NEMZETKÖZI JÖVEDELEMEGYENLŐTLENSÉGEK VÁLTOZÁSI TENDENCIÁI
Empirikus vizsgálat bootstrap módszerrel[1]

MAJOR KLÁRA
Magyar Nemzeti Bank, Budapest

A nemzetközi jövedelemegyenlőtlenségek időbeni alakulása számos újabb vizsgálat tárgyát képezi. A jelen dolgozatban jövedelem alatt az egy főre jutó reál GDP-t fogjuk érteni, és azok különbözőségeit vizsgáljuk.

A nemzetközi jövedelemegyenlőtlenségek vizsgálatának egyik lehetséges módja egyenlőtlenségi mutatók számításán keresztül vezet. Az irodalomban több különböző mutató is létezik, melyek az egyenlőtlenségek különböző aspektusát ragadják meg és jellemzik. A mutatók egy része paraméterek függvénye is lehet, ily módon nem csak egyszerűen egyenlőtlenségi mutatókról, de valójában mutatócsaládokról érdemes beszélni. Az egyenlőtlenségek mutatószámokkal történő jellemzése esetén felmerül az egyes mutatók statisztikai jellemzőinek kérdése is, nevezetesen hogy a következtetések levonása során milyen mértékben lehet építeni a kapott eredményekre.

Az egyenlőtlenségek mértékének kérdését is elhalványítóan az irodalom elsődleges hangsúlyt fektet a változási tendenciák feltárására, arra, hogy indokolt-e az egy főre jutó jövedelmek különbözőségében csökkenésről beszélni az elmúlt közel három évtizedben vagy inkább növekedés, esetleg „stagnálás" figyelhető meg. PhD dolgozatom témájaként választva egy ilyen szerteágazó és több részkérdést is tartalmazó problémát, a továbbiakban ennek csak egy kis szeletére fogok koncentrálni. A dolgozatban a jövedelmek egyenlőtlenségét egyenlőtlenségi mutatók számításával mérjük a vizsgálati periódus minden egyes évére vonatkozóan. A különböző időpontbeli számított értékek alapján kirajzolódó tendenciát az egyenlőtlenségi mutatók köré szerkesztett konfidencia-intervallumokkal kívánjuk alátámasztani, mely utóbbi jelentős módszertani apparátus igénybevételét jelenti. A dolgozat első felében így az alkalmazott módszertan részletes kifejtésére törekszünk.

Az empirikus elemzéshez a Summers-Heston féle Penn World Table (PWT) adatbázis 1995-ös, 5.6-os verzióját használtuk fel. Az adatbázisban szereplő egy főre jutó GDP adatok 1985-ös US dollárban vannak megadva, nemzetközi összehasonlító áron. A vizsgálati periódus 1960-1992 éveket átfogó intervallum, melyben mintegy 111-128 ország reál GDP adata állt rendelkezésre a számítások elvégzésére.[2] Felmerülhet kérdésként, hogy mennyire releváns

---

[1]Beérkezett: 1998. szeptember 14.

[2]Az Alan Heston és Robert Summers által 1991-ben publikált Penn World Table adatbázis, mely akkor az 5-ös sorszámot kapta (*Mark 5*) a vizsgált országok nemzeti számla rendszerének adatbázisára építve nemzetközi összehasonlító árakon számított, azonos pénznemben megadott jövedelmi adatokat tartalmaz, így azok tisztán reál nagyságoknak

egy olyan adatbázis használata a fenti kérdések esetén, melyből „mindössze" egy harminc éves periódust lehet vizsgálódás alá vonni, s melynek legutolsó adata közel tíz éves. A nemzetközi jövedelemegyenlőtlenségek változása azonban igen lassan, hosszabb távon figyelhető meg, s a kérdés teljes körű elemzése valójában nem harminc, de kétszáz éves idősor ismeretét igényelné. Az előbbi gondolatmenetnek megfelelően az idősor hossza jelenthet problémát, nem pedig az, hogy az tíz éves. Az adatbázis mellett szóló további érvek között igen súlyosan esik latba annak teljeskörűsége (összehasonlítva más, pl. világbanki adatbázisokkal), illetve elkészítésének speciális mivolta (ld. 2. lábjegyzet).

Jelen kutatás korábbi munkánk[3] – melyben számos egyenlőtlenségi mutató (a relatív szórás, a Gini koefficiens, különböző entrópia indexek, Atkinsoni mutatók) értékét számítottuk ki a világ országaira az egy főre jutó GDP egyenlőtlenségének vizsgálata céljából – szerves folytatása. Az akkori vizsgálatban mindössze az 1961–1986-os vizsgálati periódusra végeztünk számításokat módszertani megfontolásokból.[4] Ebben a szűkebb intervallumban többé kevésbé egyértelműen a jövedelemegyenlőtlenségek növekedése figyelhető meg a vizsgálati periódusban az összes számított mutató tekintetében. Kérdésként merült fel azonban, hogy az egyetlen mintából számított pontbecslés eredményei mennyire tartalmaznak egyedi hatásokat és mennyire alkalmasak dinamikus (valójában komparatív statikai) összefüggések levonására. Ezért a kutatás egy további lépéseként konfidencia-intervallumot számítottunk, mely vizsgálat képezi a jelen dolgozat tárgyát.

1 Számított egyenlőtlenségi mutatók

A jövedelmi egyenlőtlenségek mérésére definiált egyenlőtlenségi mutatókra vonatkozó kutatások során kialakult két különböző megközelítés egyike társadalmi jóléti rendezés definiálásán és jellemzésén keresztül jut el az egyenlőtlenséget mérő mutatókig, míg a másik irányzat közvetlenül magukból a már definiált egyenlőtlenségi mutatókból indul ki és próbálja axiomatizálni őket (az axiomatizálás egyik lehetséges módját adja pl. *Krtscha [1994]*). A jelen dolgozatban nem kívánjuk az egyenlőtlenségi mutatók megválasztásának kérdését elemezni, hanem – korábbi munkánkhoz szervesen kötődően – három

tekinthetők, azaz függetlenek mind az egyes országok árszínvonalainak, mind valutaárfolyamainak alakulásától. Az adatbázist széles körben tekintik a jövedelmi különbségek empirikus vizsgálatai alapjának, különösen a növekedéselméleti irodalomban elmúlt években erősen kutatott konvergencia témájában alkalmazták ld. például *Lucas [1993], Quah [1993], Romer [1994], Solow [1994], Durlauf-Quah [1998]*. Az 1991-ben publikált *Mark 5* jelű PWT adatbázisban 1950-1988-as évekre vonatkozó adatok találhatók. Ezt az adatbázist a National Bureau of Economic Research (NBER) publikálta és elérhető minden kutató számára. Az adatbázis újabb, 5.6-os verzióját 1995 januárjában publikálta az intézet, melyben a legtöbb országra vonatkozóan 1992-ig találhatók meg adatok. Kutatásunkban az 5.6 verzió adatait használtuk fel számításainkhoz.

[3] Major, [1998]

[4] A vizsgálati periódus kiválasztásának szempontjairól a Felhasznált adatbázis és számítások c. fejezetben még bővebben lesz szó.

előre meghatározott egyenlőtlenségi mutató értékét fogjuk kiszámítani; ezek rendre a relatív szórás, a Gini koefficiens és az egyenlőtlenség Atkinson féle mutatója. Az atkinsoni mutató az előbb említett társadalmi jóléti megközelítés egy – tulajdonságai alapján igen széles körben alkalmazott – mutatója. *Ebert [1988]* dolgozatában részletesen elemzi az előbbi irányvonalat és megadja a különböző társadalmi jóléti függvények esetén definiált egyenlőtlenségi mutatók tulajdonságait. A relatív szórás az előzőekkel szemben társadalmi jóléti függvényből nem származtatható mutató, azonban az egyenlőtlenségek mérésének igen gyakran alkalmazott, hagyományos mutatója. A Gini koefficiens igen szemléletes geometriai jelentése mellett (bár eredetét tekintve nem a jóléti irányzat mutatója), felírható társadalmi jóléti koncepciónak megfelelő alakban.

A kérdés további részletezése nélkül egyetlen kérdést szeretnénk itt kiemelni, az egyenlőtlenségi mutató relatív avagy abszolút jellegének a kérdését. Egy egyenlőtlenségi mutatót relatívnak hívunk, ha minden jövedelem pl. megkétszereződése esetén a mutató értéke változatlan marad. Abszolút egy egyenlőtlenségi mutató, ha minden jövedelemnek egy adott, abszolút nagyságú növekedése esetén a mutató értéke változatlan marad. A továbbiakban az egyes országok között létező relatív különbségek vizsgálatára koncentrálunk és ennek érdekében *relatív* egyenlőtlenségi mutatókat fogunk számítani. *Hajdú [1997]* alapján röviden ismertetjük a számított egyenlőtlenségi mutatókat és az empirikus eloszlás meghatározására használt statisztikai módszertant.

1.1 Relatív szórás

A relatív szórás a szórás és az átlag hányadosa, vagyis képletben

$$\text{Relatív szórás} = \frac{1}{\overline{y}}\sqrt{\frac{\sum_i (y_i - \overline{y})^2}{n}},$$

(ahol $\overline{y}$ jelöli az empirikus jövedelmi értékek átlagát).

1.2 Gini együttható

A Gini együttható a Lorenz görbe és az átló által határolt terület, valamint a teljes átló alatti terület arányát mutatja meg. A konkrét számításokhoz a Gini együttható következő felírási formáját használtuk fel:

$$\text{Gini együttható} = \frac{1}{2\overline{y}n^2}\sum_i \sum_j |y_i - y_j|\,.$$

1.3 Atkinsoni mutató

Atkinson egyenlőtlenségi mutatója társadalmi jóléti függvény koncepciójára épül. Az elmélet szerint a társadalmi jólét a jövedelemeloszlás alábbi lineáris funkcionáljával adható meg:

$$W(F) = \int u(y)\,dF(y)\,, \tag{1}$$

ahol F a jövedelem eloszlásfüggvénye. A társadalmi jólét értékét az empirikus eloszlás-függvényből a következő formula alapján lehet számítani:

$$\tilde{W}(F) = \frac{1}{n}\sum_i u(y_i)\,.$$

Egy lehetséges módja a társadalmi jóléti koncepcióból egyenlőtlenségi mutató kialakításának az ún. egyenletes eloszlással ekvivalens jövedelemszint definiálásán keresztül lehetséges. *Atkinson [1980]* alapján ezt a jövedelemszintet a következő implicit összefüggés definiálja:

$$u(y_{EDE}) = \int u(y)\,dF(y)\,.$$

Az y_{EDE} jövedelemszint az empirikus jövedelemeloszlásból az alábbi képlet szerint számítható:

$$u(\tilde{y}_{EDE}) = \frac{1}{n}\sum_i u(y_i)\,.$$

Számításainkhoz az

$$u(y) = \begin{cases} \frac{y^{1-\varepsilon}-1}{1-\varepsilon}, & \text{ha } \varepsilon \neq 1; \\ \ln y, & \text{egyébként} \end{cases} \tag{2}$$

hasznossági függvényt használtuk, ahol ε az ún. egyenlőtlenség-elutasítási paraméter. A fenti, (2) kifejezésben használt hasznossági függvény használatát a következő szemléletes tulajdonsága indokolja: ha minden jövedelem megkétszereződne, akkor a fenti hasznossági függvény esetén az egyenletes eloszlással ekvivalens jövedelemszint is duplájára fog emelkedni.[5] Ezen tényt figyelembe véve könnyen látható, hogy az Atkinsoni egyenlőtlenségi mutató, képletben:

$$\text{Atkinsoni mérték} = 1 - \frac{\tilde{y}_{EDE}}{\overline{y}}$$

az egyenlőtlenségek relatív mutatója. A mutató azt fejezi ki, hogy milyen mély szakadék létezik a megfigyelt eloszlás átlagjövedelme és azon jövedelmi szint között, ami ugyanazt társadalmi jóléti szintet eredményezné egyenletes jövedelemelosztás esetén, mint a jelenlegi jövedelemelosztás.

[5] Ez az összefüggés látható az alábbi átalakításból. A fenti hasznossági függvény esetében az egyenletes jövedelemelosztással ekvivalens jövedelemszintet a következő implicit egyenlet határozza meg

$$\frac{\tilde{y}_{EDE}^{1-\varepsilon}}{1-\varepsilon} = \frac{1}{n}\sum_i \frac{y_i^{1-\varepsilon}}{1-\varepsilon}\,,$$

amelyből azt kifejezve az alábbi, $\forall i$-re y_i-ben első fokon homogén kifejezés adódik:

$$\tilde{y}_{EDE} = \left[\frac{1}{n}\sum_i y_i^{1-\varepsilon}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

Konkrét számításaink során ésszerűnek tűnt egyetlen konkrét ε értéket választani. Ennek egyrészt technikai okai voltak: a vizsgálat rendkívül erőforrás-igényes, ezért három választott mutatóra vonatkozóan kívántuk elvégezni. A relatív szórás és a Gini koefficiens jól definiált mutatók, mellettük egy, a jóléti koncepcióra épülő egyenlőtlenségi mutató számítása indokoltnak tűnt. A fent definiált Atkinson mutató esetén ez az előbbi paraméter megválasztását igényli. Másrészt a fent definiált mutató ε-nak monoton függvénye, azaz minél nagyobb ε mértéke, annál nagyobb egyenlőtlenséget fog mutatni (feltéve, hogy nem egyenlő minden adat, mely szélsőséges esetet nyugodtan kizárhatunk, mint empirikusan teljesen irrelevánsat). Megmutatható, hogy amint ε tart a végtelenbe, úgy a hasznossági függvény tart a $\min y_i$ függvényhez, s az Atkinsoni mutató értéke az 1-hez. A paraméter tehát az egyenlőtlenséggel szembeni elutasítás mértékét adja meg, s minél nagyobb, annál nagyobb súlyt kapnak a számítás során az alacsony jövedelmi értékek. Ez azonban azt is jelenti, hogy a mutató annál kevésbé válik robusztussá, annál érzékenyebbé válik az adatvételi és mérési hibákra. A fenti okok miatt ésszerű kompromisszumnak tűnt ε értékét 1-nek választani, azaz ennek megfelelően logaritmikus hasznossági függvénnyel dolgozni. A logaritmikus hasznossági függvény meglehetősen általános a közgazdasági irodalomban.

Az atkinsoni mutatóval szemben felhozott érv leggyakrabban a társadalmi jóléti függvény koncepciójából fakad, nevezetesen az, hogy annak explicit meghatározásával mintegy kívülről adjuk meg a társadalom egyenlőtlenséggel szembeni preferenciáit amely nagy valószínűséggel önkényes és feltételezhető, hogy inkább a kutató saját elképzeléseit tükrözi, vagyis kevéssé ad objektív alapot az egyenlőtlenség megítélésére. Ezen érv természetesen igen súlyosan érinti az egyenlőtlenség mértékének megítélését célzó kutatásokat, ugyanakkor fontos, hogy szem előtt tartsuk, hogy ez *valójában minden más mutatóval szemben felhozható.* Minden egyenlőtlenségi mutató *teljes rendezést* ad meg az eloszlások halmaza felett és így implicit maga is feltételez egy "társadalmi jóléti függvényt". Ugyanakkori az atkinsoni mutató mellett szóló érv, hogy a fent említett "társadalmi jóléti függvény" az egyetlen olyan függvény, melynek (1)-ben megadott lineáris funkcionálja relatív egyenlőtlenségi koncepciót testesít meg, azaz minden jövedelem pl. megkétszereződése esetén az általa számított egyenlőtlenség mértéke változatlan marad.

2 Konfidenciaintervallum számítása bootstrap mintavétellel

Az egyes mutatók pontbecsléseinek statisztikai vizsgálatához konfidencia intervallumokat számítottunk. Ehhez a mutatók empirikus eloszlását ún. folytonos bootstrap (smoothed bootstrap) módszerrel határoztuk meg. Bootstrap mintavétel esetén az eredeti n elemű mintából visszatevéssel generálunk újabb n elemű mintákat és mindegyikre kiszámítjuk a kérdéses mutató értékét. Kellően nagy számú bootstrap minta esetén a mutató mintabeli eloszlása megfelelő pontossággal meghatározható. A folytonos bootstrap annyiban tér el az előző eljárástól, hogy nem az eredeti adatokból generálja az új mintákat, hanem azok eloszlásának folytonos becsléséből. Erre azért lehet szükség, mert visszatevéses mintavétel esetén a generált új mintákban szükségszerűen lesznek ismétlődő elemek. Olyan esetekben, amikor az eredeti adatok természetük szerint folytonosak (pl. valamely intervallumon vehetnek fel értékeket) és a kérdéses mutató érzékeny az ismétlődő adatokra, hasznos lehet a folytonos bootstrap eljárás, amelynek során a generált új mintában 0 valószínűséggel lesznek csak azonos adatok. A folytonos bootstrap klasszikus útja lehet az eloszlás paraméteres becslése majd az abból való mintavétel. Nem-paraméteres statisztikai módszerek is rendelkezésre állnak az eloszlás folytonos becslésére és az abból való mintavételre. Jelen dolgozatban a nem-paraméteres eljárást választottuk a következő megfontolások miatt. Paraméteres eljárás esetén a kutató nullhipotézist állít fel az eloszlás jellegét illetően és a rendelkezésre álló adatokból becsüli az eloszlás néhány, ismeretlen paraméterét. Ez az eljárás a jelen problémában több okból sem tűnt alkalmazhatónak:

- az adatbázisból korábban készített nem-paraméteres jövedelemeloszlás-becslések alapján az nem sorolható be egyetlen ismertebb eloszláscsaládba sem. A kapott eloszlás – korábbi tapasztalatokkal összecsengően – közel lognormális alakú, azonban hosszan elnyúló farokkal rendelkezik, melyen további (két, három) csúcs található, melyek alapján az eloszlás lokális tulajdonságai erősen különböznek a lognormális eloszlástól;
- a vizsgálat célja az eloszlások néhány jellemzőjének (az egyenlőtlenségi koncepciónak megfelelő mutatószámok értékének) mintabeli viselkedésének meghatározása. Ha a paraméteres eljárást választottuk volna, az eloszlás típusának specifikációja és a paraméterértékek becslése után azok analitikusan is kiszámíthatóakká válnak. A jelen dolgozatban felvetett kérdés azonban a mutatók mintabeli viselkedését kívánta feltárni és ezért hasznosnak tűnt, hogy semmilyen kiinduló hipotézissel ne éljünk az eloszlás jellegére vonatkozóan, és azt az eloszlást tekintsük kiindulópontnak, melyet az adatok rajzolnak ki.

A nem-paraméteres sűrűségfüggvénybecslés metódusa megadja a lehetőséget, hogy eltekintsünk a fent említett feltevések megfogalmazásától, ugyanakkor számos további problémát vet fel maga is, beleértve a kernelfüggvény és a sávszélességi paraméter megválasztását.[6] A hivatkozott dolgozat szerint az eljárás robusztusnak tekinthető a kernelfüggvény megválasztása tekintetében. A sűrűségfüggvény nem-paraméteres becslésének alapgondolata az, hogy az adatok által kirajzolt naiv becslőfüggvényre[7] (mely lépcsős, azaz nem folytonos) lokálisan illesztünk sűrűségfüggvényeket, s az így kirajzoló becsült sűrűségfüggvény folytonos lesz. A kernel megválasztása lényegében arról szól, hogy lokálisan "kis haranggörbéket" vagy "kis parabolákat" illesztünk-e a

[6] A nem-paraméteres sűrűségfüggvény becslés módszertanáról kiváló áttekintést nyújt a sokat hivatkozott Silverman [1986] illetve az újabb Wand – Jones [1995]. A folytonos bootstrap elvégzéséhez algoritmust javasol Silverman [1986], 143. old.

[7] Ún. naiv estimator, ld. Silverman [1986] 11-13. old.

naiv becslőfüggvényre (mely maga a hisztogram általánosítása). Tehát a sűrűségfüggvény folytonos becslése az adatoknak és a kernelfüggvénynek a konvolúciójaként jön létre. A folytonos bootstrap algoritmusa erre a koncepcióra épül; oly módon hozza létre az új mintákat, hogy az eredeti minta egy véletlenszerűen kiválasztott elemét és a becsléshez használt kernelfüggvényből vett véletlen elem "konvolúcióját" hozza létre. A folytonos bootstrap eljárás implementálása magának a sűrűségfüggvény becslésének megvalósítását nem igényli.

Az eloszlás sűrűségfüggvényének a becsléséhez gaussi kernelt használtunk, melynek használata azonban további módszertani problémákat vetett fel. Ebben az esetben a mintaadatoknak a normális eloszlás sűrűségfüggvényével alkotott „konvolúciója" adja a sűrűségfüggvény becslését. A jövedelmi adatok azonban tipikusan csak pozitív értékeket vehetnek fel, míg a normális eloszlás értelmezési tartománya a valós számok halmaza. Ebből fakadóan a sűrűségfüggvény becslése a nulla egy környezetében torzított lesz. A bootstrap becslés során azonban az jelentette a problémát, hogy a fenti említettek miatt a gaussi kernellel számított folytonos eloszlásfüggvényből generált új minták tartalmaztak negatív elemeket is. Ezek egyrészt közgazdaságilag értelmezhetetlenek, másrészt bizonyos egyenlőtlenségi mutatókat (pl. az Atkinsoni mutatót is) negatív adatokra nem lehet értelmezni. Ezt a problémát úgy oldottuk fel, hogy a folytonos sűrűségfüggvénybecslést nem az eredeti adatokra, hanem azok logaritmusára végeztük el, majd visszatranszformálás után számítottuk a mutatókat. Mindazonáltal ahol ez matematikailag kivitelezhető volt, ott mind a két módszerrel (logaritmizált adatokból való mintavétel illetve az eredetiből) készítettünk bootstrap konfidenciaintervallumot. A fent említett probléma megnyugtató megoldása azonban az lesz, ha a sűrűségfüggvény folytonos becslését a speciálisabb, de kompakt értelmezési tartományú pl. Epanechnikov kernellel végezzük el. Az algoritmus implementálása még folyamatban van. A fent leírt mintavétel ismételt alkalmazásával nagy számú „új mintára" tehetünk szert, és minden egyes mintára ki lehet számítani a kérdéses egyenlőtlenségi mutató értékét. A nagy számú bootstrap mintából számított egyenlőtlenségi mutató-értékekre illesztett empirikus eloszlásfüggvényt lehet felhasználni a konfidencia-intervallum meghatározására.[8]

2.1 Naiv módszer

A naiv módszer szerint a konfidenciaintervallum alsó és felső határát 2α megbízhatósági szinten[9]

$$\theta_{LO}(\alpha) = (F^*)^{-1}(\alpha)$$

$$\theta_{UP}(\alpha) = (F^*)^{-1}(1-\alpha)$$

[8]A következő rövid kifejtés erősen támaszkodik Vinod [1993] tárgyalására.

[9]A továbbiakban F^*-gal fogjuk jelölni a kérdéses mutató bootstrap eljárással nyert mintabeli empirikus eloszlásfüggvényét. A jelölést az elméleti tárgyalás kedvéért vezetjük be, az algoritmus implementálása során csak a kritikus értékek meghatározására volt szükség.

fejezi ki, ahol F^* jelöli a mutató bootstrap eljárással nyert empirikus eloszlásfüggvényét (a továbbiakban *-gal jelöljük a bootstrap becsléseket). A naiv módszer arra a feltevésre épít, hogy ha $\theta_{*j} \approx \theta$, ahol $\approx$ a közel egyenlő jele és θ_{*j} jelöli a j-edik bootstrap becslést ($j = 0, \dots, J$), akkor

$$P^*[\theta_{LO}(\alpha) \leq \theta_{*j} \leq \theta_{UP}(\alpha)] = P^*[\theta_{LO}(\alpha) \leq \theta \leq \theta_{UP}(\alpha)] = 1 - 2\alpha\,.$$

2.2 Torzítás korrigált módszer

A naiv módszer azonban megbízhatatlan eredményekre vezethet, ha a becslőfüggvény torzított. A torzítás korrekcióját eredményezi bizonyos esetekben, ha a fenti feltevés helyett a kevésbé megszorító $\theta_{*j} - \theta_p \approx \theta_p - \theta$ feltevéssel élünk, ahol θ_p az eredeti mintából nyert pontbecslés. Ez a feltevés azt jelenti, hogy a bootstrap mintából nyert becslés és a pontbecslés viszonya körülbelül ugyanaz, mint a pontbecslés és a sokasági érték viszonya. Ilyenkor a következő konfidencia-intervallum adódik θ-ra:[10]

$$\begin{aligned} &P^*[\theta_{LO}(\alpha) - \theta_p \leq \theta_{*j} - \theta_p \leq \theta_{UP}(\alpha) - \theta_p] = \\ &= P^*[2\theta_p - \theta_{UP}(\alpha) \leq \theta \leq 2\theta_p - \theta_{LO}(\alpha)] = 1 - 2\alpha \end{aligned}$$

2.3 Normalizált torzítás korrigált módszer

A normalizált torzítás korrigált (normalized bias corrected NBC) módszer lényegében az empirikus eloszlásfüggvényt felhasználva a megbízhatósági (valószínűségi) szint korrekcióján keresztül próbálja kezelni a torzítás problémáját. Az eljárás során az előző pontban végrehajtott tükrözéshez hasonló korrekciót végzünk, csak azt most megfelelő normalizálási transzformáció után végezzük el.

A módszer feltevése szerint, ha létezik olyan $\phi = g(\theta)$ monoton növekedő normalizáló transzformáció, amelyre[11]

$$\phi_p - \phi \sim N(-z_0\sigma, \sigma^2) \quad \text{és} \quad \phi_{*j} - \phi_p \sim N(-z_0\sigma, \sigma^2)\,,$$

ahol a fenti kifejezésben szereplő z_0 és σ ismeretlen paraméterek, akkor a konfidencia-intervallum meghatározásához elégséges z_0 paraméter értékét becsülni. Ehhez az empirikus eloszlásfüggvényből meghatározzuk a bootstrap minták azon hányadát, amelyre $\theta_{*j} \leq \theta_p$. Ekkor

$$F^*(\theta_p) = P^*[\theta_{*j} \leq \theta_p] = P[\phi_{*j} \leq \phi_p] = P[(\phi_{*j} - \phi_p + z_0\sigma)/\sigma \leq z_0]\,.$$

A módszer fent említett feltevései miatt $(\phi_{*j} - \phi_p + z_0\sigma)/\sigma \sim N(0,1)$, ezért z_0-ra az alábbi becslés adódik:

$$z_0 = \Phi^{-1}(F^*(\theta_p))\,,$$

[10] Ez a módszer torzítás korrigált (bias corrected, BC) elnevezést kapta Vinod [1993] összefoglaló művében. Több más irodalomban azonban az itt harmadikként tárgyalásra kerülő módszert hívják torzítás korrigált módszernek.

[11] Az alábbi kifejtés elsősorban Garthwaite, Jolliffe, Jones [1995] munkáján alapszik.

ahol Φ a standard normális eloszlás eloszlásfüggvényét jelöli. Mivel feltevés szerint $\phi_p - \phi \sim N(-z_0\sigma, \sigma^2)$ az $1-2\alpha$ valószínűségi konfidenciaintervallum θ-ra

$$[g^{-1}(\phi_p + z_0\sigma - z_\alpha\sigma), g^{-1}(\phi_p + z_0\sigma + z_\alpha\sigma)],$$

ahol $\Phi(z_\alpha) = 1 - \alpha$. Az alsó határ megállapításához tekintsük a következő átalakítást

$$P^*[\phi_{*j} \leq \phi_p + z_0\sigma - z_\alpha\sigma] = P^*[(\phi_{*j} - \phi_p + z_0\sigma)/\sigma \leq 2z_0 - z_\alpha] = \Phi(2z_0 - z_\alpha).$$

A konfidenciaintervallum alsó határa $1-2\alpha$ szignifikanciaszinten tehát azon $\theta_{LO}(\alpha)$ érték lesz, amelyik éppen a bootstrap becslés $\Phi(2z_0 - z_\alpha)$- ik kvantilis értéke. Hasonlóképpen elvégezve a megfelelő számításokat az intervallum felső határára, az NBC módszer szerint adódó konfidenciaintervallum θ-ra a fentiek alapján a következő:

$$P^*\left[(F^*)^{-1}\left(\Phi(2z_0 - z_\alpha)\right) \leq \theta \leq (F^*)^{-1}\left(\Phi(2z_0 + z_\alpha)\right)\right] = 1 - 2\alpha.$$

Ha θ_p becslőfüggvény nem torzított, akkor z_0 értéke 0, és a metódus szerint számolva a naiv módszerrel azonos konfidenciaintervallum adódik θ-ra. Az eljárás során a konfidenciaintervallum számításához használt megbízhatósági szintet módosítjuk attól függően, hogy a megfigyelt empirikus eloszlás milyen mértékű torzítást mutat. Torzítatlan becslés esetén a pontbecslésnek a mintabeli eloszlás átlagával kell egybeesnie, ekkor a korrekció mértéke nulla.

2.4 Empirikus torzítás

Az alábbi kifejezéssel megkaphatjuk az eljárás torzításának mértékét:

$$\text{empirikus torzítás} = \frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}\theta_{*j} - \theta_p.$$

Ha a fenti kifejezés 0-tól különbözik, az azt jelenti, hogy az elsőként tárgyalt naiv módszer által adott konfidenciaintervallumok torzítottak és szükségessé válik a módszertani korrekció alkalmazása. A normalizált torzítás korrigált módszer alkalmazása kiszűri ezt a torzítást, és valóban, ha a fenti képlettel számított empirikus torzítás értéke 0, akkor a normalizált torzítás korrigált módszer az eredeti naiv intervallumokat adja vissza.

3 Felhasznált adatbázis és számítások

Az empirikus elemzés céljaira a PWT 5.6 adatbázist használtam fel. Az adatbázisból 111-128 ország egy főre jutó GDP adatainak egyenlőtlenségeit számítottam 1960-1992 évekre. Az adatbázis összeállítását nehezítette, hogy bizonyos országokra vonatkozó adatok csak a megadott intervallum egy részére voltak elérhetők. A számítások alapját képezhető adatbázis összeállítására ily módon két út látszott lehetségesnek. Egyrészt kiválasztani az országok egy olyan csoportját illetve meghatározni úgy a vizsgálati periódust, hogy abban ne legyenek hiányzó adatok. Korábbi munkámban ezt az utat követtem,[12] ez azonban többnyire igen rövid vizsgálati periódust tesz lehetővé. Jelen esetben a vizsgálati periódus és a vizsgálatba bevonható országok számának emelése céljából az összes, a fenti intervallumba eső adatot felhasználtam. Ez azzal a hátránnyal járt, hogy az egyes években számított egyenlőtlenségi mutatók mögött különböző számú megfigyelés áll. Ez természetesen felveti az összevethetőség kérdését.

Ebert [1988] tanulmányában foglalkozik a különböző népességszám melletti egyenlőtlenségi mutatók összehasonlíthatóságának kérdésével. Ebben megmutatja, hogy a Gini együttható és az atkinsoni mutatók kielégítik az ún. 'népesség elv'-et (Principle of Population), amely kimondja azt, hogy ha két jövedelmi vektor, x és y azonos egyenlőtlenséget képvisel, akkor azok m-szeres ismétléséből álló $x^{(m)}$ és $y^{(m)}$ vektorok is azonos egyenlőtlenséget képviselnek. Ezen elv alapján lehet különböző népességszám (illetve jelen esetben különböző számú országok esetén) számított egyenlőtlenségi mutatókat összehasonlítani. A relatív szórásra hasonló összefüggés nem érvényes, de a relatív szórás az egyenlőtlenségeknek igen széles körben elterjedt és számított mértéke, időbeni alakulása fontos része lehet a dolgozat alapját képező kérdés megválaszolásában.

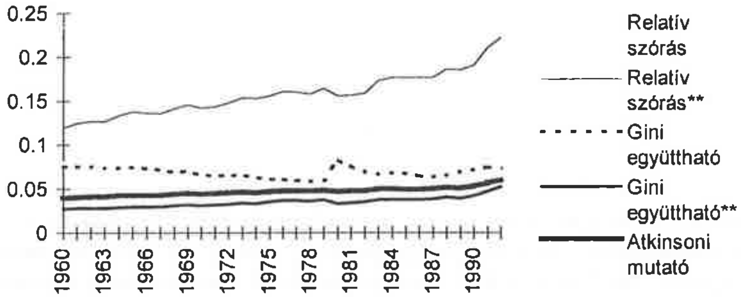
Az egyenlőtlenségi mutatók értékeire kapott pontbecslések idősorát összevetve a korábbi munkákkal láthatjuk, hogy a fenti adatszelekció nem változtatta meg lényegesen a kialakuló képet: az egyenlőtlenségi mutatók pontbecsléseinek idősora továbbra is enyhén emelkedő tendenciát mutat. Most azonban megfigyelhető abban egy "csúcspont", "kiemelkedés" 1980 körül. Ennek okát a fenti adatszelekciós eljárásban látjuk. 1980-ban öt országgal növekedett a vizsgálatban szereplő országok száma, ebből két ország közel a világátlaghoz hasonló, annál kicsit alacsonyabb jövedelemmel rendelkezett. A másik három ország (Kuvait, Egyesült Arab Emírségek és Katar) egy főre jutó jövedelme egyenként is az adott évi világátlag 5, 8 illetve 8,5 szerese volt, melyek együttes hatása látványos ugrást hozott az egyenlőtlenség mértékében. Ez a kiugrás a következő években eltűnt, ami részben annak volt köszönhető, hogy az előbb említett országok esetében az 80-as évtized első felében kiugró jövedelmi szint átmenetinek bizonyult ('79-es olajválság hatása), és később abszolút értékében is, ily módon az egyre növekedő világátlag százalékában kifejezve is töredékére (közel felére) esett vissza.

A függelékben hét táblázatban foglaltuk össze a számítási eredményeket. Az egyes táblázatok tartalmát mutatja az *1. táblázat*. A függelékben szereplő táblázatokban a számított konfidenciaintervallumokon kívül megadtuk az empirikus torzítás mértékét is. Az *1. ábrán* láthatjuk a hét számítás esetében az empirikus torzítás nagyságát. Az empirikus torzítás minden esetben jelentős, ami indokolja a normalizált torzítás korrekciós módszer alkalmazását a konfidenciaintervallumok számítása során. A kutatások során mind a három konfidenciaintervallum számítása indokoltnak tűnt a torzítás várható mértékére vonatkozó információk hiányában.

[12] Major, [1998].

Függelék sorszáma	Számított mutató	Számítási módszer	Bootstrap minták száma	Megbízható-sági szint
1	relatív szórás	eredeti adatok	10000	0.05
2	relatív szórás	logaritmizált adatok	10000	0.05
3	Gini koefficiens	eredeti adatok	10000	0.05
4	Gini koefficiens	logaritmizált adatok	10000	0.05
5	atkinsoni mutató	logaritmizált adatok	10000	0.01
6	atkinsoni mutató	logaritmizált adatok	10000	0.05
7	atkinsoni mutató	logaritmizált adatok	10000	0.10

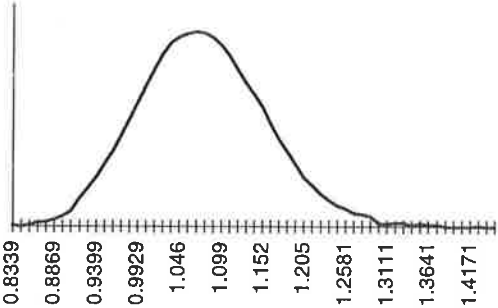
1. táblázat. A függelékben szereplő számítások paraméterei



1. ábra. Az egyenlőtlenségi mértékek empirikus torzítása A ** jelölt esetekben az adatok logaritmusából történt az ismételt mintavételezés.

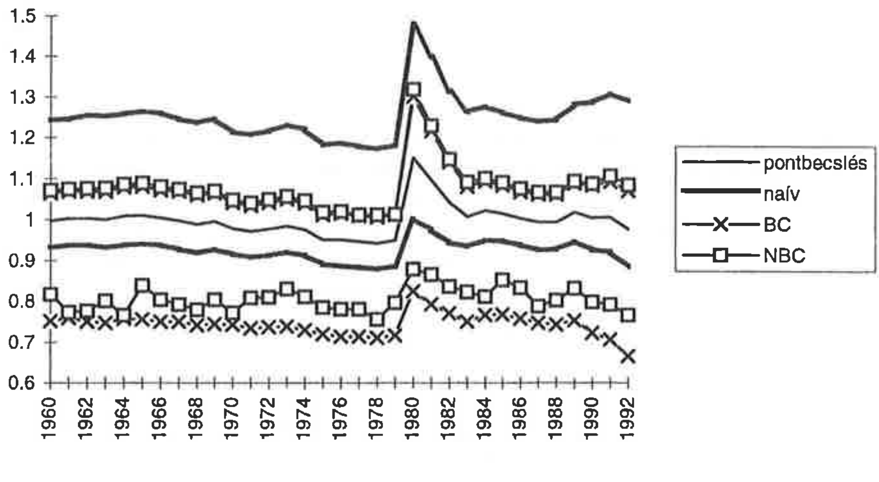
Az eredmények alapján a naiv módszer nem vezet megbízható eredményekre a konfidencia-intervallumok számítása során és így igazolja a torzítás korrigált módszerek számítását. Az eredmények értékelése kapcsán ennek megfelelően az NBC módszer által adott intervallumokat fogjuk figyelembe venni. Mindazonáltal az egyik mutató, a relatív szórás példáján érdemes megvizsgálni a három módszer által adott konfidenciaintervallumok viszonyát.

Annak érdekében, hogy az empirikus eloszlás torzítására rámutassunk, egy konkrét számítási esetben elvégeztük az empirikus eloszlás folytonos becslését, ezt mutatja a *2. ábra*. A 2. ábrán a relatív szórás mutató empirikus eloszlását lehet látni az 1960. évi adatok alapján. Látható, hogy az eloszlás nem szimmetrikus, enyhén balra dől. A pontbecslés a mintaátlagnál kisebb, melyek különbsége megadja az empirikus torzítás nagyságát. A becsült sűrűségfüggvény nem szimmetrikus, enyhén balra ferde. Ennél is jellemzőbb tulajdonsága, hogy az eloszlás nem rendelkezik hosszan elnyúló farokkal.



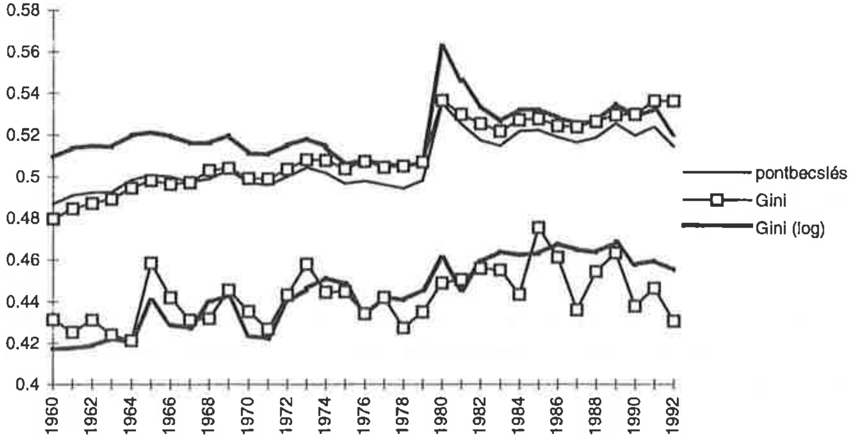
2. ábra A relatív szórás mintabeli eloszlása az 1960. évi adatok alapján, pontbecslés = 0.9981, bootstrap átlag = 1.0759, torzítás = 0.0778.

A *3. ábrán* láthatjuk a relatív szórás mutatóhoz készített konfidenciaintervallumokat a három különböző konfidenciaintervallum számítási módszer esetében. Láthatjuk, hogy a torzítás korrigált és a normalizált torzítás korrigált módszer esetében az intervallum felső határai közel egybeesnek, és jelentősen eltérnek a naiv módszer eredményétől. Ennek is az az oka, hogy a mutató mintabeli eloszlásából számított várható érték és az eredeti pontbecslés eltérnek egymástól. Az empirikus torzítás előjele mutatja, hogy a pontbecslés lefelé torzított, ennek megfelelően kellett a konfidenciaintervallumokat korrigálni. A korrekció hatására a számított konfidenciaintervallumok határai lefelé tolódtak el, azaz a pontbecslésre majdnem szimmetrikus intervallum adódott. Figyelembe véve a torzításra kapott eredményeket, a továbbiakban a normalizált torzítás korrigált módszer eredményeivel fogunk foglalkozni.

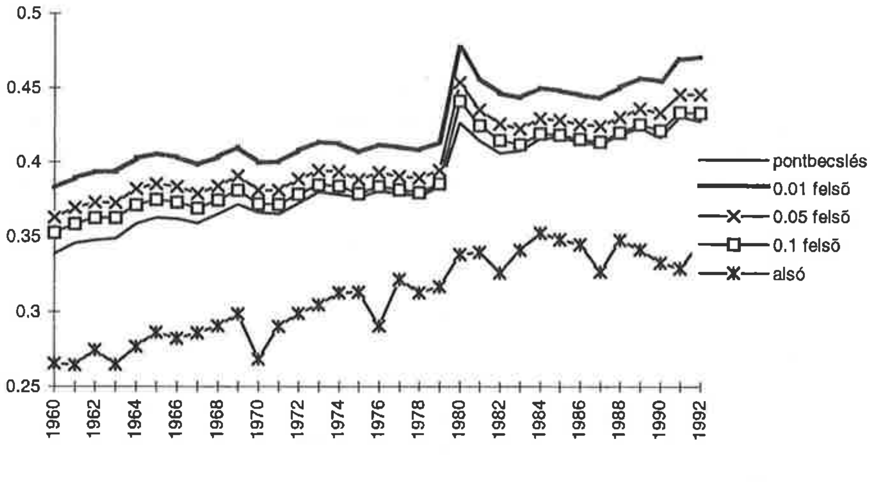


3. ábra. Bootstrap konfidenciaintervallumok relatív szórás mutatóhoz naiv, torzítás korrigált és normalizált torzítás korrigált módszerrel 5%-os megbízhatósági szinten. [A mintavételezés az eredeti adatokból történt (ld. 1. Függelék).]

A *4. ábrán* a Gini koefficiens konfidenciaintervallumait láthatjuk normalizált torzítás korrigált módszert alkalmazva. A két ábrázolt intervallum közül az egyik az eredeti adatokból történt mintavételezés esetén készült, a másik a pedig már említett logaritmizálási transzformáció után. Maga a mutató matematikai formulája értelmezhető negatív adatokra is, így ezen mutató esetében lehetséges összehasonlítani a két eljárás közti különbséget. Azt láthatjuk, hogy a tendencia megítélésében (mely jelenleg a legfőbb kérdések egyike) hasonló eredményekre vezetnek, mindazonáltal további megoldásokat kell keresni a fent említett probléma megoldására.



4. ábra. Bootstrap konfidenciaintervallumok Gini koefficiens mutatóhoz az eredeti adatokból történt mintavételezés illetve logaritmizált mintavételezés esetén 5%-os megbízhatósági szinten. [Az intervallumokat normalizált torzításkorrigált módszerrel számítottuk (ld. 3-4. Függelék).]



5. ábra. Bootstrap konfidenciaintervallumok Atkinsoni mutatóhoz 1%, 5% és 10%-os megbízhatósági szinteken. [Logaritmizált adatok, normalizált torzítás korrigált módszer (ld. 5-7. Függelékek).]

Az *5. ábra* esetében az atkinsoni mutatóhoz számított konfidenciaintervallumokat láthatjuk különböző megbízhatósági szintek mellett. Az intervallumokat a normalizált torzítás korrigált módszerrel számítottuk és ennek köszönhető az az eredmény, hogy a torzítás korrekciójának eredményeképpen a konfidenciaintervallum alsó határa mind a három vizsgált szignifikanciszint esetében egybeesik. Ennek az az oka, hogy a pontbecslés a bootstrap minták igen alacsony hányadában helyezkedik el, pl. az 1960-ik évben a 10000 elemű bootstrap mintában nagyság szerint az 1115-ik, 1961-ben 1077-ik, és végignézve az eredményeket általában elmondható, hogy a pontbecslés a bootstrap minta első 5-10%- ában helyezkedik el, vagyis igen messze a minta átlagától. Ezért a normalizált torzítás korrigált módszer mind a három vizsgált valószínűségi szinten a bootstrap minta *első* elemét adta meg a konfidenciaintervallum alsó határának. Ha összevetjük ezt az eredményt a relatív szórás esetében bemutatott három különböző módszerrel készített konfidencia intervallummal, akkor jól látható, hogy a naiv módszer esetében a pontbecslés a konfidenciaintervallum alsó határához közel helyezkedik el, amit az előbb említett eredmény jól magyaráz. A naiv intervallum azonban túl magasra helyezi az egyenlőtlenségi mutatók lehetséges értékeit, s ezt a torzítást korrigálja a két említett korrekciós módszer. A számított konfidenciaintervallumok esetében azt láthatjuk, hogy az egy főre jutó jövedelmek egyenlőtlenségei – a pontbecslésekből adódó következtetésekhez hasonlóan – a vizsgált mutató függvényében inkább enyhén növekedő, esetleg stagnáló tendenciát mutatnak.

4 Következtetés és további kutatás

A kapott eredmények megerősítik azt a korábbi – pontbecslések alapján felállított – hipotézist, miszerint az egy főre jutó jövedelmek, illetve az egy főre jutó GDP közti különbségek tendenciájának ilyen, komparatív statikai eszközökkel való elemzése az egyenlőtlenségek tartós jelenlétét vagy enyhe növekedését sugallja. Az irodalomban ettől ellentétesnek látszó eredmények, melyek az egy főre jutó jövedelmek különbözőségének csökkenéséről, illetve a fejlettségbeli lemaradás felzárkózásáról szólnak, a különböző megközelítésnek és módszertannak tudjuk be. A kiindulásul megfogalmazott probléma számos különböző megközelítést rejt magában, és a kérdés pontos felvetésétől függ a kérdésre adott válasz is. Jelenlegi dolgozatban arra a kérdésre kerestem a választ, hogy figyelembe véve a rendelkezésre álló adatokat, mit mondhatunk az egy főre jutó jövedelmek *egyenlőtlenségének tendenciájáról.* Két fogalmat emelnék ki az előző mondatból: egyenlőtlenség és tendencia. Egyrészt a vizsgálatot azokra az évekre lehetett elvégezni, melyekre rendelkezésre állnak adatok, és ezek alapján azt mondhatjuk, hogy a vizsgált periódusban (az elmúlt 30 évben) az egyenlőtlenségek mértéke nem változott számottevően. Jövőre vonatkozóan következtetéseket levonni belőle igen korlátozottan lehet: a felvetett probléma természetét illetően nem harminc éves távlatokban, inkább évszázadokban mérhető a meghatározó folyamatok lefutásának ideje.

Másrészt az egyenlőtlenségi mutató koncepciója azt a feltevést rejti magában, hogy a jövedelmek nemzetek közötti megoszlásának *egyenlőtlenségét* egyetlen mutatószámmal ki tudjuk fejezni. Ennek számos módja van és ez felveti az egyenlőtlenségi koncepció kérdését, nevezetesen hogy hogyan értelmezzük azt. Továbbá ennek a mutatónak az értékében bekövetkező változásnak sokféle különböző oka lehet, ezért pusztán az egyenlőtlenségi mutató csökkenéséből nem lehet következtetni arra, hogy mi lehetett annak az oka, hogy mondjuk javultak a felzárkózási esélyei a szegényebb országoknak, vagy ténylegesen nivellálódás ment végbe, mely lehetett recesszió következménye is. További kutatási célkitűzésként lehet meghatározni a téma fenti irányokban megjelölt vizsgálatát. Vagyis meghatározni azt, hogy mi az oka az egyenlőtlenség globális mutatói változatlanságának, milyen folyamatok eredményezték ezt, mennyiben beszélhetünk felzárkózási esélyek javulásáról/romlásáról, a világszinten "változatlan" egyenlőtlenség mögött esetleg területileg különböző differenciálódási/nivellálódási folyamat húzódik-e meg, melyek kiegyenlítő hatása okozza a globális (az egész nemzetközösségre számított) mutatók változatlanságát.

További kérdésként merülhet fel a dinamika és komparatív statika viszonya. Az alkalmazott módszertanból levonható következtetéseket erősen korlátozza a dinamika, vagyis az időbeni kapcsolatok modellezésének hiánya. Ennek vizsgálata azonban szintén túlmutatott a jelen dolgozat keretein.

1. Függelék

Év	Orsz. száma	Pont-becslés	Naiv alsó	Naiv felső	BC alsó	BC felső	NBC alsó	NBC felső	Emp. torzítás
1960	111	0.9981	0.9312	1.2437	0.7525	1.0651	0.8170	1.0714	0.0778
1961	112	1.0027	0.9369	1.2457	0.7598	1.0686	0.7743	1.0744	0.0790
1962	112	1.0032	0.9378	1.2559	0.7504	1.0685	0.7775	1.0769	0.0802
1963	112	1.0000	0.9317	1.2527	0.7472	1.0683	0.8015	1.0772	0.0785
1964	112	1.0088	0.9378	1.2596	0.7581	1.0799	0.7672	1.0863	0.0787
1965	112	1.0106	0.9409	1.2653	0.7558	1.0802	0.8392	1.0890	0.0799
1966	112	1.0050	0.9380	1.2598	0.7502	1.0720	0.8048	1.0803	0.0792
1967	113	0.9981	0.9269	1.2460	0.7501	1.0692	0.7935	1.0746	0.0785
1968	113	0.9893	0.9189	1.2368	0.7419	1.0598	0.7798	1.0664	0.0780
1969	114	0.9958	0.9269	1.2477	0.7439	1.0648	0.8048	1.0709	0.0795
1970	119	0.9787	0.9158	1.2144	0.7430	1.0416	0.7718	1.0481	0.0756
1971	119	0.9709	0.9078	1.2078	0.7339	1.0339	0.8089	1.0415	0.0760
1972	119	0.9772	0.9125	1.2169	0.7375	1.0419	0.8100	1.0500	0.0760
1973	119	0.9846	0.9195	1.2309	0.7384	1.0498	0.8313	1.0570	0.0772
1974	119	0.9757	0.9119	1.2207	0.7306	1.0394	0.8111	1.0473	0.0762
1975	120	0.9513	0.8902	1.1827	0.7198	1.0123	0.7859	1.0195	0.0751
1976	120	0.9509	0.8862	1.1875	0.7143	1.0156	0.7818	1.0206	0.0762
1977	120	0.9464	0.8831	1.1793	0.7134	1.0096	0.7815	1.0124	0.0751
1978	120	0.9424	0.8793	1.1730	0.7117	1.0055	0.7557	1.0121	0.0736
1979	120	0.9492	0.8865	1.1813	0.7172	1.0120	0.7974	1.0138	0.0762
1980	125	1.1515	1.0012	1.4779	0.8251	1.3018	0.8797	1.3183	0.0780
1981	125	1.0960	0.9751	1.3988	0.7933	1.2169	0.8657	1.2294	0.0772
1982	125	1.0421	0.9435	1.3128	0.7715	1.1408	0.8364	1.1476	0.0758
1983	125	1.0083	0.9352	1.2655	0.7511	1.0814	0.8239	1.0925	0.0779
1984	127	1.0216	0.9494	1.2764	0.7668	1.0938	0.8115	1.1013	0.0790
1985	128	1.0154	0.9474	1.2626	0.7682	1.0833	0.8522	1.0906	0.0793
1986	127	1.0027	0.9378	1.2481	0.7574	1.0677	0.8335	1.0763	0.0780
1987	124	0.9938	0.9265	1.2400	0.7475	1.0611	0.7878	1.0673	0.0768
1988	122	0.9940	0.9270	1.2450	0.7430	1.0611	0.8038	1.0680	0.0801
1989	119	1.0177	0.9469	1.2825	0.7529	1.0885	0.8330	1.0938	0.0824
1990	102	1.0041	0.9253	1.2860	0.7223	1.0830	0.7980	1.0881	0.0856
1991	92	1.0066	0.9209	1.3071	0.7061	1.0923	0.7926	1.1070	0.0895
1992	83	0.9774	0.8844	1.2895	0.6653	1.0705	0.7666	1.0855	0.0901

Konfidencia intervallum becslés eredményei *relatív szórás* pontbecsléséhez. A bootstrap mintavétel az ismételt mintavételt az *eredeti adatokra illesztett* folytonos sűrűségfüggvényből vette gaussi kernelt használva. Az adatbázisban szereplő összes ország száma: 132. Bootstrap minták száma: 10000, szignifikanciaszint: 0.05.

2. Függelék

Év	Orsz. száma	Pont-becslés	Naiv alsó	Naiv felső	BC alsó	BC felső	NBC alsó	NBC felső	Emp. torzítás
1960	111	0.9981	0.9432	1.3389	0.6574	1.0530	0.7968	1.0560	0.1197
1961	112	1.0027	0.9515	1.3550	0.6504	1.0539	0.8006	1.0602	0.1248
1962	112	1.0032	0.9520	1.3609	0.6454	1.0543	0.8079	1.0588	0.1270
1963	112	1.0000	0.9498	1.3520	0.6479	1.0501	0.8260	1.0515	0.1265
1964	112	1.0088	0.9625	1.3819	0.6358	1.0552	0.8191	1.0618	0.1334
1965	112	1.0106	0.9700	1.3902	0.6309	1.0511	0.8491	1.0597	0.1374
1966	112	1.0050	0.9635	1.3788	0.6312	1.0465	0.8257	1.0469	0.1363
1967	113	0.9981	0.9544	1.3646	0.6315	1.0417	0.8190	1.0441	0.1352
1968	113	0.9893	0.9573	1.3516	0.6271	1.0213	0.8425	1.0262	0.1411
1969	114	0.9958	0.9666	1.3667	0.6250	1.0251	0.8379	1.0253	0.1455
1970	119	0.9787	0.9551	1.3364	0.6210	1.0023	0.8084	0.9987	0.1416
1971	119	0.9709	0.9491	1.3271	0.6146	0.9926	0.7904	0.9936	0.1432
1972	119	0.9772	0.9545	1.3406	0.6138	0.9999	0.8190	0.9984	0.1480
1973	119	0.9846	0.9673	1.3633	0.6059	1.0019	0.8418	1.0042	0.1538
1974	119	0.9757	0.9594	1.3505	0.6009	0.9919	0.8529	0.9912	0.1524
1975	120	0.9513	0.9465	1.3108	0.5917	0.9560	0.8558	0.9554	0.1558
1976	120	0.9509	0.9466	1.3278	0.5740	0.9552	0.8360	0.9562	0.1605
1977	120	0.9464	0.9423	1.3175	0.5752	0.9504	0.8434	0.9509	0.1601
1978	120	0.9424	0.9395	1.3088	0.5759	0.9453	0.8201	0.9455	0.1580
1979	120	0.9492	0.9503	1.3268	0.5717	0.9482	0.8204	0.9471	0.1640
1980	125	1.1515	1.0222	1.7792	0.5238	1.2808	0.9026	1.3346	0.1554
1981	125	1.0960	1.0064	1.6477	0.5444	1.1856	0.8488	1.2061	0.1560
1982	125	1.0421	0.9891	1.5098	0.5745	1.0952	0.8623	1.1017	0.1582
1983	125	1.0083	0.9916	1.4619	0.5547	1.0250	0.8814	1.0285	0.1732
1984	127	1.0216	1.0121	1.4630	0.5802	1.0311	0.8634	1.0316	0.1766
1985	128	1.0154	1.0145	1.4273	0.6035	1.0162	0.8678	1.0165	0.1765
1986	127	1.0027	1.0060	1.4142	0.5913	0.9995	0.8838	0.9992	0.1767
1987	124	0.9938	0.9980	1.3970	0.5906	0.9896	0.8752	0.9878	0.1768
1988	122	0.9940	1.0044	1.4157	0.5724	0.9837	0.8516	0.9831	0.1859
1989	119	1.0177	1.0205	1.4474	0.5880	1.0149	0.9132	1.0153	0.1850
1990	102	1.0041	1.0029	1.4559	0.5524	1.0054	0.8844	1.0049	0.1905
1991	92	1.0066	1.0109	1.5019	0.5113	1.0023	0.8696	1.0017	0.2104
1992	83	0.9774	0.9870	1.4902	0.4646	0.9678	0.8342	0.9674	0.2220

Konfidencia intervallum becslés eredményei *relatív szórás* pontbecsléséhez. A bootstrap mintavétel az ismételt mintavételt az *eredeti adatok logaritmusára* illesztett folytonos sűrűségfüggvényből vette gaussi kernelt használva. Az adatbázisban szereplő összes ország száma: 132. Bootstrap minták száma: 10000, szignifikanciaszint: 0.05.

3. Függelék

Év	Orsz. száma	Pont-becslés	Naiv alsó	Naiv felső	BC alsó	BC felső	NBC alsó	NBC felső	Emp. torzítás
1960	111	0.4869	0.4938	0.6399	0.3339	0.4800	0.4315	0.4799	0.0750
1961	112	0.4910	0.4976	0.6422	0.3398	0.4845	0.4253	0.4846	0.0750
1962	112	0.4924	0.4985	0.6465	0.3384	0.4863	0.4314	0.4872	0.0749
1963	112	0.4926	0.4960	0.6452	0.3400	0.4893	0.4242	0.4892	0.0738
1964	112	0.4985	0.5022	0.6512	0.3458	0.4948	0.4213	0.4946	0.0738
1965	112	0.5009	0.5039	0.6557	0.3460	0.4978	0.4585	0.4982	0.0741
1966	112	0.5001	0.5039	0.6542	0.3460	0.4962	0.4420	0.4964	0.0728
1967	113	0.4973	0.4979	0.6483	0.3464	0.4967	0.4312	0.4971	0.0716
1968	113	0.4991	0.4959	0.6488	0.3494	0.5023	0.4320	0.5031	0.0689
1969	114	0.5034	0.5030	0.6548	0.3521	0.5039	0.4456	0.5040	0.0702
1970	119	0.4973	0.4959	0.6398	0.3548	0.4987	0.4353	0.4992	0.0657
1971	119	0.4958	0.4929	0.6375	0.3542	0.4987	0.4269	0.4990	0.0648
1972	119	0.5000	0.4966	0.6441	0.3558	0.5033	0.4434	0.5037	0.0649
1973	119	0.5043	0.5001	0.6491	0.3594	0.5085	0.4579	0.5083	0.0655
1974	119	0.5018	0.4966	0.6452	0.3585	0.5070	0.4446	0.5078	0.0637
1975	120	0.4967	0.4902	0.6327	0.3607	0.5032	0.4449	0.5038	0.0605
1976	120	0.4979	0.4886	0.6367	0.3590	0.5071	0.4344	0.5076	0.0604
1977	120	0.4961	0.4869	0.6325	0.3598	0.5054	0.4420	0.5047	0.0593
1978	120	0.4944	0.4841	0.6289	0.3599	0.5047	0.4275	0.5052	0.0582
1979	120	0.4981	0.4897	0.6351	0.3611	0.5065	0.4351	0.5071	0.0599
1980	125	0.5351	0.5331	0.7139	0.3563	0.5371	0.4491	0.5365	0.0826
1981	125	0.5251	0.5201	0.6900	0.3603	0.5302	0.4506	0.5297	0.0760
1982	125	0.5173	0.5089	0.6695	0.3652	0.5258	0.4560	0.5255	0.0694
1983	125	0.5150	0.5086	0.6638	0.3661	0.5214	0.4551	0.5218	0.0660
1984	127	0.5217	0.5168	0.6721	0.3714	0.5267	0.4437	0.5272	0.0674
1985	128	0.5223	0.5178	0.6704	0.3741	0.5267	0.4754	0.5278	0.0669
1986	127	0.5190	0.5135	0.6636	0.3744	0.5246	0.4613	0.5244	0.0649
1987	124	0.5165	0.5090	0.6616	0.3714	0.5240	0.4362	0.5239	0.0638
1988	122	0.5188	0.5110	0.6664	0.3711	0.5266	0.4543	0.5264	0.0652
1989	119	0.5253	0.5206	0.6817	0.3689	0.5300	0.4634	0.5296	0.0693
1990	102	0.5198	0.5100	0.6853	0.3542	0.5295	0.4378	0.5297	0.0717
1991	92	0.5239	0.5114	0.7030	0.3448	0.5364	0.4465	0.5360	0.0745
1992	83	0.5145	0.4934	0.6995	0.3296	0.5357	0.4308	0.5361	0.0725

Konfidencia intervallum becslés eredményei *Gini koefficiens* pontbecsléséhez. A bootstrap mintavétel az ismételt mintavételt az *eredeti adatokra illesztett* folytonos sűrűségfüggvényből vette gaussi kernelt használva. Az adatbázisban szereplő összes ország száma: 132. Bootstrap minták száma: 10000, szignifikanciaszint: 0.05.

4. Függelék

Év	Orsz. száma	Pont-becslés	Naiv alsó	Naiv felső	BC alsó	BC felső	NBC alsó	NBC felső	Emp. torzítás
1960	111	0.4869	0.4623	0.5627	0.4110	0.5114	0.4172	0.5095	0.0273
1961	112	0.4910	0.4679	0.5679	0.4141	0.5142	0.4176	0.5137	0.0279
1962	112	0.4924	0.4698	0.5690	0.4158	0.5150	0.4186	0.5148	0.0281
1963	112	0.4926	0.4691	0.5700	0.4153	0.5162	0.4222	0.5144	0.0281
1964	112	0.4985	0.4772	0.5759	0.4210	0.5198	0.4204	0.5199	0.0290
1965	112	0.5009	0.4792	0.5792	0.4225	0.5225	0.4406	0.5214	0.0296
1966	112	0.5001	0.4811	0.5784	0.4217	0.5191	0.4290	0.5194	0.0294
1967	113	0.4973	0.4772	0.5753	0.4193	0.5174	0.4274	0.5162	0.0297
1968	113	0.4991	0.4816	0.5794	0.4187	0.5166	0.4398	0.5162	0.0307
1969	114	0.5034	0.4871	0.5818	0.4251	0.5198	0.4431	0.5201	0.0314
1970	119	0.4973	0.4823	0.5748	0.4198	0.5123	0.4236	0.5114	0.0313
1971	119	0.4958	0.4803	0.5741	0.4175	0.5114	0.4224	0.5109	0.0320
1972	119	0.5000	0.4843	0.5792	0.4207	0.5156	0.4399	0.5152	0.0327
1973	119	0.5043	0.4905	0.5853	0.4232	0.5181	0.4462	0.5182	0.0335
1974	119	0.5018	0.4880	0.5825	0.4212	0.5157	0.4512	0.5147	0.0333
1975	120	0.4967	0.4860	0.5778	0.4156	0.5074	0.4485	0.5060	0.0356
1976	120	0.4979	0.4864	0.5821	0.4137	0.5093	0.4336	0.5082	0.0365
1977	120	0.4961	0.4853	0.5793	0.4130	0.5070	0.4422	0.5058	0.0365
1978	120	0.4944	0.4839	0.5758	0.4130	0.5049	0.4409	0.5053	0.0363
1979	120	0.4981	0.4893	0.5823	0.4139	0.5069	0.4456	0.5065	0.0376
1980	125	0.5351	0.5099	0.6289	0.4413	0.5603	0.4608	0.5622	0.0331
1981	125	0.5251	0.5055	0.6166	0.4336	0.5448	0.4457	0.5459	0.0340
1982	125	0.5173	0.5002	0.6044	0.4303	0.5345	0.4589	0.5341	0.0350
1983	125	0.5150	0.5028	0.6026	0.4273	0.5271	0.4637	0.5263	0.0376
1984	127	0.5217	0.5112	0.6088	0.4347	0.5323	0.4623	0.5320	0.0374
1985	128	0.5223	0.5132	0.6047	0.4398	0.5313	0.4631	0.5321	0.0371
1986	127	0.5190	0.5095	0.6038	0.4342	0.5285	0.4677	0.5283	0.0375
1987	124	0.5165	0.5080	0.6009	0.4321	0.5251	0.4650	0.5254	0.0382
1988	122	0.5188	0.5113	0.6066	0.4309	0.5262	0.4635	0.5265	0.0403
1989	119	0.5253	0.5168	0.6125	0.4381	0.5338	0.4681	0.5349	0.0388
1990	102	0.5198	0.5106	0.6121	0.4275	0.5290	0.4576	0.5287	0.0416
1991	92	0.5239	0.5159	0.6243	0.4235	0.5319	0.4595	0.5321	0.0466
1992	83	0.5145	0.5076	0.6244	0.4047	0.5215	0.4552	0.5205	0.0519

Konfidencia intervallum becslés eredményei *Gini koefficiens* pontbecsléséhez. A bootstrap mintavétel az ismételt mintavételt az *eredeti adatok logaritmusára illesztett* folytonos sűrűségfüggvényből vette gaussi kernelt használva. Az adatbázisban szereplő összes ország száma: 132. Bootstrap minták száma: 10000, szignifikanciaszint: 0.05.

5. Függelék

Év	Orsz. száma	Pont-becslés	Naiv alsó	Naiv felső	BC alsó	BC felső	NBC alsó	NBC felső	Emp. torzítás
1960	111	0.3385	0.2902	0.4626	0.2145	0.3869	0.2655	0.3828	0.0397
1961	112	0.3455	0.2997	0.4697	0.2212	0.3913	0.2645	0.3893	0.0405
1962	112	0.3475	0.3029	0.4731	0.2220	0.3921	0.2747	0.3937	0.0410
1963	112	0.3485	0.3041	0.4721	0.2250	0.3929	0.2651	0.3934	0.0411
1964	112	0.3582	0.3164	0.4831	0.2332	0.3999	0.2769	0.4027	0.0422
1965	112	0.3623	0.3185	0.4890	0.2356	0.4061	0.2863	0.4055	0.0428
1966	112	0.3617	0.3225	0.4862	0.2372	0.4009	0.2822	0.4032	0.0427
1967	113	0.3587	0.3141	0.4843	0.2331	0.4033	0.2859	0.3983	0.0426
1968	113	0.3648	0.3258	0.4928	0.2368	0.4038	0.2909	0.4032	0.0436
1969	114	0.3715	0.3328	0.4940	0.2491	0.4102	0.2986	0.4102	0.0444
1970	119	0.3659	0.3307	0.4892	0.2425	0.4011	0.2684	0.3998	0.0437
1971	119	0.3646	0.3283	0.4877	0.2416	0.4010	0.2903	0.4000	0.0444
1972	119	0.3720	0.3346	0.4960	0.2480	0.4094	0.2992	0.4077	0.0453
1973	119	0.3798	0.3477	0.5060	0.2536	0.4120	0.3049	0.4134	0.0462
1974	119	0.3779	0.3406	0.5035	0.2523	0.4152	0.3130	0.4123	0.0457
1975	120	0.3762	0.3451	0.4995	0.2529	0.4072	0.3133	0.4066	0.0469
1976	120	0.3801	0.3461	0.5094	0.2508	0.4141	0.2906	0.4115	0.0476
1977	120	0.3786	0.3466	0.5069	0.2502	0.4106	0.3216	0.4097	0.0477
1978	120	0.3767	0.3459	0.4988	0.2546	0.4075	0.3127	0.4079	0.0474
1979	120	0.3832	0.3539	0.5114	0.2549	0.4124	0.3169	0.4131	0.0486
1980	125	0.4261	0.3773	0.5757	0.2764	0.4748	0.3381	0.4765	0.0470
1981	125	0.4141	0.3725	0.5558	0.2724	0.4557	0.3394	0.4565	0.0473
1982	125	0.4058	0.3677	0.5420	0.2696	0.4439	0.3258	0.4458	0.0475
1983	125	0.4072	0.3756	0.5414	0.2731	0.4389	0.3407	0.4428	0.0496
1984	127	0.4158	0.3831	0.5480	0.2836	0.4484	0.3521	0.4494	0.0498
1985	128	0.4164	0.3860	0.5441	0.2887	0.4468	0.3476	0.4476	0.0493
1986	127	0.4133	0.3826	0.5418	0.2847	0.4439	0.3445	0.4448	0.0489
1987	124	0.4115	0.3806	0.5399	0.2831	0.4424	0.3268	0.4424	0.0494
1988	122	0.4181	0.3869	0.5496	0.2865	0.4492	0.3475	0.4499	0.0512
1989	119	0.4224	0.3901	0.5579	0.2870	0.4548	0.3413	0.4560	0.0506
1990	102	0.4163	0.3784	0.5584	0.2742	0.4542	0.3326	0.4542	0.0526
1991	92	0.4301	0.3876	0.5811	0.2791	0.4725	0.3290	0.4684	0.0565
1992	83	0.4272	0.3852	0.5855	0.2688	0.4692	0.3462	0.4701	0.0597

Konfidencia intervallum becslés eredményei *atkinsoni mutató* pontbecsléséhez. A bootstrap mintavétel az ismételt mintavételt az *eredeti adatok logaritmusára illesztett* folytonos sűrűségfüggvényből vette gaussi kernelt használva. Az adatbázisban szereplő összes ország száma: 132. Bootstrap minták száma: 10000, szignifikanciaszint: 0.01.

6. Függelék

Év	Orsz. száma	Pont-becslés	Naiv alsó	Naiv felső	BC alsó	BC felső	NBC alsó	NBC felső	Emp. torzítás
1960	111	0.3385	0.3118	0.4427	0.2344	0.3653	0.2655	0.3625	0.0397
1961	112	0.3455	0.3207	0.4501	0.2409	0.3703	0.2645	0.3692	0.0405
1962	112	0.3475	0.3226	0.4522	0.2428	0.3725	0.2747	0.3729	0.0410
1963	112	0.3485	0.3250	0.4532	0.2438	0.3721	0.2651	0.3724	0.0411
1964	112	0.3582	0.3350	0.4642	0.2522	0.3814	0.2769	0.3819	0.0422
1965	112	0.3623	0.3384	0.4695	0.2552	0.3862	0.2863	0.3853	0.0428
1966	112	0.3617	0.3407	0.4683	0.2551	0.3826	0.2822	0.3833	0.0427
1967	113	0.3587	0.3373	0.4641	0.2533	0.3801	0.2859	0.3788	0.0426
1968	113	0.3648	0.3454	0.4729	0.2567	0.3842	0.2909	0.3837	0.0436
1969	114	0.3715	0.3530	0.4774	0.2656	0.3901	0.2986	0.3906	0.0444
1970	119	0.3659	0.3499	0.4693	0.2624	0.3818	0.2684	0.3807	0.0437
1971	119	0.3646	0.3482	0.4698	0.2595	0.3811	0.2903	0.3808	0.0444
1972	119	0.3720	0.3554	0.4774	0.2666	0.3886	0.2992	0.3886	0.0453
1973	119	0.3798	0.3653	0.4873	0.2723	0.3944	0.3049	0.3944	0.0462
1974	119	0.3779	0.3630	0.4848	0.2709	0.3928	0.3130	0.3934	0.0457
1975	120	0.3762	0.3637	0.4806	0.2717	0.3886	0.3133	0.3881	0.0469
1976	120	0.3801	0.3663	0.4892	0.2709	0.3938	0.2906	0.3927	0.0476
1977	120	0.3786	0.3663	0.4861	0.2710	0.3908	0.3216	0.3904	0.0477
1978	120	0.3767	0.3641	0.4828	0.2706	0.3893	0.3127	0.3890	0.0474
1979	120	0.3832	0.3726	0.4918	0.2745	0.3937	0.3169	0.3944	0.0486
1980	125	0.4261	0.4006	0.5491	0.3030	0.4516	0.3381	0.4532	0.0470
1981	125	0.4141	0.3933	0.5322	0.2960	0.4349	0.3394	0.4350	0.0473
1982	125	0.4058	0.3865	0.5184	0.2932	0.4252	0.3258	0.4255	0.0475
1983	125	0.4072	0.3936	0.5207	0.2938	0.4208	0.3407	0.4222	0.0496
1984	127	0.4158	0.4020	0.5292	0.3024	0.4296	0.3521	0.4291	0.0498
1985	128	0.4164	0.4054	0.5252	0.3076	0.4274	0.3476	0.4282	0.0493
1986	127	0.4133	0.4011	0.5226	0.3039	0.4254	0.3445	0.4251	0.0489
1987	124	0.4115	0.4000	0.5216	0.3014	0.4230	0.3268	0.4240	0.0494
1988	122	0.4181	0.4052	0.5311	0.3050	0.4309	0.3475	0.4300	0.0512
1989	119	0.4224	0.4098	0.5365	0.3084	0.4351	0.3413	0.4355	0.0506
1990	102	0.4163	0.4008	0.5362	0.2964	0.4318	0.3326	0.4329	0.0526
1991	92	0.4301	0.4128	0.5568	0.3034	0.4474	0.3290	0.4451	0.0565
1992	83	0.4272	0.4096	0.5617	0.2927	0.4448	0.3462	0.4453	0.0597

Konfidencia intervallum becslés eredményei *atkinsoni mutató* pontbecsléséhez. A bootstrap mintavétel az ismételt mintavételt az *eredeti adatokra illesztett* folytonos sűrűségfüggvényből vette gaussi kernelt használva. Az adatbázisban szereplő összes ország száma: 132. Bootstrap minták száma: 10000, szignifikanciaszint: 0.05.

7. Függelék

Év	Orsz. száma	Pont-becslés	Naiv alsó	Naiv felső	BC alsó	BC felső	NBC alsó	NBC felső	Emp. torzítás
1960	111	0.3385	0.3235	0.4324	0.2447	0.3535	0.2655	0.3523	0.0397
1961	112	0.3455	0.3318	0.4402	0.2508	0.3592	0.2645	0.3585	0.0405
1962	112	0.3475	0.3334	0.4414	0.2536	0.3616	0.2747	0.3622	0.0410
1963	112	0.3485	0.3351	0.4433	0.2538	0.3619	0.2651	0.3622	0.0411
1964	112	0.3582	0.3451	0.4548	0.2616	0.3712	0.2769	0.3711	0.0422
1965	112	0.3623	0.3500	0.4594	0.2653	0.3746	0.2863	0.3746	0.0428
1966	112	0.3617	0.3514	0.4582	0.2652	0.3720	0.2822	0.3728	0.0427
1967	113	0.3587	0.3473	0.4543	0.2631	0.3701	0.2859	0.3689	0.0426
1968	113	0.3648	0.3563	0.4615	0.2681	0.3732	0.2909	0.3742	0.0436
1969	114	0.3715	0.3631	0.4678	0.2752	0.3799	0.2986	0.3807	0.0444
1970	119	0.3659	0.3591	0.4606	0.2711	0.3727	0.2684	0.3716	0.0437
1971	119	0.3646	0.3579	0.4607	0.2686	0.3714	0.2903	0.3714	0.0444
1972	119	0.3720	0.3653	0.4694	0.2746	0.3787	0.2992	0.3781	0.0453
1973	119	0.3798	0.3746	0.4787	0.2809	0.3850	0.3049	0.3846	0.0462
1974	119	0.3779	0.3723	0.4756	0.2802	0.3835	0.3130	0.3837	0.0457
1975	120	0.3762	0.3741	0.4716	0.2807	0.3782	0.3133	0.3788	0.0469
1976	120	0.3801	0.3767	0.4787	0.2814	0.3834	0.2906	0.3832	0.0476
1977	120	0.3786	0.3759	0.4759	0.2812	0.3813	0.3216	0.3810	0.0477
1978	120	0.3767	0.3744	0.4734	0.2800	0.3790	0.3127	0.3793	0.0474
1979	120	0.3832	0.3816	0.4817	0.2846	0.3847	0.3169	0.3850	0.0486
1980	125	0.4261	0.4105	0.5370	0.3151	0.4416	0.3381	0.4407	0.0470
1981	125	0.4141	0.4045	0.5209	0.3073	0.4238	0.3394	0.4244	0.0473
1982	125	0.4058	0.3981	0.5092	0.3025	0.4136	0.3258	0.4145	0.0475
1983	125	0.4072	0.4031	0.5097	0.3048	0.4114	0.3407	0.4116	0.0496
1984	127	0.4158	0.4126	0.5185	0.3131	0.4190	0.3521	0.4190	0.0498
1985	128	0.4164	0.4144	0.5163	0.3165	0.4184	0.3476	0.4182	0.0493
1986	127	0.4133	0.4110	0.5126	0.3139	0.4155	0.3445	0.4153	0.0489
1987	124	0.4115	0.4092	0.5118	0.3112	0.4138	0.3268	0.4136	0.0494
1988	122	0.4181	0.4165	0.5211	0.3150	0.4196	0.3475	0.4196	0.0512
1989	119	0.4224	0.4193	0.5255	0.3194	0.4256	0.3413	0.4251	0.0506
1990	102	0.4163	0.4112	0.5243	0.3082	0.4214	0.3326	0.4210	0.0526
1991	92	0.4301	0.4260	0.5473	0.3128	0.4341	0.3290	0.4333	0.0565
1992	83	0.4272	0.4212	0.5517	0.3026	0.4331	0.3462	0.4327	0.0597

Konfidencia intervallum becslés eredményei *atkinsoni mutató* pontbecsléséhez. A bootstrap mintavétel az ismételt mintavételt az *eredeti adatok logaritmusára illesztett* folytonos sűrűségfüggvényből vette gaussi kernelt használva. Az adatbázisban szereplő összes ország száma: 132. Bootstrap minták száma: 10000, szignifikanciaszint: 0.10.

Irodalom

1. Atkinson, A. B.(1980): On the Measurement of Inequality in: Wealth, Income and Inequality ed. by A. B. Atkinson, Oxford Univ. Press

2. Ebert, U. (1988): Measurement of Inequality: An Attempt at Unification and Generalization in: Gaertner W. – Pattanaik P. K. (eds): Distributive Justice and Inequality, Springer-Verlag Berlin Heidelberg pp. 59-81

3. Garthwaite, Paul H. - Jolliffe, Ian T. - Jones, Byron (1995): Statistical Inference, Prentice Hall, London.
4. Hajdú Ottó (1997): A szegénység mérőszámai, KSH Budapest
5. Hall, Peter (1988): Theoretical Comparison of Bootstrap Confidence Intervals, *The Annals of Statistics*, Vol. 16, No. 3, 927-953
6. Hall, Peter - DiCiccio, Thomas J. - Romano, Joseph P. (1989): On Smoothing and the Bootstrap *The Annals of Statistics*, Vol. 17, No. 2, 692-704
7. Durlauf, Steven N. - Quah, Danny (1998): The New Empirics of Economic Growth, NBER Working Paper No. 6422
8. Krtscha, Manfred (1994): A New Compromise Measure of Inequality in: Eichorn, Wolfgang ed. Models and Measurement of Welfare and Inequality, Springer-Verlag Berlin pp. 111-119.
9. Lucas, Robert E. Jr. (1993): Making a Miracle, *Econometrica*, Vol. 61, No. 2 (March) pp. 251-272
10. Major Klára (1998): Nemzetközi jövedelemegyenlőtlenségek változási tendenciái, in: A jövő a jelenben – átalakuló társadalom, új tudományos problémák. PhD hallgatók előadásai az első nemzetközi konferencián, BKE Posztgraduális Kar, Budapest.
11. Quah, Danny (1993): Galton's Fallacy and Tests of the Convergence Hypothesis, *Scandinavian Journal of Economics* Vol. 95, No. 4, pp. 427-443
12. Romer, Paul M. (1994): The Origins of Endogenous Growth, *Journal of Economic Perspectives* Vol. 8, No. 1 (Winter) pp. 3-22
13. Silverman, B. W. (1986): Density Estimation for Statistics and Data Analysis, Chapman & Hall, London
14. Silverman, B. W. - Young, G. A. (1987): The Bootstrap: To smooth or not to smooth? *Biometrika*, Vol. 74, No. 3, 469-479
15. Solow, Robert M. (1994): Perspectives on Growth Theory, *Journal of Economic Perspectives* Vol. 8, No. 1 (Winter) pp. 45-54
16. Summers, Robert - Heston, Alan (1991): The Penn World Table (Mark 5): An Expanded Set of International Comparisons *Quaterly Journal of Economics* vol. 106 May pp. 327-368
17. Vinod, H. D. (1993): Bootstrap Methods: Applications in Econometrics, Handbook of Statistics, Vol. 11, 629-661 Elsevier Science Publishers B. V.
18. Wand, M. P. - Jones, M. C. (1995): Kernel Smoothing, Chapman & Hall, London