

Lente Gábor

Fizikai forradalom a kémiában: a Bohr-féle atommodell megalkotása

Bevezetés

Niels Henrik David Bohr (1885–1962) a 20. század első felének meghatározó fizikusa volt. Fizikai Nobel-díjat 1922-ben (még a 37. születésnapja előtt)¹ kapott az atom szerkezetének, és a belőle kijövő sugárzás kutatásában szerzett érdemeiért, egyetlen évvel azután, hogy a nála hat évvel idősebb Albert Einsteinnek (1879–1955) ítelték ezt az elismerést. Életéről és pályafutásáról megszámlálhatatlan mennyiségben maradtak fenn ma is gyakran felelevenített anekdoták. Fia, Aage Niels Bohr (1922–2009) is fizikai Nobel-díjat kapott 1975-ben.

Bohr rendkívül sokoldalúan vett részt egy új fizikai világkép, a kvantummechanika felépítésében, személyes szerepe olyannyira döntő jelentőségű volt, hogy a tudományág széles körben elfogadott értelmezése és filozófiai háttérrendszere mind a mai napig a Koppenhágai Iskola nevet viseli, mert a Bohr által vezetett intézet Dánia fővárosában volt. Talán egy kicsit furcsa, hogy a fizikai Nobel-díjat lényegében a róla elnevezett atommodell elismerésére kapta, amely valójában még néhány kísérleti eredetű posztulátum kivételével teljes egészében klasszikus fizikai alapokon nyugodott. Ezen atommodellt az ő jelentős közreműködésével dolgozó tudóscsoport két évtizeden belül lényegében idejéértmúltta tette a hullámmechanikai atommodell kidolgozásával. A modell, talán egyszerűsége és szemléletessége, vagy talán a könnyen megérthető matematikai háttere miatt mindmáig szerepel a kémiai tankönyvekben, és a vegyészek ma is nagyon szívesen és hasznosan gondolkoznak az ebben a modellben lefektetett fogalomrendszer határain belül akkor, ha csak egyedi atomok, és nem a közöttük kialakuló kötések szerkezetéről van szó.

Bohr az atommodell alapjait három, 1913-ban publikált cikkben fektette le,² és még ugyanabban az évben röviden is összefoglalta.³ A jelen tanulmány elsősorban azt a kérdést vizsgálja majd, hogy ezekben milyen intuitív módon juthatott el azokra a magától értetődőnek semmiképpen nem mondható alapfeltételezésekre, amelyek aztán a gyakorlatban nagyon sikeresnek bizonyultak.

1 Mai szemmel nézve úgy tűnhet, hogy Bohr rendkívül fiatal korában kapott Nobel-díjat, azonban ez akkoriban nem számított kirívónak. William Lawrence Bragg például 25 éves volt, amikor édesapjával, William Henry Bragg-gel megosztva fizikai Nobel-díjat kapott, de Maria Skłodowska-Curie sem volt még 36 éves, amikor 1903-ban férjével, Pierre Curie-vel együtt érdemelte ki ugyanezt az elismerést. A fizikában a 21. században is előfordult ilyesmi: az 1974-ben született Konsztantyin Szergejevics Novoszjov 2010-ben kapott Nobel-díjat.

2 BOHR 1913b; BOHR 1913c; BOHR 1913d.

3 BOHR 1913e.

Elemek, atomok és színeképek: az atommodell előzményei

A kémia nagyjából a 18. század végére vált önálló tudománnyá, elsősorban Antoine Laurent de Lavoisier (1743–1794) tevékenységének és hatásának köszönhetően. A vegyi kutatásoknak a kémiai atomelmélet bevezetése adott újabb nagy lökést, amelyet John Dalton (1766–1844) írt le a legvilágosabb formában,⁴ s eredetileg az állandó súlyviszonyok és többszörös súlyviszonyok törvényére adott elméleti magyarázatot. Érdekes megfigyelni, hogy ehhez a tudomány előző 200 éves fejlődése alatt kikristályosodott, de már Arisztotelész filozófiájában is létező elemfogalmat kellett összegyűrnia a szintén ógörög filozófiai eredetű, de Arisztotelész által mereven elutasított, Démokritosznak tulajdonított atomelmélettel.

Ugyan az atom szó a görög ἄτομος (oszthatatlan) kifejezésből származik, a kifejezés a kémiában a kezdetektől fogva arra utalt csupán, hogy a vizsgált folyamatokban csak egész számú atomokról értelmes beszélni, nem lehet őket felezni vagy harmadolni. Azt semmiképpen nem jelentette, hogy egy atomnak nincs szerkezete. Mi több, a már jóval a tudományos atomelmélet bevezetését megelőzően elterjedt vegyértékfogalom, ha hallgatólagosan is, de feltételezte, hogy egyes elemek valamiféle belső tulajdonságból eredően különböző számú társsal képesek kötések létrehozni. Dalton atomelmélete nyilvánvalóvá tette, hogy az atom az elemi tulajdonság végső hordozója, ezért a vegyértékek magyarázatának az atom szerkezetében kell rejlenie.

Az elemek és atomok megismerésében nagy előrelépést jelentett, amikor két heidelbergi tudós, Gustav Robert Kirchhoff (1824–1887) fizikus és Robert Wilhelm Bunsen (1811–1899) kémikus megalkotta a színeképelemzés (spektrószkópia) módszerét.⁵ Ez a technika olyan mértékben csökkentette az elemek azonosítása körül fennálló, korábban igen jelentős bizonytalanságot, hogy az orosz Dmitrij Ivanovics Mengyelejevnek egy évtizeden belül sikerült megtalálnia a periódusos törvényt,⁶ s így az elemek természetes rendszere megalkotni.

Az elemfelismerésen kívül a színeképek más szempontból is rendkívül fontosnak bizonyultak. A keletkezésük körülményei miatt világos volt, hogy az atomok, és nem a belőlük kötésekkel kialakuló molekulák szerkezetét jellemzik. Az atomszíneképekben nagyon keskeny vonalakat láttak,⁷ amiből kikövetkeztethető volt, hogy az atomok energiaszintjei nem mutathatnak folytonos eloszlást, hanem csak néhány kiválasztott diszkrét érték lehetséges. Emellett az is érdekes volt, hogy az egyes atomokhoz tartozó színeképvonalak milyen hullámhosszértékeknél jelennek meg. A sugárzás hullámhossza és energiája között szigorú fordított arányosság áll fenn, de igazából ezt csak a 20. század első évtizedében ismerték fel.

A hidrogén atomszíneképének minél pontosabb megfigyelésével ezért többen is foglalkoztak. Az atomszerkezeti információk szempontjából ennek különlegesen nagy volt a jelentősége, mert a hidrogén a legegyszerűbb atom (noha ez az ismeret valójában csak az

⁴ DALTON 1808.

⁵ KIRCHHOFF – BUNSEN 1860a; KIRCHHOFF – BUNSEN 1860b.

⁶ MENGYELEJEV 1869a; MENGYELEJEV 1869b.

⁷ Tehát csak egy rendkívül szűk energiatartományba eső fény (vagy más elektromágneses sugárzás) jött létre vagy nyelődött el a kölcsönhatás során, és nem egy nagyobb tartományon belül lényegében bármelyik. Ez azért volt meglepő, mert a legtöbb más jelenségre a folytonos színekép volt inkább a jellemző.

1910-es évek elejére vált biztossá). A színekép elég összetett volt ahhoz, hogy információ-gazdagnak tűnjön, ugyanakkor elég egyszerű is volt ahhoz, hogy benne a szabályszerűségeket megtalálni ne legyen reménytelen. A hidrogén színeképvonalai a megfigyelések szerint sorozatokba rendeződnek: minden sorozatban növekszik az egyes vonalak hullámhossza, de közben a köztük lévő távolság csökken, s egy olyan határ felé tart, ahol egyre sűrűbben vannak. Az első ilyen sorozatot Johann Jakob Balmer (1825–1898) svájci matematikus írta le egy 1885-ös publikációban,⁸ s ezt róla Balmer-sorozatnak nevezték el. Öt évvel később Johannes Robert Rydberg (1854–1919) svéd fizikus írta le a vonalak hullámhosszában fellelhető általános szabályszerűséget a következő egyenlet formájában:⁹

$$\frac{1}{\lambda_H} = R_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (1)$$

Az egyenletben λ_H a hidrogén atomszíneképében fellelhető bármely vonal hullámhossza lehet, R_H -t manapság Rydberg-állandónak hívják, n_1 és n_2 pedig pozitív egész számok úgy megválasztva, hogy a zárójelben lévő különbség mindig pozitív legyen, vagyis $n_1 < n_2$. A törvény kétirányú: a hidrogén atomszíneképében előforduló bármely vonalra igaz az, hogy található hozzá olyan n_1 és n_2 számpáros, amivel a hullámhossza kiszámolható, illetve bármilyen n_1 és n_2 számpárost választunk, a segítségükkel kiszámolható hullámhosszértéknél van vonal a hidrogén színeképében. A Balmer-sorozatba tartozó vonalak közös sajátja, hogy rájuk $n_1 = 2$ igaz. Talán furcsának tűnik, hogy elsőre nem az $n_1 = 1$ sorozatot találták meg kísérletileg: ennek oka az, hogy az $n_1 = 2$ vonalak a legkönnyebben tanulmányozható látható tartományba esnek, míg az $n_1 = 1$ sorozat a kisebb hullámhosszú, szemmel nem látható, ultraibolya tartományban van. Ezeket a vonalakat kísérletileg már a Rydberg-egyenlet ismeretében írta le Theodore Lyman (1874–1954) amerikai fizikus 1906-ban.¹⁰ Az $n_1 = 3$ sorozat megfigyelése Louis Carl Heinrich Friedrich Paschen (1865–1947) érdeme, az ő közleménye 1908-ban jelent meg.¹¹ Manapság még három sorozatnak van neve: ezek a Brackett-sorozat ($n_1 = 4$),¹² Pfund-sorozat ($n_1 = 5$)¹³ és Humphreys-sorozat ($n_1 = 6$),¹⁴ de ezeknek nem lehetett hatása a Bohr-féle atommodellre, mert 1913 után publikálták őket.

A hidrogénatom színeképe a Bohr-féle atommodellben a számszerű adatok legnagyobb forrása. Van azonban még közvetlenebb, de matematikai elemzésre közel sem ennyire alkalmas felismerés is. Az egyik az elektron felfedezése, amely Joseph John Thomson (1856–1940) brit fizikus nevéhez és az 1897-es évhez kapcsolódik.¹⁵ A másik az atommag létezésének kísérleti kimutatása, amelyről Ernest Rutherford (1871–1937) új-zélandi születésű, Nagy-Britanniában dolgozó fizikus számolt be 1911-ben.¹⁶ Thomson és Rutherford is Nobel-díjas tudós: az előbbi fizikai (1906), az utóbbi kémiai (1908) elismerésben részesült.

⁸ BALMER 1885.

⁹ RYDBERG 1890a; RYDBERG 1890b.

¹⁰ LYMAN 1906.

¹¹ PASCHEN 1908.

¹² BRACKETT 1922.

¹³ PFUND 1924.

¹⁴ HUMPHREYS 1953.

¹⁵ THOMSON 1897.

¹⁶ RUTHERFORD 1911.

Modern kitérő

Az 1913-as eredeti közlemények részletes vizsgálata előtt érdemes szót ejteni arról, hogy napjainkban mit és hogyan tanítanak a Bohr-féle atommodellről. Mérő László találó megjegyzése szerint egy tudomány bölcsészeti gyökereinek egyik legszembeszökőbb sajátága az eredeti szövegek olvasására fektetett hangsúly. Ezzel szemben a természettudományokban gyakorlatilag senki nem olvassa eredetiben azon tudósok műveit, akikről egy-egy elméletet vagy egyenletet elneveznek. Mérő László ennek az okát akkor értette meg, amikor elolvasta Newton *Principiáját* és olvashatatlannak találta. Meglátása szerint a tudomány azzal mentette meg Newton gondolatait, hogy rendszeresen újrafogalmazta őket.¹⁷ Ezért is érdekes kérdés megvizsgálni azt, hogy a Bohr-féle atommodellt ismertető eredeti közlemény hogyan viszonyul ahhoz, amit jelenleg tanítanak róla. Meg kell jegyezni, hogy az 1913-ban leírt egyenletek újraírása az elterjedten használt mértékegységrendszer változása miatt amúgy is szükségszerű.

A magyar egyetemeken az egyik legszélesebb körben használt magyar nyelvű bevezető kémiai tankönyv Veszprémi Tamás *Általános kémia* című műve. Ebben a Bohr-féle atommodell két posztulátumát így fogalmazza meg a szerző:

„1. Az elektronok az atomban nem keringhetnek tetszőleges pályákon, csak bizonyos kvantumfeltételeknek eleget tevő pályákon. Ezekben viszont sugárzás nélkül keringhetnek. Az adott pályához adott energia tartozik.

2. Fénykisugárzás vagy -elnyelés akkor következik be, ha az elektron az egyik lehetséges pályáról egy másikra ugrik. Eközben az atom a két pálya energiája közötti különbséget sugározza ki vagy nyeli el: $h\nu = \Delta E$.”¹⁸

Látni fogjuk, hogy ez szellemiségében valóban elég hűen követi az eredetileg leírtakat, de éppen azt a központi feltételezést nem fogalmazza meg, ami miatt a modell megjelenése után azonnal a fizikusok széles körének érdeklődését váltotta ki, és nagyon sikeres lett. Ennek a kihagyásnak minden bizonnyal az az oka, hogy a tankönyv meg sem kísérli az 1913-as cikkben lévő levezetések lényegét ismertetni. A magyar nyelvű Wikipédia viszont megteszi ezt, bár a lényegi alapfeltételezést egy önálló, harmadik posztulátumnak nevezi ahelyett, hogy az elsőbe beillesztené.¹⁹

Az előző bekezdésben említett lényeges kiindulási pont a következő: a tankönyvi első posztulátumban a kvantumfeltétel az, hogy az elektron impulzuszórája a redukált Planck-állandó egész számú többszöröse legyen. Képlettel kifejezve: ha n egy egész szám ($= 1, 2, 3, \dots$), m az elektron tömege, r_n egy, a feltételeknek eleget tevő körpálya sugara, v_n az elektron mozgási sebessége²⁰ ezen a körpályán, h pedig a Planck-állandó, akkor a következő egyenlet teljesül:

$$mv_n r_n = n \frac{h}{2\pi} \quad (2)$$

¹⁷ MÉRŐ 2019. 168–169.

¹⁸ VESZPRÉMI 2015. 390–391.

¹⁹ https://hu.wikipedia.org/wiki/Bohr-f%C3%A9le_atommodell [2022.07.04.]

²⁰ Fontos legalább gondolatban különbséget tenni a sebességre használatos latin v betű és a később frekvenciát jelölő görög ν (nú) között.

A következő bekezdések a mai kor szokásainak megfelelő képletekkel mutatják be a Bohr-féle atommodell legfontosabb új felismerését.

A hidrogénatomban az elektron körpályán mozog: az ennek fenntartásához szükséges erőt, amelyet centripetális erőnek nevez a fizika, a pozitív töltésű atommag és a negatív töltésű elektron közötti Coulomb-erő biztosítja. Ennek egyenlettel történő felírásához szükség van az e elemi töltésre és egy újabb, ε_0 -al jelölt egyetemes állandóra, amelynek neve a vákuum permittivitása:

$$m \frac{v_n^2}{r_n} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} \quad (3)$$

Nem nehéz észrevenni, hogy a 2. és 3. egyenletekben r_n és v_n kivételével minden mennyiség ismert, vagyis együtt egy két ismeretlenes, két egyenletből álló rendszert alkotnak, amely megoldható. Például a 2-es egyenlet négyzetét a 3-as egyenlettel osztva a v_n ismeretlen kiesik, s pályasugárra a következő marad:

$$r_n = n^2 \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi m e^2} \quad (4)$$

Az elektron sebességére vonatkozó képletet már jóval ritkábban adják meg a tankönyvek, de természetesen ennek is nagy jelentősége van:

$$v_n = \frac{e^2}{2nh\varepsilon_0} \quad (5)$$

A 4-es egyenlet jobb oldalán az egész szám négyzete után álló mennyiség az idők során annyira fontosnak bizonyult, hogy saját nevet és jelet is kapott, ez az a_0 Bohr-sugár:

$$a_0 = \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi m e^2} \quad (6)$$

Az elektron E_n teljes energiáját a klasszikus fizika szabálya szerint a mozgási és potenciális energia összegeként számíthatjuk ki:

$$E_n = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} + \frac{mv_n^2}{2} = -\frac{me^4}{8n^2 h^2 \varepsilon_0^2} \quad (7)$$

A 7-es képletben a negatív energiaérték azt fejezi ki szemléletesen, hogy az elektron kötve van az atommaghoz: onnan eltávolítása csak energia befektetésével lehetséges. Az n_1 és n_2 egész számokkal jellemezhető stacionárius állapotok közötti átmenet során kibocsátott vagy elnyelt energia így:

$$E_{n_2} - E_{n_1} = \frac{me^4}{8h^2 \varepsilon_0^2} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (8)$$

Az elektromágneses hullámok és a fotonok ismert sajátságai a vákuumban mért fénysebesség (c) segítségével kapcsolatot teremtenek az energia és a λ hullámhossz között:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad (9)$$

A 8-as és 9-es egyenlet összehasonlítása a következő képletet adja a hidrogénatom színképében található vonalak hullámhosszára:

$$\frac{1}{\lambda_H} = \frac{me^4}{8ch^3 \varepsilon_0^2} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (10)$$

Ez a képlet megmagyarázza a kísérleti információk alapján már korábban leírt Rydberg-

összefüggést (1-es egyenlet), s a Rydberg-állandó értékét a következő kapcsolatba hozza más egyetemes állandókkal:

$$R_H = \frac{me^4}{8ch^3\epsilon_0^2} \quad (11)$$

A Rydberg-állandó így számolható értéke megegyezik a kísérleti módszerrel, a hidrogén-atom színképének elemzése során kapottal.

Bohr eredeti közleményei

Ahogy már volt róla szó, Niels Bohr atommodelljét háromrészes cikksorozatban közölte 1913-ban a *Philosophical Magazine* című folyóiratban.²¹ Ez a cím manapság minden bizonnyal meghökkenést okozna, de akkoriban ez a lap a fizika legújabb eredményeit közlő legfontosabb angol nyelvű fórumnak számított. Fontos látni, hogy a modell megalkotásának idején Bohr igen fiatal tudós volt: doktori fokozatának megszerzése óta még két év sem telt el. Néhány hónapot Manchesterben töltött Ernest Rutherford laboratóriumában, s minden bizonnyal ennek köszönhető, hogy az akkor már Nobel-díjas tudós jelentős támogatását élvezte. Maga a cikk is Rutherford kezdeményezésére és támogatásával jelent meg (a címhez fűzött lábjegyzet: „*Communicated by Prof. E. Rutherford, F.R.S.*”). Beérkezési dátum csak az első cikk végén szerepel, ez 1913. április 5., a közlemény a folyóirat 1913. júliusi számában jelent meg.

Noha a sorozat első cikke²² lényegében a modell minden alapfeltételezését tartalmazza, ezek formális megfogalmazása csak a harmadik cikk²³ végén található meg. A manapság szokásos két posztulátum helyett Bohr ténylegesen öt olyan alapfeltételezést tett, amelyek egyike sem következett a klasszikus fizikából. Ezek fordítása a következő:

1. Energiasugárzás nem keletkezik (vagy nyelődik) el a szokásos elektrodinamikában feltételezett folytonos módon, hanem csak a rendszerek „stacionárius” állapotai közötti átmenet során.
2. A stacionárius állapotokban a rendszerek dinamikus egyensúlyát a mechanika szokásos törvényei írják le, de ezek a törvények nem használhatók a különböző stacionárius állapotok közötti átmenetek leírására.
3. A rendszer két stacionárius állapota közötti átmenet során kibocsátott sugárzás homogén, a ν frekvencia és E teljes kibocsátott energia közötti kapcsolatot az $E = h\nu$ egyenlet adja meg, ahol h a Planck-állandó.
4. A pozitív atommag körül keringő elektron egyszerű rendszerének különböző stacionárius állapotait az a feltétel határozza meg, hogy az adott konfiguráció kialakulása során kibocsátott teljes energia és az elektron keringési frekvenciájának hányadosa $h/2$ egész számú többszöröse. Ha kör alakú pályát feltételezünk, akkor ezen feltételezés ekvivalens azzal, hogy az atommag körül keringő elektron impulzuszórája $h/(2\pi)$ egész számú többszöröse.

²¹ BOHR 1913b; BOHR 1913c; BOHR 1913d.

²² BOHR 1913b.

²³ BOHR 1913d.

5. Egy atomi rendszer „állandó” állapota – vagyis az az állapot, amelyben a kibocsátott energia a legnagyobb – eleget tesz annak a feltételnek, hogy valamennyi elektron esetében a pálya középpontjára vonatkoztatott impulzusmomentum $h/(2\pi)$.

Már az első cikk megjelenését is nagy érdeklődés kísérte. Ezt mi sem példázza jobban, minthogy tartalmát még 1913 őszén ismertették a Zürichben szervezett fizikai szemináriumok egyikén, amelyen számos híres, német anyanyelvű fizikus rendszeresen részt vett. Erről a szemináriumról azért is érdemes említést tenni, mert az egyik résztvevő, Franz Tank (1890–1981), aki később maga is írt tudományos cikket a Bohr-féle atommodellről,²⁴ a kvantummechanika történetéről könyvet író Max Jammernek (1915–2010) fél évszázaddal a szeminárium után, egy 1964. május 11-én kelt levélben felelevenített róla két érdekes hozzászólást is. Ezek alapján nyilvánvaló, hogy a kortárs fizikusok könnyen átlátták az elmélet lényegét, és azonnal találtak gyenge pontot és látványos új eredményt is benne.²⁵

Max von Laue (1879–1960), aki egy évvel a nevezetes szeminárium után kapott fizikai Nobel-díjat, lesújtó véleménnyel volt a modellről: „*Das ist Unsinn, die Maxwell'schen Gleichungen gelten unter allen Umständen, ein Elektron auf Kreisbahn muss strahlen.*” (Ez teljes ostobaság! A Maxwell-egyenletek minden körülmények között érvényesek; egy körpályán mozgó elektronnak sugározni kell.)²⁶

Albert Einstein, aki nem kis részben maga is a korábbi fizikai ismeretek megkérdőjelezésével vált világhírűvé, egészen más véleményen volt: „*Sehr merkwürdig, da muss etwas dahinter sein; ich glaube nicht, dass die Rydbergkonstante durch Zufall in absoluten Werten ausgedrückt richtig herauskommt.*” (Nagyon érdekes; kell, hogy legyen valami mögötte; nem hinném, hogy a Rydberg-konstans számértéke pusztán véletlen folytán adódott helyesnek.)²⁷

Mindkét megjegyzés lényegi, s érdemes elemzésükbe energiát fektetni.

Max von Laue a Maxwell-egyenletekre hivatkozott. Ezeket James Clark Maxwell (1831–1879) skót matematikus és fizikus vezette be a 19. század közepén.²⁸ Az elméletnek igen nagy hatása volt a fizikára: számos, korábban ismert megfigyelésnek adott egységes értelmezési keretet, illetve több olyan jelenség létezése következett belőle, amelyet kísérleti megfigyelésekkel hamarosan igazoltak.

A Bohr-féle atommodell szempontjából a Maxwell-egyenletnek az a következménye fontos, amely szerint bármely, a sebességet változtató (vagyis gyorsuló) elektromos töltés elektromágneses sugárzást bocsát ki. Az atom alkotórészei közül a negatív töltésű elektront Thomson fedezte fel 1897-ben,²⁹ míg a pozitív töltésű atommagot Rutherford 1911-ben.³⁰ Mindkét esetben a felfedezés része volt az a megállapítás is, hogy a részecske mérete sokkal kisebb, mint magáé az atomé. A két részecske együttesen mind az atom összességében semleges töltését, mind a tömegét megmagyarázta, vagyis nem volt arra *ab ovo* szükség, hogy bármi más jelenlétét feltételezzék. Így viszont a két, kis méretű töltés között

²⁴ TANK 1919.

²⁵ JAMMER 1966. 86.

²⁶ Magyar fordítás: SIMONYI 2011. 449.

²⁷ Magyar fordítás: SIMONYI 2011. 449.

²⁸ MAXWELL 1865.

²⁹ THOMSON 1897.

³⁰ RUTHERFORD 1911.

vonzó elektrosztatikus kölcsönhatásnak (Coulomb-erőnek³¹) kell lennie, amely a távolság négyzetével fordítottan arányosan változik. Így viszont természetesen adódik a kérdés: ez a vonzóerő miért nem húzza össze sokkal kisebbre az atomot? Erre a kérdésre lényegében már Rutherford is válaszolt: azért nem, mert közben a két részecske egymáshoz képest nagy sebességgel mozog, így akárcsak a Naprendszer esetében (ahol egyébként a gravitáció miatt ugyanúgy a távolság négyzetével fordítottan arányos nagyságú erő hat), zárt pályán történő periodikus mozgás jön létre. Az atommag tömege legalább három nagyságrenddel meghaladja az elektronét, így természetes kép volt az is, hogy a mozgást olyan koordináta-rendszerben kell leírni, amely az atommaghoz van rögzítve, s benne az elektron mozog. Ebben az esetben azonban a Naprendszertől eltérően töltött részecskékről van szó, így a Maxwell-egyenletek szerint a rendszernek elektromágneses sugárzás formájában energiát kellene kibocsátania, amely a választott koordináta-rendszerben az elektron sebességének folyamatos csökkenéséhez, így végső soron az elektron atommagba „zuhanásához” vezetne. Ez a kép az elektronnál jóval nagyobb testek esetében nem egyszerűen a Maxwell-egyenletek elméleti jóslata, hanem többszörösen ellenőrzött kísérleti tény.

A Bohr-modell az akkor ismert fizikának szögesen ellentmondó posztulátuma az volt, hogy ilyen sugárzás-kibocsátás mégsem történik. Mai szemmel nézve Bohr csupán annyit mondott ki, amennyi a kísérletekből vitathatatlanul következett. Az atomról nem lehetett azt gondolni, hogy időben nem stabil képződmény, az elektron és az atommag tömegét, töltését és kis méretét közvetlen kísérleti adatok támasztották alá. Még talán a Coulomb-törvény érvényességét lehetett volna kétségbe vonni ez esetben, hiszen az inverz négyzetes távolságfüggésre közvetlen bizonyíték nem volt az ennyire kicsi méretek tartományában, de már csak azért sem valószínű, hogy ilyesmi egy komoly fizikus fejében megfordult volna, mert mind az elektron, mind az atommag felfedezésénél döntő fontosságú szerepe volt az elektrosztatikus kölcsönhatásnak, vagyis a Coulomb-törvénynek.

Összességében a Bohr eredeti munkájában megfogalmazott első két posztulátumról tehát azt lehet megállapítani, hogy lényegében az akkor ismert elektrodinamikának közvetlenül ellentmondó kísérleti tapasztalatokat értelmezték úgy, hogy közben a mélyebb elméleti háttérrel nem foglalkoztak.

Nem valószínű, hogy Bohr harmadik posztulátuma ellenérzést váltott volna ki a kortárs fizikusokban. Mielőtt erről részletesebben szó lenne, érdemes megvizsgálni az atommodell bevezető három cikk hivatkozási szerkezetét, ezt mutatja be az *1. táblázat*. Az elsőben 33, a másodikban 17 cikket idézett a szerző, s ebből mindössze 4 közös az első cikkkel. A harmadik munkában már csak 6 irodalmi hivatkozás van (leszámítva az első két részre vonatkozókat), s ezek egyike sem található meg az első cikkben. Ebből a tendenciából kétségtelen, hogy Bohr a három cikket egyetlen munkának tekintette, s meg sem fordult a fejében, hogy valaki a másodikat vagy a harmadikat úgy próbálná meg olvasni, hogy az elsőt nem vette kezébe.

Az is feltűnő, hogy az első cikkben található 33 irodalmi hivatkozásból mindössze 5 volt 1908 előtti, vagyis legalább ötéves. Noha Bohr munkája ennél korábbi előzményekre is nyilvánvalóan közvetlenül épített, ezekről minden bizonnyal azt gondolhatta a szerző, hogy a várható olvasók azokat már jól ismerik, ezért nincs szükség arra, hogy a forrásokat hivatkozza. Ilyenek például Balmer és Rydberg munkái: itt az az érdekesség is előfordul,

31 COULOMB 1785a; COULOMB 1785b; COULOMB 1785c.

hogy a három cikk Balmer nevét összesen tíz, Rydbergét négy alkalommal említi, de formálisan egyszer sem hivatkozza ezen tudósok cikkeit, amelyek a 19. század utolsó előtti évtizedében jelentek meg.³²

	BOHR 1913b	BOHR 1913c	BOHR 1913d
BARKLA 1911		X	
BJERRUM 1911			X
BJERRUM 1912			X
BOHR 1913a	X		
BUCHERER 1912		X	
CUTHBERTSON – CUTHBERTSON 1910		X	X
EINSTEIN 1905	X		
EINSTEIN 1906	X		
EINSTEIN 1907	X		
FRANCK 1910		X	
FRANCK – HERTZ 1913		X	
FOWLER 1912	X		
GEIGER – MARSDEN 1913	X	X	
GMELIN 1909		X	
HAAS 1910	X		
HABER 1911	X		
KAYSER 1905			X
LANGEVIN – DE BROGLIE 1912	X		
LANGMUIR 1912			X
LINDEMANN 1911a	X		
LINDEMANN 1911b	X		
MILLIKAN 1913		X	
NICHOLSON 1911a	X	X	
NICHOLSON 1911b	X		
NICHOLSON 1912a	X		
NICHOLSON 1912b	X		
NICHOLSON 1912c	X		
NICHOLSON 1913		X	
PASCHEN 1908	X		
PICKERING 1896	X		

³² BALMER 1885; RYDBERG 1890a; RYDBERG 1890b.

PICKERING 1897	X		
PLANCK 1910a	X		
PLANCK 1910b	X		
PLANCK 1911	X		
RITZ 1908	X		
RUSSELL – ROSSI 1912		X	
RUTHERFORD 1911	X		
RUTHERFORD 1912a	X	X	
RUTHERFORD 1912b	X		
SCHIDLOF 1911	X		
THOMSON 1904	X		
THOMSON 1912a	X	X	
THOMSON 1912b		X	X
THOMSON 1912c	X		
VAN DEN BROEK 1913		X	
WARBURG – LEITHÄUSER – HUPKA 1913		X	
WERTHEIMER 1911	X		
WERTHEIMER 1912	X		
WHIDDINGTON 1911		X	
WOOD 1911	X		

1. táblázat – Bohr atommodellt ismertető három cikkének irodalmi hivatkozásai. Oszlopok: Bohr cikkei; Sorok: a cikkekben hivatkozott munkák³³

Visszatérve a harmadik posztulátumra: itt az előzményt Einstein³⁴ és Planck³⁵ elektromágneses sugárzásról, illetve feketetest-sugárzásról szóló munkái jelentik. Ezeket 1913-ban már széles körben elfogadták. Itt mai szemmel nézve a posztulátum mindössze annyit mond ki, hogy a két stacionárius állapot közötti átmenet során egyetlen foton keletkezik vagy nyelődik el. Elnyelés esetén ez szoros kapcsolatban van azzal, hogy egy foton hatására bekövetkező átmenet időtartama olyan rövid, hogy az alatt egy újabb foton érkezésének nagyon kicsi a valószínűsége.

A negyedik és ötödik posztulátum egymással szoros kapcsolatban van, így könnyen érthető, hogy az utókor igazából ezt már nem tekinti két külön feltételezésnek. A megszokott megfogalmazási módban ez egy kvantumfeltétel: az atomban keringő elektronnal állítja azt, hogy impulzusmomentuma $nh/(2\pi)$, ahol n pozitív egész szám (1, 2, 3...), illetve hogy a rendszer legstabilabb állapota az, amikor $n = 1$. Ez a *Modern kitérő* című fejezet 2-es egyenletével azonos. Semmi kétség, hogy ez az a posztulátum, amely a Bohr-féle atommodell rendkívüli sikerét megalapozta, ezért eredetével és következményeivel érdemes hosszabban is foglalkozni.

³³ A hivatkozások feloldását lásd az irodalomjegyzék vonatkozó részében.

³⁴ EINSTEIN 1905; EINSTEIN 1906; EINSTEIN 1907.

³⁵ PLANCK 1910a; PLANCK 1910b; PLANCK 1911.

Einstein megjegyzése már utalt arra, hogy a Bohr-modell legmeggyőzőbb eredménye az, hogy a kísérletekből meghatározott Rydberg-egyenletet elméleti úton levezette úgy, hogy közben a benne lévő Rydberg-állandót is megadta más egyetemes állandók kombinációjaként (10-es és 11-es egyenlet). Mi több, a levezetésben számolt Rydberg-állandó értéke gyakorlatilag megegyezett a kísérletekben meghatározottal. Itt persze érdemes a képletben szereplő állandók esetében az 1913-ban ismert értékek fényében megítélni az egyezés jóságát. Bohr első cikkében³⁶ a kor szokásainak megfelelően értékegyenleteket használ, így mai szemmel nézve a mértékegységek használatának tisztázása utánajárást igényel, illetve a Rydberg-állandónak sem a ma szokásos, inverz távolság dimenzióját használta, hanem frekvenciát ($R_H' = 2\pi^2me^4/h^3$). Az egyetemes állandókra az általa felsorolt értékek a következők: $e = 4,7 \times 10^{-10}$, $elm = 5,31 \times 10^{17}$, $h = 6,5 \times 10^{-27}$.³⁷ Ezekből a Rydberg-állandóra $3,1 \times 10^{15}$ adódik, míg a Bohr által használt kísérleti érték $3,290 \times 10^{15}$, vagyis az eltérés mintegy 6%. A modern értékek egyezése még látványosabb: a Balmer-sorozat első öt tagjának (656,3 nm, 486,1 nm, 434,0 nm, 410,2 nm, 397,0 nm) bármelyikét felhasználva az 1-es egyenlet szerint $R_H = 1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ adódik, a 11-es egyenletben szereplő képletből pedig ugyancsak $1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ számolható, vagyis az első négy értékes jegyben nincs is különbség.

A Rydberg-egyenletre a kísérleti adatok alapján lényegében rendszerezett próbálgatás révén találtak rá. Annak viszont, hogy a Rydberg-állandót feloldó, 11-es képletre hibázzon rá valaki mégoly rendszeres próbálgatások eredményeképp, igencsak kicsi a valószínűsége, hiszen az egyik egyetemes állandó negyedik hatványa is szerepel benne. Azt is meg kell jegyezni, hogy a Rydberg-egyenlet publikálása³⁸ idején, vagyis 1890-ben még sem az elemi töltés, sem az elektron tömege, sem a Planck-állandó nem volt ismeretes. Így aztán nagyon is érthető Einstein megjegyzése: az elméleti és kísérleti érték egyezése mögött olyan összefüggésnek kell lennie, amelyért a Maxwell-egyenletek közvetlen használatát az atomi mérettartományban nyugodtan fel lehet adni.

Az elektron impulzusmomentumát rögzítő negyedik posztulátum fizikai hátterének értelmezéséről még lesz szó, de minden, a mai tankönyvekben előforduló indoklás olyan jelenségekre hivatkozik, amelyeket csak jóval 1913 után ismertek meg. Lehetne arra is gyanakodni, hogy Bohr egyfajta visszafelé gondolkodási logikát használt, vagyis a 3-as egyenletből kiindulva kapcsolatot talált az elektron sebessége és a pálya sugara között, az egyiket paraméterként használva elvégezte a levezetést, majd ennek és a Rydberg-állandó kísérleti értékének ismeretében rájött, hogy a 2-es kiindulási feltételezés a tapasztalatokkal nagyon jól egyező eredményt ad majd. Ez manapság, mennyiségegyenleteket használva, minden bizonnyal járható útnak tűnik, de Bohr számára az értékegyenletek voltak a természetesekek, ezekkel viszont sokkal nehezebb egy ilyen visszafelé utat követni.

Noha a posztulátumok megfogalmazásában már nincs ennek nyoma, szerencsére Bohr első cikke igen közvetlen utalást tartalmaz arra, hogyan is született ez a feltételezés. Továbbra is a korábban bevezetett jelöléseket használva: az elektron körpályájának kerülete $2\pi r_n$, a mozgási sebessége pedig v_n , így a körmozgás frekvenciája:

³⁶ BOHR 1913b. 9.

³⁷ Az egyetemes állandók számértékei egyértelműen a CGS mértékegységrendszerben vannak megadva.

³⁸ RYDBERG 1890a; RYDBERG 1890b.

$$v = \frac{v_n}{2\pi r_n} \quad (12)$$

Feltételezve, hogy az ilyen elektron által kibocsátott sugárzás frekvenciája a körmozgás frekvenciájának felével egyenlő,³⁹ az elektron teljes mozgási energiájának ezen $h\nu/2$ egység egész (n) számú többszörösének kell lennie. Vagyis:

$$\frac{mv_n^2}{2} = nh \frac{v_n}{4\pi r_n} \quad (13)$$

A 13-as egyenletből átrendezéssel következik a 2-es egyenlet. Tehát a posztulátum eredete lényegében az, hogy Bohr az elektromágneses sugárzás és az elektron körmozgásának frekvenciája között feltételezett kapcsolatot. Ez levezetésnek semmiképpen nem tekinthető, de ezt egy posztulátumtól nem is várjuk: annak az egyetlen tesztje, hogy a belőle levonható következtetések mennyire jól egyeznek a fizikai valósággal.

Az eredeti cikkekből azt is meg lehet figyelni, hogy Bohr rengeteg színképelemzési cikket hivatkozik, de elemzésében csak a Balmer- és a Paschen-sorozatra⁴⁰ támaszkodik, a másodiknál az eredeti adatsort hivatkozza is. A hidrogén többi vonalát egyfajta jóslatként említi annak ellenére, hogy a Lyman-sorozat létezését addigra már publikálták,⁴¹ ráadásul egy olyan folyóiratban, amelyből Bohr hivatkozott más cikkeket. A spektroszkópiai hivatkozások másfajta érdekessége, hogy már a címekben is fellelhető két olyan „elemnév”, az ionium⁴² és a nebulium,⁴³ amelyet a modern kémia nem ismer. Ettől maguk a felhasznált színképvonalak persze még lehetnek valóságok.

Ezen rész végén érdemes a Bohr-moddellel kapcsolatban két érdekes apróság is rávilágítani. Az egyik a Bohr-sugár 6-os egyenletből kiszámolható értéke, $5,292 \times 10^{-11}$ m. Ezek szerint a hidrogénatom átmérője nagyjából egy mikrométer egy tizedre része. Kísérleti tapasztalatokból ez már 1913-ban is annak a mérettartománynak számított, amiben az atomoknak lennie kellett. Maga a számérték mégsem volt alkalmas annyira pontos összehasonlításra, mint ahogy arra a Rydberg-állandó esetében lehetőség volt, mert egy atomnak mind a mai napig nem lehet jól definiált kísérleti méretet tulajdonítani, különösen gázhalmazállapotban nem. Azt azonban még érdemes hozzátenni, hogy az a_0 definícióját leíró 6-os képlet elég természetes módon származtatható a hullámmechanikai atommodellben is, mi több, ott ezért távolságegységként gyakran éppen a_0 -t használnak.

A másik apróság, hogy – szó szerint véve a Bohr-féle atommodellt – a hidrogénatomot nem gömbként, hanem igen vékony korongként kellene elképzelni, mert az elektron mozgása ilyen, a fizikusok által centrálisnak nevezett térben mindig megmarad abban a síkban, amelyet az atommagból az elektronhoz húzott helyvektor és az elektron sebességvektora meghatároznak. Több elektron jelenléte esetében könnyen elképzelhető, hogy a

³⁹ Bohr nem indokolta meg, hogy a kibocsátott sugárzás frekvenciája miért az elektron körmozgási frekvenciájának fele, és miért nem egyenlő vele. Arra természetesen lehet gyanakodni, hogy ezt magától értetődőnek tarthatta az alapján, hogy a mozgásnál a két szélső helyzet között egy periódusidő fele telik el. De az sem lehetetlen, hogy a teljes levezetés menetében ismertében azért feltételezte a 2-vel való osztást, mert így lett meggyőző a kísérleti adatokkal való egyezés. Ellentétben a teljes visszafelé levezetési úttal, egy 2-vel való osztás szükségessége még mennyiségegyenletek esetében is könnyen felismerhető.

⁴⁰ PASCHEN 1908.

⁴¹ LYMAN 1906.

⁴² RUSSELL – ROSSI 1912.

⁴³ NICHOLSON 1911a.

különböző elektronok más-más síkban keringenek az atommag körül, így összességében gömbhöz hasonló alakzatot hoznak létre, de az egyetlen elektront tartalmazó hidrogénatom esetében, amelyre a Bohr-féle atommodell sikere átütő volt, nincs kibúvó a síkakat alól.

A negyedik és ötödik posztulátum utóélete

A Bohr-féle atommodell bevezetése és sikere utáni évtizedekben természetesen minden posztulátumot sikerült visszavezetni más, alapvetőbb fizikai elvekre. Ahogy már volt róla szó, az első három posztulátum vagy az akkor ismert kísérleti adatok érvényességének kimondása volt, vagy az elektromágneses sugárzásról a 20. század elején felhalmozódó ismeretek könnyen elfogadható kiterjesztésének számított. Más a helyzet viszont a negyedik és ötödik posztulátummal.

A leglátványosabb utólagos igazolás Louis de Broglie (1892–1987) érdeme, aki 1929-ben kapott fizikai Nobel-díjat. Ő 1923-ban vezette be azt a feltételezést, hogy minden anyagi részecskéhez rendelhető hullámhossz, amelyet a fotonra már érvényesnek ismert egyenlet általánosításával a Planck-állandó és a részecske impulzusának hányadosaként lehet kiszámítani.⁴⁴ A feltételezést később számos kísérleti megfigyeléssel támasztották alá. A Bohr-féle atommodell esetében a körpályán keringő elektronra ez a hullámhossz:

$$\lambda = \frac{h}{mv_n} \quad (14)$$

Figyelembe véve a hidrogénatom stacionárius állapotát, benne csak olyan sebességű mozgással képzelhető el elektron, ahol a hozzá tartozó hullám „önmagába záródik”, vagyis olyan állóhullámot képez, mint amilyen egy gitárhúron is kialakul (persze ott nem az önmagába záródás a feltétel, hanem az, hogy a húr két vége a rögzítés miatt mozdulatlan). Egy kör alakú állóhullám kialakulásának nyilvánvaló geometriai feltétele van: a hullámhossznak éppen egész számszor (n) kell ráférnie a kör kerületére. Ennek matematikai megfogalmazása:

$$n\lambda = 2\pi r_n \quad (15)$$

A 14-es és 15-ös egyenletek összehasonlításából már egyértelműen következik a 2-es egyenletben megfogalmazott kvantumposztulátum. Ez a gondolatmenet talán azért vált közzismertté, mert könnyen érthető képet rendel a jelenséghez, s az n kvantumszámnak is intuitív jelentést adott: az állóhullám mozdulatlan pontjainak száma.

Jóval meglepőbb, hogy a Werner Karl Heisenberg (1901–1976) által elsőként 1927-ben leírt határozatlansági reláció⁴⁵ is közvetlen kapcsolatba hozható Bohr ötödik posztulátumával. A reláció eredeti megfogalmazása szerint egy test helykoordinátájában és az azonos irányába eső impulzuskomponensben lévő bizonytalanság (Δx , illetve Δp_x) szorzata mindig legalább akkora, mint a redukált Planck-állandó fele:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi} \quad (16)$$

Pontos matematikai fogalmakat használva a képletben bizonytalanságok alatt a valószínű-

⁴⁴ DE BROGLIE 1923.

⁴⁵ HEISENBERG 1927.

ségszámításban szórásnak nevezett mennyiséget kell érteni. Az $n = 1$ -hez tartozó, r_1 sugarú körpályán mozgó elektron esetében a pálya középpontján átmenő bármely koordinátatengelyre nézve könnyen belátható, hogy azon az elektron koordinátájának várható értéke 0, míg szórása $(= \Delta x)$.⁴⁶ Analóg módon az impulzusvektor ezen tengely irányába eső várható értéke 0, míg szórása $(= \Delta p_x)$. Ezt a két mennyiséget behelyettesítve a 16-os egyenletbe a következő adódik:

$$\frac{r_1}{\sqrt{2}} \frac{mv_1}{\sqrt{2}} \geq \frac{h}{4\pi} \quad (17)$$

A képletben az egyenlőtlenség határesetét, vagyis az egyenlőséget használva közvetlenül adódik a 2-es kvantumfeltétel $n = 1$ esete, vagyis Bohr ötödik posztulátuma.

Végül még közvetlenebb és nagyrészt a klasszikus fizika fogalomrendszerén belüli magyarázatra nyílt lehetőség akkor, amikor Chandrasekhara Venkata Raman (1888–1970) és Suri Bhagavantam (1909–1989) kísérletileg igazolták, hogy egy fotonnak energiájától függetlenül mindig $h/(2\pi)$ impulzusmomentuma van.⁴⁷ A Bohr-féle atommodellben az elektronok úgy tudnak a stacionárius pályák között állapotot váltani, hogy közben a rendszer egy foton nyel el vagy bocsát ki. A klasszikus fizikából jól ismert impulzusmomentum-megmaradási törvény szerint ezért az elektron impulzusmomentuma egy ilyen átmenet során annyit változik, amennyi egy foton járuléka. Ebből már következik, hogy a stacionárius pályán lévő elektron impulzusmomentumának éppen $h/(2\pi)$ egész számú többszörösének kell lennie.

Összegzés

A Bohr-féle atommodell mindmáig nagy hatással van arra, ahogy a kémikusok az atomszerkezetről intuitívan gondolkodnak, például az elektronok atommag körüli keringéséről vagy az atomok, esetleg elektronpályák sugaráról a hullámmechanikai modellben valójában csak nagyon hozzávetőlegesen lehet beszélni. A Bohr-modell valójában már kvantummechanikai modell, mert a klasszikus fizika elveiből nem következő, egyes fizikai mennyiségek kvantáltságát kimondó posztulátumokra épül.

Más természettudományos elméletekhez hasonlóan az idők során a Bohr-modell posztulátumainak pontos megfogalmazása átment csekélyebb változásokon, míg a matematikai levezetések mikéntje elsősorban a fizikai mennyiségek következetesebb, SI mértékegységrendszerhez igazodó használata miatt nyertek új alakot.

A modell leglényegesebb új eleme a kvantumposztulátum volt, amely az atommag körül keringő elektron impulzusmomentumára tett előzmények nélküli feltételezést. Bohr ennek megalapozására eredetileg az elektron körmozgási frekvenciája és a keletkező elektromágneses sugárzás frekvenciája között tételezett fel kapcsolatot. A posztulátum fizikai háttérét csak később, egymástól viszonylag távol álló jelenségek révén sikerült tisztázni: ebben komoly szerepe volt a hullám-részecske kettősség megértésének, a fizikai mennyiségek közötti, kvantummechanikai határozatlansági relációk felismerésének, illetve annak

⁴⁶ Azt, hogy a várható érték nulla, igen könnyű belátni a szimmetria sajátságok miatt: x egy pozitív értékének pontosan olyan valószínűnek kell lennie, mint az ugyanolyan abszolút értékű negatívnak. A szórás kiszámolása már nehezebb feladat, ehhez például a $\int_0^{2\pi} \sin^2 x dx = \pi$ azonosságot kell felhasználni.

⁴⁷ RAMAN – BHAGAVANTAM 1931.

a ténynek, hogy a foton impulzusmomentumáról kísérletileg sikerült bizonyítani, hogy az energiájától független, állandó érték. Az 1913-ban, pusztán egy modell kidolgozása céljából megfogalmazott feltételezések így lényegében a fizika későbbi fejlődését előlegezték meg egy pontos matematikai formába öntött egyenlet alakjában.

JELÖLÉSEK JEGYZÉKE

a_0	Bohr-sugár ($5,292 \times 10^{-11}$ m)
c	vákuumban mért fénysebesség ($2,998 \times 10^8$ m s ⁻¹)
e	elemi töltésegység ($1,602 \times 10^{-19}$ C)
E_n	az n egész számhoz tartozó pályán keringő elektron energiája (J)
h	Planck-állandó ($6,626 \times 10^{-34}$ J s)
m	az elektron tömege ($9,109 \times 10^{-31}$ kg)
n, n_1, n_2	egész számok (dimenziómentes)
r_n	az n egész számhoz tartozó pálya sugara (m)
R_H	Rydberg-állandó ($1,097 \times 10^7$ m ⁻¹)
v_n	az n egész számhoz tartozó pályán keringő elektron sebessége (m s ⁻¹)
Δx	egy test x koordinátájának szórása (m)
Δp_x	egy test impulzusvektorában az x irányú komponens szórása (kg m s ⁻¹)
ϵ_0	a vákuum permittivitása ($8,854 \times 10^{-12}$ J ⁻¹ C ² m ⁻¹)
λ	hullámhossz (m)
λ_H	a hidrogénatomban lévő vonalak hullámhossza (m)
ν	frekvencia (s ⁻¹)
π	a kör kerületének és átmérőjének hányadosa (dimenziómentes, 3,1415...)

IRODALOM

BALMER 1885	BALMER, Johann Jakob: Notiz über die Spectrallinien des Wasserstoffs. <i>Annalen der Physik</i> 261. (1885):5. 80–87.
BRACKETT 1922	BRACKETT, Theodore: Visible and infra-red radiation of hydrogen. <i>Astrophysical Journal</i> 56. (1922):3. 154–161.
BOHR 1913b	BOHR, Niels: On the constitution of atoms and molecules. <i>Philosophical Magazine Series (6)</i> 26. (1913):151. 1–25.
BOHR 1913c	BOHR, Niels: On the constitution of atoms and molecules. Part II. – Systems containing only a single nucleus. <i>Philosophical Magazine Series (6)</i> 26. (1913):153. 476–502.
BOHR 1913d	BOHR, Niels: On the constitution of atoms and molecules. Part III. – Systems containing several nuclei. <i>Philosophical Magazine Series (6)</i> 26. (1913):155. 857–875.
BOHR 1913e	BOHR, Niels: The spectra of helium and hydrogen. <i>Nature</i> 92. (1913):2295. 231–232.

- COULOMB 1785a COULOMB, Charles-Augustin: Premier mémoire sur l'électricité et le magnétisme. In: *Histoire de l'Académie Royale des Sciences*. Paris, 1785. 569–577.
- COULOMB 1785b COULOMB, Charles-Augustin: Second mémoire sur l'électricité et le magnétisme. In: *Histoire de l'Académie Royale des Sciences*. Paris, 1785. 578–611.
- COULOMB 1785c COULOMB, Charles-Augustin: Troisième mémoire sur l'électricité et le magnétisme. In: *Histoire de l'Académie Royale des Sciences*. Paris, 1785. 611–638.
- DALTON 1808 DALTON, John: *A new System of Chemical Philosophy*. London, 1808.
- DE BROGLIE 1923 DE BROGLIE, Louis: Waves and Quanta. *Nature* 112. (1923):2815. 540–540.
- EINSTEIN 1905 EINSTEIN, Albert: Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt. *Annalen der Physik* 322. (1905):1. 132–148.
- EINSTEIN 1906 EINSTEIN, Albert: Zur Theorie der Lichterzeugung und Lichtabsorption. *Annalen der Physik* 325. (1906):6. 199–206.
- EINSTEIN 1907 EINSTEIN, Albert: Die Plancksche Theorie der Strahlung und die Theorie der spezifischen Wärme. *Annalen der Physik* 327. (1907):1. 180–190.
- HEISENBERG 1927 HEISENBERG, Werner Karl: Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik. *Zeitschrift für Physik* 43. (1927):3–4. 172–198.
- HUMPHREYS 1953 HUMPHREYS, Curtis Judson: The sixth series in the spectrum of atomic hydrogen. *Journal of Research of the National Bureau of Standards* 50. (1953):1. 1–6.
- JAMMER 1966 JAMMER, Max: *The conceptual development of quantum mechanics*. New York, 1966.
- KIRCHHOFF – BUNSEN 1860a KIRCHHOFF, Gustav Robert – BUNSEN, Robert Wilhelm: Chemische Analyse durch Spectralbeobachtungen. *Annalen der Physik* 186. (1860):6. 161–189.
- KIRCHHOFF – BUNSEN 1860b KIRCHHOFF, Gustav Robert – BUNSEN, Robert Wilhelm: Chemical analysis by spectrum-observations. *Philosophical Magazine Series (4)* 20. (1860):131. 88–109.
- LYMAN 1906 LYMAN, Theodore: The spectrum of hydrogen in the region of extremely short wave-length. *Astrophysical Journal* 23. (1906):3. 181–210.
- MAXWELL 1865 MAXWELL, James Clerk: A dynamical theory of the electromagnetic field. *Philosophical Transactions* 155. (1865):1. 459–512.

- MENGYELEJEV 1869a MENGYELEJEV, Dmitrij Ivanovics: Соотношение свойств с атомным весом элементов. Журнал Русского Химического Общества 1. (1869):2–3., 60–77.
- MENGYELEJEV 1869b MENGYELEJEV, Dmitrij Ivanovics: Über die Beziehungen der Eigenschaften zu den Atomgewichten der Elemente. *Zeitschrift für Chemie Neue Folge V. Band* 12. (1869):1. 405–406.
- MÉRŐ 2019 MÉRŐ László: *Az ész segédigéi*. Budapest, 2019.
- NICHOLSON 1911a NICHOLSON, John William: The spectrum of nebium. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 72. (1911):1. 49–64.
- PASCHEN 1908 PASCHEN, Friedrich: Zur Kenntnis ultraroter Linienspektra. I. (Normalwellenlängen bis 27000 Å.-E.). *Annalen der Physik* 332. (1908):13. 537–570.
- PFUND 1924 PFUND, August Herman: The emission of nitrogen and hydrogen in the infrared. *Journal of the Optical Society of America* 9. (1924):3. 193–196.
- PLANCK 1910a PLANCK, Max: Zur Theorie der Wärmestrahlung. *Annalen der Physik* 336. (1910):4. 758–768.
- PLANCK 1910b PLANCK, Max: Über die Begründung des Gesetzes der schwarzen Strahlung. *Annalen der Physik* 342. (1910):4. 642–656.
- PLANCK 1911 PLANCK, Max: Eine neue Strahlungshypothese. *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* 13. (1911) 138–148.
- RAMAN – BHAGAVANTAM 1931 RAMAN, Chandrasekhara Venkata – BHAGAVANTAM, Suri: Spin of light quanta. *Nature* 128. (1931):3234. 727–727.
- RUSSELL – ROSSI 1912 RUSSELL, Alexander Stuart – ROSSI, R.: An investigation of the spectrum of ionium. *Proceedings of the Royal Society (London) A* 87. (1912):598. 478–484.
- RUTHERFORD 1911 RUTHERFORD, Ernest: The scattering of α and β particles by matter and the structure of the atom. *Philosophical Magazine Series (6)* 21. (1911):125. 669–688.
- RYDBERG 1890a RYDBERG, Johannes Robert: Recherches sur la constitution des spectres d'émission des éléments chimiques. *Kongliga Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar 2nd series* 23. (1890):11. 1–177.
- RYDBERG 1890b RYDBERG, Johannes Robert: On the structure of the line-spectra of the chemical elements. *Philosophical Magazine Series (5)* 29. (1890):179. 331–337.
- SIMONYI 2011 SIMONYI Károly: *A fizika kultúrtörténete*. Ötödik kiadás. Budapest, 2011.
- TANK 1919 TANK, Franz: Über Serienspektren nach dem Bohrschen Modell. *Annalen der Physik* 364. (1919):12. 293–331.

- THOMSON 1897 THOMSON, Joseph John: Cathode rays. *Philosophical Magazine Series (5)* 44. (1897):269. 293–316.
- VESZPRÉMI 2015 VESZPRÉMI Tamás: *Általános kémia*. Második kiadás. Budapest, 2015.

BOHR 1. TÁBLÁZATBAN SZEREPLŐ HIVATKOZÁSAINAK FELOLDÁSA

- BARKLA 1911 BARKLA, Charles Glover: Note on the energy of scattered X-radiation. *Philosophical Magazine Series (6)* 21. (1911):125. 648–652.
- BJERRUM 1911 BJERRUM, Niels: Über die spezifische Wärme der Gase. *Zeitschrift für Elektrochemie* 17. (1911):17. 731–735.
- BJERRUM 1912 BJERRUM, Niels: Über die spezifische Wärme der Gase, II. *Zeitschrift für Elektrochemie* 18. (1912):3. 101–104.
- BOHR 1913a BOHR, Niels: On the theory of the decrease of velocity of moving electrified particles on passing through matter. *Philosophical Magazine Series (6)* 25. (1913):145. 10–31.
- BUCHERER 1912 BUCHERER, Alfred Heinrich: Die neuesten Bestimmungen der spezifischen Ladung des Elektrons. Paris, 1885. *Annalen der Physik* 342. (1912):3. 597–598.
- CUTHBERTSON – CUTHBERTSON 1910 CUTHBERTSON, Clive – CUTHBERTSON, Maude: On the refraction and dispersion of air, oxygen, nitrogen, and hydrogen, and their relations. *Proceedings of the Royal Society (London) A* 83. (1910):561. 151–171.
- EINSTEIN 1905 EINSTEIN, Albert: Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt. *Annalen der Physik* 322. (1905):1. 132–148.
- EINSTEIN 1906 EINSTEIN, Albert: Zur Theorie der Lichterzeugung und Lichtabsorption. *Annalen der Physik* 325. (1906):6. 199–206.
- EINSTEIN 1907 EINSTEIN, Albert: Die Plancksche Theorie der Strahlung und die Theorie der spezifischen Wärme. *Annalen der Physik* 327. (1907):1. 180–190.
- FRANCK 1910 FRANCK, James: Über das Vorkommen freier Elektronen in chemisch trägen Gasen bei Atmosphärendruck. *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* 12. (1910) 613–620.
- FRANCK – HERTZ 1913 FRANCK, James – HERTZ, Gustav: Messung der Ionisierungsspannung in verschiedenen Gasen. *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* 15. (1913). 34–44.
- FOWLER 1912 FOWLER, Alfred: Observations of the principal and other series of lines in the spectrum of hydrogen. (Plates 2–4.). *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 73. (1912):2. 62–63.

- GEIGER – MARSDEN 1913 GEIGER, Hans – MARSDEN, Ernest: The laws of deflexion of a particles through large angles. *Philosophical Magazine Series (6)* 25. (1913):148. 604–623.
- GMELIN 1909 GMELIN, Paul: Der Zeemaneffekt einiger Quecksilberlinien in schwachen Magnetfeldern. Absolut gemessen. *Annalen der Physik* 333. (1909):5. 1079–1087.
- HAAS 1910 HAAS, Arthur Erich: Der Zusammenhang des Planckschen Wirkungsquantums mit den Grundgrößen der Elektronentheorie. *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik* 7. (1910):2. 261–268.
- HABER 1911 HABER, Fritz: Über den festen Körper sowie über den Zusammenhang ultravioletter und ultraroter Eigenwellenlängen im Absorptionsspektrum fester Stoffe der Quantentheorie. *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* 13. (1911) 1118–1136.
- KAYSER 1905 KAYSER, Heinrich Gustav: *Handbuch der Spectroscopie*. 3. kötet. Leipzig, 1905. 366.
- LANGEVIN – DE BROGLIE 1912 *La Théorie du rayonnement et les quanta. Rapports et discussions de la Réunion tenue à Bruxelles, du 30 octobre au 3 novembre 1911 sous les auspices de M. E. Solvay*. Eds. LANGEVIN, Paul – DE BROGLIE, Maurice. Paris, 1912.
- LANGMUIR 1912 LANGMUIR, Irving: The dissociation of hydrogen into atoms. *Journal of the American Chemical Society* 34. (1912):7 860–877.
- LINDEMANN 1911a LINDEMANN, Frederick Alexander: Über die Berechnung der Eigenfrequenzen der Elektronen im selektiven Photoeffekt. *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* 13. (1911). 482–488.
- LINDEMANN 1911b LINDEMANN, Frederick Alexander: Über Beziehungen zwischen chemischer Affinität und Elektronenfrequenzen. *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* 13. (1911) 1107–1116.
- MILLIKAN 1913 MILLIKAN, Robert Andrews: The law of fall of a drop through air at reduced pressures and a redetermination of e . In: *Report of the Eighty Second Meeting of the British Association for the Advancement of Science. Dundee: 1912 September 4–11*. London, 1913. 410.
- NICHOLSON 1911a NICHOLSON, John William: The spectrum of nebulium. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 72. (1911):1. 49–64.
- NICHOLSON 1911b NICHOLSON, John William: The constitution of the solar corona I.: Protofluorine. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 72. (1911):2. 139–150.

- NICHOLSON 1912a NICHOLSON, John William: The constitution of the solar corona II. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 72. (1912):8. 677–693.
- NICHOLSON 1912b NICHOLSON, John William: On the new nebular line at λ_{4353} . *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 72. (1912):8. 693.
- NICHOLSON 1912c NICHOLSON, John William: The constitution of the solar corona III. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 72. (1912):9. 729–740.
- NICHOLSON 1913 NICHOLSON, John William: A possible extension of the spectrum of hydrogen. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 73. (1913):5. 382–386.
- PASCHEN 1908 PASCHEN, Friedrich: Zur Kenntnis ultraroter Linienspektren. I. (Normalwellenlängen bis 27000 Å.-E.). *Annalen der Physik* 332. (1908):13. 537–570.
- PICKERING 1896 PICKERING, Edward Charles: Stars having peculiar spectra. New variable stars in Crux and Cygnus. *Astrophysical Journal* 4. (1896):5. 369–370.
- PICKERING 1897 PICKERING, Edward Charles: The spectrum of ζ -Puppis. *Astrophysical Journal* 5. (1897):2. 92–94.
- PLANCK 1910a PLANCK, Max: Zur Theorie der Wärmestrahlung. *Annalen der Physik* 336. (1910):4. 758–768.
- PLANCK 1910b PLANCK, Max: Über die Begründung des Gesetzes der schwarzen Strahlung. *Annalen der Physik* 342. (1910):4. 642–656.
- PLANCK 1911 PLANCK, Max: Eine neue Strahlungshypothese. *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* 13. (1911) 138–148.
- RITZ 1908 RITZ, Walter: Über eines neues Gesetz der Serienspektren. *Physikalische Zeitschrift* 9. (1908):16. 521–529.
- RUSSELL – ROSSI 1912 RUSSELL, Alexander Stuart – ROSSI, R.: An investigation of the spectrum of ionium. *Proceedings of the Royal Society (London)* A 87. (1912):598. 478–484.
- RUTHERFORD 1911 RUTHERFORD, Ernest: The scattering of α and β particles by matter and the structure of the atom. *Philosophical Magazine Series (6)* 21. (1911):125. 669–688.
- RUTHERFORD 1912a RUTHERFORD, Ernest: The origin of β and γ rays from radioactive substances. *Philosophical Magazine Series (6)* 24. (1912):142. 453–462.
- RUTHERFORD 1912b RUTHERFORD, Ernest: On the energy of the groups of β rays from radium. *Philosophical Magazine Series (6)* 24. (1912):144. 893–894.

- SCHIDLOF 1911 SCHIDLOF, Arthur: Zur Aufklärung der universellen elektrodynamischen Bedeutung der Planckschen Strahlungskonstanten h . *Annalen der Physik* 340. (1911):6. 90–100.
- THOMSON 1904 THOMSON, Joseph John: On the structure of the atom: an investigation of the stability and periods of oscillation of a number of corpuscles arranged at equal intervals around the circumference of a circle; with application of the results to the theory of atomic structure. *Philosophical Magazine Series (6)* 7. (1904):39. 237–265.
- THOMSON 1912a THOMSON, Joseph John: Ionization by moving electrified particles. *Philosophical Magazine Series (6)* 23. (1912):136. 449–457.
- THOMSON 1912b THOMSON, Joseph John: Further experiments on positive rays. *Philosophical Magazine Series (6)* 24. (1912):140. 209–253.
- THOMSON 1912c THOMSON, Joseph John: Multiply-charged atoms. *Philosophical Magazine Series (6)* 24. (1912):142. 668–672.
- VAN DEN BROEK 1913 VAN DEN BROEK, Antonius: Die Radioelemente, das periodische System und die Konstitution der Atome. *Physikalische Zeitschrift* 14. (1913):1 32–41.
- WARBURG – LEITHÄUSER – HUPKA 1913 WARBURG, Emil Gabriel – LEITHÄUSER, Gustav – HUPKA, Erich – MÜLLER, Carl: Über die Konstante c des Wien-Planckschen Strahlungsgesetzes. *Annalen der Physik* 345. (1913):3. 609–634.
- WERTHEIMER 1911 WERTHEIMER, Eduard: Die Planksche Konstante h und der Ausdruck $h\nu$. *Physikalische Zeitschrift* 12. (1911) 408–412.
- WERTHEIMER 1912 WERTHEIMER, Eduard: Zur Haberschen Theorie der Wärmetönung. *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* 14. (1912) 431–437.
- WHIDDINGTON 1911 WHIDDINGTON, Richard: The production of characteristic Röntgen radiations. *Proceedings of the Royal Society (London) A* 85. (1911):579. 323–332.
- WOOD 1911 WOOD, Robert William: *Physical Optics*. New York, 1911.

Physical Revolution in Chemistry: the Core Ideas behind the Bohr Model of the Atom

by Gábor Lente

(Summary)

Niels Bohr published the fundamentals of the atom model later named after him in three scientific papers in 1913. This article explores the origins of the famous postulates in the model and also discusses how these were validated experimentally in later discoveries. The postulate that states the circular movement of the electron around the nucleus contradicted the Maxwell equations, which were well established in 1913 and required the emission of electromagnetic radiation in such cases. However, the assumed scenario followed directly from sound experimental findings. The truly novel element was the quantum postulate, which enabled a fully quantitative interpretation of the known atomic spectrum of the hydrogen atom. To establish the postulate, Bohr assumed a connection between the frequency of the circular motion of the electron and the frequency of the emitted electromagnetic radiation. At the time, the utility of this assumption was shown by the agreement of the conclusions drawn from it with experimental observations. The physical background of the quantum postulate was discovered later by seemingly remote findings: the wave-particle duality, the quantum mechanical uncertainty principle, and the experimental confirmation of the fact that the angular momentum of the photon is a constant that does not depend on its energy. In this sense, the postulates that were originally set up only to provide the framework for an atom model became the harbingers of later major developments in physics already given in the form of an exact mathematical equation.