



FEKETE-AFRIKA MATEMATIKAI MULTSÁGAI

BÉRES MÁRIA

A korai gyermekkorban alakuló személyiség – viselkedés, találmányosság, éleselmé-jűség – formálásában igen nagy szerepe van a meséknek és a különféle játékoknak. Akárcsak a népmese, a játékok is tükrözik egy társadalom ősöktől átvett gondolkodásmódját, észjárását. A következőkben Fekete-Afrika matematikai multságait, az afrikai gyerekek néhány játékát, valamint néhány felnőtt szórakozást mint a kulturális örökség, Afrika értékeinek részét vizsgáljuk. Célunk hozzájárulni a mai Afrika és múltja jobb megértéséhez. És tesszük ezt mindazon oknál fogva, mivel tapasztalataink szerint számos matematikai témájú publikáció, konferencia és előadás ellenére még ma, a 21. század elején is él az a felfogás, miszerint Afrikában egyáltalán nem létezett semmiféle matematikai tevékenység. Jóllehet, azon a több száz éven át szétprédált kontinensen évszázadokkal ezelőtt – miközben Európa nagy része a sötét középkor idejét élte – legendásan gazdag birodalmak és fejlett kultúrák jöttek létre. Nem is egy nyugat-afrikai város már a 12. századtól működtetett egyetemet (pl. Djenné, Timbuktu, Gao és Agades). Igaz, ezek csupán egy elit számára voltak fenntartva, akárcsak Európában. A 18. században újabb nyugat-afrikai városok alapítottak hasonló egyetemeket (pl. Sokoto, Kano, Labé, Fugumba, Dingiray). Az első portugál hajósok forgalmas kikötőket és gyönyörű part menti városokat találtak, amelyekhez foghatót Európában is csak alig láthattak. „Olyan tengerészek között találtak magukat, akik ismerték a tengeri utakat Indiába, de még azon túl is, akik legalább olyan jó, sőt jobb térképek, iránytűk és kvadránsok segítségével hajóztak, mint ők, s akik náluk többet tudtak a világról” (Basil Davidson: *Az újra felfedezett ősi Afrika – A fekete anya*. Gondolat, Budapest, 1965, Ford.: Félix Pál, p. 151.) Gondoljuk csak meg, lehetséges lett volna mindez számok, matematikai szabályszerűségek ismerete nélkül? Amint azt már sorozatunk előző két tanulmánya is bizonyítani igyekezett: a gyakran lebecsülő véleménnyel primitívnek aposztrofált afrikai matematika valójában igen kifinomult, csak éppen más matematika.

Gyermekjátékok

Az afrikai gyerekek minden ismeretüket szüleiktől, testvéreiktől és a falu véneitől kapták az ősi életmód folytatásához. A folklóralkotások között így kaptak jelentős szerepet a felnőttek gyermekeknek szóló alkotásai. Bár a gyermek még csupán szemlélője az eseményeknek, a játék – a mondókák, kiszámolók hallgatása, ismét-

lése, eljátszása – során vidám, közvetlen kapcsolat teremődik a résztvevők között. Fejlődik a gyermek képzelőereje, ismerkedik a környező világgal, a természettel, az évszakokkal, az állatokkal, de legfőképpen anyanyelvével. Gyarapodik a szókincs, elsajátítja a nyelv dallamát, ritmusát. A gyakori ismétlések, a rímek, a ritmikusság észrevétlenül magukkal ragadják a kisgyermeket.

Ujjszámoló rigmusok

Az afrikai gyermekek, a világ sok más gyermekéhez hasonlóan, ujjszámoló rigmusokat tanulnak még a számsor tudatosulása előtt. Egyes rímek csak ötig mennek, a legtöbb tízig – a két kéz tíz ujjának megfelelően – mások akár húszig is folytatódhatnak. Egyes területeken, ahol a tizenkettes számalapot használták, a rigmusok a tizenkettes rendszeren alapulnak, vagy különösen hangsúlyozzák a három vagy a négy többszöröseit.

Kiszámolók

A kiolvasók vagy kiszámolók meghatározott funkciójú mondókák. Mindig a játékok előtt, a játékokkal szoros kapcsolatban fordulnak elő. Kisorsolással döntenek el, ki legyen a hunyó, a fogó, ki álljon a kör közepén, ki melyik csapatba tartozzon, esetleg ki végezzen el egy bizonyos feladatot, stb. A döntést a sorsra hárítják. Ennek az ősi szokásnak a gyökerei minden nép gyermekmondókáiban megtalálhatók. Ezek biztonnal régi vallási szokások, mágikus szertartások emlékei. A szertartást végző varázslóra utalnak a varázsigék jellegét magukon viselő értelmetlen bűbajos szavak. Ritmusra mondják az értelmes és értelmetlen szavak egyvelegét.

Amikor Stone Town (Zanzibár város, Tanzánia) síkátoraiban a gyerekek bújócskát játszanak, az *Anna anna anna do* című szuahéli kiszámoló dallal választják ki a hunyót, így:

*Anna anna anna do,
Kachanika basto,
Ispiringi matido,
Anna kwa, anna kwa,
Duku duku lemba kwa fuss!*

A dal szövege nem szuahéli, bár hangzásra olyan, mintha valami kongói bantu nyelv lenne, de ez csupán halandzsa, és „magyarra” fordítva így hangzana:

*Anna anna anna do,
Kacsanika baszto,
Izspiringi matido,
Anna kwa, anna kwa,
Duku duku lemba kwa fuszsz!*

Néhány értelmes szuahéli szó kikövetkeztethető ugyan a vers szavaiból, mint például *ana kwa ana/uso kwa uso* = szemtől szembe, *duku duku/mshangao* = meglepetés/felkiáltás, *mitindo* = mód, viselkedés. A vers talán egy Anna nevű lányt hív a költővel való személyes találkára. És akkor eszembe jut gyerekkorom ismert kiszámolója:

Antanténusz
szórákaténusz
szóraka-tike-tuka.
Ala-bala
Bambuszka.

Ehhez hasonló kiszámoló rigmusokat énekelnek a Taita hegyekben élő gyerekek Dél-Kenyában is. A dalok nem minden szava halandzsa, egyes szavak valaha a helyi nyelv szavai voltak, de már rég elavultak és meglepő módon fennmaradtak ezekben a gyermekdalokban, melyeket a gyerekek játék közben énekelnek, és a verseket a számoláshoz is felhasználják. A kiszámoló énekek a venda gyerekek zenei repertoárjának is első darabjai közé tartoznak. A szavakat ők is az ujjaikon való számolással kísérik. Okos gyerekek ki tudják számolni, hogy hova kell állni vagy ülni ahhoz, hogy ne maradjanak utolsónak a kiszámolásnál, vagy ha ők a kiszámolók, akkor hogyan kell számolniuk ahhoz, hogy egy bizonyos valaki kerüljön a végére.

A kiszámolók zöme dallam nélkül szólal meg. Jellegzetességük, hogy a kiolvasó ritmikus hanglejtéssel, a közönséges beszéd-től eltérően mondja a verset. Egy sona (Délkelet-Afrika) játékban, amelyet este a tűz körül ülve játszanak, egy idősebb felnőtt bizonyos verseket mond ritmikusan, és a gyerekeknek nagyon kell figyelni, mert pontosan meg kell számolniuk a fő ütemeket. A versmondó változtathatja a beszéd sebességét, hol gyorsan, hol lassan mondva a verset. Mindez sok nevetés és örömteli taps közepette folyik.

A joruba nyelvet beszélő nigériai gyerekek a következő dalocskát éneklik, játék közben olykor egymást kézen fogva, máskor a forró nap alatt egy fa árnyékában ülve:

L'abe igi orombo
(joruba gyermekdal)

L'abe igi orombo
N'ibe l'agbe nseré wa
Inu wa dun, ara wa ya
L'abe igi orombo.

Orombo, orombo,
Orombo, orombo.

A narancsfa alatt
(a dal magyar fordításban)

A narancsfa alatt,
Ahol játszunk
Boldogok vagyunk és nyughatatlanok
A narancsfa alatt.

Narancs, narancs,
Narancs, narancs.

Figyeljük meg a legfőbb szent szám, a négy jelenlétét a dalban: a végén négyszer ismétli az *orombo* (narancs) szót!

Rejtvények

A rejtvények a legtöbb afrikai társadalomban egyfajta művészeti ágat képviselnek. A beszéd és társalgás hagyományosan fontos velejárói. A rejtvény egyszerű és elegáns módja valamely gondolat tömör közlésének. Akárcsak a közmondások, a rejtvények is rövidek, tömörek, és a természeti környezet megfigyelésén alapulnak. Minden rejtvény egy-egy logikai gyakorlat, amikor is a hallgatónak választ kell találnia egy kérdésre, vagy meg kell fejtenie egy állítás jelentését. Fontos szerepe van a kritikus gondolkodás kialakításában és az ősi ismeretek átadásában, miközben szórakoztató is. A különböző bantu nyelvekben számos hasonló rejtvény létezik, amelyek feltehetőleg közös eredetre vezethetők vissza, bár ez nem minden esetben bizonyítható. Lássunk hát néhány egyszerű példát!

Wolof rejtvény (Szenegál, Gambia, Mauritánia): Örökké reptül, sosem pihen. Mi az?

Válasz: A szél.

Ugyanezt a rejtvényt a baszutok (Lesothoi Királyság) így fogalmazzák: Se szárnya se lába, mégis sebesen száll, rabul nem ejthető. Mi az?

Válasz: A hang.

Joruba rejtvény (Nigéria): Ki az, akinek a háza vendégek fogadására kicsi?

Válasz: A teknősbéka.

Ga rejtvény (Ghána): Mindig csak egy szemmel nézzük, sosem kettővel. Mi az?

Válasz: Az üveg belseje.

Hausza rejtvény (Nyugat-Afrika): Miért mondjuk, hogy a férfi olyan, mint a bors?

Válasz: Mert míg meg nem tapasztaltad, nem ismered az erejét.

Szuahéli rejtvény (Kelet-Afrika): Állandóan üldözik, de sosem előzik meg egymást.

Válasz: Egy jármű kerekei.

Maszai rejtvény (Kelet-Afrika): Ki bátrabb egy maszai harcosnál?

Válasz: Két maszai harcos.

Az egészen nehéz rejtvények gyakran az ifjak beavatási szertartásának részét képezték Afrikában. Aki nem tudta megválaszolni azokat, azt hivatalosan nem ismerték el felnőttnek.

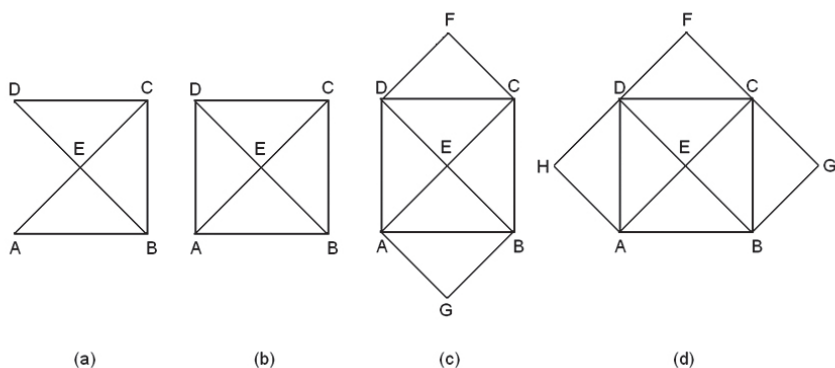
Homokba rajzolt vonalak – Gráfok

A gráfelmélet a matematika, azon belül is a kombinatorika egyik fontos ága azóta, hogy ezeknek az „(irányított) nyilaknak a hálózatát” mátrixok segítségével „számítani” tudjuk, és így módon egyébként megjósolhatatlan következtetésekre juthatunk.¹

Világszerte számos kultúrában fellelhető az a szokás, hogy valamely dolog mitikus jellegét erősítvén ujjal (vagy egy pálcikával) bizonyos ábrákat, a matematika nyelvén fogalmazva hálózatokat rajzolnak a homokba anélkül, hogy az ujjukat ill. a pálcát felemelnék, vagy egyes vonalakat kétszer áthúznának. Ez azt mutatja, hogy nem csak a tánc, a zene és a drámai kifejezés, hanem bizonyos matematikai feladatok is az inspiráció forrását képezték a különféle szertartásokban.

Bizonyára mindannyian próbáltunk már egyszerű ábrákat úgy lerajzolni, hogy közben nem emeltük fel a ceruzát. Gyermekkoromban mi őrbódét rajzoltunk így. A magyar származású Afrika-kutató, etnográfus, Torday Emil (1875–1931) is említi egyik könyvében, hogy amikor Kongóban élt, egyszer a homokban játszó busongo gyerekek megkérték „bizonyos lehetetlen dolgokra”, és „nagy volt az örömük, amikor látták, hogy a fehér embernek ez nem sikerül”. A feladat pedig az volt, hogy bizonyos ábrákat rajzoljon a homokba anélkül, hogy az ujját felemelné, vagy egyes vonalakat kétszer áthúzna. A játék kedvéért most próbáljuk meg ezt mi magunk is az 1. ábrán látható hálózatokkal!

Nos, az a , c és d hálózatok egyetlen vonallal megrajzolhatók, de b nem. Ahhoz, hogy megtudjuk, hogy egy ábra megrajzolható-e egyetlen vonallal, meg kell néznünk, hány olyan csúcs van, ahol páros, és hány, ahol páratlan számú él fut össze. Erről készíthetünk egy táblázatot, a matematika nyelvén: egy mátrixot (2. ábra). Az a ábrán például öt csúcs van. A B és C páratlan csúcs, mivel ezekben páratlan számú él találkozik, az A , D és E páros csúcsok. A két páratlan csúcsot tartalmazó hálózatok (a és d) egyetlen vonallal megrajzolhatók. Az egyik páratlan csúcs a kiin-



1. ábra: Hálózatok

A szerző rajzai Claudia Zaslavsky után:

C. Zaslavsky: *Afrika számol. Gondolat, Bp., 1984, 121. old.*

Alakzat	A	B	C	D	E	F	G	H	Páratlan csúcsok száma	Megrajzolható?
a	2	3	3	2	4	-	-	-	2	igen
b	3	3	3	3	4	-	-	-	4	nem
c	4	4	4	4	4	2	2	-	-	igen
d	4	4	5	5	4	2	2	2	2	igen

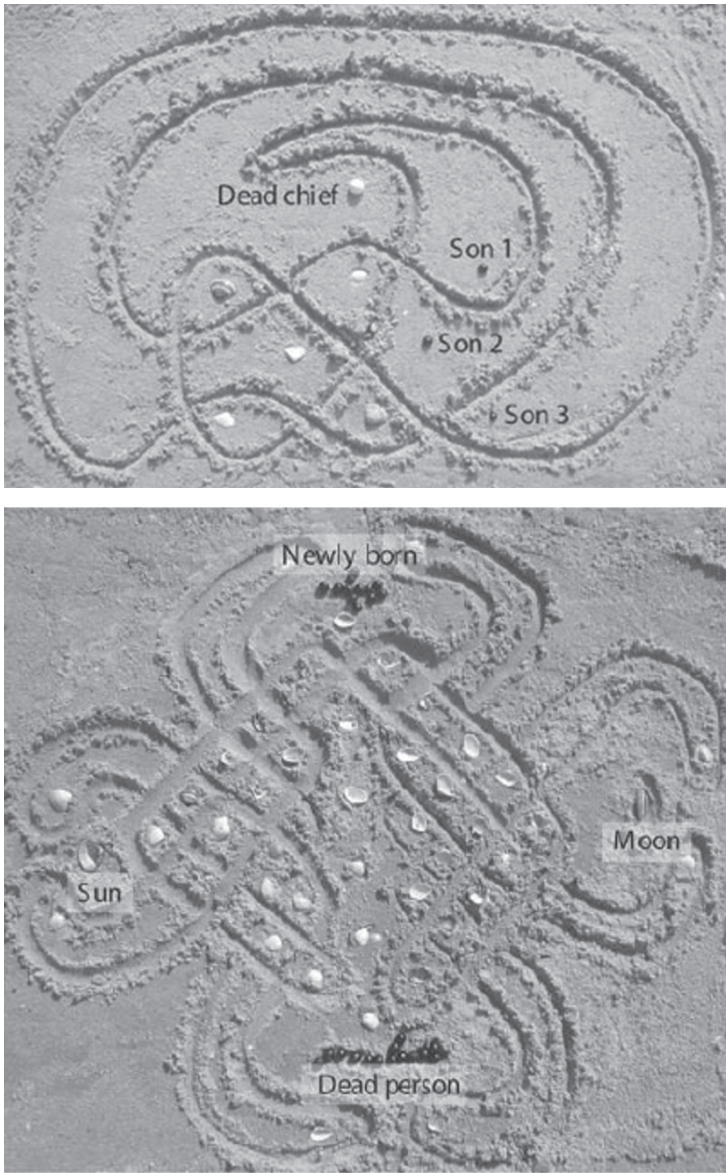
2. ábra: Az egyes csúcsokban található élek mátrixa

Claudia Zaslowsky után: C. Zaslowsky: *Afrika számol. Gondolat, Bp., 1984, 121. old.*

dulási pont, a másik a végpont. Az olyan hálózat, amelyben egyáltalán nincs páratlan csúcs (c) bárholonnan indulva megrajzolható egyetlen vonallal.

Angola, Zambia és Kongó egymással szomszédos vidékein él a csokve nép. Híresek a díszítőművészetükről, és közismerten híres mesemondók. Este, amikor a falu népe, avagy a vadászaton lévő férfiak a tűz köré telepednek, régi legendákkal, mesékkel szórakoztatják egymást, amiket a mesélő általában a homokba – esetleg valami maradandóbb tárgyra – rajzolt „sona” (többes szám) ill. „lusona” (egyes szám) rajzzal illusztrál. A beavatási szertartás során minden generáció megtanulja, hogyan kell ezeket a bonyolult hálózatokat egyetlen folyamatos vonallal megrajzolni. A történet szerint, amikor az egyik falu főnöke meghalt, három jelölt pályázott a helyére. A szituációt egy geometriai ábra jelenítette meg: középen egy nagy fehér pont ábrázolta a halott főnököt, valamint három kis fekete pont (az ábrán 1, 2 és 3 számmal jelölve) a jelölteket. A körjük rajzolt zárt görbe mutatja, hogy csak egy jelölt érhetette el a főnököt anélkül, hogy a vonalon áthaladt volna. Ő lett az új főnök. Egy másik példa az „élet” gráf, ahol a vonal a születéstől a halálig tart. Ezzel a bonyolult hálózattal mutatják be a világ kezdetének történetét is: amikor a Nap egyszer elment, hogy tiszteletét tegye Istennél, Isten egy kakast ajándékozott neki, és arra kérte, hogy másnap reggel jöjjön vissza hozzá, mielőtt elmegy. Mivel a Nap a kakast nem ette meg, megtarthatta, de azóta is minden reggel vissza kell jönnie Istenhez – ezért kel fel a Nap minden reggel. Aztán a Hold is meglátogatta Istent, és ő is kapott egy kakast, de ő sem ette meg. Isten a Holdnak azt mondta, jöjjön vissza minden huszonnyolcadik napon. De amikor az ember is elment meglátogatni Istent, és ő is kapott egy kakast, ő bizony leölte és megette azt, mert éhes volt. Ezért aztán Isten úgy döntött, az embernek is meg kell halnia, és akkor vissza kell térnie Istenhez. De a Nap és a Hold sosem fognak meghalni. A vonal az Istenhez vezető út (3. ábra). Rengeteg különböző formája létezik ezeknek a rajzoknak, melyek a matematikusok figyelmét is felkeltették.

Marcia Ascher, amerikai matematikus számos ilyen, kis létszámú és hagyományos kultúrából vett rajzot tanulmányozott és csoportosított régiók vagy népcsoportok szerint matematikai tulajdonságaikat hangsúlyozva (M. Ascher 1988 *Graphs in Cultures: A Study in Ethnomathematics*. In: *Historia Mathematica*, Vol. 15. pp. 201-227; M. Ascher: 1994. *Ethnomatematics: A Multicultural View of Mathematical*

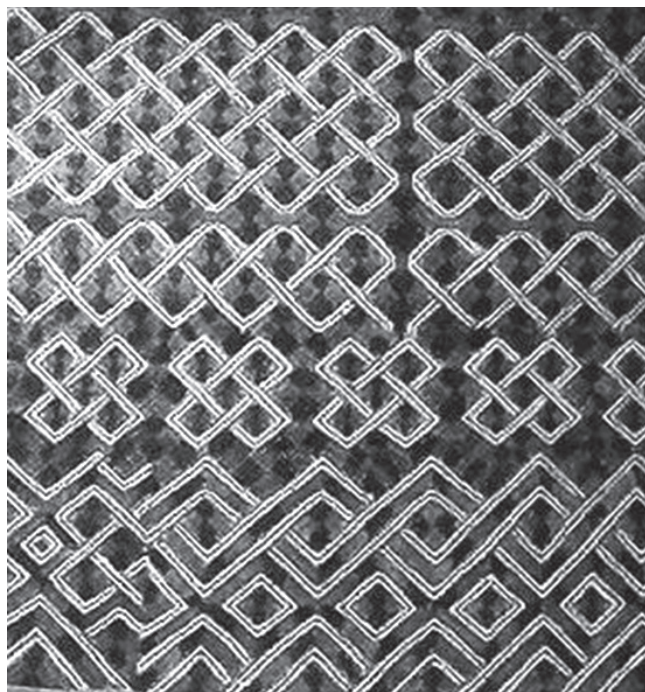


3. ábra: A lusizona mutatja, ki lesz az új főnök (fenn), és az „életer” gráf (lent)
 Forrás: Dirk Huylebrouck: *Mathematics in (central) Africa before colonization.*
 In: *Anthropologica et Præhistorica*, 2006, Vol. 117. p. 143.

Ideas. Boca Raton, London, New York, Washington D.C., Chapman & Hall/CRC Press; M. Ascher: 2002. *Mathematics Elsewhere: An Exploration of Ideas Across Cultures*, Princeton University Press). Példákkal mutatta be, hogy egyes társadalmak hogyan osztják egységekre az időt, hogyan alkotnak a jövőt illető következtetéseket, hogyan rendszereznek rokonsági relációkat, stb. Kimutatta, hogy a hagyományos kultúrák messze gazdagabb és kifinomultabb matematikai ismerettel rendel-

keznek, amint az általában elfogadott. A malagaszi (Madagaszkár) jövendölési szertartások például komplex algebrai algoritmusokra épülnek. A mozambiki matematikus, Paulus Gerdes pedig miután mátrixokat társított ezekhez az afrikai görbékhez, majd a megfelelő számokon matematikai műveleteket végzett, több valós matematikai szabályt megfogalmazott ezekről az afrikai hálózatokról (P. Gerdes 1999 *Geometry from Africa: Mathematical and Educational Explorations*. Washington DC, The Mathematical Association of America).

Jelen tanulmány tárgyán túlmege az Afrikában szinte mindenütt jelenlévő művészetek hatalmas, bonyolult területének feldolgozása. Itt csupán a formák és minták oldaláról közelítve annyit jegyeznénk meg, hogy az afrikai művészetnek az európai ember számára idegen formakincse szorosan kapcsolódik az európai hagyományoktól eltérő vallási, társadalmi és mindennapi szokásokhoz. Az afrikaiak fejlett formaérzéke világosan megnyilvánul házaik szerkezetében, szobraik, a maszkok faragásában, házaik, kelméik, de még egyszerű mindennapi tárgyaik díszítésében is. Fent a hálózatokkal foglalkoztunk, és nem mehetünk tovább anélkül, hogy ne említenénk meg a manapság nyugaton egyre kelendőbb kuba (Kongó) rafia szőtteket, amelyek egymásba kapcsolódó mintázata hasonlít a gyerekek homokba rajzolt mintájához. (4. ábra)



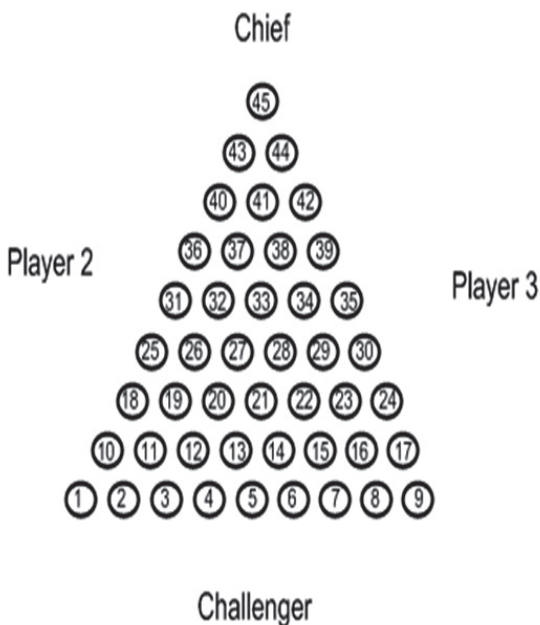
▲ 4. ábra: Kuba rafia szőttes a hagyományos mbolo mintával

Forrás: RAFI006: <http://www.eshopafrika.com/gallery/process/kuba.html>

Fejlesztés

Még egyes állatok is képesek mennyiségek felismerésére. Természetesen, ennél sokkal nehezebb az „absztrakt gondolkodás” tanújeleit rekonstruálni. Bár van néhány írásos forrás is, mint például az a J. Fauvel és P. Gerdes által feltárt, 1788-ban készült feljegyzés, amely egy Thomas Fuller (1710–1790) nevű afrikai rabszolga „csodálatos aritmetikai képességéről” számol be (J.Fauvel & P.Gerdes 1990 *African Slave and Calculating Prodigy: Bicentenary of the Death of Thomas Fuller. Historia Mathematica*. Vol. 17. pp. 141-151). Fuller tizennégy éves volt, amikor Amerikába vitték, és a fejben történő számolásban kialakított ügyességét még Afrikában fejlesztette ki. Bár nem tudott sem írni, sem olvasni, de például két perc alatt képes volt kiszámolni, hogy hány másodperc van másfél évben, vagy $70 \text{ év} + 17 \text{ nap} + 12 \text{ órában}$ (a szökőéveket is beleértve)!

Északkelet-Tanzániában az idősebb gyerekek és a felnőttek *tarumbetát* játszanak. Ez egy nagyszerű gondolkodás- és memória-fejlesztő játék. Azért nevezik így, mert a 45 babból (szárított babból, csicserborsóból vagy apró kavicsokból) kirakott alakzat trombitára emlékeztet. A babszemeket kilenc sorban rakják le, háromszög alakban. A négy játékosból egy a csúcsnál ül, ő a „főnök”, vagyis a bíró. A kihívó játékos az alapvonalnál ül, háttal a háromszögnek. A másik két játékos a háromszög két oldalán ül, és egyenként elveszi a babszemeket, az alpnál kezdve, és a csúcs felé haladva. A kihívónak minden lépés után meg kell mondania az éppen elvett babszem sorszámát. Amikor azonban a sor első babszémét veszik el, a kihívónak tilos szólnia. Természetesen, mivel háttal ül, nem láthatja a háromszöget, így maga elé kell képzelnie a babszemek helyzetét minden lépésnél. (5. ábra) A kisebb gyerekek tíz bab-



◀ 5. ábra: A tarumbeta háromszög alakba rendezett babszemei

Forrás: <http://www.family-games-treasurehouse.com/tarumbeta.html>

ból kirakott háromszöggel kezdik, és fokozatosan jutnak el a nagyobb háromszögig. A feladat megoldása tíz babszem esetén a következő: „(csend), 4, 2, 3, (csend), 7, 6, (csend), 8, 10.” Meg lehet próbálni kilenc sorban elrendezett negyvenöt babszemmél. Nem könnyű! A megoldáshoz a gyerekeknek ismerniük kell a trianguláris számokat, vagyis a számtani sorozatok összegét. (6. ábra)

Logikai játékok

A 20. századi modern matematika egyik új ága, a stratégiai problémák elmélete, a játékelmélet. Alapjait a magyar származású Neumann János (1903–1957) fektette le egy 1928-as munkájában. Igazi lökést az Oskar Morgensternnel közösen publikált könyve (John Von Neumann & Oskar Morgenstern 1944 *The Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton, Princeton University Press) adott egy egészen új tudomány létrejöttéhez. A „játékelmélet” szót hallva sokaknak a kaszinók világa jut eszébe, holott e tudomány ma már gazdasági, politikai problémákkal foglalkozik. Alkalmazhatósági köre – ahogyan azt már Neumannnek is világossá tették – széles, ma már a hadászattól kezdve a piaci verseny modellezésén át a környezetvédelmi egyezmények tervezéséig terjed. Olyan helyzetekben hasznos, ahol a résztvevők – más néven *játékosok* – egy jól körülírható cél érdekében döntéseket hoznak, és a végeredmény a játékosok választott stratégiáinak (is) függvénye. A mai napig a legjobban modellezhető konfliktusok a játékok.

Afrikai malom

Ezt a játékot több változatban is játsszák Afrikában. Mindegyik bonyolultabb, mint a nálunk is ismert „körök és keresztek” (malom). Játsszható táblán vagy földre rajzolt hálózaton. Briliáns stratégiai játék. Lenyűgöző gondolatkombináció a matematikai kutatás számára. Az „Afrikai Morris” egyik változatát, a *morabaraba* (vagy *umlabalaba*), valamint számos más néven is ismert nevű játékot játsszák például Dél-Afrikában, Malawiban, de igen népszerű a zimbabwei fiúk és férfiak között is. A *sax* nevű változat Szomáliában nagyon népszerű, az *acsi* pedig Ghánában. Ez az



6. ábra: A trianguláris számok

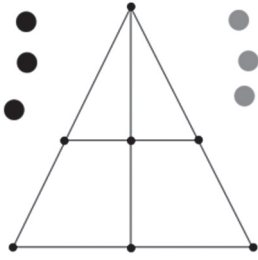
„ősi játék” több ezer éves, bár igazi eredete még mindig kérdéses. Afrikában hagyományosan a fiatal pásztorfiúknak tanítják. Kiváló szórakozást nyújt amellet, hogy megmozgatja az agyat. Bár nagyon könnyű megtanulni a szabályokat, de játszani egyáltalán nem egyszerű. A játékot két játékos játssza egy vonalakkal összekötött, 24 csomópontból álló táblán (vagy rajzolt terepen). Minden játékosnak 12 bábuja, azaz tehene (gyakran kő vagy szárított babszem) van. A játék három szakaszból áll. Az elsőben a játékosok felváltva helyezik el teheneiket a csomópontokon. A cél az, hogy három tehened legyen egy sorban, az irány tetszőleges. Ha sikerül kirakni egy ilyen hármas sort, akkor az ügyes játékos leveheti, azaz „felfalhatja” az ellenfél egy tehenét. A második szakasz akkor kezdődik, amikor a játékosok minden tehenüket elhelyezték a csomópontokon. Ekkor a vonalak mentén – felváltva – tologatni kezdik a teheneiket. A cél ismét három tehénből álló sor kialakítása. Minden alkalommal, amikor valamelyik játékosnak ez sikerül, ismét „felfalhatja” az ellenfél egy-egy tehenét. Amikor az egyik játékosnak már csak három tehene van, elkezdődik a harmadik szakasz. Ezek a tehenek már „repülhetnek”, vagyis bármely csomópontra tehetők. Ha valamelyik játékosnak csak két tehene marad, vagy nem tud lépni, akkor veszített. (7. ábra)

Ismert egy másik zimbabwei változat is, a *tszoro jematatu*. Ennek a játéknak a neve azt jelenti: „a három kövel játszott játék”. *Tatu* azt jelenti három. Ezt a változatot egy egyenlő szárú háromszög hálózaton játsszák, amelyet az egyenlő oldalak alkotta csúcsból a szemközti oldalra húzott merőleges két egyenlő részre oszt, és a háromszög középpontját egy, az alappal párhuzamos egyenes szel át. Így lesz a



▲ 7. ábra: Egy eredeti, ébenfából készült morabaraba táblajáték Malawiból

Forrás: <http://www.gamesfromeverywhere.com.au/129-morabaraba-mens-mo...>



8. ábra: A zimbabwei tszoro jematutu háromszög alakú hálózata

Forrás: <http://www.behindtheglass.org/africare-sources/tsoro.asp>

hálózatnak hét metszéspontja. A játékot két játékos játssza, egyenként három-három kővel, melyeket felváltva helyeznek el a metszéspontokon, bárhol. Miután minden kő a hálózatra kerül, egy metszéspont üresen marad. Ezután az első játékos valamelyik követ – bármelyiket – az üres metszéspontra helyezi, tehát átugorhat más köveket. Majd a másik játékos lép valamelyik kővel az új üres csomópontra. És így tovább. A cél itt is az, hogy mindegyik játékos három követ helyezzen egy sorba. Akinek ez elsőnek sikerül, az a győztes. A játék sokáig is eltarthat, anélkül, hogy egyetlen játékosnak is sikerülne egy hármas sort kirakni. Ilyenkor a játék vége döntetlen. Ez a játék sokkal bonyolultabb, mint ahogy első pillanatra tűnik. (8. ábra)

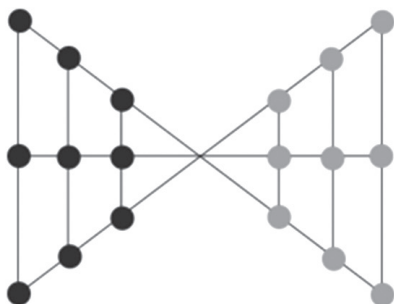
Az asanti gyerekek négyzet alakú hálózaton játszanak, amelynek oldalait felező merőlegesek és a két átló metszéspontjával együtt kilenc metszéspontja van. Mindkét játékos négy-négy kővel játszik. Miután felváltva mindketten egyenként lerakták köveiket a metszéspontokra, elkezdhetik lépésenként mozgatni köveiket a vonalak mentén. A cél itt is az, hogy három kő kerüljön egy sorba.

A nigériai játék neve *dara* vagy *doki*, ami a dakarkarik hagyományos játéka. (A hausza nyelvben „doki” azt jelenti „ló”.) Ezt a játékot egy 5 x 6 (ritkábban 6 x 7) négyzetből álló hálózaton játsszák a homokban. A bábuk kis kövek vagy pálcikák. Általában ketten játsszák, vagy akár két csapat. Mindkét félnek 12-12 „lova” van, amiket a játék első részében felváltva ejtegetnek a négyzetekbe. Amikor mind a 24 „lovat” elhelyezték, a játékosok elkezdnek lépegetni a „lovaikkal”, mindig egy szomszédos üres négyzetbe. Lehet lépni fölfelé, lefelé, jobbra vagy balra, de átlósan nem. A harmadik fázis az elfogás. Amikor valamelyik játékosnak sikerül három „lovat” kirakni egy sorban, leveheti ellenfele valamelyik „lovát”, vagy ahogyan a hauszák mondják: „felfalhatja” ellenfelét, ahogy az oroszlán felfalja áldozatát. Az a játékos a győztes, akinek az ellenfele már nem tud a bábuival több hármas kirakni egy sorban. Hogy a játék nehezebb legyen, vannak kiegészítő szabályok is: 1. Egy játékosnak háromnál több bábuja sosem lehet egy sorban; 2. Az első szakaszban kialakított „hármas egy sorban” nem számít, tehát nem vehető le érte az ellenfél bábuja; 3. Az ellenfélnek mindig csak egy bábuja vehető le, még akkor is, ha egy lépéssel sikerül egynél több hármas kialakítani. A *dara* nagyon népszerű játék Nigériában. A játszók a késő éjszakába nyúlnak, amíg a hold fénye világít. Az ügyes játékost nagy tisztelet övezi. A bajnokok faluról falura járnak, viadalra csábítva a helybélieket. A titkos taktikák pedig generációról generációra öröklődnek.

A mozambiki gyerekek által játszott változat neve a hálózat alakja miatt „pillangó”, avagy csitonga nyelven *gulugufe*. Itt a hálózatot két, a csúcspannban illeszkedő háromszög alkotja, melyeket vízszintes és függőleges egyenesek metszenek. A metszéspontok száma így (a két illeszkedő csúcspann kivételével) kilenc + kilenc, ahol a játékosok elhelyezik bábuikat, majd felváltva mozgatják azokat a legközelebbi üres pontra. Az ellenfél bábuja átugorható, ha a túloldalán üres pont van. Ilyenkor az ellenfél elveszíti az átugrott bábuját. A játékos pedig addig lépegethet ill. ugorhat ugyanazzal a bábuval, amíg csak tud. Amikor több irányba is van lehetősége ugrani, a játékos választhat, hogy merre ugrik. Viszont ha egyáltalán nem tud ugrani, elveszíti bábuját. Az a játékos a győztes, aki ellenfele minden bábuját elfogta, vagy ha már egyik fél sem tud tovább lépni, akinek több bábut sikerült az ellenféltől elvenni, avagy akinek sikerült ellenfelét mozgásképtelenné tenni, beszorítani. (9. ábra)

Az előbbihez nagyon hasonló, *felli* nevű játékot Mozambiktól több ezer kilométerre, Marokkóban (6 x 6)-os táblán játsszák. A két érintkező háromszöget itt csak egy-egy függőleges és vízszintes egyenes szeli át, így lesz a metszéspontok száma 13. A két játékosnak 6-6 bábuja van, az egyiknek fekete, a másiknak pedig fehér. A cél a *felliben* is az ellenfél bábuit átlépéssel elfogni és levenni, vagy az ellenfelet lépésképtelenné tenni.²

A *szenet* ősi egyiptomi játék, az egyik legrégebbi táblás játék a világon. A Királynék Völgyében a 66. sír Nofertari királyné, II. Ramszesz fáraó kedvenc feleségének sírja. Ez az egyik legszebb állapotban fennmaradt óegyiptomi sír. A gyenge mészkő miatt a dekorációkat nem magába a sír falába, hanem az erre felvitt vakolatrétegbe faragták. A falfestmények a királyné útját ábrázolják, amint temetése után eljut a túlvilágra. Az előcsarnokban a nyugati falon látható egyik jelenetben a királyné *szenet* játékot játszik egy láthatatlan ellenféllel. (10. ábra) Ez a népszerű táblás játék egyes feltételezések szerint vallási jelentőséggel is bírt, és segítette a holtat útja során.



▲ 9. ábra: A *gulugufe* vagy „pillangó” hálózata és egy eredeti, mozambiki mwanga színfából (ébenfaféle) készült játéktábla

Forrás: <http://www.behindtheglass.org/africaresources/butterfly.asp>
<http://www.gamesfromeverywhere.com.au/128-gulugufe-mozambique...>



10. ábra: Nofertari királyné síremlékének falfestményén szenet játékot játszik

Forrás: <http://www.metmuseum.org/Collections/search-the-collections/1000...>

A téglalap alakú táblán három sorban 10-10 négyzet van. Mindkét játékos 5-5 (esetleg 7-7, vagy akár 10-10) bábuval játszik, melyek mozgását négy kis kétoldalú fadarab – vagy később játszócsontocska (ujjperec csont) – dobásával határozták meg. A játék pontos szabályairól semmilyen feljegyzés nem maradt, azok ismerete száj-hagyomány útján terjedt, a tudósok csupán kikövetkeztetni tudták azokat. Így ma Timothy Kendall és R.C. Bell, két történész munkájának köszönhetően kétféle játékszabály ismeretes.

Szintén hagyományos táblás játék a *szeega*, melyet Észak-Afrika egyes részein és Nyugat-Afrikában játszanak. Bell szerint ez a játék az 1800-as években született, de az is lehetséges, hogy valójában nagyon régi játék. Erre engednek következtetni a nagyon egyszerű, könnyen megjegyezhető és tanítható játékszabályok, melyek tökéletesen megfelelnek egy orális kultúra számára. A játékhoz semmiféle különleges dologra nincs szükség. A „játéktábla” egyszerűen kialakítható a homokban, kis pálcikák és kavicsok pedig jól szolgálnak, mint bábuk. Mint más hasonló típusú ősi játék esetében is, a játéktér négyzeteinek vagy mélyedéseinek száma idővel és földrajzilag változhatott – a bővítés célja minden esetben a játékidő hosszabbítása. Mindemmellett a legnépszerűbb az egyszerű (5 x 5-ös) változat. Bár általában Egyiptomhoz kapcsolják, mint tapasztalható, a játékot Nyugat-Afrikában is játsszák. Mindkét játékosnak 12 bábuja van, melyeket felváltva kettesével helyeznek el a táblán. Miután minden bábu felkerült a táblára, következik egymás bábuinak „beszorításos” elfogása, vagy blokkolása, azaz mozgásképtelenné tétele. A tábla közepén lévő négyzet az ún. biztonsági zóna, ahol bábut elfogni nem lehet. Gyors lefolyású játék, felnőtt játékos számára ezért talán unalmas lehet. De fiatalabb játékosoknak jó szórakozás, és segíti bizonyos taktikai készségek kialakítását.

Az előbbi játék ún. bővített változata *fanorama* néven Madagaszkáron nagyon népszerű. Ezt egy (9 x 5-ös) táblán játsszák játékosonként 22 bábuval, amelyek némelyikével nemcsak előre, de hátra, sőt átlósan is lehet lépni. A cél pedig itt is az ellenfél bábuinak elfogása. Több száz éves játék. A legenda szerint az 1500-as években egy király fiát annyira lekötötte a játék, hogy még lehetséges örökségét is veszni hagyta.

A modern matematikai kutatás és a hagyományos afrikai táblás játékok

Manapság a különféle „egzotikus” játékok még mindig igazi kihívásnak számítanak a számítógép mesterséges intelligenciája tesztelésére. Egy ideig a kínai eredetű, viszonylag egyszerű szabályrendszere ellenére stratégiai lehetőségekben gazdag „Go” nevű táblajáték vonzotta a matematikusok figyelmét, míg Afrikában a *mankala* típusú játékok. Például a számítógépek játékokra történő programozásával azt vizsgálják, hogyan képesek a gépek döntéseket hozni. A gép azt az utasítást kapja, hogy elemezze a lehetséges lépések egymáshoz viszonyított előnyeit.

A *mankala* családba tartozó afrikai stratégiai játékok a világ legrégebbi logikai játékaik közé tartoznak. Az ősi számolós játék afrikai létezésére utaló legkorábbi ismert lelet Yeha, etióp városból való i.e. 700-ból. Etiópia egyes részein óriási, 3-4 méter magas, falosz alakú kőoszlopok egész mezeje található. Sok már ledőlt. Az egyikbe egy *gebeta* játéktáblát véstek. Nagyon régi, sziklába faragott játéktáblákra leltek Ugandában, Zimbabwében, Ghánában és Afrika sok más területén is. Gyakran sorolják a *mankala* játékokat a világ legjobb játékaik közé is (R.C.Bell 1988 *Board Games around the World*. Cambridge, Cambridge University Press). A több száz néven ismert, alapvetően hasonló változatait a világ számos részén játsszák a Nyugat-Indiai Szigetektől Hawaiki és Törökországtól Dél-Afrikáig. Ebben a rendkívül széles övezetbe beletartozik egész Afrika, a Közel-Kelet, India, Délkelet-Ázsia, Indonézia, a Kelet-indiai Szigetek és a Fülöp-szigetek. Ezen változatok közös jellemzője, hogy mindet kavicsokkal, gyöngyökkel vagy nagyobb magvakkal játsszák egy szabályos terepen vagy táblán, amelyen kettő vagy négy sorban adott számú mélyedés van. A *mankala* családba tartozó változatok között megfigyelhető alapvető hasonlóságok

„Manapság a különféle „egzotikus” játékok még mindig igazi kihívásnak számítanak a számítógép mesterséges intelligenciája tesztelésére. Egy ideig a kínai eredetű, viszonylag egyszerű szabályrendszere ellenére stratégiai lehetőségekben gazdag „Go” nevű táblajáték vonzotta a matematikusok figyelmét, míg Afrikában a *mankala* típusú játékok. Például a számítógépek játékokra történő programozásával azt vizsgálják, hogyan képesek a gépek döntéseket hozni.”

ahhoz az elkerülhetetlen következtetéshez vezetnek, hogy valamikor a távoli múltban ezek a játékok mind egyetlen helyről származtak.

Az ide tartozó játékok alapos megismerése – először is – sok információt nyújthat a népek vándorlásáról és a különböző kultúrák közti kapcsolatokról. Például:

1. A *mankala* elnevezés ill. annak változatai használatosak Szíriában, Libanonban, Egyiptomban, Mombaszában, Kongóban és Malawiban. Bár a helyi szabályok eltérőek lehetnek.
2. Indiában és a Fülöp-szigeteken a *csanka* név vagy annak változatai használatosak.
3. Nigériában, Ghánában és Nigerben a *wari* vagy *owari* elnevezést használják. A szabályokban kevés az eltérés. Ugyanezt a „nyugat-afrikai” változatot játszószák, ugyanezzel a névvel a Nyugat-indiai szigeteken. Az ugandai jopadholák a *weri* elnevezést használják.
4. A szuahéli kifejezés „michezo ya mbao” azt jelenti „táblajátékok”. Számos elnevezés ennek a kifejezésnek a szavaiból ered. Például az *omweszo*, *mweszo* és *wezo* nevek, amelyeket Ugandában és Tanzániában használnak.
5. Az *ambao*, *mbao* és *bao* elnevezések mind a *mbao* szóból származnak, ami a szuahéli nyelvben azt jelenti „tábla”. Egyes népcsoportoknál lehet, hogy a játék egy különleges változatára utalnak, de a különböző népek ugyanazt a nevet a játék más-más változatára használják. Tanzániában a *bao* a leggyakoribb név. Ennek a szónak az alakjaival találkozhatunk délebbre Malawiban és Angolában is.
6. Kenya északi partjain és Lamu szigetén a *kombe* név használatos. Ennek a szónak két jelentése van a szuahéli nyelvben: mélyedést vésni, valamint ellenfelet kifosztani, megkopasztani. „Mbao ya kombe” tehát azt jelenti: „a vésett tábla”, míg „michezo ya kombe” jelentése „kifosztó vagy megkopasztó játék”. Természetesen az első a tábla készítésének módjára utal, a második pedig arra, hogy addig tart a játék, mígnem az egyik játékos minden bábuját elveszíti, azaz ellenfele „megkopasztja”.
7. *Szoro* és *koro* észak Ugandában rendkívül gyakori. (A nem bantu nyelvekben. De a bantu területen le egészen Zimbabweig a *szolo*, *csolo* használatos.)
8. A szudáni dinkák az *aweeet* nevet használják. A játéknak ezt a változatát a négy-szer tízes táblán játsszák.
9. Mombaszában és a part mentén a *mongale* név használatos, míg Kongó északi részén a *mongola*.

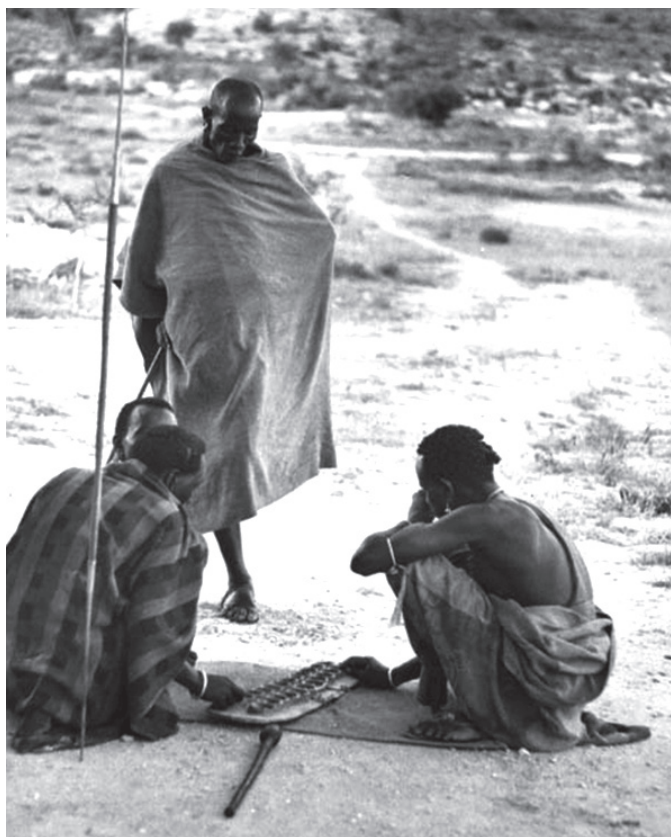
Gyakori az a már szinte közhelyszámba menő feltételezés, miszerint a kérdéses játékot arab kereskedők terjesztették el. Ez viszont felvet két kérdést: 1. Milyen „arabok”? 2. Milyen társadalmi, szociális kapcsolat révén tanulták meg más népek? A játékkal már a meglehetősen ősi hindu mitológiában is találkozunk. Nem viheték Indiába ugyanazok az arabok, akik a *kombét* Lamuba vitték. Továbbá, legalább két különböző úton jutott el a játék Kelet-Afrikába. Ugyanakkor úgy tűnik, nincs rokonság az arabokkal kiterjedt kapcsolatokat ápoló törzsek (mint például Lamu lakosai) körében népszerű változatok és például a Hasadék-völgy környéki törzsek által játszott változatok között. Például nem valószínű, hogy a masszaik az araboktól tanulták volna az *enkesuit*.

Másodsorban azért is fontos e játékok alaposabb megismerése, mert mint tudjuk, a játék az élet tükré, és egy adott társadalomban játszott játékok nagyon pontosan tükrözik a társadalomban általánosan elfogadott értékeket. Például a meruk, kikujuk és masszaik számára a játéktábla a „lyuk” a „marha karám”, a bábuk a „marhák”. A pásztorkodóknak a szarvasmarha a legértékesebb tulajdontárgy. Az asantik *warij*játékosa „magokat vet”, és az elfogott bábukat egy „edényben” őrzi. Indiában „bolt” a „lyuk” neve, Jáva szigetén pedig „rizsföld”. Ghána déli részén *adi* a játék neve, mert az adito-bokrokról szedett adimagokkal játsszák. Ott a lyukak mindegyike „ház”, és a tábla két végén van egy-egy „kincstár”, ahova az elnyert magokat gyűjtik.

Talán nincs egyetlen afrikai nép sem, aki ne játszaná a *mankala* valamelyik változatát. Ahogy a játéknak több száz neve van, úgy rengeteg változatban is játsszák, és a több tucatnyi névhez és változathoz rengeteg játékszabály-változat is társul. Ily módon ezek átható tanulmányozása lehetőséget nyújt az egyes kultúrák gondolkodásmódjának tanulmányozására is. Az európai általában (bár nem mindig) lassan, megfontoltan játssza a sakkot. Az ugandai mindig gyorsan játssza az *omweszot*, amilyen gyorsan csak lehet, és a legkisebb hezitálás is gyakorlatilag hátrányos helyzetbe hozza a játékost, mert elveszti a lépés jogát. A masszaik egyedülálló stílusban játszanak, ami a néző számára egyfajta felfoghatatlan összevisszaság benyomását kelti, mivelhogy gyakorlatilag egyszerre, egymással szinte párhuzamosan több játékos is játszik a táblán. Egyes társadalmakban csak férfiak játsszák, és igen kifinomult etikett szerint. A jorubáknál például lehet játszani bent a szobában vagy kinn a szabadban, rendszerint munka után, éjszaka viszont ritkán. Ritkán játsszák férfiak és nők együtt. Nyilván egyik férfi önérzete sem viselné el, hogy kinevessék, mert egy nő legyőzte. Máshol viszont csupán idős nők és gyermekek szórakozása. A játékot ritkán játsszák pénzben. Az ügyes játékos jutalma, hogy nevezetessé válik családjában, a közösségben, az egész faluban. Még dalban is ünnepelhetik! Számolás-hoz a magokat nem szabad kivenni a lyukakból. A jó játékos emlékszik a magok számára, nemcsak a saját lyukaiban, hanem az ellenfelében is. Még ma is úgy tekintik, mint a férfi okosságának és ravaszságának próbáját. Mivel villámsebessen játsszák, játék közben senki nem beszél. A játékosok és a nézők is szótlanok, csak a szemük, fejük és a kezük dolgozik. De még a nézőktől is elmélyült figyelmet kíván. (11. ábra) Ha nem a homokban játsszák, a játék élvezetéhez hozzátartozik a gyönyörűen faragott játéktábla is. Egyes családok táblája több generációval ezelőtt készült, és bár nem aranyból, mint az asanti királyok játéktáblái, tulajdonosaik rendszerint büszkék műves fatábláikra.³

A *mankala* családba tartozó játékoknak számos közös jellemzője van. Bár csaknem minden egyes változat bír valamilyen egyedülálló, kivételes jeggyel, és csodálatos dolog fölfedezni, hogy hányféle változatban lehet ezt a játékot egyazon táblán is játszani. Íme a közös jellemzők:

1. Két ellenfél van – általában két játékos, bár egyes népek, mint például a kikujuk *giuti* nevű játékát játszhatják hármás csapatokban is, vagy a Sierra Leonében és Libériában élő vaik *kpó* nevű játékában kettő, három, akár négy játékos is verse-



11. ábra: Táblajátékot játszó szamburuk (Kenya)

Forrás: Michezo ya Mbao – Mankala in East Africa, <http://www.driedger.ca/mankala/Man-1.html>

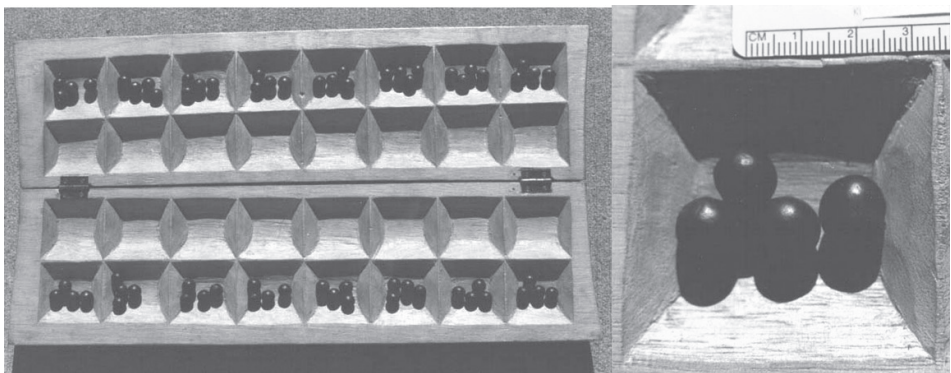


nyezhet. Az egyik fél nyeresége mindig a másik fél vesztesége, és nincs semmiféle titkos vagy random lépés.

2. A *mweszo* kivételével minden játéktáblán két párhuzamos sorban elrendezett 12-24 mélyedés van. A 2 x 6-os és a 2 x 7-es változatok Nyugat-Afrikában, a Közel-Keleten, Indonéziában és a Fülöp-szigeteken népszerűek. Kelet-Afrikában pedig a 2 x 10-es és a 2 x 12-es a gyakoribb. A *mweszo*t, ami a *mankala* legismertebb kelet-afrikai változata négysoros táblán játsszák Lamutól délre az egész szuahéli parton, a Viktória-tótól nyugatra eső területeken, Ugandában, Kongó nyugati részén, észak-nyugat Kenyában és Malawiban. A 4 x 8-as tábla az általános, bár vannak kivételek is, mint például Kongóban 4 x 7-es tábla van, Szudánban 4 x 10-es. (12. ábra)
3. Adott számú magot (az egyes változatok esetében mindig ugyanannyit) osztanak szét a lyukakban.
4. Lényeges különbség a *mankala* és a legtöbb nyugati táblajáték, köztük a sakk, dámajáték, stb. között, hogy nincs különbség a magok közt. Először is, mind azonos értékű. Másodsor, nincs „enyém vs. tied” – mihelyt a mag átkerül a másik játékos térfelére, az övé lesz. Itt a tábla osztódik ketté, és van „én térfelem” és „te térfeled”.

5. Egy lépés abból áll, hogy az egyik játékos a saját térfelén lévő valamelyik lyukból kivieszi az összes magot, és az óramutató járásával ellentétes irányban haladva egyenként „elszórja” azokat az egymást követő lyukakba, a megüresedett lyuk szomszédjánál kezdve. A játék része, hogy egyes magok így az ellenfél területére kerülnek. De ez nem végleges veszteség, mert egy későbbi lépéssel visszaszerezhető. Néha még jó stratégia is így „megkavarni” az ellenfél által elrendezett magokat. Néhány játék esetében bizonyos lyukak kihagyhatók a szórásból.
6. Minden lépés lényegét az adja, hogy melyik lyukba került az utolsó elszórt mag. Eszerint lehet, hogy a) a játékosnak „pihennie” kell, b) adott szabályt követve, vagy saját belátása szerint tovább léphet, vagy c) elnyeri ellenfele bizonyos magjait.
7. Minden játéknak megvannak a szabályai arra, hogyan lehet „elfogni” az ellenfél térfelén levő magvakat.
8. A játék akkor ér véget, amikor valamelyik játékosnak már nincs annyi magja a saját térfelén, hogy azokkal bármiféle hatékony lépést tegyen.
9. Az „elfogott” magok száma alapján dől el, hogy ki a győztes.

Duane M. Broline és Daniel E. Loeb 1995-ben tették közzé tanulmányukat két *mankala* típusú játék, a joruba *ajo* és orosz megfelelője, a *csoukajllon* kombinatorikájáról (D.M. Broline & D.E. Loeb 1995 *The Combinatorics of Mankala-Type Games: Ayo, Tchoukaillon and 1/π*. *UMAP Journal*. Vol. 16. No. 1. pp. 21-36). Az orosz egy-soros-egyjátékos változatot a *mankala* játékok legegyszerűbb változatának alapszabályai szerint játsszák. Cél az összes bábú begyűjtése az oldalsó nagyobb lyukba, a „kálába”. Az amerikai matematikusok a „kála” mellett kezdve beszámolták a lyukakat, és a végjáték győzelemre vivő elfogási stratégiáit vizsgálták. Kimutatták, hogy ha $s(n)$ az a minimális számú bábú, ami szükséges ahhoz, hogy az n sorszámú lyukkal a játékos (ha okosan játszik) nyerni tudjon, a bábúknak egy győztes pozícióhoz vezető mennyisége megközelítőleg n^2/π , n magas értékei esetén (aszimptotiku-



▲ 12. ábra: Összecsukható omveszo játéktábla Kampalából, és mellette kinagyítva az egyik lyuk a négy *mesoneurum welwitschianum* maggal

Forrás: Michezo ya Mbao – Mankala in East Africa, <http://www.driedger.ca/mankala/Man-1.html>

san – mondanák a matematikusok). Számításaik során vizsgálták az ún. Γ funkciót és az F hipergeometrikus funkciót. Az eredmény lenyűgöző, ugyanis a matematikai állandó, $\pi = 3,14159265\dots$ felbukkan egy afrikai játékkal kapcsolatban.

Aztán két holland kutatónak sikerült teljesen „megoldania” a *mankala* egy másik változatát, az *awarit* (John W. Romein & Henri E. Bal 2002 *Awari is solved*. Notes in: *International Computer Games Association Journal*, September, pp. 162-165). J.W. Romein és H.E. Bal két párhuzamosan kapcsolt 1 GHz-es órajel-frekvenciájú 144 Pentium III processzort használtak (1 petabyte háttérkapacitás, 1,4 terabyte merevlemez kapacitás és 51 gépi óra). Sikeresen bizonyították, hogy az *awari* tökéletes logikai játék.

A francia akadémikus, Marc Chemillier az *owari* nevű játék matematikáját, azaz a golyók néhány elrendezésének („szórásának”) matematikai tulajdonságait tanulmányozva szintén arra a következtetésre jutott, hogy a játék érdekes matematikai törvényszerűségekre épül (M.Chemillier 2008 *The Mathematics of the Game Owari*. Lecture at the Musée Suisse du Jeu, La Tour-de-Peilz, Sept. 11th.).

Egy korábbi tanulmányban már foglalkoztunk az Etiópiában, de Nyugat-Afrikában is ismert, kettőzésre épülő érdekes szorzási módszerrel, amit az afrikai fejben is képes elvégezni (Emberi párhuzamok. *Afrika Tanulmányok*, 2012. VI. évf. 4. sz. pp. 53-71, említett példa: p. 64). Dirk Huylebrouck, belga matematikus e módszer alapötletét átvéve, a mennyiségek kettőzését végigvezette az *igiszoro* nevű, *mankala* típusú játéktáblán. Nem maga a szorzás végrehajtása érdekelte, hanem hogy hogyan lehet azt írás nélkül, fejben elvégezni. Az *igiszoro* egy 4 x 8 lyukas tábla, tehát egy játékosnak kétszer nyolc lyuk alkotja a térfelét. Ezeken a lyukakon „végigjátszva” a kettőzést, a következő értékeket kapjuk: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 (alsó sor) és 256, 512, 1024, 2048, 4096, stb. (felső sor). Nem véletlen, hogy ezen számok némelyike a számítógép világából ismert egység: 1024 = 1 megabyte, 2048 = 2 megabyte, 4096 = 4 megabyte, stb.

A Pascal programozási nyelv kifejlesztője, a svájci informatikus professzor, Niklaus Wirth is adott olyan gyakorlófeladatot, ahol két szám összeszorzására olyan programot kell írni, amely csak összeadás, kettővel való szorzás és osztás használatával oldja meg a feladatot. Nyilvánvaló, hogy egy számítógép logikai áramkörre és egy afrikai játéktábla összehasonlítása magától értetődő: a játéktáblán valamely lyuk bábuval a logikai áramkör zárt állapotának, bábu nélkül pedig a logikai áramkör nyitott állapotának felel meg. Valamely szám kettőzése pedig a „shift” – több programozási nyelvben is ismert utasítás.

A nyugati világban egyre nagyobb érdeklődés övezi az ősi számolós játékot, és ma már tengernyi híve van. A legegyszerűbb, kétsoros változatot játszhatják egészen kis gyerekek is pusztán szerencsejátékként. De még ebben a formában is van oktatási jelentősége, mert arra készíti a gyereket, hogy számoljon. Aztán hamarosan egyszerű összegeket is megtanul, és tanul gondolkodni. Mert amellet, hogy jó szórakozás, ez a játék fejleszti a feladatmegoldásban igen fontos intuitív képességeket. Az a változat pedig, ahol ellentétes irányban is szabad lépni, megtanítja a negatív számok fogalmát is.⁴

Bűvös négyzetek

A négyes szám geometriai megfelelője a négyzet vagy négyszög. Az ún. bűvös négyzetek szerkesztése igen érdekes, számelméleten alapuló matematikai szórakozás. Bűvös négyzet alatt az 1-től n^2 -ig terjedő számok olyan $(n \times n)$ -es négyzetbe történő elrendezését értjük, amelyre teljesül, hogy a bennük elrendezett számokat bármely sorban, oszlopban vagy az átlók mentén összeadva ugyanazt az összeget, egy bűvös állandót kapunk. Az emberiség a rontás ellen amulettként, vagy mint varázslatos talizmánt ősidők óta használja a bűvös négyzeteket. A hiedelem szerint a számoknak ezen elrendezése valamiféle misztikus, természetfeletti erővel bír.

Az első, legrégebb bűvös négyzet, az ókori kínai Lo-Shu. A legenda szerint ez a mágikus erejű négyzet az isteni teknősbéka páncélján jelent meg a Lo folyó nagy áradásának idején, több mint 4000 évvel ezelőtt. A kínaiak után először a 9. században az iszlám országokban foglalkoztak a bűvös négyzetek szerkesztésének általános módszereivel. Az iszlám tudósok ezeket a módszereket a „titkok tudományának” nevezték, és csak egyes kiválasztott tanítványokkal ismertették meg. Európába csak több száz év elteltével jutottak el a bűvös négyzetek, valószínűleg arab közvetítéssel. Itt mások mellett olyan kiváló tudósok figyelmét vonták magukra, mint Kepler és Napier, valamint a német reneszánsz és reformáció nagyszerű művésze, az apai ágon magyar származású Albrecht Dürer (1471–1528).⁵

A muszlim Nyugat-Afrikát is erősen érdekelte ez a kérdés. Itt volt tudós, csillagász és matematikus a katsinai (ma Nigéria) születésű Mohamed ibn Mohamed. Életéről nem sokat tudunk, és még az is vitatott, hogy pontosan mikor született (16??). Katsina a Sokoto birodalom egyik fontos kulturális központja volt, ahol a fulani nép fia, Mohamed elsőként vált az iszlám fanatikus hívévé. 1730-ban elzarándokolt Mekkába, majd Egyiptomba utazott, ahol 1732-ben készítette el arab nyelvű kéziratát⁶, amelyben többféle módszert is megad arra, hogyan lehet páratlan számú sorból és oszlopból álló bűvös négyzetet készíteni harmadrendűtől (3×3 -as) kezdve egészen a tizenegyedrendűig (11×11 -es

„Az első, legrégebb bűvös négyzet, az ókori kínai Lo-Shu. A legenda szerint ez a mágikus erejű négyzet az isteni teknősbéka páncélján jelent meg a Lo folyó nagy áradásának idején, több mint 4000 évvel ezelőtt. A kínaiak után először a 9. században az iszlám országokban foglalkoztak a bűvös négyzetek szerkesztésének általános módszereivel. Az iszlám tudósok ezeket a módszereket a „titkok tudományának” nevezték, és csak egyes kiválasztott tanítványokkal ismertették meg. Európába csak több száz év elteltével jutottak el a bűvös négyzetek, valószínűleg arab közvetítéssel.”

négyzet), és mindegyikhez ad példát is. Mohamed ibn Mohamed érdeme tehát a magasabb oldalelemszámú bűvös négyzetek kialakításának rendszere. Kidolgozta a bűvös szám képletét: $n(n^2 + 1)/2$, valamint a négyzet középpontjába illő számot megadó képletet: $(n^2 + 1)/2$. Több száz év elteltével ma is ezeket a képleteket használjuk. Mohamednek a bűvös négyzetekkel kapcsolatos munkássága a modern csoportelmélet kezdetének tekinthető. Észrevette, hogy bizonyos műveletek – mint például egy tengely menti tükrözés vagy elforgatás – úgy végezhető, hogy a négyzet tulajdonságai nem változnak. Ez azt jelenti, hogy egyetlen egyszerű négyzetből véges számú bűvös négyzet generálható, és a tulajdonságok nem változnak. Mohamed ibn Mohamed Kairóban halt meg 1741-ben, mielőtt Katsinába visszatérhetett volna.⁷

Szerencsejátékok felnőtteknek

Afrika legnagyobb részén a felnőtt férfiak olyan szerencsejátékokat játszanak, amelyekben korongokat, diókat vagy kaurit kell dobni. Olyanok ezek, mint a mi kocka- vagy érmedobós játékaink. Ilyen például az igbo *igba-ita* nevű játék, amelyet két vagy több (egyszerre akár tizenkét) férfi játszik. Korábban kedvelt piactéri játék volt – a férfiak játszottak, míg az asszonyok vásároltak vagy eladtak. Eredetileg kauri kagylókkal játszották, ami bőségesen volt a piacon, hiszen a kauri kagyló Nigériában különösen sokáig fizetőeszköz volt. Újabban már pénzürmék vették át a kis kagylók helyét, és a játék neve is megváltozott, *igba-ego* lett (*ego* azt jelenti: pénz). A játék nevét – szabadon – „fej vagy írásnak” fordítják. A játékosok először is megegyeznek, hány fordulóból álljon a játék. Ezután minden játékos azonos számú kaurit helyez egy edénybe vagy középre, majd a kihívónak nevezett játékos feldob 4 darab kaurit. Övé lesz az „edény”, ha mind a négy leesett kauri nyílásával fölfelé vagy lefelé néz, avagy kettő fölfelé és kettő lefelé. Ilyenkor elveszi az edény tartalmát, és újra övé a dobás joga. Ha veszít, új játékos lesz a kihívó.

Mi a valószínűsége annak, hogy mind a négy kauri vagy pénz ugyanolyan helyzetbe essen? A pénzürmék esetében könnyű megmondani. A 4 ledobott érme 16 különböző helyzetet vehet fel. Szimmetriájuk folytán ezek egyforma valószínűséggel esnek fejre vagy írásra, ezért a 16 lehetőség egyformán valószínű. A kauriknál ez azonban nem ilyen egyszerű, mert aszimmetrikusak. A kérdéses valószínűségeket csak részletesebb vizsgálattal lehetne megmondani. Nem kétséges, hogy az igbók szinte a tudományosságig ismerték a kérdést!

A kameruni ewondok az *abia* nevű szerencsejátékot lopótökből készült korongokkal és faragott zsetonokkal játsszák. A zsetonokat egy bizonyos dió héjából készítik, és a külső oldalukon gyönyörűen díszítik. Ezt az oldalt nevezik jó oldalnak. A játékosok körbe ülnek, és mindegyikük betesz egy zsetont, amiket azután egy pártatlan személy, a bíró hét koronggal együtt egy szövött tányérra helyez, majd a tányért leborítja a földre, elfedve annak tartalmát. Miután a játékosok megteszik fogadásukat, a bíró felemeli a tányért és megnézi a korongok és zsetonok helyzetét. Hogy ki nyer, azt egy sor bonyolult formula szabja meg a jó és rossz oldalára esett zsetonok és korongok aránya szerint. Egy időben fontos módja volt ez a játék Kamerunban a vagonyszerzésnek.

Záró gondolatok

Az elmúlt évtizedek kutatómunkájának hála Afrika múltbeli örökségének egyre nagyobb része kerül napvilágra. Mindazonáltal még mindig rengeteg munka vár a 21. század afrikai értelmiségére, kutatókra, tudósokra, hogy a segítőkész, érdeklődő külhoni tudósokkal karöltve megújuló régészeti kutatások során feltárják a természet (és a viharos történelem) által eltemetett múlt leleteit, felkutassák és a köz számára hozzáférhetővé tegyék a fennmaradt dokumentumokat, hogy amíg még nem késő, rögzítsék a sok kultúrában csak a szájhagyomány útján őrzött ismereteket, történelmet, irodalmat. Itt, ezen folyóirat hasábjain megjelent három tanulmányban az afrikai matematika néhány megjelenési formáját tekintettük át az etnomatematikus szemével – tudatában annak, hogy a kép valószínűleg nem teljes, de őszintén remélve, hogy sikerül egyfajta megbecsülést ébreszteni az olvasóban az afrikai matematika iránt, miközben szembesül a matematika univerzális erejével. ☀

Jegyzetek

- 1 Van, aki a gráfelmélet kezdetét 1735-re datálja, amikor a svájci születésű Leonhard Euler megoldotta a Königsbergi-hidak problémáját. Van, aki Gustav Kirchoff elektromos hálózatokra vonatkozó 1847-ben publikált eredményeihez kapcsolja a gráfelmélet kezdetét. Mások Arthur Cayleynek egy 1857-ben megjelent cikkét tekintik az első gráfelméleti tanulmánynak, melyet egy szerves-kémiai alkalmazás motivált. S természetesen olyanok is vannak, akik Francis Guthriennek 1850. körül Augustus de Morganhoz intézett kérdésétől számítják a gráfelmélet kezdetét. A nevezetes kérdés a négyszínsejtés korai megfogalmazása volt, miszerint négy szín tökéletesen elegendő bármely térkép kiszínezéséhez úgy, hogy az egymással határos régiók mindig más színűek legyenek. Mindenesetre talán elfogadható álláspont az, hogy a gráfelmélet valahol, valamikor megszületett, és az utóbbi néhány évtizedben egyre több helyen alkalmazzák, például operációkutatásban, elektromos hálózatok tervezésében, számítástechnikában.
- 2 Csak érdekesség képen: a *felli* mellett a mozambiki *pillangó* másik nagyon közeli „rokona” a tőle szintén több ezer kilométerre keletre, Indiában ismert Lau kata kati.
- 3 Hogy nedvességtartalmát megőrizze, a színfát még a kiválasztás helyén megformálják. Aztán kifaragják és hornyolják (vágatokat készítenek rajta), végül méhviasszal fényesítik, valamint egyéb helyi technikák felhasználásával kap finom, egyenletes kidolgozást.
- 4 Nagy örömmre szolgált felfedezni, hogy a Müller boltokban már nálunk is kapható a 6-99 éves korig kínált kétsoros (2 x 6-os) és a nehezebb négysoros (4 x 8-as) változat Kalaha ill. Hus márkanéven.
- 5 A leghíresebb bűvös négyzet, amelyet sokan a matematika szimbólumának is tartanak Albrecht Dürer *Melankólia* című festményén látható. Ez a 4 x 4-es négyzet számos olyan érdekességet tartalmaz, ami a kor tudósait és a laikus szemlélőt csodálattal töltötte el. Nem csak a sorok, oszlopok és az átlók adják ki a bűvös 34-es számot, de a négyzetben szereplő számok 86 (!) egyéb négyes csoportja is ugyanezt a bűvös számot adja. Lenyűgöző számkombináció!
- 6 Mohamed ibn Mohamed arabul írta matematikai értekezését, de ő maga nem volt arab. Mint ahogyan számos egyéb arab nyelven írt matematikai témájú szöveg szerzői sem voltak mind arabok. Hiszen akkoriban az iszlám világban – a görög nyelvnek a hellén világban betöltött státuszához hasonlóan – a nem arab tudósok írott nyelve is az arab volt.
- 7 A bűvös négyzet nagyszerű térbeli megvalósítása a *Rubik-kocka*!

Felhasznált irodalom

- *African Riddles – Kwanzaa Guide*, <http://kwanzaaguide.com/2010/7/african-riddles/>
- *Ancient Egyptian Games: Senet*, <http://www.talkingpyramids.com/ancient-egyptian-games-senet/>
- *Butterfly*, In: *Behind the Glass: Math Games*, <http://www.behindtheglass.org/africaresources/butterfly.asp>
- *Felli*, <http://en.wikipedia.org/wiki/Felli>
- *Gráfok, csúcsok, élek...* http://www.math.unideb.hu/~turjanyi/Komb_j/K_Win_Doc/g0601.doc
- Huylebrouck, Dirk: *Mathematics in (central) Africa before colonization*. In: *Anthropologica et Praehistorica*, 2006, Vol. 117. 135-162.
- *Igba-Ita*, In: *Behind the Glass: Math Games*, <http://www.behindtheglass.org/africaresources/igba.asp>
- Kóczy Á. László: *A Neumann-féle játékelmélet*, in: *Közgazdasági Szemle*, LIII. Évf. 2006. január, 31-45.
- *L'abe igi orombo – Nigerian Children's Songs*, <http://www.mamalisa.com/?lang=Yoruba&t=es&p=2900>
- *Michezo ya Mbao – Mancala in East Africa*, <http://www.driedger.ca/mancala/Man-1.html>
- *Morabaraba.NineMensMorris–GamesfromEverywhere*, <http://www.gamesfromeverywhere.com.au/129-morabaraba-mens-mo...>
- *Riddles – Riddle and Answer*, <http://www.libraryindex.com/encyclopedia/pages/cpxkvf7g6x/riddles...>
- *Seega: A review*, <http://boardgamegeek.com/thread/171433/seega-a-review>
- *Tarumbeta* <http://www.family-gamestresurehouse.com/tarumbeta.html>
- *Tsoro Yematatu*, In: *Behind the Glass: Math Games*, <http://www.behindtheglass.org/africaresources/tsoro.asp>
- *Twelve Men's Morris – Morabaraba – Complete Rules of Twelve Men...*, http://boardgames.about.com/od/strategygames/a/twelve_mens_morri...
- *Very Hard Riddles*, <http://www.2020site.org/riddles/Very-Hard-Riddles.html>
- Zaslavsky, Claudia: *Afrika számol*. Gondolat, Bp., 1984. Ford.: Egyed László.
- Zijlma, Anouk: *Traditional African Board Games*. In: *African Games – Games Played in Africa*, <http://goafrica.about.com/od/peopleandculture/tp/African-Games-Ga...>

A Publikon Kiadó által megjelentetett folyóiratok

 Modern Geográfia

REGIONAL LEVELS OF CIVILIAN INITIATIONS IN EMPLOYMENT AND INTEREST ARBITRATION I. FROM OLD STANDARD TRIPARTISM TO MELTDOWN

Read: 2010, János Csizmadia, Yvonne Kellner - April 2010, János Csizmadia - October 2010

18
180

A KÖRNYEZETUDATOS TELEPÜLÉSFEJLESZTÉS, MINT AZ ELHETŐSÍTŐ TELEPÜLÉS KÖRNYEZETI MEGTHERHEPÉSÉNEK ESZÖKÉ

Read: 2010, János Csizmadia, Yvonne Kellner - October 2010

27
180

TÉRTYRFORMAIK MŰKÖDÉS ALKALMAZÁSA AZ OKTATÁS-ÚJRAÉPÍTÉS KÖRNYEZETÉBEN

Read: 2010, János Csizmadia, Yvonne Kellner - October 2010

27
180

Marketing & Menedzsment

Marketing & Menedzsment

The Hungarian Journal of Marketing and Management

Várománia a kultúra finanszírozásának új módjai

Mi múlja a medialit? A sportmárka új szerepe az új média világában

A tudatos fogyasztói magatartás elterjedése, változása és a társadalmi felelősségvállalás szerepe a vállalatok életében

A 15-20 éves fiatalok viselkedésének változásai

3900 Ft



Afrika Tanulmányok

Afrika Tanulmányok folyóirat: 2012. VI. évfolyan, 2. szám
VI/26

Fókuszban
URBANIZÁCIÓ
AFRIKÁBAN

Afrika ma
Növekvő városok – gyors fejlődés
Libia Kadafi után

Mobiltelefonok és a
közvetlen kommunikáció
Hogyan változtak meg az afrikai
közvetlen kommunikációs
eszközök?

The arithmetic entertainments of Black Africa

This paper, third in a series dealing with African, mainly Sub-Saharan ethnomathematics, provides a summary of mathematical schemes as means of education for children, sources of inspiration for rituals in the traditional society, as well as sources of recreation for all layers and age groups of the African society. First, simple mathematical activities practised by children with counting rhymes and choosing rhymes are described. Next, “what words are eaten with” in Africa, riddles are dealt with. Riddles are not told merely for fun in Africa either, but they also have an important educational role and they develop critical thinking, too. Further on, the mathematical nature of traditional drawings (lines) in the sand, such as the 'sona' diagrams and the graph of 'life' is emphasized. A description of a vast variety of basically similar mind games of the so called African Morris type (morabaraba, shax, achi, tsoro yematatu, dara, gulugufe, felli, senet, seega and fanorama) is also given. Strategy games of the mancala family including ayo, awari, omweso, igitsoro and many more with different regional names and versions with 2 or 4 rows and 6 to 50 holes in a row, which are listed among the oldest mind games of the world and often classified among the top games as well, are also described with a special focus on their common features. Furthermore, the impressive results of research mathematics published by various authors about the combinatorics of some mancala type games prove the comparison of a computer relay and an African game board is evident. Lots of examples ranging over many regions and over a large period of time are listed in the hope of gaining some esteem for African mathematics, and to illustrate the universal strength of mathematics.

okleveles angol-országi szakos tanár
(KLTE) és angol fordító (ELTE)

About the Author

MA in English and Russian studies
English teacher and translator
(KLTE, ELTE)



mariaberes50@gmail.com

Kedves Olvasónk!



Igényeljen Publikon Törzsvásárlói Kártyát most!

A Publikon Törzsvásárlói Kártya a kiadó köteteiből 25%-os kedvezményre jogosít minden egyes a www.publikon.hu felületen történő internetes vásárlás esetén.

A Publikon Törzsvásárlói Kártya kedvezményei a kártyán található névvel és sorszámmal érvényesíthetők, melyeket a www.publikon.hu internetes felületről történő rendelés esetén a megjegyzés rovatban kell megadni.

A www.publikon.hu internetes felületen 25%-nál nagyobb kedvezménnyel megrendelhető köteteket a törzsvásárlói kártya tulajdonosai természetesen a magasabb értékű kedvezményen vásárolhatják meg!

További információk: bagi@publikon.hu, illetve www.publikon.hu

Tisztelettel:

az Afrika Tanulmányok Szerkesztősége



AFRIKA
tanulmányok

publikon
KIADÓ