HETEROSZKEDASZTICITÁS ÉS A SZISZTEMATIKUS KOCKÁZAT HATÉKONY BECSLÉSE GARCH MODELL ALAPJÁN – A MAGYAR RÉSZVÉNYPIAC ELEMZÉSE[1]

VARGA JÓZSEF – RAPPAI GÁBOR
PTE Közgazdaságtudományi Kar

Tanulmányunkban a piaci modell maradéktagjának feltételes heteroszkedaszticitását, továbbá a béta becslések hatékonyságát vizsgáljuk heteroszkedasztikus maradéktag esetében. Az ARCH modell általánosítását, a Bollerslev-féle GARCH modellt alkalmazzuk a Budapesti Értéktőzsdén forgalmazott értékpapírok kompozíciójából álló mintára. A vizsgálat eredményei alapján megállapítható, hogy az USA piacain erőteljesen érzékelhető feltételes heteroszkedaszticitás jellemző a magyar részvénypiacra is.

1 Bevezetés

A béta, mint kockázati mérték központi szerepet játszik a modern finanszírozási elméletben. Ez a központi szerep abból a felismerésből ered, hogy a részvényhozamok változásai közvetlen kapcsolatban állnak a piaci változásokkal. Ezt az összefüggést az alábbi Sharpe-féle piaci modell írja le:

$$R_{jt} = \alpha_j + \beta_j R_{Mt} + \varepsilon_{jt} \ , \tag{1}$$

ahol

- R_{jt} – a j jelű részvény véletlentől is függő hozama a t jelű időperiódusban;
- R_{Mt} – a piaci portfolió hozama a t jelű időperiódusban (szintén valószínűségi változó);
- α_j – a j jelű részvény hozamának a piac teljesítményétől független komponense;
- β_j – vagy béta az R_{jt} megváltozásának várható mértéke egységnyi R_{Mt} változás esetén;
- ε_{jt} – a véletlen zavaró tényező (diszturbancia), amely zérus várható értékű valószínűségi változó.

Az (1) egyenletet gyakran alkalmazzák részvényhozamok előrejelzésére. A paraméterek becslése a rendelkezésre álló múltbeli információ alapján történik. A gyakorlatban alkalmazott modell tehát:

$$\widehat{R}_{jt} = \widehat{\alpha}_j + \widehat{\beta}_j R_{mt} \ , \tag{2}$$

[1] Beérkezett: 2002. május 9. e-mail: `varga@ktk.pte.hu`, `rappai@ktk.pte.hu`.

ahol R_{mt}-vel jelöltük a piaci index aktuális hozamát, amit a piaci portfolió proxyjának tekintünk. Ha a becsült egyenest a hagyományos legkisebb négyzetek módszerével határozzuk meg,[2] akkor a béta becsült értékét az alábbi formula adja:

$$\widehat{\beta}_j = \frac{\sigma_{jm}}{\sigma_m^2} = \frac{\operatorname{cov}(R_j, R_m)}{\operatorname{var}(R_m)} . \tag{3}$$

A (3) összefüggést széles körben alkalmazzák nemcsak a finanszírozási elméletben, hanem a statisztikai gyakorlatban is.

Ismert, hogy béta a befektetés szisztematikus kockázatának mértéke. Ez a kockázat mindig jelen van, mivel nehéz kiküszöbölni a piaci mozgásoknak az értékpapír hozamokra gyakorolt hatását. Azonban a nem szisztematikus vagy diverzifikálható kockázat —amely függ a részvényt kibocsátó cég jellemzőitől— kiküszöbölhető elegendően nagy számú egyedi befektetésből álló portfolióval. Ez megmagyarázza a tőkeeszköz-értékelési modell (CAPM) azon állítását, miszerint a kockázatkerülő befektető magasabb hozama csak a szisztematikus kockázat elviseléséért járó ellenszolgáltatás, és nem jár a diverzifikálható kockázatért, amely kockázat csökkenthető vagy kiküszöbölhető.

2 Módszertani előzmények

Mivel a béta fontos szerepet játszik egy olyan jelentős modellben, mint a CAPM, nyilvánvalóan megfelelő figyelmet kell fordítani a becslésére. A béta becslésére általánosan alkalmazott eljárás a hagyományos legkisebb négyzetek (OLS) elvére épülő regressziós technika, amellyel meghatározhatók a legjobb lineáris torzítatlan becslések (BLUE). A módszer feltételezi, hogy a maradéktag *fehér zaj*, vagyis tartalmazza a *zérus várható érték, a véges és időben állandó (homoszkedasztikus) variancia és az általános korrelálatlanság* feltételeket. A szakirodalomban számos publikáció ismertet olyan eredményeket, amelyek szerint az említett feltételek közül néhány —mint például a homoszkedaszticitás— nem mindig teljesül. Szembe kell tehát néznünk ennek a jelenségnek a lehetséges következményeivel.

A *heteroszkedaszticitás* fontosabb következményeit az alábbiakban foglalhatjuk össze:

1. A hagyományos legkisebb négyzetek módszerével nyert becslések használhatatlanokká válnak, mivel nem minimális varianciájú torzítatlan becslések. Ez részben magyarázhatja a megfigyelt béták nem-stabil

[2] Belátható, hogy a Sharpe-modellben az endogén változók (egyedi hozamok) nem függetlenek, sőt részben "alkotói" az exogén változónak (piaci portfolió hozama). Mindez azt eredményezi, hogy itt tulajdonképpen egy egymástól nem független egyenletekből álló, többegyenletes modellel állunk szemben, melynek egyenleteit szeparáltan becsülve vélelmezhetően SUR-torzítást viszünk a becslésekbe. Ugyanakkor ne feledkezzünk meg arról, hogy az eredeti Sharpe-modellben nem a piaci portfolió összértéke (vagy proxyjaként az index értéke) szerepel, hanem a piaci hozam, melyre már nem igaz, hogy az egyedi hozamok lineáris kombinációja lenne.

voltát, amely körülmény nem teszi lehetővé, hogy a jövőbeli béta értékek becslésekor a múltbeli béta értékekre támaszkodjunk. Ennek a módszernek az alkalmazása ugyanakkor azt is eredményezi, hogy a becslések pontossága nem mérhető fel korrekt módon. Ezzel kapcsolatos vizsgálatokról számolnak be az alábbi dolgozatok: Blume (1971), Levy (1971), Theil (1971), Lin, Chen és Boot (1992).

2. A becslések szignifikanciájára vonatkozó próbák az elvárhatónál magasabb elsőfajú hibát eredményeznek, mivel a kovariancia mátrix becslése torzított lesz. Hasonlóképpen a homoszkedaszticitás feltételezésén alapuló más próbák, mint például a paraméter stabilitásra vonatkozó Chow-próba, elveszíti érvényességét.

3. Az R^2 determinációs együttható értéke csökkeni fog, ami azt jelenti, hogy a szisztematikus kockázat a valóságosnál kisebbnek mutatkozik, míg a diverzifikálható kockázat nagyobbnak adódik a valóságosnál. Amint arra Fisher és Kamin (1985, p. 129) rámutat, a béta becslések hibái a nem-szisztematikus egyedi kockázattal ekvivalensek. Ezért tehát a pontos béta előrejelzések segítik a befektetőt a nem-szisztematikus kockázat csökkentésében.

A felsorolt tények szükségessé teszik, hogy a heteroszkedaszticitást jelentőségének megfelelően vegyük számításba. Bár eddig számos tanulmányban vizsgálták a jelenséget CAPM-próbákban, csak néhány esetben fordítottak kellő figyelmet erre a kérdésre a piaci modell béta értékeinek becslésekor.

Miller és Scholes (1972), Martin és Klemkosky (1975), Brenner és Smidt (1975), Brown (1977), Bey és Pinches (1980) bizonyították a heteroszkedaszticitás figyelembe vételének szükségességét a piaci modellben. A fenti szerzők igen különböző módszereket alkalmaztak az egyszerű eloszlás diagramok elemzésétől és regressziótól kezdve a Bartlett-, a Goldfeld-Quandt-, vagy a Glejser-próbáig. Giaccotto és Ali (1982) vizsgálati eredményei arra figyelmeztetnek, hogy nem tanácsos feltétel nélkül elfogadni ezt az evidenciát, többek között azért, mert a próbák nem megbízhatóak, ha a regressziós reziduumok nem normális eloszlást követnek. Ez pedig nagyon gyakori, mivel a tőkehozamok valószínűség-eloszlása rendszerint határozott leptokurtozitást mutat. A nyilvánvaló tények ellenére kevés dolgozat található a szakirodalomban, amelyekben a béta becslésekor figyelembe vették a heteroszkedaszticitást. A következőkben néhány kivételt említünk.

Schwert és Seguin (1990) a súlyozott legkisebb négyzetek módszerét alkalmazta a hagyományos legkisebb négyzetek módszere helyett a béta értékek becslésére. A reziduális variancia előrejelzéséhez egy exogén változó bevezetése szükséges. Ez az exogén változó általában a piaci hozam. Ez az eljárás a feltétel nélküli heteroszkedaszticitást veszi figyelembe.

Morgan és Morgan (1987), Diebold, Im és Lee (1988) az Engle-féle autoregresszív feltételes heteroszkedasztikus (ARCH) modellt alkalmazták, vagyis úgy becsülték a béta értékeket, hogy feltételezték, az adott időperiódushoz tartozó reziduális variancia az előző időperiódusbeli hibától függ. Ezt a modellt Schwert és Seguin is alkalmazta és a súlyozott legkisebb négyzetek módszerével kapotthoz hasonló eredményekről számolt be.

Corhay és Rad (1996) olyan piaci modellt alkalmaz, amely figyelembe vesz GARCH hatásokat. A Bollerslev-féle GARCH modell (általánosított autoregresszív feltételes heteroszkedasztikus modell) az Engle-féle modell kiterjesztése, és bizonyított, hogy az ARCH modellhez hasonlóan a hagyományos módszerek által elérhetőnél hatékonyabb becslést biztosít.

Bár az említett szerzők mindegyike felhívja a figyelmet az ARCH hatások kezelésének fontosságára a piaci modell reziduumai esetében, a hatások vizsgálata nem történt meg minden esetben. Megemlítjük, hogy a szakirodalomban fellelhető vizsgálati eredmények szerint csak az USA piaci adatainak elemzése történt meg a fenti szempontok szerint.

Ebben a tanulmányban, ugyanúgy, mint Corhay és Rad (1996) dolgozatában a GARCH modellt alkalmazzuk, figyelmünket azonban a piaci modell béta paraméterére irányítjuk a finanszírozási elméletben és gyakorlatban betöltött különleges szerepe miatt. A Budapesti Értéktőzsde adataiból álló minta alapján ellenőrizhető, hogy az USA piacán tapasztalt összefüggések érvényesek-e a magyar piacra vagy sem.

3 A GARCH modell

Először az elemzésben alkalmazott GARCH modell néhány fontos jellemzőjét említjük meg.

A ξ_{t+1} idősor volatilitásának vizsgálatakor feltesszük, hogy ξ_{t+1} ún. innováció, vagyis a t időpontban rendelkezésre álló információt feltételezve zérus várható értékű. Finanszírozás-elméleti alkalmazásokban feltehetjük, hogy ξ_{t+1} egy pénz- és tőkepiaci eszköz innovációja. A volatilitás autokorrelációjának a pénzügyi idősorokba történő beépítésére Engle (1982) az ARCH modell-osztályt javasolta. Ez a modell-osztály a feltételes varianciát a múltbeli innovációk osztott késleltetéseként írja le, tehát

$$\sigma_t^2 = \omega + \theta(L)\xi_t^2 \,, \tag{4}$$

ahol θ a késleltető operátor polinomja. A feltételes variancia pozitivitása érdekében ω, valamint a $\theta(L)$ együtthatói szükségképpen pozitívak.

A volatilitásban mutatkozó ismétlődő mozgások modellezésekor elkerülhetjük azt a kényelmetlenséget, amelyet egy magas fokszámú polinom együtthatóinak becslése jelent, ha a Bollerslev (1986) által javasolt

$$\sigma_t^2 = \omega + \rho(L)\sigma_{t-1}^2 + \theta(L)\xi_t^2 \tag{5}$$

általánosított modellt alkalmazzuk, ahol $\rho(L)$ szintén a késleltető operátor polinomja. Ha a $\theta(L)$ fokszáma q, a $\rho(L)$ fokszáma pedig p, akkor az (5) modellt GARCH(p, q) modellnek nevezzük, amelyet egyre kiterjedtebben alkalmaznak a pénz- és tőkepiaci idősorok vizsgálatára, különösen az eszközök volatilitásával kapcsolatos kérdések megválaszolására.

A GARCH(p, q) modell feltételezi, hogy a reziduális variancia a megelőző q periódusbeli hibák és az előző p periódusbeli reziduális variancia függvénye. Empirikus elemzések alapján kimondható, hogy a késleltetett hatások beépítésére általában elégséges a

$$\sigma_t^2 = \omega + \rho\sigma_{t-1}^2 + \theta\xi_t^2 \tag{6}$$

GARCH(1,1) modell alkalmazása.

Elemzésünkben szintén ezt a modellt alkalmazzuk. E szerint az (1) egyenletbeli regresszió reziduális varianciája a következő:

$$\sigma_{\varepsilon_{j,t}}^2 = \omega + \widehat{\theta}_j \varepsilon_{t-1}^2 + \widehat{\rho}_j \sigma_{\varepsilon_{j,t-1}}^2 , \tag{7}$$

ahol a t periódusbeli variancia függ egy konstanstól, a $t-1$ periódusban rendelkezésre álló információtól (másképpen az előző periódusbeli reziduum négyzetétől, vagy ARCH tagtól) és az előző periódusbeli varianciától (GARCH tagtól).

Abban az esetben, amikor a ρ és θ paraméterek becsült értékei szignifikánsan különböznek zérustól, a modell érvényesnek tekinthető, a konstans varianciájú modell tehát elutasítható. A $\rho + \theta$ a volatilitás tartósságának mértéke. A GARCH modell érvényessége esetében a paraméterek összegének kisebbnek kell lennie 1-nél. Ha $\rho + \theta = 1$, akkor integrált GARCH modell (IGARCH) a megfelelő (Engle és Bollerslev (1986)).

A $\rho + \theta = 1$ összefüggés fennállása arra enged következtetni, hogy a részvényhozamok volatilitásának nagy részét megmagyarázza az időben tartósan jelen levő múltbeli volatilitás.

4 A felhasznált adatbázis

A modellspecifikáció során a Budapesti Értéktőzsdén forgalmazott részvények adatsorait használtuk. A vizsgált időhorizont az 1998. augusztus – 2000. január (365 tőzsdei munkanap) időszak volt; elemzésünkbe —az értéktőzsde indexén (BUX) kívül— 18 részvényt vontunk be. A vizsgálatba vont részvények megnevezését és a tanulmányban alkalmazott kódokat az *1. táblázat* tartalmazza.

BCHEM	Borsodchem Rt.	NABI	NABI Rt.
DANUB	Danubius Rt.	OTP	OTP Bank Rt.
DEMASZ	Démász Rt.	PPLAST	Pannonplast Rt.
EGIS	Egis Rt.	PICK	Pick Szeged Rt.
FOTEX	Fotex Rt.	PGAZ	Prímagáz Rt.
GRABO	Graboplast Rt.	RABA	RÁBA Rt.
IEB	Inter-Európa Bank Rt.	RICHTER	Richter Gedeon Rt.
MATAV	Matáv Rt.	TVK	TVK Rt.
MOL	MOL Rt.	ZALAKER	Zalakerámia Rt.

1. táblázat. A vizsgálatban szereplő részvények és az azonosításukra alkalmazott kódok

A részvények kiválasztásának alapja az, hogy ezen értékpapír-együttes tekinthető blue chip-nek, mivel az elmúlt néhány évben a BÉT forgalmának közel 90%-át ez a csoport adta. Kiválasztásukat indokolja az is, hogy a vizsgált időperiódusban —gyakorlatilag változtatás nélkül[3]— ezek alkották a tőzsdeindexet. A piaci modell paramétereinek becsléséhez szükséges hozamokat a napi záróárfolyamokból számítottuk ki, a szokásos módon az

$$R_{jt} = \frac{P_{j,t} - P_{j,t-1}}{P_{j,t-1}} \cdot \frac{365}{d_{j,t-1}}$$

összefüggés alapján, ahol $d_{j,t-1}$ a két vizsgált tőzsdei nap között eltelt tényleges napok számát jelöli. Vagyis a hozam a napi árfolyamváltozás viszonyítva az előző tőzsdenapi árfolyamhoz, éves szintre vetítve, korrigálva a ténylegesen eltelt napok számával. A fenti transzformáció közelítőleg a logaritmált idősor differenciáit eredményezi, amely tehát tartalmaz egy differenciaképzést (várható érték stabilizáló transzformáció) és egy logaritmálást (egyszerű Box-Cox, azaz varianciastabilizáló transzformáció). A hozamoknak ilyen módon történő számítása biztosítja a hozam árfolyamok *várható érték- és kovariancia-stacionaritását*, valamint *ergodicitását* is, biztosítva azoknak a statisztikai próbáknak az érvényességét, amelyek feltételként tartalmazzák a vizsgált idősor stacionarius voltát. A piac egészére vonatkozó hozamot a tőzsdeindex (BUX) változásából határoztuk meg.

5 A reziduumok normalitás- és heteroszkedaszticitás vizsgálata

Az empirikus elemzés első lépéseként a hagyományosan specifikált modellt (lásd (1) egyenlet, fehér zaj véletlen taggal) becsültük a legkisebb négyzetek módszerével (OLS), majd vizsgáltuk az így adódó reziduumok normalitását és heteroszkedaszticitását. A normalitás vizsgálat a Jarque-Bera statisztika felhasználásával történt. A heteroszkedaszticitás ellenőrzésére a White-próbát alkalmaztuk (White, (1980)) szintén OLS regresszió alapján.

Az elemzés eredményeit a *2. táblázatban* foglaltuk össze.

Ezt követően megismételtük a becslést, a véletlen változóra vonatkozóan GARCH(1, 1) modell feltételezésével is.

[3] Az egyetlen változás az indexkosárban, hogy 1999. október 1-jén az IEB kikerült, míg a SYNERGON Rt. papírjai bekerültek. Mivel az utóbbi viszonylag újonnan bevezetett részvény, így elemzésünk egészében az IEB részvényeit vizsgáltuk.

Részvény	Béta	t-stat	p-érték	Jarque-Bera	p-érték	White-F	p-érték
BCHEM	1,103	23,28	0,000	154,84	0,000	16,90	0,000
DANUB	0,771	15,06	0,000	100,80	0,000	60,90	0,000
DEMASZ	0,784	19,64	0,000	514,36	0,000	51,60	0,000
EGIS	1,046	18,05	0,000	477,96	0,000	10,90	0,000
FOTEX	0,658	12,09	0,000	12043,88	0,000	22,85	0,000
GRABO	0,852	8,69	0,000	12476,17	0,000	12,09	0,000
IEB	0,474	9,03	0,000	438,06	0,000	2,28	0,104
MATAV	0,735	27,39	0,000	351,33	0,000	67,83	0,000
MOL	0,834	28,69	0,000	11,71	0,003	6,06	0,003
NABI	0,983	14,8	0,000	831,10	0,000	6,58	0,002
OTP	1,189	33,11	0,000	729,43	0,000	20,43	0,000
PPLAST	0,847	12,91	0,000	630,22	0,000	3,89	0,021
PICK	0,928	15,44	0,000	16940,09	0,000	6,35	0,002
PRIMAGAZ	1,034	18,53	0,000	189,26	0,000	27,41	0,000
RÁBA	0,963	17,98	0,000	543,77	0,000	12,26	0,000
RICHTER	1,522	26,56	0,000	3266,85	0,000	2,39	0,093
TVK	1,124	19,69	0,000	1467,73	0,000	3,48	0,032
ZALAKER	1,074	16,95	0,000	728,84	0,000	5,95	0,003

2. táblázat. A hagyományos modell paraméterbecslésének eredményei

Részvény	Béta	t-stat	p-érték	Jarque-Bera	p-érték
BCHEM	1,069	24,94	0,000	131,69	0,000
DANUB	0,681	13,56	0,000	67,25	0,000
DEMASZ	0,693	25,63	0,000	164,51	0,000
EGIS	1,021	23,63	0,000	631,21	0,000
FOTEX	0,576	24,99	0,000	643,26	0,000
GRABO	0,654	17,77	0,000	1932,64	0,000
IEB	0,414	11,95	0,000	276,91	0,000
MATAV	0,717	51,07	0,000	307,38	0,000
MOL	0,833	45,02	0,000	6,42	0,040
NABI	0,672	12,93	0,000	92,66	0,000
OTP	1,150	57,09	0,000	88,89	0,000
PPLAST	0,874	16,16	0,000	375,02	0,000
PICK	0,678	16,13	0,000	528,00	0,000
PGAZ	1,026	30,87	0,000	169,33	0,000
RÁBA	0,931	37,42	0,000	291,82	0,000
RICHTER	1,349	44,51	0,000	576,10	0,000
TVK	1,083	19,75	0,000	2226,53	0,000
ZALAKER	0,823	25,17	0,000	1380,39	0,000

3. táblázat. A béta becsült értékei, a t-statisztika a p-értékek és a Jarque-Bera próba értékei a GARCH-modellel jellemzett véletlen változó alapján

Az eredmények értékelése, néhány következtetés:

1. A hagyományos modell, illetve GARCH$(1,1)$-véletlen változó feltételezésével készült becslések a bétára vonatkozóan csak egy esetben (ZALAKER) eredményeznek a kockázat megítélése szempontjából különböző (előbb 1-nél nagyobb, majd kisebb) értéket.

Részvény	$\widehat{\theta}$	p-érték	$\widehat{\rho}$	p-érték	$\widehat{\rho+\theta}$
BCHEM	0,082	0,000	0,870	0,000	0,952
DANUB	0,049	0,011	0,916	0,000	0,965
DEMASZ	0,084	0,000	0,860	0,000	0,944
EGIS	0,191	0,012	0,509	0,008	0,700
FOTEX	1,074	0,000	0,303	0,000	1,377
GRABO	0,248	0,000	0,691	0,000	0,939
IEB	0,328	0,000	0,339	0,001	0,667
MATAV	-0,038	0,000	0,119	0,847	0,081
MOL	0,141	0,010	0,673	0,000	0,814
NABI	0,077	0,000	0,910	0,000	0,987
OTP	0,175	0,000	0,757	0,000	0,932
PPLAST	0,411	0,000	0,311	0,000	0,722
PICK	0,239	0,000	0,576	0,000	0,815
PGAZ	0,131	0,000	0,284	0,183	0,415
RABA	0,336	0,000	0,451	0,000	0,787
RICHTER	0,191	0,000	0,793	0,000	0,984
TVK	0,058	0,000	0,837	0,000	0,895
ZALAKER	0,468	0,000	0,296	0,000	0,764

4. táblázat. A GARCH(1, 1) paraméterek becslése

2. A hagyományosan specifikált modellek OLS becslése alapján kijelenthető, hogy a modellek többségében (16 a 18-ból) szignifikáns heteroszkedaszticitás jelenléte mutatható ki.

3. Amennyiben a véletlen vonatkozásában GARCH(1, 1) feltételezésével éltünk, az így számolt becslések 16 esetben magasabb t-értéket eredményeznek, mint a hagyományos modellnél. (Megjegyezendő, hogy mind a fehér zajt, mind a GARCH-véletlent tartalmazó modell alapján valamennyi béta-becslés szignifikánsan különbözik zérustól.) A korábbiak alapján azonban megjegyzendő, hogy GARCH-specifikáció esetén sem teljesült a reziduális változó normalitására tett feltevésünk, vagyis a t-érték növekedése nem biztos, hogy szignifikáns javulást jelent.

4. A normalitás vizsgálat (Jarque-Bera próba) alapján szintén javulnak az eredmények (15 esetben alacsonyabb a próbafüggvény értéke), de továbbra sem tekinthető a reziduum normális eloszlásúnak.

5. Az α paraméter becsült értékei zérushoz közelítenek, ez pedig hatékony piac jellemzője, mert hatékony piacon a pénzeszközök a magasabb hozamú értékpapír, illetve portfolió felé áramlanak.

6 Értékpapír portfoliók elemzése

A számításokat megismételtük részvényportfoliókra azért, hogy tisztázhassuk, származik-e valamilyen eltérés az egyedi részvények csoportosítása következtében. Különböző portfolió csoportokat vizsgáltunk a portfolió méret és összetétel hatásának ellenőrzésére.

Három —eltérő méretű és összetételű— portfolióra vonatkozóan megismételtük a vizsgálatot. A portfoliók összetételét az index-kosárban meghatározott súlyok (amelyek a kapitalizációval állnak arányban) alapján alakítottuk ki:

1. A legnagyobb forgalmú papírok (a kötési érték közel fele): MATAV, MOL, OTP, RICHTER egynegyed-egynegyed arányban (PORT1)
2. A vegyipari portfolió: BCHEM, EGIS, GRABO, PPLAST, RICHTER, TVK 15%-10%-3%-6%-48%-18% arányban (PORT2)
3. Az energia-szektor: DEMASZ, MOL, PGAZ 30%-60%-10% arányban (PORT3)

Látható, hogy a portfoliók mind a bennük szereplő papírok száma, mind az összetétel alapján különböznek, így alkalmasak a kiinduló hipotézis tesztelésére.

A számítási eredményeket az *5. és 6. táblázat* tartalmazza.

Portfolió	Béta	t	P-érték	Jarque-Bera	P-érték	White-F	P-érték
PORT1	1,070	68,94	0,000	639,89	0,000	7,51	0,001
PORT2	1,290	42,70	0,000	1072,71	0,000	8,47	0,000
PORT3	0,820	36,82	0,000	100,23	0,000	4,64	0,010

5. táblázat. A portfoliók elemzésének eredményei a fehér zajt feltételező modell alapján

Portfolió	Béta	t	P-érték	Jarque-Bera	P-érték
PORT1	1,094	71,71	0,000	1330,69	0,000
PORT2	1,261	106,41	0,000	293,07	0,000
PORT3	0,817	51,52	0,000	71,94	0,000

6. táblázat. A portfoliók elemzésének eredményei a GARCH(1, 1) véletlen tagot tartalmazó modell alapján

Részvény	$\widehat{\theta}$	p-érték	$\widehat{\rho}$	p-érték	$\widehat{\rho+\theta}$
PORT1	0,109	0,000	0,848	0,000	0,957
PORT2	0,282	0,000	0,620	0,000	0,902
PORT3	0,169	0,003	-0,236	0,326	-0,067

7. táblázat. A portfoliókra vonatkozó GARCH paraméterek

Látható továbbá, hogy a portfoliókra vonatkozó megállapításaink teljes egészében összecsengnek az egyedi papíroknál elmondottakkal. A béta értékek minimális változása mellett a becslés minden esetben hatásosabb lett; a normalitás azonban továbbra sem áll fenn.

7 Összegzés

Összefoglalva az elemzés eredményeiből levonható fontosabb következtetéseket azt kell kiemelnünk, hogy a magyar részvénypiacon ugyanúgy szignifikáns heteroszkedaszticitást mutatnak a vizsgálati eredmények, mint az USA részvénypiacán, amely eleddig gyakorlatilag az egyetlen, ahol ilyen elemzések készültek. Így kijelenthetjük, hogy a véletlen változóra vonatkozó GARCH modell-feltételezés hatékonyabb béta-becslést tesz lehetővé, mint a hagyományos modell.

A normalitás nem teljesülése ugyanakkor nem jelent problémát a piaci modell, illetve az általánosabb CAPM alkalmazásakor, mivel a normalitás elégséges, de nem szükséges feltétele az elméleti modellnek. Nem hallgatható azonban el, hogy a paraméterek szignifikáns voltának megítélését a normalitás nem teljesülése zavarja. További vizsgálatot igényel azonban a hozam eloszlások szimmetriájának kérdése, valamint annak vizsgálata, hogy az optimális portfolió meghatározása szempontjából a farokrészek mértéke elhanyagolható-e vagy sem.

Irodalom

1. Bera, A. – E. Bubnys – H. Park (1988): Conditional Heteroscedasticity in the Market Model and Efficient Estimates of Betas, *The Financial Review*, Vol. 23, N. 2, May pp. 201–214.
2. Bey, R. – G. Pinches (1980): Additional Evidence of Hetroscedasticity in the Market Model, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 15, N. 2, June, pp. 299–322.
3. Bollerslev, T. (1986): Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, *Journal of Econometrics*, Vol. 31, N. 3, April, pp. 307–327.
4. Brenner, M. – S. Smidt (1975): A Simple Model of Non-Stationarity of Systematic Risk, *Working Paper, University of New York.*
5. Corhay, A. – A. Rad (1996): Conditional Heteroscedasticity Adjusted Market Model and an Event Study, *The Quarterly Review of Economics and Finance*, Vol. 36. N. 4, Winter, pp. 529–538.
6. Diebold, F. – J. Im – C. Lee (1988): Conditional Heteroscedasticity in the Market, Board of the Governors of the Federal Reserve System. *Finance and Economics Discussion Series*, N. 42.
7. Engle, R. (1982): Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, *Econometrica*, Vol. 50, N. 4, July, pp. 987–1007.
8. Engle, R. – T. Bollerslev (1986): Modelling the Persistence of Conditional Variances, *Econometric Review*, Vol. 5, pp. 1–50.
9. Fisher, L. – J. Kamin (1985): Forecasting Systematic Risk: Estimates of 'Raw' Beta to Take Account of the Tendency of Beta to Change and the Heteroscedasticity of Residual Returns, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 20, N. 2, June, pp. 127–149.
10. Giaccotto, C. – M. Ali (1982): Optimum Distribution-Free Test and Further Evidence of Heteroscedasticity in the Market Model, *The Journal of Finance*, Vol. 37, N. 5, December, pp. 1247–57.

11. Levy, R. (1971): On the Short-Term Stationarity of Beta Coefficient, *Financial Analysits Journal*, Vol. 27, N. 6, November-December, pp. 55–62.
12. Lin, W.-Y. Chen – J. Boot (1992): The Dynamic and Stochastic Instability of Betas: Implications for Forecasting Stock Returns, *Journal of Forecasting*, Vol. 11, N. 6, September, pp. 517–541.
13. Martin, J.– R. Klemkosky (1975): Evidence of Heteroscedasticity in the Market Model, *Journal of Business*, Vol. 48, N. 1, January, pp. 81–86.
14. Miller, M.- M. Scholes (1972): Rates of Return in Relation to Risk: A Re-Examination of Some Recent Findings, in Jensen, ed., *Studies in the Theory of Capital Markets*, Praeger, New York, pp. 47–78.
15. Morgan, A. – I. Morgan (1987): Measurement of Abnormal Returns from Small Firms, *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 5. N. 1, January, pp. 121–129.
16. Schwert, G. – P. Seguin (1990): Heteroscedasticity in Stock Returns, *The Journal of Finance*, Vol. 45, N. 4, September, pp. 1129–1155.
17. Sharpe, W. (1964): Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, *The Journal of Finance*, Vol. 19, N. 3, September, pp. 425–442.
18. Theil, H. (1971): *Principles of Econometrics*, Wiley, New York.
19. Varga, J.– Rappai, G. (1997): Applicability of the CAPM on the Hungarian Stock Market, in Zopounidis ed., *New Operational Approaches for Financial Modelling — Contributions to Management Science*, Physica Verlag, Berlin-New York, pp. 133–143.
20. Varga J. (1997): On Stable Paretian Distributions for Stock Returns; A Survey of Empirical Investigations, in Zopounidis, J. M. Garcia Vazquez eds., *Best Papers Proceedings of AEDEM 97*, pp. 197–207.
21. Varga, J. On distributions for stock returns: A survey of empirical investigations, in: *Managing in Uncertainty: Theory and Practice*, eds.: C. Zopounidis and Panos M. Pardalos, Kluwer Academic Publishers, pp. 139–152.
22. White, H. (1980): A Heteroscedasticity-Consistent Covariance Matrix and a Direct Test for Heteroscedasticity, *Econometrica*, Vol. 48, N. 4, May, pp. 817–838.

HETEROSCEDASTICITY AND EFFICIENT ESTIMATES OF SYSTEMATIC RISK USING GARCH MODELS - EMPIRICAL INVESTIGATION OF THE HUNGARIAN STOCK MARKET

This paper investigates the presence of conditional heteroscedasticity in the market model residuals as well as the efficiency of beta estimates in the case of heteroscedasticity. The extension of the ARCH model, the Bollerslev's GARCH model is applied for the sample composed by the stocks of Budapest Stock Exchange. Based on this analysis it can be pointed out that heteroscadasticity in the market model, mainly has been observed in the U. S. market, is also present in the Hungarian stock market.