

A NÖVEKEDÉSI CIKLUSOK ÉS A PÉNZ. A LELEGYSZERŰBB HULLÁMMÁTRIX ÉS ALAKZATAI¹

BRÓDY ANDRÁS

MTA Közgazdaságtudományi Intézet

A hosszú, mintegy 200 éves ciklus Hawtrey - Keynes - Goodwin féle modellje elégséges pontossággal linearizálható és jól közelíthető a növekedés rövidebb távú elemzésére és előrejelzésére használt Leontief-féle mátrix-moddellel. A mozgás így megszerkesztett és könnyen számítható hullámmátrixának sajátos alakja van. Ez az alak önmagában is érdekes következtetésekre vezet és lehetővé teszi a pénz és a pénztőke értékének és forgalmának jobb ábrázolását az Input-Output elmélet keretén belül.

Bevezetés

Korábbi tanulmányomban² leírtam, hogyan alakítható ki Leontief és Goodwin³ nyomán a zárt gazdaság sokszektoros mozgásegyenlete. Ebben a nem lineáris modellben a termelés növelését szolgáló befektetést minden ágazatban az éppen érvényesülő profit (valójában a profitráta) nagysága szabja meg, a piaci árakat pedig minden termék vagy szolgáltatás piacán a kereslet és kínálat aránya (tehát a túltermelés vagy elégtelen termelés százalékos mértéke) mozgatja. Régi tanulmányom matematikai lényegét, a mozgásegyenlet linearizálását ismétlem el a "hullámmátrix" szerkesztéséről szóló második részben.

Az így leírt mozgás a szabad verseny klasszikus elképzeléseit tükrözi. Akkor is érdemes elméleti alakját közelebbről vizsgálni, ha rosszul, vagy akár teljesen elégtelenül közelíti meg a valóságos gazdaságok mozgását. A logikailag zárt modell ugyanis olyan megállapításokhoz vezet, amelyek az input-output táblázatoktól függetlenül, általános statisztikai adatok alapján is ellenőrizhetők.

A modellel elvégzett számítás megmutatta, hogy a modell, a zárt dinamikus Leontief-modellhez hasonlóan "hibajavító" tulajdonságú. Ezen az

¹A kutatást az OTKA T. 13.574 számú támogatása tette lehetővé. Köszönöm Körösi Gábor, Molnár György, Simonovits András és két anonim bírálóm észrevételeit.

²Ciklus és Egyensúly. Közgazdasági Szemle 1997. Szeptember.

³Két Goodwin-tanulmányt idézek az irodalomból, a Neumann-sugár körüli ciklusokat tárgyaló 1989. évi és a társszerzőkkel írt (valószínűleg utolsó) 1998. évi értekezést. Élete végéig a nemlineáris modell dezaggregálása foglalkoztatta.

értendő, hogy a kiinduló adatok adott, mondjuk 1-2 százalékos relatív hibája mellett a modell összevont gazdasági mutatóit nagyobb pontossággal, tehát 1-2 ezrelékes relatív hibával kapjuk meg. Ez a sajátosság már bebizonyosodott a zárt modell növekedési rátájával kapcsolatban. Hasonló a helyzet a ciklikus modellből számítható minden egyes mozgási frekvencia értékére vonatkozóan, bár a változó aggregáció (résztetezettség) ezeket súlyosabban érinti. A modell viselkedése azért hasonlít Leontief modelljéhez, mert belőle származik. Az egyensúlyi árak és volumenek tekintetében ezért itt is csak annyit lehet állítani, hogy relatív hibájuk nem sokkal nagyobb a kiinduló adatok relatív hibájánál. A kapott megoldás, mivel kiszámítása a rendszer mátrixának invertálását igényli, pontatlanabb a kiinduló adatoknál. A hibák azonban semmiképpen nem halmozódnak a nemlinearitás miatt.

A munka során kiderült, hogy érdemes a lineáris közelítés mátrixát úgy transzformálni, hogy egyensúlyi pontja egy minden elemében egységnyi vektor legyen. Ennek hasznossága a modell logaritmikus fogantatásából ered. Goodwin logaritmikus differenciálegyenletet posztulált. Az árak és a termelési intenzitások vektorának változását a Leontief-féle folyó- és tőke-ráfordítási mátrixokkal és magával e vektorral, tehát a gazdaság pillanatnyi helyzetével magyarázta. Korábbi tanulmányom megmutatta, hogy az eredeti logaritmikus egyenlet az egyensúlyi vektorok segítségével linearizálható. Ezzel egyszerűbb, nagy pontossággal számítható és elméletileg könnyen vizsgálható alakhoz jutunk. A modell

$$\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{W}\mathbf{v} \quad (1)$$

alakban írható fel. Ez lineáris differenciálegyenlet, ahol tehát a \mathbf{W} mátrix elemei már függetlenek az árak és volumenek értékeitől, amelyek a ciklus folyamán jellegzetesen változnak. A \mathbf{v} változó és az eredeti árak és volumenek \mathbf{p} és \mathbf{x} változói között egyértelmű a kapcsolat.

Ezt a \mathbf{W} mátrixot tehát akkor nevezem hullámmátrixnak, ha az egységnyi árak és az egységnyi termelések pontja a fixpont. Mivel az árak és a mennyiségek pozitívak, a megadott hasonlósági transzformáció (az egyensúlyi vektorból készített diagonális mátrixszal és ennek inverzével) mindig létezik. A hullámmátrix hozzásegít ahhoz, hogy az eredeti modell logaritmikus felállításának szellemében az egyensúlyi helyzet közelében ne kelljen különbséget tenni az abszolút és a relatív eltérés közt.

Tehát 5 vagy 6 fillérnyi, illetve 0.05 vagy 0.06 egységnyi eltérés helyett mondhatunk 5 vagy 6%-os eltérést. Így a hullámmátrix elemei a szokásos elaszticitási, rugalmassági megfontolásokkal értelmezhetőek. A hullámmátrix ugyanis éppen a pontrugalmasságokat foglalja össze. Az i -edik sor k -adik oszlopában álló w_{ik} elem azt mutatja, hogy a rendszer mozgása folyamán a k -adik ár (vagy termelési intenzitás) 1%-os változása hány %-kal és milyen irányban változtatja meg az i -edik árat (vagy termelési intenzitást).

E W mátrix összeállítását a következőkben írjuk le.

A hullámmátrix szerkesztése

Legyen adott a Leontief-féle rendszer A folyó- és B tőke-ráfordítási mátrixa. Akkor az árak p és a volumenek x egyensúlyi sajátvektorait

$$p' = p'A + \lambda p'B \quad (2)$$

és

$$x = Ax + \lambda Bx \quad (2^*)$$

alakban írhatjuk fel. Itt λ az egyensúlyi növekedés (az átlagprofit) rátája. Ha ismerjük a Leontief-féle inverzet, $Q = (I - A)^{-1}$, akkor λ a QB mátrix legnagyobb sajátértékének reciproka.

Képezzük most a z egyensúlyi vektort a p és x vektorok összefűzéséből, tehát $z = [p, x]$. Tehát az egyensúlyi vektor első n elemét az árak, második n elemét a volumenek vektora adja meg. Azt a diagonális mátrixot, amelynek főátlójában ez a z vektor áll, Z betűvel jelölhetjük:

$$Z = \text{diag}\langle z \rangle. \quad (3)$$

A teljes rendszer folyó ráfordításainak ferdén szimmetrikus K mátrixa

$$K = \begin{pmatrix} 0 & A + \lambda B - I \\ I - A' - \lambda B' & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

alakú. Ez az egyensúlyi vektorral szorozva a (2) definíciós egyenlet alapján zérust ad:

$$Kz = 0.$$

Legyen az egységnyi termelésre jutó tőkefelhasználást tartalmazó és mindig szimmetrikus R mátrix

$$R = \begin{pmatrix} 0 & B \\ B' & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

alakú. Ebből a teljes rendszer szintén szimmetrikus, változó elemeket tartalmazó, tehát nemlineáris S tőkelekötési mátrixa:

$$S = \text{diag}\langle Rz./z \rangle - R. \quad (6)$$

Itt a $/$ műveleti jel a megfelelő vektorok elemenkénti osztását jelenti.⁴ Az S mátrix az $U = \text{diag}\langle Rz \rangle$ jelöléssel az $S = UZ^{-1} - R$ alakban is írható és az

⁴Ez a tényleges (és változó) értékekhez való viszonyítás teszi nemlineárisá Goodwin modelljét. Ennek a hányadosnak a rögzítésével (tehát változásának elhanyagolásával) lehet a mátrixot lineárisá tenni.

egyensúlyi vektorral szorozva ez is zérust ad:

$$S\mathbf{z} = \mathbf{0}.$$

Az S mátrix főátlójának, amellyel a tőkelekötéseket kiegészítettük, az a feladata, hogy egyrészt az idő szerinti deriváltakat logaritmikus deriváltakká változtassa, másrészt, hogy a profitot a lekötött tőkéhez, a túlkeresletet pedig az összes termékhez viszonyítsa. Goodwin logaritmikus modelljében ez a főátló maga is változó, az árak és volumenek mindenkori értékének függvénye. A lineáris közelítés azt a megfigyelést használja fel, hogy a változó árakkal és volumenekkel kiszámított diagonális nem távolodik messze az egyensúlyi értékek adta hányadostól. A diagonális fix eleművé változtatása, rögzítése a megoldás pontosságát csak kis és elhanyagolható mértékben csökkenti. A lineáris közelítés modellje a $\mathbf{v} = [\mathbf{p}, \exp(-\lambda t)\mathbf{x}]$ vektorra felírva most az

$$S\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{K}\mathbf{v} \quad (7)$$

alakot ölti. A valódi volumenek lineáris közelítéséhez úgy jutunk el, hogy a \mathbf{v} vektor volumen-elemcseit évente \mathbf{x} értékének λ százalékával növeljük.

S tehát szintén szinguláris mátrix, csak úgynevezett pszeudo-inverze létezik. \mathbf{K} szingularitása is az egyensúlyi vektorra áll fenn. Ebben az irányban a rendszer mozdulatlan. Ezért használhatjuk a pszeudo-inverzet, amely csak a zérustól különböző sajátértékek reciprokával számol. A zérus-altér ("null-space") a számítás során elhanyagolható.

Ha a pszeudo-inverzszel szorzunk, majd a kapott mátrixot az egyensúlyi \mathbf{Z} diagonálmátrixszal úgy transzformáljuk, hogy az egyensúlyi pont a csupa egységből álló vektorba tevődjék át, akkor megkapjuk a hullámmátrixot.

$$\mathbf{W} = \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{Z}. \quad (8)$$

Abból, hogy az összegező $\mathbf{e} = (1, 1, \dots, 1, \dots)$ vektor egyben a fixpont vektora, már következik, hogy a \mathbf{W} mátrix sorösszegei zérussal egyenlők. Sőt külön-külön az árakra és az intenzitásokra vonatkozó felsorok maguk is zérus összegűek.

Ha ugyanis minden ár egyenlően változik, akkor ez nem hathat a mennyiségekre, ha pedig minden mennyiség egyformán nő vagy csökken, akkor ez nem okozhat árváltozást. Az oszlopösszegek azonban általában nem egyenlődnek ki. Egy-egy ár vagy termelési intenzitás növelésének tehát egészében pozitív vagy negatív hatása lehet, **habár soha nem lehet** minden szektorra pozitív vagy negatív az eredmény. **A mátrix egyetlen oszlopának sem lehet csupa azonos, tehát egyező előjele, mert minden oszlop az eredeti egyensúlyi \mathbf{z} vektor négyzetével (tehát egy pozitív sorvektorral) szorozva zérust ad.**⁵

⁵Mint az idézett tanulmányban megmutattam, a \mathbf{z} vektor hossza konstans.

Egy gyakorlati hullámmátrix

Az alábbiakban bemutatom a U.S. 1958. évi folyó ráfordítási és tőkelekötési mátrixaiból készített hullámmátrix egy részletét. Ez az almátrix Hicks piaci mátrixának rokona, de nem a fogyasztás, hanem a termelés árrugalmasságait adja meg. Ezek tehát a **W** mátrix bal alsó negyedének elemei. Az adatok a fejrovatban megnevezett szektor 1%-os árváltozásának hatását mutatják az egyes sorokban szereplő (és az oldalrovatban megnevezett) szektorok termelésére, mégpedig ezrelékes értékben.

Az alapadatokat változtatlanul vettem át a már idézett tanulmányból, a számítás eredményeit azonban ezrelékesre kerekítettem.

A táblázat adta értékek, a mátrixok pontatlansága és összevontsága miatt, mint erre a számításokkal kapcsolatban már kitértem, nem megbízhatók. Értékük és előjelük azonban logikus és elfogadható. A főátló nagy és pozitív, mert a termék árának "kedvező állása" a termelés növeléséhez vezet. A többi érték, mint az várható is, inkább negatív.

	A	K	G	É	E	Sz	H
Agrárium	49	-2	-2	-2	0	5	-47
Kitermelés	6	27	-1	-1	0	16	-47
Gépek	8	-2	17	-1	2	27	-51
Építkezés	0	-7	-13	99	-1	0	-77
Energia	6	0	0	-3	11	25	-39
Szolgáltatás	5	0	-2	-4	1	55	-56
Háztartás	-32	-2	-1	-1	-7	-78	121

1. tábla. Az USA 1958 évi hullámmátrixának harmadik kvadránsa

Érdekes és megfontolandóak a kivételek. A mezőgazdasági termékek és a szolgáltatások oszlopában csak a háztartás reakciója negatív, tehát e szektorok árának emelkedése általában nem gátolja, hanem ösztönzi a többi szektor termelését is. A mátrix összeállítását követő évtizedekben éppen a szolgáltatások szektora növekedett a leggyorsabban. Ez vezette a gazdaság fejlődését az elmúlt évtizedekben, de a mezőgazdaság is jó eredményeket (és némi túltermelést) ért el. Csak a háztartás az az ágazat, amely minden áremelkedéstől szenved. A béremelkedés a maga részéről viszont minden más ágazat fejlődését lassítja. Figyelemreméltók az építési szektor adatai. Itt is csak a főátlóban található pozitív árrugalmasság, és ez meglehetősen magas. A többi elem mind igen kicsi és negatív. Végül pedig csak a háztartásoknak volt egységnyinél nagyobb árrugalmasságuk.

A hullámmátrix e kvadránsa pozitív szemidefinit. Van egyensúlyi vektora, tehát van zérus sajátértéke. A többi sajátérték pozitív, mert egy pozitív

szemidefinit mátrix pszeudo-inverzének és egy (a zérus egyensúlyi értéken kívül) szigorúan pozitív sajátértékekkel bíró Leontief-mátrixnak a szorzata. Párja a mátrix második kvadránsa, ez pedig negatív szemidefinit, mert a megfelelő Leontief-mátrixok az előbbieket transzponáltjainak negatívjai. Ez is logikus, mivel valamely termék "túltermelése" a termék árának eséséhez vezet. A főátlóban viszonylag nagy negatív értékek találhatók, a mátrix többi eleme kisebb és többnyire pozitív.

Mindezek az előjeleket és nagyságrendeket idősoros makroökonómiai elemzés is igazolhatja vagy cáfolhatja az adott időszakra vonatkozóan, mégpedig az input-output táblázatoktól független adatok segítségével.

Az elemek nagysága és jelentése

Az összefüggések jobb megértéséhez vizsgáljuk meg egy kicsi, csupán két szektoros gazdaság "laza" és "kooperatív" formáját. A rend kedvéért mindkét forma egyensúlyi vektora azonos lesz és egységnyi. Növekedésük is egyazon ütemű. A mozgás és belső "erőviszonyok" mégis különböznek az egyensúlyi helyzet közelében, mégpedig éppen a technikai összefüggések változása miatt. Két folyó ráfordítási mátrixot kombinálok ugyanazzal a tőkelekötési mátrixszal, amelyet úgy választottam meg, hogy a hullámmátrix első és harmadik kvadránsa zérus legyen. Az eltérés tehát csak a folyó ráfordítások terén mutatkozó munkamegosztásban van. Ha mátrixaink az alábbiak:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} .9 & 0 \\ 0 & .9 \end{pmatrix}, \quad \text{illetve} \quad \mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} 0 & .9 \\ .9 & 0 \end{pmatrix},$$

míg a tőkemátrix

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1.5 & 1.5 \\ 1.5 & 1.5 \end{pmatrix},$$

akkor a lazán csatolt 1. rendszer hullámmátrixa, ahol a szektorok csak saját terméküket fogyasztják és csak a tőkeszükséglet révén kerülnek egyáltalán összeköttetésbe

$$\mathbf{W}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -.0167 & .0167 \\ 0 & 0 & .0167 & -.0167 \\ .0167 & -.0167 & 0 & 0 \\ -.0167 & .0167 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Az értékek kicsik és ennek megfelelően a rendszer igen hosszú, mintegy 188.5 éves ciklussal leng.

Viszont a két ágazat közt szoros kapcsolatot mutató, kooperáló, sőt csakis a másik ágazat termékére támaszkodó 2. rendszer hullámmátrixa

$$W_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -.3167 & .3167 \\ 0 & 0 & .3167 & -.3167 \\ .3167 & -.3167 & 0 & 0 \\ -.3167 & .3167 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Itt a szoros kapcsolás miatt sokkal rövidebb, mintegy 10 éves ciklus jön létre, hiszen a mátrix értékei közel 19-szer akkorák. A W hullámmátrix elemeinek nagysága tehát, szabadon fogalmazva, a belső csatoltság mérőszámának tekinthető, előjelei a befolyásolás pozitív vagy negatív voltát jelzik. Az elemek nagysága fordítottan arányos a keltett ciklus hosszával.

Mindkét fenti mátrix igen egyszerű és az egyensúlyi (tehát 0 sajátértékhez tartozó) diádon kívül csak egyetlen diádot tartalmaz. Azt, amely a ciklust generálja. Egy n számú szektort tartalmazó rendszer hullámmátrixa $2n$ sort és $2n$ oszlopot tartalmaz, de csak $n - 1$ számú lengést hoz létre. Ez zavaró, különösen akkor, ha a lengéseket az egyes szektorokra jellemző termelési és forgalmi időkkel szeretnénk magyarázni, ami kézenfekvőnek tűnne. Kevesebb ciklus adódik így, mint ahány "jellemző" értékkel rendelkezünk.

Valamilyen viszonylag semleges szektort kellene keresni. Ne legyen külön lengése. Ha ezt egy összevont, egyszektoros növekedési modellhez társítjuk, akkor ez utóbbinak a lengési lehetőségét, ciklikus növekedését magyarázza meg. Mivel minden terméknek van termelési és forgalmi ideje, olyasvalamit kell keresni, aminek vagy egyik, vagy másik ideje hiányzik, vagy speciális, például végtelen vagy zérus.⁶

A boldogság kék madaráról

A fenti két gazdaság tehát még nem a kétszektoros modell legegyszerűbb alakja. Ennek megkeresése végett vegyük a Leontief modell skalárisra összevont formáját, a Harrod-Domar-féle növekedési modellt, és ezt egészítsük ki a lehető legegyszerűbb kétszektoros gazdasággá. A múlt századi mintegy 3 százalékos szekuláris növekedés körülbelül tíz százalékos megtakarítási rátával és átlagosan 3 évi tőkeigényességgel magyarázható. A legkisebb, de már működő (tehát regulárisnak nevezhető) modell két kiinduló mátrixa ezért a következő alakú lehet:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & .9 \end{pmatrix} \quad \text{és} \quad B = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & 0 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

⁶N.B. az egyensúlyi megoldás "ciklusának" hossza végtelen, formálisan $2\pi/0$. Ezért is tartozik hozzá zérus sajátérték.

Az \mathbf{A} mátrix nem kíván meg semmilyen újabb elemet a forma regularitásának biztosítása végett. A hullámmátrix kiszámításához ugyanis a $\mathbf{Q} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ Leontief-inverzet használjuk fel, s ez létezik és nemnegatív ebben a legegyszerűbb esetben is. De a rendszer esetleg reducibilissé válhat, működőképessége a tökelekötési mátrix alakjától függ.

A \mathbf{QB} és $\mathbf{Q'B'}$ mátrix pozitív és egyértelmű sajátvektorának (a termelés és az árak egyensúlyi arányainak) létezése a β és γ értékek létezésén múlik. Tehát ilyen tökelekötéseket kell feltételezni. Az α érték léte ugyan elégségesnek látszana, de igazában nem szükséges és nem is elégséges feltétel. Ha ugyanis a másik két érték zérus, akkor a rendszer reducibilis. Ebben az esetben azonban nincs egyértelmű gazdasági egyensúly.

A legegyszerűbb kiegészítés tehát az, amikor γ tőkebefektetéssel, de folyó költségek nélkül valamit létre lehet hozni, ami maga is tőke-jellegű, tehát maradandó értékű. Termelési ideje lehet nagyon rövid, akár zérus, forgalmi ideje mégis végtelen, mert végtelenül tartós. Nem lehet, és ne is lehessen elfogyasztani. A folyó termeléshez legfeljebb katalizátorként járuljon hozzá, mert nem szerepel a folyó ráfordítási mátrixban. Mégis legyen rá szükség tőkeként az addig "egyszektoros" termelés fenntartásához, mégpedig $\beta > 0$ mértékben.

Ez a furcsa termék talán maga a boldogság kék madara. Biztosan boldogító, mert költségmentes, szabadon létrehozható és gyorsítható tőkenövelést tesz lehetővé. Nem teljesen a semmiből hoz létre valamit, *ex nihilo nihil fit*, de olyan valamiből hozza létre, ami majdnem semmi: egy sajátos monopólium lehetősége. A létrehozott pénz aztán nem kopik és nem szorul megújításra.

Az így leírható tevékenység leginkább a papírpénz nyomtatásához hasonlít.⁷ Azt gondolhatnánk, hogyha e tevékenység szabad, akkor ebből minél több volna jó, akár végtelenül sok. A számítás és a gondosabb logika azonban arra mutat, hogy itt igen lényeges megszorítások szükségesek ahhoz, hogy a pokol ránk ne szabaduljon. Olyan szektort találtunk ugyanis, amelynek önérdeke a szokásosnál élesebben és könnyebben kerülhet ellentétbe a rendszer egészének érdekeivel. Az ellentét természetesen a többi termék esetében is fennáll, hiszen éppen ezt az ellentétet oldja ciklikus mozgássá a szabad verseny. Itt azonban a termelési és forgalmi folyamat eltérése miatt a kisiklás szinte szabállyá válik.

Vizsgáljuk meg ezt az egyszerű hullámmátrixot a két skalár függvényében. A bővített rendszer egyensúlyi növekedési rátája, bár az új szektor látszólag a tőke korlátlan növelésének lehetőségét teremti meg, mégis kisebb lesz az egyszektoros modell rátájánál. A tőkemátrix, \mathbf{B} , nagyobb lett a két elem ér-

⁷Ezt a gondolatot már felvettem a Ciklus és szabályozás (Budapest, 1980. KJK) papírpénzre vonatkozó fejezetében, de a kifejtés menete akkor a hullámmátrix fogalmának hiányában megszakadt.

tékével, ennek következtében **QB** legnagyobb sajátértéke, ami 3%-os átlagos növekedés mellett mintegy 30 körül van, most megnő és nagyobb lesz ennél. Ennek reciproka, az egyensúlyi növekedési ráta éppen ezért csökkenni fog.

A rendszer egészének tehát még a tisztán elektronikus jelekkel elvégzett ingyenes és elvont-elvi formájában teljesen automatizálható klíringforgalom esetében is elemi érdeke marad, hogy ez minél kevesebb tőke lekötésével járjon. Ez vonatkozik mind β , mind pedig γ nagyságára. Az első a termelő egységek folyószámláján készenlétben tartott pénz viszonylagos mennyiségét mutatja. A második a klíringet végző "pénzteremtő" szféra szükséges anyagi befektetéseit (épületeit, gépeit, automatizált eszközeit) fejezi ki. E két mennyiség egyébként mind matematikailag, mind gazdasági megfontolások alapján szimmetrikus, tehát csak szorzatuk, $\beta\gamma$ a hatékony és számunkra fontos változó.⁸

Matematikailag az a transzformáció, amely az egyik elemet ugyanannyival osztja, mint a másikat szorozza, úgynevezett hasonlósági transzformáció, és nem változtatja sem **B** sem pedig **QB** sajátértékeit. Gazdaságilag pedig mennél több "tőke" van befektetve a pénzkészítés szektorába, tehát minél "értékesebb" egy adott névértékű pénzmennyiség "készlete", annál kevesebbet kell belőle tartalékolni az egyes ágazatokban, a fizetési forgalom adott szerkezete és forgalmi sebessége mellett.

Mennyi pénzre van hát szükség?

A pénz "hígítása" az újonnan kialakított szektor feltétlen érdeke, hiszen ezzel, ha nem is teremt új és valóságos tőkét, mégis gyakorlatilag elszívhatja a másik (illetve általában: az összes többi) termelő szektor tőkéjét.⁹ Ez pedig, különösen, ha nemzetközi méretekben történik, igen vészterhes következményekkel járhat.

Soros György, a pénzpiac magyarok közt is legismertebb szakembere az Atlantic Monthly 1997 februári számában közzétett nevezetes dolgozatában aggodalmát fejezte a pénzpiaci egyensúly súlytalansága, rebbenékenysége, bizonytalansága, közgazdasági műszóval volatilitása miatt. Úgy látja, hogy a piacoknak nincs valódi, csupán "reflexív" egyensúlyuk. Ezen azt érti, hogy a keresletről vagy kínálatról, az ár magasságáról vagy csekély voltáról kialakuló

⁸A **QB** mátrix legnagyobb sajátértéke $15 + \sqrt{900 + 40\beta\gamma}/2$, azaz a rendszer maximális növekedésének rátája $\lambda = 0.0\bar{6}/(1 + \sqrt{1 + 0.04\beta\gamma})$. Ez utóbbi kifejezés maximuma $1/30$, és ez csak $\beta\gamma = 0$ esetén következhet be.

⁹Ez a kérdés külön tárgyalást igényel, a "pénzügyi multiplikátor" szemrevételel, amely a gazdaságba injektált új pénzeszközök útját, és csak átmenetileg élénkítő, de az elosztást mégis véglegesen módosító hatását írja le. E modell angol szövege most kerül sajtó alá.

vélemények, tehát a piac szereplőinek elvárásai és reményei túlságosan befolyásolják magukat ezeket az értékeket. Ez azt is jelenti, hogy a spekulációnak (vagyis a bizalomnak, illetve hiányának) itt a többi piacnál lényegesen nagyobb, sőt döntő a szerepe. Valóban bizonyos pénzpiacok könnyen pánikba esnek, mintegy a tömegpszichózis áldozataivá válnak. A tapasztalat azt mutatja, hogy még a legszolidabb, legpatinásabb bank iránti bizalom is megtörhető.

Ezek a jelenségek abból származnak, hogy a papírpénznek valóban nincs a gazdasági élet egészétől független és önálló értéke, mint ahogyan azt régebben az aranypénz, vagy aranyra átváltható pénz esetében véltük. Az a tétel, hogy a papírpénz csak meghatározott mennyiségű aranypénzt helyettesít, ma már nem ad módot arra, hogy ezt a mennyiséget gyakorlatilag megmérjük. Az arany tényleges ára egyre jobban eltér a pénzlábtól. Amennyiben a kegyes szokás még egyáltalán fenntartja az adott nemzeti fizetőszköz ilyen hagyományos meghatározását, akkor sem lehet azt komolyan venni. A papírpénznek csak nemzeti monopóliuma ad vásárlóerőt, és ez az erő változó és bizonytalan. Mindenütt inflálódik és egy adott ország pénzének mennyiségét ma már nem csak a kormány vagy a központi bank befolyásolhatja. Nem tudja kiküszöbölni a külföldi pénzek forgalmát. A belső piac már nem szigetelhető el más országok pénzétől. Ez egyébként a múltban is több bajjal, mint haszonnal járt.¹⁰

Ma minden egyes bankügylet a bizalmon alapul. Az az árucikk, amivel a bank kereskedik, tulajdonképpen nem is a pénz, hanem maga a bizalom, a *goodwill*. Mind a bankban elhelyezett betét, mind pedig a banktól kapott hitelnek ez a végső alapja. A pénzügyi krízis idején azonban újra és újra kiderül, hogy még a legszolidabb bank is csak a pilótajáték sajátos formáját űzi. A bankár, és így a betevők jövedelme is csak akkor jöhet létre, ha egyre újabb betétek keletkeznek. Pontosabban szólva, bárnekkora is a bank által kiaknázott kamatrés, a nyereséget a bizalom csökkenése hamar eltüntetheti. Ha ez a lanyhulás (például a romló üzletmenet miatt) tartós, akkor a bank fizetéseképtelensége nem kerülhető el, hacsak más bankok, vagy a bankrendszer, illetve a kormány nem áll a bank mögé. Mindez a leggondosabb előírások és szabályozás mellett is olyan körkörös likviditási válsághoz vezethet, ami még a nagy nemzeti bankokat is tönkretetheti.

Itt a nagyságrendek a következők. A bankok a jelenlegi szabályozás szerint saját tőkéjük mintegy tízszeresét hitelezhetik ki, ha ehhez elég pénzt, azaz elég sok és megfelelő időtartamú betétet tudtak szerezni. A banktőke profitja ma azonban legfeljebb tíz százalék,¹¹ ami a teljes hitelre számítva

¹⁰Mint szigetország, Japán még ma is közel áll ehhez az állapothoz. A yen alacsony belföldi vásárlóerejének és magas külföldi árfolyamának diszparitása azonban túl sok fejfájást okoz mindkét piacon, semhogy mai mértéke sokáig fenntartható maradjon.

¹¹Itt most reálprofitról, tehát a pénz inflációs rátájának levonása után megmaradó

nagyságrendileg 1 százalékot tesz ki. Ezzel már túlbecsültük a pénztőke értékesülését, mert az átlagos profit rátája évszázadunkban nem lehetett magasabb a növekedés átlagos rátájánál, évi 3 százaléknál. Ez a 3 százalék olyan átlagos ráta, amit még a monopolizált területek rátái sem haladhatnak meg tartósan és jelentősen. A pénztőke értékesülési rátája pedig éppen azt jelzi, vagy legalábbis azt kellene jeleznie, hogy mennyi többletre lehet szert tenni a pénz birtokában. A gazdaság átlagában — nem pedig a kivételes esetekben.¹² Amikor az értékesülés rátája ennél magasabban áll, akkor a pénztőke áradata a pénzpiac felé fordul és ez a termelés és a kereskedelem területén a pénztőke viszonylagos apályát hozza magával. Ez a helyzet azonban éppen ezért csak átmeneti lehet — még ha az "átmenet" ideje esetleg évtizedeket jelent is.

Ha ezek az arányok mérvadóak, akkor még a tíz százalékos, tehát az egyensúlyinál vagy átlagosnál háromszorta nagyobb profit is, ha azt a betétállomány egészének forgalma után számítjuk, csak 1 százalékos kamatrést jelent. Az ilyen, viszonylag csekély különbözetet a pénz keresletének és kínálatának enyhe lengése is elfújhatja vagy megtöbbszörözheti. A banküzemtan a nagy számkor törvényén nyugszik, a tömegesen végzett műveletek tömegén, a kialakuló átlagokon. Egymástól korántsem független valószínűségi változók különbsége, illetve ilyen különbségek hányadosa határozza meg minden egyes bank eredményét. Az ilyen változókról tudjuk, hogy roppant érzékenyek, könnyen tótágast állhatnak. A banküzem lényegéhez tartozik tehát a nagyfokú volatilitás, a hirtelen és aránytalan reakciók gyakorisága, még akkor is, amikor a szakma kedvező és jól tervezhető körülmények közt működik. Soros György figyelmeztetését komolyan kell venni. A bankszakma rendbetétele ma csak magától e szakmától eredhet, mert kivételes helyzetben van. Ha visszaél vele (és Soros György éppen ennek jeleit sorolja fel), akkor nagy kárt okoz. Mégpedig anélkül, hogy ebből végső soron valóban hasznot is húzna.

Más azonban az egyensúlyi helyzet bizonytalanságát belátni és más magát az egyensúly elméleti lehetőségét tagadni. A piacok bizonytalanságát és a papírpénz értékállóságának különleges törekenységét elismerve itt mégis azt állítom, hogy elméletileg létezik az egyensúlyi állapot. Tehát, bár β és γ értéke külön-külön tekintve egyaránt bizonytalan, de szorzatuk valószínűleg meglehetősen állandónak mutatkozna, ha meg tudnánk mérni. A pénzügyek terén foglalkoztatott tőke nagysága, a szükséges pénz mennyisége e téren is

valóságos profitról van szó.

¹²Ha valamely különös terület monopóliuma révén az átlagosnál nagyobb profitra tesz szert, ez addig tartható fenn, amíg többletjövedelme az egész gazdaság birtokosává nem teszi. Ezután profitja maga az átlagprofit. Tehát vagy a többi terület profitja volt már eredetileg is átlag alatti, vagy most az ő profitja süllyed az átlag színvonalára. Elfogadva, hogy az átlagprofitráta kialakulására vezető tendencia soha nem éri el végcélját (hiszen éppen ez a 200 éves ciklus kialakulásának lényegi mozgatórugója), mégis helyes az "egyensúly" fogalmán valóban a (gyakorlatilag nem létező, de feltételezhető) egyensúlyi helyzetet érteni.

olyan szilárdságú technikai együttthatókhoz vezet, mint az egyéb termelő és szolgáltató ágakban. Mint ott, úgy itt is megváltozhatnak az együttthatók, és a technika fejlődésével meg is változnak. Mégis a gazdaság ismerten "gyors" változóival, az árakkal és volumenekkel szemben ezek "lassú" változók, mert viszonylag lassabban változnak.

Az egyensúly létezésének eszméje tehát csupán azt jelenti, sem többet, sem kevesebbet, hogy a gyakorlatban jobban tudunk tájékozódni, ha a gyors változókat visszavezetjük a jobban megismerhető lassú változókra. Ehhez csak két dolog kell. Az egyik, hogy ezt logikailag egyértelmű módon lehessen megtenni és éppen erre a célra szolgálnak a modellek. A másik az, hogy ezek a lassú változók valóban létezzenek. Ez utóbbi kérdést hosszabb ideje vizsgálja az Input-Output elmélet irodalma. Lényegében megnyugtató eredményekhez jutott a termelés és a csere területén. A pénzügyi változók ilyen ráfordítási együttthatóit azonban részletesebben még nem vizsgálta, holott erre nagy szükség volna.

Milyen hosszú a hosszú ciklus

Az egyensúlyi megoldást, még ha létezését el is fogadjuk, a fenti vizsgálat szerint egy igen hosszú, mintegy 200 éves ciklus tartja karban. Az ilyen helyzetet persze nem lehet igazán rendnek tartani. Azt a nézetet viszont, hogy a tőzsdei brókerek "azonnali" reakciója állandó egyensúlyt biztosít, alapvetően tévesnek tartom.¹³ Ez a nézet összecseréli a ciklus idejét megszabó időtartamokat egyetlen szabályozási reakció idejével. Ha egy késleltetett $\Delta^2 x = -x$ (differencia)egyenletet helyett az azonnal reagáló $\dot{x} = -x$ (differenciál)egyenletet tekintjük, ennek mozgása hasonlít az előbbihez.

Amíg a pénz forgalomban lévő mennyisége kisebb, mint az ország beruházott vagyona, a ciklus hossza (a fenti értékek alapján) meglehetősen stabilan 188 és 189 év közt marad, és a pénzmennyiség növekedtével csak igen lassan kezd maga is növekedni.¹⁴ Ha viszont realitásra törekszünk, és a második szektor adatait a valóságos bankokról rendelkezésre álló statisztikából töltjük ki, akkor a helyzet már alapvetően megváltozik. Ugyanis ekkor a folyó ráfordítások mátrixában is megjelennek adatok: a vállalatok által a kölcsönök után fizetett kamatok, a bankok üzemviteli és kamatköltségei és így tovább.

Azt tapasztaljuk, hogy a realisabban megalkotott és kitöltött kétszektoros

¹³Igen részletesen és nagy apparátussal fejt ki ezt például A. Burgstaller: *Property and Prices* című kötete (Cambridge, 1994, Cambridge University Press). Ez a monetarizmus ár és értékelméletét a tulajdonból és a tulajdon tőzsdei értékeléséből vezeti le.

¹⁴A 200 évet az adott szekuláris növekedési ráta esetén csak akkor éri el, amikor a $\beta\gamma$ szorzat értéke meghaladja a 67-et (tehát ha a bankszektorban lekötött tőke meghaladja a teljes termelés 67-szeresét).

modell jóval rövidebb ciklusidőkhöz vezet. Mint ahogy már láttuk, az összefonódás növekedtével, a szorosabb szerveződéssel a ciklus hossza csökken. A bankszektor tekintetében 10 év a ciklus gyakorlati alsó határa. Ettől persze létezhetnek ennél rövidebb ciklusok, de még évi szezonálisok is. Ezek tükröződni fognak a bankok forgalmában, a pénz értékének és a kamatok nagyságának mozgásában. De ez a mozgás máshonnan ered. Maguk a pénzügyi kapcsolatok aligha hozhatnak létre tíz évnél rövidebb ciklusokat, s ha mégis ilyeneket észlelünk, akkor azok nem innen erednek.

Ez a megfontolás azonban elhalványítja a kétszáz éves ciklus létezését és még inkább fontosságát, hatásának valószínűségét. Továbbra is hasznos elnéleti konstrukciónak bizonyulhat, de gyakorlati számítására csak akkor kerülhet sor, ha a modellt szigorúan elv拉斯ztjuk az új pénz teremtését a meglévő pénz forgalmazásától. Ekkor azonban a pénzügyi szektorok számát legalább kettőre kell növelni.¹⁵ Ez felel meg annak a követelménynek, hogy a pénz tekintetében legalább két árat és két volument illene meghatározni. Először is magának a pénznek van ára, azaz vásárlóereje és van volumene, azaz mennyisége. Másodszor, és ugyanakkor a hiteleknek is van áruk, azaz kamatuk és mennyiségük is. Ezt a négy nagyságot semmiképpen nem lehet egyetlen szektorral megragadni.

A pénzügyek ilyen kettéhasítása nem az én igyekezetem terméke, annak érdekében, hogy a hosszú ciklus gondolati modelljét megteremtsem. A javaslat maga sokkal régebbi és már a hetvenes és nyolcvanas években felmerült az "új pénzügyi gazdaságtan" irodalmában:

"Általában ('most generally') az új pénzügygazdaságtan a pénzügyi szolgáltatások és a pénzzel való ellátás közti megkülönböztetést hangsúlyozza. Különösen ('more specifically') nem kell egyetlen, pénznek nevezett vagyontárgyban egyesíteni a pénznek azt a két funkcióját, hogy az elszámolások és a csere közege."¹⁶

A hosszú ciklus hossza így (a gazdaságilag értelmes és értelmezhető nagyságrendek mellett) tehát közel konstansnak és valamivel talán 200 év alattinak adódik. Maga a ciklus gondolata pedig még akkor is segít abban, hogy a pénzügyeket, a pénz teremtését és forgalmazását helyesen, vagy legalábbis az eddiginél helyesebben szerepeltessük az Input-Output táblázatokban, ha egyébként a hosszú ciklus köztvetlen nyomait nehezen, vagy sehol sem fogjuk megtalálni a pénzügyi statisztikában.

¹⁵A munkamegosztás a termelésben és a pénzügyekben is a specializálódás felé halad. Az input-output elemzés hatékonyságát növeli, ha nem von össze egyetlen szektorba minden pénzzel kapcsolatos tevékenységet, a szerencséjéértől az életbiztosításig.

¹⁶T. Cowen - R. Kroszner: Empirical Predictions of the New Monetary Economics: Perspectives on Velocity. Journal of Policy Modeling. Vol. 12. Number 3. Summer 1990. North Holland. 265-280 o.

Irodalom

1. Bródy András: *Ciklus és szabályozás*, Budapest, KJKK, 1960.
2. Bródy András: *Ciklus és egyensúly*. *Közgazdasági Szemle*, 1987. 9. sz.
3. A. Burgstaller: *Property and Prices*. Cambridge, 1994. Cambridge University Press.
4. T. Coven – R. Kroszner: *Empirical Predictions of the New Monetary Economics*. *Journal of Policy Modeling*. Vol. 12. No. 3. Summer 1990.
5. R. M. Goodwin: *Swinging Along the Autostrada: Cyclical Fluctuations along the von Neumann Ray*, = M. Dore – S. Chakravarty – R. Goodwin (szerk): *John von Neumann and Modern Economics*. Oxford, 1986. Clarendon Press. 125–140. o.
6. R. M. Goodwin – L. Landesman – R. Stehrer: *Structural Economic Dynamics: Catching up and the Global Deflationary Bias*. = A. Simonovits – A. E. Steenge (szerk): *Prices, Growth and Cycles. Essays in Honour of András Bródy*. London, 1996. Macmillan. 161–183. o.
7. G. Soros: *The Capitalist Threat*, *Atlantic Monthly*, 1987. February.

CYCLES AND MONEY. THE STRUCTURE OF A SIMPLE WAVE-MATRIX

The trajectory of the logarithmic model of the long swing based on the theories of Hawtrey, Keynes and Goodwin may be approximated by a linear system of differential equations. The solution can be readily computed with the aid of the matrix-model of Leontief, used habitually for analyzing and forecasting economic growth in the short run. The matrix of the dynamic model, a "wave-matrix", relying on data published already for almost every country, has interesting and peculiar features. It may also include additional sectors for producing, distributing and circulating money. It then offers a better picture of money-flows within the framework of Input-Output Analysis.