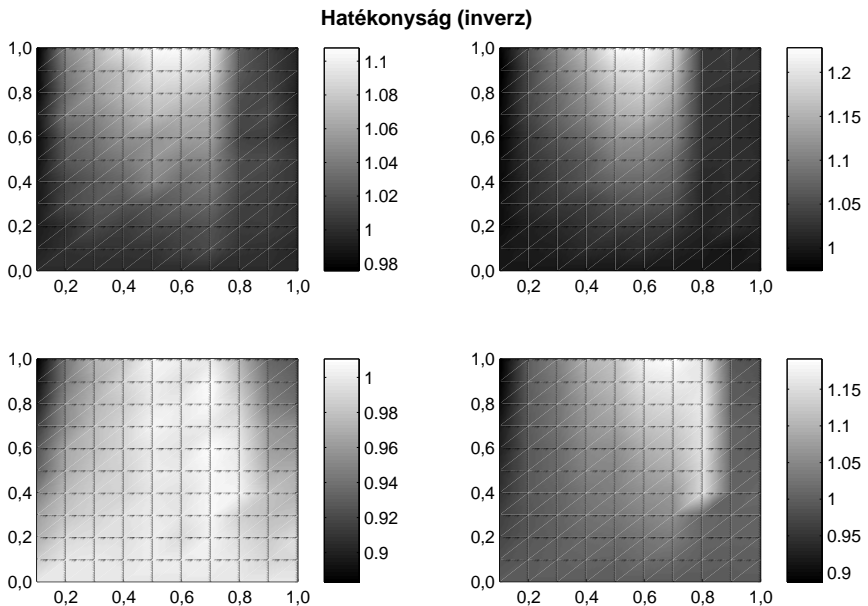
4.2 Hálózati szerkezet és endogén preferenciák

Az előző szakaszban a hálózat szerkezetének és az induló készletek eloszlásának kapcsolatát vizsgáltuk. Ebben a szakaszban bekapcsoljuk a preferenciák endogenitását, ahogyan azt a (8) formula definiálja. Ennek alapján a δ paraméter révén a preferenciák endogenitásának mértékét tudjuk állítani: minél nagyobb δ , annál nagyobb súllyal esnek számításba az adott ágens közvetlen cserepartnereinél lévő készletek a saját preferencia kialakításában (az extrém $\delta = 1$ esetben a preferenciák teljesen endogének, a saját autonóm preferencia szerepe eltűnik – az eddigi elemzések $\delta = 0$ beállítással készültek).

A modell dinamikáját továbbra is a 2. táblázatban bemutatott output változók mentén vizsgáljuk, azonban most a hálózati struktúrát leíró r paraméter mellett a preferenciák endogenitását vezérlő δ paraméter függvényében

is vizsgáljuk az eredményeket. δ értékét 0 és 1 között, 0,1-es lépésközzel változtatjuk. A kezdő készletek eloszlására továbbra is két esetet, a normális és exponenciális eloszlást vizsgáljuk, valamint a kezdő készletek és a foksámok korrelációja tekintetében az előzőekhez hasonlóan a $\beta = 0,1$ és $\beta = 0,9$ esetekre végzett szimulációk eredményeit mutatjuk be. Valamennyi paraméter-kombinációra 1000 független szimulációt végeztünk el, majd a három output változó tekintetében a felső és alsó 5-5%-ot kihagyva az átlagos értékeket elemezzük.

A 2. ábrán az inverz hatékonyságra kapott eredmények láthatóak különböző paraméterezések mellett. Az ábra négy paneljén minden esetben a vízszintes tengely mutatja r változását (teljes hálótól a centrális struktúráig), a függőleges tengely pedig a preferenciák endogenitásának mértékét (autonóm preferenciáktól teljes mértékben endogén preferenciáig). A felső két panel a kezdeti készletek normális (szimmetrikus) eloszlása, az alsó panel a készletek exponenciális (heterogén) eloszlása melletti eredményeket mutat. A bal oldalon a kezdeti készletek és a foksámok alacsony korreláltsága mellett kapott eredmények láthatóak, míg a jobb oldalon az erős korreláltság feltevése mellett kapott eredményt látjuk. Mind a négy panelen a színskála relatív értékeket mutat. Az adott hálózati struktúra mellett a $\delta = 0$, tehát teljesen autonóm (exogén) preferenciák mellett adódó csere-számhoz viszonyítva látható az adott endogenitási szint (δ) mellett adódó csereszám, tehát inverz hatékonyság (vagyis a vízszintes tengely mentén 1-es értékeket látunk). A sötét árnyalatok alacsonyabb, a világos árnyalatok magasabb értékeket jelölnek.



2. ábra. A hatékonyság alakulása r és δ függvényében, különböző beállítások mellett (az output változók értéke mindig az $r = 0$ esetre van normalva).

A cserefolyamat hatékonysága esetén a négy panel minőségileg hasonló képet mutat: a preferenciák endogenitásának növekedésével (tehát δ növekedésével) a skálafüggetlen struktúrák kisebb hatékonysága (magasabb csereszám) látható (világosabb terület). Érdekes ezt összevetni az 1. ábrán a hatékonyságra kapott képpel. Ott azt láttuk, hogy (legalábbis a készletek és a fokszámok alacsony korreláltsága esetén) a köztes, skálafüggetlen hálózati szerkezet mutatkozik a legkevésbé hatékonynak, tehát e mellett a struktúra mellett szükséges a legtöbb csere a Pareto-hatékony állapot eléréséhez. Az endogén preferenciák bekapcsolása azt mutatja, hogy ez a tendencia felerősödik, amennyiben a preferenciák endogénné válnak: a legtöbb cserére endogén preferenciák és skálafüggetlen szerkezet mellett van szükség a végállapot eléréséhez.¹¹ Érdekes azt is megfigyelni, hogy a két szélsőséges hálózati szerkezet mellett ($r = 0$ és $r = 1$ mellett) a preferenciák endogenitásának marginális szerepe van a hatékonyság alakulásában: erős endogenitás mellett is nagyjából azonos csereszám szükséges a Pareto-hatékony állapot eléréséhez, mint alacsony szintű endogenitás mellett.

A fent leírt tendenciák a legmarkánsabban akkor rajzolódnak ki, amikor a készletek kezdeti állománya normális eloszlást követ. Érdekes ugyanakkor megfigyelni, hogy a magas δ és köztes r értékek melletti maximum érték lényegesen nagyobb a jobb oldali panelen (1,2 az 1,1-del szemben), vagyis amikor a kezdeti készletek erősen korrelálnak az ágensek fokszámaival. Ezek szerint a korreláció még inkább felerősíti az endogén preferenciák hatékonyságot csökkentő hatását a skálafüggetlen szerkezetek esetén, ugyanakkor a szélsőséges struktúrák (teljes és centrális szerkezetek) mellett továbbra sincsen érdemi hatása a preferenciák endogenitásának.

Érdekes megfigyelni azt is, hogy az induló készletek exponenciális eloszlása mellett továbbra is hasonló képet látunk, azonban a készletek és a fokszámok korreláltsága erősebb hatással van a kapott eredményekre. Alacsony korreláltság mellett (bal alsó panel) azt látjuk, hogy a köztes skálafüggetlen szerkezetek esetében a preferenciák endogenitása csak minimálisan rontja a hatékonyságot, azonban a két szélső struktúránál érdemi pozitív hatást látunk: a teljes és centrális hálózati szerkezeteknél az endogenitás növekedése alacsonyabb csereszámhoz, tehát hatékonyabb cserefolyamathoz vezet. Ha azonban a korreláltság erős a készletek és a fokszámok között (jobb alsó panel), úgy a skálafüggetlen szerkezetek esetén az endogenitás hatékonyságot rontó szerepe ismét erőteljes, ugyanakkor a szélső szerkezeteknél továbbra is megmarad az érdemi hatékonyságot javító hatás.

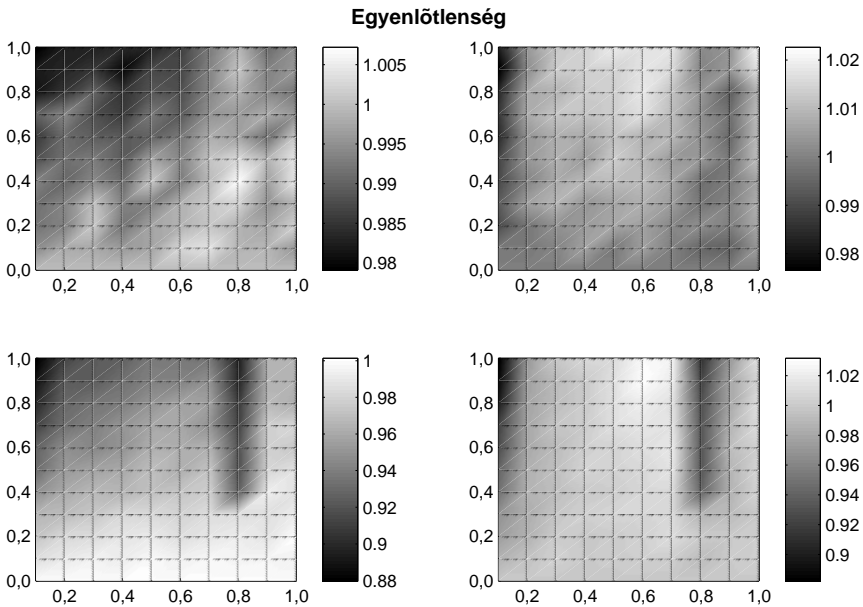
3. MEGÁLLAPÍTÁS. A preferenciák endogenitása általánosan felerősíti a köztes, skálafüggetlen hálózati szerkezetek hátrányát a cserefolyamat hatékonysága tekintetében, miközben a teljes hálózat és az erősen centrális szerkezetek egyaránt hatékonyabbnak bizonyulnak. A kezdeti készletek és a fokszámok erősebb korreláltsága mellett az endogén preferenciák nagyobb mértékben

¹¹Fontos megjegyezni, hogy a preferenciák endogenitása nem csupán ugyanazt a tendenciát hozza a szerkezet szerepét tekintve, amit $\delta = 0$ esetén látunk, hanem felerősíti azt: a skálafüggetlen szerkezetek hátránya a hatékonyságot tekintve növekszik a preferenciák endogenitását növelve.

rontanak a hatékonyságon skálafüggetlen szerkezetek, mint szélsőséges szerkezetek mellett, ugyanakkor a kezdeti készletek exponenciális (aszimmetrikus) eloszlása esetén a szélsőséges struktúráknál (teljes és centrális hálózatok) a preferenciák endogenitása javítja a hatékonyságot.

A 3. ábra az előzővel megegyező formában mutatja be az egyenlőtlenség, tehát a készletek végállapotban mért szórásának alakulását különböző paraméterezések mellett. Az 1. ábra bal alsó paneljén láttuk, hogy exogén preferenciák mellett a skálafüggetlen szerkezetek minimális előnye (egyenlőbb eloszlás), míg a centrális szerkezetek erős hátránya (egyenlőtlenebb eloszlás) figyelhető meg. Az endogén preferenciák hatására ehhez képest mért eltéréseket tükrözi az ábra. Összességében azt állapíthatjuk meg, hogy nincsen nagyon jelentős elmozdulás az egyenlőtlenségben, az endogén preferenciák hatása a $\pm 2\%$ -os sávban mozog, ami a hatékonyság esetén látott 10-20%-os hatásokhoz képest kicsi. Ugyanakkor ebben az esetben markáns különbségek figyelhetőek meg az egyes panelek között.

Amennyiben az induló készletek eloszlása normális (szimmetrikus), akkor jelentős szerepe van az induló készletek és a foksámok korrelációjának. Alacsony korreláltság mellett az endogén preferenciák egyenlőbb eloszláshoz vezetnek, de tipikusan alacsony r érték mellett, tehát a teljes vagy skálafüggetlen hálózati szerkezet esetén. Ha a korreláltság magas, akkor a köztes, skálafüggetlen szerkezetek mellett az endogén preferenciák növelik az egyenlőtlenséget, a teljes hálózat esetén azonban továbbra is csökkentik.

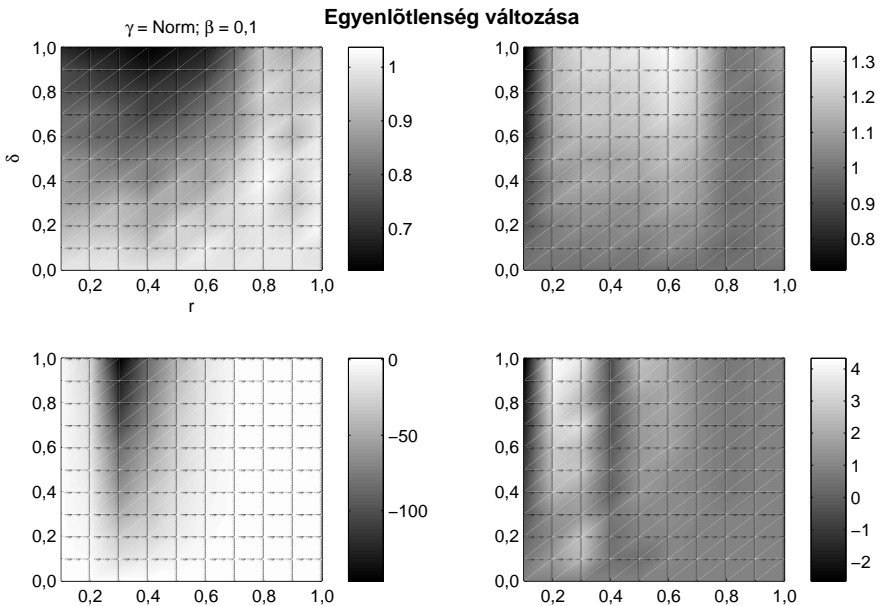


3. ábra. Az egyenlőtlenség alakulása r és δ függvényében, különböző beállítások mellett (az output változók értéke mindig az $r = 0$ esetre van normálva).

Ha az induló készletek eloszlása exponenciális (aszimmetrikus), akkor az alacsony korreláltság mellett azt látjuk, hogy a preferenciák endogenitása csökkenti az egyenlőtlenségeket (vagyis egyenlőbb eloszláshoz vezet) bármilyen hálózati szerkezet mellett, ugyanakkor magas korreláltság mellett a köztes skálafüggetlen szerkezetek esetén már növekvő egyenlőtlenséget látunk endogénebb preferenciák mellett.

4. MEGÁLLAPÍTÁS. A kezdeti készletek és a fokszámok erős korreláltsága esetén az endogén preferenciák növelik az egyenlőtlenséget skálafüggetlen hálózati szerkezet mellett, de csökkentik teljes vagy ahhoz közeli hálózat esetén. Ha a korreláltság alacsony, az egyenlőtlenség tipikusan csökken az endogenitás növekedésével. Ezek a hatások lényegesen erősebbek a készletek exponenciális kezdeti eloszlása esetén.

Végül a 4. ábra mutatja, hogy különböző paraméterek mellett milyen módon változik az egyenlőtlenség a cserefolyamat során. Amennyiben a készletek kezdeti eloszlása normális, úgy nagyjából a végső állapotban megfigyelt egyenlőtlenség tükröződik ezeken az ábrákon. Alacsony korreláltság mellett az endogén preferenciák mellett a cserefolyamat jobban csökkenti/kevésbé növeli az egyenlőtlenséget, mint exogén preferenciák mellett, és ez a hatás markánsabb a teljes és skálafüggetlen szerkezetek esetén. Ha azonban a korreláltság magas, úgy a skálafüggetlen szerkezetek mellett a preferenciák endogenitása jobban növeli/kevésbé csökkenti az egyenlőtlenséget, mint azok exogén volta.



4. ábra. Az egyenlőtlenség változásának alakulása r és δ függvényében, különböző beállítások mellett (az output változók értéke mindig az $r = 0$ esetre van normálva).

Hasonlóképpen markáns eltérést látunk a korreláltság mentén exponenciális kezdeti készleteloszlás esetén. Ha alacsony a korreláltság, úgy a köztes skálafüggetlen (bár teljes hálózathoz közelebbi) szerkezetek esetén a preferenciák endogenitása kedvezőbb az egyenlőtlenség változása szempontjából (kevésbé növeli/jobban csökkenti azt), míg erős korreláltság mellett ezek a szerkezetek éppen ellentétesen viselkednek: erősebb endogenitás mellett az egyenlőtlenség változása kedvezőtlenebb. Érdeemes még megfigyelni azt is, hogy a normális és exponenciális eloszlások mellett kapott eredmények nagyságrendje lényegesen eltér. Normális, tehát szimmetrikus kezdeti készleteloszlás mellett a preferenciák endogenitása jelentős, de még mindig relatíve mérsékelt hatást gyakorol az egyenlőtlenség változására (20-30% körül), míg exponenciális eloszlás esetén ez a hatás lényegesen nagyobb, akár többszörös is lehet.

5. MEGÁLLAPÍTÁS. Az egyenlőtlenség változása szempontjából a hálózati szerkezet és az endogén preferenciák szerepe ellentmondásos. A kezdeti készletek eloszlásától függetlenül a készletek és fokszámok alacsony korreláltsága mellett az endogenitás nagyobb mértéke kedvezően hat az egyenlőtlenség változására (kisebb mértékű növekedés vagy nagyobb mértékű csökkenés), ha a hálózati szerkezet skálafüggetlen, vagy ahhoz közeli. Ha azonban az induló készletek és a fokszámok erősen korreláltak, akkor ugyanezen skálafüggetlen hálózati szerkezetek esetén a preferenciák endogenitása tipikusan ront a cserefolyamat egyenlőtlenségre gyakorolt hatásán (kisebb mértékű csökkenés vagy nagyobb mértékű növekedés). Az endogén preferenciák jelentősége sokkal nagyobb ugyanakkor az exponenciális kezdeti készleteloszlás mellett.

A 4. táblázat összefoglalja az ebben a szakaszban (endogén preferenciák mellett) kapott eredményeket. A táblázatban a preferenciák endogenizálásának hatását látjuk az inverz hatékonyságra illetve egyenlőtlenségre, különböző készletelosztások és hálózati struktúrák esetében. A preferenciák endogenitása jellemzően hatékonyabb és egyenlőbb egyensúlyi eloszlást eredményez a teljes és a centrális struktúrákban, a skálafüggetlen struktúrák esetén azonban a hatékonyság általában romlik, az egyenlőtlenségre tett hatások iránya pedig erősen függ a készletek kezdeti elosztásától.

	T e l j e s		S k á l a f ü g g e t l e n		C e n t r á l i s	
	$\beta = 0,1$	$\beta = 0,9$	$\beta = 0,1$	$\beta = 0,9$	$\beta = 0,1$	$\beta = 0,9$
Norm.	~/-	~/-	+/-	+/+	~/~	~/~
Exp.	-/-	-/-	+/-	+/+	-/-	-/-

4. táblázat. Preferenciák szerepe az inverz hatékonyságra/egyenlőtlenségre a készletek elosztásától függően, különböző hálózati struktúrákban. +: növekedés, -: csökkenés, ~: nincs hatás

5 Összefoglalás

A tanulmányban egy olyan modellt mutattunk be és vizsgáltunk, amely egy egyszerű cserefolyamat során képes figyelembe venni mind a hálózati szerkezet, mint a folyamatban részt vevő ágensek potenciálisan endogén preferenciáinak szerepét. A modell alapja az ágenseket összekötő, a cserefolyamat során fixnek feltételezett hálózati struktúra, amely meghatározza mind

a cserelehetőségeket, mind pedig azokat a csatornákat, amelyen keresztül az ágensek preferenciáit más ágensek állapota befolyásolja.

A modellt arra használtuk, hogy négy peremfeltétel különböző állapotai mellett három eredményváltozó alakulását vizsgáljuk és ezáltal feltárjuk elsősorban a hálózati szerkezet és az endogén preferenciák kölcsönhatásának szerepét a cserefolyamat alakulásában. A négy peremfeltétel rendre: (i) hálózati szerkezet, (ii) preferenciák endogenitásának mértéke, (iii) a készletek kezdeti eloszlásának jellege, valamint (iv) a készletek és a hálózati pozíció korreláltsága. A három eredményváltozó: (i) a cserefolyamat hatékonysága (cserék száma), (ii) a végállapotban mért egyenlőtlenség (készletek szórása) és (iii) az egyenlőtlenség változása a cserefolyamat során. A tanulmány főbb megállapításait az alábbiakban foglaljuk össze, kihangsúlyozandó, hogy a kapott összefüggések a cserefolyamat általunk definiált szabályrendszere mellett érvényesek.

(1) Mindhárom vizsgált eredményváltozó (hatékonyság, egyenlőtlenség és annak változása) tekintetében megállapítható, hogy a hálózati szerkezetnek és a preferenciák endogenitásának lényeges szerepe van ezek alakulásában.

(2) A cserefolyamat hatékonysága (a Pareto-hatékony állapot eléréséhez szükséges tranzakciók száma) esetén azt látjuk, hogy exogén preferenciák mellett a skálafüggetlen szerkezeteknek hátránya van a teljes kapcsolati hálóval és a centrális szerkezettel jellemezhető szélsőségekkel szemben. Ezt a hatást a preferenciák endogenitása felerősíti. Ez azt jelenti, hogy minél inkább mások tulajdonságaira (készlet-ellátottságára) támaszkodnak a cserefolyamat szereplői saját ízlésük kialakítása során, annál kevésbé lesz hatékony a skálafüggetlen hálózati struktúra a Pareto-hatékony állapot elérésében. Nem különösebben meglepő, hogy egy teljes hálózat e tekintetben jobban teljesít, ugyanakkor érdekes eredmény, hogy a szélsőségesen centrális hálózati struktúra (csillag-háló) is hatékonyabb a skálafüggetlen szerkezeteknél, és annál inkább így van ez, minél erősebben endogén módon határozódnak meg a preferenciák.

(3) A cserefolyamat során kialakuló Pareto-hatékony végállapotban mért egyenlőtlenség szempontjából, exogén preferenciák mellett a skálafüggetlen szerkezetek minimálisan alacsonyabb, a centrális szerkezetek pedig erősen nagyobb egyenlőtlenséget mutatnak. A preferenciák endogenitása ezt a hatást ismét felerősíti, de csak akkor, ha a készletek kezdeti értékei és az ágensek fokszámai között nincsen érdemi korreláció. Ha ez a korreláció erős, akkor érdekes módon a skálafüggetlen szerkezetek enyhén kedvezőbb (egyenlőbb) eloszlását a preferenciák endogenitása rontja, nagyobb egyenlőtlenség irányába mozdítja el.

(4) Az egyenlőtlenség változása a cserefolyamat során szintén érdekes képet mutat. Exogén preferenciák mellett a skálafüggetlen szerkezetek kedvezőbbek (egyenlőséget javítóak), míg a centrális szerkezetek rosszabbak (egyenlőtlenséget növelők). E tekintetben ismét a kezdeti készletek és a hálózati pozíció korreláltsága bizonyul döntőnek, ha bekapcsoljuk a preferenciák endogenitását. Amennyiben ez a korreláltság alacsony, úgy a preferenciák endogenitása felerősíti a skálafüggetlen struktúrák kedvező hatását, erős korreláltság

esetén azonban éppen fordítva: a skálafüggetlen szerkezet mellett megjelenő endogén preferenciák kedvezőtlen hatással vannak a cserefolyamatra a tekintetben, hogy az miképpen befolyásolja az egyenlőtlenséget.

(5) A preferenciák endogenitása érdemi hatással van az egyenlőtlenség és a hatékonyság közötti átváltásra. Amíg a preferenciák exogének, a skálafüggetlen szerkezetek bizonyulnak a legkevésbé hatékonyak, ugyanakkor ezek mellett látható a legkisebb egyenlőtlenség. Amennyiben a preferenciák endogénné válnak, érdemi szerepe lesz az induló állapotnak, azon belül is a készletek és a fokszámok szórásának, vagyis annak, hogy milyen mértékben koncentrálódik a nagyobb vagyon (készlet) a magasabb fokszámú (tehát jobb cserelehetőségekkel rendelkező) szereplőknél. Ha ez a korreláltság alacsony, úgy az endogén preferenciák mellett hasonló átváltást találunk a hatékonyság és az egyenlőtlenség között, mint exogén preferenciák mellett. Ha azonban ez a korreláltság erős, akkor az átváltás megváltozik: a továbbra is kevésbé hatékony skálafüggetlen szerkezetek egyben egyenlőtlenebb szerkezetet is jelentenek, míg a hatékonyság szempontjából kedvezőbb teljes vagy centrális struktúrák esetén látjuk a kisebb egyenlőtlenséget.

(6) Az eredményekből az is látszik, hogy a készletek kezdeti eloszlása érdemben befolyásolja, hogy a preferenciák endogenitása milyen mértékben hat a vizsgált eredményváltozókra. Amennyiben a kezdeti eloszlás normális, vagyis a cserefolyamat szereplői nagyjából hasonló készletekkel indulnak neki a cserének, a preferenciák endogenitásának ugyan van hatása a cserefolyamat alakulására, ez azonban lényegesen kisebb, mint amikor a készletek eloszlása kezdetben exponenciális, vagyis aszimmetrikus: a többség kevés készlettel rendelkezik, míg néhány szereplő extrém nagy értékkel az átlaghoz képest.

Irodalom

1. Acemoglu, D., Carvalho, V. M., Ozdaglar, A., and Tahbaz-Salehi, A. (2012). The Network Origins of Aggregate Fluctuations. *Econometrica* 80(5), 1977–2016.
2. Acemoglu, D., Ozdaglar, A., and Tahbaz-Salehi, A. (2015). Systematic Risk and Stability in Financial Networks. *American Economic Review* 105(2), 564–608.
3. Allen, F. and Babus, A. (2010). Financial Connections and Systemic Risk. Tech. rep. NBER Working Paper.
4. Allen, F. and Gale, D. (2000). Financial Contagion. *Journal of Political Economy* 108, 1–33.
5. Bala, V. and Goyal, S. (2000). A Noncooperative Model of Network Formation. *Econometrica* 68(5), 1181–1229.
6. Barabási, A-L. (2003). *Behálózva. A hálózatok új tudománya*. Magyar Könyvklub, Budapest.
7. Barabási, A-L. (2016). *Network Science*. Cambridge University Press.
8. Barabási, A-L. and Albert, R. (1999). Emergence of Scaling in Random Networks. *Science* 286, 509–512.
9. Barro, R. (1976). Rational Expectations and the Role of Monetary Policy. *Journal of Monetary Economics* 2(1), 1–32.

10. Bougheas, S. and Kirman, A. (2014). Complex Financial Networks and Systemic Risk: A Review. Tech. rep. CESifo Working Paper.
11. Brock, W. and Durlauf, S. (2001). Interactions-Based Models. In *Handbook of Econometrics*. Ed. by J. Heckman and E. Leamer. North-Holland: Handbooks in Economics Series.
12. Cowan, R. and Jonard, N. (2007). Structural Holes, Innovation and the Distribution of Ideas. *Journal of Economic Interaction and Coordination* 2(2), 93–110.
13. Csermely, P. (2005). *A rejtett hálózatok ereje*. Vince Kiadó.
14. De Grauwe, P. (2012). *Lectures on Behavioral Macroeconomics*. Princeton University Press.
15. Erdős, P. and Rényi, A. (1959). On Random Graphs I. *Publicationes Mathematicae* 6, 290–297.
16. Granovetter, M. (1973). The Strength Of Weak Ties. *American Journal of Sociology* 78, 1360–1380.
17. Granovetter, M. (1985). Economic Action and Social Structure: The Problem of Embeddedness. *American Journal of Sociology* 91(3), 481–510.
18. Hau, O., Mellár, T., and Sebestyén, T. (2013). Láthatóvá tehető-e a láthatatlan kéz? Egy ágensalapú piaci modell tapasztalatai. *Közgazdasági Szemle* 60(9), 992–1024.
19. Jackson, M. O. and Wolinsky, A. (1996). A Strategic Model of Social and Economic Networks. *Journal of Economic Theory* 71(1), 44–74.
20. Mankiw, N. G. and Reis, R. (2010). Imperfect Information and Aggregate Supply. In: *Handbook of Monetary Economics*. Ed. by B. M. Friedman and M. Woodford. North-Holland: Amsterdam in Press.
21. Persky, J. (1995). Retrospectives. The Ethology of Homo Economicus. magyar. *Journal of Economic Perspectives* 9(2), 221–231.
22. Sebestyén, T. (2010). Tudáshálózatok struktúrájának szerepe egy egyszerű általános egyensúlyi modellben. *Sigma* 41(3-4) 121–153.
23. Stigler, G. J. (1961). The Economics of Information. *The Journal of Political Economy* 69(3), 213–225.
24. Váry, M. (2015). Piaci alkalmazkodás ragadós árak mellett – Calvo-típusú ármerevség egy ágensalapú modellben. *Közgazdasági Szemle* 62(1), 48–77.
25. Watts, D. and Strogatz, S. (1998). Collective Dynamics of 'Small-World' Networks. *Nature* 393(4), 440–442.
26. Wilhite, A. (2006). Economic Activity on Fixed Networks. In *Handbook of Computational Economics. Agent-Based Computational Economics*. Ed. by L. Tesfatsion and K. Judd. North-Holland: Handbooks in Economics Series.

NETWORK STRUCTURE AND ENDOGENOUS PREFERENCES IN A SIMPLE EXCHANGE MODEL

In this paper we examine an exchange model, in which the exchange opportunities of individuals are constrained by their social network ties. We set up a model of network structure from complete networks to star-like hierarchical structures and we address the role of the distribution of initial endowments and its relation

to the network structure while also accounting for the possibility of endogenous preferences. The primary subject of our study is the influence of the exchange network topology on the efficiency of the exchange process and the inequality of the equilibrium distribution. Based on the results, we can say that the network structure and the endogeneity of the preferences have a significant role in both respects. Scale-free networks are less efficient than central or complete networks, but under certain conditions they generate a more equal equilibrium distribution than the others. Depending on the initial distribution of the endowments, the endogeneity of preferences may either strengthen, or reverse these effects.