

KÖNYVEKRŐL

2001. február 8-án ünnepélyes keretek között mutatta be a KJK-Kerszöv Jogi és Üzleti Kiadó egyik legújabb termékét, Zalai Ernő akadémikusnak, a BKÁE tanszékvezető egyetemi tanárának a matematikai közgazdaságtanról írt nagyszabású monográfiáját. A sajtóbeszélgetéssel egybekötött könyvbemutató társrendezője az MTA Közgazdaságtudományi Bizottsága volt.

Az alábbiakban közreadjuk a könyv rövid ismertetőjét és a két felkért hozzászóló, Simonovits András, illetve Komlósi Sándor a könyvvel kapcsolatos gondolatait. Egyben gratulálunk a szerzőnek könyve megjelenése alkalmából.

Vörös József, a SZIGMA főszerkesztője

ZALAI ERNŐ: *Matematikai közgazdaságtan* (A korszerű mikroökonómiai elemzés klasszikus és neoklasszikus szemléletű modelljei), KJK-Kerszöv, Budapest, 2000., pp. 896.

I.

A könyv a szerző 1989-es —ugyancsak a kiadó gondozásában megjelent— *Bevezetés a matematikai közgazdaságtanba* című munkájának jelentősen átdolgozott és kibővített változata. Az átdolgozás során külön hangsúlyt kapott a mikroökonómiai fogalmak és elemzési eszközök matematikai közgazdaságtani alapjainak és a matematikai közgazdaságtani modellek közgazdasági interpretációjának, elméleti és gyakorlati alkalmazási lehetőségeinek és korlátainak bemutatása.

A könyv három részre tagolódik: Az első rész az általános egyensúlyelmélet matematikai közgazdaságtani megközelítéseit tárgyalja a konvex analízis eszközeivel. A szerző bevezeti és részletesen elemzi a termelési és a fogyasztási döntések leírására felhasznált matematikai modelleket, az általános egyensúlyelmélet fontosabb modelljeit és azok kapcsolatát a mikroökonómiával. A könyv második része a függvénytanon és az analízisen nyugvó neoklasszikus mikroökonómiai megközelítését mutatja be, a kereslet és kínálat alakulását magyarázó és elemző elméletek módszertani alapjait és alkalmazásait. A harmadik pedig kiegészíti az előbbieket a lineáris, nemzetgazdasági szintű modellekkel (input-output, tevékenységelemzési modell), illetve az ártermelés és az áralakulás törvényszerűségeinek nemzetgazdasági szintű elemzéseivel. A könyvet két matematikai függelék zárja.

Zalai Ernő hiánypótló munkája tankönyvként és szakmai kézikönyvként egyaránt jól használható.

II.

A rendszervált(oz)ás óta a matematikai közgazdaságtan folyamatosan veszít jelentőségéből Magyarországon. Pedig ötven évvel ezelőtt, a piacgazdaságot fölszámoló szocializmus kezdetekor még burzsoá tudománynak számított. Amikor az 1960-as években hazánkban is meghonosodott e tudomány, úttörő szerepet játszott a logikus és szakszerű közgazdasági gondolkodás művelésében és terjesztésében. A központi gazdaságirányítás szükségszerű felszámolása és a spontán piaci szabályozás uralomra jutása sokakban azt a tévképzetet keltette, hogy az új rendszerben már a matematikai közgazdaságra sincs túl nagy szükség.

Szerencsére Zalai Ernő „Bevezetés a matematikai közgazdaságtanba” c. könyve 1989-ben jelent meg, amikor még nagyobb hitele volt tudományágunknak. Jó szívvel mondhatom, hogy e könyv azóta is nélkülözhetetlen eszköze az elméleti közgazdaságtan oktatóinak és kutatóinak.

A jelenlegi könyv számos tekintetben folytatja a „Bevezetést”, de ahogyan a megváltozott cím is utal rá, már nem bevezető fokon. (Egyébként a Bevezetés is legalább középfokú könyv volt!) A kibővítés a több, mint megkettőződött terjedelemből is látható. Igaz, ezzel párhuzamosan több fontos téma (pl. a dinamika) kikerült az új könyvből, tehát a bent maradt témák elmélyült tárgyalására igazán sok hely maradt.

A könyv egyik sajátossága, hogy egyaránt foglalkozik a neoklasszikus közgazdaságtannal és az eredeti klasszikus (azaz a Marx előtti, elsősorban a ricardo-i, valamint a marxi) közgazdaságtannal és annak modern változataival (Leontief, Neumann, Bródy, Sraffa, Steedman és saját eredményeivel). Talán mondanom sem kell, hogy a főáram képviselői manapság csak a neoklasszikus elméletet tárgyalják, legfeljebb lábjegyzetben foglalkoznak a klasszikus közgazdaságtannal. Pedig a klasszikus közgazdaságtan és annak modern változatai számos pontban a neoklasszikus utódja előtt jár: jobban írja le a gazdaság körköröségét, dinamikáját, intézményi részleteit. De még ott is, ahol túlhaladottá vált, mint pl. a munkaértékelméletben, egész nemzedékek ideológiai forrásaként szolgált: ezért is oktatóndó és kutatóndó maradt. Zalai Ernő ragaszkodása e kettős örökséghez dicsérendő, bár a kettő arányát sokan minden bizonnyára vitatni fogják.

A könyv másik sajátossága, hogy a szerző nem elégszik meg a logikai kifejtéssel, sokszor rámutat a háttérben húzódó eszmetörténeti folyamatra is. Ez a már beavatott olvasó számára mélyebb megértést tesz lehetővé, de a nem eléggé tájékozott olvasót esetleg megzavarhatja.

Harmadiknak említeném, hogy a szerző —nagyon helyesen— nem matematikai játékszernek tekinti a matematikai közgazdaságtant, hanem a gazdasági élet során felvetődő kérdések tárgyalására, ha nem is mindig megválaszolására szolgáló eszköznek. Ezért fűz gazdag megjegyzéseket a vitatottabb pontokhoz.

Negyedik megjegyzésemmel visszakanyarodom a témaválasztáshoz. Tény, hogy manapság már nem igen írnak olyan átfogó matematikai közgazdaságtani könyveket, mint amilyen Samuelson 1947-es Foundation-ja volt (nem

tévesztendő össze sok változatban kiadott, magyarra is lefordított népszerű tankönyvével). Ma már külön mikroökonómiát, külön makroökonómiát, ipari szervezeteket stb. írnak. Címével ellentétben, Zalai könyve sem általában a matematikai közgazdaságtannal foglalkozik, hanem annak legfontosabb és központi területével, az ún. *általános egyensúlyelmélettel*. Én ezt az utóbbi címet adtam volna a könyvnek, és ezzel jeleztem volna a kiadónak a további súlyos teendőket: szükség van magas szintű makro, játékelméleti, ipari-szerkezeti stb. könyvekre is.

De hát ne legyünk telhetetlenek. Örüljünk együtt Ernő könyvének, amely hosszú időre nélkülözhetetlen eszköze lesz az igényes matematikai közgazdászoknak — diáknak, tanárnak és kutatónak egyaránt.

Simonovits András (MTA KTK)

III.

A. A matematika szerepe a közgazdaságtanban (az oktatás felől nézve)

A 90-es évek rendszerváltozása alapjaiban változtatta meg a közgazdászképzést Magyarországon. A politikai gazdaságtant felváltotta a mikro- és makroökonómia, számos új, addig nem tanított tárgy került fel a palettára, mint például pénzügyi matematika, termelésmenedzsment stb. Annak ellenére, hogy a hangsúly az üzleti tárgyak irányában tolódott el, az alapozó matematikai tárgyak „felértékelődtek”.

Természetesen szükség volt egy meglehetősen komoly stílusváltásra a matematikai tárgyak oktatásban, de ezzel együtt, illetve ennek eredményeként teljesen megszűntek azok a korábban gyakran tapasztalható „sírámok”, hogy miért van egy közgazdásznak szüksége olyan sok matematikára.

A stílusváltás lényege abban áll, hogy a matematikát, nem mint egy „elkülönült” és „mindenek fölött álló”, „öntörvényű” „tisztá” tudományt tanulják a hallgatók, hanem mint egy eszközt (nyelvet és technikát), amely nélkül számos komplex közgazdasági probléma nem is tárgyalható, a megoldásról nem is beszélve. Az új stílus szerencsés ötvözete kell, hogy legyen az esszéjellegű megfontolásoknak és a szigorú matematikai okfejtéseknek.

Számomra Zalai Ernő könyve ékes bizonyítéka ezen stílus létjogosultságának. Zalai Ernő tudatosan, nagyon jó arányérzékkel használja ezt a stílust. Én a magam részéről ezt a könyv egyik külön értékének tartom.

B. A közgazdaságtan szerepe a matematikában (az oktatás felől nézve)

A rendszerváltás érdekes módon hozta felszínre a hazai matematikusképzés problémáit. A közgazdászképzés szinte pillanatok alatt „piackonformmá” vált, a tudományegyetemen folyó matematikusképzés, matematika szakos tanárképzés viszont csak nehezen ébredt „Cspikerózsika álmából”. Ennek dacára, hogy a közgazdaságtan számos matematikai diszciplínára igen csak megtermékenyítőleg hatott, mégis alig tudunk olyan kezdeményezésről, amely

a matematikusképzésben fontos szerepet szánna a matematikai közgazdaságtan eredményeinek bemutatására.

Az egyik ilyen pozitív kezdeményezés a Szegedi Tudományegyetem és a BKÁE által közösen „üzemeltetett” programozó matematikus-közgazdász szak, a másik egy pécsi kezdeményezés: a matematika-tanárképzésben egy Gazdaságmatematika Fakultáció (szakirány) beindítása, amelyben operációkutatás, termelésmenedzsment, matematikai programozás és konvex (nemlineáris) analízis mellett a matematikai közgazdaságtan önálló tárgyként jelenik meg. Sajnos ez az elképzelés nem kapott akkreditációt, nagy valószínűséggel a társegyetemek ellenérdekeltsége miatt.

Véleményem szerint korszerű matematikus, vagy matematika-tanárképzés nem nélkülözheti a közgazdasági alkalmazások magas szintű bemutatását. Hogy várható el egy középiskolás matematika tanártól, hogy közgazdász pályára készülő diákjának megfelelő muníciót és meghatározó motivációt adjon, ha maga erre nincs felkészítve. A matematikai közgazdaságtan, véleményem szerint, nem hiányozhat a modern matematika-tanárképzés programjából.

Zalai Ernő könyvének megjelenését azért is üdvözlöm nagy örömmel, mert végre megszületett az a magyar nyelvű szakkönyv, amiből remélhetően nem csak a közgazdász hallgatók szerezhetnek ismereteket erről a fontos területről.

A könyv tudatos szerkesztéséből arra tudok következtetni, hogy Zalai Ernő maga is hasonlóan vélekedik, mint én. A szerző maga írja, hogy „... *A könyv szerkezete ezért lehetővé teszi azt is, hogy egyes fejezetpontokat, sőt egész fejezeteket lehessen átugrani, és eredeti sorrendjük átrendezésével nagy szabadsági fokkal lehessen összeállítani a könyvre alapozott kurzusok tananyagát.*”

Meg vagyok győződve, hogy a Szerző ezen törekvése nem hiábavaló. Sokan fogják élvezettel tanulmányozni a matematikai közgazdaságtant Zalai Ernő útmutatási alapján. Ezt a véleményemet erősíti a könyv számos további jó tulajdonsága:

- az élvezetes és könnyed stílus,
- a szabatos és precíz fogalmazás,
- a „laza kifejtések” és a „szigorú bizonyítások” egészséges, a mondandó „hitelességét” nem veszélyeztető ötvözése,
- a történeti aspektusokra való rámutatás,
- az őszinte, kritikus hangvétel a modellalkotás buktatóiról,
- a matematikai apparátus könnyed és elegáns kezelése,

és még folytathatnám a sort, de nem teszem ... Helyette javaslom a személyes meggyőződés egyedül üdvözítő és jól bevált „klasszikus” módszerét: *vegyék kézbe Zalai professzor új könyvét, és szerezzenek bizonyosságot az elmondottak igazságáról!*

BARAKONYI KÁROLY: *Stratégiai döntések: Csapdák - Buktatók - Megoldások*, Janus Pannonius Tudományegyetem Felnőttképzési és Emberi Erőforrás Fejlesztési Intézete, Pécs, 1998.

Bizonyára valamennyien voltunk már olyan döntési helyzetben, amikor meglehetősen kevés információ birtokában, bizonytalanság közepette kellett súlyos következményekkel járó kérdésekben döntenünk. BARAKONYI KÁROLY könyve azoknak az aktuális és potenciális döntéshozóknak szól, akik stratégiai fontosságú döntések meghozatalára kényszerülnek meglehetősen kevés információ birtokában, bizonytalanság közepette, az idő szorításában, jelentős kockázat nyomása alatt. A szerző arra vállalkozik könyvében, hogy segítséget nyújtson a döntéshozóknak ebben a frusztráló folyamatban.

A könyv főként *stratégiai* döntésekről, az egyén, a szervezet, az intézmény vagy egy vállalat életében a legfontosabb döntésekről szól, melyek rendszerint visszafordíthatatlan, vagy nagyon nehezen és költségesen módosítható folyamatokat indítanak el. Paradox módon ezeknek a legnagyobb fontosságú döntéseknek a módszertani megalapozása a leggyengébb.

A 1. Fejezet a *stratégiai döntés általános vonatkozásait* tárgyalja. Rövid áttekintést kapunk a menedzsment gondolat fejlődéséről; a századforduló idején létrejött tudományos munkaszervezéstől kezdve, egészen a 90-es évek elejétől tért hódító *kognitív megközelítésig*. Ez az új irányzat a gondolkodási folyamat jobb megértésével, a rosszul strukturált döntések megalapozásának javításával visz előre bennünket, megtartva a korábbi periódusok bevált eredményeit. BARAKONYI KÁROLY könyve ezt a legmodernebb irányzatot mutatja be, Magyarországon elsőként.

A 2. Fejezet a kognitív megközelítés egyik alapkérdésével, az *emberi gondolkodással* foglalkozik, természetesen a döntéstudomány szemszögéből. Részletesen tárgyalja az intuíció és racionalitás problémáját, valamint a racionalitás korlátozásának kérdéseit. Ez a fejezet a döntéselmélet egyik központi kérdésének, a *hasznosság-elmélet* alapjainak bemutatásával zárul.

A 3. Fejezet a döntési folyamatokban alkalmazott *heurisztikák* (automatikus gondolkodási folyamatok) természetrajzát mutatja be. A szerző sok konkrét példa bemutatásával rámutat arra, hogy nagy a veszélye annak, hogy az automatikus gondolkodási folyamatok irracionális döntésekhez vezetnek. A csapdák és buktatók alapos taglalása, mint a könyv alcíme is mutatja, fontos eleme a könyvnek, és véleményem szerint egyik nagy értéke is. Heurisztikus gondolkodásunk csapdáinak és buktatóinak ismerete feltétlenül hozzájárulhat mások vagy saját magunk viselkedésének, döntéseinek jobb megértéséhez. Ha az irracionális döntés veszélyeivel tisztában vagyunk, akkor kritikus helyzetekben —amikor racionális döntésre lenne szükség— a veszélyt csökkenthetjük.

A 4. Fejezet a *stratégiai döntést, mint folyamatot* elemzi; öt fázisra bontva: *metadöntések – a döntési keret kialakítása – információ gyűjtés – választás az alternatívák között – tanulás*. A szerző nyomatékosan figyelmeztet arra, hogy a döntési csapdák elkerülése érdekében feltétlenül szükséges a döntési

folyamat alapos tanulmányozása, az elhárítás módszertanának elsajátítása. További megszívlelendő jó tanács: a döntések értékelése, a tanulságok levonása rendkívül fontos befejező aktusa a döntési folyamatnak, melyet sikeres döntések esetén se hagyjunk el!

Az 5. Fejezetben a *döntési csapdák elkerüléséről* van szó. A döntési folyamatokra vonatkozó kutatások alapján kiderült, hogy a legkülönbözőbb területeken tevékenykedő döntéshozók (vállalati vezetők, politikusok, ügyvédek, orvosok, katonák) ugyanazokat a típushibákat követik el. Ebben a fejezetben azokat a buktatókat foglalja össze a szerző, amelyek a stratégiai döntési folyamat szempontjából különösen veszélyesek (fejesugrás a problémába, keretvaktság, a gondolkodási keretek helytelen használata, túlzott magabiztosság, rövidlátási zárlat, csípőből tüzelés, csoport hiba, a visszacsatolások elmaradása, a tanulságok levonásának elmulasztása, a döntési folyamat átvilágításának mellőzése stb.). A döntési csapdákkal kapcsolatban ebben a fejezetben az a központi kérdés, hogyan lehet ezeket a hibákat felismerni és tudatosan elkerülni, és ezáltal hogyan javíthatjuk magát a döntési folyamatot.

Minden döntési folyamat kritikus pontja a *céloknek legjobban megfelelő alternatíva kiválasztása*. Sokan magát a döntést is erre az aktusra szűkítik le, a megelőző fázisokat *döntéselőkészítésnek* tekintve. Minden, ami ez előtt történik (a döntési kritériumok megfogalmazása, az információ összegyűjtése, elemzése és értékelése, a döntési alternatívák megfogalmazása) ennek a választásnak az előkészítését szolgálják. A minden szempontból átgondolt, alapos előkészítés ellenére sem nyilvánvaló, hogyan kell a céljainkat leginkább megvalósítható alternatívát kiválasztani. Ráadásul ez a procedúra is tele van buktatókkal, csapdákkal.

A 6. Fejezet az alternatívák sorbarendezésének (súlyozásának) különböző elveit és technikáit mutatja be. Néhány klasszikus példa után (BLAISE PAS-CAL elemzése a hit igazolására, a „fogoly dilemmája”) részletesen elemzi a könyv a lineáris modellek súlyozási technikáit (bootstrapping módszer, objektív lineáris modell), rámutatva itt is a buktatókra, csapdákra. Kísérletek kimutatták, hogy a lineáris modellek tudatos alkalmazása konzisztensebbé teszi döntéseinket, közelebb visz a racionális gondolkodáshoz, a csapdák elkerüléséhez.

A fejezet hátralevő részeiben a könyv részletesen ismerteti a THOMAS SAATY által kifejlesztett analitikus hierarchikus döntéshozatali megközelítést (Analytic Hierarchy Process, röviden: AHP), amely rosszul strukturált, több célt vagy több kritériumot követő döntési problémák kezelésére különösen alkalmas. Az AHP lehetővé teszi számunkra, hogy a konkrét, mérhető tényezőkkel és a kevésbé megfogható faktorokkal egyaránt foglalkozhassunk. Adatainkat, gondolatainkat, intuitív elgondolásainkat, megérzéseinket és ítéleteinket egy logikus, hierarchikus struktúrába rendezzük, megfelelően kezelve a bizonytalanságot. Az eljárás lehetővé teszi számunkra elgondolásaink, megérzéseink későbbi felülvizsgálatát.

A könyv tömören ismerteti az *Expert Choice* számítógépes rendszert, melyet kifejezetten az AHP támogatására, a döntéshozó munkájának segítésére és vezérlésére fejlesztettek ki. Az Egyesült Államokban ez az egyik legelter-

jedtebben használt döntéstámogató rendszer, vállalati és kormányzati szervek kiterjedten használják döntéseik jobb megalapozása érdekében.

A könyv *a csoportos döntés* problémájának tárgyalásával zárul. „...Az a tény, hogy egy döntés meghozatalához több okos embert gyűjtünk össze, önmagában még nem jelent jobb megoldást. Csak akkor lehet jobb a csoportos döntés eredménye az egyéninél, ha *alkotó vita* alakul ki közöttük, amelyet az információk finomításával és a különbségeket elsimító *konszenzuskereséssel* oldanak fel. Ha nem ez történik, a csoportos döntés még hibásabb lehet, mint az egyéni. A csoportos döntés sikere tehát a résztvevők képességein túl *elsősorban a döntés irányításától* függ. A csoportos döntési folyamat irányításánál különösképpen figyelemmel kell lennünk a metaterv kidolgozására, a döntési keret kidolgozására, a csoport összeállítására, a divergáló megközelítés stimulálására, a konvergencia megteremtésére, majd a végső döntés meghozatalára ...” írja a szerző a 7. fejezetben.

A könyv egyik erénye a *kiváló, könnyed stílus*, mely a laikus érdeklődők számára is teljes mértékben érthetővé (megkockáztatom: *élvezhetővé*) teszi ezt a szakkönyvet. A fajsúlyosabb részletkérdéseket a szerző nagyon ügyesen a Jegyzetek részben tárgyalja, kielégítve ezáltal a kevésbé laikusok szakmai kíváncsiságát is. A hasznosság-elmélet tárgyalását a NEUMANN-MORGENSTERN elméletre alapozva végzi, nem riadva vissza ennek az elméletnek a tisztességes bemutatásától sem, melyet természetesen a Jegyzetek között tesz meg, érthető okokból. Ez a példa is jól mutatja a szerző helyes arányérzékét mondandója kifejtésekor.

A fentiek alapján teljes mértékben vallom azt, ami a könyv „fülszövegében” olvasható: a könyvet *vezetőknek, politikusoknak, egyetemi hallgatóknak*, de *a magánélet döntéseivel küszködőknek* egyaránt ajánljuk. Recenzióm vége felé közeledve be kell vallanom, hogy én is a laikus olvasók táborába tartozom, de a fent említett olvasmányos stílusnak köszönhetően szinte egy szusszra olvastam végig ezt a könyvet. De volt egy másik dolog is, ami engem, mint matematikust megfogott és nyilván emiatt élveztem igazán a könyv olvasását: *a kognitív megközelítés, az emberi gondolkodás fontosságának felismerése és hangsúlyozása a stratégiai döntések meghozatalában*. Matematikusok körében jól ismert PÓLYA GYÖRGY neve, aki csodálatos könyveket írt az emberi gondolkodásnak arról a típusáról, ami a problémamegoldó matematikusokat jellemzi (A gondolkodás iskolája, A problémamegoldás iskolája.). De említhetném LAKATOS IMRE matematikus-filozófus munkáit is. Miután az emberi gondolkodásnak nincsenek elkülönült „rétegei” (külön matematikusok és külön döntéshozók számára) ezért nincs is semmi csodálkozni való azon, hogy ezek a matematikusok (gondolkodók) nagyon sok hasonló megállapításra jutottak, mint az emberi gondolkodás buktatóival, csapdáival foglalkozó döntéstudományi szakemberek. Ezeket a műveket, mint meglévő forrásanyagot —véleményem szerint— a stratégiai döntések kognitív aspektusait vizsgálók nagy haszonnal forgathatnák. BARAKONYI KÁROLY könyvének elolvasása után számomra egyre nyilvánvalóbb a két terület erőteljes konvergenciája.

SIMONOVITS ANDRÁS: *Matematikai módszerek a dinamikus közgazdaságtanban*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1998. 311 o.

Éppen fél évszázaddal Harrod „Dinamikus közgazdaságtan felé” c. tanulmányának megjelenése után vehették kezükbe az érdeklődők Simonovits András könyvét. A közgazdaságtan várható fejlődési irányára vonatkozó harrodi prognózis helyesnek bizonyult, a statikus illetve komparatív statikus elemzés helyébe mindinkább a gazdasági folyamatok dinamikus szemléletű vizsgálata lépett. A dinamikus szemléletmód elterjedését nagymértékben elősegítette az a tény, hogy a huszadik század ötvenes-hatvanas éveiben kifejlesztésre kerültek azok a matematikai módszerek, melyek a gazdasági folyamatok időbeni vizsgálatát hatékonyan képesek támogatni. Sajnálatos, hogy e módszerek a legtöbb, közgazdászok számára írt matematika tankönyvből mind a mai napig hiányoznak. Simonovits András könyve tehát hiánypótló munka. Ott kezdi a dinamikus közgazdaságtan matematikai módszereinek tárgyalását, ahol a legtöbb matematika tankönyv abbahagyja. A tárgyalás magas színvonala és tömörsége azonban messze felülmúlja a szokásosat. A tételek részletes bizonyítása helyett csupán azok vázlatát vagy alapgondolatát közli a szerző. Minden tételhez megadja viszont a bizonyítás forrásának pontos megjelölését, így a könyv bibliográfiai értéke is igen nagy. Az egyes témakörök tömör kifejtése lehetővé teszi a szerző számára, hogy matematikai módszerek rendkívül széles körét ismertesse.

Az ismertetésre kerülő matematikai anyag jobb megértését segíti a könyv sajátos szerkezete. A páratlan sorszámú fejezetek tartalmazzák a különféle matematikai fogalmak és módszerek bemutatását, míg a páros fejezetek a megelőző fejezetben foglaltak alkalmazására adnak több példát a közgazdaságtan területéről. E példák a legjelesebb nemzetközi és hazai szerzők modelljei közül kerülnek ki, így nem csak a bemutatott matematikai módszerek megértését segítik, hanem mélyebb bepillantást engednek a közgazdaságtan számos területére. Megjegyzendő ugyanakkor, hogy e példaként bemutatásra kerülő modellek nem képezik, a szerző célkitűzése következtében nem is képezhetik, a közgazdaságtan valamely logikailag összefüggő területét, és részletes vizsgálatukra sem kerül sor. Funkciójuk a bemutatásra kerülő matematikai apparátus illusztrálása.

Az első fejezet a differenciaegyenletekkel foglalkozik és az azokhoz kapcsolódó fontosabb fogalmakat ismerteti. Így tárgyalásra kerül a fixpont és stabilitás kérdése, a ciklus, a visszacsatolás és a stabilizálhatóság fogalma. A fejezet legnagyobb részét a szerző a lineáris rendszereknek szenteli. A második fejezet az előzőben bevezetett eszközök alkalmazására ad néhány példát. Bemutatásra kerül többek között a lineáris akcelérátor-multiplikátor modell és a többszektoros készletjelzéses modell. A harmadik fejezet a nemlineáris differenciaegyenleteket tárgyalja. Itt kerül ismertetésre a határciklus, bifurkáció és káosz jelensége. A negyedik fejezetben megint csak a harmadik fejezetben bemutatott matematikai módszerek alkalmazására találunk példákat. E példák nagy része szorosan kapcsolódik a második fejezet pél-

dáihoz, többnyire azok nem-lineáris általánosításai. Az ötödik fejezet a differenciálegyenletekkel kapcsolatos fontosabb fogalmakat és módszereket ismerteti. Számos olyan fogalommal találkozhat itt az olvasó, ami már az első fejezetben is szóba került. Az ottani diszkrét idejű közelítés helyett azonban itt a változók az idő folytonos függvényei. A hatodik fejezet ismét az előzőekben tárgyalt matematikai módszerek alkalmazására ad példát. Dorn és Solow itt bemutatásra kerülő modelljei a postkeynesi és neoklasszikus növekedési modellek mindmáig kiemelkedő reprezentánsinak számítanak.

A hetedik fejezettől központi szerepet játszik a tárgyalásban az optimalizálás. Ez a fejezet a dinamikus programozás módszerét mutatja be. Mind a determinisztikus mind pedig a sztochasztikus optimum-elv ismertetésre kerül. A nyolcadik fejezet a dinamikus programozás alkalmazására ad néhány példát. E példák java része az optimális felhalmozás problémájára vonatkozik. A kilencedik fejezet az optimális szabályozáselméletet tárgyalja. A fejezet a variációszámítást az optimális folyamatok elméletének speciális eseteként mutatja be. Itt kerülnek szóba a jelenérték-feladatok is. A tizedik fejezet az optimális fogyasztási pályák meghatározása révén illusztrálja az optimális szabályozáselmélet módszereit.

A könyv több, mint negyedrészt kitevő függelék némi lineáris algebrai kiegészítés mellett az ismertett módszerek komplex alkalmazására ad példát az együttélő nemzedékek és együttélő korosztályok modelljeinek bemutatása által.

Kimarad a fejezetek sorából a ciklus és káosz jelenségének differenciálegyenletek elméletére épített tárgyalása. E hiányosságot a szerző az ilyen jellegű közgazdasági alkalmazások csekély jelentőségével indokolja. A leglényegesebb irodalmi hivatkozásokat azonban ebben a témakörben is megtalálja az olvasó.

Szokatlanul tömör tárgyalásmódja miatt Simonovits András munkája nem könnyű olvasmány, olvasás helyett helyesebb lenne feldolgozásról beszélni. Az ismertetésre kerülő módszerek megértését azonban a páros sorszámú fejezetekben található példákon kívül nagymértékben segíti két további tényező. Egyrészt valamennyi fejezetben és a függelékben is bőségesen található önálló megoldásra szánt feladat, melyek közül legtöbbször a megoldását is közli a szerző, jobbra némi útmutatással együtt. E feladatok több esetben számítógépes program megírását tűzik ki. Másrészt a páratlan sorszámú, tehát matematikai jellegű fejezetekben is számos példa fordul elő. Ezek legnagyobb része a matematika, illetve a mechanika területéről való.

A tárgyalás igényes technikája és tömörsége miatt a könyv elsősorban az egyetemi szintű közgazdászok felsőbb évfolyamai számára ajánlható. Széles körben alkalmazható továbbá az elméleti közgazdaságtan területén folytatott posztgraduális tanulmányokhoz.

KOMLÓSI SÁNDOR: *Az optimalizáláselmélet alapjai*. Dialóg Campus Kiadó, Budapest-Pécs, 2001. pp. 403.

Nemrég került a könyvesboltok polcaira a Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kara Széchenyi-professzori ösztöndíjas egyetemi tanárának, Komlói Sándornak a könyve, amelyben a szerző immár 25 éves oktatási tapasztalatait és kutatási eredményeit is felhasználta.

Az optimalizáláselmélet alapjai című könyv egyik fontos terméke a Kar Döntéstudományi Tanszékén a 90-es évek elejétől folyó tantárgy-korszerűsítési és képzés-fejlesztési programnak. A tantárgy-korszerűsítési program egyik fő koncepcionális eleme a közgazdász-hallgatók számára fontos *Analízis, Lineáris algebra* és *Valószínűségszámítás* alapstúdiumok tananyagának újszerű „átrendezése”. Ez az átrendezés a következő filozófián nyugszik: egy közgazdász hallgatónak a matematikai alapokat már a kezdettől fogva úgy célszerű tanítani, hogy tudatosítjuk bennük az elérendő célt, ami releváns közgazdasági modellek értését, elemezni tudását, megoldási lehetőségeit körvonalazza. Az optimalizáló modellek szerepét, fontosságát még az üzleti életre készülő közgazdász hallgatók is elismerik, elfogadják. Ennek a „filozófiának” az eredménye a közgazdász-képzés alapozó matematikai tárgyainak *Optimalizáláselméletre* és *Valószínűségelméletre* való felosztása.

Ez a könyv egy kiforrott mű, melynek korábbi változatai egyetemi jegyzetként már több éven keresztül „tesztelték” a fentebb vázolt képzési filozófia életképességét. Ezek nagyon fontos állomásai voltak annak az útnak, melynek eredményeként egy érett és kipróbált, szakmailag és didaktikailag is magas színvonalú anyagot kap kezébe az érdeklődő Olvasó.

A szerző szándéka szerint a mű az optimalizáláselmélet elemeibe kívánja elkalauzolni az Olvasót, illetve elsősorban azokat a hallgatókat, akik gazdasági jellegű felsőfokú tanulmányokat folytatnak. *Az optimalizáláselmélet alapjai* című könyv a Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Karán folyó alapozó képzés hivatalos tankönyve, tehát egyetemi tankönyv közgazdász hallgatók számára. Funkcióját tekintve azonban nem csak az, mert akár kézikönyvként is szolgálhat a tudományos pálya jelöltjei és gyakorlóinak számára.

A könyv témaköreit az optimalizáláselmélet matematikai megalapozása foglalja egységes keretbe. A szerző a bevezetőben olyan közgazdasági problémákat vázol, melyek leírásához, kezeléséhez és megoldásához nélkülözhetetlen az az eszköztudomány és elméleti ismerethalmaz, melyet aztán a könyv tizen-négy fejezetre bontva, logikus felépítésben tár az Olvasó elé. Négy témakör alkotja a könyv szerkezeti vázát.

- Az első rész (1-3. fejezet) a halmazok, egy- és többváltozós függvények,
- a második (4-7. fejezet) az infinitezimális (végtelen kicsiny) mennyiségek tana, egy- és többváltozós függvények deriválása,
- a harmadik (8-11. fejezet) a mátrix-aritmetika elemeit, a k -dimenziós térbeli speciális vektorrendszerek tulajdonságait, valamint a bázistranszformációkat leíró rész, és

- a negyedik (12-14. fejezet), e két utóbbi eszközrendszer elemeit kihasználó nagy témakör, a feltétel nélküli és feltételes szélsőérték feladatok megoldásának elméleti alapjait tárgyaló rész. Ez utóbbi adja a könyv szerkezeti és egyúttal didaktikai újszerűségét azzal, hogy a szerző egy könyv keretein belül bátor kézzel veti harcba a nagy cél, az optimalizálás érdekében az előző részekben megismert fogyvereket.

Nézzük kicsit részletesebben az egyes fejezetek tartalmát. Az 1. fejezet a valós számhalmaz axiomatikus felépítését írja le, kiemelve a teljességi axióma szerepét. A valós számhalmaz szerkezetének feltérképezése ugyanis nélkülözhetetlen a függvények tulajdonságainak és a határátmenet művelet fogalmának pontos megértéséhez.

Az egyváltozós függvényeket tárgyaló 2. fejezet lényegében összefoglalja és osztályozza a függvényekkel kapcsolatos középiskolai ismereteket, kiegészítve olyan, egyébként a középiskolai törzsanyagban homályban maradt fontos elméleti kérdések tisztázásával, mint például az exponenciális függvény értéke irracionális helyeken, vagy a szakaszonként szigorúan monoton függvények inverzei.

A többváltozós függvényekről szóló 3. fejezetben a k -dimenziós euklideszi terek lineáris és metrikus struktúrájának tárgyalása után két elemi szélsőérték-számítási módszer, a szintvonal módszer és az eliminációs módszer kerül ismertetésre.

A határátmenet művelet a közös motívum a következő fejezetekben. A sorozatokra vonatkozó tételek a 4. fejezetben általános alakban, vektorsorozatokra vannak kimondva, ha az állítás vektorsorozatokra értelmezhető. Egyébként számsorozatokra. A függvények határértéke és folytonossága problematikájának leírása (5. fejezet) is a többváltozós függvényekre épül.

A differenciálszámítás című 6. fejezetben az egyváltozós függvények differenciálszámítása után a fogalom kiterjesztéseként a többváltozós függvények iránymeneti és parciális differenciálhányadosa és deriváltja, majd a folytonosságot is biztosító Fréchet-féle általánosításig jutunk el.

A korábbi fejezetek eredményeit használja ki a függvényvizsgálat analitikus módszereit leíró 7. fejezet, melynek középpontjában az egyváltozós függvények lokális szélsőértéke létezése szükséges és elégséges feltételeinek különböző alakjai állnak.

A könyv 8. fejezetében a lineáris algebra alapfogalmai és eljárásai között a mátrix-műveletek, kvadratikus formák, kvadratikus mátrixok inverze és determinánsa szerepel. A vektorrendszerekkel kapcsolatos lineáris függetlenség és rang fogalom indukálja a vektorrendszer által generált altér bázisa és dimenziója fogalmának bevezetését, és azok összefüggéseinek tárgyalását, melyet a 9. fejezet tartalmaz.

Az elemi és az általános bázistranszformáció a központi fogalma a 10. és 11. fejezetnek, mely lehetőséget ad különböző vonatkoztatási rendszerek értelmezésére, és egy vektor adott vonatkoztatási rendszerbeli koordinátáinak kiszámítására. Az elemi bázistranszformáció egy sor alkalmazására látunk példát: függetlenségvizsgálat, kompatibilitásvizsgálat, vektorrendszer és mátrix

rangjának meghatározása, lineáris egyenletrendszer megoldása, kvadratikus mátrix inverzének, determinánsának és inerciájának meghatározása.

A nívum, melyet a könyv kínál a hozzáértő számára, hogy a többváltozós függvények optimalitási kritériumai vizsgálata során elegendő egy adott szimmetrikus mátrix, a Hesse-mátrix sajátértékei előjelének az ismerete. Az ebben a kategóriában írt tankönyvek a Hesse-mátrix definitségi vizsgálatára a hagyományos, determinánsok kiszámításán alapuló eljárást ajánlják. Ez a könyv ehelyett a Hesse-mátrix inerciája segítségével történő vizsgálatot javasolja, mely az inercia kiszámítására szolgáló pivot-algoritmus (a Cottle-algoritmus) egyszerűsége miatt gyakorlati szempontból sokkal gyorsabb. A pivot-algoritmus alkalmazásai között végül eljutunk a lineáris programozási feladat megoldására szolgáló szimplex algoritmusig.

A könyv 12. és 13. fejezete a többváltozós függvények feltétel nélküli és egyenlőség-feltételes szélsőérték-problémájával foglalkozik, összekapcsolva a lineáris és analitikus rész tartalmát. Egy statisztikából vett példát látunk függvény illesztési szélsőérték feladatra. Végül pedig a lineáris feltételek mellett alkalmazható eliminációs módszer után eljutunk a nem feltétlenül lineáris, de még egyenlőség-feltételes szélsőérték feladatok megoldásában alapvető szerepet játszó Lagrange-féle multiplikátoros módszerhez.

A 14. fejezet nem tárgya az alapkurzusnak. Témája a nemlineáris függvényekből felépülő egyenlőtlenség-feltételes programozási feladatok megoldásának vizsgálata, benne az elméletben alapvető szerepet játszó Farkas-lemmával és a Karush-Kuhn-Tucker-tétellel. Megjegyezzük, hogy a könyv borítóján a tétel geometriáját illusztráló ábra mögött Farkas Gyula képe „sejlik fel”.

De szólni kell még a könyv módszertani újításáról is, melynek révén lehetővé válik a megfelelő tudományágak legújabb kutatási eredményeinek az oktatásban történő megjelenése. A szerző elsőként vezeti be a feltétel nélküli és az egyenlőség-feltételes többváltozós szélsőérték problémák lokális optimuma létezése elegendőségi feltétele, a Hesse-mátrix és a szegélyezett Hesse-mátrix vizsgálatára a Chabrillac-Crouzeix tételen nyugvó inercia-tesztet, a probléma megoldására eddig egyeduralgoló módon ajánlott, de sokkal nehezebb főminorok determinánsán alapuló tesztekkel szemben. A hallgatóság számára a legnehezebbnek tűnő problémát talán az egyenlőtlenség feltételes többváltozós szélsőérték problémák (14. fejezet) megoldása létezésének szükséges feltételeit kimondó Karush-Kuhn-Tucker tétel (és annak különböző változatai) jelentik. A tétel geometriai tartalmát, valamint azt megelőzően, a regularitás problematikáját a szerző páratlanul egyszerű módon, szemléletes ábrákkal illusztrálja, ami a megértést nagyban segíti.

A megértést segítő „*tanári*” szándék mind a tizennégy fejezeten végigvonul, és a legfontosabb pontokon egy-egy illusztratív példa, a fejezetek végén pedig válogatott feladatok (közülük többnek részletesen bemutatva, kiszámolva a megoldását) teszik komfortossá és kényelmessé e tudomány művelését. Jó szívvel ajánlom a könyvet a hallgatóság és az érdeklődő Olvasók figyelmébe egyaránt.