

# KOCKÁZAT ELUTASÍTÁS TÖBBFORRÁSÚ KOCKÁZAT ESETÉBEN<sup>1</sup>

VARGA JÓZSEF

*PTE Közgazdaságtudományi Kar*

A kockázat elutasító döntéshozó bármely két független kockázatos eszközt nemkívánatosnak tekint. Fontos elméleti és gyakorlati szempontból is az a kérdés, hogy ha a kockázat elutasító döntéshozó már rendelkezik egy kockázatos eszközzel, akkor módosítja-e a portfólióját egy másik szintén kockázatos eszközzel? Ha a válasz tagadó, akkor a döntéshozó megfelelő kockázat elutasítási attitűddel rendelkezik. A dolgozatban a megfelelő kockázat elutasítás elégséges feltételeit állapítjuk meg a kockázatot képviselő valószínűségi változók momentumaira és a hasznossági függvény magasabb rendű deriváltjaira kirótt feltételekkel. Bemutatunk továbbá két példát a megfelelőséget nem mutató hasznossági függvényekre. A megfelelő kockázat elutasítás fontos gyakorlati következményekkel jár, mivel biztosítja például, hogy a biztosítások és más fedezeti műveletek iránti kereslet nem csökken a kockázati tényezők számának növekedtével.

## 1 Bevezetés

Többforrású kockázat az élet számos területén előfordul, azonban csak nagyon ritkán találkozik a döntéshozó olyan egyedi kockázatokkal, amelyek tisztán elkülöníthetők egymástól. Ugyanakkor még a sztochasztikusan független kockázatokkal kapcsolatban is úgy vélhetjük, hogy ha a döntéshozó kénytelen elviselni egy bizonyos kockázatot, akkor ez a kockázatvállalás csökkenti a hajlandóságát egy másik kockázat elviselésére.

A kockázat elutasító befektető nemkívánatosnak tekint minden egyes független kockázatos eszközt. Ha választani kényszerül egy kockázatos eszközt, akkor vajon folytatja-e a befektetési lehetőségek elemzését egy másik kockázatos eszköz megvizsgálásával? Másképpen fogalmazva, kívánatosnak tekinthet-e a kockázat elutasító befektető egy kockázatos szerencsejátékot, ha már rendelkezik egy másik kockázatos szerencsejátékkal? Ha a fenti kérdésre adott válasz nemleges, a döntéshozót, befektetőt *megfelelő kockázat elutasítónak* mondjuk. Ezt a fogalmat Pratt és Zeckhauser (1987) vezette be, egy gyengébb változatának vizsgálata pedig Gollier és Pratt (1993) dolgozatában található. Az összes nemkívánatos szerencsejáték pár esetére a *megfelelő*, illetve *gyenge értelemben megfelelő kockázat elutasítást* mutató hasznossági függvénycsaládok leírása megtalálható Kimball (1993), Gollier és Pratt (1993, 1995) dolgozatában. Ebben a dolgozatban más szempontból vizsgáljuk ezt a kérdést.

<sup>1</sup>Beérkezett: 2001. június 25. E-mail: varga@ktk.pte.hu

Azok a feltételek, amelyek garantálják a megfelelőséget és a gyenge értelemben vett megfelelőséget, nem érvényesek mindegyik nemkívánatos kockázat párra, ezért a hasznossági függvényt alkalmazzuk ezek jellemzésére kockázat elutasítási, óvatossági és mértékletességi együttthatók segítségével.

A megfelelő kockázat elutasításnak olyan fontos gyakorlati következményei vannak mint például az, hogy biztosítja, hogy a biztosítás iránti kereslet, valamint más fedezeti műveletek kereslete nem csökken a független, előnytelen kockázatok számának növekedtével.

Az alábbi probléma a racionális befektető viselkedésével kapcsolatos és még nem teljesen tisztázott kérdésre irányítja a figyelmet.

Legyen  $X$  és  $Y$  két nemkívánatos kockázatos eszköz. Tegyük fel, hogy a befektető kiválasztotta az  $Y$  eszközt. Folytatja-e a befektetési lehetőségek értékelését a másik ( $X$ ) eszköz értékelésével? Másként fogalmazva, ha a racionális befektető portfóliójában már szerepel egy  $Y$  kockázatos, nemkívánatos eszköz, akkor módosítja-e a befektetését egy másik független, nem fair kockázatos eszköznek a portfóliójába választásával?

Az első pillantásra, csupán intuíciónkra támaszkodva adható nemleges választ két tényező támasztja alá. Az egyik az, hogy a feltételezés szerint  $X$  nem fair, a másik pedig, hogy az ugyancsak feltételezett függetlenség nem vonja maga után a portfólió varianciájának csökkenését. Ennek ellenére számos példa azt mutatja, hogy még nagyon egyszerű konkáv hasznossági függvények esetében is adható pozitív válasz a fenti kérdésre. Ezeket az eseteket Pratt és Zeckhauser (1987) vizsgálta elsőként, akik a *megfelelőség* fogalmát bevezették az említett paradox eredmények kiküszöbölésére. Vizsgálták a megfelelőség elégséges feltételeit. Az egyik ilyen feltétel az, hogy az  $u$  hasznossági függvény legyen analitikus függvény (Pratt és Zeckhauser, 1987), egy másik pedig, hogy mind az *abszolút kockázat elutasítás*, mind pedig az *abszolút óvatosság* a vagyon csökkenő függvénye legyen (Kimball, 1993). Gollier és Pratt (1993) vezeti be a *gyenge értelemben vett megfelelőség* fogalmát, amely ugyanazokat a komparatív statikus eredményeket indukálja, mint a megfelelőség feltételezése.

A kockázat elutasítást *gyenge értelemben megfelelőknek* mondjuk, ha egy nemkívánatos kockázat nem tehető kívánatosná egy olyan  $Y$  háttér kockázat esetében, amelyre  $E(Y) \leq 0$  teljesül. A gyenge megfelelőség elégséges feltétele az abszolút kockázat elutasítás csökkenő és konvex volta.

A következőkben először rámutatunk a fentebb említett viselkedés nyilvánvalóan paradox voltára, majd intuitív magyarázatot adunk erre a paradoxonra. Ennek érdekében felhasználjuk, hogy az  $u$  magasabb rendű deriváltjait a vizsgált kockázatok magasabb rendű momentumaihoz rendelt súlyoknak tekinthetjük. Megmutatjuk, hogy egy bizonyos momentumban bekövetkező nemkívánatos változás (például a variancia növekedése) ellensúlyozható egy másik momentum alkalmas változásával (például a ferdeség növekedésével egy óvatos befektető esetében).

Olyan, a hasznossági függvényvel kapcsolatos enyhébb feltételeket állapítunk meg, amelyek biztosítják a gyenge megfelelőséget a *kockázat elutasítási, óvatossági és mértékletességi mértékek* segítségével.

A következő szakaszban összefoglaljuk a tárgyaláshoz szükséges fogalmakat, összefüggéseket, majd magyarázatot adunk a paradox viselkedésre. Ezután a gyenge megfeleléség elégséges feltételeiről szólnunk, majd példákkal fejezzük be az elemzést.

## 2 Fogalmak

Tekintsünk egy várható hasznosság maximalizáló döntéshozót az  $u$  Neumann-Morgenstern típusú hasznossági függvénnyel. A következőkben feltesszük, hogy a szóba jövő valószínűség-eloszlások  $n$ -ed rendig véges momentumokkal rendelkeznek ( $n > 1$ ). A hasznossági függvények halmazát korlátozzuk azokra a függvényekre, amelyek biztosítják a várható hasznosság létezését. Ezt a feltételt teljesítik például azok az akárhányszor differenciálható  $u$  függvények, amelyekhez létezik olyan  $k$  negatív egész szám, hogy

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + x^2)^k \frac{\partial^n u}{\partial x^n} = 0$$

minden  $n$  esetében fennáll.

Értelmezünk az elemzésben előforduló néhány fogalmat.

**1. Definíció.** Az  $X$  kockázatos eszköz (kockázat) nemkívánatos az  $u$  hasznossági függvénnyel jellemzett befektető számára a véletlentől függő  $W$  háttérvagyon mellett, ha

$$\mathbf{E}u(W + X) \leq \mathbf{E}(W) .$$

Tekintsünk most olyan valószínűségi változókat, amelyek rendelkeznek az  $u$  függvénnyel kapcsolatos néhány tulajdonsággal. Defináljuk a  $\Sigma_i$  szerinti megfeleléség fogalmát.

**2. Definíció.** Az  $u$  Neumann-Morgenstern típusú függvény  $\Sigma_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) szerint megfelelő a  $w$  pontban, ha semmilyen nemkívánatos kockázat sem tehető kívánatossá valamely  $Y$  független kockázat bevezetésével adott  $w$  háttérvagyon mellett. Jeleken:

$$\mathbf{E}u(w + X + Y) \leq \mathbf{E}u(w + Y) , \quad \text{hacsak} \quad \mathbf{E}u(w + X) \leq u(w)$$

és

$$Y \in \Sigma_i(w, u) , \tag{1}$$

ahol

$$\Sigma_1(w, u) \equiv \{ Y : \mathbf{E}u'(w + Y) \geq u'(w) \}$$

$$\Sigma_2(w, u) \equiv \{ Y : \mathbf{E}u(w + Y) \leq u(w) \}$$

$$\Sigma_3(w, u) \equiv \{ Y : \mathbf{E}(Y) \leq 0 \} .$$

A  $\Sigma_1$  szerinti megfelelést Kimball (1993) *standard kockázat elutasításnak* nevezte, a  $\Sigma_2$  szerinti a Pratt-Zeckhauser (1987) féle *megfelelő kockázat elutasítás*, míg a  $\Sigma_3$  szerinti a Gollier-Pratt (1993) féle *gyenge értelemben*

vett megfelelő kockázat elutasítás. Megmutatható, hogy a standard megfelelő kockázat elutasítás magában foglalja a megfelelő kockázat elutasítást, a megfelelő kockázat elutasítás pedig a gyenge értelemben vett megfelelő kockázat elutasítást.

### 3 A lokális viselkedés intuitív magyarázata

Vegyük az (1) összefüggésbeli várható hasznosság kifejezésekben az  $u$  hasznossági függvényt Taylor-sorát. Ekkor a következőt kapjuk:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}u(w + X + Y) &= u(w) + u'(w)\mathbf{E}(X + Y) + \frac{u''(w)}{2!}\mathbf{E}(X + Y)^2 + \\ &+ \frac{u'''(w)}{3!}\mathbf{E}(X + Y)^3 + \dots + o(\mathbf{E}(X + Y)^n) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}u(w + Y) &= u(w) + u'(w)\mathbf{E}(Y) + \frac{u''(w)}{2!}\mathbf{E}(Y^2) + \\ &+ \frac{u'''(w)}{3!}\mathbf{E}(Y^3) + \dots + o(\mathbf{E}(Y^n)) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}u(w + X) &= u(w) + u'(w)\mathbf{E}(X) + \frac{u''(w)}{2!}\mathbf{E}(X^2) + \\ &+ \frac{u'''(w)}{3!}\mathbf{E}(X^3) + \dots + o(\mathbf{E}(X^n)) . \end{aligned} \quad (4)$$

Abban az esetben, amikor  $X$  és  $Y$  sztochasztikusan függetlenek, amikor tehát bármely  $g$  és  $h$  Borel függvény esetében a  $g(X)$  és  $h(Y)$  valószínűségi változók is függetlenek<sup>2</sup>, a  $w$  pontbeli,  $\Sigma_i$  szerinti megfelelő kockázat elutasítás ekvivalens a következővel:

$$\begin{aligned} &u'(w)\mathbf{E}(X) + \frac{u''(w)}{2!} [\mathbf{E}(X^2) + 2\mathbf{E}(X)\mathbf{E}(Y)] + \\ &+ \frac{u'''(w)}{3!} [\mathbf{E}(X^3) + 3\mathbf{E}(X^2)\mathbf{E}(Y) + 3\mathbf{E}(X)\mathbf{E}(Y^2)] + \\ &+ \frac{u^{(4)}(w)}{4!} [\mathbf{E}(X^4) + 4\mathbf{E}(X^3)\mathbf{E}(Y) + 6\mathbf{E}(X^2)\mathbf{E}(Y^2) + 4\mathbf{E}(X)\mathbf{E}(Y^3)] + \dots \leq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

feltéve, hogy

$$u'(w)\mathbf{E}(X) + \frac{u''(w)}{2!}\mathbf{E}(X^2) + \frac{u'''(w)}{3!}\mathbf{E}(X^3) + \dots \leq 0 \quad \text{és} \quad Y \in \Sigma_i(w, u) . \quad (6)$$

A (2), (3) és (4) összefüggések az  $u^{(i)}(w)$  deriváltak jelentését világítják meg. Ezek a deriváltak a vizsgált valószínűségi változó  $i$ -edik momentumának a fontosságát mutatják a döntéshozó szempontjából. Az  $u^{(i)}(w)$  pozitivitása a döntéshozó preferenciáját (elutasítását) mutatja az  $i$ -edik momentum pozitivitásával (negativitásával) kapcsolatban.

<sup>2</sup>Ezért például két független valószínűségi változó összegének harmadik momentuma:  $\mathbf{E}(X + Y)^3 = \mathbf{E}(X^3) + 3\mathbf{E}(X^2Y) + 3\mathbf{E}(XY^2) + \mathbf{E}(Y^3) = \mathbf{E}(X^3) + 3\mathbf{E}(X^2)\mathbf{E}(Y) + 3\mathbf{E}(Y^2)\mathbf{E}(X) + \mathbf{E}(Y^3)$

Ez pedig a „nem megfelelően” döntő befektető paradoxikus viselkedésének intuitív magyarázatát szolgáltatja. Az (5) valamelyik tagjában bekövetkező változás ellensúlyozható egy másik tagjának megfelelő változásával. Például egy büntető jellegű változás az  $\mathbf{E}(X + Y)^2$  második momentumban kompenzálható az  $\mathbf{E}(X + Y)^3$  harmadik momentumbeli kedvező irányú változásával. Másképpen kifejezve egy kedvezőtlen növekedés a varianciában kiegyensúlyozható a ferdeségben bekövetkező kedvező változással. Így például pozitív harmadik derivált esetében a döntéshozó a pozitív ferdeségű valószínűségi változót részesíti előnyben, vagyis olyan szerencsejátékot méltányol, amelyben nagy összeget kis valószínűséggel míg kis összeget nagy valószínűséggel veszít. Ilyen esetben a ferdeségben mutatkozó növekedés természetes fedezetet jelent a jelentős veszteségekkel szemben.

A következőkben megvizsgáljuk ennek az állításnak az analitikus alátámasztását. Az (5) feltétel ekvivalens az alábbival:

$$u'(w)\mathbf{E}(X) + \frac{u''(w)}{2!}\mathbf{E}(X^2) + \frac{u'''(w)}{3!}\mathbf{E}(X^3) + \frac{u^{(4)}(w)}{4!}\mathbf{E}(X^4) + \dots \leq \\ - \left\{ u''(w)\mathbf{E}(X)\mathbf{E}(Y) + \frac{u'''(w)}{2!} [\mathbf{E}(X^2)\mathbf{E}(Y) + \mathbf{E}(X)\mathbf{E}(Y^2)] + \right. \\ \left. \frac{u^{(4)}(w)}{4!} [4\mathbf{E}(X^3)\mathbf{E}(Y) + 6\mathbf{E}(X^2)\mathbf{E}(Y^2) + 4\mathbf{E}(X)\mathbf{E}(Y^3)] + \dots \right\},$$

ahol az egyenlőtlenség bal oldalán álló kifejezés negatív értékű és egyenlő az  $\mathbf{E}u(w + X) - u(w)$  kifejezéssel. Ennek felhasználásával a következőt kapjuk:

$$\mathbf{E}u(w + X) - u(w) \leq \\ - \left\{ u''(w)\mathbf{E}(X)\mathbf{E}(Y) + \frac{u'''(w)}{2!} [\mathbf{E}(X^2)\mathbf{E}(Y) + \mathbf{E}(X)\mathbf{E}(Y^2)] + \right. \\ \left. \frac{u^{(4)}(w)}{4!} [4\mathbf{E}(X^3)\mathbf{E}(Y) + 6\mathbf{E}(X^2)\mathbf{E}(Y^2) + 4\mathbf{E}(X)\mathbf{E}(Y^3)] + \dots \right\}. \quad (7)$$

Ez az eredmény azt mutatja, hogy a megfelelőséget biztosítja az  $X$  kockázat elegendően nem kedvelt volta, vagyis, ha az  $\mathbf{E}u(w + X) - u(w)$  különbség nem nagyobb egy a hasznossági függvény magasabb rendű deriváltjai és a momentumok által meghatározott korlátnál.

Az is leolvasható a (7) feltételről, hogy a megfelelőség az alábbi két módon biztosítható:

- (i) az  $u$  deriváltjai relatív értékeire vonatkozó feltételek előírásával,
- (ii) az  $u$  deriváltjainak rögzítése után a valószínűségi változók momentumaira vonatkozó előírásokkal.

Az elsőként említett feltételekkel az irodalomjegyzékben található dolgozatok foglalkoznak, itt a másodikként említett esetet elemezzük. A továbbiakban szigorúan növekedő és konkáv hasznossági függvényeket vizsgálunk.

## 4 A gyenge értelemben lokális megfelelés feltételei

Tegyük fel, hogy  $\mathbf{E}(Y) \leq 0$ . A formuláról közvetlenül leolvasható, hogy (7) mind negatív, mind pedig pozitív várható értékű  $X$  esetében teljesülhet.

*Első eset.* Legyen  $\mathbf{E}(X) > 0$ . A gyenge értelemben lokális megfelelés elégséges feltételét ekkor (7) jobb oldalának pozitivitása adja, vagyis

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(X) \left[ u''(w)\mathbf{E}(Y) + \frac{u'''(w)}{2}\mathbf{E}(Y^2) \right] + \mathbf{E}(Y) \left[ \frac{u'''(w)}{2}\mathbf{E}(X^2) + \frac{u^{(4)}(w)}{3!}\mathbf{E}(X^3) \right] + \\ + \frac{u^{(4)}(w)}{4!} [6\mathbf{E}(X^2)\mathbf{E}(Y^2) + \mathbf{E}(X)\mathbf{E}(Y^3)] < 0. \end{aligned}$$

Az elégséges feltételei más alakban a következők:

$$p < 2 \frac{\mathbf{E}(Y)}{\mathbf{E}(Y^2)}$$

$$\lambda \mathbf{E}(X^3) > 3\mathbf{E}(X^2)$$

$$u^{(4)}(w) [3\mathbf{E}(X^2)\mathbf{E}(Y^2) + 2\mathbf{E}(X)\mathbf{E}(Y^3)] < 0,$$

ahol  $p = -u'''/u''$  a Kimball (1990, 1993) által bevezetett ún. *óvatossági együttható*,  $\lambda = -u^{(4)}/u'''$  pedig a *mértékletességi együttható* (ld. Eeckhoudt és Schlesinger (1991), Gollier és Pratt (1993, 1995)).

*Második eset.* Legyen most  $\mathbf{E}(X) \leq 0$ . Ebben az esetben az elégséges feltétele (7) jobb oldalának pozitív volta, vagyis

$$\mathbf{E}(X) \leq 0$$

$$u''' \geq 0$$

$$u^{(4)} [2\mathbf{E}(X^2)\mathbf{E}(Y) + 3\mathbf{E}(X^2)\mathbf{E}(Y^2) + 2\mathbf{E}(X)\mathbf{E}(Y^3)] \leq 0,$$

Az utolsó egyenlőtlenség teljesülése  $u^{(4)}$  előjelétől függ. Ha  $u^{(4)} \leq 0$  és  $u$  analitikus függvény, akkor a gyenge értelemben vett megfelelés biztosított (ld. Gollier-Pratt, 1993), abban az esetben pedig, ha  $u^{(4)} > 0$ , a kitűzött cél az  $X$  és/vagy  $Y$  momentumaira vonatkozó kikötésekkel érhető el, például a következő módon:

$$u^{(4)} > 0$$

$$\mathbf{E}(X^3) > \frac{-3\mathbf{E}(X^2)\mathbf{E}(Y^2) - 2\mathbf{E}(X)\mathbf{E}(Y^3)}{2\mathbf{E}(Y)}.$$

Ezek az eredmények tehát azt mutatják, hogy amennyiben az  $u^{(i)}(w)$  deriváltakat a döntéshozó vagyont jelentő valószínűségi változó momentumainak fontosságát kifejező súlyoknak tekintjük, akkor a megfelelő kockázat elutasítás biztosítható az  $X$  és  $Y$  momentumaira kirótt alkalmas feltételekkel.

A következőkben olyan hasznossági függvényeket vizsgálunk, amelyek *nem megfelelő kockázat elutasítási* tulajdonságot mutató döntéshozót jellemeznek. Az első példában nem-differenciálható hasznossági függvény szerepel.

**1. Példa.** Legyen a befektető hasznossági függvénye

$$u(w) = \begin{cases} w, & \text{ha } w < 20; \\ w/2 + 10, & \text{ha } w \geq 20, \end{cases}$$

és tekintsük az

$$X = \begin{cases} -4, & p = 1/2; \\ +5, & p = 1/2 \end{cases}$$

kockázatos eszközt. Ekkor a  $w = 21$  háttérvagyon mellett  $\mathbf{E}u(21 + X) = 20$ , és mivel  $u(21) = 20.5$ , az  $u$  hasznossági függvénnyel jellemzett befektető számára  $X$  nemkívánatos kockázatos eszköz. Legyen

$$Y = \begin{cases} -10, & p = 1/2; \\ +10, & p = 1/2 \end{cases}$$

az  $X$ -től független kockázatos eszköz. Ekkor ugyancsak a  $w = 21$  háttérvagyon mellett  $\mathbf{E}u(21 + Y) = 18.25$  és  $\mathbf{E}u(21 + X + Y) = 18.625$ , tehát az  $X$  nemkívánatos eszköz kívánatosává válik a befektető számára, ha az  $Y$  független és ugyancsak kockázatos eszköz is szerepel a portfóliójában. Ennek az irracionális viselkedésnek a magyarázatát a következő számítási eredmények sugallják.

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(X) &= 0.5; & \mathbf{E}(Y) &= 0; & \mathbf{E}(X + Y) &= 0.5; \\ \mathbf{E}(X^2) &= 20.5; & \mathbf{E}(Y^2) &= 100; & \mathbf{E}(X + Y)^2 &= 120.5; \\ \mathbf{E}(X^3) &= 30.5; & \mathbf{E}(Y^3) &= 0; & \mathbf{E}(X + Y)^3 &= 180.5; \\ \mathbf{E}(X^4) &= 440.5; & \mathbf{E}(Y^4) &= 10000; & \mathbf{E}(X + Y)^4 &= 22740.5. \end{aligned}$$

Tehát  $X$  bevezetése kedvezőtlen növekedést eredményez a második momentumban, ha azonban óvatos a döntéshozó, akkor ez kiegyenlíthető a harmadik momentum növelésével. Megjegyezzük, hogy a vizsgált esetben

$$\mathbf{E}(X + Y)^3 > \mathbf{E}(X^3) + \mathbf{E}(Y^3).$$

A fenti példában szereplő hasznossági függvény második és annál magasabb rendű deriváltjai azonosan zérussal egyenlőek, ezért a (7) feltétel teljesülése nem ellenőrizhető. A következő példában olyan hasznossági függvényt választunk, amelyre ellenőrizhető a megfelelő kockázat elutasítás feltétele.

**2. Példa.** Tegyük fel, hogy a befektető hasznossági függvénye közelíthető a

$$v(w) = w^3 - 255w^2 + 15652w$$

harmadfokú polinommal. Legyen a háttérvagyon ismét  $w = 21$ ,  $X$  pedig ugyanaz a kockázatos eszköz, mint az előző példában. Ekkor  $\mathbf{E}v(21 + X) = 224725$  és  $v(w) = 225498$ . Az  $X$  eszköz tehát nemkívánatos a  $v$  hasznossági

függvénnyel jellemzett befektető számára. Mivel pedig a (7) feltétel nem teljesül, a megfelelő kockázat elutasítás sem áll fenn. A (7) feltétel ugyanis sérül, ha az

$$\mathbf{E}v(21 + X) - v(21) \geq -v''(21)\mathbf{E}(X)\mathbf{E}(Y) - \frac{v'''(21)}{2}\mathbf{E}(X)\mathbf{E}(Y^2)$$

egyenlőtlenség fennáll. Egyszerű számolással ellenőrizhető, hogy a fenti egyenlőtlenség teljesül, vagyis a  $v$  hasznossági függvénnyel jellemzett befektető nem rendelkezik megfelelő kockázat elutasító attitűddel. Megjegyezzük még, hogy a  $v'''$  pozitivitása esetén a döntéshozó a nagyobb ferdeségű valószínűségi változóval jellemzett vagyont részesíti előnyben.

A második példa azt is mutatja, hogy nem a hasznossági függvény differenciálhatóságának hiánya az oka a döntéshozó nem megfelelő kockázat elutasító attitűdjének.

## 5 A nem megfelelő kockázat elutasítás és a döntési gyakorlat

A biztosítási kereslet vizsgálata irányította a figyelmet a többforrású kockázat jelenlétében tevékenykedő kockázat elutasító döntéshozó viselkedésére.

Ha egy kockázat kiküszöbölésére biztosítást köt a döntéshozó (vagyis semlegesíti az  $Y$  háttérkockázatot), akkor ez ösztönözheti egy új  $X$  kockázat elfogadására. Ezért új opciós és határidős piacok megnyitása serkentheti a versenyhelyzetben levő piacok aktivitását. Ez nyilvánvalóan nem teljesül, ha a befektetők nem megfelelő kockázat elutasító attitűddel rendelkeznek. Ha ugyanis a befektető vagyona a véletlentől függő  $W + Y$ , akkor hajlandó elfogadni, míg ha az induló vagyona a nem véletlentől függő  $w$ , akkor inkább visszautasítja az új  $X$  kockázatot.

A dolgozatban csak a független kockázatok esetét vizsgáltuk. A (2) összefüggésből leolvasható, hogy a megfelelőség feltételei tartalmazzák a  $w + X + Y$  véletlen összeg összes momentumát, ezért nyilvánvaló, hogy a korrelációs együttható nem megfelelő eszköz a megfelelő kockázat elutasítás feltételeinek meghatározására abban az esetben, amikor a kockázatok nem feltétlenül függetlenek, mert a korrelációs együttható csak az  $X$  és  $Y$  közötti függőségi struktúrának a  $w + X + Y$  összeg varianciájára gyakorolt hatását mutatja. Alkalmas függőségi mértékek meghatározása és beillesztése a kockázati attitűd vizsgálatába további vizsgálatokat igényel.

## Irodalom

1. Eckhoudt, L., M. Kimball (1992), Background Risk, Prudence and the Demand for Insurance, in: *Contribution to Insurance Economics*, ed. Georges Dionne, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 239–254.
2. Gollier, C., J. W. Pratt (1993), *Weak Proper Risk Aversion and the Tempering Effect of Background Risk*, Cahier de Recherche HEC School of Management, n. 494/1993, Paris.



3. Kimball, M. S. (1990), Precautionary Saving in the Small and in the Large, *Econometrica*, 58, 53–73.
4. Kimball, M. S. (1993), Standard Risk Aversion, *Econometrica*, 61, 589–611.
5. Pratt, J. W., Zeckhauser ((1987), Proper Risk Aversion, *Econometrica*, 55, 143–154.
6. Segal, U., A. Spivak (1990), First Order versus Second Order Risk Aversion, *Journal of Economic Theory*, 51, 111–125.

#### RISK AVERSION UNDER PRESENCE OF MULTIPLE SOURCES OF RISK

Sufficient conditions to guarantee properness and weak properness properties in the case of independent risks are discussed in this paper. Proper risk aversion should have important consequences in applications. For example, properness guarantees that the demand in insurance and in other forms of hedging does not decrease as the number of independent unfavourable risks increase. Examples of utility functions violating the properness property are also reported.