# KÖZJAVAK ÉS KORRUPCIÓ RAMSEY MODELLJÉBEN[1]

BESSENYEI ISTVÁN
*PTE Közgazdaságtudományi Kar*

E dolgozat a korrupció gazdasági növekedésre gyakorolt hatását vizsgálja a neoklasszikus modell keretei között. Meglehetősen szűken értelmezve a jelenséget a közjavakra fordított kormányzati kiadások diszfunkcionális felhasználását tekintjük korrupciónak. Megmutatjuk, hogy a korrupció és az adóztatás bevezetése Ramsey modelljébe nem változtatja meg a modell stabilitási tulajdonságait. Megvizsgáljuk, hogy a korrupció és az adóztatás hogyan befolyásolják az egyes változók egyensúlyi értékeit és a stabilizációt célzó gazdaságpolitika lehetőségeit. Elemzéseink során mind a termelők, mind pedig a háztartások oldalán két elkülönült szektort különböztetünk meg.

## 1 Bevezetés

Vizsgálódásaink kiindulási alapja gyanánt Ramsey (1928) modelljének Cass (1965) és Koopmans (1965) által finomított változata szolgál. E tipikusan neoklasszikus modell bemutatásával kezdi a makroökonómia tárgyalását pl. Blachard és Fischer (1992) tankönyve, de Barro és Sala-i-Martin (1995) is könyvük elején ismertetik, amit aztán számos kiterjesztés és módosítás bemutatása követ. Ezek sorát folytatja dolgozatunk is, bevonva az elemzésbe a korrupció jelenségét. Amint arra Barro és Sala-i-Martin a figyelmet felhívják, alapmodellünk speciális esetének tekinthető a közismert Solow-Swan modell, melynek ismertetése megtalálható pl: Bessenyei (1995). Mindezek miatt konstrukciónk elméleti konzisztenciájának megőrzése érdekében célszerű lesz vizsgálódásainkat amennyire csak lehetséges, a neoklasszikus gondolati rendszer keretein belül tartani.

A korrupció legáltalánosabb megfogalmazását Petschnig Mária Zita (1993) adta, mely szerint ez a bürokrácia sajátságos devianciája. Bár frappáns volta miatt e definíció rendkívül csábító, túlságosan is átfogó jellegéből adódóan mégis le kell mondani az alkalmazásáról. Ehrlich és Lui (1999) növekedési modellje a korrupciót az emberi tőkébe történő beruházás devianciájának tekinti, melynek következtében nem az emberi, hanem a politikai tőke növekszik. Véleményünk szerint a politikai tőke képzéséhez szükséges reál-erőforrás mennyisége elhanyagolható, így a politikai tőke felhalmozásának mechanizmusát a továbbiakban figyelmen kívül hagyjuk. Acemoglu és Verdier (2000) szerint a korrupció leglényegesebb következménye az erőforrások központi

[1]Beérkezett: 2000. november 11. A dolgozat elkészítését az OTKA T037291 számú pályázata támogatta, amelyért a szerző ezúton fejezi ki köszönetét.

újraelosztásának diszfunkcionalitása. Ebből a megállapításból kiindulva definiáljuk a korrupció fogalmát.

A korrupció jelenségének egyszerű kezelése érdekében kénytelenek leszünk viszonylag szűk definíciót alkalmazni: korrupción értjük azt a tranzakciót, amikor a közszféra látszólag vásárol valamit, valójában azonban semmit nem kap a kifizetett pénzért. Ebben az esetben a kormányzati vásárlás célja közpénzek személyes jövedelemmé történő transzformálása. Természetesen a fent definiált korrupt tranzakció a valóságban szinte soha nem fordul elő, azonban a közbeszerzések jelentős része felbontható egy korrupció mentes és egy korrupt vásárlás összegére. A jelenség mélyebb okait és néhány következményét a gazdaság egy szűkebb szegmensében vizsgálja Bessenyei (1996). A jelen dolgozat egy zárt nemzetgazdaság egészére terjeszti ki az elemzést.

A korrupcióra adott fenti definícióval kapcsolatban meg kell jegyezni, hogy az magában foglalja a kontraszelekció jelenségét is, hisz itt is egy olyan tranzakcióról van szó, amikor valaki politikai tőkéjét felhasználva jut olyan beosztásba, melyből származó reáljövedelme meghaladja munkája határtermelékenységét. Kimarad viszont modellünkből a hivatali engedélyek megszerzése körül kialakult korrupció, ám ennek jelentősége a gazdasági növekedés szempontjából kevéssé jelentős.

A dolgozat felépítése a növekedési modellek ismertetésének általános sémáját követi. A következő szakaszban a modell föltevései kerülnek bevezetésre. Alapmodellünkkel szemben mind a vállalatok mind pedig a háztartások oldalán két szektort különböztetünk meg. Ez a strukturális eltérés az alapmodelltől nem változtatja meg annak leglényegesebb tulajdonságait, ám lehetőséget teremt a korrupció jelenségének viszonylag egyszerű kezelésére. A harmadik szakaszban definiált optimális szabályozáselméleti probléma felhasználásával levezetjük a legfontosabb makrováltozók mozgásegyenleteit, valamint a problémához tartozó transzverzalitási feltételt. A negyedik szakasz az egyensúlyi helyzetet mutatja be és azt vizsgálja, milyen hatásokat idéz elő a modell paramétereinek megváltozása. Az elemzés elsősorban a korrupció és adóztatás területén bekövetkező változásokra koncentrál. Az ötödik szakasz az egyensúlyi helyzet stabilitását és a stabilizációs gazdaságpolitika lehetőségeit vizsgálja. Végül néhány záró megjegyzés megtételére kerül sor.

## 2 A modell föltevései

Modellünkben a vállalatokat két szektorba osztjuk. Az első szektorba tartozik minden olyan vállalat, mely fogyasztási javakat, beruházási javakat illetve olyan közjavakat állít elő, amelyek határtermelékenysége nullánál nagyobb. A második szektorba tartozó vállalatok kizárólag azon közjavakat állítják elő, melyek határtermelékenysége zérus. E vállalatok funkciója a kormányzati kiadások egy részének közvetlen jövedelemmé történő transzformálása, tehát korrupciós csatornaként működnek. A vállalatoknak ez az elhatárolása különösen empirikus vizsgálatok esetében problematikus, mivel alig dönthető el egy vállalatról egyértelműen, hogy melyik szektorba tartozik. Helyesebb lenne a második szektorba azon vállalati tevékenységeket sorolni, melyek során olyan közjavak jönnek létre, melyek határtermelékenysége zérus. Így számos vállalat egyidejűleg tartozna mindkét szektorhoz. Például egy acélmű által egységnyi idő alatt előállított vasúti sín mennyisége az első szektor kibocsátásában jelenne meg, az acélmű hosszú távú stratégiai fejlesztési programja viszont, ha funkciója mindössze annyi, hogy megteremti néhány topmenedzser kiugróan magas díjazásának jogalapját, a második szektorban. Mondanivalónk egyszerűbb kifejtése érdekében azonban a továbbiakban úgy tekintjük, mintha minden egyes vállalat egyértelműen hozzárendelhető lenne a két szektor valamelyikéhez.

Az egyes szektorok bevételeire így az alábbi összefüggések érvényesek:

$$Y_1 = C + I + G_1 \qquad \text{és} \qquad Y_2 = G_2 \tag{1}$$

ahol $Y_i$ az egyes szektorok kibocsátását, $C$ az összes fogyasztást, $I$ a bruttó beruházások nagyságát, $G_i$ pedig az egyes vállalati szektoroktól történő kormányzati vásárlások nagyságát jelöli.

Mivel az első szektor vállalatai tevékenységük során termelési tényezőket használnak fel, ezek után bér-, illetve tőkejövedelmeket fizetnek, továbbá adóznak. A második szektor tevékenységéhez szükséges termelési tényezők mennyiségét az egyszerűség érdekében elhanyagolhatóan kicsinek tekintjük, így az ide tartozó vállalatok nem is fizetnek tényezőjövedelmet, bevételük az adók levonása után a háztartásokhoz kerül. Az első szektor vállalatai által fizetett jövedelmek kimerítik a teljes árbevételt, azaz:

$$Y_1 = rK + wL \tag{2}$$

ahol $r$ a kamatláb, $w$ pedig a bérráta. Mivel a háztartások között jelentős különbségek mutatkoznak, célszerű itt is két szektort definiálni. Bérből- és fizetésből élő háztartásoknak nevezzük azokat, melyek kizárólag bérjövedelemhez jutnak, illetve ahol a nem bérjellegű jövedelmek mennyisége elhanyagolható. A kormányzat által fizetett jóléti transzferektől az egyszerűség érdekében eltekintünk, és feltesszük, hogy a háztartások ezen szektora sajátítja el a gazdaságban képződő összes bérjövedelmet. A bérből és fizetésből élő háztartások megtakarításait figyelmen kívül hagyjuk. Hasonló föltevések találhatók pl. Káldor és Mirrlees (1962) modelljében. E háztartások fogyasztását $C_1$-gyel jelölve:

$$C_1 = (1 - \tau)wL \tag{3}$$

ahol $\tau$ a valamennyi háztartásra egységesen alkalmazott lineáris adókulcs, és $0 < \tau < 1$. Feltesszük, hogy az adókat kizárólag a háztartások fizetik, a vállalatok nem adóznak. A háztartások másik szektorát elit háztartásoknak nevezzük. Itt jelenik meg a tőkejövedelmeken kívül a 2. vállalati szektor teljes bevétele is. E háztartások bérjövedelmét nem vesszük figyelembe, föltesszük azonban, hogy fogyasztásukon kívül megtakarításuk is számottevő. Petschnig (1993) szerint a tulajdonhoz és annak működtetéséhez kapcsolt korrupciós összegek elérik a tőkeképzéshez szükséges mértéket. E megjegyzésből kiindulva az elit háztartások jövedelemfölhasználásáról a következőket tesszük fel:

$$(1-\tau)(rK+Y_2)=C_2+S \tag{4}$$

ahol $K$ a gazdaság rendelkezésére álló tőkeállomány nagysága, $C_2$ az elit háztartások fogyasztása, és $C=C_1+C_2$. A neoklasszikus elvekkel összhangban feltesszük, hogy a megtakarítások teljes egészében beruházásra kerülnek és a tőkeállományt növelik, azaz $S=\dot{K}$. Az amortizációtól az egyszerűség érdekében eltekintünk. A kormányzat a beszedett adókat a két szektor termékeinek megvásárlására, illetve egyes vállalatok támogatására fordítja. Kiegyensúlyozott költségvetést feltételezve:

$$\tau(rK+wL+Y_2)=T=G_1+G_2 \qquad \text{és} \qquad G_2=\mu T \tag{5}$$

ahol $T$ a kormányzati adóbevételek mértékét jelöli. $\mu$ egyfajta korrupciós paraméterként is értelmezhető, amennyiben megmutatja, hogy a kormányzati kiadások mekkora hányada „csurog" vissza gyakorlatilag ellenszolgáltatás nélkül az elit háztartásokhoz. Modellünkben tehát a korrupció erősödését $\mu$ értékének növekedése jeleníti meg. $\mu=0$ esetén nincs korrupció, másrészt $0\leq\mu\leq 1$.

Az (1), (2) és (5) egyenletekből

$$Y_2=\frac{\mu\tau}{1-\mu\tau}(rK+wL)=\frac{\mu\tau}{1-\mu\tau}Y_1 \tag{6}$$

adódik.

A közjavak termelésben betöltött szerepének vizsgálata során Samuelson (1954) tanulmányából indulunk ki, mely szerint egyetlen termelő sem akarja és nem is tudja akadályozni a többit a közjavak felhasználásában. Az első szektor vállalatai a termelés során beruházási javakat, munkát és közjavakat használnak fel. Barro (1990) modelljében az $i$-edik vállalat termelési függvényét a következő formulával definiálta:

$$Y_i=AL_i^{1-\alpha}K_i^{\alpha}G^{1-\alpha}\,.$$

E specifikáció a neoklasszikus, jól viselkedő termelési függvénnyel szemben Inada (1964) által definiált követelmények megsértését tartalmazza, amennyiben a tőkére és a közjavakra együttesen nem érvényesül a csökkenő hozadék elve, és ez endogén növekedést eredményez a modellben. Mivel amennyire csak lehetséges, igyekszünk az elemzést a neoklasszikus keretek között tartani, lineárisan homogén termelési függvényt alkalmazunk. Ennek következménye exogén növekedés lesz, miként alapmodellünkben is. Mindezek alapján az első szektor termelési függvénye a következő:

$$Y_1=AK^{\alpha}\bar{L}^{\beta}G_1^{1-\alpha-\beta}=AK^{\alpha}\bar{L}^{\beta}\left(\frac{\tau-\mu\tau}{1-\mu\tau}Y_1\right)^{1-\alpha-\beta}, \quad 0<\alpha,\beta<1 \tag{7}$$

Az átalakítás során felhasználtuk a (6) egyenletet, $\bar{L}$ pedig a hatékony munkát jelöli, azaz

$$\bar{L}=Le^{mt}\,,$$

ahol $m$ az exogén technikai haladás rátája, $L$ pedig a gazdaság rendelkezésére álló munka mennyisége. Reális föltevés, hogy $L$ növekedési rátája zérus, továbbá az egyszerűség érdekében a gazdaság rendelkezésére álló munka mennyiségét egységnyinek tekintjük, tehát $L = 1$. Mindezek alapján

$$\bar{L} = e^{mt} .$$

Kifejezve $Y_1$-et a (7) egyenletből:

$$Y_1 = A^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \left( \frac{\tau - \mu\tau}{1 - \mu\tau} \right)^{\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha+\beta}} K^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \bar{L}^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} = BK^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \bar{L}^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} ,$$

ahol csupán az egyszerűbb írásmód kedvéért vezettük be a $B$ jelölést. Könnyen ellenőrizhető, hogy

$$B > 0$$

$$\frac{\partial B}{\partial \mu} = -\frac{(1-\alpha-\beta)(1-\tau)B}{(\alpha+\beta)(1-\mu)(1-\mu\tau)} < 0 , \quad \frac{\partial B}{\partial \tau} = \frac{(1-\alpha-\beta)B}{(\alpha+\beta)\tau(1-\mu\tau)} > 0 . \tag{8}$$

Felhasználva, hogy az 1. szektorra vonatkozó termelési függvény $K$-ban és $\bar{L}$-ban lineárisan homogén, az intenzív termelési függvény

$$\bar{y} = f(\bar{k}) = B(\bar{k})^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} , \tag{9}$$

ahol $\bar{y}$ az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás nagyságát jelöli, $\bar{k}$ pedig az egységnyi hatékony munkára eső tőke mennyiségét, a hatékony tőkeintenzitást. Ezen utóbbi két változó bevezetése azért célszerű, mert mint a későbbiekben látni fogjuk, egyensúlyi növekedési rátájuk zérus.

A (8) összefüggés ezek szerint úgy értelmezhető, hogy a korrupciós paraméter értékének növekedése csökkenti, a lineáris adókulcs emelése pedig növeli az első szektorban az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás nagyságát.

Föltesszük, hogy a (7) termelési függvény az 1. szektorban működő valamennyi vállalatra érvényes, és a vállalatok célja maximális profit elérése. Ekkor az $i$-edik vállalat profitja

$$T\Pi_i = Y_i - rK_i - wL_i = \bar{L}_i \left( f(\bar{k}_i) - r\bar{k}_i - we^{-mt} \right) ,$$

ahol $r$ a kamatláb, és $\bar{L}_i = L_i e^{mt}$. Nem tesszük fel, hogy a kamatláb konstans. A profitmaximum elérésének elsődleges feltételéből következik, hogy

$$r = f'(\bar{k}) = \frac{\alpha B}{\alpha+\beta} \left(\bar{k}\right)^{\frac{-\beta}{\alpha+\beta}} , \tag{11}$$

mivel $\bar{k}$ értéke valamennyi 1. szektorbeli vállalatra azonos: $\bar{k}_i = \bar{k}$. A (11) egyenlet következménye, hogy amennyiben az egyensúlyi növekedési pályán $\bar{k}$ konstans, úgy a kamatlábnak is változatlannak kell lennie, $\bar{k}$ növekedése pedig a kamatláb csökkenését vonja maga után.

A (2) egyenlet szerint az 1. szektorban működő vállalatokra teljesül a kimerítési elv, tehát az elérhető maximális profit zérus. Így a bérráta

$$w = \left(f(\bar{k}) - \bar{k}f'(\bar{k})\right)e^{mt} = \frac{\beta B}{\alpha+\beta}\left(\bar{k}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}e^{mt}\,.$$

A bérráta növekedési rátája pedig

$$\hat{w} = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\hat{\bar{k}} + m\,. \tag{12}$$

Mivel föltevéseink szerint $L = 1$, a (3) egyenletből következően $\hat{C}_1 = \hat{w}$. A (12) egyenlet szerint pedig a hatékony tőkeintenzitás növekedése esetén a bérből és fizetésből élő háztartások fogyasztásának növekedési rátája meghaladja az exogén technikai haladás rátáját, $\bar{k}$ csökkenése esetén viszont elmarad attól.

A (11) és (12) egyenletek szerint az egyes termelési tényezők díjazása azok határtermelékenységétől függ, így modellünk a jövedelemelosztás neoklasszikus elveit követi.

Könnyű észrevenni, hogy az egyensúlyi helyzetben, ahol $\bar{k}$ értéke konstans, a bérráta növekedési üteme az exogén technikai haladás rátájával egyezik meg. Egyensúlytalanság esetén pedig az egységnyi hatékony munkára eső tőke mennyiségének megváltozása is módosítja a bérráta növekedési ütemét.

# 3 A modell mozgásegyenletei

Mivel a teljes tőkeállomány az elit háztartások tulajdonában van, az amortizációt figyelmen kívül hagyjuk, továbbá az előző szakaszban említett neoklasszikus elveknek megfelelően $\dot{K} = S$, a (4) egyenlet felhasználásával az alábbiakat írhatjuk:

$$\dot{K} = (1-\tau)(rK + Y_2) - C_2 = \frac{1-\tau}{1-\mu\tau}rK + \frac{(1-\tau)\mu\tau}{1-\mu\tau}w - C_2\,. \tag{13}$$

Az átalakítás során a (6) egyenletet használtuk fel. Amint azt Barro és Sala-i-Martin (1995) megmutatták, kiegyensúlyozott növekedés csakis abban az esetben lehetséges, ha az elit háztartások mindenkori hasznossága az alábbi CIES (constant intertemporal elasticity of substitution) hasznossági függvény szerint függ folyó fogyasztásuktól:

$$u = u(C_2) = \frac{C_2^{1-\phi} - 1}{1-\phi}\,, \tag{14}$$

ahol $\phi > 0$ és $\phi \neq 1$. E hasznossági függvény függvény levezetését és legfontosabb jellemzőit Müller és Ströbele (1985) mutatja be. Ezek szerint $\phi > 1$ esetén a függvénynek felső korlátja van, mégpedig a nulla, $\phi \to 1$ esetén pedig a függvény a $\log C_2$ függvényhez tart. A továbbiakban föltesszük, hogy $0 < \phi < 1$ teljesül. Minél nagyobb a $\phi$ paraméter értéke, annál erőteljesebben preferálják az elit háztartások az egyenletes fogyasztási pályát. $u' = C_2^{-\phi}$ és $u'' = -\phi C_2^{-\phi-1}$, az intertemporális helyettesítés rugalmassága pedig

$$\varepsilon = -\frac{u'(C_2)}{C_2 u''(C_2)} = -\frac{C_2^{-\phi}}{-C_2 \phi C_2^{-\phi-1}} = \frac{1}{\phi} .$$

Mivel az elit háztartások végtelen időhorizonton szeretnék hasznosságukat maximalizálni, döntési problémájuk a következő:

$$\max U = \int_0^\infty e^{-\rho t} \frac{C_2^{1-\phi} - 1}{1-\phi} dt$$

ahol $\rho > 0$ az időpreferencia rátája. A döntés során a (13) korlátozó feltételre kell tekintettel lenni. A problémához az alábbi Hamilton-függvény tartozik:

$$H = e^{-\rho t} \frac{C_2^{1-\phi} - 1}{1-\phi} + \lambda \left( \frac{1-\tau}{1-\mu\tau} rK + \frac{(1-\tau)\mu\tau}{1-\mu\tau} w - C_2 \right) . \tag{15}$$

A dinamikus optimum létezésének elsőrendű feltételei:

$$\frac{\partial H}{\partial C_2} = e^{-\rho t} C_2^{-\phi} - \lambda = 0 , \tag{16}$$

$$-\frac{\partial H}{\partial K} = \dot{\lambda} = -\frac{1-\tau}{1-\mu\tau} r\lambda . \tag{17}$$

A (16) egyenletet az idő szerint differenciálva:

$$\dot{\lambda} = -e^{-\rho t} C_2^{-\phi} (\rho + \phi \hat{C}_2) = -\lambda(\rho + \phi \hat{C}_2) .$$

Az átalakítás során a (16) egyenletet használtuk fel. $\hat{C}_2 = \dot{C}_2 / C_2$ az elit háztartások fogyasztásának növekedési rátája. Iménti összefüggésünk és a (17) egyenlet felhasználásával

$$\hat{C}_2 = \frac{1}{\phi} \left( \frac{1-\tau}{1-\mu\tau} r - \rho \right)$$

adódik. Figyelembe véve továbbá a (11) összefüggést, az elit háztartások fogyasztásának növekedési rátájára az alábbi egyenlet adódik:

$$\hat{C}_2 = \frac{1}{\phi} \left( \frac{\alpha B (1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)} \left(\bar{k}\right)^{\frac{-\beta}{\alpha+\beta}} - \rho \right) . \tag{18}$$

Az imént kapott mozgásegyenlet az elit háztartások végtelen időhorizonton történő hasznosságmaximalizálásának szükséges feltétele.

A hatékony tőkeintenzitás mozgásegyenletének a levezetéséhez induljunk ki $\bar{k}$ definíciójából, mely szerint

$$\bar{k} = K e^{-mt} .$$

Elvégezve az idő szerinti differenciálást

$$\dot{\bar{k}}e^{mt} = \dot{K} - mK$$

adódik. Behelyettesítve a (13) egyenletbe, majd átrendezve:

$$\dot{\bar{k}} = \frac{1-\tau}{1-\mu\tau}r\bar{k} + \frac{(1-\tau)\mu\tau}{1-\mu\tau}we^{-mt} - m\bar{k} - \frac{C_2}{e^{mt}} .$$

Egyenletünk utolsó tagját az elit háztartások egységnyi hatékony munkára eső fogyasztásaként is értelmezhetjük. E hányados jelölésére vezessük be a $\bar{c}_2 = C_2e^{-mt}$ jelölést. $\hat{\bar{c}}_2 > m$ esetén az elit háztartások fogyasztása növekszik, $\hat{\bar{c}}_2 < m$ esetén csökken. A (11) és (12) egyenletek felhasználásával $\bar{k}$ alábbi mozgásegyenletét kapjuk:

$$\dot{\bar{k}} = \frac{(1-\tau)(\alpha+\beta\mu\tau)}{(1-\mu\tau)(\alpha+\beta)}B\left(\bar{k}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} - m\bar{k} - \bar{c}_2 . \tag{19}$$

Másrészt $\hat{\bar{c}}_2 = \hat{C}_2 - m$, és így a (18) egyenlet az alábbi alakban írható fel:

$$\hat{\bar{c}}_2 = \frac{1}{\phi}\left(\frac{\alpha B(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)}\left(\bar{k}\right)^{\frac{-\beta}{\alpha+\beta}} - \rho\right) - m , \tag{20}$$

ami $\bar{c}_2$ mozgásegyenlete.

Annak eldöntéséhez, hogy optimális-e az elit háztartások számára az egyensúlyi növekedési pálya, szükség lesz a döntési problémához tartozó transzverzalitási feltétel átalakítása. E feltétel:

$$\lim_{t\to\infty} \lambda K = 0$$

(lásd pl. Chiang (1992)) azt fejezi ki, hogy a háztartások birtokában lévő befektetések értékének végtelen időhorizonton nullához kell tartania. Megoldva a (17) differenciálegyenletet $\lambda$-ra, majd behelyettesítve a transzverzalitási feltétel az alábbi formában adódik:

$$\lim_{t\to\infty} Ke^{-\int_0^t \frac{1-\tau}{1-\mu\tau}r(v)\,dv} = \lim_{t\to\infty} \bar{k}e^{-\int_0^t \frac{\alpha B(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)}\left(\bar{k}\right)^{\frac{-\beta}{\alpha+\beta}} - m\,dv} = 0 . \tag{21}$$

Az átalakítás során a (11) egyenletet, illetve a $\bar{k} = Ke^{-mt}$ összefüggést használtuk fel. A kitevőben azért vagyunk kénytelenek integrálkifejezést szerepeltetni, mert nem tettük fel sem a kamatláb, sem pedig az egységnyi hatékony munkára eső tőke változatlanságát. Megjegyezzük, hogy a (21) transzverzalitási feltétel kielégítésének szükséges feltétele:

$$h(\bar{k}) = \frac{\alpha(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)}B\left(\bar{k}\right)^{\frac{-\beta}{\alpha+\beta}} > m , \tag{22}$$

ahol a $h(\bar{k})$ függvényt csupán az egyszerűbb írásmód érdekében vezettük be. A (11) egyenlet felhasználásával könnyen ellenőrizhető, hogy

$$h(\bar{k}) = \frac{1-\tau}{1-\mu\tau}f'(\bar{k}) ,$$

továbbá $0 < \alpha, \beta < 1$ miatt $h'(\bar{k}) < 0$.

# 4 Egyensúly

A háztartások optimális fogyasztási pályáját a (19-20) differenciálegyenlet-rendszer adja, kiegészítve a (21) transzverzalitási feltétellel. Másrészt a (19) és (20) mozgásegyenletek egy nem-lineáris rendszert definiálnak, melynek stacionárius pontjában

$$\hat{\bar{c}}_2 = 0 \quad \text{és} \quad \hat{\bar{k}} = 0$$

teljesül. Ezt a stacionárius pontot tekintjük a rendszer egyensúlyi pontjának. Hasonlóképpen definiálja az egyensúly fogalmát az alapmodell legegyszerűbb változatában a Solow-Swan modell és dinamikus rendszerekre Szidarovszky és Bahill (1992) is. Egyensúlyban $\hat{K} = \hat{C}_2 = m$ teljesül, továbbá a (12) egyenlet szerint $\hat{w} = m$. Figyelembe véve, hogy föltevéseink szerint $\dot{L} = 0$, a (3) egyenlet szerint a bérből és fizetésből élő háztartások egyensúlyi fogyasztása is $m$ ráta szerint növekszik. Egyensúly esetén az elit háztartások fogyasztása is $m$ ráta szerint növekszik, továbbá $\bar{c}_2 = C_2(0)$, ami az elit háztartások fogyasztási színvonalát határozza meg. Hasonló módon $\bar{k}$ egyensúlyi értéke a tőkeállomány színvonalát determinálja. A (11) egyenletből következően egyensúlyban a kamatláb konstans, így a (2) egyenlet szerint $\hat{Y}_1 = m$, és a (6) egyenletből adódóan $\hat{Y}_2$ is $m$ ráta szerint növekszik.

Egyensúlyban a (19) és (20) mozgásegyenletek bal oldalán zérus szerepel, ami lehetővé teszi a $\bar{k}$ és $\bar{c}_2$ egyensúlyi értékeinek a meghatározását. Az egységnyi hatékony munkára eső tőke egyensúlyi nagyságát a (20) egyenletből vezetjük le. Egyensúlyban

$$0 = \frac{1}{\phi}\left(\frac{\alpha B(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)}\left(\bar{k}\right)^{\frac{-\beta}{\alpha+\beta}} - \rho\right) - m\,.$$

Jelölje a hatékony tőkeintenzitás fenti egyenletet kielégítő egyensúlyi értékét $\bar{k}^*$. Felhasználva $B$ definícióját, majd átrendezve iménti egyenletünket:

$$\bar{k}^* = \left(\frac{\alpha B(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)(\phi m+\rho)}\right)^{\frac{\alpha+\beta}{\beta}}\,. \tag{23}$$

Hogy milyen változást okoz a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi szintjében a korrupció erősödése, az $\partial\bar{k}^*/\partial\mu$ előjelétől függ. E parciális derivált a következő:

$$\frac{\partial\bar{k}^*}{\partial\mu} = \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{\alpha B(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)(\phi m+\rho)}\right)^{\frac{\alpha}{\beta}}\frac{1-\tau}{\phi m+\rho}\left[\frac{\frac{\partial B}{\partial\mu}(1-\mu\tau)+\tau B}{(1-\mu\tau)^2}\right]\,.$$

A paraméterekre tett föltevésekből következik, hogy jobb oldalon álló kifejezésben szereplő valamennyi tényző pozitív, kivéve a szögletes zárójelben szereplő tört számlálóját, így ez határozza meg a parciális derivált előjelét. A (8) összefüggés felhasználásával a számláló a

$$B\left[\tau - \frac{(1-\alpha-\beta)(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu)}\right]$$

alakban írható fel, amiből:

$$\frac{\partial \bar{k}^*}{\partial \mu} < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \mu > \frac{1}{\alpha+\beta} - \frac{1-\alpha-\beta}{(\alpha+\beta)\tau} .$$

A korrupció erősödésének hatása a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi szintjére tehát a szögletes zárójelben szereplő kifejezés előjelétől függ. Ez egyaránt lehet negatív és pozitív is az $\alpha$, $\beta$, $\mu$, $\tau$ paraméterek értékétől függően.

A stabilizációs gazdaságpolitika lehetőségeinek felméréséhez szükséges megvizsgálni azt is, miként hat a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi szintjére a lineáris adókulcs emelése. Ehhez képezzük a $\partial\bar{k}^*/\partial\tau$ parciális deriváltat:

$$\frac{\partial \bar{k}^*}{\partial \tau} = \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{\alpha B(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)(\phi m+\rho)}\right)^{\frac{\alpha}{\beta}} \frac{1}{(\phi m+\rho)(1-\mu\tau)} \times$$
$$\times\left(\frac{\partial B}{\partial \tau}(1-\tau) - \frac{1-\mu}{1-\mu\tau}B\right) .$$

A jobb oldalon álló kifejezés előjele az utolsó tényező előjelével egyezik meg, ami a (8) összefüggés felhasználásával a következő alakra hozható:

$$\frac{B}{1-\mu\tau}\left[\left(\frac{1}{\alpha+\beta}-1\right)\frac{1-\tau}{\tau} - (1-\mu)\right] ,$$

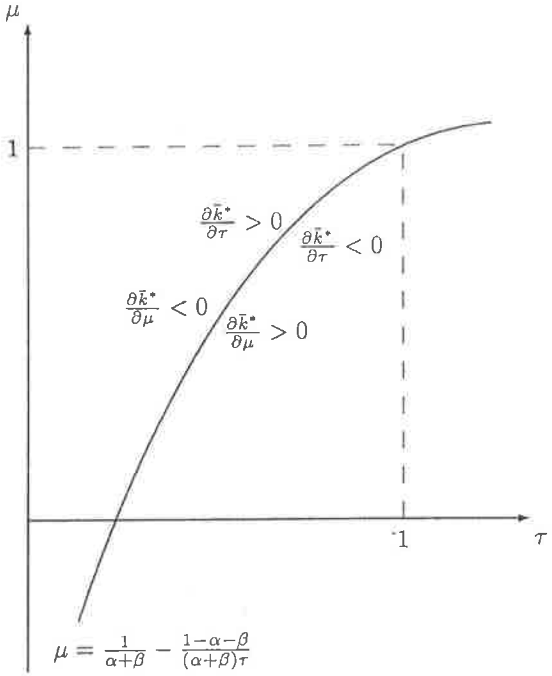
amiből:

$$\frac{\partial \bar{k}^*}{\partial \tau} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \mu > \frac{1}{\alpha+\beta} - \frac{1-\alpha-\beta}{(\alpha+\beta)\tau} .$$

A szögletes zárójelben álló kifejezés előjeléről itt is csupán annyit lehet mondani, hogy az az $\alpha$, $\beta$, $\mu$, $\tau$ paraméterek értékétől függ. A korrupció erősödésének, illetve a lineáris adókulcs emelésének $\bar{k}^*$-ra gyakorolt hatásával kapcsolatos eredményeinket az *1. ábra* foglalja össze. A görbe a $\tau = 1-\alpha-\beta$ értéknél metszi a vízszintes tengelyt. A $(\tau,\mu)$ koordinátarendszer releváns tartománya az origóba állított egységnyi oldalú négyzet. Ezek szerint a $\partial\bar{k}^*/\partial\mu$ és $\partial\bar{k}^*/\partial\tau$ parciális deriváltak előjele egymással mindig ellentétes.

A transzverzalitási feltétel egyensúly esetére történő felírásához rendezzük át a (20) egyenletet:

$$h(\bar{k}^*) = \frac{\alpha B(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)}\left(\bar{k}^*\right)^{\frac{-\beta}{\alpha+\beta}} = \phi m + \rho . \qquad (24)$$




1. ábra. A korrupció erősödésének, illetve az adókulcs emelésének a hatása

Behelyettesítve a (22) egyenlőtlenségbe, a transzverzalitási feltétel kielégítéséhez az alábbi egyenlőtlenség teljesülése szükséges:

$$\phi m + \rho > m\,. \tag{25}$$

$\bar{c}_2$ egyensúlyi értéke a (19) egyenletből a következőképpen adódik:

$$\bar{c}_2^* = \frac{(1-\tau)(\alpha+\beta\mu\tau)}{(1-\mu\tau)(\alpha+\beta)} B\left(\bar{k}^*\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} - m\bar{k}^* =$$
$$\left[\frac{\alpha B(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)(\phi m+\rho)}\right]^{\frac{\alpha+\beta}{\beta}} \left[\frac{(\alpha+\beta\mu\tau)(\phi m+\rho)}{\alpha} - m\right]. \tag{26}$$

A jobb oldalon álló kifejezéshez a (23) egyenlőség felhasználása révén jutottunk. Most $\bar{c}_2^*$ pozitivitását a (25) egyenlőtlenség biztosítja.

Keressük meg most a hatékony tőkeintenzitás azon értékét, melyre $\bar{c}_2^*$ maximális. Jelölje $\bar{k}_g$ a keresett értéket, $\bar{k}_g = \bar{k}^*$ esetén az egyensúlyi növekedési pálya optimális az elit háztartások számára. A maximum elsőrendű feltétele:

$$h(\bar{k}_g) = \frac{\alpha B(1-\tau)}{(\alpha+\beta)(1-\mu\tau)} \left(\bar{k}_g\right)^{\frac{-\beta}{\alpha+\beta}} = \frac{m(\alpha+\beta)}{\alpha+\beta\mu\tau}\,. \tag{27}$$

$\bar{k}_g$ jelöli azt a hatékony tőkeintenzitást, melyre $\bar{c}_2$ maximális. Az egységnyi hatékony munkára eső tőke ezen mennyiségét szokás a felhalmozás aranyszabálya által meghatározott hatékony tőkeintenzitásnak is nevezni, míg $\bar{k}^*$ a felhalmozás módosított aranyszabályához tartozó tőkeintenzitás. Ramsey modelljében $\bar{k}^* < \bar{k}_g$ teljesül, modellünkben azonban a (24), illetve (27) egyenletekből, továbbá a $h(\bar{k})$ függvény szigorú monotonitásából az következik, hogy $\bar{k}^* \geq \bar{k}_g$ is lehetséges. Az egyenlőség szükséges és elegendő feltétele

$$\phi m + \rho = \frac{m(\alpha + \beta)}{\alpha + \beta\mu\tau}$$

teljesülése.

A 2. ábra mutatja be, hogy a modell paraméterei miként befolyásolják $\bar{k}$ és $\bar{c}$ egyensúlyi értékét. A felső síknegyedben a (23) és (26) egyenletek által meghatározott nyugalmi vonalak láthatóak. Ezek metszéspontja határozza meg a modell egyensúlyi helyzetét. Az alsó síknegyedben $\bar{k}^*$ és $\bar{k}_g$ meghatározódása követhető nyomon a

$$h(\bar{k}) = \frac{1 - \tau}{1 - \mu\tau} f'(\bar{k})$$

függvénygörbe segítségével. Könnyen ellenőrizhető, hogy e függvénygörbe a $\dot{\bar{c}}_2 = 0$ nyugalmi vonallal megegyező irányba mozdul el $\mu$, illetve $\tau$ értékének megváltozása esetén, tehát a $\partial\bar{k}^*/\partial\mu$ és $\partial h/\partial\mu$ parciális deriváltak előjele azonos, csakúgy, mint a $\partial\bar{k}^*/\partial\tau$ és $\partial h/\partial\tau$ parciális deriváltaké.

A $\dot{\bar{k}} = 0$ nyugalmi vonal egyenletét a (19) összefüggésből kapjuk:

$$\bar{c}_2 = \frac{(1 - \tau)(\alpha + \beta\mu\tau)}{(1 - \mu\tau)(\alpha + \beta)} B \left(\bar{k}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} - m\bar{k} = \left[\frac{\alpha + \beta\mu\tau}{\alpha} h(\bar{k})\right] \bar{k} - m\bar{k}\,. \quad (28)$$

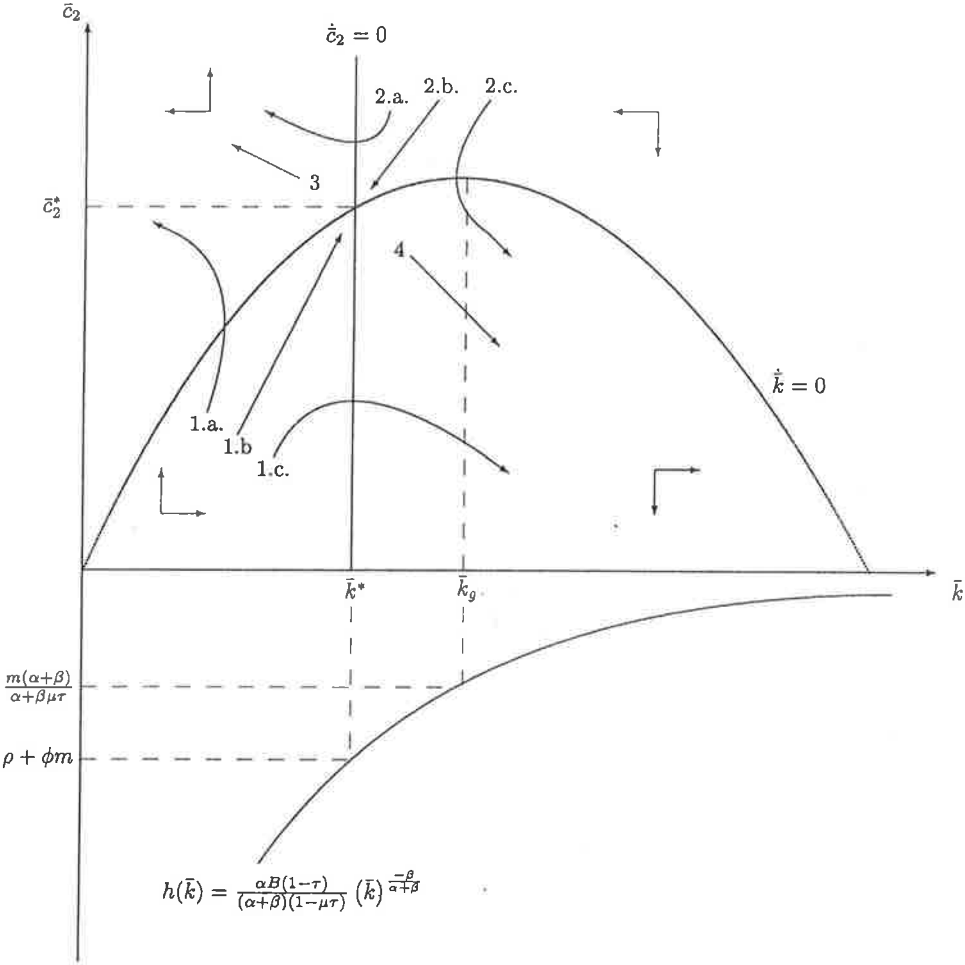
A parciális deriváltak pedig:

$$\frac{\partial\bar{c}_2}{\partial\mu} = \left[\frac{\beta\tau}{\alpha} h(\bar{k}) + \frac{\alpha + \beta\mu\tau}{\alpha}\frac{\partial h}{\partial\mu}\right] \bar{k}$$

és

$$\frac{\partial\bar{c}_2}{\partial\tau} = \left[\frac{\beta\mu}{\alpha} h(\bar{k}) + \frac{\alpha + \beta\mu\tau}{\alpha}\frac{\partial h}{\partial\tau}\right] \bar{k}$$

Mindezek alapján a korrupció, illetve az adóztatás erősödésének a $\dot{\bar{k}} = 0$ görbe helyzetére gyakorolt hatásáról még annyi biztosat sem lehet állítani, mint a $\dot{\bar{c}}_2 = 0$ nyugalmi vonal helyzetéről. Mindenesetre annyit mondhatunk, hogy amennyiben a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értéke növekszik, úgy $\bar{c}_2$ értéke is nő, tehát a $\dot{\bar{k}} = 0$ görbe fölfelé tolódik. Nem tudjuk viszont eldönteni, mi történik a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értékének csökkenése esetén, ekkor ugyanis a fenti parciális deriváltak jobb oldalán a szögletes zárójelben álló kifejezések első tagja pozitív, a második pedig negatív.




2. ábra. A modell fázisdiagramja

Megállapítható viszont a fázisdiagramról, hogy a $\rho$, $\phi$ és $m$ paraméterek bármelyikének növekedése csökkenti a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értékét, és bal felé tolja el a $\dot{\bar{c}}_2 = 0$ nyugalmi vonalat. Az exogén technikai haladás rátájának növekedésével továbbá a $\dot{\bar{k}} = 0$ nyugalmi vonal maximumhelye balra tolódik $\bar{k}_g$ egyidejű csökkenésével. E tulajdonságok egyébként alapmodellünkben is kimutathatóak.

# 5 Stabilitás

A (23) és (26) egyenletek révén definiált egyensúlyi helyzet lokális stabilitásának vizsgálatához szükséges a (19) és (20) differenciálegyenletek által definiált nemlineáris rendszer egyensúlyi pont körül történő linearizálása. A linearizált rendszerhez előállítása során az elsőrendű Taylor-polinom segítségével történő közelítést alkalmazzuk. Így az alábbi lineáris rendszerhez jutunk:

$$\begin{pmatrix} \dot{\bar{k}} \\ \dot{\bar{c}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(\alpha+\beta\mu\tau)(\phi m+\rho)}{\alpha+\beta} - m & -1 \\ -\frac{\beta(\phi m+\rho)}{(\alpha+\beta)\phi}\left(\frac{(\alpha+\beta\mu\tau)(\phi m+\rho)}{\alpha} - m\right) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{k} - \bar{k}^* \\ \bar{c} - \bar{c}^* \end{pmatrix}.$$

Az együtthatómátrix sajátértékei az alábbi formula segítségével adódnak:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}\left\{\frac{(\alpha+\beta\mu\tau)(\phi m+\rho)}{\alpha+\beta} - m \pm \sqrt{\left[\frac{(\alpha+\beta\mu\tau)(\phi m+\rho)}{\alpha+\beta} - m\right]^2 + \frac{4\beta(\phi m+\rho)}{(\alpha+\beta)\phi}\left(\frac{(\alpha+\beta\mu\tau)(\phi m+\rho)}{\alpha} - m\right)}\right\}.$$

A (25) egyenlőtlenség biztosítja a gyökjel alatti utolsó tényező pozitivitását, és így két valós sajátérték létezését. Mivel a jobb oldalon álló kifejezés második tagja nagyobb, mint az első tag abszolút értéke, a két sajátérték közül az egyik pozitív, a másik negatív. Ziedler (1986) szerint mivel mindkét sajátérték valós része különbözik nullától, létezik az egyensúlyi pontnak egy olyan környezete, melyben a linearizált rendszer stabilitási tulajdonságai megegyeznek az eredeti rendszer stabilitási tulajdonságaival. Mivel a két valós sajátérték eltérő előjelű, modellünk nyeregpont-stabilitást mutat, melyet Simonovits (1998) az instabilitás egy speciális eseteként említ. Nyeregpont-stabilitás esetén az egyensúlyi pontból kitérített rendszer bizonyos esetekben visszatér oda, más esetekben azonban nem. Az egyensúlyi helyzetéből kitérített rendszer által követett növekedési pályát a (19) és (20) mozgásegyenletek definiálják. E pálya jellege az induló helyzettől függ. A különböző jellegű pályákra a 2. ábrán láthatóak példák. Modellünk tehát éppúgy nyeregpont stabilitást mutat, mint Ramsey modellje, és ezen az sem változtat, hogy az alapmodellel ellentétben ezúttal $\bar{k}^* \geq \bar{k}_g$ is előfordulhat. A fázisdiagramon ez annyit jelent, hogy a $\dot{\bar{c}}_2 = 0$ egyenes nem feltétlenül a pozitív meredekségű darabján metszi a $\dot{\bar{k}} = 0$ görbét, az egyensúly stabilitását azonban ez nem érinti.

Modellünkben tehát nincs olyan automatizmus, mely az egyensúlyi helyzet stabilitását biztosítaná, az adókulcs meghatározása és a korrupciós paraméter befolyásolása révén azonban képes lehet a kormányzat az egyensúlyi pont helyzetének módosítására, és így a gazdaságot destabilizáló folyamatok megfékezésére. E destabilizációs folyamatok során különösen drámainak tűnik $\bar{k}$ csökkenése.

Ezzel kapcsolatban szükséges megjegyezni, hogy $\hat{\bar{k}} = \hat{k} - m$ miatt $\hat{\bar{k}} < 0$ esetén is növekedhet a tőkeintenzitás, ami $L = 1$ következtében a fizikai tőkejavak állományának a növekedését jelenti. Ebben az esetben a (9) egyenlet szerint az 1. szektor kibocsátása is növekedhet, növekedési rátája azonban nem éri el az exogén technikai haladás rátáját. A különféle kezdeti feltételek mellett kialakuló növekedési pályák tulajdonságainak leírása során az egyszerűbb kifejtés érdekében a következő terminológiát fogjuk alkalmazni.

Egy változó alacsony ütemű vagy lassú növekedéséről beszélünk, ha növekedési rátája nem éri el az exogén technikai haladás rátáját. Az alacsony ütemű vagy lassú növekedés az adott változó értékének csökkenését is jelentheti. Gyors ütemű növekedésről illetve magas növekedési rátáról akkor beszélünk, ha a növekedés rátája meghaladja $m$ értékét. Egyensúlyinak az exogén technikai haladás rátáját tekintjük. A 2. ábrán bemutatott fázisdiagram alapján az egyensúlytalanság alábbi négy esetét kell megkülönböztetni:

1. $\dot{\bar{c}}_2 > 0$ és $\dot{\bar{k}} > 0$. Ebben a helyzetben mind az elit háztartások fogyasztása mind pedig a fizikai tőkejavak mennyisége gyors ütemben növekszik. A (12) egyenletből következik továbbá, hogy ugyanez igaz a bérrátára is. Hogy eléri-e a gazdaság az egyensúlyi helyzetet, a kezdeti feltételektől függ. Három eset fordulhat elő.

   (a) Az elit háztartások akár felhalmozásuk csökkentése árán is ragaszkodnak fogyasztásuk magas növekedési rátájához. A növekvő fogyasztást egy darabig képes a gazdaság a tőkeintenzitás gyors ütemű növekedése mellett fenntartani, ám utóbbi növekedési rátája előbb-utóbb $m$ értéke alá csökken. Ezt követően az elit háztartások fogyasztásának gyors ütemű növekedését a tőkeintenzitás és a bérből és fizetésből élők fogyasztásának lassú növekedése finanszírozza. Az így létrejött helyzet részletesebb elemzésére a 3. pontban kerül sor.

   (b) Az elit háztartások csak az egyensúlyi helyzet eléréséig növelik fogyasztásukat és felhalmozásukat az egyensúlyinál gyorsabb ütemben. $\bar{k}$ és $\bar{c}$ növekedésük során az egyensúlyi helyzet felé tartanak. Ezt a trajektóriát az alapmodell esetében részletesen bemutatja Barro és Sala-i-Martin (1995).

   (c) Az elit háztartások annyira fontosnak tartják felhalmozásaik növelését, hogy azt még akkor is gyors ütemben folytatják, amikor ennek következménye már fogyasztásuk egyensúlyinál alacsonyabb ráta szerinti növekedése. $k$ és $C_1$ mindvégig magasabb ráta szerint növekednek, mint $m$, az ehhez szükséges forrásokat azonban egy idő után az elit háztartások fogyasztásának alacsony növekedési üteme biztosítja. A kialakult helyzet további vizsgálata a 4. pontban következik.

2. $\dot{\bar{c}}_2 < 0$ és $\dot{\bar{k}} < 0$ esetén a fogyasztás növekedési rátája a háztartások mindkét szektorában alacsony, és ugyanez igaz a tőkeintenzitásra is. A kezdeti feltételektől függően ismét három eset lehetséges, az egyensúlyi helyzet elérése csak a másodikban következik be.

   (a) Az elit háztartások csak ideiglenesen viselik el, hogy fogyasztásuk a bérből és fizetésből élők fogyasztásához és a hatékony tőkeintenzitáshoz hasonlóan lassan növekszik. Miután sikerül elérniük fogyasztásuk gyors ütemű növekedését, ennek forrásai a tőkeintenzitás és a bérből és fizetésből élők fogyasztásának lassú növekedése révén jönnek létre. A kialakult új helyzet részeltesebb tárgyalására szintén a 3. pontban kerül sor.

(b) Az elit háztartások mindaddig elviselik fogyasztásuk az egyensúlyinál alacsonyabb ütemű növekedsét, míg az új egyensúlyi helyzet ki nem alakul. Ez a trajektória az 1.b növekedési pályához hasonló.

(c) Az elit háztartások fogyasztásuk gyors ütemű növekedésével szemben felhalmozásaik magas növekedési rátáját preferálják, ezért fogyasztásuk még akkor is lassan növekszik, amikor a tőkeintenzitás és a bérből és fizetésből élők fogyasztásának növekedési rátája már magas. Utóbbiak gyors ütemű növekedését ebben az esetben az elit háztartások megtakarítása finanszírozza. Ezen szituáció részletesebb vizsgálata is a 4. pontban következik.

3. $\dot{\bar{c}}_2 > 0$ és $\dot{\bar{k}} < 0$ esetén a gazdaság az egyensúlyi helyzettől távolodik. Az elit háztartások fogyasztása gyors ütemben növekszik, miközben a tőkeintenzitás alacsony ütemű növekedésével együtt az egységnyi hatékony munkára eső tőke mennyisége csökken, ami a gazdaság destabilizációjának megnyilvánulása. A tőkeállomány növekedése csak ideiglenesen maradhat fenn, az ábráról leolvasható, hogy a magárahagyott gazdaságra ebben a helyzetben

$$\lim_{t\to\infty} K = -\infty$$

érvényes, ami a termelőapparátus összeomlását jelenti. A kormányzati beavatkozást a tőkeállomány csökkenésén kívül a bérből és fizetésből élők elégedetlensége is szükségessé teszi, ekkor ugyanis $\hat{w} < m$ a (12) egyenlet szerint. Megoldást ebben a helyzetben a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értékének növelése hozhat. Ekkor a $\dot{\bar{c}}_2 = 0$ nyugalmi vonal jobbra, a $\dot{\bar{k}} = 0$ nyugalmi vonal pedig fölfelé mozdul el, és ha ez az utóbbi elmozdulás elég nagy, a gazdaság az 1. pontban tárgyalt szituációba kerül.

4. $\dot{\bar{c}}_2 < 0$ és $\dot{\bar{k}} > 0$ esetén az elit háztartások fogyasztásának növekedési rátája alacsony, míg a tőkeintenzitás valamint a bérből és fizetésből élők fogyasztásának növekedési rátája magas. A gazdaság távolodik az egyensúlyi helyzettől, a destabilizáció az elit háztartások fogyasztásának csökkenésében jelentkezik. A megoldást ebben az esetben is $\bar{k}^*$ növelése jelenti, melynek következtében a gazdaság az 1. pontban tárgyalt helyzetbe kerül.

A hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értékét növelve tehát elkerülhető a gazdaság destabilizációja. Nem világos azonban, mit kell tennie a kormányzatnak, amennyiben $\bar{k}^*$ növelése válik szükségessé. Az 1. ábráról látható, hogy $\tau < 1 - \alpha - \beta$ esetén az adókulcs növelése, illetve a korrupció visszaszorítása biztosan a kívánt hatást éri el. Magasabb adókulcs esetén azonban a követendő gazdaságpolitika attól is függ, hogy milyen erős a korrupció az adott gazdaságban. Ha ugyanis $\mu$ értéke alacsony, akkor a korrupció mérséklődése miatt az elit háztartások jövedelme csökken, ezzel együtt megtakarításaik visszaesnek, ami a hatékony tőkeintenzitás csökkenése révén destabilizálhatja a gazdaságot. Másrészt az adókulcs emelésének is lehet destabilizáló hatása, amennyiben $\bar{k}^*$-t csökkenti. A (19) egyenletből következik, hogy ekkor $\tau$ emelésének azonnali hatásaként $\dot{\bar{k}}$ csökken.

Az elemzés teljessége érdekében meg kell vizsgálni azt az esetet is, amikor a kormányzat szándéka szerint, vagy éppen azzal ellentétesen, csökken az egységnyi hatékony munkára eső tőke mennyisége. Amennyiben ez a $\dot{\bar{k}} = 0$ nyugalmi vonalat fölfelé tolja, úgy a 3. esetben ennek stabilizáló hatása van. A 4. esetben a $\dot{\bar{k}}$ görbe lefelé történő elmozdulásának lehet stabilizáló hatása $\bar{k}^*$ csökkenése esetén.

Végül megjegyezzük, hogy a 2. ábrán bemutaott fázisdiagram szerint minél rövidebb időt tölt a gazdaság a 3. vagy 4. szituációban, annál kisebb mértékben távolodik el eredeti egyensúlyi helyzetétől, így annál kisebb mértékű kormányzati beavatkozás elegendő a stabilizációhoz, ami az 1. vagy 2. eset jellemzőinek létrehozását jelenti. Ezért különösen fontos, hogy a kormányzati beavatkozás a kívánt hatást érje el.

# 6 Záró megjegyzések

Dolgozatunkban Ramsey (1928) modelljének egy olyan kiterjesztését mutattuk be, mely az adóztató és közjavakat a termelés rendelkezésére bocsátó kormányzat hibás döntésinek lehetőségét is figyelembe veszi. Hibás döntésen azt értjük, amikor a kormányzat által vásárolt közjavak határtermelékenysége zérus. A $\mu$ hibaarány magas értéke esetén feltehető, hogy a jelenség hátterében közpénzek személyes jövedelemmé történő transzformációjának motívuma áll, ami a korrupció egy meglehetősen gyakori megjelenési formája. Modellünk alapvető fogyatékossága, hogy zárt gazdaságot tételez fel. Eredményeink így jobban összevethetők az alapmodell eredményeivel, azonban feltehető, hogy nyitott gazdaság feltételezése lényegesen eltérő következtetésre vezetne, különösen, ha figyelembe vesszük, hogy az elit háztartások jövedelmük jelentős részét külföldre vihetik. Következtetéseink így inkább azokra az országokra érvényesek, ahol az elitnek és vagyonának külföldre menekülése nem jellemző.

A közjavak és korrupció figyelembe vétele formálisan nem változtatja meg Ramsey modelljének stabilitási tulajdonságait, ugyanakkor tartalmazza a stabilizációt célzó gazdaságpolitika lehetőségét. A $\mu$ korrupciós paraméter hatása az egyes változók egyensúlyi értékeire, illetve egyensúlyi növekedési pályáira nem egyértelmű, és ugyanezt monhatjuk el a $\tau$ lineáris adókulcsról is. $\mu$ és $\tau$ növekedésének következménye az $\alpha$, $\beta$, $\mu$, $\tau$ paraméterek aktuális értékétől függően egyaránt lehet $\bar{k}$ és $\bar{c}_2$ növekedése és csökkenése is. A paraméterek szóba jöhető értékei mellett mindkettő előfordulhat. Az eredmények ilyen fokú bizonytalansága azért figyelemre méltó, mert azokat igen jól specifikált, lineárisan homogén, Cobb-Douglas típusú termelési függvény feltételezése mellett kaptuk.

A paraméterek pontosabb értelmezéséhez meg kell még jegyezni, hogy a (11) és (12) egyenletek alapján $\alpha$ és $\beta$ nem pusztán a parciális termelési rugalmasságok technikai paraméterei, hanem jövedelemelosztási paraméterek gyanánt is értelmezhetőek, amennyiben $\alpha/\beta = wL/rK$.

További hiányossága modellünknek, hogy a korrupciós paraméter és az adókulcs nagyságát függetlennek tekintettük. Valószínűbb, hogy $\tau$ magasabb értéke esetén $\mu$ értéke is nagyobb, egy ilyen összefüggés figyelembe vétele azonban még nehezebben kezelhető eredményekre vezetett volna.

Irreális a tökéletes verseny feltételezése a munka- és termékpiacon is. Piaci elégtelenségek jelenlétében viszont a reálbér kisebb a munka határtermelékenységénél. E határtermelékenység a (12) egyenletben jelenik meg, így monopolelemek előfordulása esetén a (12) összefüggés egyenlőtlenség formájában teljesül. Modellünk tehát a valóságosnál kedvezőbb képet fest a bérből és fizetésből élő háztartások jövedelmének és fogyasztásának alakulásáról, ezért ide vonatkozó eredményeit helyesebb a változók egyfajta felső korlátjaként értelmezni, melyet a gazdaság csak tökéletes verseny esetén érhetne el.

Végül megjegyezzük, hogy valószínűleg irreális az a föltevésünk, mely szerint minden téves kormányzati döntés mögött az elit háztartások egy csoportjának jövedelemszerzési motívuma húzódik meg. Rossz kormányzati döntések születhetnek a döntéshozók rendelkezésére álló információk elégtelen volta miatt is, éppúgy mint téves vállalkozói döntések, különösen a beruházások területén. Utóbbiak figyelembe vétele azonban szétfeszítené modellünk neoklasszikus kereteit, többek között szükségessé válna a hibás anticipációk lehetőségét is magában foglaló autonóm beruházási függvény bevezetése.

## Irodalom

1. Acemoglu, Daron – Verdier, Thierry (2000). „The Choice Between Market Failures and Corruption", *The American Economic Review*, 90 (3) pp. 194–211.
2. Barro, Robert J. (1990). „Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth", *Journal of Political Economy*, 98, 5 (10) pp. 103–125.
3. Barro, Robert J. – Sala-i-Martin, Xavier (1995). *Economic Growth*, McGraw-Hill, Inc.
4. Blanchard, Jean Oliver – Fischer, Stanley (1992). *Lectures on Macroeconomics*, The MIT Press. Cambridge, Massachusetts; London, England
5. Bessenyei István (1995). *A gazdasági növekedés alapvető elméletei* (egyetemi tankönyv), Janus Pannonius Tudományegyetem.
6. Bessenyei István (1996). „Az infrastruktúra fejlesztés költségei és hozamai", megjelent: *Informatika a felsőoktatásban* (tanulmánykötet), KLTE, Debrecen, pp. 731–735.
7. Cass, David (1965). „Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation", *Review of Economic Studies*, 32 (7), pp. 233–240.
8. Chiang, Alpha C. (1992). *Elements of dynamic optimization*, McGraw-Hill.
9. Ehrlich Isaac – Lui Francis T. (1999). „Bureaucratic Corruption and Endogenous Economic Growth", *Journal of Political Economy*, 107 (6) S270–S293.
10. Inada, Ken-Ichi (1963). „On a Two-Sector Model of Economic Growth: Comments and a Generalisation", *Review of Economic Studies*, 30. (6), pp. 119–127.

11. Kaldor, Nichols – Mirrlees, James A. (1962). „A New Model of Economic Growth", *The Review of Economic Studies*, 29. (6), pp. 174–192.
12. Koopmans, Tjalling (1965). „On the Concept of Optimal Economic Growth", megjelent: *The Econometric Approach to Development Planning*, Amsterdam, North Holland.
13. Müller, Karl Wilhelm – Ströbele, Wolfgang (1985). *Wachstumstheorie*, R. Oldenburg Verlag, München, Wien.
14. Petschnig Mária Zita (1993). „Rendszerváltás a korrupcióban", *Korunk*, 1993 (7) pp. 11–21.
15. Ramsey, Frank (1928). „A Mathematical Theory of Saving", *Economic Journal*, 38 (12) pp. 543–559.
16. Samuelson, Paul A. (1954). „The Pure Theory of Public Expenditure", *Review of Economics and Statistics*, 36 (11), pp. 387–389.
17. Simonovits András (1998). *Matematikai módszerek a dinamikus közgazdaságtanban*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
18. Szidarovszky Ferenc – Bahill, Terry (1992). *Linear Systems Theory*, CRC Press, Boca Raton/ London
19. Zeidler, E. (1986). *Nonlinear Functional Analysis and its Applications – Fixed-Point Theorems*, Vol. I. (németből angolra ford.: Wadsack, P. R.), Springer Verlag, New York.

## PUBLIC GOODS AND CORRUPTION IN THE RAMSEY MODEL

This paper discusses the effect upon economic growth of corruption in the neoclassical framework. Corruption is defined as follows: The government purchases a portion of the private output and then uses this purchase to provide free public services to private producers, but the marginal productivity of these free public services is zero. It is shown that the introduction of public goods and taxation do not alter the stability properties of the model. The study examines how corruption and taxation affect the rate of economic growth and the possibilities of stabilization policy. Firms and households are divided into two sectors.